



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA DE MINAS

CO-SIMULACIÓN DE LEYES DE COBRE TOTAL Y COBRE SOLUBLE

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL DE MINAS

ANDRÉS ALEJANDRO VICENCIO CELIS

PROFESOR GUÍA:
FABIÁN SOTO FERNÁNDEZ

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
FELIPE NAVARRO VARGAS
MAURICIO GARRIDO PALMA

SANTIAGO DE CHILE
2017

**RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE:** Ingeniero Civil de Minas
POR: Andrés Alejandro Vicencio Celis
FECHA: Octubre 2017
PROFESOR GUÍA: Fabián Soto Fernández

CO-SIMULACIÓN DE LEYES DE COBRE TOTAL Y COBRE SOLUBLE

La evaluación de yacimientos es una etapa temprana dentro de la vida de un proyecto minero y, tiene un alto impacto en el desarrollo del mismo. Las decisiones que se toman en los siguientes procesos de una mina, están ligadas a los resultados entregados por esta etapa. El modelo que se obtiene del yacimiento es utilizado para tener una planificación a largo plazo, la cual varía a medida que se obtiene mayor información durante la vida de la mina. De esta manera, entre más preciso sea el modelo y más información entregue, la primera planificación tendrá una base mucho más estable y constante a lo largo del proyecto.

En este trabajo de memoria, se trabaja con muestras de sondajes de exploración con información de leyes de cobre total y cobre soluble. Además, se acompaña de alguna información geológica como mineralizaciones y litologías presentes en las muestras. Con esta base de datos, se desarrolla un análisis exploratorio para tener una visión clara de las características de los datos. Luego, se desarrolla una metodología de co-simulación de dos variables relacionadas por medio de una restricción geoquímica. Estas variables son el cobre total y la razón de solubilidad, esta última, obtenida de la razón entre cobre soluble y cobre total. A estas variables se les aplica una transformación gaussiana y un posterior análisis variográfico, del cual se obtiene un modelo lineal de correogionalización. Finalmente, para hacer la co-simulación multigaussiana se utiliza el algoritmo de bandas rotantes.

Una vez que se obtienen los escenarios de las simulaciones, se validan comparándolos con las estadísticas de los datos originales, la distribución espacial de las leyes simuladas, las correlaciones entre las leyes de cobre total y soluble y, la respectiva restricción geoquímica. Cuando el modelo se acepta como representativo de los datos utilizados, se realiza un estudio de probabilidad de enviar los bloques a diferentes destinos, utilizando las leyes de cobre total y la razón de solubilidad de cada bloque. Además, se hacen modelos de probabilidad de superar una cierta ley de corte de cobre total.

Con estos resultados, se concluye que las simulaciones son un proceso muy útil e importante al momento de tener una planificación en el largo plazo. Si bien se trabaja con minerales oxidados, no siempre el mejor destino será la lixiviación como se podría deducir en un comienzo. Es importante hacer un estudio de las leyes obtenidas para tener un mapa de probabilidades de cada bloque con su respectivo destino y así, obtener la mejor recuperación del bloque en el proceso óptimo.

**ABSTRACT OF THE THESIS TO OBTAIN THE
GRADE OF:** Mining Engineer
BY: Andrés Alejandro Vicencio Celis
DATE: October 2017
THESIS ADVISOR: Fabián Soto Fernández

CO-SIMULATION OF TOTAL COPPER AND SOLUBLE COPPER GRADES

Reservoir assessment is an early stage in the life of a mining project and has a high impact on the development of the mine. The decisions that are made in the following processes of a mine, are linked to the results delivered by this stage. The obtained reservoir model is used for long-term planning, which varies as more information is obtained during the life of the mine. Thus, the more precise the model and more information delivered, the earlier planning will have a much more stable and constant basis throughout the project.

In this thesis, it is working with samples of exploration drillings with information of total copper and soluble copper grades. Moreover, it accompanied by some geological information as mineralization and lithologies present in the samples. With this database, an exploratory analysis is developed to have a clear vision of the characteristics of the data. Then, a co-simulation methodology of two variables related by a geochemical restriction is developed. These variables are the total copper and the solubility ratio, the latter, obtained from the ratio of soluble copper to total copper. To these variables, a gaussian transformation and subsequent variographic analysis are applied, from which a linear model of coregionalization is obtained. Finally, in order to do the multigaussian co-simulation the rotating band algorithm is used.

Once the scenarios of the simulations are obtained, they are validated by comparing them with the statistics of the original data, the spatial distribution of simulated grades, the correlations between the total and soluble grades and, the respective geochemical restriction. When the model is accepted as representative of the data used, a probability study is carried out to send the blocks to different destinations, using the total copper grades and the solubility ratio of each block. Furthermore, models of probability of overcoming a certain cutoff grade of total copper are made.

With these findings, it is concluded that the simulations are a very important process when it comes to having a long-term planning. While it works with oxidized minerals, the best destination will not always be the leaching process as one might infer at first. It is important to make a study of the grades obtained to have a probability map of each block with its respective destination and thus, obtaining the best recovery of the block in its optimum process.

Agradecimientos

Al escribir esta sección de mi trabajo de memoria es imposible no recordar a mi familia, cada uno de ellos aportando siempre, cuya ayuda ha permitido que yo esté escribiendo estas palabras en mi trabajo final de esta etapa universitaria. Mi mamá Claudia, para quien no existen palabras para agradecer todo el trabajo y esfuerzo que me ha dedicado desde que yo estoy en este mundo. A mi papá Andrés, que siempre me apoya en todo y me da sus críticas constructivas que siempre han tenido un alto nivel de acierto, por más que yo en su momento no lo haya visto así. Mi hermana mayor Claudia, que siempre ha estado presente para ayudarme en todo lo que necesito. Mi hermano menor Benjamín, cuya alegría de niño permite que nos riámos muchas veces en el día cuando él está presente, y mi abuela Mafalda, que toda mi vida me ha atendido y se ha preocupado por mi bienestar cada vez que viajo a casa.

Agradezco al laboratorio ALGES de la Universidad de Chile, que me permitió realizar mi trabajo de memoria con ellos. Conocí en este lugar de trabajo a un grupo de personas muy simpáticas y con una enorme disposición para ayudar, enseñar y compartir gratos momentos cada día que estuve ahí. Mención especial a los chicos de HQ: Felipe, Fabián, Daniel, Antonio, Gonzalo, Álvaro, Moha, Amin y Mauricio. ¡A todos muchas gracias!

A mis amigos de universidad en general, desde que inicie mi etapa en bachillerato hasta terminar en ingeniería. Gracias por todo, cada uno apporto con algo para que yo esté logrando este objetivo.

A todos los profesores que me aportaron el conocimiento en sus clases, cada uno formó parte de este ingeniero.

Al deporte, que me acompañó durante toda mi vida universitaria, especialmente a miembros de la rama de tenis que compartieron conmigo y creamos lindas amistades y rivalidades deportivas.

Finalmente, mis amigos de infancia y familiares en general.

A todos muchas gracias por su tiempo y ayuda.

Tabla de contenido

1. Introducción	1
1.1. Motivación del trabajo	2
1.2. Objetivos	3
1.2.1. Objetivo General.....	3
1.2.2. Objetivos específicos	3
1.3. Alcances	4
2. Antecedentes	5
2.1. Conceptos básicos de geoestadística.....	5
2.1.1. Variable Regionalizada.....	5
2.1.2. Función Aleatoria	5
2.1.3. Variogramas Directos y Cruzados	6
2.1.4. Modelos de Correogionalización.....	11
2.1.5. Tipos de muestreo.....	12
2.1.6. Desagrupamiento de datos.....	13
2.2. Métodos de estimación	14
2.2.1. Kriging.....	14
2.2.2. Co-kriging.....	14
2.2.3. Propiedades del Kriging y Co-kriging.....	14
2.3. Métodos de simulación	15
2.3.1. Propiedades de las simulaciones	15
2.3.2. Co-simulación multi-gaussiana	16
3. Metodología	17
3.1. Estudio exploratorio de datos	18
3.2. Definición de unidades de estimación	18
3.3. Definición de variable Solubilidad	19
3.4. Anamorfosis gaussiana	19
3.5. Análisis variográfico.....	19
3.6. Modelo lineal de correogionalización.....	19
3.7. Co-simulación condicional	20
3.8. Validación y análisis de resultados	20
4. Caso de estudio.....	21
4.1. Estudio exploratorio de datos	21
4.1.1. Descripción de los datos	21

4.1.2.	Despliegue espacial de datos	23
4.2.	Definición de unidades de estimación	27
4.2.1.	Definición de variable Razón de Solubilidad (Sol)	27
4.2.2.	Unidades de estimación	28
4.2.3.	Análisis estadístico de unidades de estimación	29
4.2.4.	Desagrupamiento de datos.....	32
4.3.	Anamorfosis gaussiana	34
4.3.1.	Anamorfosis en óxidos*	34
4.3.2.	Validación de hipótesis gaussiana en óxidos*	35
4.3.3.	Anamorfosis en mixtos	36
4.3.4.	Validación de hipótesis gaussiana en mixtos	37
4.4.	Análisis variográfico experimental	39
4.4.1.	Variogramas experimentales en óxidos*	39
4.4.2.	Variogramas experimentales en mixtos.....	43
4.5.	Modelo lineal de correogionalización.....	46
4.5.1.	Unidad de estimación de óxidos*	46
4.5.2.	Unidad de estimación de mixtos.....	48
4.6.	Co-simulación condicional	49
4.6.1.	Modelo de bloques	49
4.6.2.	Vecindad de búsqueda móvil.....	50
4.7.	Validación cruzada	51
4.7.1.	Validación cruzada en óxidos*.....	51
4.7.2.	Validación cruzada en mixtos.....	53
4.8.	Resultados de la co-simulación.....	54
4.9.	Análisis de resultados de co-simulación	59
4.9.1.	Medias condicionales de leyes	67
4.9.2.	Histogramas de leyes	70
4.9.3.	Gráficos de caja	72
4.9.4.	Destinos para los bloques	73
5.	Conclusiones	80
	Bibliografía.....	82
	Anexo	83
A.1	Resultados de la co-simulación.....	83
A.1.1	Vistas isométricas de leyes de CuT y CuS	83
A.2	Análisis de resultados	84
A.2.1	Histogramas unidad de mixtos	84

1. Introducción

Los proyectos mineros se han visto muy afectados por las bajas leyes de los yacimientos. Chile en particular, ha vivido esta dificultad en los últimos años con el cobre a medida que se agotan sus yacimientos. Las caídas de precio del commodity, hacen que las decisiones de llevar a cabo un negocio minero tengan que ser tomadas con mucho criterio y con la mayor cantidad de información posible. Esta información es cada vez más complicada de obtener, debido a que los nuevos depósitos o las expansiones de las operaciones existentes, por lo general, se encuentran a mayores profundidades o ubicados en zonas de difícil acceso. Además, en el caso del cobre, los yacimientos pueden presentar diferentes mineralizaciones. Existen dos grupos principales: minerales oxidados y sulfurados, debido a las diferencias mineralógicas que tienen estos tipos de mineralización, deben ser tratados de formas diferentes para obtener una recuperación óptima.

Para llegar a la decisión de explotar un yacimiento, es necesario (además de otros factores igual de importantes) conocer con el mayor detalle la cantidad y calidad del mineral depositado. Dentro de las ramas de la minería existe la evaluación de yacimientos, cuyo propósito fundamental es entregar un modelo del yacimiento con la mayor cantidad de información de leyes, tipos de rocas, mineralizaciones, entre otros. Además de tener esta información, es necesario conocer la incertidumbre de la misma, para ello se tienen diferentes técnicas de simulación de variables, cuyos resultados son diferentes posibles escenarios de cómo se distribuyen las variables estudiadas.

Todo esto, hace imprescindible realizar una correcta evaluación de recursos, que permita entregar escenarios con la variabilidad de las leyes lo más fidedignos en relación a la realidad del depósito. En particular, la variabilidad de los modelos obtenidos de la evaluación de recursos aparece como una medida muy importante para cuantificar la incertidumbre asociada, ya que relaciona el negocio con su riesgo económico.

El tema principal de este trabajo es co-simular leyes de cobre total y cobre soluble, para lo cual se utilizan muestras de sondajes de exploración de un yacimiento tipo pórfido cuprífero. La dificultad de esta co-simulación es que las variables de cobre total y soluble tienen una relación geoquímica que debe cumplirse siempre (cobre total es siempre mayor o igual al cobre soluble). Para lograr esto se debe hacer un cambio de variable. Las co-simulaciones se realizan sobre una grilla entregada previamente con dos unidades de estimación bien definidas.

1.1. Motivación del trabajo

La rentabilidad de un proyecto minero está profundamente relacionada con la cantidad de metal recuperable por el proceso de la planta de concentración. En el caso del cobre, este tiene dos principales destinos de procesamiento: la flotación y la lixiviación. Para que el destino sea el correcto es necesario conocer la cantidad de cobre que es recuperable por cada proceso, esto quiere decir, que la recuperación óptima para el caso del cobre soluble (CuS) se da en el proceso de lixiviación. No obstante, la cantidad de cobre soluble dentro de un bloque respecto del cobre total (CuT), determinará si es mejor opción enviarlo a las pilas de lixiviación o a la ruta de flotación.

Si bien el destino del mineral extraído se decide al momento de hacer los análisis de pozos en el corto plazo, es importante tener un modelo de largo plazo con un nivel de incertidumbre bajo, en el cual se indica cuáles serán los bloques que deberán ser enviados a cada destino de procesamiento. La razón principal de que la metodología empleada en este trabajo se realiza para el largo plazo, es el tiempo que requiere hacer las simulaciones y su posterior análisis. Tiempo que la faena no entrega en el corto plazo, ya que los tiempos entre el muestreo en pozos y la determinación del destino son muy acotados.

Este nivel de conocimiento no es directo de obtener de las estimaciones por kriging, ya que los resultados son modelos de bloque suavizados, que no representan la variabilidad real de las leyes. Sumado a lo anterior, las leyes de cobre total y cobre soluble deben cumplir la siguiente restricción geoquímica:

$$CuT \geq CuS$$

Esto conlleva la sutileza de agregar una nueva variable denominada razón de solubilidad (Sol), que se define como la razón entre el cobre soluble y el cobre total, la cual será simulada junto al CuT:

$$Sol = \frac{CuS}{CuT} \leq 1$$

Finalmente, se pretende realizar una co-simulación de leyes de cobre total y cobre soluble, para obtener diferentes escenarios de modelos de bloques con sus respectivas leyes. Esto permite tener una medida de la incertidumbre asociada a las leyes de cada bloque y a las probabilidades de enviar un bloque a un destino determinado. Para esto se utiliza un criterio en base a sus leyes de cobre y razón de solubilidad.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo General

El objetivo general de este trabajo consiste en aplicar un método de co-simulación de dos variables que se relacionan por una desigualdad geoquímica. Esta co-simulación se hace a partir de datos reales de un yacimiento con muestreo de cobre total y cobre soluble y, con información de la mineralización y litologías presente en las muestras.

1.2.2. Objetivos específicos

1. Realizar un análisis exploratorio de datos utilizando el software ANDES para evaluación de recursos desarrollado en el laboratorio ALGES de la Universidad de Chile.
2. Aplicar métodos geoestadísticos de análisis variográfico, modelamiento de variogramas, co-simulación gaussiana multivariable y análisis de resultados.
3. Entregar un modelo de bloques con sus respectivos escenarios de leyes de cobre total y soluble, y las probabilidades de enviar cada bloque a diferentes destinos en base a las leyes de cada variable.

1.3. Alcances

La aplicación del método de co-simulación de las leyes de cobre total y cobre soluble, se realiza sobre una base de datos reales modificados por un factor constante por temas de confidencialidad.

En este trabajo de memoria, la etapa de análisis exploratorio y parte del análisis variográfico se realiza utilizando el software ANDES de evaluación de recursos desarrollado por el laboratorio ALGES de la Universidad de Chile.

Las muestras utilizadas tienen los datos de leyes de cobre total, leyes de cobre soluble y, la información de tipo de mineralización y litología a la que pertenece.

Finalmente, se asume por simplicidad en el análisis de resultados, que el cobre soluble es el cobre recuperable por el método de lixiviación. Se asigna una ley de corte de razón de solubilidad para enviar cada bloque a lixiviación o flotación.

2. Antecedentes

2.1. Conceptos básicos de geoestadística

2.1.1. Variable Regionalizada

La geoestadística se define como el estudio de fenómenos regionalizados, es decir, que se extienden en el espacio y presentan cierta continuidad. Se entiende por “espacio”, el espacio geográfico generalmente, pero también se podrá tratar del eje temporal o de espacios más abstractos [8]. Para poder trabajar sobre el fenómeno regionalizado se utilizan funciones numéricas llamadas variables regionalizadas, las cuales miden propiedades o atributos relacionados con el fenómeno, como por ejemplo: la porosidad y permeabilidad en un medio poroso, la ley de cierto metal, conductividad, densidad, entre muchos otros.

Se considera que las variables regionalizadas son realizaciones de funciones aleatorias, las cuales se suponen (generalmente) que son estacionarias dentro de un dominio de estimación/simulación, es decir, sus distribuciones de probabilidad no varían al desplazarse por el espacio.

Para el caso multivariable se consideran corre regionalizaciones para representar a un conjunto de variables regionalizadas pertenecientes a un mismo campo en el espacio.

2.1.2. Función Aleatoria

Una función aleatoria se define como el conjunto de variables aleatorias asociadas a los puntos del dominio $Z(x)$, donde x es un punto geográfico asociado a un dominio $D \in \mathbb{R}^3$. En la literatura, una función aleatoria también se denomina proceso estocástico cuando x varía en un espacio de una dimensión ($1D$), y se denomina campo aleatorio cuando x varía en un espacio de más de una dimensión [1]

Es importante destacar que los datos que se tienen en la realidad corresponden a una sola realización de esta función aleatoria y a un dominio acotado en el espacio, por lo tanto, será necesario utilizar algunas hipótesis:

- Estacionaridad: implica que la distribución espacial no varía por traslación en el espacio, lo que elimina una posible heterogeneidad de la variable regionalizada y le atribuye una cierta homogeneidad dentro del espacio de estudio.

- Ergodicidad: las esperanzas matemáticas pueden aproximarse mediante la media muestral o promedio en el espacio.

Estas simplificaciones promueven el hecho de interpretar a la distribución espacial mediante sus parámetros más importantes o primeros momentos como la esperanza y la varianza (los cuales miden posición y dispersión respectivamente); y, la covarianza y variograma (los cuales miden el grado de similitud entre los datos en función de su separación).

2.1.3. Variogramas Directos y Cruzados

El variograma permite modelar la continuidad espacial o la dependencia espacial de las variables regionalizadas. Para el caso de una variable se utiliza el variograma directo, mientras que para ver la interacción entre dos variables en el espacio es necesario el variograma cruzado.

El variograma es un ejemplo de momento de orden dos, junto con la covarianza y el correlograma, los cuales están definidos con la ayuda de dos sitios.

2.1.3.1. Variograma Directo

Considerando el caso de una cierta variable regionalizada cuyo valor es el resultado de la realización de una función aleatoria Z_i estacionaria, el variograma se define como:

$$\gamma_i = \frac{1}{2} \text{var}\{Z_i(x+h) - Z_i(x)\} \quad (2.1)$$

$$\gamma_i = \frac{1}{2} E\{[Z_i(x+h) - Z_i(x)]^2\} \quad (2.2)$$

Donde:

E : Esperanza matemática.

Z_i : Función aleatoria que representa la variable regionalizada.

x : Posición en el espacio.

h : Vector de separación.

Para realizar el cálculo experimental del variograma, se reemplaza la esperanza teórica de la fórmula por la media experimental de los datos en los sitios conocidos. A continuación, se presenta un variograma experimental calculado para una variable en dos direcciones del espacio (Norte 60° Este y Norte 30° Oeste):

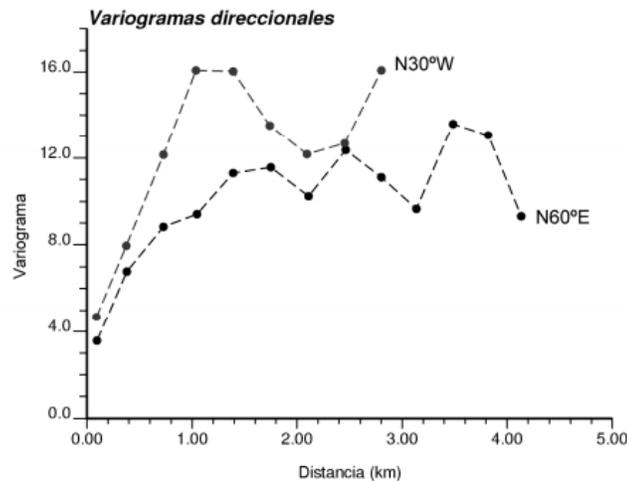


Ilustración 1: Variograma experimental directo en dos direcciones.

2.1.3.2. Variograma Cruzado

Al igual que para el caso univariable existe el variograma que analiza la continuidad espacial de más de una variable. Se supondrá que las funciones aleatorias asociadas son conjuntamente estacionarias, de modo que el variograma será función del vector de separación entre datos y no de su posición absoluta [8]. El variograma cruzado entre dos funciones aleatorias Z_i y Z_j para un vector de separación h se define como:

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{2} cov\{Z_i(x+h) - Z_i(x), Z_j(x-h) - Z_j(x)\} \quad (2.3)$$

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{2} E\{[Z_i(x+h) - Z_i(x)][Z_j(x-h) - Z_j(x)]\} \quad (2.4)$$

Se puede observar de las fórmulas anteriores que en el caso que $i = j$ se recupera el variograma directo. A continuación, se presenta un variograma cruzado para dos variables (concentración de cobalto y níquel) en dos direcciones (Norte 30° Oeste y Norte 60° Este):

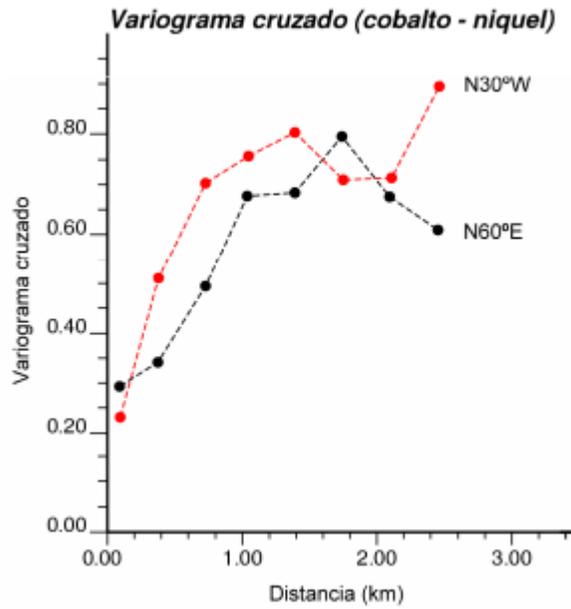


Ilustración 2: Variograma experimental cruzado en dos direcciones.

De acuerdo a la fórmula del variograma directo o cruzado, la cantidad de datos que se encuentran a una distancia de separación exactamente igual a h serían muy escasos (inclusive nulos para muchos valores de h). Para solucionar este inconveniente de cálculo del variograma experimental y poder darle robustez a su resultado, se introducen algunas tolerancias de cálculo sobre las distancias y direcciones (las tolerancias pueden ser consideradas tanto en 2D como en 3D). A continuación, se presentan algunas tolerancias en 2 dimensiones [8]:

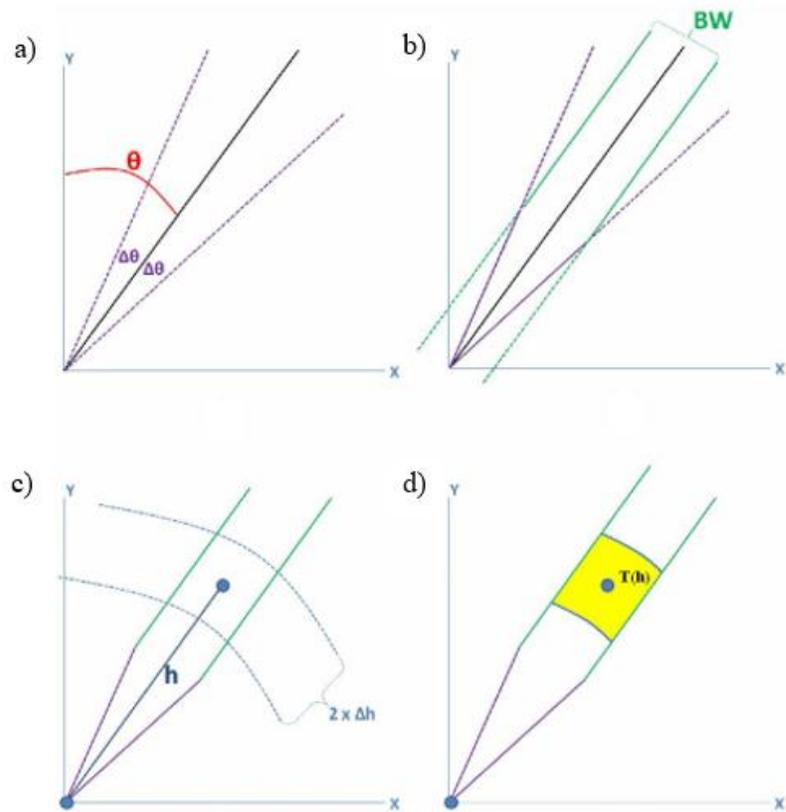


Ilustración 3: a) tolerancia angular en torno a la dirección de azimut θ , b) tolerancia según ancho de banda, c) tolerancia según la distancia y d) el área final donde se consideran los datos.

Donde:

- h = vector de separación.
- θ = azimut (medido en el sentido del reloj desde la dirección norte).
- Δt = tolerancia en la distancia.
- $\Delta \theta$ = tolerancia en el azimut.
- BW = ancho de banda (band width).
- $T(h)$ = región de tolerancia asociada al vector h .

Existe un caso especial de tolerancias que cabe destacar:

- Omnidireccional: en este caso la tolerancia al azimut es de 90° y el ancho de banda es infinito (muy grande en la práctica). Por lo tanto, el variograma experimental solo depende de la norma del vector h y de su tolerancia, no de la dirección.

Para el caso de tres dimensiones el variograma experimental debe introducir dos nuevas tolerancias, estas son análogas al azimut y ancho de banda, pero en el plano perpendicular al que forman estos últimos. Estas nuevas holguras corresponden a la tolerancia a la inclinación (dip, el cual se considera positivo desde el plano horizontal hacia arriba) y el alto de banda (band height) que es análogo al ancho de banda presentado en dos dimensiones. A continuación, se presenta una ilustración que muestra la zona de intersección de dos prismas, que indica la zona de tolerancia:

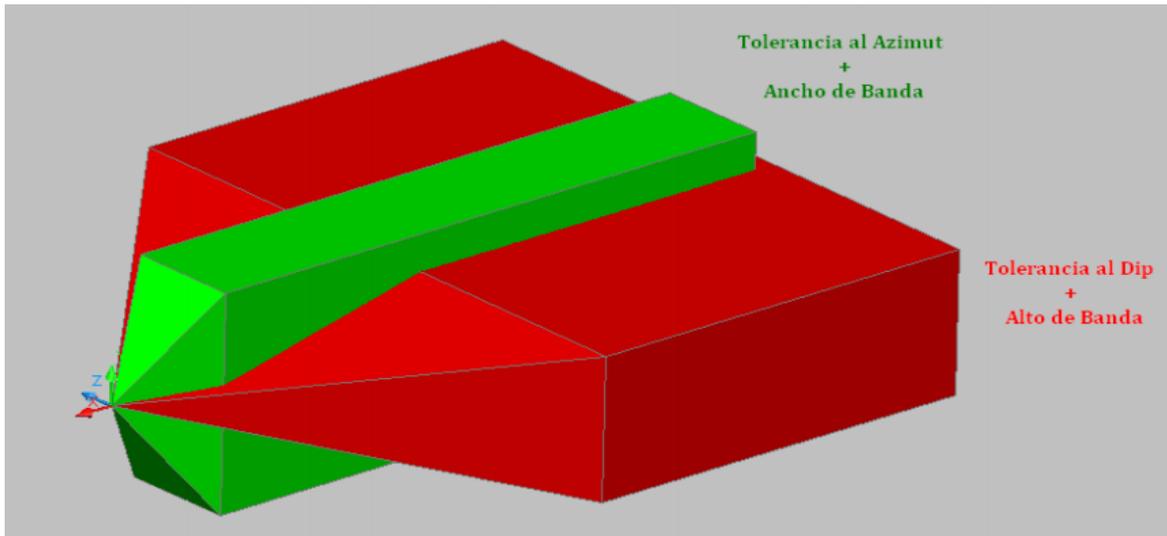


Ilustración 4: Zonas de búsqueda por parámetros de tolerancia en 3D (superpuestas).

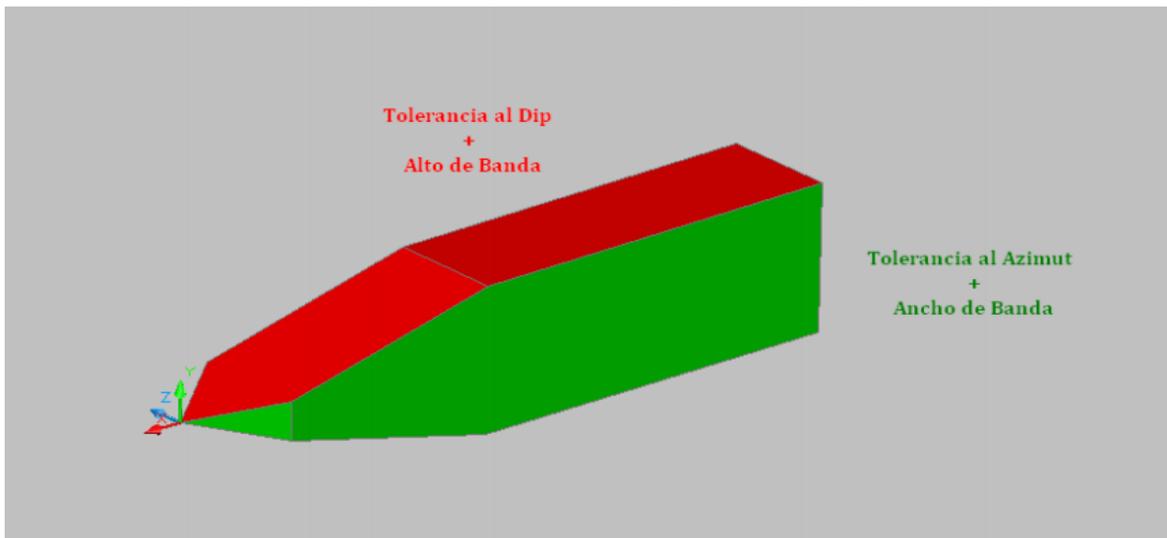


Ilustración 5: Prisma de tolerancia, intersección de zonas de búsqueda solapadas de la Ilustración 4.

2.1.4. Modelos de Correogionalización

Para llevar el concepto de modelo anidado al caso multivariable, se utiliza el modelo lineal de correogionalización. Para esto, se supone que los variogramas directos y cruzados son combinaciones de un mismo conjunto de modelos de base:

$$\forall i, j \in [1, N], \gamma_{ij}(h) = \sum_{u=1}^S b_{ij}^u g_u(h) \quad (2.5)$$

Para el caso de dos variables ($N=2$) y S estructuras anidadas, la sumatoria se desarrolla como se muestra a continuación:

$$\gamma_{11}(h) = b_{11}^1 g_1(h) + b_{11}^2 g_2(h) + \dots + b_{11}^S g_S(h)$$

$$\gamma_{22}(h) = b_{22}^1 g_1(h) + b_{22}^2 g_2(h) + \dots + b_{22}^S g_S(h)$$

$$\gamma_{12}(h) = b_{12}^1 g_1(h) + b_{12}^2 g_2(h) + \dots + b_{12}^S g_S(h)$$

O sea, matricialmente:

$$\Gamma(h) = \sum_{u=1}^S B_u g_u(h) \quad (2.6)$$

Donde:

$\Gamma(h) = [\gamma_{ij}(h)]_{i,j=1\dots N}$ es la matriz de los variogramas directos y cruzados.

S = es el número de estructuras anidadas.

$g_u(h)$ es el modelo básico de variograma.

$B_u = [b_{ij}^u]_{i,j=1\dots N}$ se llama matriz de correogionalización.

Para la elaboración del modelo se deben considerar tres aspectos:

- La forma del variograma experimental: esta determina el número y tipos de modelos anidados a utilizar para el ajuste.
- Parámetros de ajuste: alcances y mesetas que mejor ajustan los modelos.

- Verificación del carácter semi-definido positivo de las matrices de coeficientes: cada una de las matrices de coeficientes debe ser simétrica de tipo positivo (todos los valores propios de B_u deben ser positivos o nulos).

Es importante verificar que no existan estructuras redundantes o innecesarias, que hagan del modelo algo más complejo de lo necesario. Por el contrario, si el modelo no es suficientemente representativo o concluyente, se busca agregar estructuras que puedan ayudar a hacerlo más representativo. En la práctica, existen métodos semiautomáticos de ajustes como los presentados por Goulard y Voltz [10].

2.1.5. Tipos de muestreo

Los tipos de muestreo se pueden dividir en dos categorías: base homotópica y base heterotópica. La base homotópica (también conocida como isotópica), indica que el muestreo de las variables es compartido, en otras palabras, los valores de la variable primaria y secundaria son muestreados en los mismos sitios. Por otra parte, se da mucho en la industria que ciertos sitios poseen información solo de una variable, esto se conoce como el muestreo parcialmente heterotópico, donde una variable está sub-muestreada respecto a la otra. Finalmente existe un muestreo que no tiene datos conocidos en los mismos sitios, por lo que están totalmente disjuntos. Esta base es conocida como el muestreo totalmente heterotópico. A continuación se muestra una ilustración que explica las bases de muestreo:

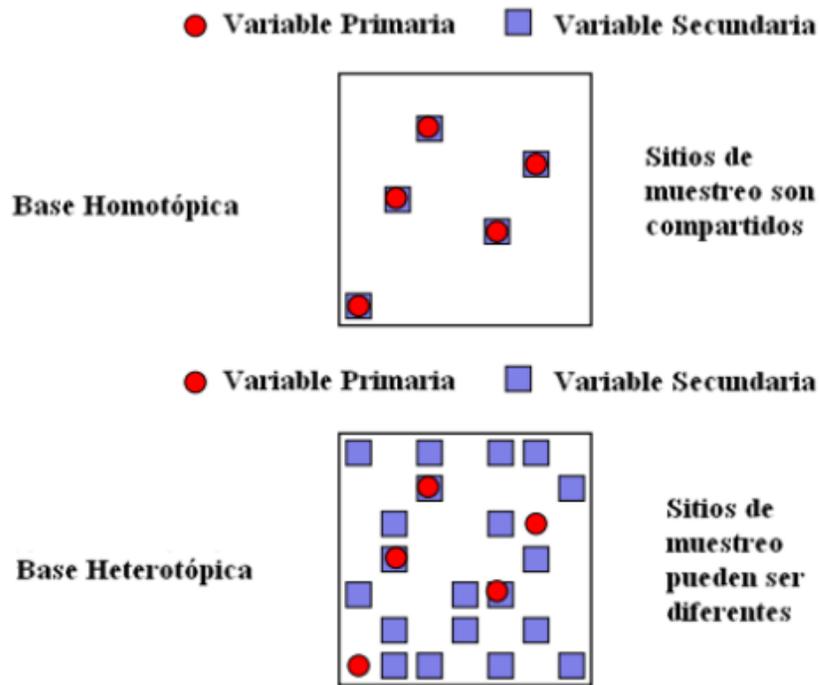


Ilustración 6: Bases de muestreo Homotópico y Heterotópico.

2.1.6. Desagrupamiento de datos

El desagrupamiento de los datos, es un procedimiento que se realiza para obtener estadísticas representativas de los datos reales. Básicamente aborda el problema de las mallas de muestreo irregulares, ya que tienden a distorsionar las estadísticas, y por ende, la información de las muestras.

Existen métodos de desagrupamiento dentro de la geoestadística que entregan ponderadores a cada muestra de acuerdo a la cantidad de información que aporta a la base de datos, así una muestra en un lugar del espacio más muestreado, tendrá una ponderación menor que una muestra aislada del resto.

2.1.6.1. Método de las celdas

En este método se utilizan celdas de igual tamaño para dividir el espacio donde se encuentran las muestras, cada celda tiene un ponderador equivalente para cada muestra que se encuentre dentro de ella. De acuerdo a la cantidad de muestras dentro de cada celda, el ponderador será menor (muchas muestras) o mayor (pocas muestras). Por lo tanto, las estadísticas serán más representativas de la realidad y se eliminará el sesgo de estas.

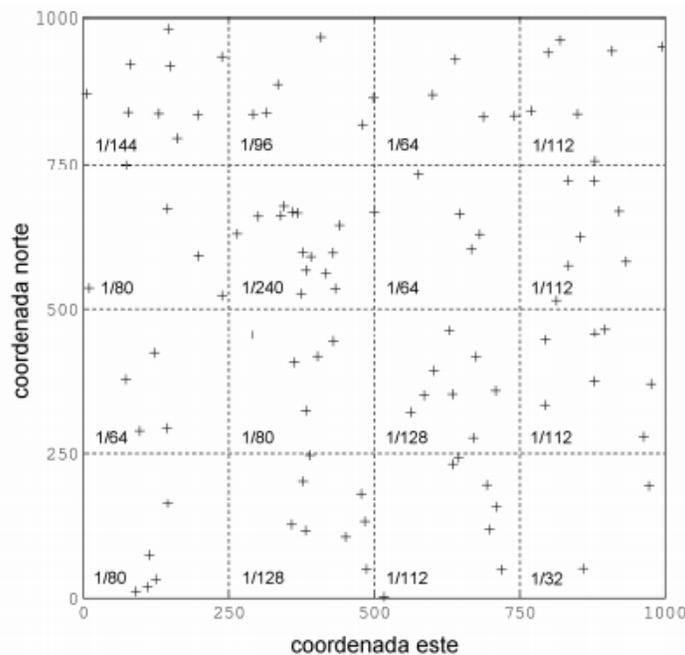


Ilustración 7: Ubicación de los datos y ponderación por el método de las celdas.

En el ejemplo presentado en la Ilustración 7 se tiene un ponderador de $1/16$ para cada celda, el cual es modificado de acuerdo a la cantidad de datos presentes en cada celda.

2.2. Métodos de estimación

2.2.1. Kriging

El kriging corresponde al método geoestadístico más comúnmente utilizado para la estimación de valores de una variable regionalizada en sitios donde no hay información muestreada. Para poder estimar el valor de una variable regionalizada, esta última se interpreta como la realización de una función aleatoria, descrita por su valor esperado y su variograma. Luego, se estima el valor de un sitio, utilizando los valores de los sitios vecinos mediante una combinación lineal de estos datos. Los ponderadores del estimador lineal, se determinan utilizando el variograma para evitar el sesgo y minimizar el error cuadrático promedio de la estimación.

Las principales variantes del kriging son las siguientes:

- Kriging Simple: se utiliza cuando la media de la función aleatoria es conocida y representativa del todo el espacio.
- Kriging Ordinario: se utiliza cuando la media de la función aleatoria es desconocida. Este kriging es útil para estimar una variable que tiene una media que varía al desplazarse en el espacio.

2.2.2. Co-kriging

El co-kriging es la versión multivariable del kriging, donde se busca estimar el valor de la variable tomando en cuenta los valores vecinos conocidos de esta variable y de otras variables correlacionadas. Para utilizar el co-kriging es necesario tener los variogramas directos de cada variable y los variogramas cruzados entre variables, los cuales describen la estructura de correlación espacial conjunta de todas las variables.

2.2.3. Propiedades del Kriging y Co-kriging

Los estimadores de kriging y co-kriging tienen varias propiedades, entre las que se destacan:

1. Interpolación exacta: en el caso de las estimaciones puntuales, el valor estimado en un punto con dato restituye el valor medido.
2. Aditividad: la estimación del valor promedio de un bloque se identifica con el promedio de las estimaciones puntuales dentro del bloque (esta propiedad se extiende a toda operación lineal). Debido a lo anterior, requiere que la variable sea aditiva.
3. Suavizamiento: los valores estimados presentan una variabilidad menor que los valores reales, es decir, presentan menos fluctuaciones. Esto conlleva a una subestimación en la zona de valores altos y una sobrestimación en la zona de valores bajos.

2.3. Métodos de simulación

Una simulación consiste en construir una variable regionalizada que “se parece” a aquella que se estudia, es decir que reproduce su continuidad espacial y puede (si es condicional) reproducir los valores medidos en los sitios con datos [7]. Estos métodos de simulación se basan en el modelamiento de la(s) función(es) aleatoria(s) que representan la(s) variable(s) de interés, donde el modelo multi-gaussiano es el más utilizado para las leyes de minerales [2][1][9].

Las simulaciones pueden separarse en dos casos particulares: los que consideran los valores de los datos en los sitios medidos, y los que no los consideran:

- Simulación no condicional: esta simulación busca reproducir una función aleatoria con la misma distribución espacial que la original, pero no reproduce los valores en los sitios con datos medidos.
- Simulación condicional: esta simulación (a diferencia de la anterior) busca además reproducir los valores de los sitios con datos medidos, lo que entrega un escenario más fiel a la realidad. Por esta razón, no existe incertidumbre en los sitios con datos.

2.3.1. Propiedades de las simulaciones

La simulación tendrá las siguientes propiedades:

- Interpolación exacta: solo cuando se utiliza la simulación condicional.
- Insesgo: la variable regionalizada, más generalmente, una función de esta variable puede ser estimada sin sesgo (es decir, con un error de esperanza nula) por la misma función aplicada a los valores simulados.

- No suaviza: la dispersión de los valores simulados es la misma que la dispersión de los valores verdaderos.
- No es precisa: el error entre el valor real y el valor simulado no tiene una varianza mínima.

2.3.2. Co-simulación multi-gaussiana

La co-simulación multi-gaussiana se realiza mediante los siguientes pasos:

- 1) Anamorfosis Gaussiana de los datos iniciales.
- 2) Test de adecuación de la hipótesis multigaussiana: para lograr una correcta validación del modelo multi-gaussiano, se requieren realizar tests pertinentes. Dentro de estos tests se encuentran el análisis y comparación entre variograma y madograma, test de nubes de correlación diferidas y variograma de indicadores [1][3][9].
- 3) Análisis variográfico conjunto de las variables gaussianas: se establecen las posibles anisotropías presentes y sus direcciones, luego se calculan los variogramas experimentales correspondientes a cada dirección, para posteriormente ser modelados de acuerdo al modelo lineal de correogionalización. Este modelo implica algunas restricciones en cuanto a los parámetros de los variogramas de las variables gaussianas.
- 4) Co-simulación de las variables gaussianas: se define el algoritmo que generará las realizaciones condicionadas a los datos disponibles. Dentro de los algoritmos utilizados mayormente se encuentran el método secuencial gaussiano, el método de bandas rotantes y el método de descomposición matricial, entre otros. También se define la grilla sobre la cual se realizaran las simulaciones [1][2].
- 5) Transformación inversa: se realiza la transformación de los datos gaussianos a datos originales mediante la anamorfosis inversa. Cabe destacar que los datos originales deben estar desagrupados.

3. Metodología

En esta sección se muestran los pasos a seguir para llegar a la co-simulación de cobre total y soluble desde los datos iniciales. A continuación se presenta un resumen de las etapas que componen la metodología aplicada:

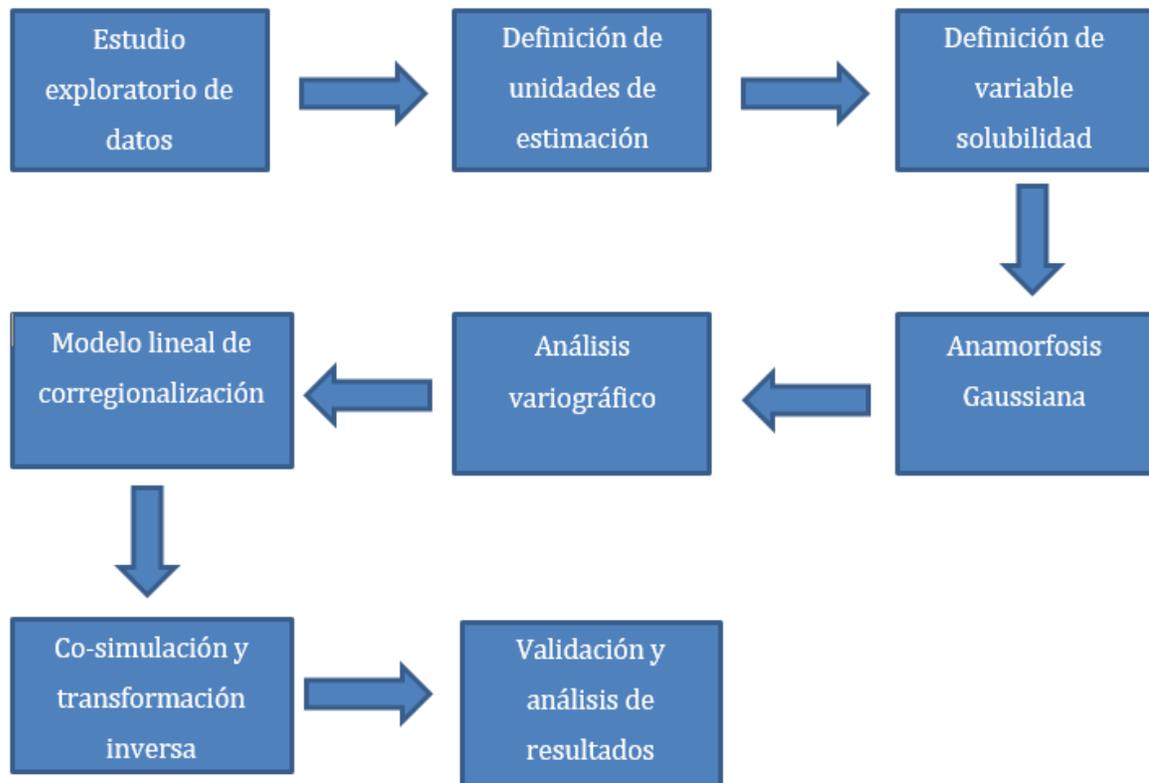


Ilustración 8: Metodología utilizada en co-simulación de leyes de cobre total y soluble.

3.1. Estudio exploratorio de datos

Lo primero que se realiza es un estudio exploratorio de los datos, para lo cual se visualizan las muestras espacialmente, lo que permite tener una idea de las dimensiones del dominio y poder observar la distribución espacial de las leyes de cobre total y cobre soluble.

Luego de la visualización espacial de las muestras, se buscan datos erróneos que pueden eliminarse de la base de datos, por ejemplo: valores de ley negativos, datos duplicados, muestras con cobre soluble mayor a cobre total (datos aberrantes) y posibles valores outliers. Una vez que se hace esta limpieza en las muestras, se calculan las estadísticas básicas de los datos para cobre total y cobre soluble. Junto a estas estadísticas se realizan histogramas, gráficos de dispersión y gráficos de probabilidad acumulada para las leyes de CuT y CuS.

Además, en base a la información geológica entregada junto a las muestras, se despliegan espacialmente los datos diferenciados por mineralización y, junto con ello, se separan las estadísticas por óxidos y sulfuros.

3.2. Definición de unidades de estimación

Una vez que los datos están sin anomalías que puedan entregar resultados irreales, se definen las unidades donde se hará la co-simulación. Las unidades se eligen de acuerdo a: la mineralización y litologías presentes en las muestras, la distribución espacial y las distribuciones de leyes de cobre dentro de estos grupos. Cabe mencionar que la primera separación de unidades se realiza en sulfuros y óxidos. Esto se hizo en base a la información geológica entregada y a la clara distribución espacial de las muestras (óxidos superficiales y sulfuros más profundos). La definición final de unidades de estimación se realizó sobre los óxidos, ya que fue la unidad sobre la cual se trabajó, la unidad de sulfuros no se utilizó para la simulación.

De acuerdo a la distribución de leyes de cobre total que presentaron los óxidos, se pudo notar la presencia de diferentes poblaciones. Se realizó un análisis de las litologías presentes, primero la distribución de las leyes de cobre total separado por litologías y luego, la distribución espacial de estas. De este análisis se llega a la conclusión de separar los óxidos en dos unidades de estimación, estas se definen como Óxidos* y Mixtos.

Con las unidades de estimación establecidas, se desagrupan los datos donde la malla de muestreo es irregular y se vuelven a calcular sus estadísticas básicas.

3.3. Definición de variable Solubilidad

Para lograr realizar una correcta co-simulación de cobre total y cobre soluble, en particular, respetando la desigualdad geoquímica $CuT \geq CuS$, es necesario crear una nueva variable denominada razón de solubilidad, la cual está definida como:

$$Sol = \frac{CuS}{CuT} \quad (3.1)$$

La co-simulación se realiza sobre esta nueva variable y el CuT, así una vez obtenido los resultados de la simulación se utiliza la relación entre CuT y Sol para obtener los valores simulados de CuS.

3.4. Anamorfosis gaussiana

Como condición necesaria para utilizar el algoritmo de simulación de bandas rotantes, se transforman las variables a simular en variables normales, es decir, con una distribución gaussiana estándar (media 0 y varianza 1). Para realizar esta transformación se utiliza el programa *nscore.exe* de la librería GSLIB [2], y como resultado se obtienen las nuevas variables NCuT y NSol.

3.5. Análisis variográfico

El estudio variográfico multivariable se realiza en cada unidad de estimación con la finalidad de obtener un modelo lineal de correogionalización que represente la variabilidad de los valores de cada variable a simular. Se utilizan cuatro direcciones en la horizontal y una en la vertical para detectar posibles anisotropías en las direcciones horizontales o verticales.

3.6. Modelo lineal de correogionalización

El modelo lineal de correogionalización se utiliza para las dos variables gaussianas en estudio (NCuT y NSol). El modelo se obtiene ajustando los variogramas modelados a los obtenidos de manera experimental, tanto univariados como para el caso cruzado, utilizando el software ANDES (del Laboratorio ALGES de la Universidad de Chile), que permite una visualización más rápida de las estructuras utilizadas, y *vmodel* (que entrega el archivo input para el programa que realiza la co-simulación *tbcosim*), ambos programas de la librería Xlib [5].

3.7. Co-simulación condicional

Una vez que se tiene el modelo lineal de correogionalización, se realiza la co-simulación de las variables gaussianas (NCuT y NSol), utilizando el algoritmo de simulación gaussiana de bandas rotantes [5]. La grilla sobre la cual se simulará las variables, corresponde a un modelo de bloques que abarca las zonas de cada unidad de estimación (Óxidos* y Mixtos).

Con los resultados de la co-simulación, se transforman las variables gaussianas a su valor original (CuT y Sol), utilizando la transformada inversa a la utilizada en el punto 3.4, para poder obtener los valores de cobre soluble mediante la razón de solubilidad.

3.8. Validación y análisis de resultados

Una vez realizada la co-simulación, se validan los parámetros utilizados como: vecindades de búsqueda, número de datos por octante, radios máximos de búsqueda y modelos variográficos, utilizando para ello la validación cruzada. En esta validación cruzada se observó los errores del co-kriging realizado para cada muestra, utilizando el gráfico de ley real vs ley estimada y el gráfico de precisión entregado por el programa *tbcosim* [5], el cual muestra la proporción de datos reales versus los datos simulados.

Luego los resultados de la co-simulación se validan con los datos originales mediante análisis de estadísticas básicas, gráficos de dispersión, visualización de leyes en el espacio y verificación de desigualdades geoquímicas, entre otros.

Finalmente, se analiza el modelo de bloques simulado para obtener un mapa de probabilidad de enviar cada bloque a un destino en particular, de acuerdo a sus leyes de cobre total y razón de solubilidad.

4. Caso de estudio

4.1. Estudio exploratorio de datos

4.1.1. Descripción de los datos

Los datos utilizados para la realización de este trabajo corresponden a muestras de sondajes de exploración, los cuales pertenecen a un depósito tipo pórfido cuprífero. La base de datos posee muestreo de dos variables: cobre total (CuT) y cobre soluble (CuS), además, entrega información del tipo de mineralización presente en cada muestra y su litología.

El número total de muestras es de 27.282, las cuales se encuentran compositadas a 2 metros. Cada muestra viene acompañada de sus coordenadas de ubicación espacial y su correspondiente información de CuT y CuS.

Las muestras también vienen con un código que indica el tipo de mineralización, separados principalmente en Óxidos y Sulfuros. Dentro de cada grupo se encuentran sub grupos de mineralización como se indica en la siguiente tabla:

Tabla 1: Composición de óxidos y sulfuros

Óxidos	Sulfuros
Óxidos verdes	Primario pirítico
Óxidos celestes	Primario calcopirítico
Óxidos negros	Primario bornítico
Zona mixta	

Las estadísticas básicas de las leyes de cada variable se presentan en las siguientes tablas, separadas por óxidos y sulfuros. Cabe mencionar que no se separan los sub-grupos de mineralizaciones en las tablas estadísticas que se presentan a continuación.

Tabla 2: Estadísticas básicas de leyes de cobre total y cobre soluble en óxidos.

Variable	Datos	Media [%]	Min. [%]	Max. [%]	Varianza
CuT	10.820	0,75	0,002	30,7	3,39
CuS	10.407	0,61	0,001	30,7	3,25

Tabla 3: Estadísticas básicas de leyes de cobre total y cobre soluble en sulfuros.

Variable	Datos	Media [%]	Min. [%]	Max. [%]	Varianza
CuT	16.462	0,19	0,001	9,59	0,04
CuS	5.431	0,02	0,001	1,25	0,00

Lo primero que se puede notar de las estadísticas básicas de las variables, son los altos valores de leyes máximas y varianza en la mineralización de óxidos. Como existen cuatro sub grupos de mineralización dentro de estos, esta variabilidad se puede deber a ello, tomando en cuenta la presencia de tres tipos de óxidos y de mixtos. Los valores máximos podrían indicar la presencia de valores outliers, sin embargo, al analizar los datos se puede corroborar que estos datos con leyes muy altas no se encuentran aislados, ya que las leyes mayores que escapan al resto se encuentran distribuidas en el mismo lugar del espacio. Además, existen minerales de cobre que presentan porcentajes de leyes de cobre altos, mayores a 30%, por lo que es posible encontrar muestras con una ley de tal magnitud. En virtud de lo explicado anteriormente, no se consideran como datos aberrantes y se dejan dentro de la base de datos. A continuación, se presentan los histogramas correspondientes a las leyes de cobre total y cobre soluble, juntando los óxidos y sulfuros.

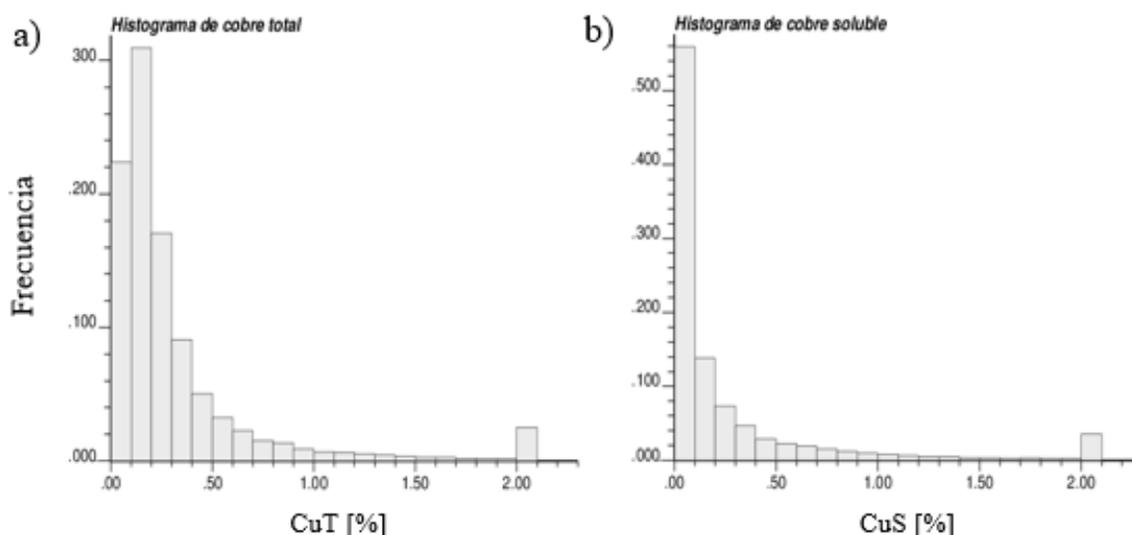


Ilustración 9: Histogramas de leyes de: a) cobre total y b) cobre soluble.

Se puede notar la distribución de leyes log-normal en el cobre total y cobre soluble. Además, se puede ver la relación geoquímica de cobre total y soluble, ya que el cobre soluble presenta menores leyes que el cobre total, respetando la desigualdad indicada en el comienzo del trabajo ($CuT \geq CuS$).

4.1.2. Despliegue espacial de datos

Se hizo un despliegue espacial de los datos con sus diferentes vistas: isométricas, plantas y secciones (Norte-Sur y Este-Oeste); con la finalidad de conocer la distribución espacial de la mineralización y las leyes de cobre, la orientación de los sondajes y su malla de muestreo. La siguiente ilustración muestra las dos mineralizaciones señaladas anteriormente en cuatro vistas diferentes.

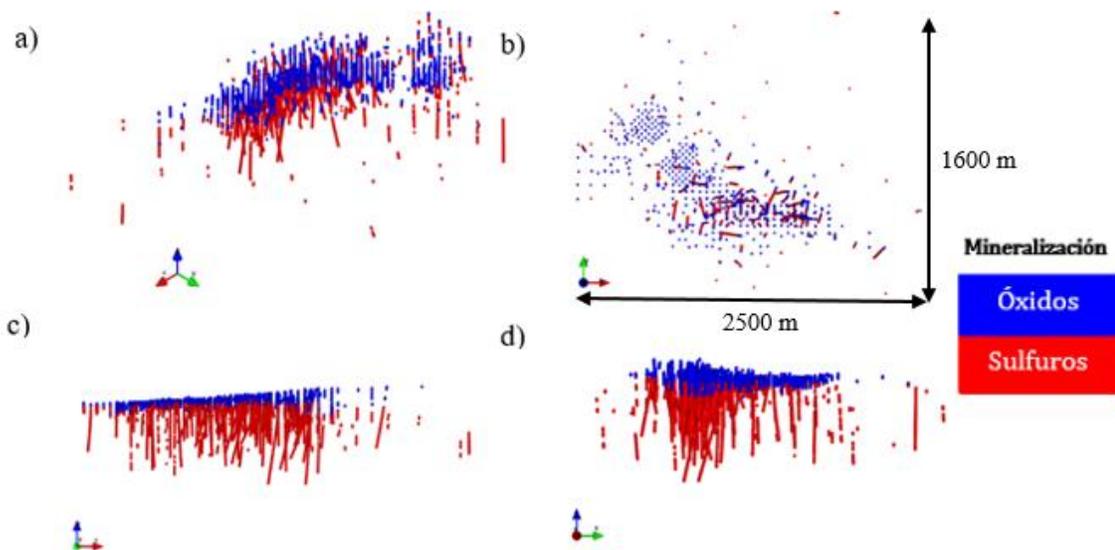


Ilustración 10: Distribución espacial de la mineralización: a) vista isométrica, b) vista en planta, c) sección EW y d) sección NS.

Del despliegue espacial de datos, se pueden diferenciar las zonas mineralizadas por óxidos y sulfuros (los óxidos se encuentran más cercanos a la superficie que los sulfuros). Además, se observan las diferentes mallas de muestreo que se utilizan en algunos sectores del dominio, lo cual tendrá que ser considerado al momento de hacer un desagrupamiento de datos.

En la siguiente ilustración, se presenta la distribución espacial de leyes dentro del dominio global de datos. Análogo a la mineralización, las leyes se muestran en diferentes vistas utilizando el software ANDES. En la Ilustración 11 se puede observar la distribución espacial de las leyes de cobre total y en la Ilustración 12 para el cobre soluble:

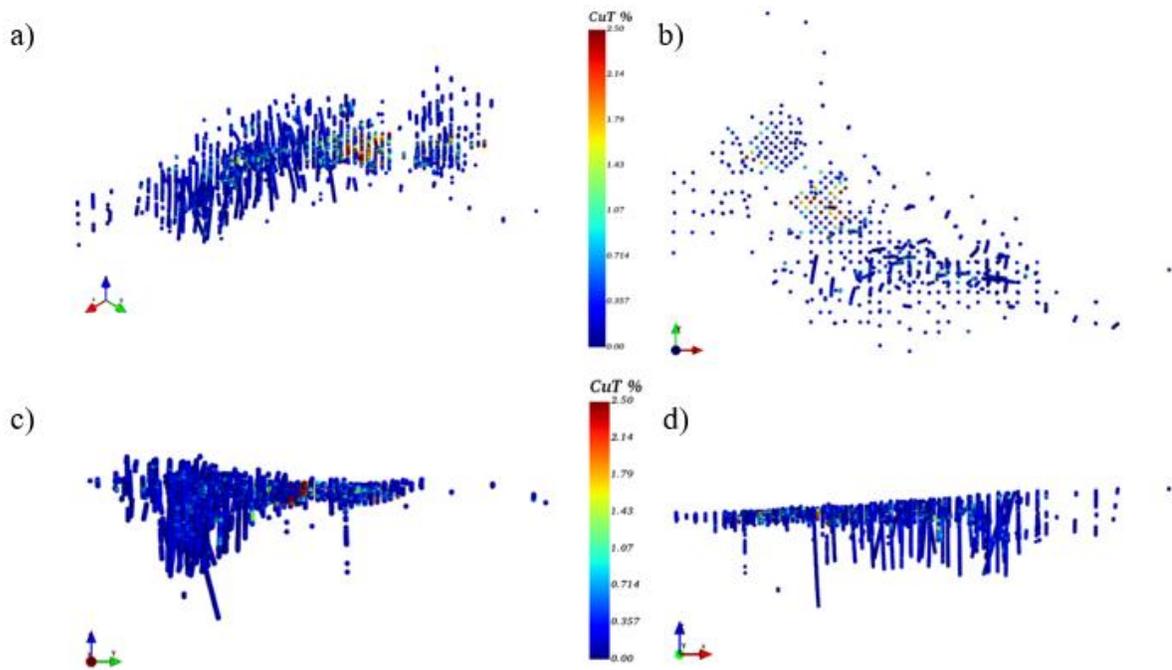


Ilustración 11: Distribución espacial de leyes de CuT: a) vista isométrica, b) vista en planta, c) sección NS y d) sección EW.

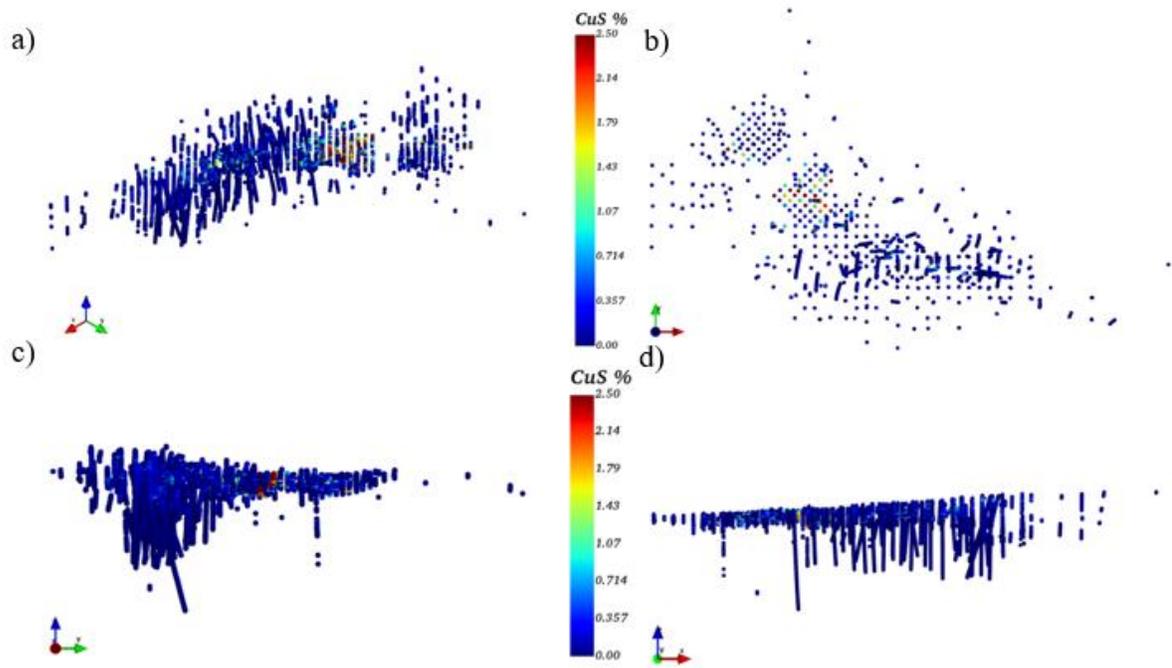


Ilustración 12: Distribución espacial de leyes de CuS: a) vista isométrica, b) vista en planta, c) sección NS y d) sección EW.

En el despliegue de leyes de cobre, se puede notar una gran cantidad de zonas con leyes bajas (inferiores a 0,3%), pero también se observan sectores marcados por las leyes altas. Estas últimas,

se encuentran aproximadamente a la mitad del dominio en la dirección Este, al igual que en la dirección Norte. También es posible distinguir que las leyes altas están en la zona superficial del yacimiento, lo que indica que estas leyes están dentro de la zona de óxidos.

Para verificar esta distribución de leyes, se hizo un gráfico de medias condicionales para las tres direcciones principales (Este-Oeste, Norte-Sur y Cota). En estos gráficos es posible corroborar la presencia de las leyes altas de cobre en la zona superficial del yacimiento (Ilustración 13 (c)), en la mitad de la dirección Norte (Ilustración 13 (b)) y casi a la mitad en la dirección Este (Ilustración 13 (a)).

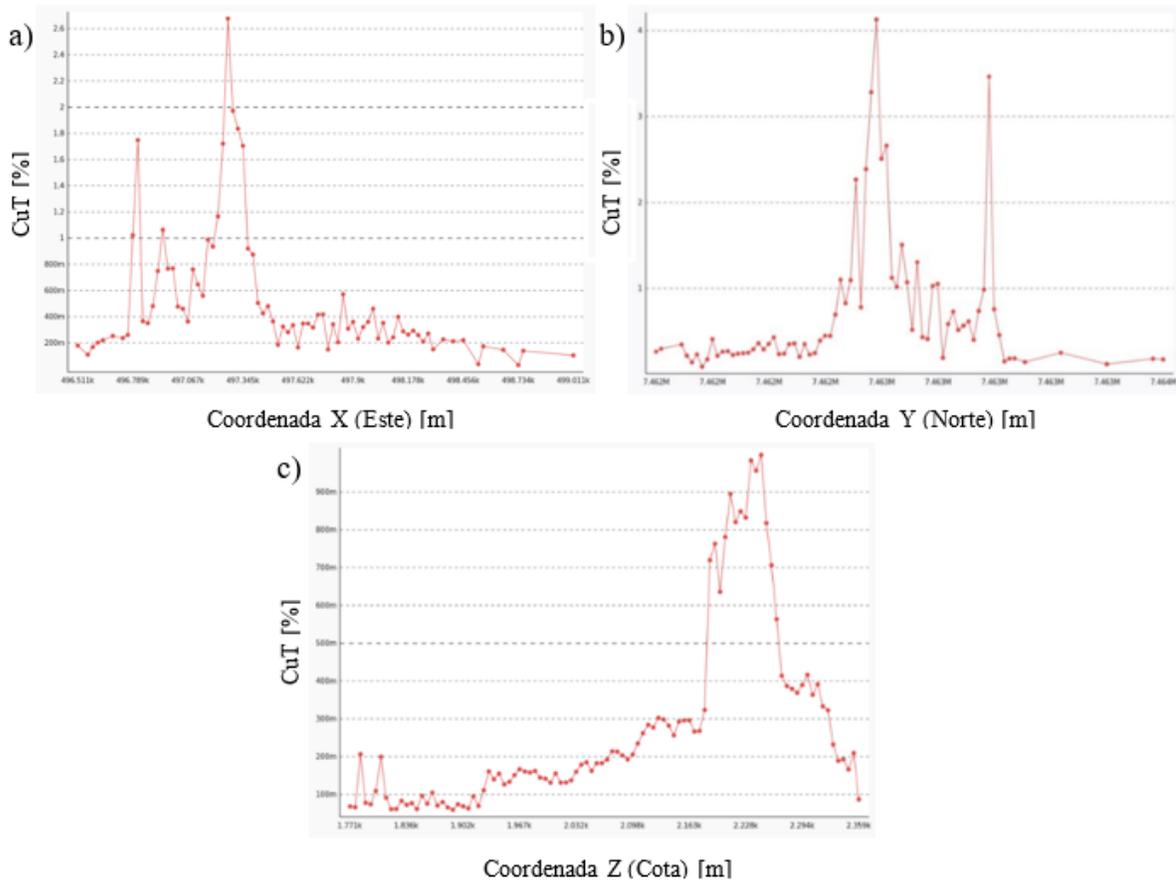


Ilustración 13: Gráficos de medias condicionales de leyes de cobre total en las 3 direcciones principales. a) EW, b) NS y c) Elevación.

Como la finalidad de este proyecto es co-simular cobre total y cobre soluble, la mineralización de interés corresponde a la de óxidos. Los óxidos son los minerales que tienen mejor razón de solubilidad en comparación con los sulfuros, y por ende su destino de procesamiento principal para recuperar el cobre es la lixiviación. En la siguiente ilustración se muestran las medias condicionales de la razón de solubilidad respecto a la cota, donde se observa un aumento en la zona más superficial, la que de acuerdo al despliegue de la mineralización es la zona de óxidos.

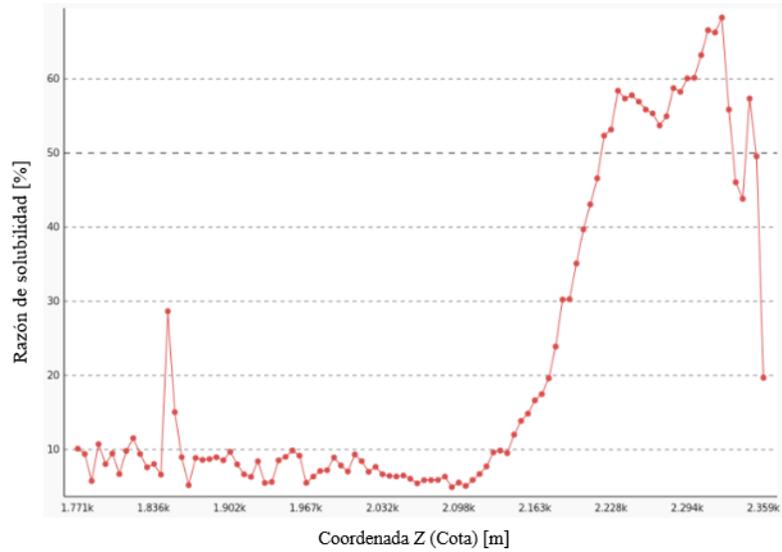


Ilustración 14: Gráfico de medias condicionales de la razón de solubilidad respecto a la cota.

Finalmente, se presenta un gráfico de probabilidad acumulada de las leyes de cobre total separado en óxidos y sulfuros.

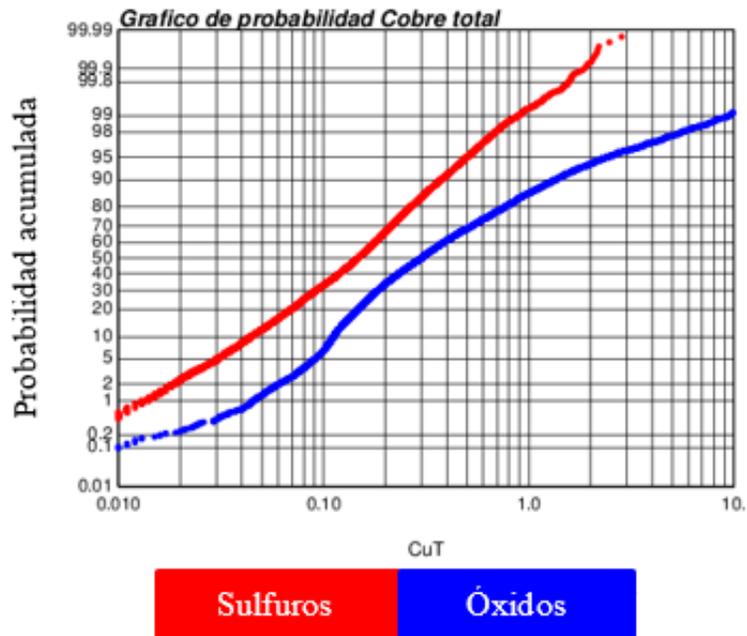


Ilustración 15: Gráfico de probabilidad acumulada de leyes de cobre total en sulfuros y óxidos.

Es claro como los óxidos presentan las leyes de cobre más altas, además, tienen un comportamiento menos homogéneo que los sulfuros (la curva presenta más cambios de pendiente). Esta forma de

la curva puede indicar la presencia de poblaciones diferentes dentro de los óxidos, lo que será analizado en las siguientes secciones.

En las secciones que siguen de esta memoria se trabajará con los óxidos para hacer la co-simulación, por lo que no se considerarán los sulfuros en la base de datos. Lo anterior, deja un total de 10.407 muestras con muestreo homotópico con datos de cobre total y cobre soluble.

4.2. Definición de unidades de estimación

4.2.1. Definición de variable Razón de Solubilidad (Sol)

Antes de continuar con la definición de las unidades de estimación, se define la variable que se co-simulará junto al cobre total, llamada razón de solubilidad (Sol). Esta se define como la razón entre el cobre soluble y cobre total, por lo que está acotada entre 0 y 1 (ver sección anterior 3.3).

Como se mencionó en la sección 3 Metodología, esta variable permite obtener resultados consistentes con la desigualdad geoquímica que deben tener los datos ($CuT \geq CuS$). En la siguiente ilustración se presenta la distribución espacial de la razón de solubilidad, donde se ve claramente que las zonas que presentan una mayor razón de solubilidad no son siempre los sectores de mayores leyes de cobre total. Esto se puede corroborar al comparar con el despliegue de leyes de CuT presentado en la Ilustración 11.

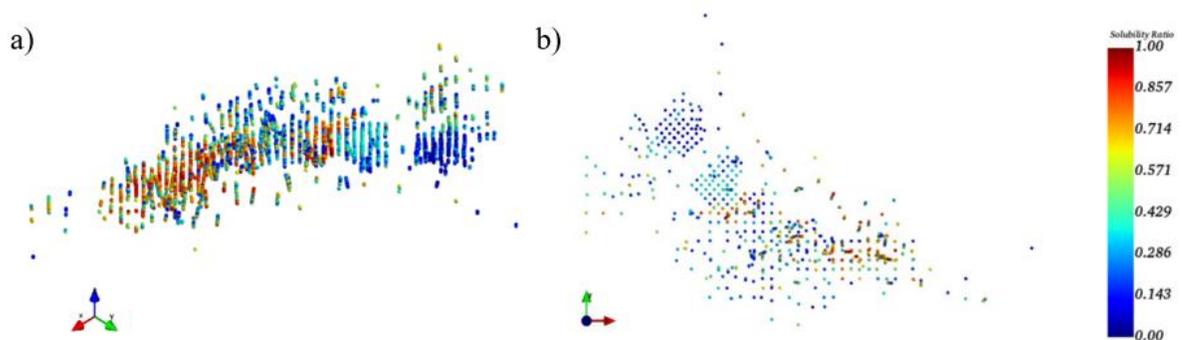


Ilustración 16: Distribución espacial de la razón de solubilidad: a) vista isométrica y b) vista en planta.

4.2.2. Unidades de estimación

Dentro de la mineralización de óxidos, se pudo notar cambios de pendientes en el gráfico de probabilidad acumulada de leyes de CuT (ver Ilustración 15), lo que puede indicar la presencia de poblaciones diferentes dentro de los óxidos. Para comprobar la presencia de poblaciones diferentes dentro de la mineralización de óxidos, se realiza nuevamente un gráfico de probabilidad acumulada de leyes de CuT en los óxidos, pero separando las litologías presentes. La siguiente ilustración muestra el gráfico de probabilidad acumulada para las diferentes litologías presentes en los óxidos.

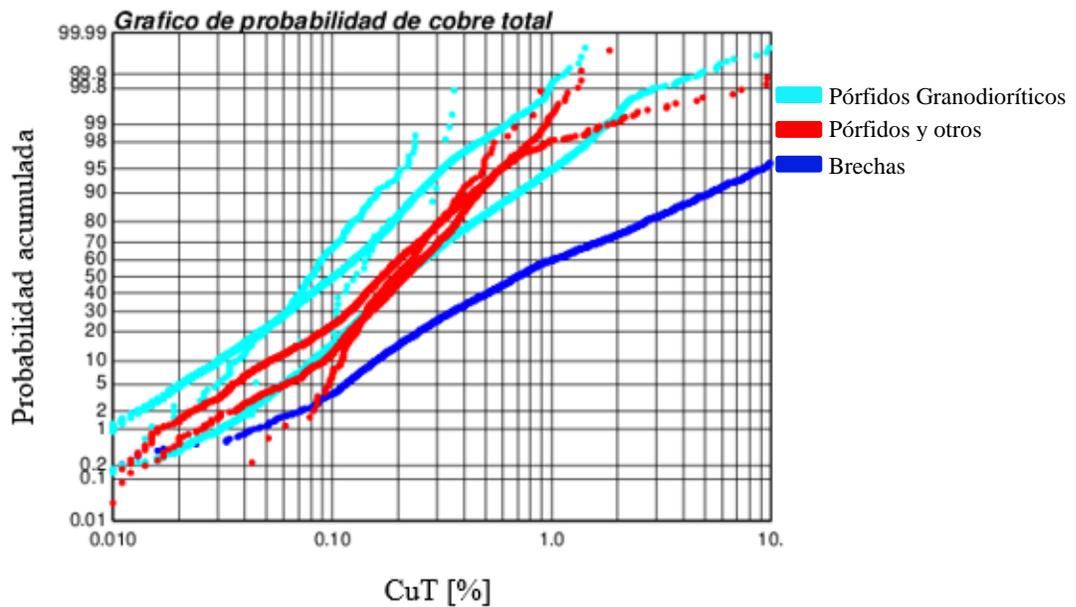


Ilustración 17: Gráfico de probabilidad acumulada de leyes de CuT en óxidos por litología.

Del gráfico de probabilidad acumulada se puede notar que las brechas presentan los mayores valores de leyes de cobre total (línea azul). Por otra parte, existe un comportamiento similar en el resto de litologías representadas por las líneas celestes y rojas. Con la finalidad de decidir que litologías agrupar, se realizó un despliegue espacial de estas, para ver si existe una distribución espacial claramente delimitada entre ellas. A continuación, en la Ilustración 18 se observa una vista en planta de la distribución espacial de las litologías que componen los óxidos.

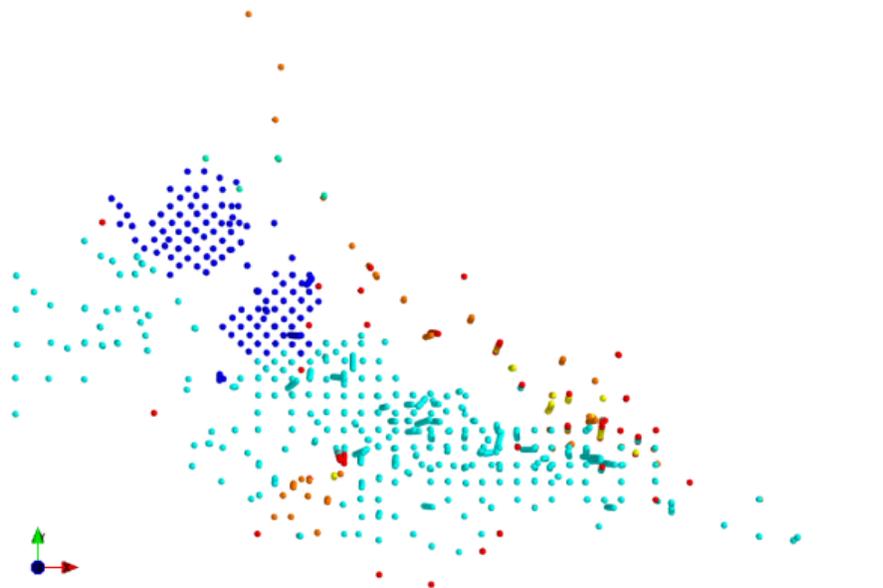


Ilustración 18: Distribución espacial de los óxidos por litología.

De la información geológica entregada junto a las muestras, se tiene que la zona azul del mapa corresponde a mixtos en brechas con presencia de óxidos (leyes altas de CuT de acuerdo a la Ilustración 11 y al gráfico de probabilidad acumulada de CuT), mientras que en la zona celeste se encuentran los óxidos en pórfidos. Los otros tipos de litologías presentes en los alrededores del dominio (Andesitas, Skarn, Areniscas) son mucho menores en cantidad de datos, por lo tanto, por simplicidad se opta por dejar dos unidades de estimación. Con esta finalidad, las litologías de los extremos se agruparon junto a los óxidos en pórfido, esto se hizo debido a que están más cercanos en el espacio en comparación a los mixtos, y además, el comportamiento de las leyes de CuT en el gráfico de probabilidad acumulada indica una mejor correlación entre ellos.

4.2.3. Análisis estadístico de unidades de estimación

Posterior a la selección y agrupamiento de datos, se tienen las dos unidades de estimación que se utilizan para co-simular el cobre total y el cobre soluble. Las unidades son denominadas como óxidos* y mixtos. Esta denominación se basa en las principales litologías y mineralizaciones presentes en cada unidad, los óxidos* están compuestos en su mayoría por pórfidos granodioríticos y óxidos (verdes, celestes y negros), mientras que la unidad mixtos están compuestos por brechas y una zona mixta con algunos óxidos. En la siguiente ilustración se observa claramente la distribución espacial de las unidades de estimación seleccionadas.

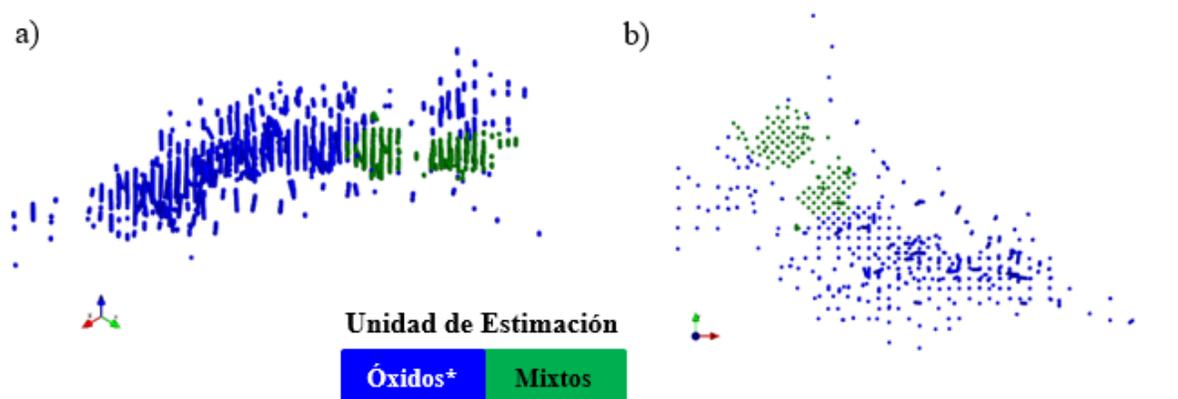


Ilustración 19: Distribución espacial de las unidades de estimación: a) vista isométrica, b) vista en planta.

De la Ilustración 19 (b) se puede ver que la zona de los mixtos tiene una malla de muestreo regular en comparación a los óxidos*. Los óxidos* por otra parte, son los que abarcan la mayor cantidad de área a simular, lo que se condice a la mayor cantidad de muestras presentes en ellos respecto de los mixtos.

Para estudiar el comportamiento de las leyes en cada unidad, se despliega un gráfico de probabilidad acumulada de leyes de CuT separado por óxidos* y mixtos.

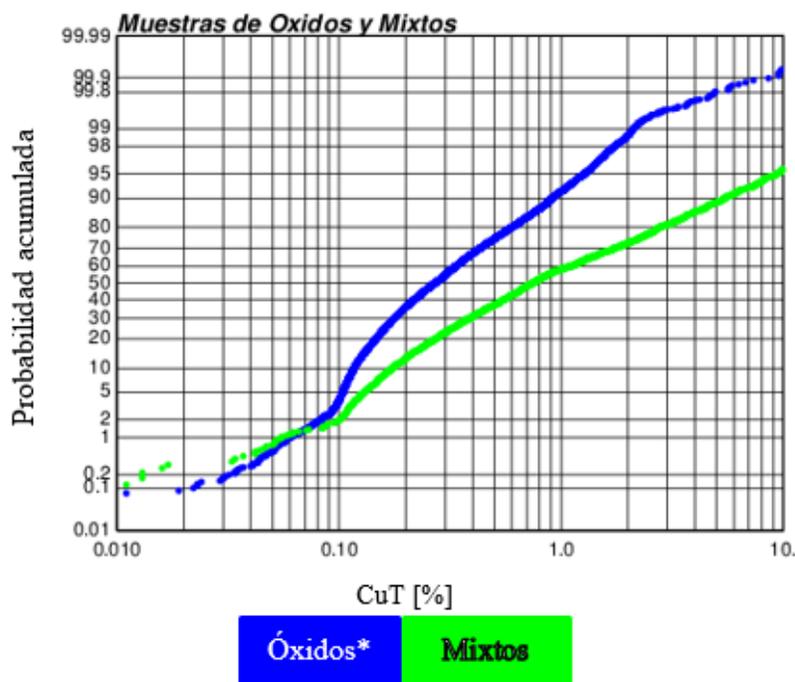


Ilustración 20: Gráfico de probabilidad acumulada de leyes de cobre total en óxidos* y mixtos.

Se observa que los mixtos tienen las mayores leyes de cobre entre las dos unidades, donde se puede notar, por ejemplo, que un 50% de los datos en los mixtos están sobre una ley de 0,7% de cobre total, mientras que en los óxidos* se tiene una ley de casi 0,3% para la misma cantidad de datos.

Con la finalidad de ver la relación entre cobre total y soluble en ambas unidades de estimación, se realizan gráficos de dispersión de CuT vs CuS por unidad. En la Ilustración 21 se pueden ver ambos gráficos de dispersión:

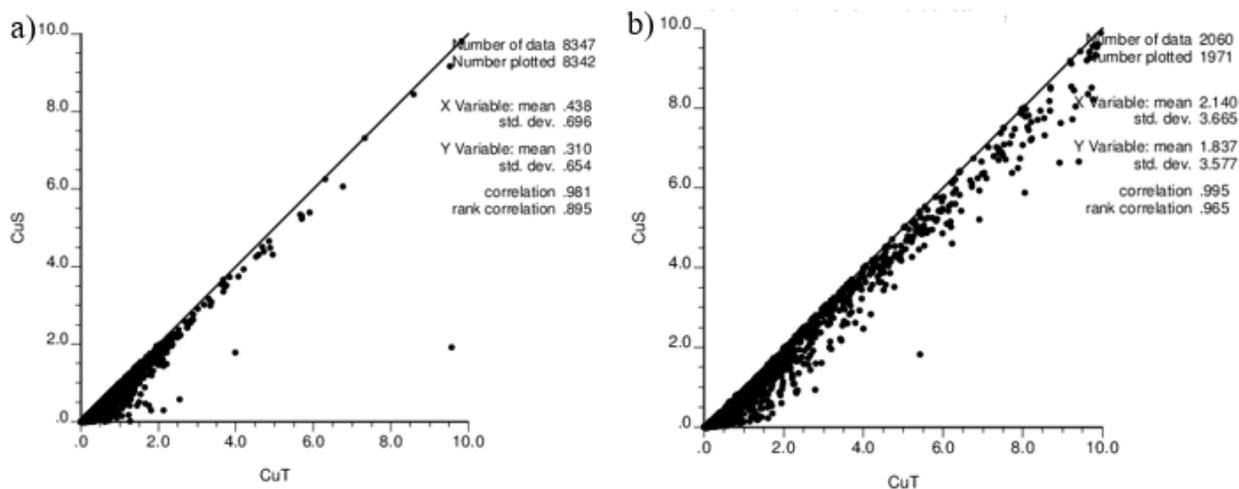


Ilustración 21: Gráfico de dispersión de leyes de CuT vs CuS en: a) óxidos* y b) mixtos.

En la ilustración anterior se ve la correlación entre las leyes de CuT y CuS en cada unidad de estimación. En ambos casos la correlación es superior al 0,98 (en los mixtos es ligeramente mayor, con un valor de 0,995), por lo que se espera que las zonas con altas leyes de cobre total también presenten leyes altas de cobre soluble.

Se puede observar que a medida que la ley de cobre total aumenta en los óxidos*, la dispersión de valores de cobre soluble disminuye. Por otra parte, en los mixtos no es tan claro este comportamiento, ya que la dispersión se mantiene similar en los valores bajos y altos.

En la Tabla 4 se presentan las estadísticas básicas para cada unidad de estimación, en la cual es posible notar las diferencias significativas en las medidas de ley media y varianza para las variables de cobre.

Tabla 4: Estadísticas básicas de las variables en óxidos*.

Variable	Datos	Media [%]	Min. [%]	Max. [%]	Varianza
CuT	8.347	0,44	0,002	23,3	0,48
CuS	8.347	0,31	0,001	23,2	0,43
Sol	8.347	0,58	0,007	1	0,07

Tabla 5: Estadísticas básicas de las variables en mixtos.

Variable	Datos	Media [%]	Min. [%]	Max. [%]	Varianza
CuT	2.060	2,14	0,007	30,7	13,4
CuS	2.060	1,84	0,001	30,7	12,8
Sol	2.060	0,61	0,034	1,0	0,09

4.2.4. Desagrupamiento de datos

Para trabajar con estadísticas más representativas y eliminar el sesgo producido por el sobremuestreo en zonas de altas leyes, se realiza un desagrupamiento de los datos utilizando el método de las celdas, explicado en la sección 2.1.6.1. De acuerdo a la distribución espacial de las muestras en cada unidad de estimación, el desagrupamiento se realiza en los óxidos*, ya que los mixtos presentan una malla de muestreo regular.

Para hacer el desagrupamiento se utiliza el programa *declus* de la librería GSLIB [2]. Para obtener el tamaño de celda que mejor represente el muestreo, se grafican las medias de cobre total vs el tamaño de celda y se observa el comportamiento de la media a medida que aumenta el tamaño de celda. El resultado se presenta en la Ilustración 22, donde se resalta el tamaño de celda seleccionado.

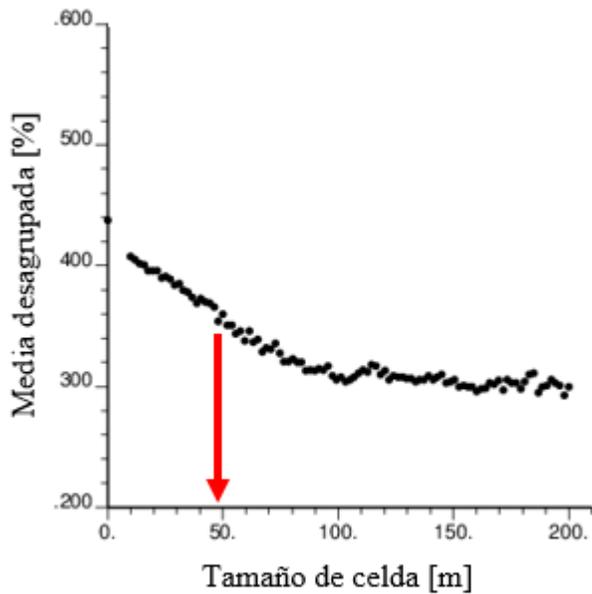


Ilustración 22: Tamaño de celda versus media desagrupada de ley de cobre total en óxidos*.

Para elegir el tamaño de celda se observa el comportamiento de la media y se selecciona el tamaño de celda en el cual la media comienza a mostrar una mayor dispersión (indicado con la flecha roja en la ilustración anterior). Además del comportamiento de la media desagrupada, el tamaño elegido se determina por la malla de muestreo que más frecuencia tiene en la unidad de óxidos*, por lo que se considera representativa de las muestras. En la siguiente ilustración se indica la zona que abarca cada malla de muestreo en el espacio.

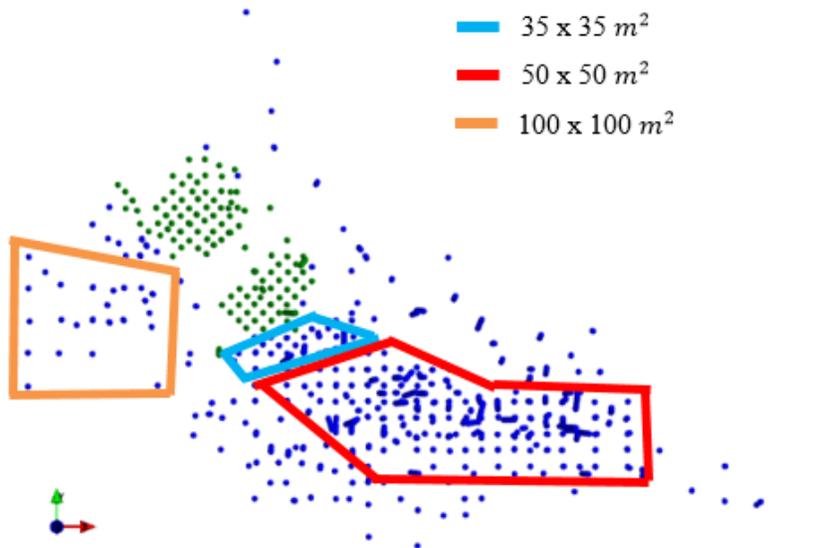


Ilustración 23: Mallas de muestreo en los óxidos*.

Con las muestras desagrupadas, se calculan nuevamente sus estadísticas básicas para ver sus diferencias. En la Tabla 6 se muestran las estadísticas para los datos desagrupados dentro de los óxidos*:

Tabla 6: Estadísticas básicas de las variables desagrupadas en óxidos*.

Variable	Datos	Media [%]	Min. [%]	Max. [%]	Varianza	Media [%] (desagrupada)	Varianza (desagrupada)
CuT	8.347	0,44	0,002	23,3	0,48	0,35	0,34
Sol	8.347	0,58	0,007	1,0	0,07	0,54	0,07

Como se espera de un muestreo irregular, las medias de cada variable disminuyen al ser desagrupadas, esto se explica por el sobremuestreo que se produce en las zonas de altas leyes.

4.3. Anamorfosis gaussiana

La co-simulación que se realiza es multigaussiana, por lo que es necesario transformar las variables a simular en variables gaussianas. Se utiliza el programa *nscore* de la librería GSLIB [2] para hacer la transformación de los datos originales a datos gaussianos. En lo que sigue, se distinguirán las dos unidades de estimación por separado, ya que la co-simulación se debe realizar en cada una por separado.

4.3.1. Anamorfosis en óxidos*

En la Ilustración 24 se muestran los histogramas para las variables CuT y Sol luego de ser transformadas a datos gaussianos, NCuT y NSol respectivamente. De los histogramas se puede ver como los datos forman una campana de Gauss perfecta, por lo que se deduce que los datos presentan una distribución univariable gaussiana, de media cero y varianza uno.

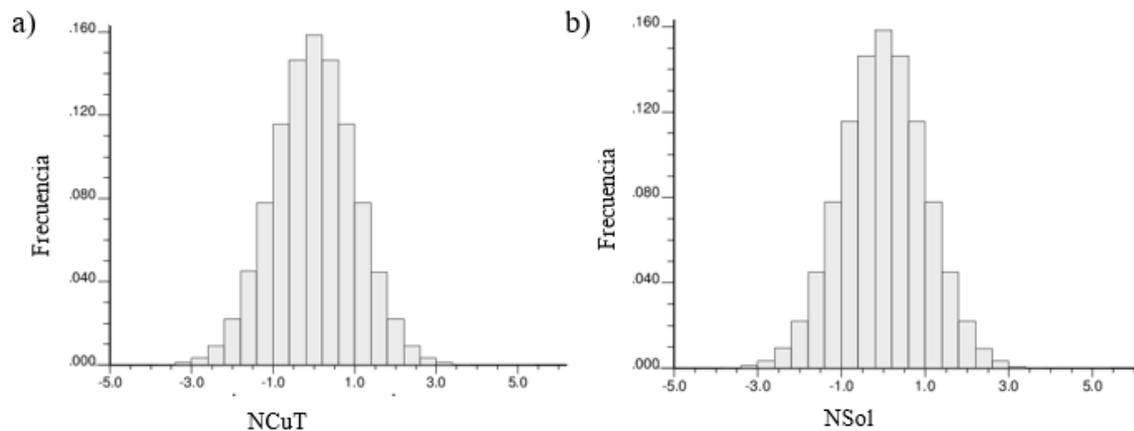


Ilustración 24: Histogramas de datos gaussianos en óxidos*, a) cobre total (NCuT) y b) razón de solubilidad (NSol).

4.3.2. Validación de hipótesis gaussiana en óxidos*

Para validar que los datos tienen una distribución gaussiana se utiliza el programa *hscatt*, en el cual se dibujan nubes de correlación para diferentes pasos. Se espera que una distribución gaussiana presente una forma de elipse para los pares de puntos de las variables graficadas y, a medida que aumenta el paso, la disposición de estos se vuelva circular.

En las siguientes tres ilustraciones se muestran nubes para tres pasos diferentes en orden creciente (10, 50 y 100 metros respectivamente) y para ambas variables:

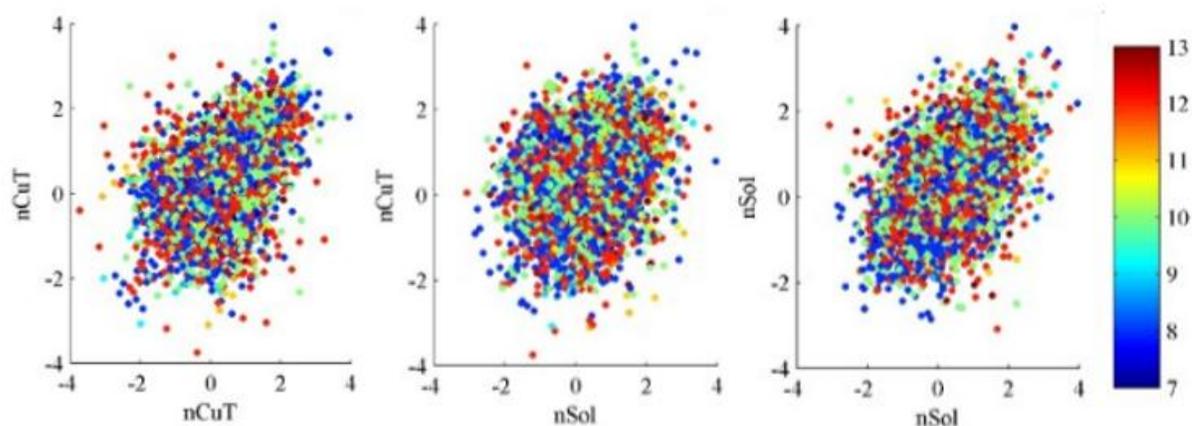


Ilustración 25: Nubes de correlación diferida para las variables gaussianas en óxidos* para un paso de 10 metros.

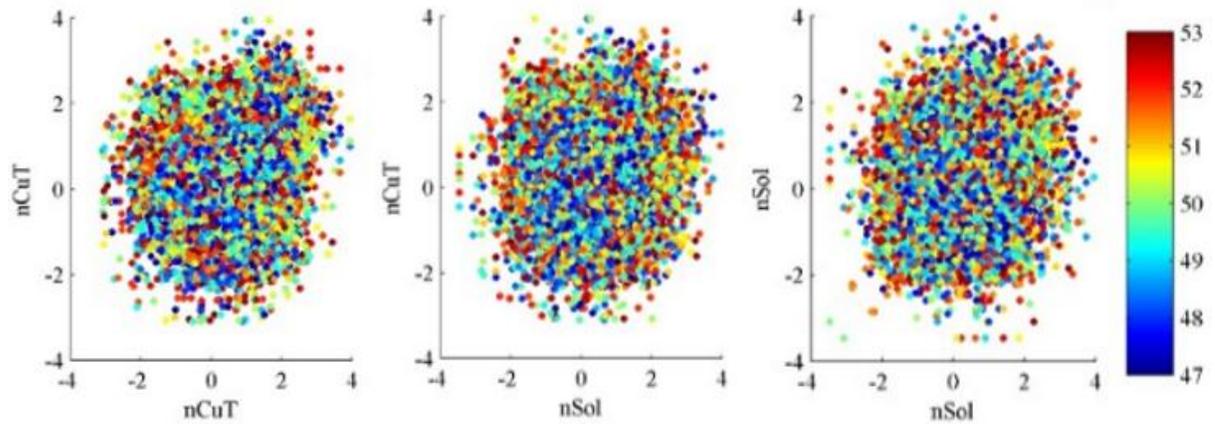


Ilustración 26: Nubes de correlación diferida para las variables gaussianas en óxidos* para un paso de 50 metros.

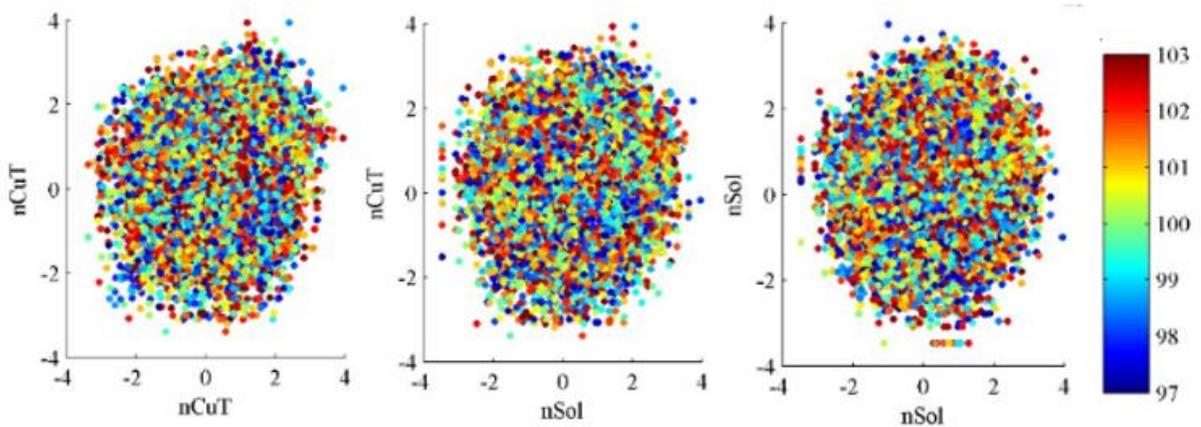


Ilustración 27: Nubes de correlación diferida para las variables gaussianas en óxidos* para un paso de 100 metros.

Se puede ver que la disposición de los puntos presentan una forma aproximada a una elipse, sobre todo para un paso de 10 metros, además, sigue la línea de la diagonal en los primeros pasos. A medida que el paso aumenta se vuelve más circular, como se puede ver en los pasos de 50 y 100 metros de las ilustraciones 26 y 27 respectivamente.

4.3.3. Anamorfosis en mixtos

En la siguiente ilustración se muestran los histogramas para las variables de CuT y Sol luego de ser transformados los datos a gaussianos, NCuT y NSol respectivamente, en la unidad de estimación mixtos.

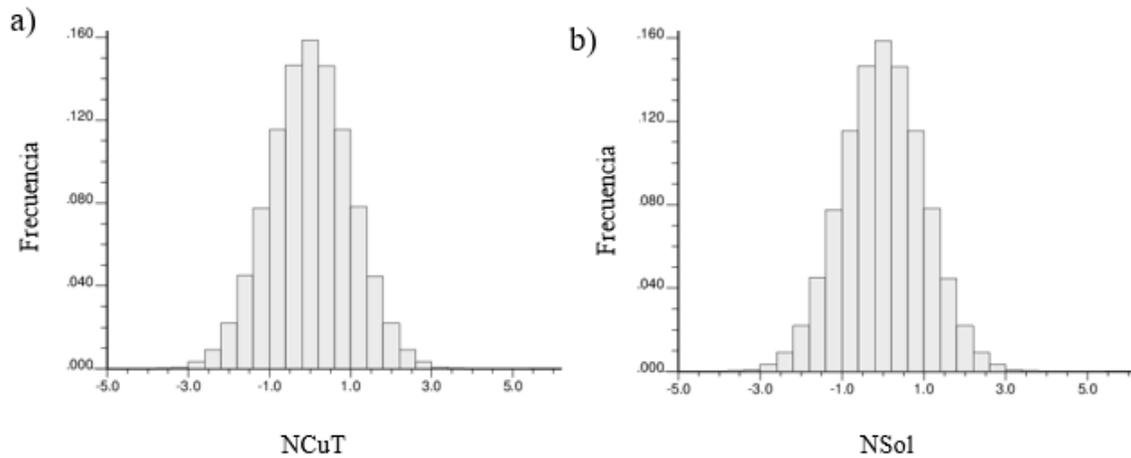


Ilustración 28: Histogramas de datos gaussianos en mixtos, a) cobre total y b) razón de solubilidad.

De los histogramas se puede ver como los datos forman una campana perfecta de Gauss, por lo que se deduce que los datos transformados presentan una distribución univariable gaussiana, de media cero y varianza uno.

4.3.4. Validación de hipótesis gaussiana en mixtos

Análogo a la unidad de óxidos*, se validan los datos transformados mediante el programa *hscatt*. En las siguientes ilustraciones se ven los resultados de la validación para tres pasos diferentes. En este caso los pasos utilizados son menores que los óxidos*, debido a que las dimensiones del dominio de los mixtos son más pequeñas.

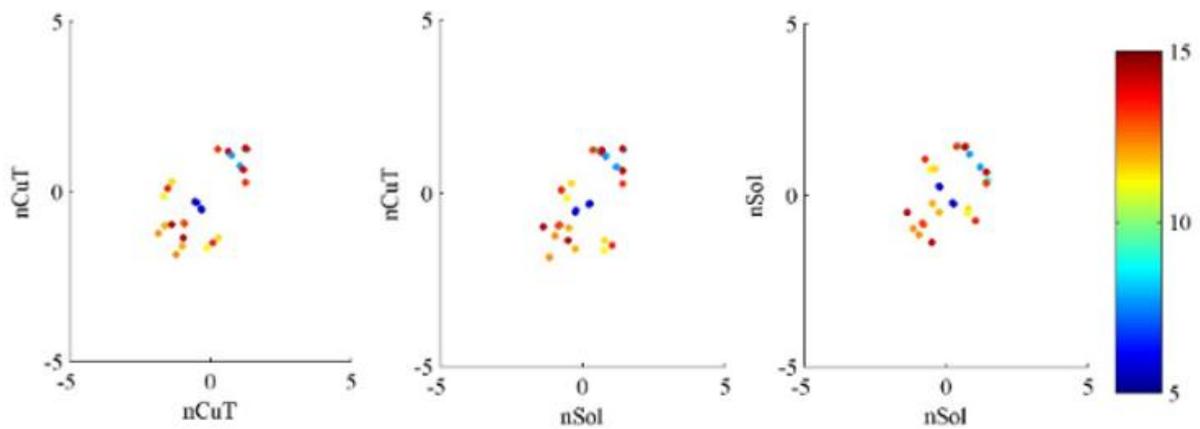


Ilustración 29: Nubes de correlación diferida para las variables gaussianas en mixtos para un paso de 10 metros.

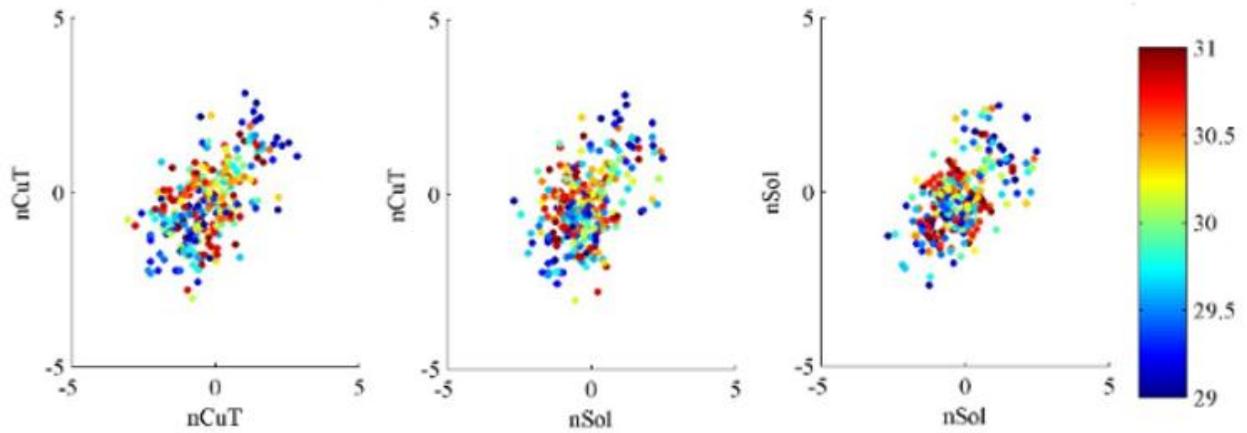


Ilustración 30: Nubes de correlación diferida para las variables gaussianas en mixtos para un paso de 30 metros.

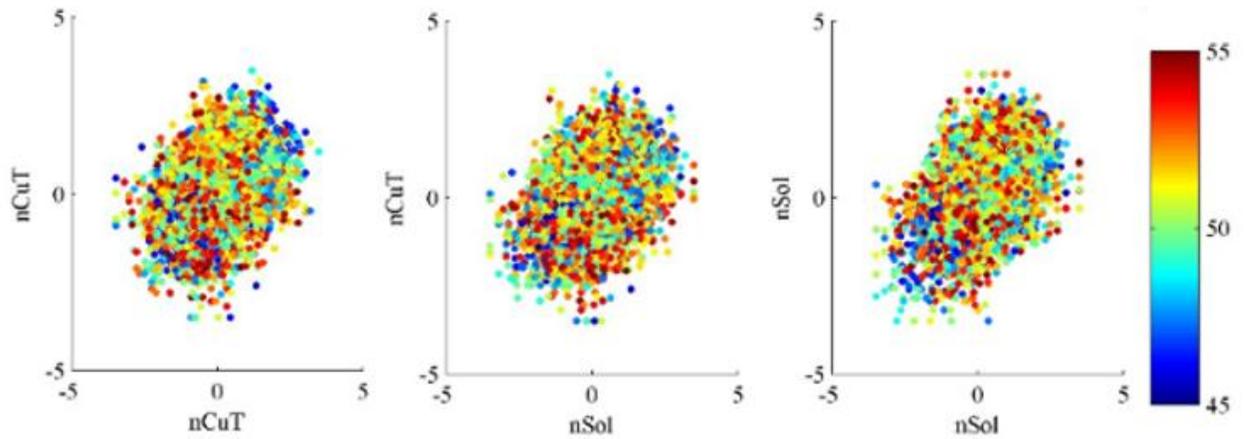


Ilustración 31: Nubes de correlación diferida para las variables gaussianas en mixtos para un paso de 50 metros.

Como se puede notar de la Ilustración 29, la cantidad de datos es menor en los mixtos en comparación a los óxidos. De todas formas se puede validar la transformación para pasos más grandes, donde la forma de elipse es más notoria en los puntos de las nubes de correlación.

Una vez comprobado el carácter gaussiano de los datos transformados, se puede seguir con el análisis variográfico de los datos.

4.4. Análisis variográfico experimental

Con la finalidad de detectar posibles anisotropías en los datos, se hacen variogramas experimentales en cuatro direcciones horizontales y una vertical. Las direcciones horizontales utilizadas son: 0°N, N45°E, N90°E y N45°W.

4.4.1. Variogramas experimentales en óxidos*

En la siguiente ilustración se presenta el variograma experimental horizontal de los datos gaussianos de cobre total (NCuT) en las cuatro direcciones mencionadas anteriormente, con el objetivo de observar alguna posible anisotropía.

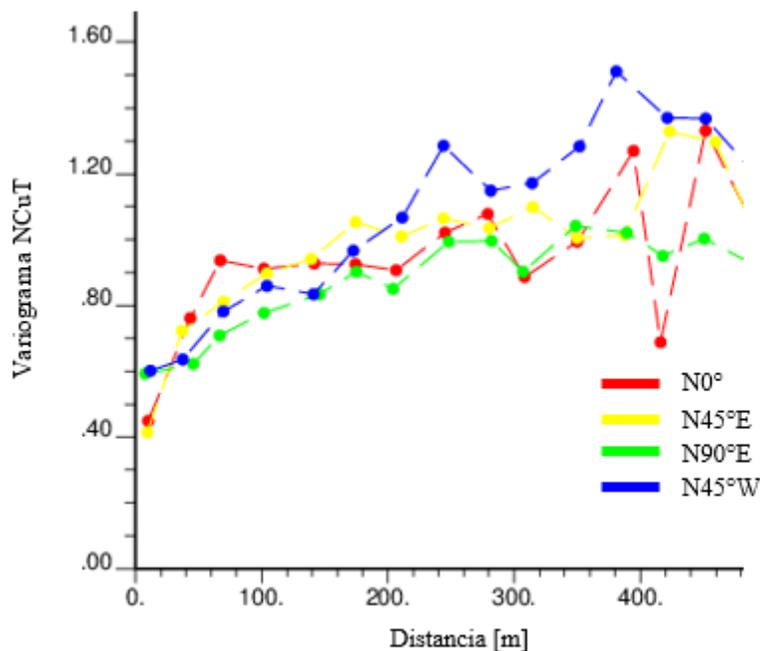


Ilustración 32: Variograma experimental de NCuT en cuatro direcciones horizontales en óxidos*.

Del variograma experimental se puede notar que no existe una clara anisotropía en los datos para las principales direcciones en la horizontal, esto debido a que los variogramas se cruzan para cada dirección y presentan mesetas similares. Debido a lo anterior, se decide elegir un variograma omnihorizontal. En la siguiente ilustración se muestra el variograma experimental en la dirección omnihorizontal y vertical.

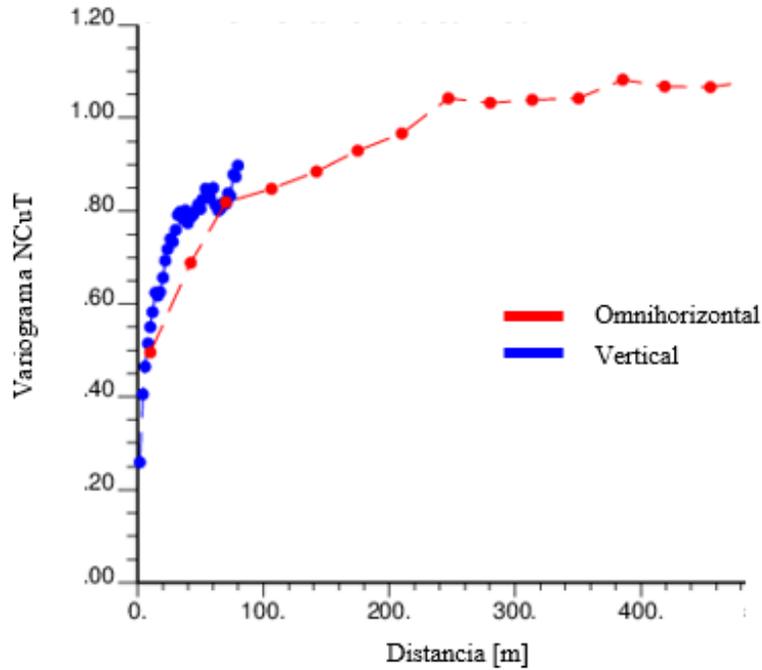


Ilustración 33: Variograma experimental de NCuT en las direcciones omnihorizontal y vertical en óxidos*.

De la Ilustración 33 se puede notar que existe una anisotropía entre la dirección horizontal y vertical, por lo que se dejan estas dos direcciones como las finales en el cobre total.

Para el caso de la variable gaussiana razón de solubilidad (NSol), se realizan los mismos variogramas experimentales en las direcciones horizontales, con la finalidad de ver si existe alguna anisotropía. A continuación se presenta el variograma experimental en las cuatro direcciones horizontales:

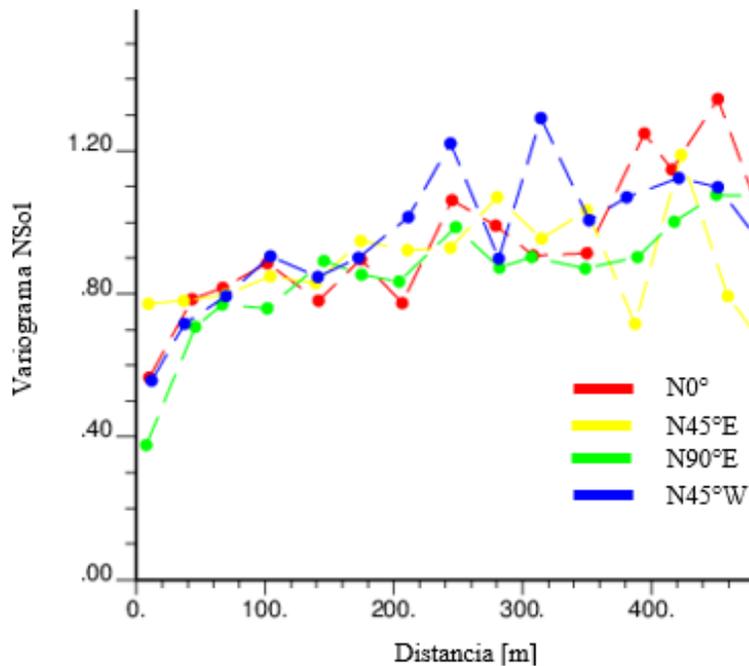


Ilustración 34: Variograma experimental de NSol en cuatro direcciones horizontales en óxidos*.

Como en el caso del NCuT, la variable NSol tampoco presenta anisotropía en la horizontal. Como se puede ver en la Ilustración 34, los variogramas se cruzan y no existen diferencias en su comportamiento de mesetas, por lo tanto, se elige un variograma omnihorizontal y uno vertical.

En la siguiente ilustración se pueden ver las dos direcciones para la variable NSol, donde se distingue una anisotropía entre la vertical y el plano horizontal, esto debido a la meseta que alcanza en la vertical y su alcance, ambos menores respecto de la dirección horizontal.

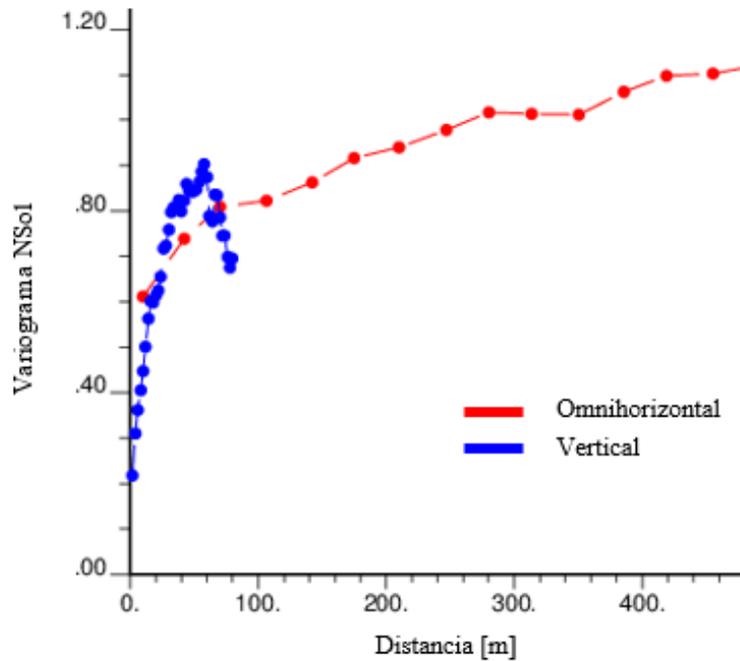


Ilustración 35: Variograma experimental de NSol en las direcciones omnidireccional y vertical en óxidos*.

De los variogramas experimentales se puede deducir una anisotropía de tipo zonal, ya que los valores de las mesetas varían para cada dirección (mayor en el plano horizontal). Además, se puede notar un mayor efecto pepita en el plano horizontal, sobretodo en la razón de solubilidad.

Finalmente, se tiene el variograma cruzado para las dos variables gaussianas, del cual se puede deducir un comportamiento similar en el espacio para las leyes de CuT y Sol, esto debido a que el variograma es siempre positivo para ambas direcciones, por lo tanto, las leyes varían aumentando o disminuyendo en las dos direcciones de igual forma en ambas variables.

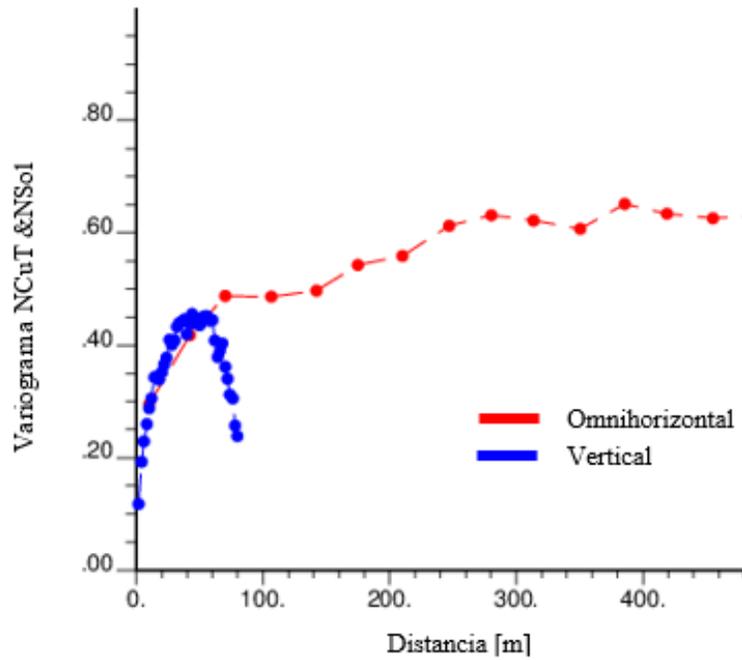


Ilustración 36: Variograma experimental cruzado de NCuT y NSol en óxidos*.

En la siguiente sección se muestran los variogramas experimentales de la unidad de mixtos, para posteriormente modelarlos y obtener el modelo lineal de correogionalización de cada unidad.

4.4.2. Variogramas experimentales en mixtos

En la siguiente ilustración se presenta el variograma experimental en las direcciones omnihorizontal y vertical para la variable gaussiana NCuT, en ellos se ve una anisotropía entre la dirección vertical y la dirección horizontal, análogo a la unidad de óxidos*.

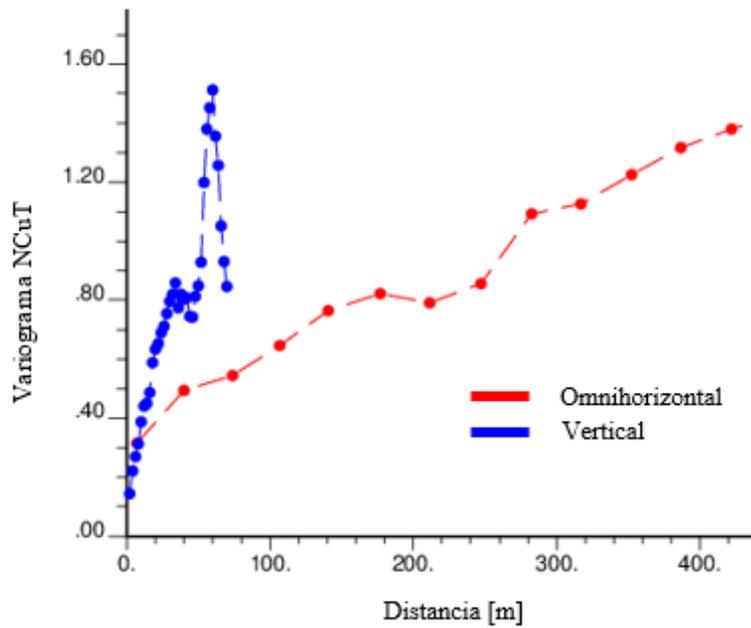


Ilustración 37: Variograma experimental de NCuT en las direcciones omnidireccional y vertical en mixtos.

En la Ilustración 38 se presenta el variograma experimental en las direcciones omnidireccional y vertical para la variable gaussiana NSol. Se puede observar una anisotropía entre la vertical y el plano horizontal al igual que el variograma de NCuT.

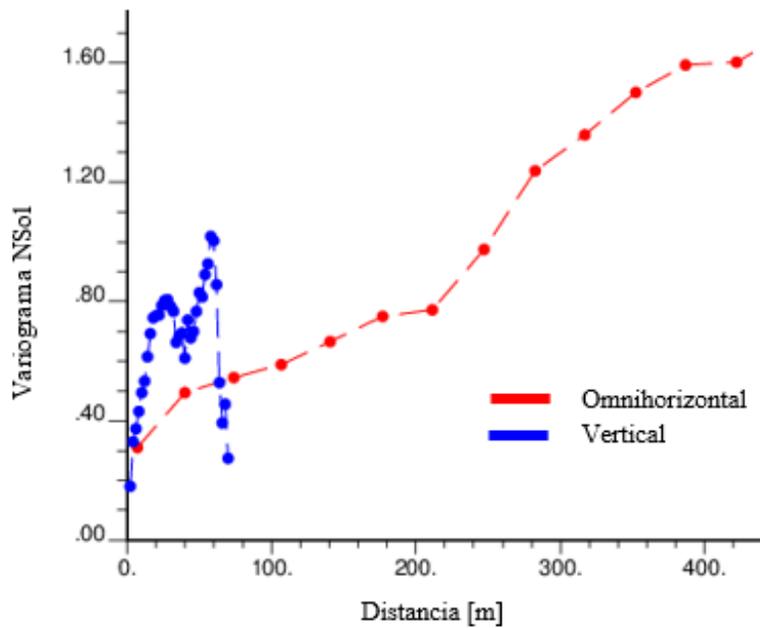


Ilustración 38: Variograma experimental de NSol en las direcciones omnidireccional y vertical en mixtos.

A diferencia de la variable NCuT, la razón de solubilidad tiene un comportamiento “poco común” en el variograma experimental a medida que aumenta la distancia. Esto es más notorio en la dirección omnihorizontal, donde, a una distancia aproximada de 220 metros, el variograma vuelve a aumentar su valor como si fuese el comienzo de otro. Esto se podría explicar por el vacío de datos que existe en la zona de mixtos, donde se forman dos tipos de “islas con datos”, cuya dimensión es aproximadamente de 300 metros (ver Ilustración 19). En la variable NCuT también sucede algo similar, pero menos pronunciado en comparación al NSol.

Esta forma del variograma experimental resulta difícil de modelar en etapas posteriores, donde un buen modelo se podrá alcanzar de manera visual, pero no cumplirá las restricciones del Modelo Lineal de Correogionalización (LMC). Por lo tanto, se utiliza un modelo que no presenta un resultado óptimo desde el punto de vista visual pero respeta las restricciones matemáticas del modelo.

Finalmente, en la Ilustración 39 se presenta el variograma experimental cruzado de las dos variables gaussianas en las direcciones omnihorizontal y vertical.

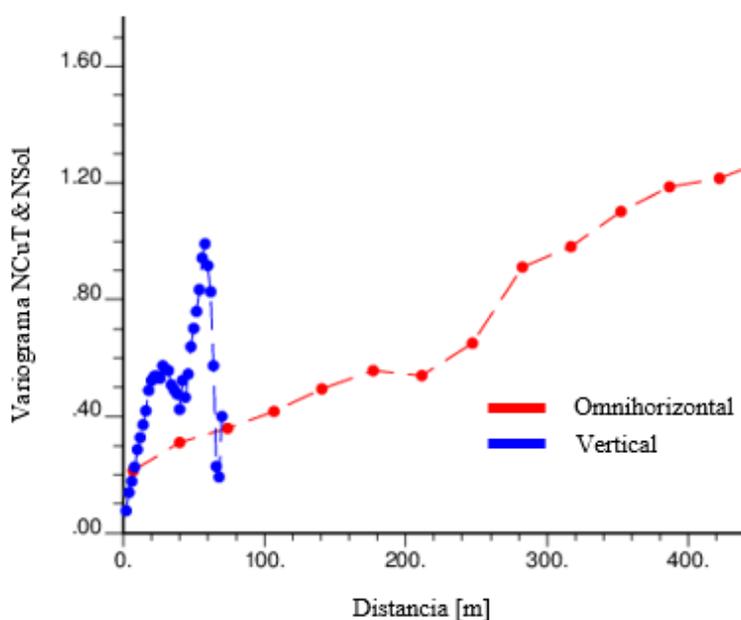


Ilustración 39: Variograma experimental cruzado de NCuT y NSol en mixtos.

A modo de resumen, en la Tabla 7 se muestran los parámetros utilizados para realizar los variogramas experimentales en cada unidad de estimación:

Tabla 7: Parámetros utilizados en los variogramas experimentales.

Unidad de estimación	Óxidos*		Mixtos	
	Omnihorizontal	Vertical	Omnihorizontal	Vertical
Dirección				
N° de pasos	15	30	13	30
Paso [m]	35	2	35	2
Tolerancia al paso [m]	17	1	17	1
Tolerancia Angular [°]	90	22	90	22
Ancho de banda [m]	infinito	35	infinito	35

4.5. Modelo lineal de correogionalización

Una vez calculados los variogramas experimentales de las variables a co-simular, se pueden modelar con un modelo lineal de correogionalización. Para encontrar el modelo se utiliza tanto la GSLIB [2] como el software ANDES, siendo este último el que permite una visualización más rápida de cada estructura del modelo. A continuación, se presentan los modelos de cada unidad de estimación:

4.5.1. Unidad de estimación de óxidos*

Para el modelamiento de los óxidos* se propone un modelo compuesto de un efecto pepa, dos estructuras anidadas exponenciales y dos esféricas. Los alcances corresponden a la dirección horizontal y a la vertical respectivamente. El modelo completo se puede resumir en la expresión presentada en la siguiente página:

$$\Gamma(h) = \begin{pmatrix} \gamma_{cut} & \gamma_{cut-sol} \\ \gamma_{sol-cut} & \gamma_{sol} \end{pmatrix}$$

$$\Gamma(h) = pepa \begin{pmatrix} 0.26 & 0.18 \\ 0.18 & 0.37 \end{pmatrix}$$

$$+ exp(79, \infty) \begin{pmatrix} 0.46 & 0.29 \\ 0.29 & 0.3 \end{pmatrix}$$

$$+ esf(250, \infty) \begin{pmatrix} 0.07 & 0.03 \\ 0.03 & 0.1 \end{pmatrix}$$

$$+ esf(500, \infty) \begin{pmatrix} 0.3 & 0.11 \\ 0.11 & 0.32 \end{pmatrix}$$

$$+ exp(\infty, 38) \begin{pmatrix} 0.57 & 0.29 \\ 0.29 & 0.48 \end{pmatrix}$$

Se puede verificar que las todas las matrices de correlogramación son definidas positivas, es decir, sus valores propios son positivos o nulos. En la siguiente ilustración se pueden ver los resultados del modelamiento de los variogramas de NCuT y NSol (directos y cruzados).

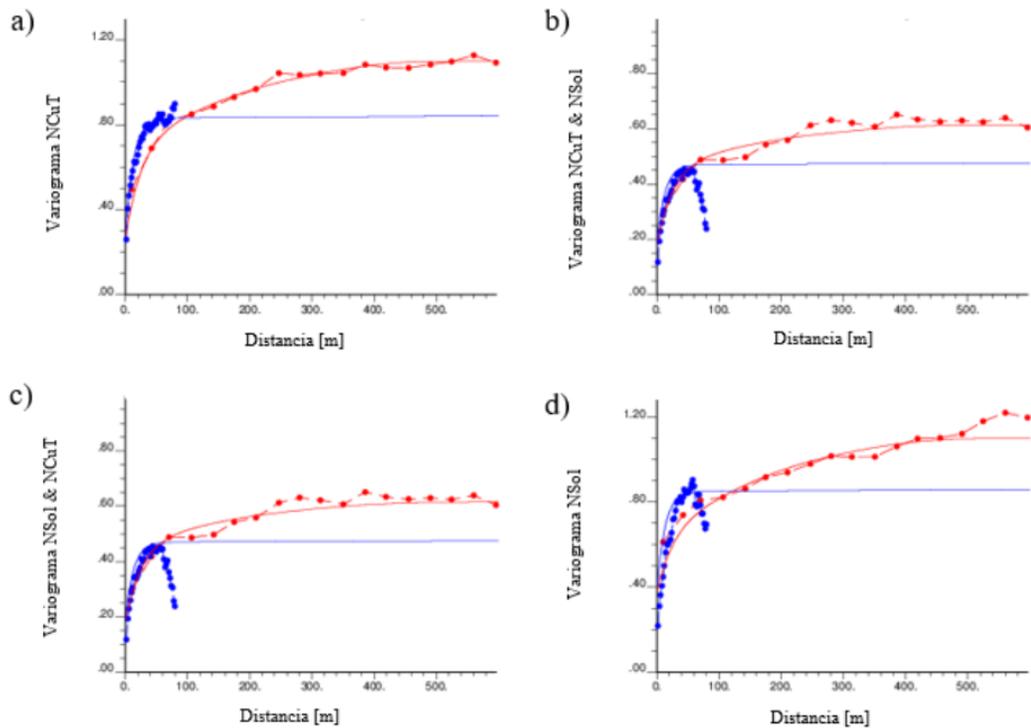


Ilustración 40: Variogramas modelados (líneas continuas), simples y cruzados: a) NCuT, b) NCuT & NSol, c) NSol & NCuT y d) NSol en óxidos*.

4.5.2. Unidad de estimación de mixtos

Para el modelamiento de los mixtos, se propone un modelo compuesto de un efecto pepa y tres estructuras esféricas anidadas. Los alcances corresponden a la dirección horizontal y a la vertical respectivamente. El modelo completo se puede resumir con la siguiente expresión:

$$\Gamma(h) = \begin{pmatrix} \gamma_{cut} & \gamma_{cut-sol} \\ \gamma_{sol-cut} & \gamma_{sol} \end{pmatrix}$$

$$\Gamma(h) = pepa \begin{pmatrix} 0.2 & 0.15 \\ 0.15 & 0.28 \end{pmatrix}$$

$$+ esf(100, \infty) \begin{pmatrix} 0.2 & -0.02 \\ -0.02 & 0.05 \end{pmatrix}$$

$$+ esf(900, \infty) \begin{pmatrix} 1.43 & 1.7 \\ 1.7 & 2.0 \end{pmatrix}$$

$$+ esf(\infty, 37) \begin{pmatrix} 0.62 & 0.42 \\ 0.42 & 0.51 \end{pmatrix}$$

En la siguiente ilustración se presentan los variogramas simples y cruzados, modelados para cada variable gaussiana.

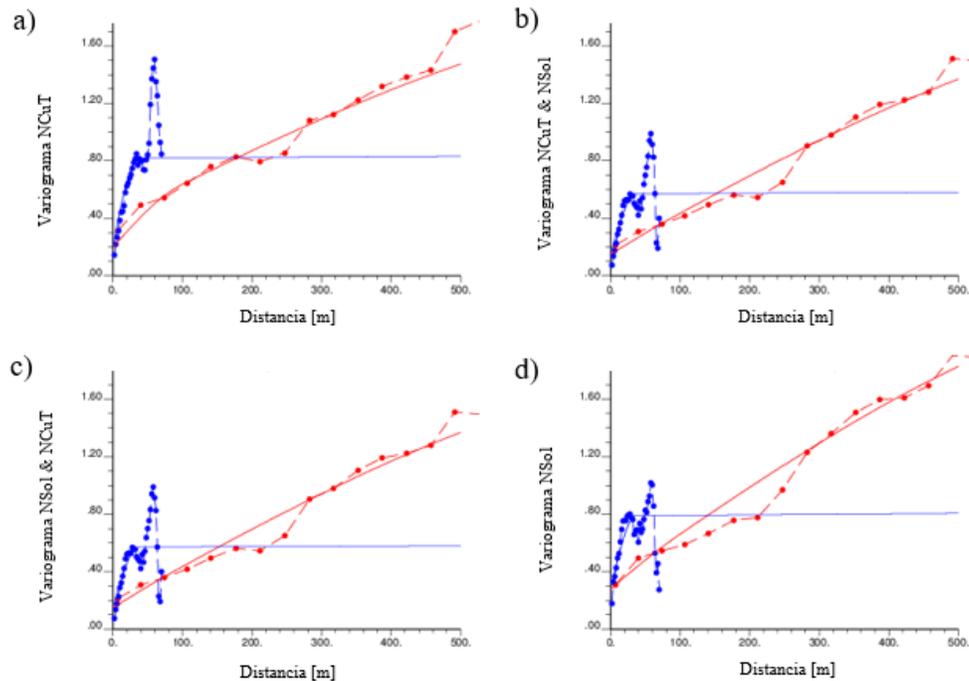


Ilustración 41: Variogramas modelados (líneas continuas), simples y cruzados: a) NCuT, b) NCuT & NSol, c) NSol & NCuT y d) NSol en mixtos.

Para el caso de los Mixtos, el modelamiento no se ajustó tanto como en los óxidos. La forma de los variogramas experimentales resultó muy complicados de modelar, en particular, por la restricción de las matrices de meseta que debe cumplir el modelo.

Se prestará especial cuidado a los resultados obtenidos para esta unidad de estimación, ya que el variograma como parámetro de entrada es muy determinante en el resultado de la simulación y, en particular en el método de bandas rotantes utilizado en este trabajo.

4.6. Co-simulación condicional

Con el modelo lineal de correogionalización terminado, se hace la simulación conjunta de las variables gaussianas de leyes de cobre total (NCuT) y razón de solubilidad (NSol). En esta sección se presentan la grilla utilizada y los parámetros de entrada de la co-simulación.

4.6.1. Modelo de bloques

La co-simulación se hace por separado en cada unidad de estimación definida anteriormente, para esto, la grilla utilizada es un modelo de bloques separado por óxidos* y mixtos. En la Tabla 7 se muestran las características del modelo de bloques utilizado para la co-simulación de CuT y Sol:

Tabla 8: Características del modelo de bloques.

Unidad de estimación	Óxidos	Mixtos	Total
Número de bloques	27.223	4.382	31.605
Dimensión de bloque	12,5 × 12,5 × 7,5 m ³		

Los bloques cubren las zonas donde se encuentran las muestras de cada unidad de estimación tal como se muestra en la siguiente ilustración.

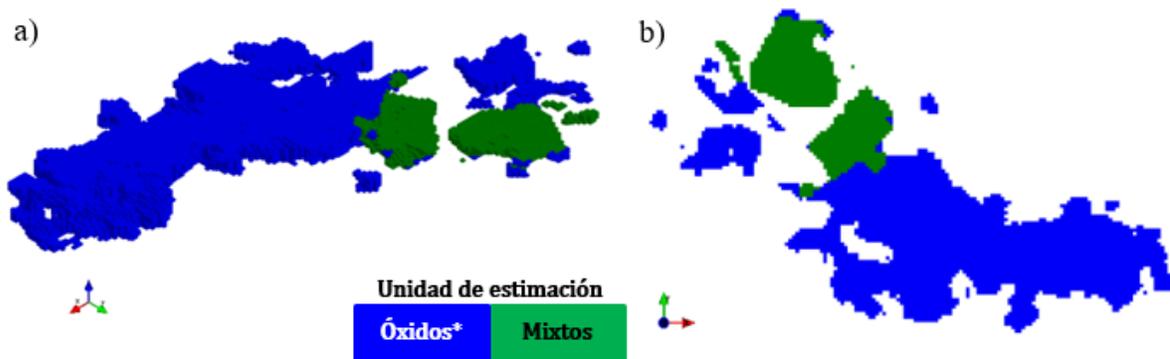


Ilustración 42: Modelo de bloques para la co-simulación: a) vista isométrica, b) vista en planta.

En esta etapa, se utilizan diferentes vecindades móviles para hacer la co-simulación, parámetros de condicionamiento de datos; y, luego de realizar validaciones cruzadas, se escoge la alternativa que mejor reproduce los resultados de acuerdo a estos criterios. En particular, se selecciona la opción que mejor reproduce características de los datos originales, tales como: media y desviación estándar de las leyes, distribución espacial de las leyes y ubicación de las leyes altas en las realizaciones.

4.6.2. Vecindad de búsqueda móvil

De acuerdo al modelo de variogramas, se utiliza una vecindad con radios de búsqueda iguales para el plano horizontal, mientras que en la vertical, el radio máximo es menor y similar al alcance del variograma en dicha dirección. En la Tabla 9 se resumen los radios máximos de la vecindad de búsqueda móvil para cada unidad de estimación.

Tabla 9: Radios máximos de búsqueda de la vecindad de búsqueda móvil.

Unidad de estimación	Óxidos*	Mixtos
Radio Horizontal 1 [m]	200	100
Radio Horizontal 2 [m]	200	100
Radio Vertical [m]	40	40

El condicionamiento de los datos se hace con una vecindad móvil dividida en octantes, los cuales pueden contener hasta 6 datos de cada variable. La cantidad de realizaciones es de 100 en cada unidad de estimación. Se aplica la misma discretización de bloques para cada unidad, esta discretización es de 5 bloques en el eje X, 5 bloques en el eje Y y 2 bloques en el eje Z, por lo tanto, por cada bloque del modelo se simulan 50 bloques de 2,5m x 2,5m x 3,75m.

Finalmente, la co-simulación se realiza mediante el algoritmo de bandas rotantes con 1000 líneas y utilizando el programa *tbcosim* [5].

4.7. Validación cruzada

Para validar los parámetros utilizados en la co-simulación se utiliza la validación cruzada que se incluye dentro del programa *tbcosim* [5] de la librería *Xlib*, el mismo programa que se utiliza para realizar la co-simulación de bandas rotantes. La idea de esta validación cruzada es poder comprobar que los parámetros de entrada, tales como: radios de búsqueda, cantidad de datos por octantes, número de bandas y modelos variográficos; sean los que entregan el mejor resultado respecto de los datos originales.

4.7.1. Validación cruzada en óxidos*

El primer gráfico que entrega *tbcosim* es el gráfico de precisión para ambas variables (cobre total y razón de solubilidad). Este gráfico presenta la proporción de los datos originales versus los datos simulados, un buen resultado debería estar lo más cercano a la identidad. En la Ilustración 43 se muestra para cada variable simulada:

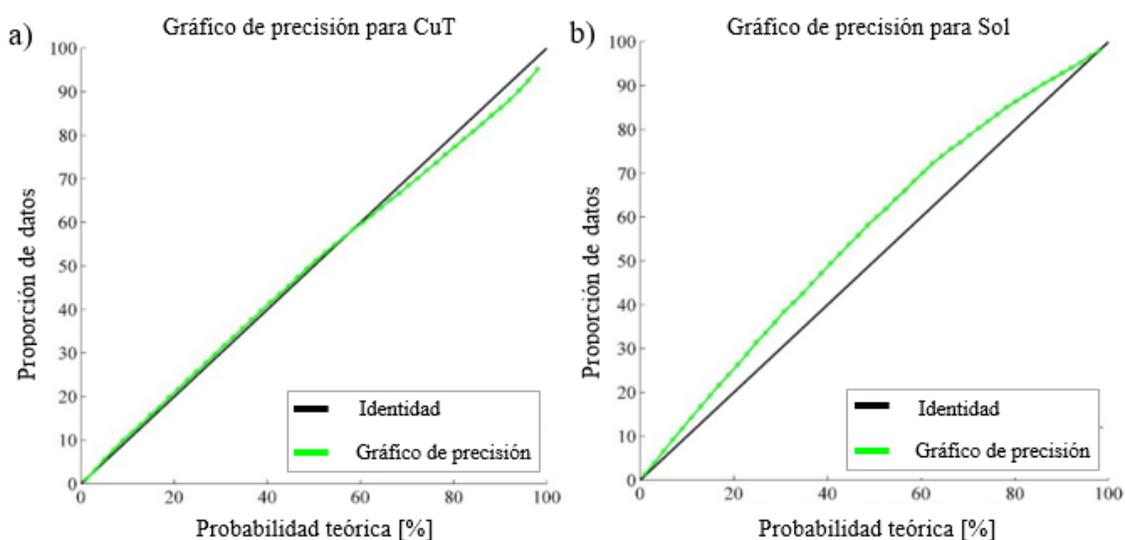


Ilustración 43: Gráfico de precisión de las simulaciones utilizando la validación cruzada para: a) cobre total y b) razón de solubilidad en óxidos*.

Se puede notar que la simulación es más precisa en el caso del cobre total, esto se explica por el modelo lineal de correogionalización obtenido para esta variable, el cual se pudo modelar de mejor manera que en el caso de la razón de solubilidad. Los variogramas experimentales obtenidos para esta última variable, presentaban un comportamiento irregular y de difícil modelamiento, a pesar de esto, el resultado obtenido para la razón de solubilidad es aceptable para la simulación.

Además del gráfico de precisión de la simulación, se tiene un gráfico de dispersión para el valor de la variable estimada versus el valor real de la variable. Esto es para medir los parámetros utilizados en el co-kriging dentro de la co-simulación. En la siguiente ilustración se observa un comportamiento aceptable para ambas variables, donde las medias condicionales se encuentran cercanas a la identidad, lo cual muestra que el estimador entrega buenos resultados.

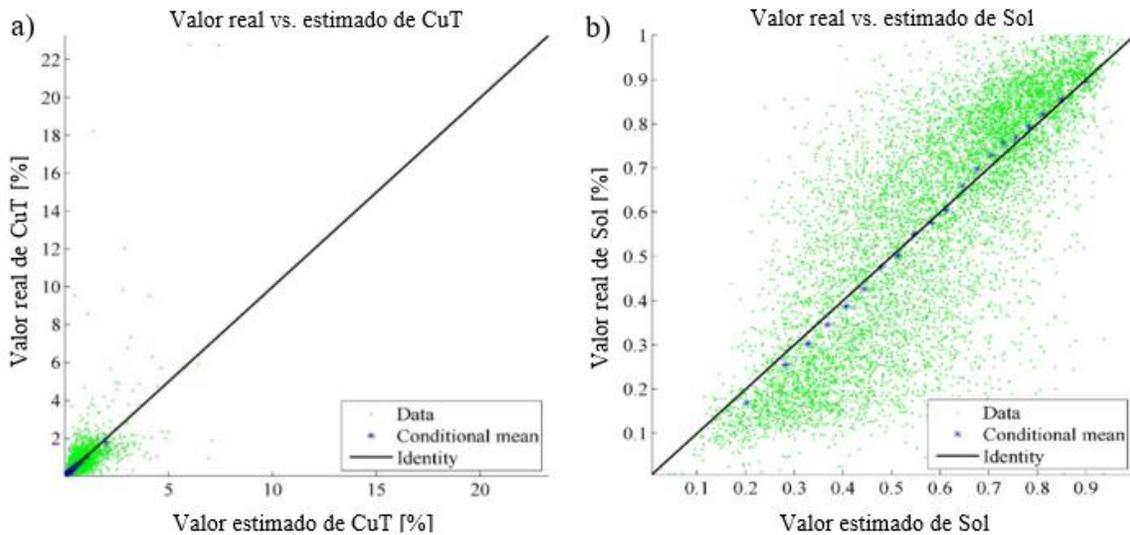


Ilustración 44: Gráfico de dispersión de las variables estimadas versus variable real para: a) cobre total y b) razón de solubilidad en óxidos*.

Para una mejor visualización del gráfico de dispersión de cobre total, se cambia los valores de los límites de cada eje. En la Ilustración 45 se puede ver que las medias siguen la línea de la identidad, lo que muestra un resultado aceptable.

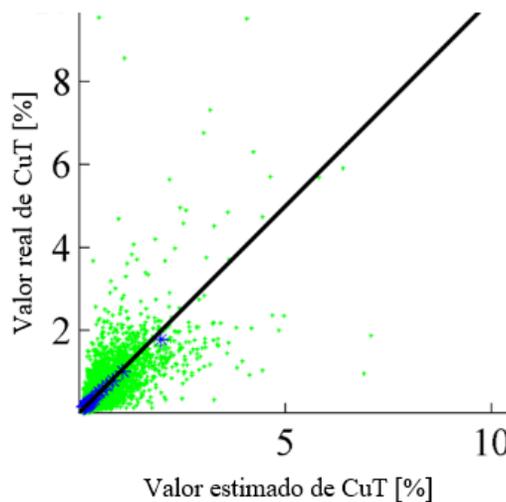


Ilustración 45: Gráfico de dispersión de las variables estimadas versus variable real para cobre total en óxidos*.

4.7.2. Validación cruzada en mixtos

En esta sección se presenta la validación cruzada de la unidad de estimación de los mixtos, análogo al caso de los óxidos*, se presentan los gráficos de precisión de la co-simulación de las variables de CuT y Sol. En esta unidad, el CuT también obtuvo mejores resultados que la variable de solubilidad. A pesar de esta diferencia, los resultados son aceptables para la co-simulación.

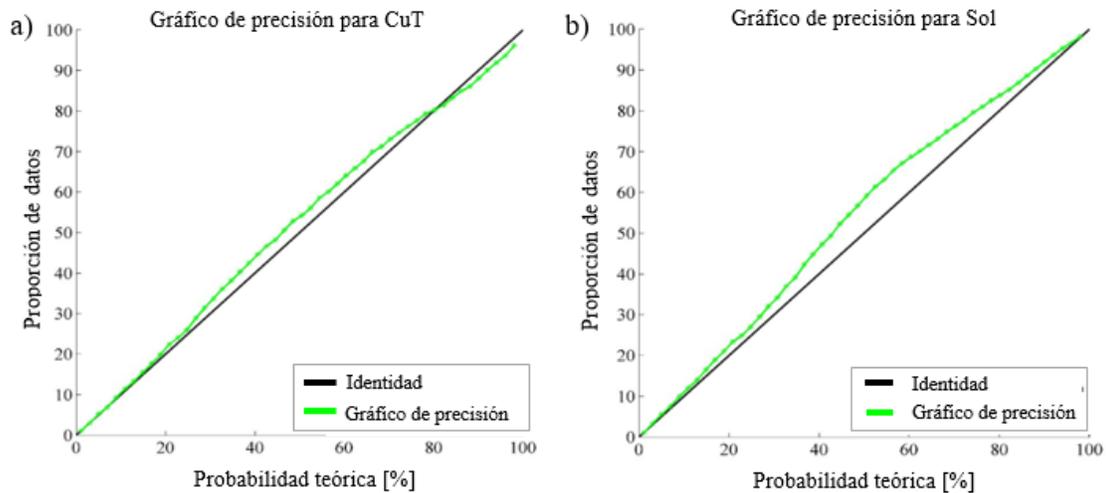


Ilustración 46: Gráfico de precisión de las simulaciones utilizando la validación cruzada para: a) cobre total y b) razón de solubilidad en mixtos.

En la siguiente ilustración se puede ver el gráfico de dispersión para el cobre estimado versus el valor real, con el cual se puede medir la calidad de los parámetros utilizados en el co-kriging.

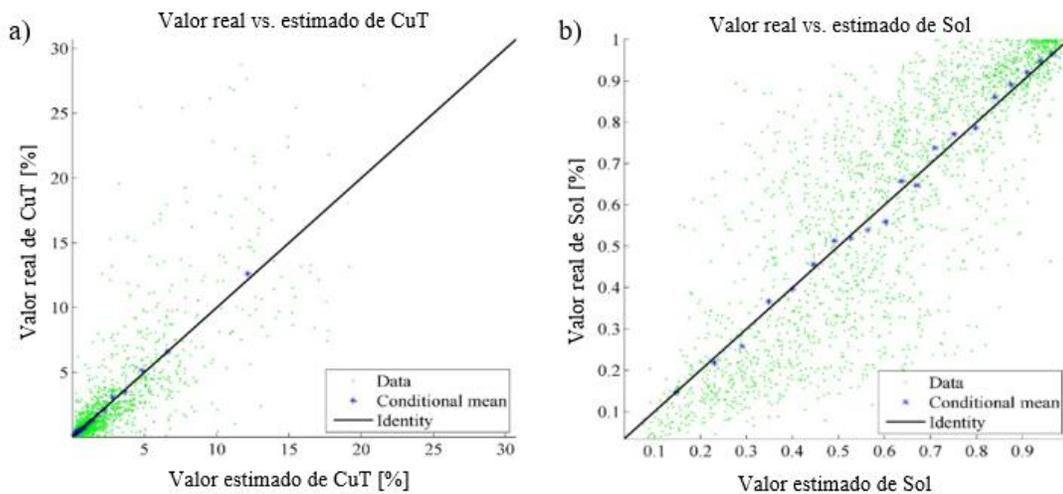


Ilustración 47: Gráfico de dispersión de las variables estimadas versus variable real para: a) cobre total y b) razón de solubilidad en mixtos.

Como en el caso de los óxidos*, el promedio condicional de los valores estimados se encuentra muy cercano a la identidad, por lo tanto, se concluye que los parámetros utilizados en la co-simulación por bandas rotantes son aceptables y, por lo tanto, se continúa con los resultados y análisis de las co-simulaciones.

4.8. Resultados de la co-simulación

Se hicieron 100 realizaciones para cobre total y razón de solubilidad. Con estos datos, se obtienen los valores de cobre soluble para cada bloque utilizando la relación entre la razón de solubilidad y el cobre soluble presentada en la sección 3.3. Los resultados se presentan a continuación en tablas de estadísticas para 5 realizaciones escogidas al azar y, en vistas isométricas de las leyes de CuT, Sol y CuS para la realización #18 y el promedio de las 100 realizaciones. En la sección 4.9 se presentan más resultados, con la finalidad de hacer un análisis de ellos respecto de los datos originales.

Tabla 10: Estadísticas básicas de leyes de CuT de 5 realizaciones al azar en óxidos*.

CuT [%]	N° de datos	Min	Max	Media	Desv. Est.
Realización #18	27.223	0,016	10,41	0,407	0,426
Realización #36	27.223	0,010	8,914	0,452	0,454
Realización #66	27.223	0,015	9,752	0,358	0,291
Realización #77	27.223	0,049	10,21	0,489	0,586
Realización #90	27.223	0,027	7,223	0,375	0,341
Datos originales	8.347	0,002	23,28	0,347	0,589

Tabla 11: Estadísticas básicas de leyes de CuS de 5 realizaciones al azar en óxidos*.

CuS [%]	N° de datos	Min	Max	Media	Desv. Est.
Realización #18	27.223	0,005	9,574	0,257	0,365
Realización #36	27.223	0,002	7,978	0,297	0,385
Realización #66	27.223	0,003	8,816	0,222	0,248
Realización #77	27.223	0,009	9,134	0,32	0,501
Realización #90	27.223	0,009	6,674	0,233	0,288
Datos originales	8.347	0,001	23,2	0,231	0,550

Tabla 12: Estadísticas básicas de leyes de CuT de 5 realizaciones al azar en mixtos.

CuT [%]	N° de datos	Min	Max	Media	Desv. Est.
Realización #18	4.382	0,086	25,62	1,934	2,524
Realización #36	4.382	0,07	21,15	2,054	2,57
Realización #66	4.382	0,09	18,83	1,872	2,504
Realización #77	4.382	0,054	20,77	1,904	2,46
Realización #90	4.382	0,093	27,99	1,772	2,397
Datos originales	2.060	0,007	30,7	2,14	3,666

Tabla 13: Estadísticas básicas de leyes de CuS de 5 realizaciones al azar en mixtos.

CuS [%]	N° de datos	Min	Max	Media	Desv. Est.
Realización #18	4.382	0,006	25,41	1,551	2,416
Realización #36	4.382	0,008	20,92	1,66	2,471
Realización #66	4.382	0,006	18,53	1,497	2,399
Realización #77	4.382	0,004	20,5	1,507	2,347
Realización #90	4.382	0,006	27,93	1,41	2,304
Datos originales	2.060	0,001	30,7	1,837	3,578

Las tablas mostraron un resultado muy similar en cuanto a medias de las leyes de cobre total y soluble. Por otra parte, la desviación estándar de los modelos simulados son menores en casi todos los casos. Esto se explica por la simulación en soporte de bloques de 12,5 x 12,5 x 7,5 metros, para lo cual se realiza una discretización; y, por ende, la simulación es en soporte de 2,5 x 2,5 x 3,75 metros, los cuales son promediados para obtener el valor de ley de los bloques mayores. Esto también afecta las leyes máximas, por esto los máximos son menores a los datos originales. El resultado de este proceso, es un modelo con menor incertidumbre pero más suavizado que la realidad. No obstante lo anterior, sigue siendo más parecido a la realidad que una estimación.

A continuación, se presentan vistas isométricas y en planta del cobre total (CuT), la razón de solubilidad (Sol) y el cobre soluble (CuS), de una de las simulaciones escogidas al azar, además del promedio de las 100 realizaciones.

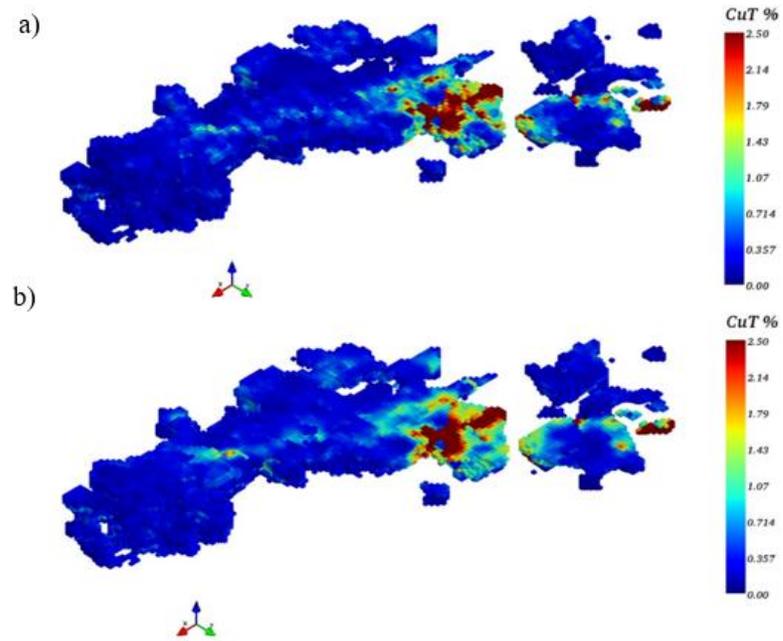


Ilustración 48: Vistas isométricas de: a) ley de cobre total en realización #18 y b) promedio de las 100 realizaciones de ley de cobre total.

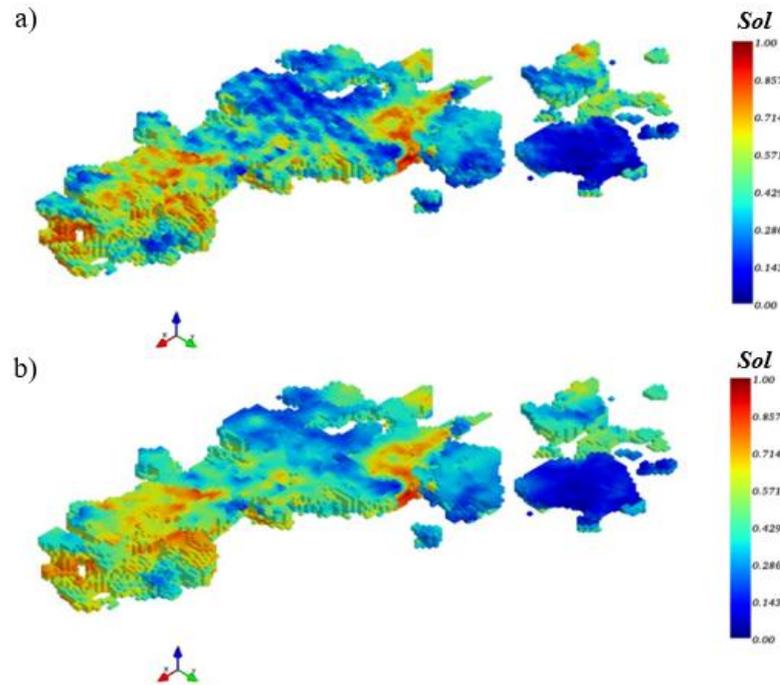


Ilustración 49: Vistas isométricas de: a) razón de solubilidad en realización #18 y b) promedio de las 100 realizaciones de razón de solubilidad.

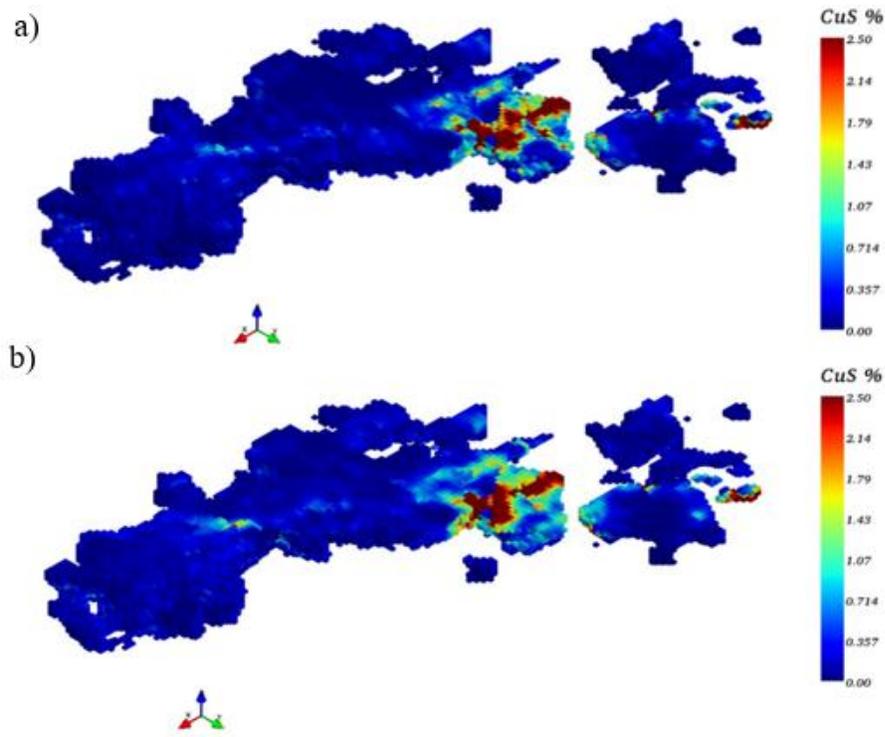


Ilustración 50: Vistas isométricas de: a) ley de cobre soluble en realización #18 y b) promedio de las 100 realizaciones de ley de cobre soluble.

De las ilustraciones anteriores, se puede apreciar como las leyes altas están concentradas en el sector de los mixtos y la intersección con los óxidos*. Por otra parte, las mayores leyes de razón de solubilidad se encuentran esparcidas por el modelo, concentrándose en la intersección de las dos unidades de estimación y, en la zona Este del yacimiento. Todo lo anterior indica que las simulaciones respetaron la distribución espacial de las leyes vistas en los datos originales en la sección de análisis exploratorio de datos.

Otro análisis espacial de las leyes consiste en mirar la vista en planta en una cota diferente a la superficie. En este caso se elige la cota 2.240 metros, que es aproximadamente la mitad de la elevación del modelo de bloques. Las siguientes ilustraciones muestran las vistas en planta de las leyes de cobre total y cobre soluble para la realización #36.

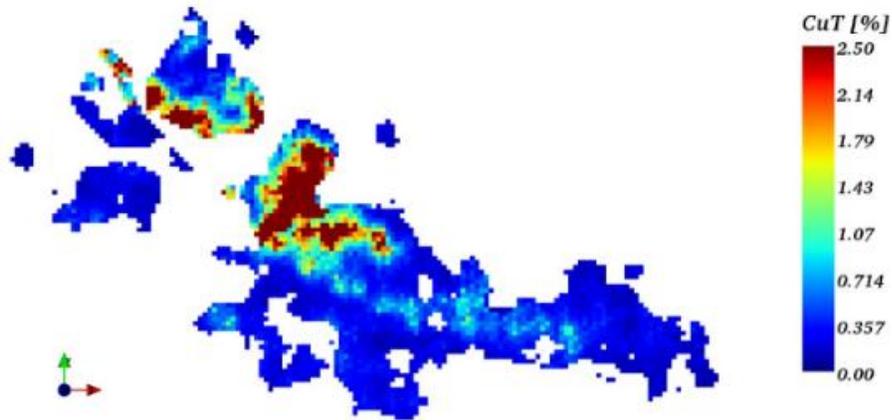


Ilustración 51: Vista en planta de leyes de cobre total en realización #36 (cota 2.240 metros).

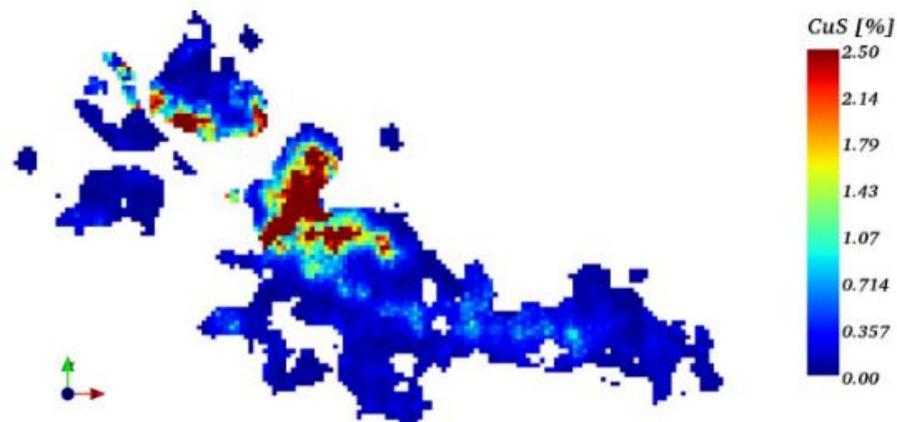


Ilustración 52: Vista en planta de leyes de cobre soluble en realización #36 (cota 2.240 metros).

En las ilustraciones anteriores se puede ver que las simulaciones mantienen una distribución de leyes similares a los datos originales, tanto para las vistas superficiales como para la cota de 2.240 metros. Además, en la vista en planta de las ilustraciones 51 y 52, existe una mayor cantidad de bloques con altas leyes de cobre hacia la zona Este del modelo (eje x), en comparación a la vista isométrica de la Ilustración 48 (b) y la Ilustración 50 (b), lo cual se explicaría por las diferencias de leyes dentro de un mismo sondajes en la dirección vertical.

Finalmente, se presenta una vista en planta de la desviación estándar de las leyes de cobre total de las 100 realizaciones. Esto entrega una medida de la incertidumbre de los valores obtenidos para cada bloque del modelo.

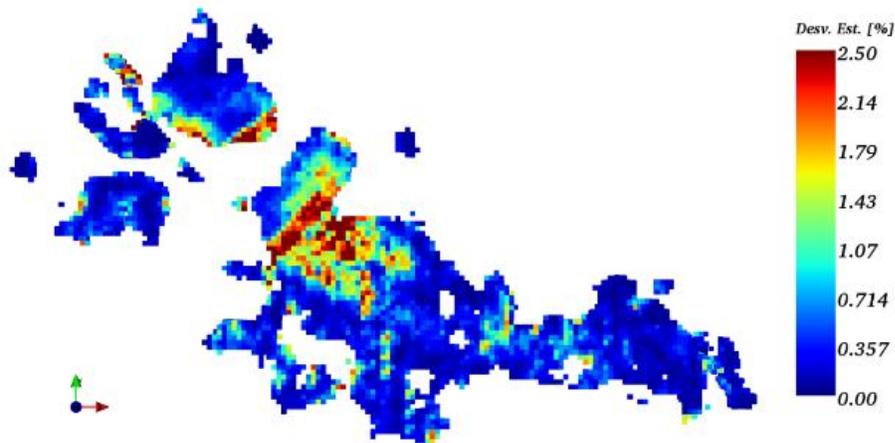


Ilustración 53: Desviación estándar de las leyes de CuT de las 100 realizaciones.

Se puede notar como la desviación estándar es mayor en las zonas de altas leyes de mixtos y óxidos*, además de algunas zonas extremas del modelo de bloque. Esto se explica por el efecto proporcional que afectan a los bloques con mayores leyes, ya que a medida que las leyes son más altas, estas tienen una variación mayor en cada realización.

4.9. Análisis de resultados de co-simulación

En esta sección se analizan en detalle los resultados obtenidos de la co-simulación de cobre total y cobre soluble. Se presentan gráficos e imágenes para mostrar los análisis realizados y sus discusiones, diferenciando en algunos casos las unidades de estimación, y en otros casos, se utiliza la información del modelo de bloques completo.

Lo primero que se analiza son las medias de las leyes obtenidas en cada realización. Se comparan en gráficos con las medias del promedio de todas las realizaciones y con el promedio de los datos originales, para cada variable.

En las siguientes cuatro ilustraciones se presentan los gráficos de las leyes promedio para cada variable simulada y para cada unidad de estimación, junto con el promedio de las 100 realizaciones y la media de los datos originales para poder compararlos.

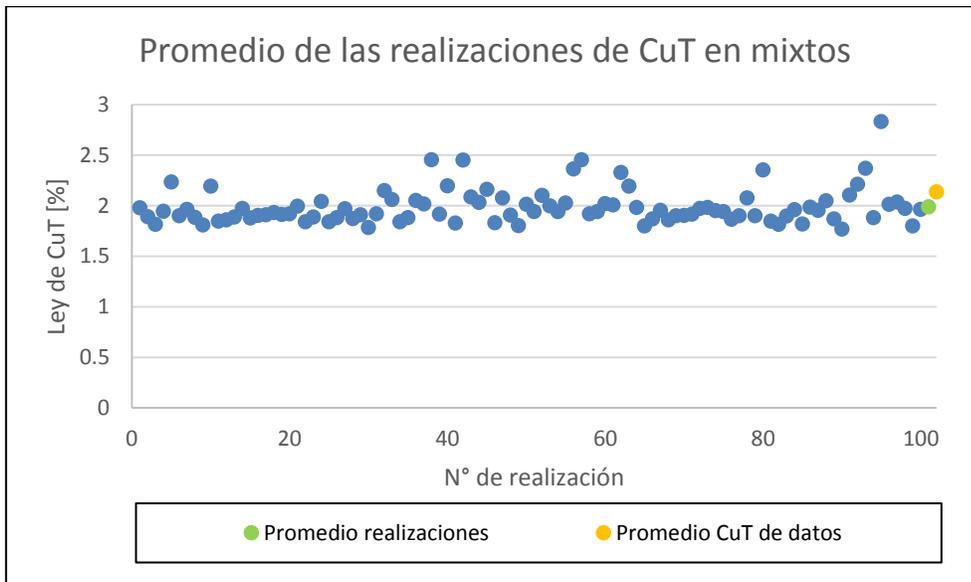


Ilustración 54: Gráfico de leyes medias de CuT por cada realización en mixtos.

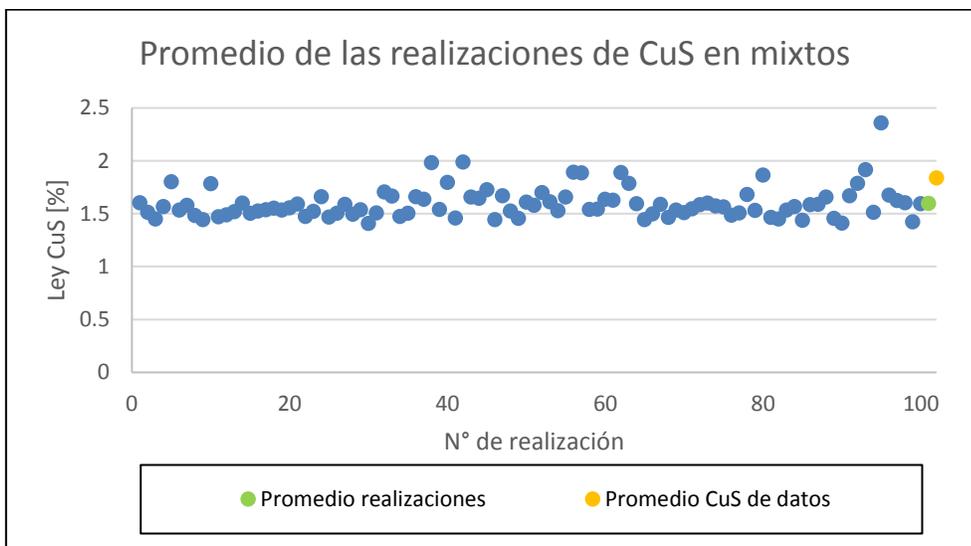


Ilustración 55: Gráfico de leyes medias de CuS por cada realización en mixtos.

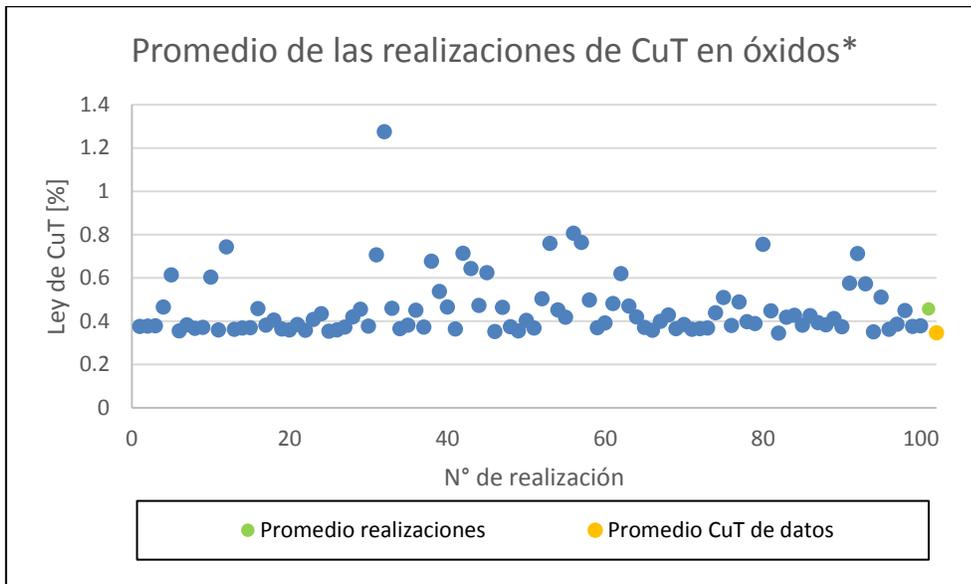


Ilustración 56: Gráfico de leyes medias de CuT por cada realización en óxidos*.

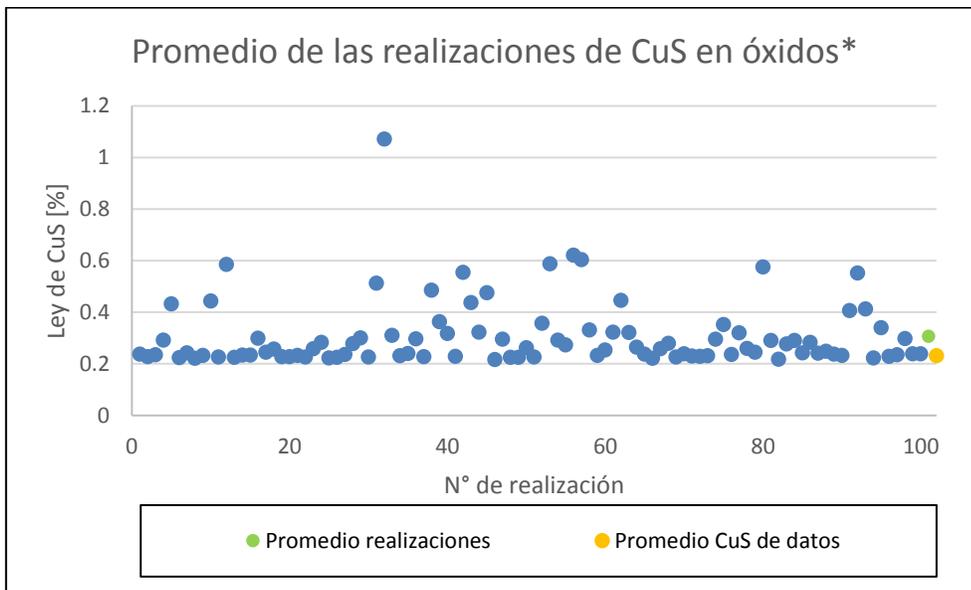


Ilustración 57: Gráfico de leyes medias de CuS por cada realización en óxidos*.

De los gráficos de medias de cobre total y cobre soluble para las realizaciones, se puede comprobar que los valores se encuentran cercanos al valor de los datos originales, en particular, el promedio de las realizaciones es similar al promedio de los datos, lo cual indica que las simulaciones entregan resultados realistas en relación al promedio de las variables.

Además de los promedios de las leyes de cada variable, es interesante analizar la desviación estándar de las leyes simuladas. A continuación se presentan cuatro ilustraciones, análogas al caso

de las medias de las leyes para cada unidad pero, en este caso se grafican las desviaciones estándar de las 100 realizaciones.

Es importante recordar que la co-simulación es de bloques, por lo que las medidas de varianzas y, por ende desviaciones estándar, se ven disminuidas debido al promedio que se realiza al momento de hacer la discretización de los bloques.

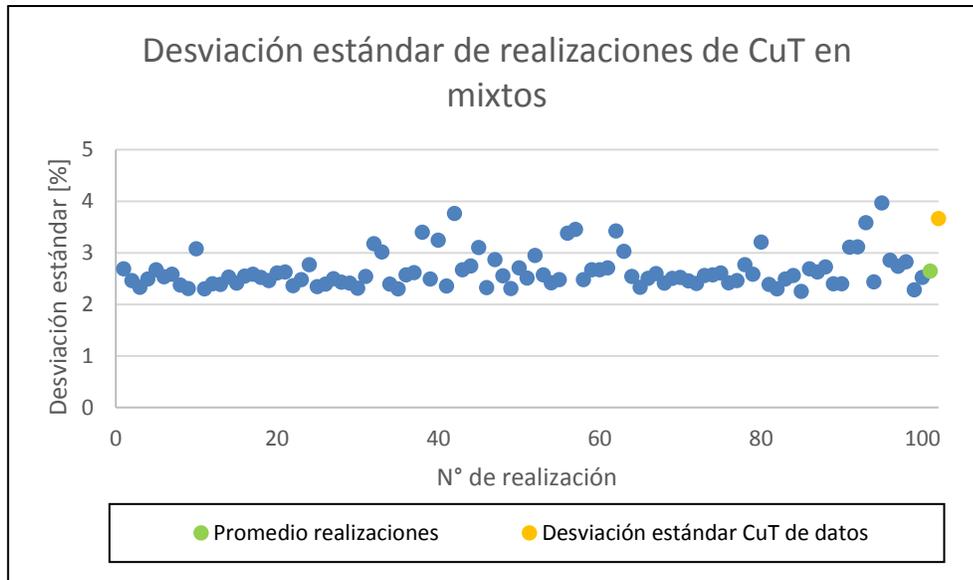


Ilustración 58: Gráfico de desviación estándar de leyes de CuT por cada realización en mixtos.

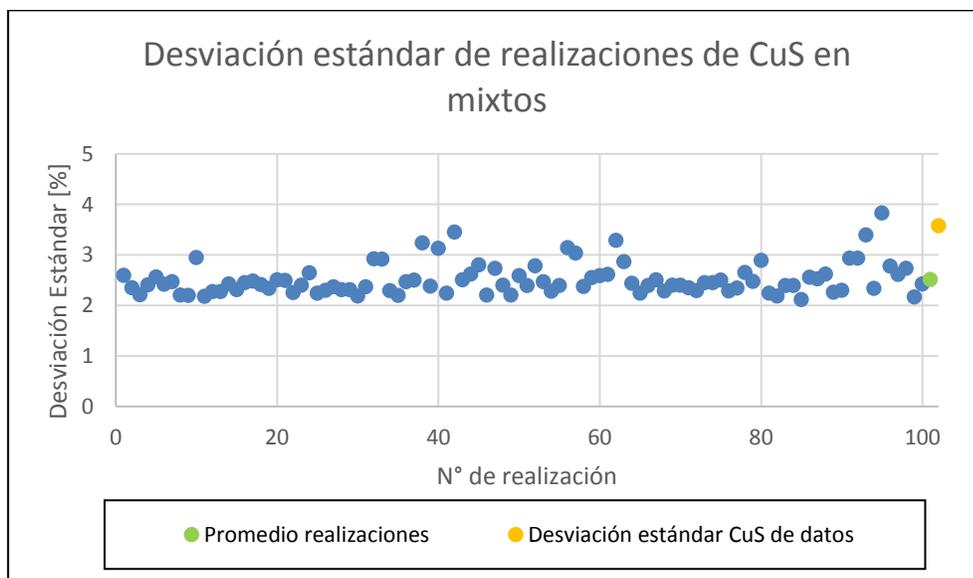


Ilustración 59: Gráfico de desviación estándar de leyes de CuS por cada realización en mixtos.

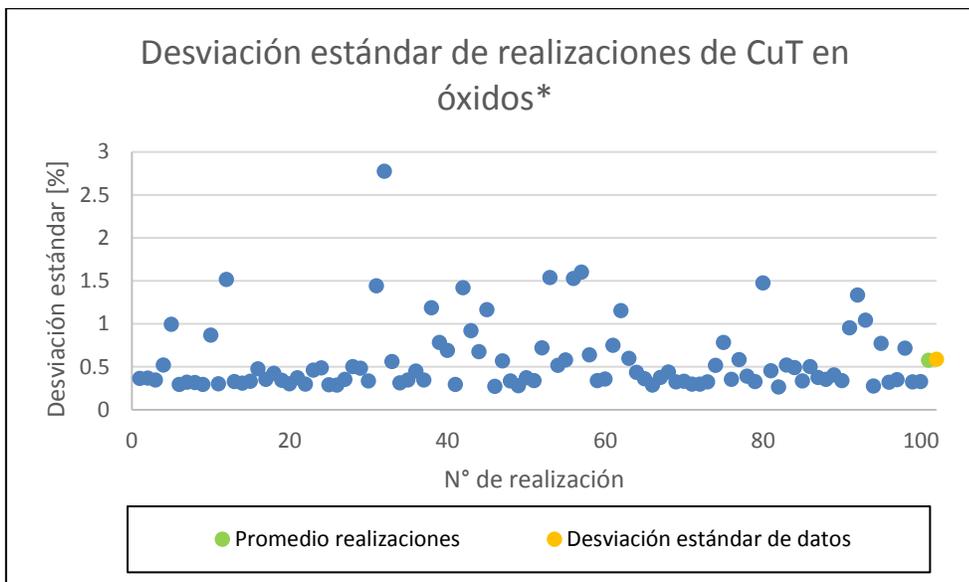


Ilustración 60: Gráfico de desviación estándar de leyes de CuT por cada realización en óxidos*.

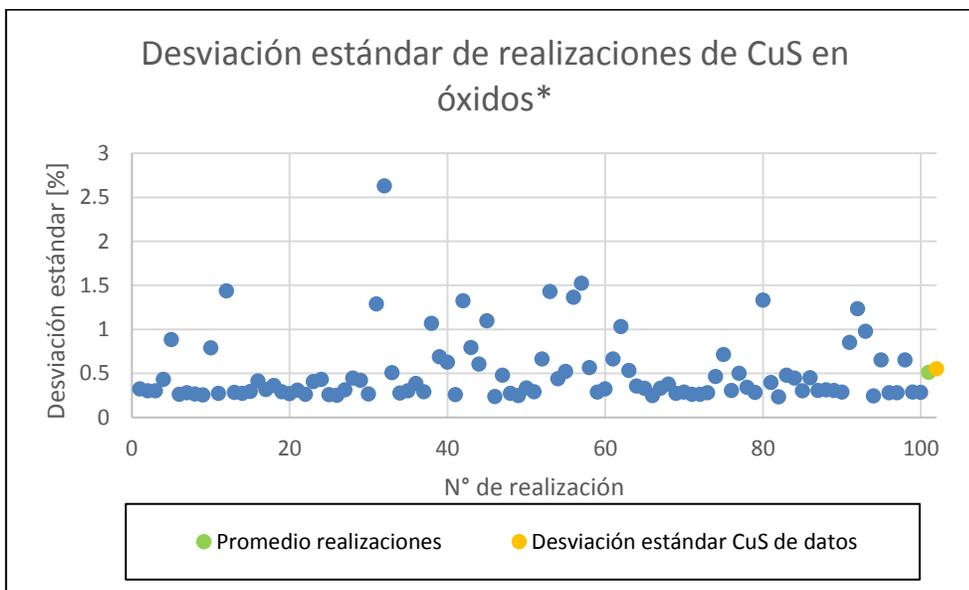


Ilustración 61: Gráfico de desviación estándar de leyes de CuS por cada realización en óxidos*.

La desviación estándar presenta dos comportamientos: en el caso de los mixtos se tiene una desviación estándar menor que los datos originales en aproximadamente un 38% de su valor, por otra parte, los óxidos* presentan una disminución de la desviación estándar respecto de la original en un 10% aproximadamente. Este comportamiento se explica por el hecho que en los mixtos se tiene una desviación estándar mucho mayor a los datos de óxidos*, por lo que las variaciones de esta medida son mucho más notorios. Esta diferencia se debe a la cantidad de datos y los valores de éstos, ya que la unidad de mixtos tiene una cantidad de datos que representa un 25% aproximadamente de los óxidos* y, además, sus valores de leyes son mayores.

Otro análisis necesario corresponde a observar los gráficos de dispersión de cobre total (CuT) versus cobre soluble (CuS). En él, se espera que su comportamiento respete los parámetros de los valores originales mostrados en la sección 4.1 de análisis exploratorio de datos. Dentro de las características que se busca comparar están: la restricción geoquímica establecida en la metodología ($CuS \leq CuT$) y el coeficiente de correlación entre las variables de CuT y CuS.

En las siguientes ilustraciones se presentan los gráficos de dispersión de cobre total versus cobre soluble para la realización #18 (escogida al azar) y para el promedio de las 100 realizaciones.

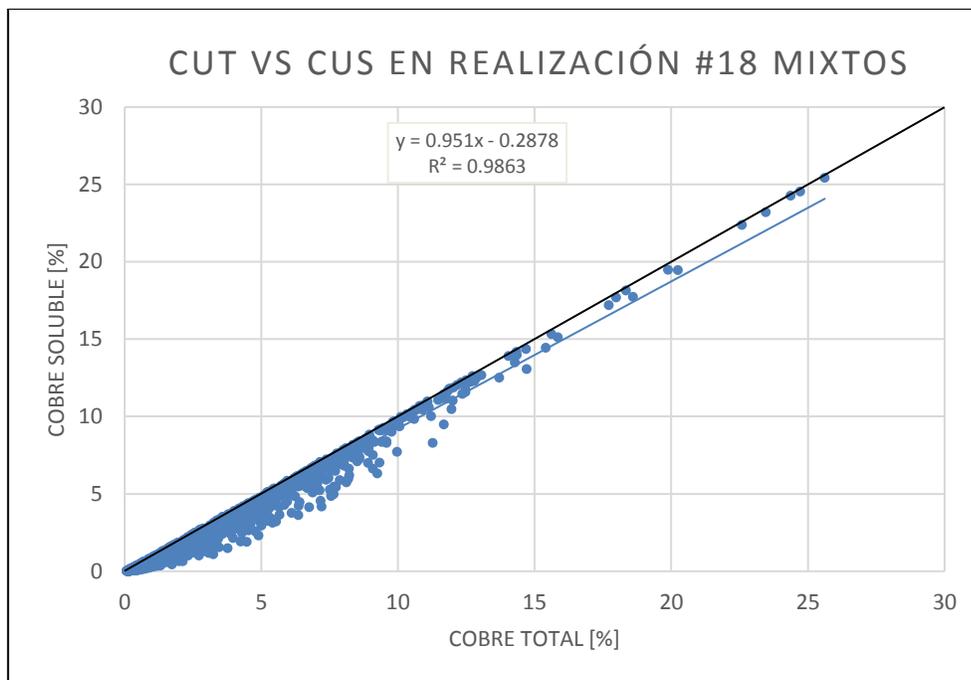


Ilustración 62: Gráfico de dispersión de leyes de cobre total versus cobre soluble para realización #18 en mixtos.

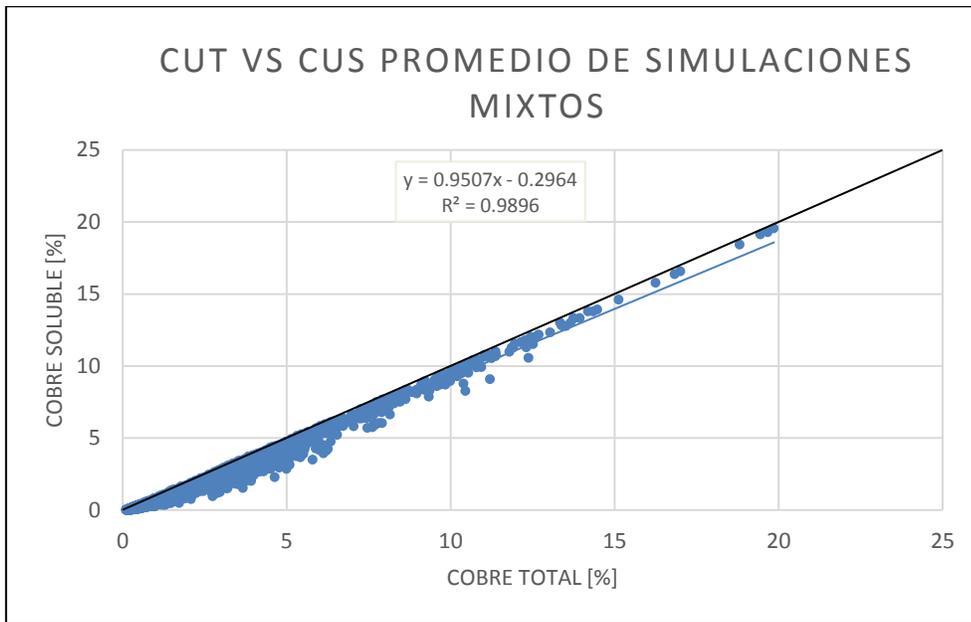


Ilustración 63: Gráfico de dispersión de leyes de cobre total versus cobre soluble para el promedio de realizaciones en mixtos.

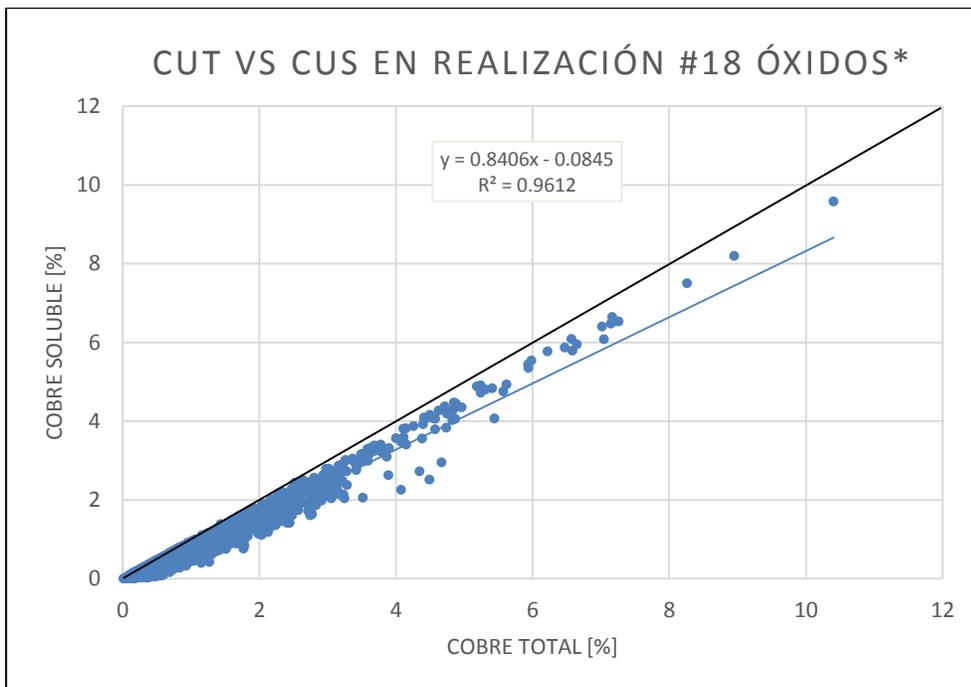


Ilustración 64: Gráfico de dispersión de leyes de cobre total versus cobre soluble para realización #18 en óxidos*.

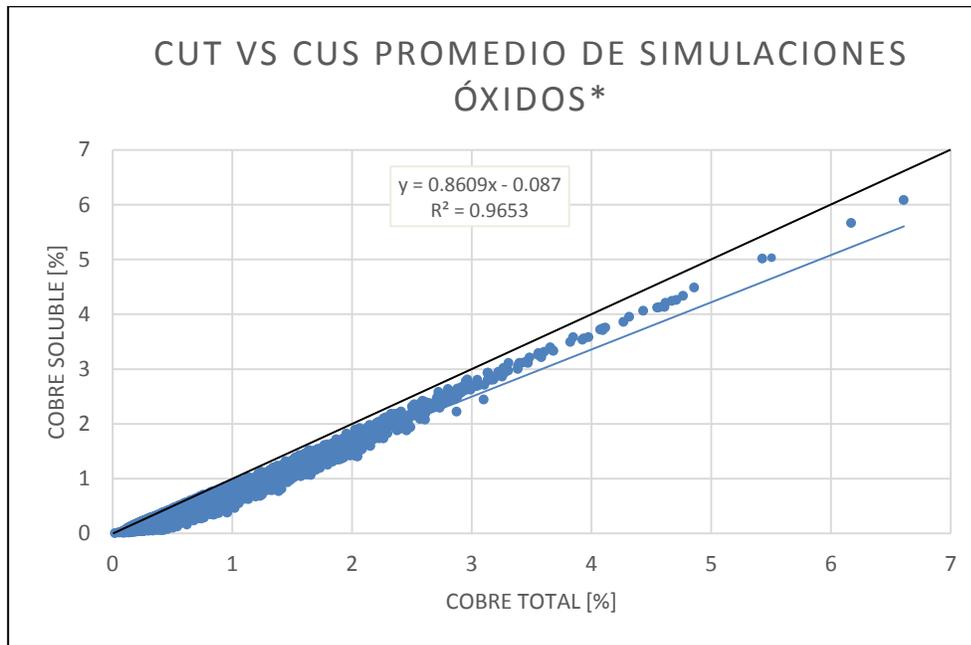


Ilustración 65: Gráfico de dispersión de leyes de cobre total versus cobre soluble para el promedio de realizaciones en óxidos*.

De los gráficos de dispersión de CuT vs CuS presentados, se observa que la desigualdad geoquímica entre el CuT y el CuS se mantiene para la realización #18 y para el promedio, lo cual demuestra que la metodología utilizada, es consistente con la relación que existe entre el cobre total y el cobre soluble, y por tanto no existirán bloques con leyes de cobre soluble mayores a cobre total.

La correlación entre ambas variables (CuT y CuS), de acuerdo a los resultados simulados, es aún mayor en los mixtos. Esto es consistente con la correlación presente en los datos originales, donde los mixtos son los que presentan la mayor correlación entre CuT y CuS. Los valores de esta correlación son similares en ambas unidades, para los datos originales de mixtos se tiene un coeficiente de correlación de 0,995 versus el simulado #18 de 0,986. En el caso de los óxidos*, se tiene un coeficiente de correlación original de 0,981 versus el simulado #18 de 0,961.

Por lo tanto, de las simulaciones se puede concluir que han reproducido tanto la desigualdad geoquímica como la correlación entre cobre total y cobre soluble para cada unidad de estimación, lo que sumado al análisis de medias de leyes y desviación estándar por realizaciones demuestra que los resultados son interpretaciones fidedignas de la realidad.

4.9.1. Medias condicionales de leyes

Otro análisis que mide la calidad de las simulaciones, es el análisis de las medias condicionales para las variables simuladas. Para compararlas, se muestran las medias condicionales de una variable utilizando los datos originales, luego se realiza un gráfico de la misma variable en el modelo simulado para alguna realización.

En las siguientes ilustraciones se muestran las medias condicionales de la variable principal CuT para la realización #18 y para los datos originales. Cabe mencionar que este análisis se realiza para el modelo de bloques completo, sin dividir por unidades de estimación, por ende, los datos originales también incluyen las dos unidades de estimación (óxidos* y mixtos).

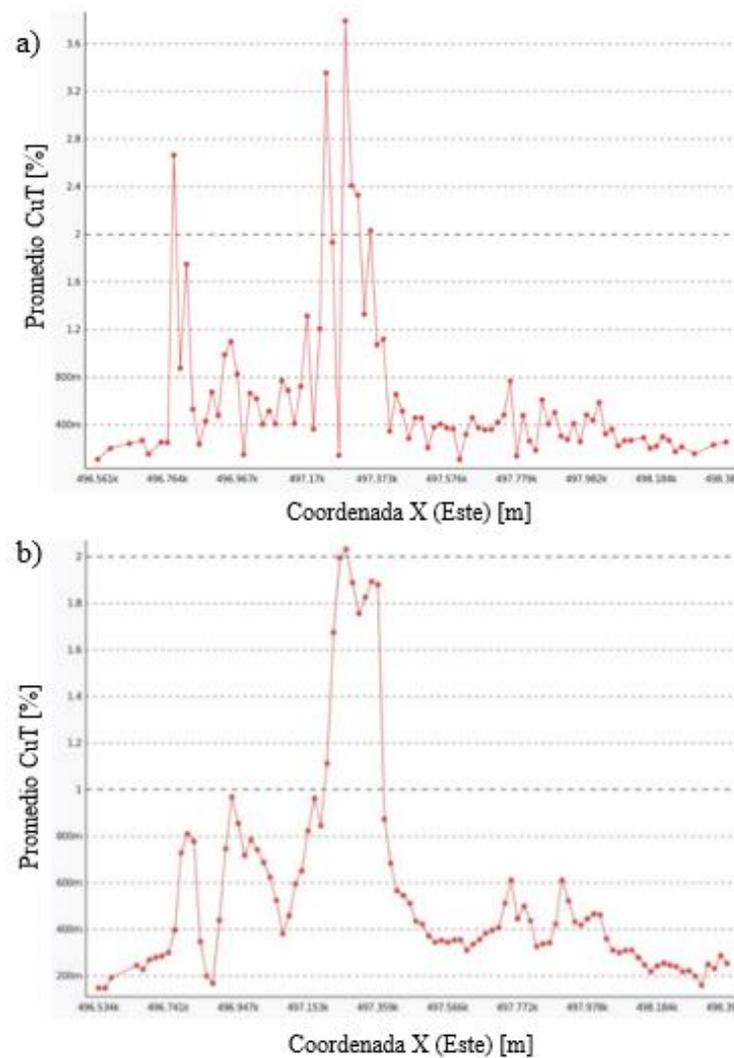


Ilustración 66: Gráficos de medias condicionales de leyes de CuT en direccion EW para: a) datos originales y b) realización #18.

De la ilustración anterior se corrobora que las medias condicionales de leyes de cobre total de la simulación, presentan un comportamiento similar en la dirección Este-Oeste al compararlas con las leyes de los datos originales. Los *picks* de valores altos se encuentran aproximadamente en las mismas coordenadas y, la forma general se mantiene en ambos casos. La mayor dispersión de valores que presentan los datos originales se explica por el soporte de las muestras, que es mucho menor al de soporte de bloques utilizado en el modelo final.

En la siguiente ilustración se presentan las medias condicionales de leyes de cobre total respecto a la dirección Norte-Sur.

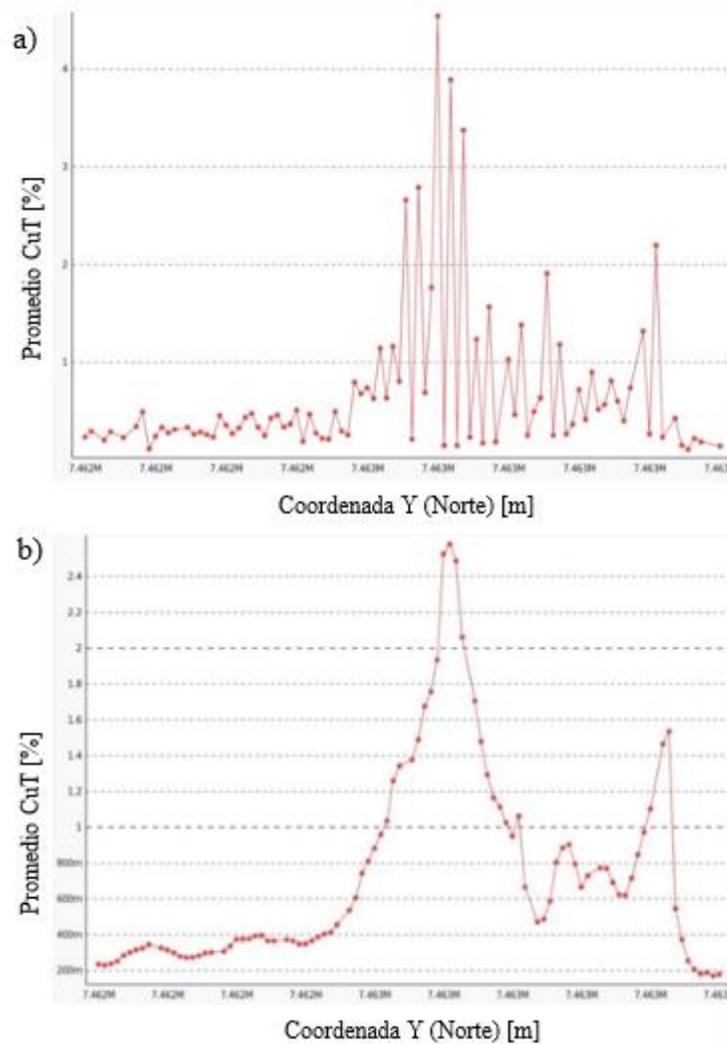


Ilustración 67: Gráficos de medias condicionales de leyes de CuT respecto a dirección NS para: a) datos originales y b) realización #18.

Análogo a la dirección Este-Oeste, la dirección Norte-Sur presenta una distribución de valores para cobre total similar a los datos originales. Al ver la Ilustración 67 se puede notar una mayor

dispersión de valores desde la mitad de la coordenada hacia la derecha, situación que se ve suavizada en el modelo simulado. Ambos *picks* de altas leyes que se observan en los datos originales se puede ver también en la realización #18.

Finalmente, la siguiente ilustración muestra las medias condicionales de leyes de cobre total respecto a la cota.

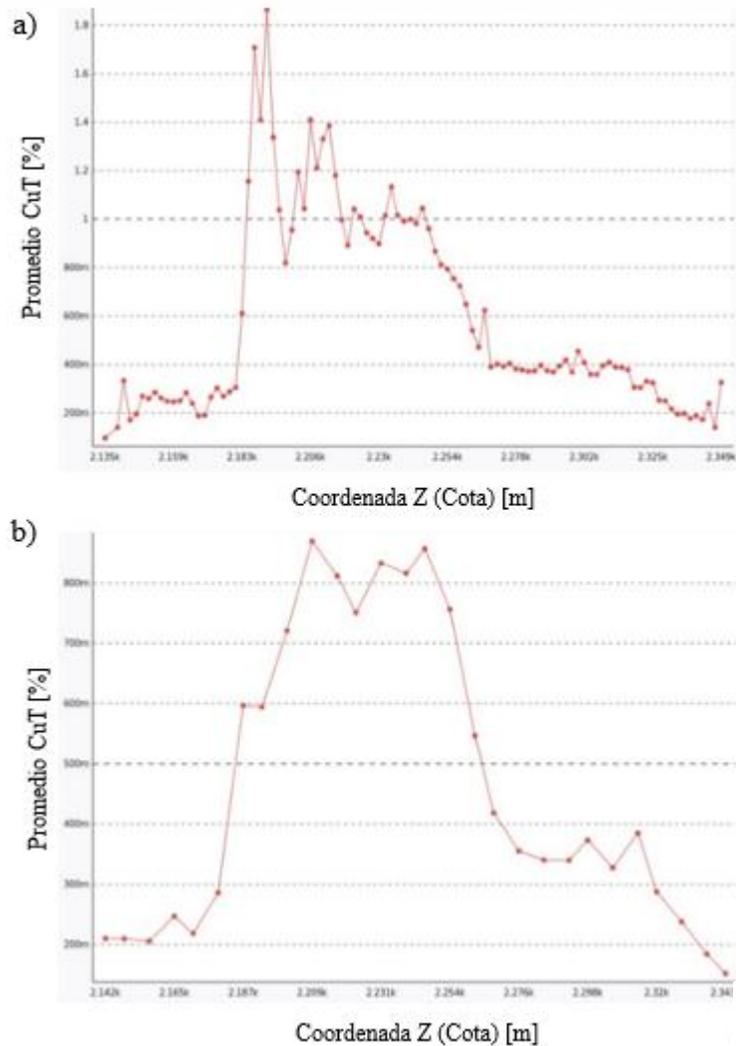


Ilustración 68: Gráficos de medias condicionales de leyes de CuT respecto a la elevación para: a) datos originales y b) realización #18

Para el caso de la cota, se puede ver nuevamente un comportamiento similar al de los datos originales. Se respetan las zonas de altas y bajas leyes de la variable, pero se muestra más suave que los datos originales. La suavidad y la cantidad menor de puntos se deben a la menor cantidad de datos en la cota, ya que son bloques de 7,5 metros de altura versus compósitos de 2 metros.

En base al análisis de medias condicionales, se puede concluir que la co-simulación entrega escenarios con una alta similitud respecto a la realidad en cuanto a la distribución espacial de leyes.

4.9.2. Histogramas de leyes

En esta sección se presentan histogramas de ley de cobre total y soluble de diferentes realizaciones, y se comparan con el histograma de los datos originales. Se espera que la distribución de las leyes sea similar a la de los datos originales, pero con un suavizamiento que se manifiesta principalmente en la desviación estándar debido al soporte de bloques utilizado en las simulaciones. A continuación se presentan los histogramas para la unidad de óxidos*, los resultados para los mixtos se pueden ver en la sección de anexos.

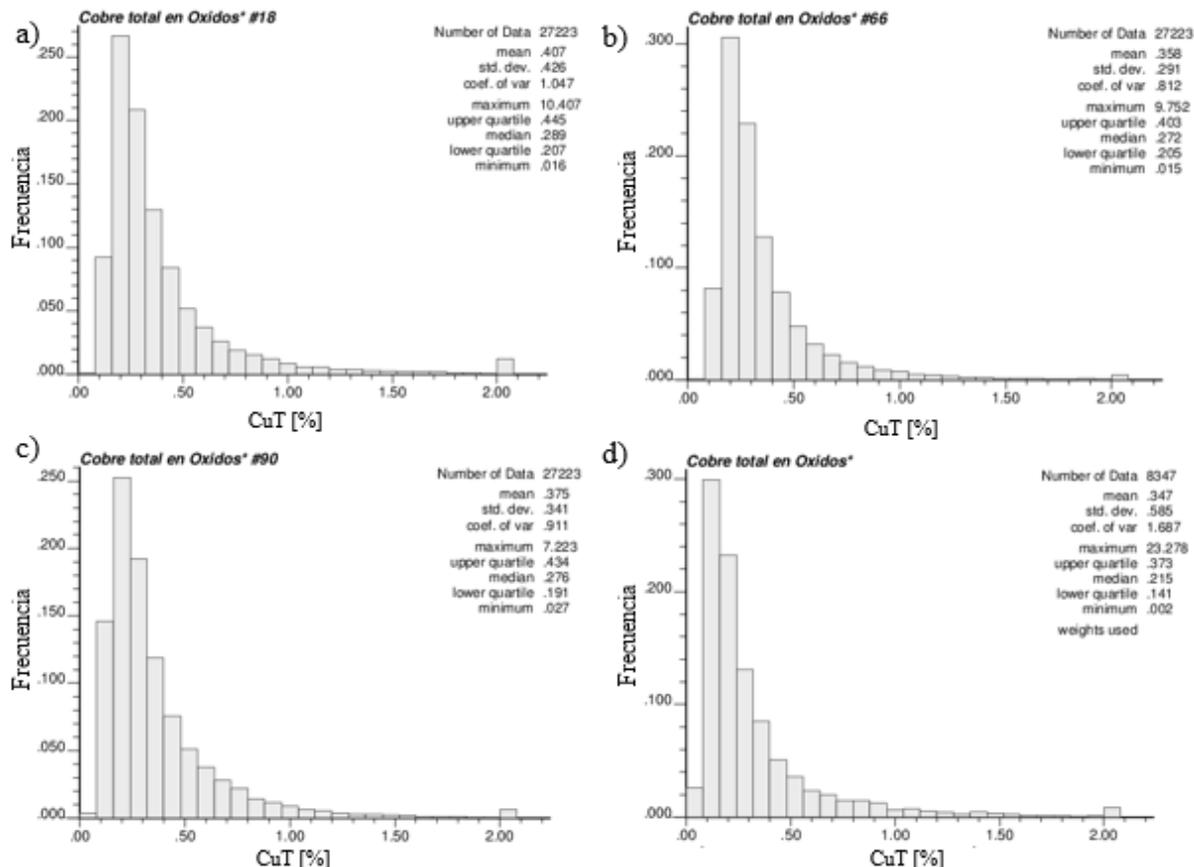


Ilustración 69: Histogramas de leyes de cobre total en óxidos*: a) realización #18, b) realización #66, c) realización #90 y d) datos originales.

De acuerdo a la ilustración anterior de histogramas, se observa como la forma de los histogramas de cada realización es similar a los datos originales y sus medias se encuentran cercanas al mismo valor. Como se había presentado en las tablas estadísticas de los resultados de co-simulación, el modelo simulado es más suavizado que los datos originales debido a la utilización de una co-simulación de bloque, por lo que se promedian los valores simulados en la discretización del bloque, esto último disminuye la varianza y suaviza el resultado.

En la siguiente ilustración se presenta el caso de las leyes de cobre soluble para las mismas realizaciones y su comparación con el caso original.

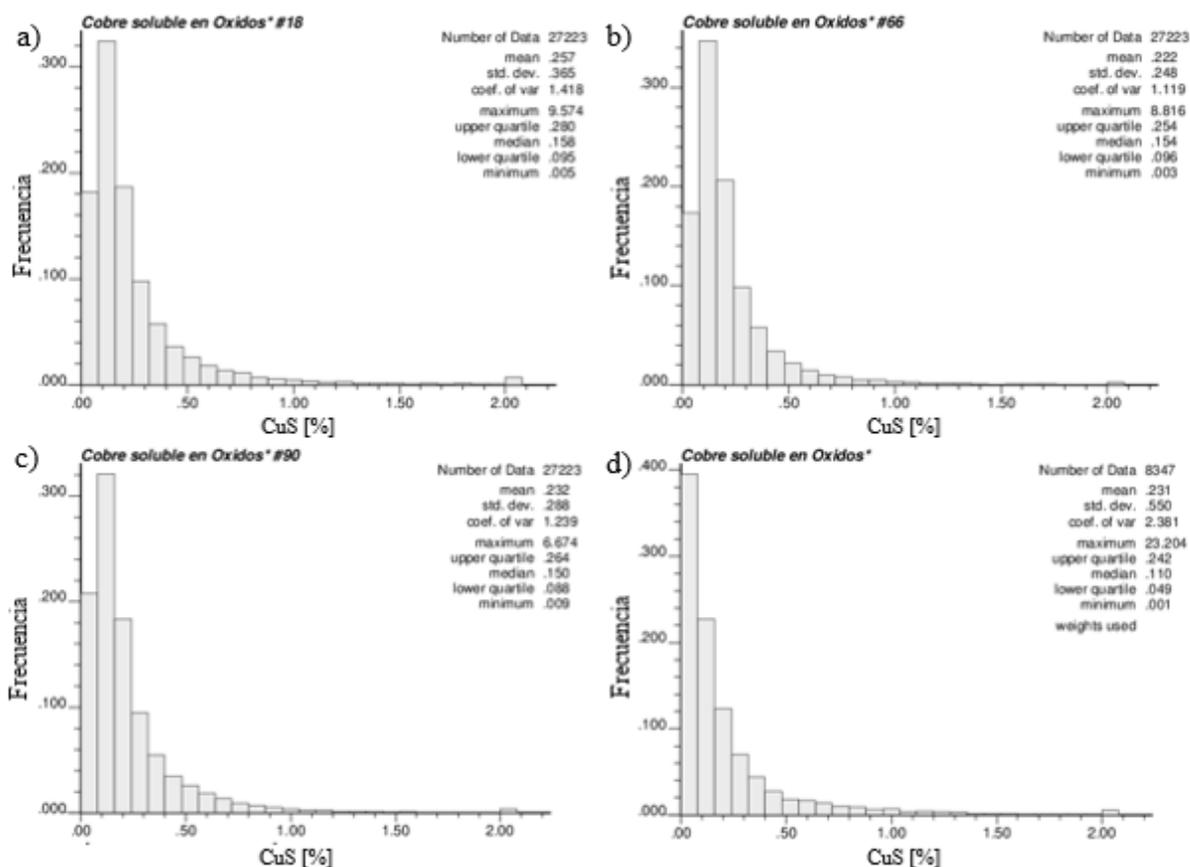


Ilustración 70: Histogramas de leyes de cobre soluble en óxidos*: a) realización #18, b) realización #66, c) realización #90 y d) datos originales.

Como en el caso del cobre total, el cobre soluble presenta una media cercana a los datos originales. Las desviaciones estándar en las realizaciones son claramente menores debido al suavizamiento del soporte de bloque.

4.9.3. Gráficos de caja

En esta sección se presentan los gráficos de caja de la ley de cobre total (CuT) y de la razón de solubilidad (Sol), para cada una de las realizaciones y de los datos originales. A continuación se presentan los gráficos de caja separados por unidad de estimación.

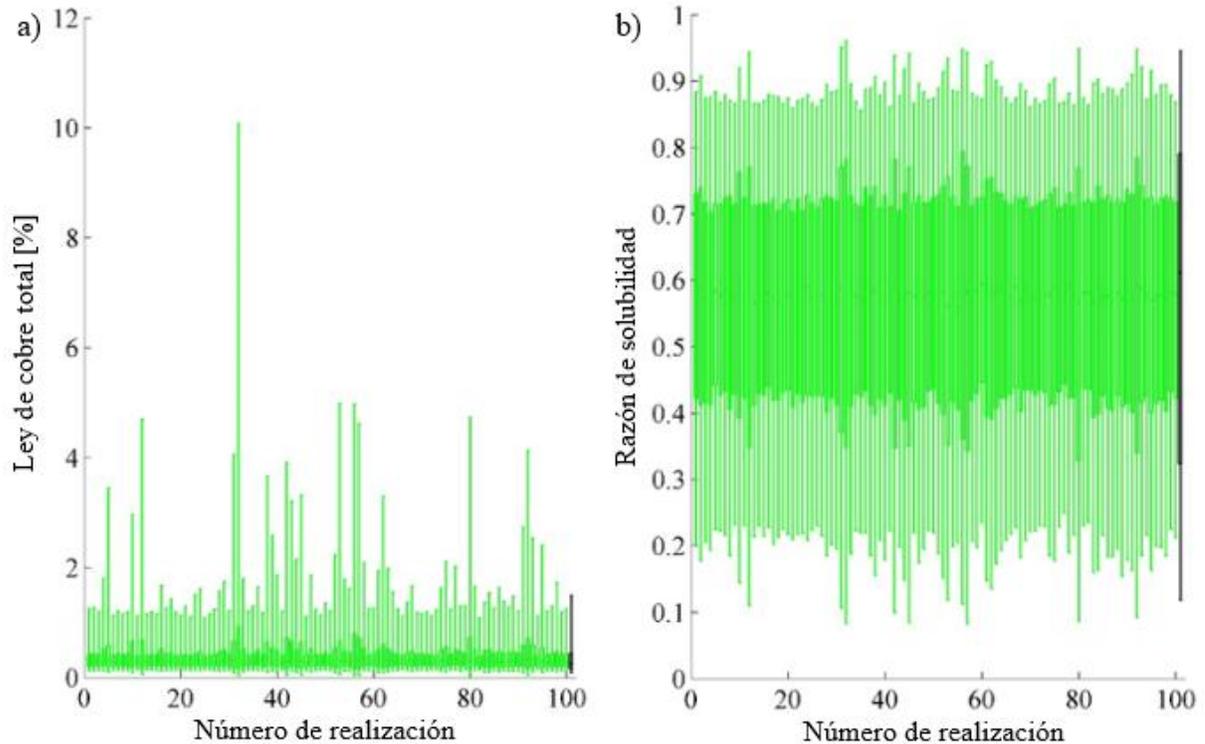


Ilustración 71: Gráfico de cajas de cada realización (verde) y de datos originales (negro) de leyes de: a) cobre total y b) razón de solubilidad en óxidos*.

De acuerdo a la ilustración anterior, se puede ver como la mayoría de las realizaciones presenta un rango de valores de ley similar a las muestras. El rango intercuartil en particular, se encuentra en rangos similares a los datos originales en todas las realizaciones. Los datos extremos que aparecen en los gráficos de caja para la ley de cobre total se explican por la presencia de valores altos de leyes de cobre en los datos originales, los cuales pueden desencadenar realizaciones con valores elevados. Estos datos que presentan valores fuera del resto, fueron analizados en la sección de análisis exploratorio de datos y no fue necesario eliminarlos, debido a que se encontraban en la misma zona del espacio que los otros datos extremos y que no eran valores únicos alejados entre sí, sino que pertenecían a un grupo de valores y sondajes con leyes altas.

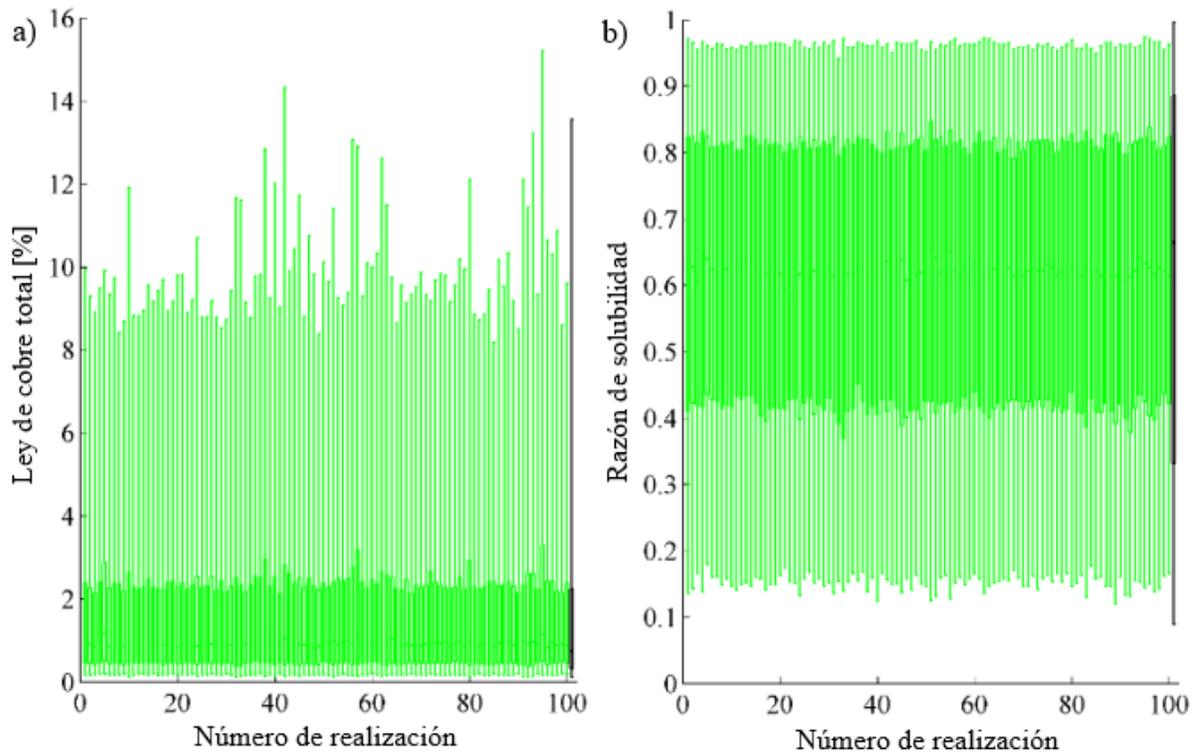


Ilustración 72: Gráfico de cajas de cada realización (verde) y de datos originales (negro) de leyes de: a) cobre total y b) razón de solubilidad en mixtos.

De acuerdo a la Ilustración 72, se observa que las leyes de cobre total en los mixtos presentan un comportamiento similar y algo más suavizado que los datos originales. El resultado muestra mayor similitud con la realidad que los óxidos*, lo cual podría deberse a la presencia de los valores extremos de leyes en los óxidos*. Estos valores extremos en la unidad de los mixtos son más frecuentes, por lo que las realizaciones tuvieron todas una presencia clara de valores altos, no así en los óxidos*, donde debido a la menor presencia de estas leyes altas existieron algunas realizaciones que se alejaron en los valores altos, pero con una frecuencia mucho menor que en los mixtos.

4.9.4. Destinos para los bloques

En esta sección se aplica un criterio a las leyes simuladas, para tener un mapa de probabilidad de enviar los bloques a un determinado destino de procesamiento.

De acuerdo a las leyes de cobre total y la razón de solubilidad, cada bloque tiene un destino preferencial para su procesamiento, o en el peor caso se envía a un botadero. Las simulaciones permiten obtener un modelo de bloques con las probabilidades para cada bloque de ir a un destino u otro, lo cual es más útil al momento de tomar decisiones durante la planificación.

Los criterios de enviar un bloque a un destino u otro dependen de la faena en particular, ya que están relacionados con los costos de procesamiento y extracción de los bloques. Para el caso de estudio, se utilizó el siguiente criterio para los destinos de cada uno de los bloques:

1. Planta de Flotación: cobre total $\geq 0,4\%$ y razón de solubilidad $< 0,7$.
2. Planta de Lixiviación: cobre total $\geq 0,4\%$ y razón de solubilidad $\geq 0,7$.
3. Stock de baja ley: $0,2\% \leq$ cobre total $< 0,4\%$ y razón de solubilidad $\geq 0,75$.
4. Botadero: Todos los otros casos.

En la siguiente ilustración, se presenta un esquema explicativo para la asignación de un destino a cada bloque de acuerdo a la ley de cobre total y la razón de solubilidad.

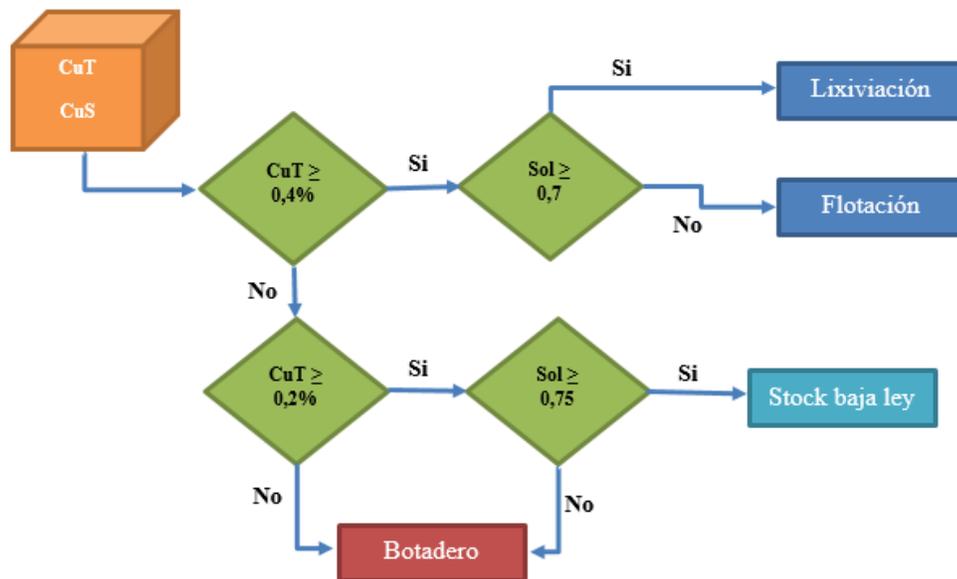


Ilustración 73: Esquema de criterio para asignar destinos a cada bloque.

Una vez que se establece el criterio, se realiza en cada simulación una asignación de destinos a cada bloque. Como son un total de 100 realizaciones, se contabilizan las veces que un bloque es enviado a un cierto destino y se asigna un porcentaje de probabilidad.

En las siguientes ilustraciones, se muestran las probabilidades que cada bloque sea enviado a un determinado destino utilizando el criterio previamente señalado.

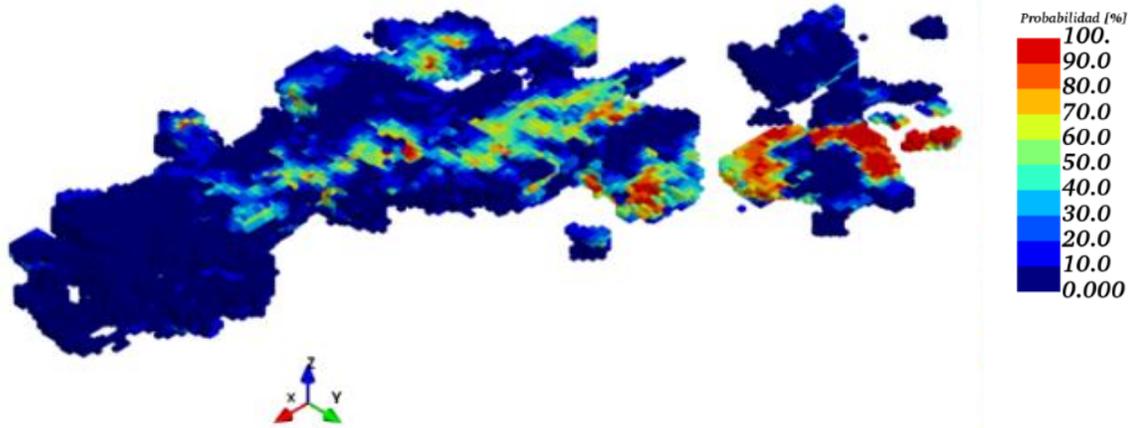


Ilustración 74: Vista isométrica de la probabilidad de enviar los bloques al proceso de flotación.

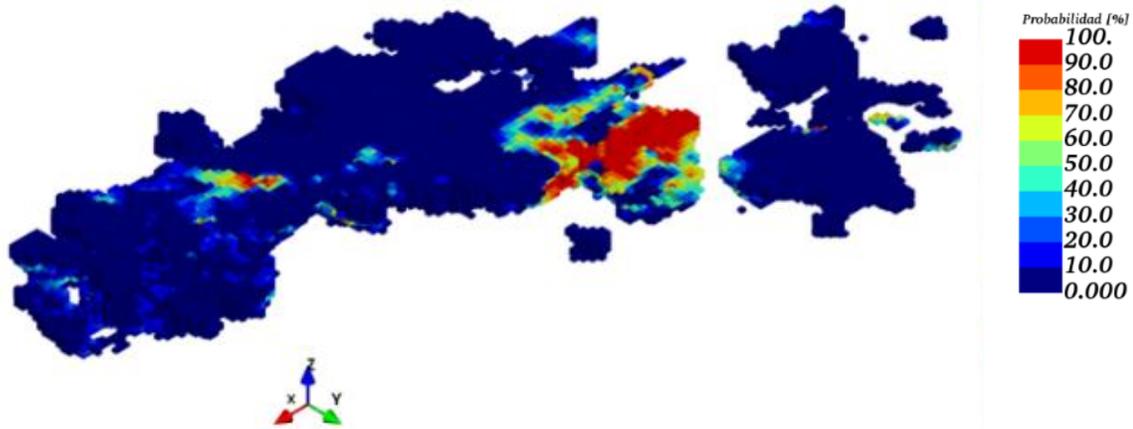


Ilustración 75: Vista isométrica de la probabilidad de enviar los bloques al proceso de lixiviación.



Ilustración 76: Vista isométrica de la probabilidad de enviar los bloques al stock de baja ley.

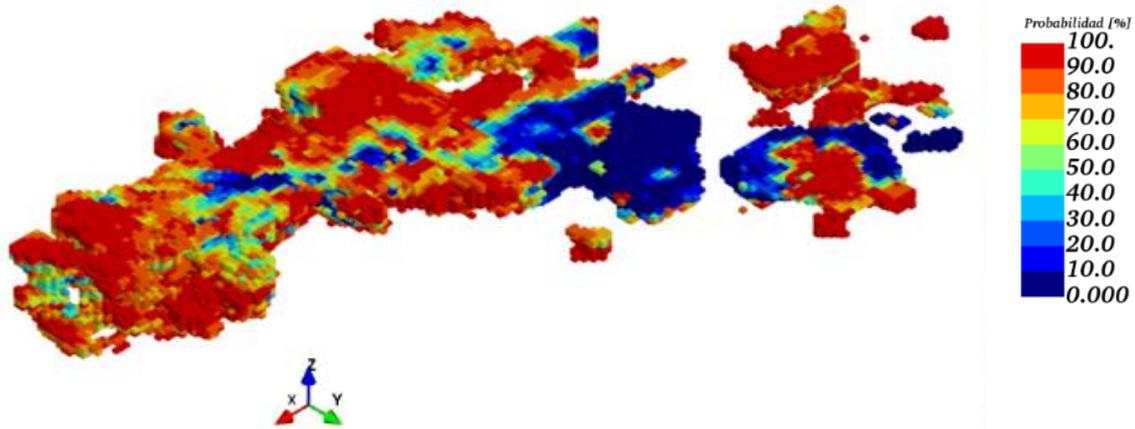


Ilustración 77: Vista isométrica de la probabilidad de enviar los bloques al botadero.

Para una mejor visualización de los bloques enviados a cada destino, se realizan vistas en planta para una cota de 2.240 metros, que corresponde a la mitad de la elevación del modelo de bloques.

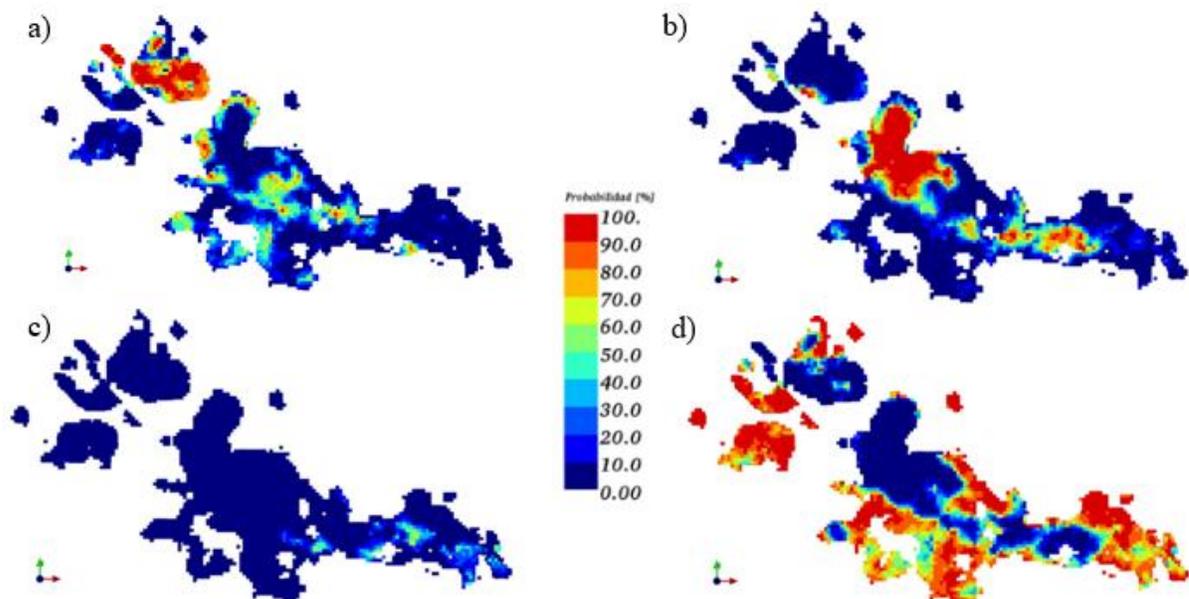


Ilustración 78: Vista en planta (cota 2.240 m) de la probabilidad de enviar los bloques a: a) flotación, b) lixiviación, c) stock de baja ley, d) botadero.

De las ilustraciones anteriores se puede ver que existe una zona bien delimitada dentro del modelo de bloques con las mayores probabilidades de enviar los bloques a procesamiento, ya sea flotación o lixiviación. La flotación está marcada principalmente por la zona norte del modelo de bloques, donde se encuentran una mitad de los mixtos. La otra zona con destino a flotación, se ubica más al sur del modelo, donde existían leyes altas de cobre total pero con bajas solubilidades.

Por otra parte, la lixiviación se encuentra en una especie de cordón de leyes altas que recorre el modelo de bloques en dirección noroeste, abarcando también la otra mitad de la zona de mixtos que no se envían a flotación. Se puede ver una porción del modelo de bloques dentro de la zona de lixiviación que se debería enviar a flotación, esta zona parece dividir el cordón de leyes y solubilidades altas que se envían a lixiviación (ver ilustración 78 (a) y (b)).

En la Tabla 14 se resumen las estadísticas para el número de bloques enviados a los cuatro destinos indicados anteriormente:

Tabla 14: Estadísticas básicas del número de bloques por destino.

Destino	Flotación	Lixiviación	Stock baja ley	Botadero
Media	5.925	6.212	1.870	17.598
Mínimo	4.738	4.523	659	15.207
Máximo	8.396	10.065	2.571	19.399
Desv. Est.	720,43	1410,97	476,10	1151,32

Para tener una mejor idea de la cantidad de bloques que se envía a cada destino respecto del total de bloques, se presentan las estadísticas para el porcentaje que representa cada número de bloques enviados respecto del total:

Tabla 15: Estadísticas básicas del número de bloques por destino en porcentaje.

Destino	Flotación	Lixiviación	Stock baja ley	Botadero
Media [%]	19	20	6	56
Mínimo[%]	15	14	2	48
Máximo [%]	27	32	8	61
Desv. Est. [%]	2,28	4,46	1,51	3,64

De las tablas 14 y 15, se puede notar que los bloques enviados a botadero son en promedio la mayoría, con una media de 56%. Por otra parte, la cantidad de bloques enviados a lixiviación y flotación son similares: 20% y 19% en promedio respectivamente. Es importante notar que los bloques enviados a lixiviación tienen una alta desviación estándar en comparación a otros destinos, lo que indica que tal vez se pudieron enviar a flotación o a stock de leyes bajas. El stock de bajas leyes es el destino con menores variaciones.

Para ver las leyes enviadas a cada destino, se calcula el promedio de ley de cobre total y ley de cobre soluble de los bloques de acuerdo al destino correspondiente. Para hacer esto, primero se calcula el promedio de las leyes de los bloques para cada uno de los 4 destinos. Como son 100 realizaciones, se calcula el promedio de las 100 realizaciones para cada destino, de esta forma no se tiene un resultado sesgado y se utilizan todas las realizaciones para entregar una ley de alimentación a cada destino. En la Tabla 14 se presentan las estadísticas básicas de las leyes de cobre total y soluble por destino.

Tabla 16: Estadísticas básicas de leyes de cobre total y soluble por destino.

Destino	Flotación	Lixiviación	Stock baja ley	Botadero	
Ley de CuT [%]	Media	0,76	1,91	0,30	0,23
	Mínimo	0,67	1,61	0,28	0,18
	Máximo	1,12	3,62	0,32	0,25
	Desv. Est.	0,08	0,26	0,01	0,02
Ley de CuS [%]	Media	0,42	1,65	0,24	0,11
	Mínimo	0,37	1,38	0,23	0,08
	Máximo	0,63	3,23	0,26	0,12
	Desv. Est.	0,05	0,24	0,01	0,01

En la Tabla 15 se muestra que la cantidad de bloques enviados a flotación y lixiviación son similares, pero al observar las leyes de cobre de estos destinos, se puede ver que tienen diferencias significativas. Para la lixiviación se envían los bloques con las mayores leyes de cobre total y soluble (como se puede ver en la Tabla 16), lo cual se puede explicar por la alta correlación entre CuT y CuS de los datos originales, cuya correlación se logró reproducir en las simulaciones realizadas. Por lo tanto, bloques que tienen altas leyes de cobre total también tienen altas leyes de cobre soluble.

La desviación estándar también es mayor dentro de las leyes de bloques que se destinan a lixiviación. Esta mayor dispersión de leyes se debe a que se envían los bloques con las mayores leyes a este destino, por lo que sus desviaciones estándar son mayores debido al efecto de proporcionalidad que se mostró en la Ilustración 53.

Finalmente, se muestra la probabilidad de superar una ley de corte de 0,45% para cobre total. Sobre esta ley se puede asegurar un destino de procesamiento en la mayoría de las faenas de minería a cielo abierto. En la siguiente ilustración se muestra una vista en planta para la cota 2.240 metros:

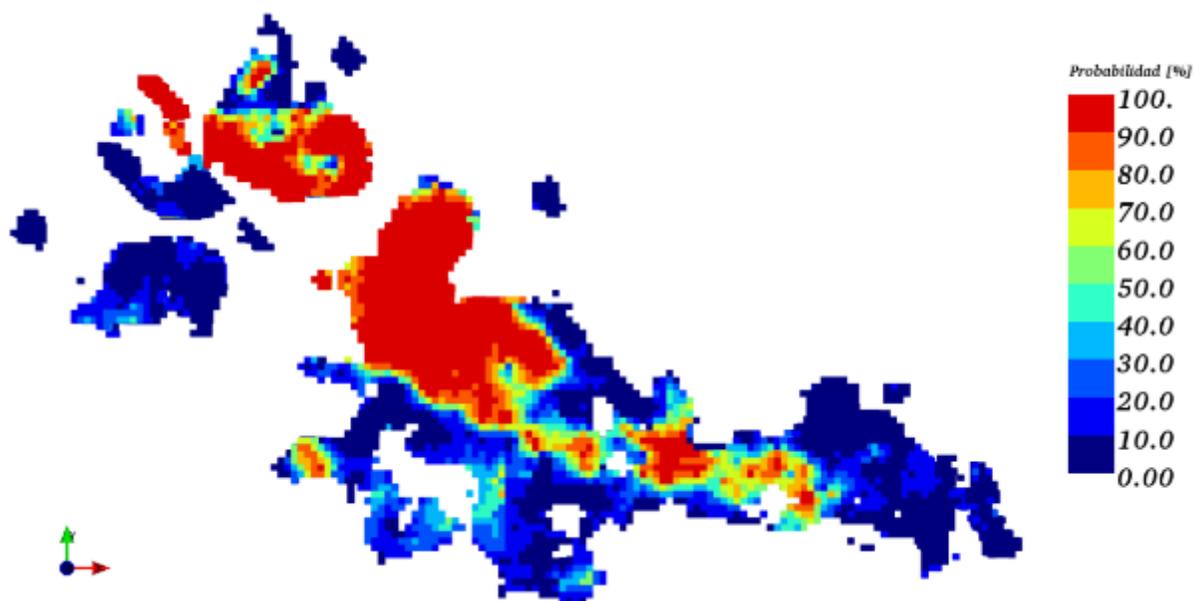


Ilustración 79: Vista en planta (cota 2.240 metros) de la probabilidad de superar una ley de corte de cobre total igual a 0,45%.

De la vista anterior, se puede notar la zona de altas leyes que sigue una configuración en diagonal a través del modelo simulado. Esta configuración es equivalente a la de los datos originales de leyes de cobre, por lo que se puede establecer que la simulación entrega resultados congruentes con los datos reales.

5. Conclusiones

La cadena de valor de la minería, se ve afectada por cualquier cambio que se introduzca y conlleve un aumento o disminución de algún resultado dentro de un proceso, por ejemplo: cantidad de bloques sobre una ley de corte específica. Desde la exploración de un yacimiento hasta su explotación, se debe tener claro que el objetivo final es hacer de la minería un negocio rentable.

Los metales como el cobre pueden presentarse en diferentes mineralizaciones, haciendo que un proceso de obtención del metal sea mejor que otro dependiendo de la mineralización. En particular, existen los minerales de cobre oxidados y sulfurados, cuyos destinos de procesamiento son diferentes. Si bien se pueden procesar tanto en la lixiviación como en la flotación, existe uno que es mejor para cada mineralización.

En la primera parte de esta memoria, la utilización del software ANDES para el análisis exploratorio de datos facilitó en gran medida la visualización de las muestras y sus diferentes variables, el análisis estadístico de las variables, el modelamiento de los variogramas y la visualización de los escenarios obtenidos de las simulaciones; Además de otras tareas de análisis rápido utilizando filtros en la variable en estudio. Como recomendación respecto del software, se espera poder hacer todo el análisis variográfico dentro del mismo, lo que permitiría avanzar más rápido en los resultados, y más, si la opción de realizar la co-simulación mediante el algoritmo de bandas rotantes estuviese disponible. Finalmente, en cuanto a las tareas que se realizaron dentro del software, se pudo notar una interfaz bastante amigable con el usuario y con detalles fácilmente mejorables en cuanto a las opciones de visualización y cálculo de estadísticas.

La metodología utilizada para la co-simulación permitió respetar la desigualdad geoquímica entre el cobre total y el cobre soluble, la cual aparecía como la principal problemática al querer realizar una simulación directa sobre las dos variables de interés. Además de lo anterior, los análisis y validaciones de los resultados de la co-simulación mostraron que las relaciones entre las leyes de cobre total y cobre soluble se reprodujeron tanto en realizaciones elegidas al azar como para el promedio de estas. Las distribuciones espaciales de las leyes de cobre y solubilidad también mostraron resultados similares a los datos originales, dejando claro cuáles son las zonas con mayores leyes dentro del dominio.

Si bien la unidad de estimación utilizada en un comienzo es de óxidos (dejando fuera los sulfuros), es importante que se tomen en consideración las poblaciones presentes en esta unidad al momento de planificar su extracción y posterior procesamiento. Los óxidos pueden presentar diferentes razones de solubilidad, por lo que a priori destinarlos a procesos de lixiviación no es una opción cien por ciento correcta. Como se pudo notar de los resultados de los modelos simulados, los destinos de flotación y lixiviación mantuvieron un porcentaje de bloques enviados muy similares (19% y 20% en promedio, respectivamente), jugando un rol primordial la razón de solubilidad de cada bloque para su destino óptimo. Otro punto interesante, es que dada la alta correlación existente

entre las leyes de cobre total y cobre soluble, las leyes de los bloques enviados a lixiviación fueron mayores a las de los bloques enviados a flotación, ya que a medida que aumentaba la ley de cobre total, el cobre soluble también lo hacía casi directamente.

Bibliografía

- [1] CHILÉS J.P., DELFINER P. (1999): *Geostatistics: Modeling Spatial Uncertainty*. John Wiley & Sons, New York, 695 p.
- [2] DEUTSCH C.V., JOURNEL A.G. (1998): *GSLIB: Geostatistical software library and user's guide*. Oxford University Press.
- [3] EMERY X. (2005): *Variograms of order ω : a tool to validate a bivariate distribution model*. *Mathematical Geology*, Vol 37, n°1, p. 163-181.
- [4] EMERY X. (2006): *A disjunctive kriging program for assessing point-support conditional distributions*. *Computers & Geosciences* 32, 965-983.
- [5] EMERY X. (2008): *A turning bands program for conditional co-simulation of cross-correlated Gaussian random fields*. *Computers & Geosciences*, Vol. 34, No. 12, pp. 1850-1862.
- [6] EMERY X. (2012): *Co-simulating Total and Soluble Copper Grades in an Oxide Ore Deposit*. *Mathematical Geosciences*, Vol. 44, n°1, p. 27-46.
- [7] EMERY X. (2012): *Simulación Estocástica y Geoestadística No Lineal*. Universidad de Chile.
- [8] EMERY X. (2013): *Apuntes Catedra: Geoestadística*. Universidad de Chile.
- [9] GOOVAERTS P. (1997): *Geostatistics for natural resources evaluation*. New York: Oxford University Press, 480 p.
- [10] GOULARD M., VOLTZ M. (1992): *Linear coregionalization model: tools for estimation and choice of cross-variogram matrix*. *Mathematical Geology*, Vol. 24, no. 3, p. 269-286.
- [11] LEUANGTHONG O., DEUTSCH C.V. (2003): *Stepwise Conditional Transformation for Simulation of Multiple Variables*. *Mathematical Geology* 35(2) 155-173.
- [12] MONTOYA C. (2008): *Simulación geoestadística de atributos geológicos y ambientales y su aplicación a la planificación minera*. Tesis de magister. Universidad de Chile.
- [13] PIZARRO S. (2010): *Modelamiento geoestadístico de leyes de cobre total y soluble*. Memoria de título. Universidad de Chile.
- [14] WERNER LANGE B. (2012): *Modelamiento y Co-Simulación de leyes de cobre total y soluble*. Memoria de título. Universidad de Chile.

Anexo

A.1 Resultados de la co-simulación

A.1.1 Vistas isométricas de leyes de CuT y CuS

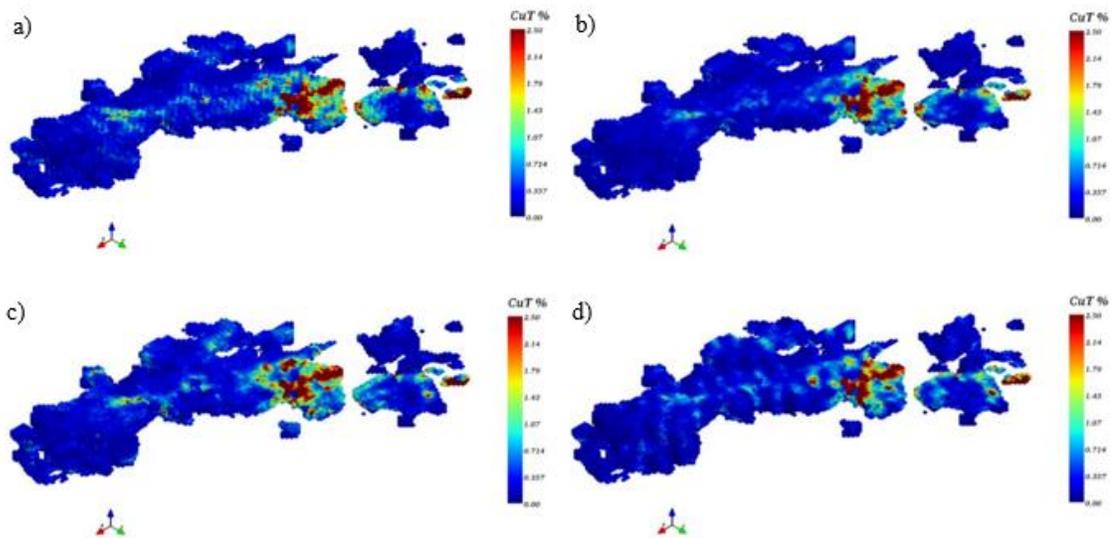


Ilustración 80: Vistas isométricas de leyes de cobre total de: a) realización #36, b) realización #66, c) realización #77 y d) realización #90.

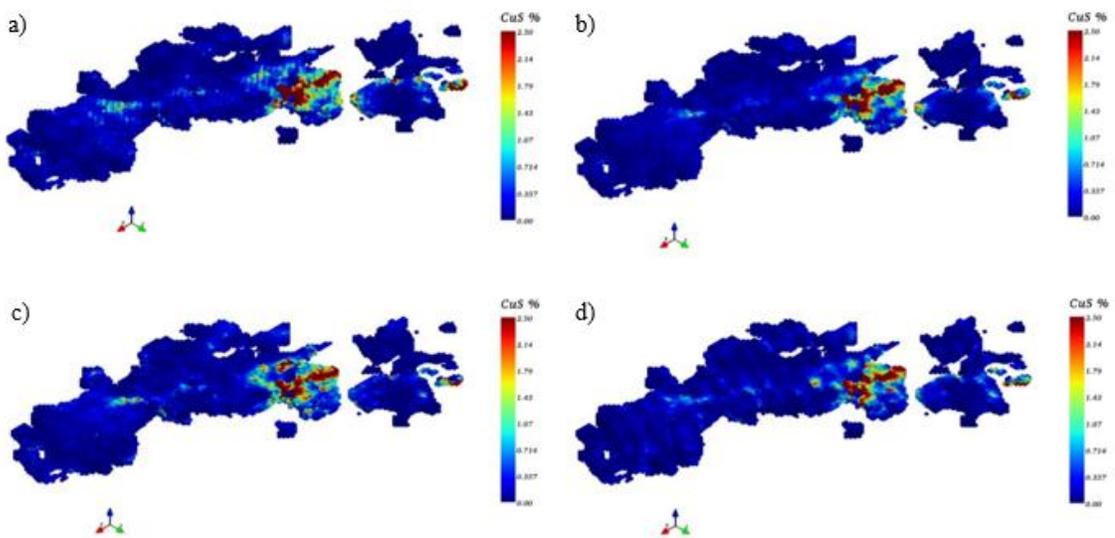


Ilustración 81: Vistas isométricas de leyes de cobre soluble de: a) realización #36, b) realización #66, c) realización #77 y d) realización #90.

A.2 Análisis de resultados

A.2.1 Histogramas unidad de mixtos

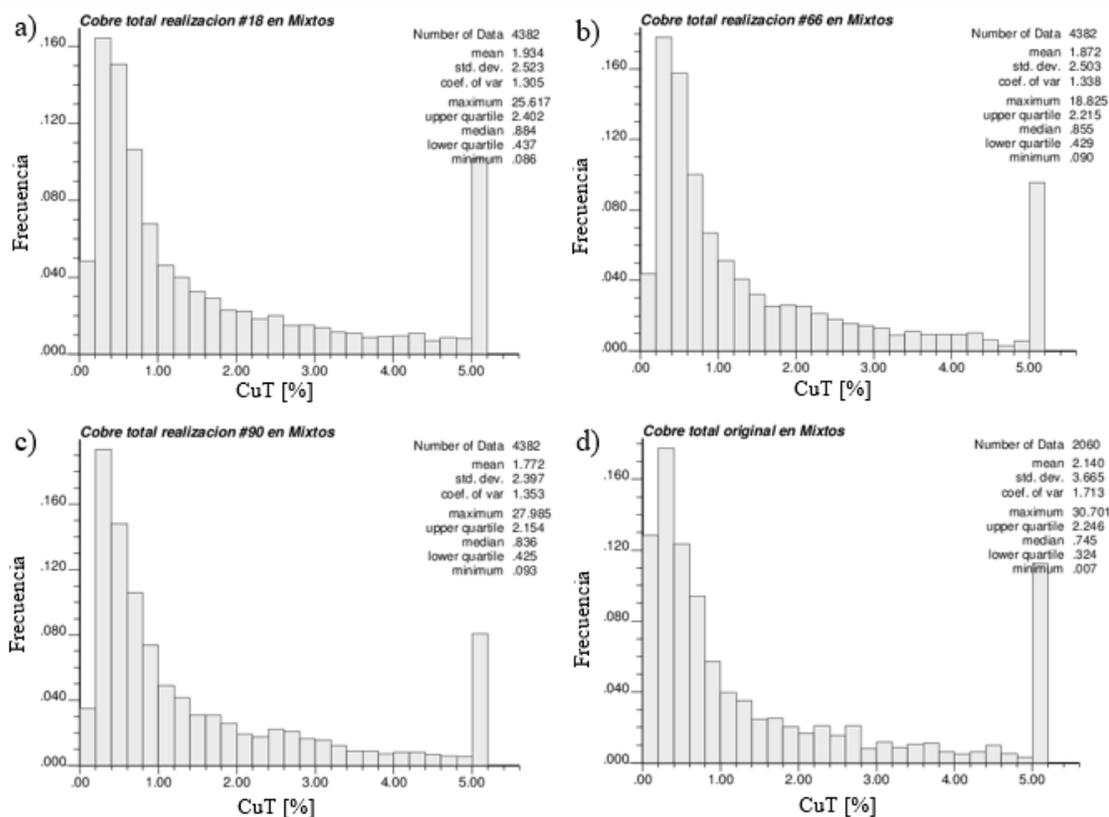


Ilustración 82: Histogramas de leyes de cobre total en mixtos para: a) realización #18, b) realización #66, c) realización #90 y d) datos originales.

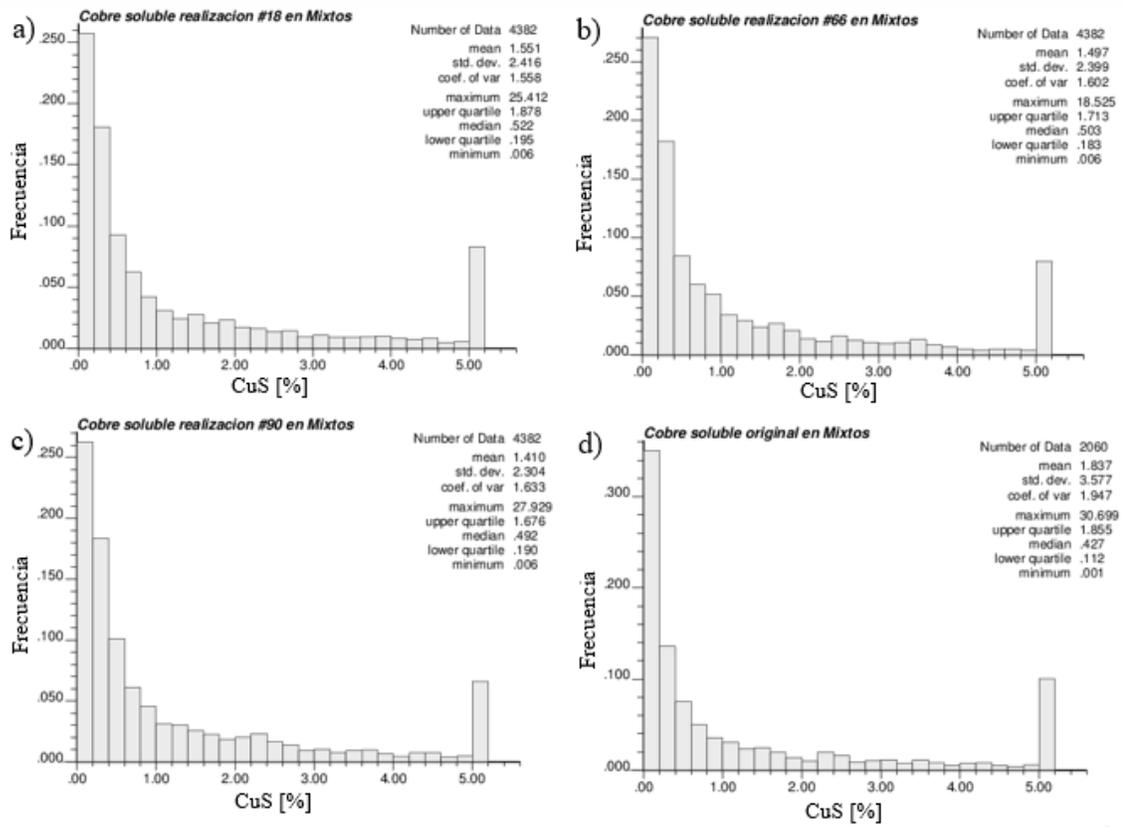


Ilustración 83: Histogramas de leyes de cobre soluble en mixtos para: a) realización #18, b) realización #66, c) realización #90 y d) datos originales.

