



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE MINAS

INCORPORACIÓN DE ATRIBUTOS GEOMETALÚRGICOS E INCERTIDUMBRE
GEOLÓGICA EN LA DEFINICIÓN DEL PIT FINAL Y LA SECUENCIA DE
EXTRACCIÓN DE LARGO PLAZO

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL DE MINAS

SEBASTIÁN NICOLÁS SEGUEL SIGLIC

PROFESOR GUÍA:
NELSON MORALES VARELA

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
ALEJANDRO CÁCERES SAAVEDRA
MAXIMILIANO ALARCÓN URETA

SANTIAGO DE CHILE
2017

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL DE MINAS
POR: SEBASTIÁN NICOLÁS SEGUEL SIGLIC
FECHA: 2017
PROF. GUÍA: NELSON MORALES VARELA

INCORPORACIÓN DE ATRIBUTOS GEOMETALÚRGICOS E INCERTIDUMBRE GEOLÓGICA EN LA DEFINICIÓN DEL PIT FINAL Y LA SECUENCIA DE EXTRACCIÓN DE LARGO PLAZO

La planificación minera de largo plazo es un proceso donde se busca establecer la mejor estrategia de extracción de los recursos minerales, a partir del supuesto de una serie de parámetros económicos, geológicos y operacionales. Durante este proceso, convencionalmente se utilizan modelos de recursos determinísticos para las leyes del depósito (como modelos de kriging) y se asumen valores promedios para las variables geometalúrgicas. Estos supuestos generan potenciales riesgos, los cuales podrían impactar negativamente sobre el cumplimiento de la producción y el valor del proyecto. Para abordar esta problemática, han surgido técnicas de modelamiento geometalúrgico y de simulación condicional, las cuales permiten incorporar la variabilidad y la incertidumbre del depósito en los procesos de planificación minera.

En el presente trabajo de memoria se evalúa el efecto la variabilidad e incertidumbre geometalúrgica sobre la planificación de largo plazo de una mina a cielo a abierto de Cu-Mo. Para ello, se utilizan los modelos geometalúrgicos del depósito que contienen la información de cuatro atributos relevantes: las leyes de Cu y Mo, la recuperación metalúrgica de cobre y la capacidad de procesamiento. La metodología contempla dos etapas: el cálculo de pits óptimos y el agendamiento de la producción de largo plazo a nivel de bloques. Cada etapa fue desarrollada considerando diferentes estrategias de optimización y, además, utilizando tanto las simulaciones condicionales como los modelos E-type (los promedios de la simulaciones).

Los resultados muestran que al incorporar la información geometalúrgica, el valor presente neto de los agendamientos aumenta hasta un 8 % en promedio, cambiando el tamaño y la secuencia de extracción del pit. Esto se atribuye principalmente al efecto del molibdeno como un subproducto (3 %) y a la implementación de una restricción de procesamiento basada en los tiempos de conminución del mineral (5 %). Los resultados se explican en gran parte por el comportamiento de la variabilidad espacial dentro del depósito, la cual puede ser capturada en la optimización y permitiendo, en este caso en particular, aumentar el tonelaje de mineral enviado a planta durante los primeros periodos del plan. Por el contrario, al incorporar el modelo de recuperación metalúrgica de cobre, los resultados indican que su impacto en el largo plazo es insignificante comparado con el uso de un valor fijo para todo el depósito.

Por último, al analizar individualmente las secuencias generadas, se observó que las secuencias E-type poseen un mal desempeño, mostrando ritmos de alimentación menores a lo planificado y una baja utilización de la planta de procesamiento. Por el contrario, considerando las secuencias obtenidas desde simulaciones, se ha conseguido seleccionar una secuencia que presenta un buen trade-off entre valor presente neto esperado y cumplimiento de las capacidades exigidas, sugiriendo un diseño de fases diferente al de una planificación sin considerar esta nueva información del depósito. En particular, secuencia sugerida alcanza un mayor VPN (10.5 %) y un pit final más grande (25 %) con respecto al plan base.

Abstract

Long-term mine planning is a critical stage of a mining project that seeks to establish the best strategy to extract mineral resources, based on the assumption of several economic, geological and operational parameters. Conventionally, it is common that during this process deterministic resource models are used to estimate in-situ grades (such as kriging models) and average values are assumed for geometallurgical variables. These assumptions cause risks which may negatively impact on the planned production and the project value. In order to address this problem, geometallurgical modelling and conditional simulation techniques have emerged for dealing with the spatial variability and uncertainty of the deposit in the mine planning process.

The present study addresses the long-term planning of an open-pit mine considering the incorporation of geometallurgical models that allow assessing the spatial variability and uncertainty of the mineral deposit. The input data consists of geometallurgical models for four attributes: Cu and Mo grades, copper metallurgical recovery, and mill throughput. The methodology comprises two stages: pit optimization to generate initial optimal pits and long-term mine production scheduling to define block extraction sequences within the optimal pits. In order to evaluate the effect of geometallurgical information, both stages consider different optimization strategies that depend on the economic model to be used and the type of processing constraints established in the scheduling. At the same time, each strategy considers two cases depending on the type of model of the deposit used in the optimization, the first case uses the conditional simulations while the second uses the estimated E-type models.

The results show that the simulated geometallurgical models increase the NPV of the schedules up to 8% on average, which is attributed mainly to the effect of molybdenum as a by-product (3%) and the implementation of a processing constraint (5%) based on grinding times of the ore. These results are largely explained by the spatial variability of the deposit, which can be captured in the optimization and, in this particular case, it allows increasing the ore tonnage sent to the plant to saturate the processing capacities at the beginning of the mine plan. As for the use of the metallurgical recovery model, it was observed that its impact in the long term is insignificant regarding the use of a fixed value for the entire deposit.

Finally, by evaluating each sequence using the conditional simulations, it was observed that the E-type sequences have a poor performance, showing feed rates lower than planned capacity and a low utilization of the processing times. In contrast, considering the sequences obtained from simulations, it has been possible to select a sequence that presents a good tradeoff between expected net present value and the probability of meeting the production targets, and which suggest a phase design that is different from one generated using a planning without considering this new information of the deposit. In particular, this sequence achieves a higher net present value (10.5%) and a larger final pit (25%) regarding the base plan.

Agradecimientos

En primer lugar quiero agradecer a mis padres, hermana y familia. A mi padres por el apoyo incondicional, por trasmitirme sus valores y motivación. A mi hermana por haberme acompañado durante todos estos años universitarios donde ambos aprendimos a vivir lejos de casa. Gracias por brindarme su amor y apoyo, ustedes han sido un pilar fundamental durante esta etapa de mi vida universitaria.

También quiero agradecer a las personas que conocí y compartí durante mi paso por la universidad, en particular, a los del Departamento de Ingeniería de Minas. Especialmente a mi grupo de amigos y compañeros por hacer más entretenido el día a día y las largas noches de estudio. Gracias a ustedes que hicieron de la universidad un lugar grato donde estudiar.

También quiero expresar mi gratitud a los profesores a quienes tuve el agrado de conocer. En especial a mi profesor guía Nelson Morales y co-guía Alejandro Cáceres, gracias por el apoyo que me dieron para realizar este trabajo. Gracias también por darme la oportunidad de participar en la 6^{ta} Conferencia Internacional de Innovación en Operaciones Mineras (Minin 2016) con el tema de esta memoria.

A la gente del Laboratorio de Planificación Minera Delphos, gracias por la acogida, la amabilidad y la disposición para ayudar cuando lo necesite. En especial a Enrique Jélvez y Pierre Nancel-Penard quienes amablemente me ayudaron con las heurísticas de agendamiento.

Finalmente quiero agradecer a mis amigos del colegio y amigos de la vida, gracias por todos los años de amistad. Todos ustedes han marcado mi historia en cierta forma.

A todos ustedes, muchas gracias!

Tabla de Contenido

1. Introducción	1
1.1. Motivación	2
1.2. Objetivos	3
1.2.1. Objetivo General	3
1.2.2. Objetivos Específicos	3
1.3. Alcances	3
1.4. Estructura del trabajo	4
2. Antecedentes	5
2.1. Planificación minera	5
2.1.1. Metodología tradicional de planificación a largo plazo en minas a cielo abierto	6
2.1.2. Agendamiento directo de bloques	11
2.2. Investigación de operaciones en la planificación de minas a cielo abierto . . .	11
2.2.1. Problema del pit final	11
2.2.2. Problema del agendamiento de la producción	12
2.2.3. Heurísticas de resolución para el agendamiento minero	14
2.3. Geometalurgia	14
2.3.1. Desarrollo de programas geometalúrgicos	14
2.3.2. Variables geometalúrgicas	15
2.3.3. Incorporación de atributos geometalúrgicos en la planificación minera	18
2.4. Incertidumbre y riesgo en proyectos mineros	19
2.4.1. Incertidumbre geológica	20
2.4.2. Estimación versus Simulación Geoestadística	20
2.4.3. Incorporación de incertidumbre geológica en la planificación minera .	23
2.5. MineLink	25
3. Metodología	27
3.1. Etapa 1: Definición del pit final	27
3.2. Etapa 2: Agendamiento de la producción	29
3.3. Evaluación de la incertidumbre	30
4. Análisis preliminar del caso de estudio	31
4.1. Generalidades	31
4.2. Análisis exploratorio del modelo de recursos	31
4.2.1. Base de datos a utilizar	32

4.2.2.	Ubicación y dimensiones espaciales	32
4.2.3.	Estadísticas básicas	34
4.2.4.	Histogramas	38
4.2.5.	Despliegue de modelos	40
4.2.6.	Relación espacial entre leyes y atributos geometalúrgicos	44
4.2.7.	Nubes de correlación	46
4.2.8.	Medidas de incertidumbre local	47
4.2.9.	Curvas tonelaje-ley	49
5.	Etapa 1: Definición de pits óptimos	53
5.1.	Criterios generales para la definición de los pit óptimos	53
5.1.1.	Términos de referencia	54
5.1.2.	Modelos de valorización económica	54
5.1.3.	Asignación de destinos	57
5.2.	Resultados definición de pits óptimos	60
5.2.1.	Comparación de estrategias	61
5.2.2.	Modelo de probabilidad para envolvente económica	66
6.	Etapa 2: Agendamiento de la producción a largo plazo	70
6.1.	Criterios generales para el agendamiento	70
6.1.1.	Modelo de agendamiento a largo plazo	70
6.1.2.	Estrategias de agendamiento	71
6.2.	Resultados secuenciamiento	73
6.2.1.	Efecto del número de simulaciones	73
6.2.2.	Comparación de estrategias	74
6.2.3.	Secuencia de extracción	75
6.2.4.	Flujos de caja	78
6.2.5.	Planes de extracción mina	79
6.2.6.	Vida útil mina	81
6.2.7.	Capacidades de procesamiento	82
6.2.8.	Contenido de finos y leyes en la alimentación a planta	84
7.	Análisis de incertidumbre y riesgo geológico	86
7.1.	Incertidumbre en pit finales	87
7.2.	Incertidumbre en planes de producción	91
7.2.1.	Incertidumbre en el tonelaje de mineral alimentado a planta	93
7.2.2.	Incertidumbre en tiempos de procesamiento	96
7.2.3.	Incertidumbre en leyes y finos contenidos en la alimentación	99
7.2.4.	Selección de planes	100
8.	Conclusiones y recomendaciones	105
	Bibliografía	109
	Anexo A. Heurística incremental por tiempos esperados	112
	Anexo B. Secuencias seleccionadas	115

Índice de Tablas

3.1. Resumen de las estrategias utilizadas para definir el pit final	28
3.2. Resumen de las estrategias utilizadas para definir la secuencia de extracción	29
4.1. Atributos del modelo de recursos-geometalúrgico para el proceso de planificación	32
4.2. Características del modelo de bloques original y del modelo de bloques extendido	34
4.3. Estadísticas básicas de CuT para diferentes realizaciones y modelo E-type . .	37
4.4. Estadísticas básicas de MoT para diferentes realizaciones y modelo E-type . .	37
4.5. Estadísticas básicas de Rec para diferentes realizaciones y modelo E-type . .	38
4.6. Estadísticas básicas de TPH para diferentes realizaciones y modelo E-type . .	38
4.7. Estadísticas básicas para el coeficiente de variación condicional	48
4.8. Diferencia en tonelajes de mineral y finos según el modelo E-type y realizaciones	51
4.9. Variabilidad para el tonelaje de mineral y contenido de finos según ley de corte	51
4.10. Tonelajes, leyes medias y cobre fino para diferentes leyes de corte	52
5.1. Parámetros económicos para el proceso de planificación	54
5.2. Parámetros técnicos para el proceso de planificación	54
5.3. Notación de parámetros y variables utilizadas en las ecuaciones de valorización	57
5.4. Cubicación del mineral y estéril obtenido al valorizar con los modelos E-type	59
5.5. Estadísticas para el beneficio (MUS\$) de las envolventes óptimas según estrategia	61
5.6. Estadísticas para el beneficio (MUS\$) revaluado de las estrategias E1 y E2 . .	62
5.7. Estadísticas para los tonelajes y REM de las envolventes obtenidas	64
5.8. Estadísticas para leyes medias y contenido de finos de las envolventes obtenidas	65
5.9. Cubicación de tonelajes para pits definidos probabilísticamente	69
6.1. Estadísticas para los VPN asociados a las secuencias optimizadas	75
7.1. Estimación del Beneficio en los pits #33, #2 y E-type (ME)	88
7.2. Estimaciones del tonelaje de mineral en los pits #33, #2 y E-type (ME) . .	89
7.3. Estimaciones del cobre fino recuperable en los pits #33, #2 y E-type (ME) .	90
7.4. Estimaciones de VPN en las secuencias #17, #11, #2 y E-type (ME)	92
7.5. Secuencia E-type (S_ME_SCH2), detalle del tonelaje de mineral	95
7.6. Secuencia R17 SCH3, detalle del tonelaje de mineral	95
7.7. Secuencia E-type SCH3, detalle de tiempos de procesamiento	98
7.8. Secuencia R17 SCH3, detalle de tiempos de procesamiento	98
7.9. Comparación de secuencias seleccionadas por estrategia	103
7.10. Resumen las secuencias seleccionadas por estrategia	104

Índice de Ilustraciones

2.1. Metodología tradicional de planificación a largo plazo	7
2.2. Secuencias de extracción Worst Case y Best Case	10
2.3. Ejemplo de precedencias (bloques 1, 2, 3, 4, 5 dan acceso al bloque 6)	12
2.4. Reconciliación de modelos de capacidad de procesamiento. (Fuente: Flores, 2005)	17
2.5. Comparación entre modelos estimados y simulados	22
2.6. Limitaciones de los modelos estimados en la planificación minera	23
2.7. Enfoque convencional versus Enfoque basado en riesgo. (Fuente: Heidari, 2015)	24
3.1. Diagrama de flujo de la metodología utilizada	30
4.1. Topografía del caso de estudio	33
4.2. Gráfico de leyes medias de CuT por realización	34
4.3. Gráfico de varianzas de CuT por realización	35
4.4. Gráfico de leyes medias de MoT por realización	35
4.5. Gráfico de varianzas de MoT por realización	35
4.6. Gráfico de Rec promedio por realización	36
4.7. Gráfico de varianzas Rec por realización	36
4.8. Gráfico de TPH promedio por realización	36
4.9. Gráfico de varianzas TPH por realización	37
4.10. Histogramas de CuT, MoT, Rec y TPH	39
4.11. Vista 3D y planta (z=1265) para variable CuT	40
4.12. Secciones N-S y E-W para variable CuT	41
4.13. Vista 3D y planta (z=1265) para variable MoT	41
4.14. Secciones N-S y E-W para variable MoT	42
4.15. Vista 3D y planta (z=1265) para variable Rec	42
4.16. Secciones N-S y E-W para variable Rec	43
4.17. Vista 3D y planta (z=1265) para variable TPH	43
4.18. Secciones N-S y E-W para variable TPH	44
4.19. Nubes direccionales para las leyes CuT	45
4.20. Leyes de molibdeno (MoT) asociadas a las nubes direccionales de CuT	45
4.21. Recuperación de Cobre (Rec) asociada a las nubes direccionales de CuT	45
4.22. Capacidad de procesamiento asociada a las nubes direccionales de CuT	46
4.23. Nubes de correlación entre atributos	47
4.24. Varianza condicional y el coeficiente de variación en sección YZ (x=199 510)	48
4.25. Vistas en secciones y planta para el coeficiente de variación condicional	49
4.26. Curvas tonelaje-ley de recursos: tonelaje y ley media de Cu versus ley de corte	50

4.27.	Curvas tonelaje-ley para recursos: tonelaje y ley media de Mo versus ley de corte	50
4.28.	Contenido de finos de cobre y molibdeno en función de la ley de corte	51
5.1.	Beneficio económico de bloques en función de la ley de CuT	58
5.2.	Características del mineral cubicado según valorización	60
5.3.	Beneficio económico asociado a las envolventes óptimas obtenidas	61
5.4.	Histogramas para el beneficio económico (MUS\$) de las envolventes óptimas	63
5.5.	Tonelajes y REM de las envolventes óptimas según cada estrategia	64
5.6.	Leyes medias y contenido de finos de las envolventes óptimas	65
5.7.	Vistas en planta y perfil de los pits óptimos de la estrategia E1	67
5.8.	Vistas en planta y perfil de los pits óptimos de la estrategia E3	68
5.9.	Vistas en planta y perfil de los pits óptimos de la estrategia E5	68
6.1.	Efecto del número de simulaciones en las estadísticas del VPN	74
6.2.	VPN asociados a las secuencias optimizadas	74
6.3.	Vistas en planta y perfil para secuencias optimizadas con SCH3 (R11 y R2) .	76
6.4.	Vistas en planta y perfil para las secuencias optimizadas (modelos E-type) .	77
6.5.	Flujos de caja para secuencias R11, R37 y E-type	79
6.6.	Planes de producción para R11 y E-type	80
6.7.	Movimiento mina y VPN acumulados por periodo	81
6.8.	Vida útil mina (años) según estrategia	82
6.9.	Mineral a proceso por periodo	82
6.10.	Horas de procesamiento utilizadas por periodo	83
6.11.	Capacidad de procesamiento (en ton/hr) por periodo	84
6.12.	Contenido de finos y leyes (Cu y Mo) para la realización #37	85
7.1.	Esquema del procedimiento de evaluación de la incertidumbre	86
7.2.	Perfiles de Riesgo para el Beneficio de los pits obtenidos con la estrategia E3	87
7.3.	Perfiles de Riesgo para Mineral y REM (E3)	88
7.4.	Perfiles de Riesgo para ley media y finos de cobre (E3)	89
7.5.	Curva tonelaje-ley para reservas definidas por el PIT_1_SCH1	91
7.6.	Perfiles de Riesgo para VPN (SCH3)	91
7.7.	Planes de producción bajo incertidumbre geológica	94
7.8.	Incertidumbre en las horas de procesamiento por periodo	96
7.9.	Incertidumbre en leyes medias y finos de Cu y Mo por periodo (S_17_SCH1)	99
7.10.	Indicador de probabilidad de cumplimiento de los planes	101
7.11.	VPN esperado versus Indicador de probabilidad de cumplimiento	102
7.12.	Comparación de planes SEC_ME_SCH1 y SEC_37_SCH3	104
A.1.	Estrategia de ventanas de tiempo (Fuente: Jélvez, 2015)	112
B.1.	Vistas este-oeste de las secuencias seleccionadas por estrategia	115
B.2.	Vistas norte-sur de las secuencias seleccionadas por estrategia	116

Capítulo 1

Introducción

La planificación minera de largo plazo es el proceso en donde se optimiza la producción de la mina hasta el consumo total de los recursos minerales económicos. En este proceso se define el plan de vida de la mina, el cual tiene diversas utilidades para la compañía minera, por ejemplo, proporciona una visión global y estratégica del negocio, permite cuantificar el valor del proyecto y además provee la base para optimizar los procesos productivos aguas abajo.

El objetivo principal del plan de largo plazo es capturar máximo el valor que puedan ofrecer los recursos minerales a través de su explotación (generalmente maximizando el valor presente neto del proyecto). Para lograr este objetivo en el caso de una mina a cielo abierto, es necesario optimizar los límites finales del pit y la secuencia de extracción utilizando como base el modelo de recursos del depósito, junto con una serie de parámetros económicos y operacionales. Debido a la limitada información disponible, es común e incluso se hace necesario que ciertos parámetros de entrada deban ser simplificados usando valores que no necesariamente reflejan la realidad.

En el caso de las variables geológicas, como las leyes de elementos de interés u otros atributos de la roca, convencionalmente se determinan mediante técnicas de estimación geostatística. Estas técnicas utilizan como base fundamental los datos de pruebas de laboratorio que se obtienen desde las muestras de sondajes disponibles. En particular, la estimación por kriging es el método más ampliamente aceptado en la industria minera, pues permite obtener, mediante interpolación lineal, la mejor estimación posible en cada localización no muestreada mientras que se imponen condiciones de insesgo y mínimo error de estimación. La estimación por kriging se utiliza principalmente para predecir las leyes y tonelajes en el espacio, proporcionando los modelos de recursos que sustentan los procesos de optimización y planificación.

1.1. Motivación

Los proyectos mineros son inherentemente complejos ya que involucran un gran número de parámetros y variables que interactúan entre sí. Entre ellos, los atributos geometalúrgicos del depósito (propiedades químicas, físicas y mineralógicas de la roca) juegan un rol importante, ya que afectan directamente el desempeño metalúrgico del mineral y la planificación de la producción.

En particular, la capacidad de procesamiento y la recuperación son unos de los inputs geometalúrgicos más significativos debido su impacto que tienen en los resultados económicos. A pesar de lo anterior, es común que los planes de largo plazo se elaboren asumiendo valores fijos para estas variables, dejando de lado su variabilidad espacial e ignorando la relación que tienen estas variables con las propiedades intrínsecas de la roca (como la dureza, la mineralogía, la ley de cabeza, etc.).

Al ignorar la variabilidad de los atributos geometalúrgicos, se limita la capacidad del planificador para identificar minerales problemáticos y controlar su alimentación a planta, lo que pone en riesgo el cumplimiento de la producción.

La geometalúrgia permite hacer frente a esta problemática, ya que proporciona técnicas para elaborar modelos predictivos del desempeño metalúrgico del mineral. Estos modelos toman en cuenta las relaciones existentes entre respuestas metalúrgicas y variables geológicas y, al mismo tiempo, capturan la variabilidad espacial de las variables involucradas mediante la aplicación de técnicas geoestadísticas. Es por esto que los modelos geometalúrgicos pueden integrarse perfectamente con el modelo de bloques tradicional y ser utilizados para las actividades de planificación y optimización.

Otro aspecto que se debe tener en cuenta es que los modelos estimados por kriging presentan ciertas limitaciones y fallan en capturar aspectos críticos del depósito. En primer lugar, si bien kriging entrega una medida de incertidumbre a través de la varianza del error de estimación (varianza de kriging), esta medida no puede ser utilizada en los procesos de planificación, por lo que no permite cuantificar el riesgo en la planificación. En segundo lugar, se tiene que los modelos por kriging no pueden capturar variabilidad real del depósito debido al efecto suavizamiento, es decir, la variabilidad de los valores estimados siempre será menor a la de los valores reales (Emery, 2011). Estas limitaciones potencialmente generan sesgos en la posterior evaluación del proyecto minero.

Como alternativa a los modelos de kriging se puede recurrir a modelos de incertidumbre basados en simulaciones condicionales. Las simulación condicional presenta una potencial ventaja, ya que en vez de representar al depósito mediante un único modelo determinístico, permite generar múltiples realizaciones equiprobables de las variables de interés, donde cada realización reproduce de mejor manera las estadísticas y las medidas de continuidad espacial observadas en los datos disponibles (como el histograma y el variograma).

En vista de lo señalado anteriormente, resulta importante que las variables geometalúrgicas, así como sus incertidumbres asociadas, puedan ser incorporadas en la planificación minera de largo plazo de manera que esta nueva información permita crear valor adicional e

identificar factores de riesgo en los planes de producción.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo General

El objetivo principal del presente trabajo consiste en evaluar el impacto que tiene la variabilidad de un depósito, en términos de sus leyes y parámetros geometalúrgicos, y sus incertidumbres asociadas, en el proceso de planificación de largo plazo de una mina a cielo abierto.

1.2.2. Objetivos Específicos

1. Ilustrar que las decisiones de planificación de largo plazo, no solo están influenciadas por las leyes del metal económico principal (Cu), sino que intervienen también las leyes de subproductos (Mo), la recuperación metalúrgica (Rec. Cu) y la capacidad de procesamiento del mineral (TPH).
2. Desarrollar y comparar diferentes estrategias para la definición del pit final.
3. Desarrollar y comparar diferentes estrategias para el agendamiento de la producción de largo plazo.
4. Evaluar la incertidumbre en el pit final y la secuencia de extracción de largo plazo, mediante la planificación de distintas realizaciones del depósito.
5. Desarrollar un caso de estudio determinístico, paralelo el caso anterior, basado en la planificación de un modelo convencional o suavizado.
6. Evaluar y cuantificar la incertidumbre asociada a pits y planes de producción de largo plazo.
7. Identificar las oportunidades y riesgos que surgen al evaluar la incertidumbre de leyes y variables geometalúrgicas sobre los planes de producción.

1.3. Alcances

El trabajo desarrollado a continuación se enmarca en el contexto de los siguientes alcances:

- El horizonte de planificación considerado es el largo plazo y se contemplará la definición de los siguientes aspectos: definición de mineral según destino de máximo beneficio, definición de pits óptimos y secuenciamiento de la producción a largo plazo mediante un agendamiento directo de bloques.
- El caso de estudio corresponde a una mina explotada a cielo abierto de Cu-Mo, la cual cuenta con una planta concentradora donde se obtiene la producción de concentrados de cobre y molibdeno.

- El modelo de recursos y el modelo geometalúrgico fueron construidos previamente en base a Simulación Geoestadística, de tal manera que se dispone de 50 modelos de simulaciones condicionales para cada uno de los siguientes atributos: las leyes de cobre (CuT), leyes de molibdeno (MoT), recuperación metalúrgica de cobre en flotación (Rec) y capacidad de procesamiento en conminución (TPH).
- El ritmo de procesamiento para el agendamiento estará definido por el modelo de capacidad de procesamiento (TPH) y no se consideran posibles expansiones de esta capacidad.
- No se considerará el diseño (operativización) de las secuencias de extracción y los pit finales obtenidos. Dado lo anterior, se trabajará con cubicaciones en base a planes de producción y pits teóricos obtenidos de la optimización.
- Dado a que no se cuenta con los modelos convencionales estimados por kriging, se utilizarán los modelos E-type (modelo promedio de las realizaciones) como alternativa para desarrollar un caso determinístico paralelo a la planificación de las realizaciones.
- Los precios, costos (mina, procesamiento y venta) y otros parámetros operacionales se asumirán fijos en el ejercicio de planificación.

1.4. Estructura del trabajo

El presente trabajo está organizado en las siguientes secciones:

- El **Capítulo 1** presenta una descripción introductoria del tema desarrollado, incluyendo la motivación, los objetivos y los alcances del trabajo.
- El **Capítulo 2** detalla los principales conceptos necesarios para contextualizar el desarrollo del trabajo, incluyendo los conceptos de planificación minera, geometalurgia y el tratamiento de la incertidumbre geológica. Además, se incluye una breve revisión bibliográfica de algunos trabajos previos que han incorporado atributos geometalúrgicos en la planificación minera.
- El **Capítulo 3** describe la metodología utilizada para desarrollar el trabajo, la cual consisten en dos etapas: pit final y el agendamiento de la producción a largo plazo.
- En el **Capítulo 4** se da a conocer un análisis preliminar del caso de estudio, dando énfasis en las características estadísticas y espaciales de los modelos del depósito que serán utilizados en el proceso planificación.
- En el **Capítulo 5** se presenta la implementación y los resultados del cálculo de los pits óptimos (Etapa 1 del trabajo).
- En el **Capítulo 6** se presenta la implementación y los resultados del agendamiento de la producción a largo plazo (Etapa 2 del trabajo).
- En el **Capítulo 7** se procede a evaluar la incertidumbre (tanto de leyes como de las variables geometalúrgicas) a una escala global dada por los límites de los pits finales y a una escala anual dada por los planes de producción. A partir de este análisis es posible extraer las oportunidades y los riesgo que surgen al incorporar esta información.
- En el **Capítulo 8** se presentan finalmente las principales conclusiones del trabajo realizado y las recomendaciones para trabajos futuros.

Capítulo 2

Antecedentes

2.1. Planificación minera

La planificación minera es el proceso de la Ingeniería de Minas que se encarga de establecer un programa de explotación para los recursos minerales, de tal manera que el plan seleccionado permita alcanzar el mejor negocio productivo para los accionistas.

El proceso consiste en agendar la extracción y destino de los recursos minerales a través del tiempo, mientras se satisfacen los objetivos estratégicos de la compañía. En la mayor parte de los casos, este objetivo estratégico que buscan las compañías corresponde a la maximización del valor creado, en particular, en términos del valor presente neto (VPN) del proyecto. El programa de explotación no solo debe ser económicamente rentable, sino que además deber ser técnicamente factible para su materialización y seguir los lineamientos particulares de la empresa. Esto implica respetar restricciones metalúrgicas, geomecánicas, mineras, medioambientales, políticas, financieras, etc.

El principal resultado del proceso de planificación es un plan minero, un documento bancario que contiene el plan de producción donde se detalla la asignación de los materiales de la mina a los diferentes destinos disponibles (rutas de procesamiento y botaderos) a través del tiempo. En el plan minero se definen además los recursos humanos, financieros y materiales necesarios para dar cumplimiento a dicho programa. De esta manera, el plan minero permite cuantificar los flujos de caja, las inversiones del proyecto y consecuentemente la rentabilidad del negocio.

La planificación minera se descompone en función de sus propósitos y los alcances requeridos. Desde el punto de vista del tipo de decisión tomada, la planificación minera puede involucrar decisiones estratégicas, tácticas u operativas (Newman et al., 2010).

- La planificación estratégica se hace cargo de generar los escenarios de evaluación para transformar el recurso mineral en un máximo potencial de negocio. Esto de acuerdo a las condiciones de mercado, tecnología, recursos disponibles, entre otros aspectos. El plan estratégico puede ser actualizado cada vez que existe un cambio significativo

en estos aspectos. En esta etapa se define el método de explotación, las reservas que se extraerán, la vida de la mina, la secuencia de explotación, el ritmo de extracción, las rutas de procesamiento y sus capacidades óptimas. Como resultado, se obtiene un programa de producción de largo plazo, el cual no necesariamente es operativo.

- La planificación táctica o conceptual busca establecer una forma concreta para alcanzar el objetivo definido en la planificación estratégica, incorporando un mayor nivel de ingeniería y detalle en el plan minero.
- La planificación operativa, por último, se asocia a las decisiones de corto plazo que permiten optimizar y facilitar la ejecución del plan minero en el día a día.

Además de la clasificación anterior, la planificación minera también puede descomponerse en función del horizonte temporal de evaluación. En este sentido se distingue la planificación de largo, mediano y corto plazo.

- La planificación de largo plazo considera la extracción de todas las reservas y puede ser llevada a cabo para niveles estratégicos o tácticos. Generalmente el plan minero se realiza a escala anual hasta un nivel de precisión fase-banco. Debido al tamaño del problema, se utilizan parámetros promedios, simplificaciones y heurísticas para la optimización. El plan a largo plazo usualmente es actualizado anualmente a medida que se proporciona nueva información desde operación y geología.
- La planificación de mediano plazo define un plan para los primeros años de la mina, generalmente de uno a cinco años. Generalmente, se planifica la producción en periodos mensuales con una precisión de polígonos de extracción. Su rol es ajustar los planes que sustentan la planificación a largo plazo a fin de adaptar los requerimientos de la mina y asegurar las metas de producción del largo plazo. Sirve además para generar el presupuesto o *budget* anual de la compañía.
- Por último, en la planificación a corto plazo se analizan los recursos requeridos en la operación para dar cumplimiento al plan considerando un horizonte temporal diario hasta mensual. Esta etapa tiene por objetivo asegurar el cumplimiento de los compromisos establecidos en el presupuesto de la compañía, en términos de movimiento de materiales y leyes de alimentación a planta. Además, esta etapa tiene un rol fundamental en la recopilación de información operacional para retroalimentar a los otros niveles de planificación.

2.1.1. Metodología tradicional de planificación a largo plazo en minas a cielo abierto

La metodología tradicional de planificación a largo plazo de minas a cielo abierto se basa en un procedimiento secuencial de etapas, en donde el problema original se divide en varios subproblemas más simples de resolver. Actualmente esta metodología es el procedimiento estándar implementado por la industria, principalmente a través del software Whittle de Gemcom (Whittle, 1998).

El principal input requerido para este proceso es el modelo de bloques, que es una representación del depósito mediante volúmenes de bloques generalmente regulares. A cada bloque

de este modelo se le asignan atributos del depósito, tales como su ley, densidad, tipo de roca o alguna otra propiedad importante. Dichas propiedades convencionalmente son estimadas mediante técnicas de estimación geoestadística desde datos disponibles provenientes sondajes y muestreo.

Además del modelo de bloques, el proceso de planificación requiere de otros inputs, incluyendo estimaciones para los precios de commodities de largo plazo, costos, parámetros geométricos de diseño minero (ángulo de talud, anchos operacionales, etc.) y parámetros técnicos de operación (capacidades, recuperación metalúrgica, etc.).

En la Figura 2.1 se presenta el esquema general de la metodología tradicional de planificación a largo plazo. Las etapas de este proceso son explicadas a continuación.

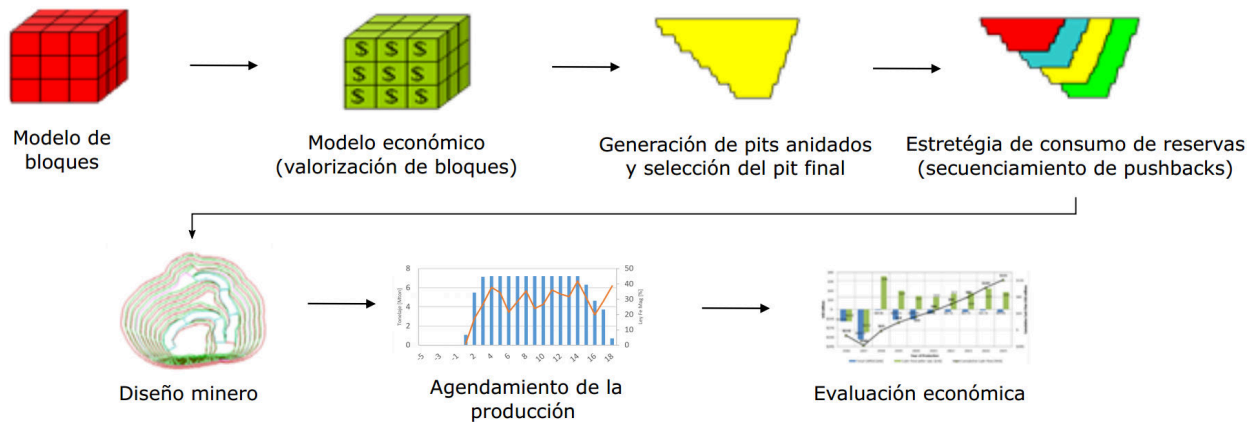


Figura 2.1: Metodología tradicional de planificación a largo plazo

Valorización económica y asignación de destinos

Antes del proceso de optimización del pit final, a cada bloque individual del modelo de bloques se le asigna un valor que representa su beneficio económico generado. Este valor depende del contenido de metal recuperable del bloque y considera además el precio de venta del metal, costos operacionales y otras deducciones como cargos por tratamiento, refinación y transporte del concentrado. El valor final de un bloque depende si este será tratado como mineral o estéril. Los bloques de estéril poseen un valor negativo, mientras que los bloques de mineral generalmente retornan un beneficio neto positivo.

Para un bloque pueden existir varios destinos posibles, por ejemplo: diferentes rutas de procesamiento, o bien, la opción de enviar el material a stock piles o botaderos. Dado que cada destino posee una recuperación y un costo asociado diferente, la valorización de un bloque dependerá del destino al que sea asignado. En las Ecuaciones 2.1 y 2.2 se ilustra el cálculo de la valorización, en el caso más simple donde existe un único metal de interés y solo dos destinos posibles procesamiento ($v_{b,ore}$) y botadero ($v_{b,waste}$):

$$v_{b,ore} = (P - C_V) \cdot f \cdot L \cdot Rec \cdot T - (C_M \cdot MCAF + C_P \cdot PCAF) \cdot T \quad (2.1)$$

$$v_{b,waste} = -C_M \cdot MCAF \cdot T \quad (2.2)$$

donde L [%] es la ley del metal económico, T [ton] es el tonelaje del bloque, Rec [%] es la recuperación metalúrgica, P [US\$/lb] es el precio de venta del producto que se procesa, C_V [US\$/lb] es el costo de venta que incluye cargos por transporte, tratamiento y refinación (TC/RC), f es un factor de ajuste (2204,62 [lb/ton]), C_P [US\$/ton] es el costo de procesamiento del mineral, $PCAF$ es un factor de ajuste al costo de procesamiento (por ejemplo, para considerar diferentes tipos de materiales), C_M [US\$/ton] es el costo de extracción mina, y $MCAF$ es un factor de ajuste al costo mina (por ejemplo, para considerar costos variables por profundidad).

Las etapas posteriores del proceso requieren que el destino de los bloques sean pre-assignados. Para ello existen diferentes criterios basado en aspectos económicos. Entre los principales, se tiene el uso de un valor de corte (cut-off) y la selección de mineral según máximo flujo de caja.

- **Cut-off:** consiste en definir una propiedad del material para discriminar entre los diferentes destinos posibles. Generalmente se utilizan leyes de corte (COG) para establecer la ley mínima a la cual un material justifica el envío a una ruta de procesamiento. Las definiciones más empleadas son la ley de corte marginal (Ecuación 2.3) y la ley de corte de equilibrio (Ecuación 2.4).

$$COG \text{ marginal} = \frac{C_P \cdot PCAF}{(P - C_V) \cdot f \cdot Rec} \quad (v_{b,ore} = v_{b,waste}) \quad (2.3)$$

$$COG \text{ equilibrio} = \frac{(C_M \cdot PCAF + C_P \cdot PCAF)}{(P - C_V) \cdot f \cdot Rec} \quad (v_{b,ore} = 0) \quad (2.4)$$

En casos con múltiples productos o rutas de procesamiento es necesario calcular múltiples leyes de corte para definir los destinos.

- **Máximo flujo de caja:** este criterio consiste en comparar las diferentes valorizaciones asociadas a los posibles destinos. De esta manera, el valor y destino de un bloque queda definido por la alternativa que genera un mayor beneficio.

$$v_b = \text{máx}(v_{b,ore}, v_{b,waste}) \quad (2.5)$$

Cálculo de pits anidados

En esta etapa se combina la información económica del modelo de bloques junto con restricciones geotécnicas de diseño para definir la porción económicamente extraíble de los recursos minerales. Esta subdivisión del depósito, definida por lo que se conoce como los límites del pit, se determina mediante técnicas de optimización matemática que permiten encontrar el subconjunto óptimo de bloques que maximiza el valor económico, para condiciones preestablecidas de factores económicos y restricciones geotécnicas. La formulación matemática de este problema de optimización se aborda con mayor detalle en la Sec. 2.2.1.

La determinación de los límites del pit se puede realizar para diferentes condiciones económicas, con el fin de obtener una serie de pits anidados. El método más empleado para generar pits anidados consiste en variar el precio del metal utilizado en la valorización económica mediante el uso de un factor multiplicador llamado *revenue factor* (RF). De esta

manera, para un RF igual a 1 se obtendrá el pit para el precio preestablecido de evaluación, mientras que para RF menores a 1 se obtendrán pits sucesivamente más pequeños, ya que se ha desvalorizado el valor de los bloques.

El conjunto de pits anidados resultante define una macro secuencia de extracción, donde los pits obtenidos a menor RF indican el comienzo de la extracción ya que comprenden las áreas de mayor ley y/o menor cantidad de estéril. Esta macro secuencia servirá posteriormente para definir fases de explotación y los límites del pit final (pit existente al final de la extracción).

Selección del pit final

El procedimiento para seleccionar los límites del pit final se basa en un análisis económico incremental donde se evalúan las posibles expansiones de la mina bajo diferentes ritmos productivos. El proceso involucra tres etapas principales (Hustrulid, 2013).

- Se comienza calculando serie de pits anidados, donde cada uno de los pits será considerado como una posible expansión de la mina.
- Se realiza un análisis económico para cada pit anidado. Para esto, se deben asumir ritmos de extracción y procesamiento, con sus respectivos costos de capital. De esta manera, es posible crear una secuencia de extracción de largo plazo, de donde se desprenden los flujos de caja anuales (incluyendo inversiones) y, por ende, el valor presente neto de la alternativa evaluada. El proceso se puede repetir para considerar nuevos ritmos de extracción y procesamiento. En la metodología Whittle (Whittle,1998), en particular, se propone utilizar dos estrategias para la secuencia de extracción: el best case y worst case (ver Figura 2.2).
 - El best case corresponde a una secuencia extracción pit a pit, en donde se adelanta el acceso al mineral y, por lo tanto, se logra un buen desempeño económico. En términos operacionales, sin embargo, el best case resulta poco práctico ya que se limitan los anchos operacionales.
 - El worst case, por el contrario, representa una secuencia banco a banco, en donde se deben mover grandes cantidades de estéril al comienzo de la extracción y, por ende, se obtiene un peor desempeño económico de la secuencia.
- Finalmente, se comparan los pits secuenciados y se selecciona como pit final aquella alternativa que satisface de mejor manera los requerimientos de la compañía. Entre los principales criterios analizados se tiene la cantidad total de las reservas, el valor económico medido por el VPN o la tasa de retorno, la diferencia entre el best case y el worst case (como una media de riesgo), etc.

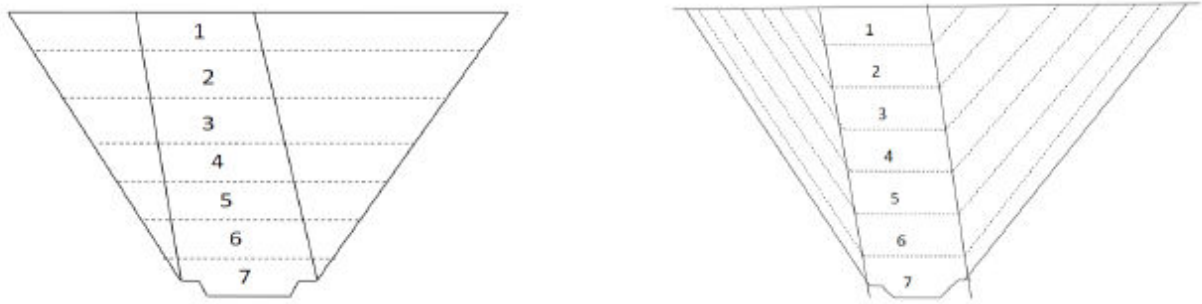


Figura 2.2: Secuencias de extracción Worst Case (izquierda) y Best Case (derecha). Fuente: Whittle (2011).

Definición de fases y diseño minero

Las fases o push backs corresponden a volúmenes consecutivos dentro de la mina que permiten descomponer las reservas en unidades de planificación más manejables. La definición de fases se realiza seleccionando pits anidados, de manera tal de obtener una estrategia lógica de extracción que asegure un suministro adecuado de mineral a través del tiempo. La selección de fases también debe considerar aspectos de diseño operativo, asegurando un ancho mínimo de fase que permita la operación adecuada de los equipos. En base a las fases seleccionadas, se construye un plan de producción que será analizado en términos de diferentes criterios económicos y mineros, tales como: VPN, perfil de flujos de caja, perfil de leyes, razón estéril mineral, ritmo constante de mineral y estéril, etc. Cabe destacar que la selección de fases es un proceso de prueba y error, por lo tanto, el proceso podría ser repetido varias veces antes de obtener las fases adecuadas.

Posteriormente, se utilizan las fases seleccionadas como base para el diseño minero. El proceso consiste en operativizar las fases según el tamaño y tipo de los equipos a utilizar. Esto contempla el diseño y revisión de rampas, los accesos a cada banco, áreas mínimas de operación de equipos, ángulos de talud final e inter-rampa, entre otros requerimientos.

Plan de producción y evaluación económica

Una vez que se establece una secuencia operativa, las fases son discretizadas en unidades fase-banco y son agendadas en el tiempo mediante algoritmos como Milawa o Milawa Balanced (Whittle, 1998). Con esto se obtiene el plan de producción de largo plazo. Además de lo anterior, se pueden llevar a cabo otros procesos de optimización sobre la base del plan ya establecido. Por ejemplo, la optimización de las leyes de corte para mejorar el VPN (Lane, 1988) y/o la incorporación de stock de materiales para cumplir restricciones de mezclas.

Finalmente, se continúa con la evaluación económica del plan de producción para obtener los indicadores económicos. Puede que sea necesario iterar el proceso hasta finalmente obtener una evaluación satisfactoria.

2.1.2. Agendamiento directo de bloques

El agendamiento directo de bloques o DBS (*Direct Block Scheduling*) es un enfoque de secuenciamiento que busca establecer los periodos y los destinos de los bloques que maximizan el VPN de la extracción minera, directamente a partir del modelo de recursos, tal como lo propuso Johnson (1968). En otras palabras, este enfoque no requiere la definición previa de destinos ni pits anidados.

Este enfoque posee ciertas ventajas por sobre la metodología tradicional de secuenciamiento, ya que considera explícitamente, al momento de construir la secuencia, la temporalidad del problema, el costo de oportunidad y las capacidades de movimiento/procesamiento. Esto se traduce en una secuencia de extracción que no estará condicionada por pushbacks previamente definidos. Cabe destacar que las secuencias obtenidas mediante este enfoque no son operativas, por lo tanto, al igual que una secuencia de pushback, deben pasar por un proceso de operativización antes de que el plan de producción sea construido.

No obstante, la desventaja del enfoque DBS radica en que es un problema complejo de resolver en términos computacionales. Sobre todo, para problemas a escala real, los cuales pueden involucrar una gran cantidad de variables de decisión. Afortunadamente en los últimos años, muchos autores han propuesto nuevos algoritmos basados en programación entera y heurísticas apropiadas, lo que además se suma una mejor tecnología computacional que hace posible abordar estos problemas en menores tiempos de ejecución (Morales et al., 2015).

2.2. Investigación de operaciones en la planificación de minas a cielo abierto

La investigación de operaciones es una disciplina que se ha aplicado extensivamente en planificación minera, transformándose en una herramienta indispensable para asistir la toma de decisiones en proyectos mineros.

En el caso de una mina a cielo abierto, los principales modelos utilizados son el problema del pit final y el problema del agendamiento de la producción. Ambos modelos son formulados a través de programación lineal entera mixta o binaria y se han propuesto varios algoritmos para su resolución (Newman, 2010). A continuación, se describirán las principales características de estos dos problemas.

2.2.1. Problema del pit final

El problema del pit final (UPIT) busca determinar qué bloques del depósito deben pertenecer a la envolvente económica para maximizar el beneficio económico no descontado y satisfacer los requerimientos del ángulo de talud máximo permitido para asegurar la estabilidad de las paredes del pit. Este problema, por lo tanto, no contempla la dimensión temporal ni las capacidades de los recursos operacionales.

Los inputs del problema del pit final son un modelo económico que provee los valores económicos de cada bloque y un modelo geotécnico que se utiliza para definir las restricciones de precedencias entre bloques, las que permiten cumplir con los ángulos de talud recomendados por geotecnia. La Figura 2.3 muestra un ejemplo simple de la definición de precedencias, en donde los bloques 1,2,3,4 y 5 son predecesores que deben ser minados para dar acceso al bloque 6.

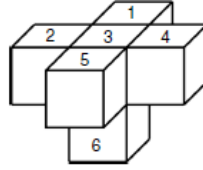


Figura 2.3: Ejemplo de precedencias (bloques 1, 2, 3, 4, 5 dan acceso al bloque 6)

El problema del pit final se puede plantear como un problema de programación lineal binaria. La formulación típica de este problema (según autores como Espinoza et al., 2012, y Newman et al., 2010) se describe a continuación:

$$(UPIT) \quad \text{máx} \sum_{b \in \mathcal{B}} v_b x_b \quad (2.6)$$

$$s.a \quad x_b \leq x_{b'} \quad \forall b \in \mathcal{B}, b' \in \mathcal{B}_b \quad (2.7)$$

$$x_b \in \{0, 1\} \quad \forall b \in \mathcal{B} \quad (2.8)$$

donde x_b es una variable binaria que toma valor 1 cuando el bloque b pertenece al pit final y 0 en caso contrario, v_b es el valor económico del bloque b , \mathcal{B} es el conjunto de bloques que representa el modelo de bloques y $b' \in \mathcal{B}_b$ son los bloques que pertenecen al conjunto de predecesores del bloque b .

El algoritmo propuesto por Lerchs & Grossmann (1965), sustentado en la teoría de grafos, proporciona el principal método exacto y computacionalmente tratable para resolver el problema del pit final. Actualmente, el algoritmo de Lerchs & Grossmann se implementa en la mayoría de los software comerciales (Whittle, Maptek y Datamine) dado a sus soluciones exactas en tiempos relativamente cortos. A este algoritmo se suman otros métodos para resolver este problema como el cono flotante (1990) y otros algoritmos modernos (ver en Newman et al., 2010).

2.2.2. Problema del agendamiento de la producción

El problema del agendamiento de la producción es una extensión del problema del pit final donde no solo considera el aspecto espacial del problema, sino que también se incorpora la temporalidad de la extracción. La formulación más general de este problema consiste en definir qué bloques deben ser extraídos, cuándo deben ser extraídos y a dónde se deben enviar aquellos bloques que serán extraídos. La función objetivo del problema busca maximizar el

valor presente neto del agendamiento, mientras se consideran diferentes tipos de restricciones: (1) precedencias de bloques para no sobrepasar un ángulo de talud máximo, (2) utilización de recursos operacionales (por ejemplo, capacidades máximas y mínimas de transporte y procesamiento) y (3) restricciones de mezcla por periodo para establecer, por ejemplo, límites en la ley media alimentada a planta.

Como se mencionó anteriormente en la Sec. 2.1.2, el problema tiene una alta complejidad computacional, por lo que en la mayoría de los casos el problema debe ser simplificado (Goycoolea et al. 2015). Por ejemplo, algunas formas para reducir el tamaño del problema son: utilizar solo los bloques comprendidos en el pit final o predeterminedar los destinos de los bloques (ley de corte fija).

El problema general de agendamiento minero fue propuesto por Johnson (1969), del cual se derivan otras formulaciones simplificadas. A continuación, se presenta una formulación estándar llamada el problema del pit final capacitado (C-PIT), el cual asume que los destinos de los bloques están predeterminedados. Según autores como Esponzoa et al. (2012) y Newman et al. (2010), el problema se plantea típicamente de la siguiente forma:

$$(C - PIT) \quad \text{máx} \sum_{b \in \mathcal{B}} \sum_{t=1}^T \frac{v_b}{(1 + \alpha)^t} x_{bt} \quad (2.9)$$

$$s.a \quad x_{b\tau} \leq \sum_{\tau' \leq \tau} x_{b'\tau'} \quad \forall b \in \mathcal{B}, b' \in \mathcal{B}_b, t \in T \quad (2.10)$$

$$\sum_{t \in T} x_{bt} \leq 1 \quad \forall b \in \mathcal{B} \quad (2.11)$$

$$\sum_{b \in \mathcal{B}} c_{br} x_{bt} \leq \bar{C}_{rt} \quad \forall t \in 1 \dots T, r \in \mathcal{R} \quad (2.12)$$

$$\sum_{b \in \mathcal{B}} c_{br} x_{bt} \geq \underline{C}_{rt} \quad \forall t \in 1 \dots T, r \in \mathcal{R} \quad (2.13)$$

$$x_{bt} \in \{0, 1\} \quad \forall b \in \mathcal{B}, t \in 1 \dots T \quad (2.14)$$

donde x_{bt} es una variable binaria que toma el valor 1 si el bloque b es extraído en el periodo t y 0 en caso contrario, α es la tasa de descuento o costo del capital, T es el horizonte de planificación, $r \in \mathcal{R}$ es el conjunto de recursos operacionales (transporte, procesos, etc.), c_{br} es el consumo del recurso operacional r asociado al bloque b (toneladas o horas), y \underline{C}_{rt} y \bar{C}_{rt} son los límites mínimo y máximo respectivamente asociados al recurso r en el periodo t .

La restricción 2.10 impone las precedencias entre bloques, esto es, si un bloque b' es un predecesor inmediato de b , entonces b' debe ser extraído en el mismo periodo o antes que b . La restricción 2.11 asegura que cada bloque sea extraído solo una vez. Las restricciones 2.12 y 2.13 aseguran que el uso de los recursos operacionales se mantenga por sobre un valor mínimo y bajo un valor máximo para cada periodo. Finalmente, la restricción 2.14 indica la naturaleza binaria de la variable de decisión.

2.2.3. Heurísticas de resolución para el agendamiento minero

En casos donde las instancias de agendamiento son complejas e intratables computacionalmente, las heurísticas de resolución son herramientas indispensables para obtener soluciones en tiempos de ejecución aceptables. Si bien estas soluciones son aproximaciones de la solución óptima, muchas veces resulta imposible alcanzar el óptimo ya sea por el tiempo de resolución o por el uso de recursos computacionales. El objetivo de las heurísticas es disminuir la complejidad del problema ya sea reduciendo el número de variables de decisión o simplificando las restricciones del problema.

2.3. Geometalurgia

La geometalurgia es un campo interdisciplinario donde se busca maximizar el valor de los recursos minerales, mientras se reducen los riesgos técnicos y operativos asociados al procesamiento del mineral. Para lograr este objetivo, la geometalurgia busca caracterizar y modelar la variabilidad espacial de las variables del depósito que estén relacionadas con el desempeño metalúrgico. Como resultado se obtiene un modelo espacial de las variables geometalúrgicas que provee una base útil para sustentar la planificación minera y el diseño y optimización de los procesos metalúrgicos (Dunham & Vann, 2007; Coward et al., 2009).

La geometalurgia permite alcanzar una mejor comprensión de los recursos minerales, lo que permite una evaluación más realista del valor del proyecto durante la etapa de planificación. El agendamiento de la producción, por ejemplo, puede ser mejorado al conocer las propiedades geometalúrgicas, con sus distribuciones espaciales, posibilitando una mejor selección del mineral y el desarrollo de estrategias adecuadas de procesamiento en base a esta información. Por otro lado, la geometalurgia también permite minimizar los resultados adversos en un proyecto, mediante un diseño operacional que responda a los potenciales eventos desfavorables, por ejemplo, la presencia de contaminantes en el mineral (Dunham & Vann, 2007).

2.3.1. Desarrollo de programas geometalúrgicos

Un programa geometalúrgico corresponde a una serie de procedimientos mediante el cual se construye e implementa un modelo geometalúrgico. Este proceso, que es la base de la geometalurgia, puede ser resumido a través de los siguientes puntos (Deutsch, 2013; David, 2013):

- Se identifican las respuestas metalúrgicas críticas del depósito, junto con otras propiedades intrínsecas de la roca, las que se utilizarán como variables predictoras. Las variables metalúrgicas generalmente son no aditivas, por lo que su modelamiento espacial no es directo (Carrasco et al. 2008). Dado lo anterior, para minimizar el sesgo asociado al uso de variables no aditivas, es conveniente que las variables predictoras utilizadas sean aditivas.

- Se caracteriza el depósito mediante la recopilación y análisis de muestras espacialmente distribuidas. Se utilizan análisis químicos o físicos para determinar características intrínsecas de la roca y pruebas de laboratorio para medir las respuestas metalúrgicas.
- Modelamiento Geometalúrgico: el objetivo consiste en encontrar una relación matemática entre las respuestas metalúrgicas y las propiedades de la roca. Esta relación puede ser establecida mediante técnicas estadísticas (por ejemplo, ajustando una regresión multivariable) o mediante modelos fenomenológicos que describan el proceso estudiado.
- Modelamiento Geoestadístico: se aplican técnicas de estimación o simulación geoestadística para generar un modelo espacial de las variables geometalúrgicas. En ciertos casos, es más importante predecir los valores extremos más que los valores promedio, por lo que es preferible el uso de técnicas de simulación geoestadísticas por sobre las técnicas de estimación.
- Integración de los modelos geometalúrgicos 3D en los procesos de optimización. Los modelos geometalúrgicos pueden tener un uso relevante tanto en estudios de factibilidad como en fases de operación. Por ejemplo, se pueden utilizar en el diseño de procesos metalúrgicos, planificación integrada mina-planta, predicción del desempeño operacional, etc.

2.3.2. Variables geometalúrgicas

Las variables geometalúrgicas corresponden a cualquier tipo de atributo de la roca que tenga un impacto positivo o negativo sobre el valor de los recursos. A modo general, las variables geometalúrgicas se pueden clasificar en dos tipos: variables primarias y variables de respuesta (Coward et al., 2009). Las variables de respuesta son atributos de la roca que describen las respuestas a los procesos metalúrgicos (como la conminución y la flotación). Dentro de las respuestas metalúrgicas más relevantes, se tienen variables como:

- recuperación metalúrgica,
- capacidad de procesamiento (toneladas por hora procesadas),
- consumo de reactivos,
- ley en concentrado,
- moliendabilidad (grindability),
- liberación, etc.

La mayoría de estas variables afectan directamente la valorización económica de bloques (ver Ec. 2.1), por lo que impactan sobre las decisiones de qué, cuándo y cómo procesar material. La recuperación metalúrgica, por ejemplo, se considera explícitamente en la ecuación de valorización, mientras que otras variables influyen sobre los costos (por ejemplo, el consumo de reactivos afecta el costo de procesamiento y la ley de concentrado afecta el costo de venta). La capacidad de procesamiento, por su parte, limita la producción en un cierto periodo de tiempo, por lo tanto, afecta el agendamiento minero (ver restricciones 2.12 y 2.13).

Por otro lado, se tienen las variables primarias que son propiedades intrínsecas de la roca.

Estas variables pueden ser medidas directamente y generalmente se utilizan para predecir las respuestas metalúrgicas. Como ejemplo de este tipo de variables, se tiene:

- dureza,
- densidad in-situ,
- textura,
- alteración,
- leyes de elementos de interés económico,
- leyes de elementos contaminantes (tanto de aquellos que resulten en penalidades para la venta de concentrado como de aquellos que impactan sobre la recuperación metalúrgica).

A continuación, se presenta una pequeña descripción de la capacidad de procesamiento y la recuperación metalúrgica en flotación. Estos son los dos atributos geometalúrgicos que serán considerados en el caso de estudio de este trabajo.

Modelo de Capacidad de procesamiento en conminución

Un modelo de capacidad de procesamiento indica las toneladas por hora (TPH) que pueden ser procesadas en un circuito de conminución. La capacidad de procesamiento depende fundamentalmente de la dureza del mineral, la distribución de tamaños (en alimentación y producto), y las características del equipo de conminución (potencia nominal, disponibilidad, etc.). Para determinar el desempeño del mineral en conminución se utilizan índices de chancabilidad y moliendabilidad del mineral que son determinados a partir de pruebas específicas de laboratorio. Bond Ball Mill Work Index test (BWi), Drop Weight Index test (DWi), Crusher Work Index test (Ci) y SAG Power Index test (SPI), son algunas de las principales pruebas utilizadas en conminución.

El índice de trabajo de Bond (Bond Work Index, W_i), en particular, es un parámetro clave de conminución que fue introducido en la Ecuación de Bond (Bond, 1963) como una medida de la dureza de material y que expresa su resistencia al chancado o molienda. La ecuación de Bond (Ec. 2.15) es un modelo basado en la energía del proceso y que se utiliza para modelar la energía consumida en circuitos de chancado y molienda:

$$W = 10 \cdot W_i \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right) \quad (2.15)$$

donde W es el consumo específico de energía del equipo (en kWh/tc), W_i es el work index (en kWh/tc) mientras que el F_{80} y P_{80} son los tamaños (en micrones) bajo los cuales se encuentra el 80% en peso de la alimentación y el producto, respectivamente. Luego, a partir de la energía específica W es posible determinar la capacidad de procesamiento por hora (TPH) de un circuito de molienda (o chancado) mediante la expresión Ec.2.16:

$$G_s = \frac{P_c}{W \cdot FC} \quad (2.16)$$

donde G_s (tc/h) son las toneladas por hora procesadas por el equipo, P_c (kW) es la potencia instalada y FC es un factor de corrección que se aplica para la molienda convencional.

En el caso de molienda SAG, por otro lado, se utilizan índices como el SPI (SAG Power Index) para determinar el consumo específico de energía y consecuentemente la capacidad de procesamiento.

Los modelos de capacidad de procesamiento generalmente se utilizan para predecir el desempeño de la planta de procesamiento en función de los minerales alimentados a través del tiempo. Un ejemplo de ello es el trabajo presentado por Flores (2005) donde se utiliza un modelo espacial de capacidad de procesamiento que ha sido creado mediante interpolación (por kriging ordinario) de las variables SPI, BWi y Ci.

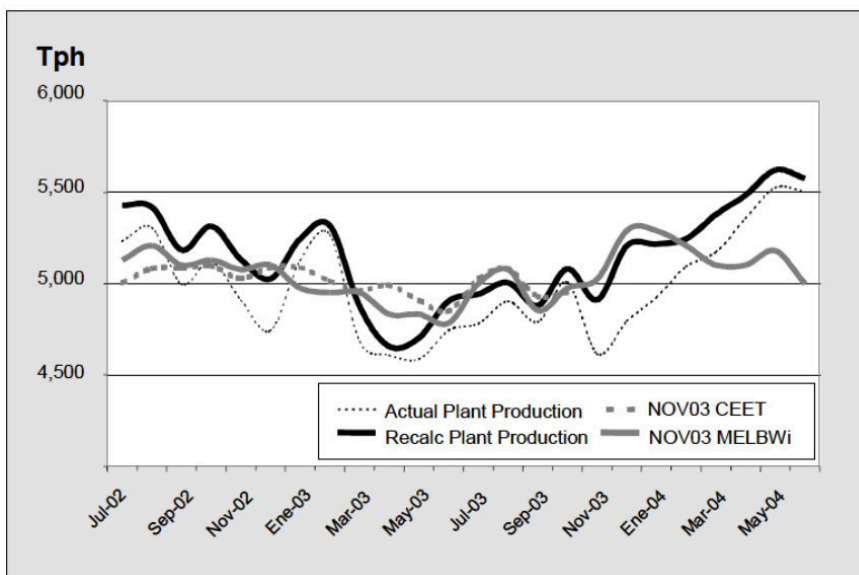


Figura 2.4: Reconciliación de modelos de capacidad de procesamiento versus capacidad real y ajustada de la planta. Fuente: Flores (2005).

En la Figura 2.4 se muestran las predicciones mensuales de TPH entregadas por dos modelos diferentes de capacidad de procesamiento (CEET y MELBWi). Estas predicciones se comparan contra el desempeño real y ajustado de la planta de procesamiento (donde el desempeño ajustado considera solo las fluctuaciones de TPH causadas por la dureza del mineral, sin contar el efecto operacional). Los resultados muestran que la precisión de estos modelos, con respecto al desempeño ajustado, está dentro del $\pm 3\%$ anual y $\pm 10\%$ trimestral.

La información de los modelos de capacidad de procesamiento puede ser útil para el proceso de planificación minera, en particular, para mejorar la asignación de destinos y el agendamiento de la producción. Los minerales con menores TPH poseen mayores tiempos de procesamiento, por lo que potencialmente podrían generar un cuello de botella en la alimentación. Por lo tanto, la decisión de procesar este tipo de minerales debería considerar un costo de oportunidad asociado, dado a que se dejarían de procesar minerales con mayores TPH y a un ritmo mayor, mientras que los minerales que poseen menores tiempos de procesamiento deberían ser preferibles para la planificación.

Recuperación metalúrgica

La recuperación metalúrgica es una de las variables de respuesta más relevantes de la planta de procesamiento. Este parámetro mide la fracción de metal que es recuperado con respecto a la cantidad de metal en la alimentación. La caracterización espacial de esta variable es de gran importancia para la planificación minera, debido a su influencia sobre la valorización económica de un depósito.

Un modelo de recuperación metalúrgica puede ser desarrollado usando un modelo cinético o bien un modelo estadístico. Un ejemplo de modelo estadístico es el modelo geometalúrgico desarrollado para la planta concentradora de Chuquicamata (Compan et al., 2015), en donde la recuperación de cobre de flotación fue modelada en función de múltiples variables geometalúrgicas del mineral obtenidas desde una base de datos histórica recopilada de la operación. El modelo final de regresión utiliza ocho variables incluyendo las leyes en alimentación (cobre, hierro y cobre soluble), mineralogía (composición de calcopirita, digenita y molibdenita), work index y P80. El modelo logra un coeficiente de correlación de 75.6% con un error absoluto medio de 2.4%, lo que permite estimar la recuperación real con una precisión aceptable.

2.3.3. Incorporación de atributos geometalúrgicos en la planificación minera

Diversos estudios han demostrado los beneficios de incorporar variables geometalúrgicas dentro de los procesos de optimización asociados a la planificación minera.

Por ejemplo, Contreras, Ortiz & Bisso (2010) utilizan simulaciones geoestadísticas para modelar la capacidad de procesamiento dentro del depósito y luego incorporan esta información en un modelo de programación lineal entera mixta (MILP). En base a esto, construyen un plan anual cuya función objetivo busca maximizar los finos producidos por hora. Como resultado, se obtiene un VPN 9% mayor con respecto a un plan base convencional. Por otro lado, Rubio (2006) desarrolla un modelo de agendamiento multidespacho para un plan de un año de producción. El modelo utiliza los tiempos de procesamiento de cada bloque (asignados según dominios dentro del depósito) para establecer la restricción de capacidad de procesamiento por periodo. Se destaca que ambos enfoques buscan maximizar la cantidad de metal fino producido por unidad de tiempo, no obstante, se utilizan diferentes métodos para incorporar el modelo de TPH en la optimización.

Otros trabajos también han documentado la incorporación de atributos geometalúrgicos en la planificación minera de largo plazo. En este contexto, Bye (2011) recopila serie de casos donde se ha utilizado la información geometalúrgica para determinar el pit final y analizar los resultados de un plan de producción. Cáceres (2004), por otro lado, analiza el efecto del work index en la planificación de una mina subterránea de panel caving. Para ello, toma en cuenta un modelo espacial del work index, el cual lo utiliza para estimar el P80 de molienda (de acuerdo a una capacidad de procesamiento fija) y la recuperación metalúrgica en flotación. En base a la nueva información, evalúa distintos escenarios operacionales resultando en

modificaciones de la secuencia del caving, el ritmo de producción y la altura de columna para alcanzar finalmente un incremento de 5 a 15 % en el VPN dependiendo de la configuración operacional utilizada.

Zepeda (2009), sigue una línea similar, incorporando un modelo de TPH en la optimización del pit final y definición de fases. Para ello, utiliza factores de ajuste para los costos de procesamiento y leyes según la variable TPH). Considerando estas modificaciones en el modelo económico, optimiza el pit final de forma tradicional, obteniendo cambios en la ubicación y geometría del pit para abarcar zonas de mineral más blando. No obstante a lo anterior, los resultados en términos de tonelajes y VAN disminuyen significativamente con respecto al caso base.

Otra forma de incorporar modelos de TPH, en el largo plazo, ha sido en la etapa de optimización de las leyes de corte. En este contexto, se encuentra el trabajo de Navarrete (2007) que mejora un plan de producción predefinido al considerar el tiempo de procesamiento de molienda como variable relevante para definir los destinos de los materiales.

2.4. Incertidumbre y riesgo en proyectos mineros

El proceso de planificación requiere de múltiples parámetros de entrada, incluyendo costos, precios, leyes, tonelajes, propiedades de la roca, recuperación metalúrgica, etc. Todos estos parámetros son estimados a partir de información limitada, previo al proceso de planificación. Dado este conocimiento incompleto que se tiene sobre los valores que tomarán las variables de planificación, surge el concepto de incertidumbre. Se dice que los parámetros están sujetos a incertidumbre (errores), lo cual genera riesgo en los resultados de planificación.

Dimitrakopoulos (1998) clasifica las incertidumbre de los proyectos mineros, de acuerdo a la fuente de donde provienen. Estas son: (1) la incertidumbre geológica, asociada a las propiedades del depósito tales como leyes, densidad, estructuras geológicas, etc.; (2) la incertidumbre técnica, asociada a parámetros operacionales tales como rendimientos, disponibilidades y utilidades de equipos; y (3) la incertidumbre económica, que se asocia a parámetros económicos tales como precios de commodities, costos operacionales, costos de capital, etc.

A pesar de lo mencionado anteriormente, la metodología tradicional de planificación utiliza un enfoque determinístico para construir los programas de producción. Estos enfoques asumen que no existen fluctuaciones en los valores estimados, lo que conduce a planes poco realistas, generalmente con requerimientos operacionales inadecuados y errores en la estimación del VPN del proyecto.

En la metodología tradicional, la incertidumbre generalmente se evalúa mediante análisis de sensibilidad de las variables económicas (como precios y costos). Este procedimiento, sin embargo, es limitado ya que se sigue asumiendo que las condiciones geológicas no cambian.

Ignorar el efecto de estas incertidumbres puede generar una pérdida importante de valor del proyecto, por lo tanto, es esencial que este aspecto sea incluido en las etapas de evaluación

y planificación de un proyecto. En las siguientes secciones se describirá en mayor detalle el tratamiento de la incertidumbre geológica, ya que será considerada en el desarrollo de este trabajo, sin embargo, se debe recordar que el problema general también está bajo los efectos de las incertidumbres económicas y técnicas.

2.4.1. Incertidumbre geológica

La incertidumbre geológica surge a partir del limitado conocimiento que se tiene del depósito, como consecuencia de un muestreo finito (restringido por los costos de exploración). Esto genera que el depósito solo pueda ser estimado con un cierto grado de precisión que dependerá principalmente de tres aspectos (Dowd, 1994): (1) el número, ubicación y calidad de las muestras tomadas, (2) el tipo de depósito y (3) el método utilizado para generar las estimaciones.

La incertidumbre geológica es una de las principales causas de deficiencias en los planes de producción, generando potenciales discrepancias entre la producción planificada y la producción real. Vallee (2000), por ejemplo, analizó los primeros años de producción de un conjunto de minas, llegando a la conclusión de que el 60 % de ellas tuvo tasa promedio de producción menor al 70 % de la producción planificada, lo cual fue asociado principalmente a la incertidumbre de leyes.

Las técnicas tradicionales de estimación de recursos son convencionalmente aceptadas para la estimación de reservas mineras. Sin embargo, estas técnicas generan una representación suavizada del depósito, por lo que surgen algunas problemáticas con respecto a su uso (Smith & Dimitrakopoulos, 1999): se ignora el efecto de la variabilidad in-situ e incertidumbre del depósito en el proceso de optimización (pit final y agendamiento), utilizando modelos del depósito con valores esperados para un proceso no-lineal.

El surgimiento de metodologías de simulación condicional permite cuantificar la incertidumbre geológica, lo que ha posibilitado su incorporación en la planificación minera. Las simulaciones condicionales difieren de los modelos estimados tradicionales que se utilizan en planificación. Estas diferencias serán detalladas en la siguiente sección.

2.4.2. Estimación versus Simulación Geoestadística

La geoestadística es una rama de la estadística que se especializa en el análisis e interpretación de fenómenos regionalizados, es decir, fenómenos que se extienden en el espacio geográfico (y temporal) y que presentan cierta continuidad. Se aplica, por ejemplo, en la estimación de recursos y en el modelamiento de variables geometalúrgicas.

A diferencia de la estadística, la geoestadística toma en cuenta la estructura de correlación espacial inherente del fenómeno regionalizado, que es caracterizada por el variograma. De esta manera permite inferir la variabilidad espacial de la variable regionalizada estudiada y generar modelos probabilísticos que contienen las predicciones en los sitios donde no existen

observaciones disponibles (Emery, 2011). Todo lo anterior, se realiza a partir de los datos recopilados del análisis a muestras del depósito.

Las principales técnicas de modelamiento geoestadístico son: la estimación geoestadística y la simulación geoestadística.

2.4.2.1. Estimación geoestadística

La estimación geoestadística busca estimar el valor de la variable regionalizada en los sitios no muestreados dentro del depósito, utilizando como base las muestras cercanas disponibles. Los valores desconocidos son estimados mediante algún método de interpolación, generalmente utilizando un estimador lineal ponderado, es decir, cada estimación es una combinación lineal ponderada de los datos circundantes.

El método más aceptado para la estimación de recursos es la estimación por kriging. La base de kriging es calcular los ponderadores estableciendo condiciones de máxima precisión (se minimiza la varianza del error de estimación) e insesgo (se establece una esperanza nula para el error de estimación). Además, la estimación por kriging considera: (1) la distancia de los datos al sitio a estimar, (2) la redundancia entre los datos, (3) la continuidad espacial de la variable regionalizada a través del variograma.

Existen varios tipos de kriging, los más comunes son el kriging simple (que asume una media conocida para el dominio a estimar) y el kriging ordinario (que asume una media desconocida). El kriging ordinario, en particular, es la técnica más común utilizada para obtener modelos de recursos de largo plazo (Rossi & Deutsch, 2013).

A pesar de que kriging permite obtener el mejor estimador no sesgado y de error mínimo, existen ciertas limitaciones para su aplicación (Emery, 2011; Rossi & Deutsch, 2013):

- Los modelos estimados poseen un efecto suavizamiento, es decir, la dispersión de valores estimados es menor que la dispersión de valores verdaderos. Esto implica a que se tiende a sobrestimar los valores bajos y subestimar los valores altos, por lo que no pueden pronosticar valores extremos. Como consecuencia, no se reproduce la variabilidad real de los datos observados.
- La varianza de kriging (varianza del error de estimación) entrega una medida de la incertidumbre asociada a la estimación. Sin embargo, la varianza de kriging solo puede representar un error de estimación local, en casos donde se tenga una distribución gaussiana de las leyes y donde el error de estimación no dependa de los valores de los datos. Generalmente esto no ocurre, ya que las distribuciones de leyes presentan asimetría positiva y la incertidumbre local sí depende de las leyes (se espera una mayor incertidumbre zonas de leyes altas, dado el efecto proporcional). En consecuencia, la varianza de kriging no es una medida fiable de incertidumbre.
- Si bien kriging es insesgado globalmente, generalmente posee un cierto grado de sesgo condicional (esta es la situación en que datos limitados, en promedio, sobrestiman las leyes altas y subestiman las leyes bajas). Kriging minimiza el sesgo condicional, aunque no necesariamente corrige este problema en su totalidad.

Estas limitaciones pueden tener un gran impacto sobre los resultados de la planificación minera. En particular, una inapropiada caracterización de la distribución espacial podría generar un sesgo sistemático en la cuantificación de los recursos económicos sobre una ley corte, lo que podría tener un gran impacto sobre el valor del proyecto.

2.4.2.2. Simulación geoestadística

La simulación geoestadística es una técnica que, a diferencia de la estimación, permite evaluar la incertidumbre local a través de la generación de múltiples realizaciones del depósito. Estas realizaciones representan diferentes escenarios del depósito que por construcción son equiprobables y reproducen la variabilidad espacial de la variable de interés. En particular, las simulaciones reproducen las estadísticas y medidas de continuidad espacial observadas en los datos disponibles, como el histograma y el variograma. Cuando la simulación es condicional, se reproducen también los valores de los datos en los sitios muestreados condicionantes (Emery, 2011). Estas propiedades permiten que las simulaciones preserven los valores extremos de la distribución original como se ilustra en la Figura 2.5. Como consecuencia, la simulación permite corregir el efecto suavizamiento de kriging y además está teóricamente libre de sesgo condicional (Rossi & Deutsch, 2013; McLennan & Deutsch, 2002).

Las simulaciones condicionales pueden ser obtenidas mediante diferentes algoritmos de simulación estocástica como la simulación secuencial gaussiana (SGS), simulación secuencial de indicadores (SIS), u otros algoritmos para este propósito (Dimitrakopoulos, 1998).

Las simulaciones proveen representaciones del depósito que permiten evaluar la incertidumbre del depósito y transferirla a los procesos de planificación minera y optimización. Por ejemplo, las simulaciones se pueden utilizar para calcular la probabilidad de exceder una cierta ley de corte, cuantificar la variabilidad de la producción en un cierto periodo de un plan minero, desarrollar análisis de riesgos, etc. (Rossi & Deutsch, 2013).

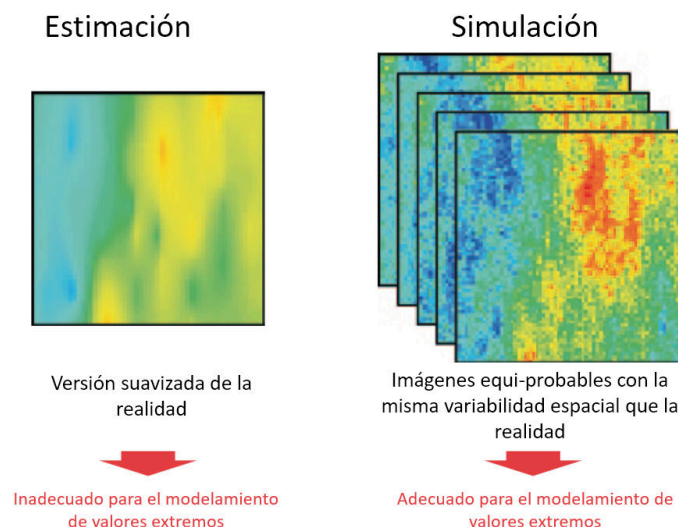


Figura 2.5: Comparación entre modelos estimados y simulados (Fuente: adaptado de Rossi & Deutsch, 2013).

Deutsh (2013) señala que, si bien las simulaciones deben ser tratadas como un conjunto, estas pueden ser promediadas para proporcionar un modelo único que podría ser útil para ciertos análisis. El valor obtenido del promedio puntual sobre todas las simulaciones representa el valor esperado de la distribución condicional y generalmente se le conoce como estimación E-type. Krige (1996) señala que estas estimaciones E-type equivalen a las estimaciones del kriging que se ha utilizado en el procedimiento de simulación y, por lo tanto, los valores E-type también presentan suavizamiento.

2.4.3. Incorporación de incertidumbre geológica en la planificación minera

Existen diferentes estrategias para dar uso a las simulaciones condicionales durante la planificación minera.

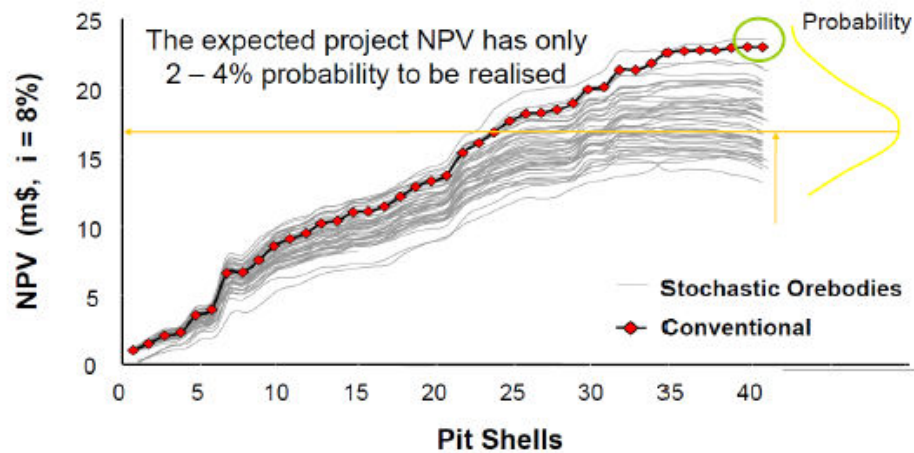


Figura 2.6: Limitaciones de los modelos estimados en la planificación minera (Dimitrakopoulos, 2002)

El uso más simple que se les puede dar consiste en evaluar un plan preestablecido contra cada simulación para cuantificar la variabilidad en los resultados. Un ejemplo de ello, se muestra en la Figura 2.6 (Dimitrakopoulos et al, 2002) donde se presenta la variabilidad en el VPN en un gráfico pit-by-pit que ha sido construido convencionalmente desde un modelo estimado por kriging. Lo primero que se puede observar es que las simulaciones generan a una distribución de VPN, mientras que el modelo convencional conduce a un valor único. Además, se observa que la metodología convencional tiende a sobrestimar el VPN del proyecto en el 95 % de los escenarios simulados. Este estudio también señala que los principales indicadores de desempeño de un proyecto (como tonelajes de mineral y costos operacionales) pueden ser estimados equivocadamente a partir de los modelos tradicionales.

Otras estrategias para incorporar la incertidumbre consisten en generar múltiples planes a partir cada simulación condicional. Por ejemplo, Dowd (1994) utiliza esta estrategia para evaluar la variabilidad en los resultados de planificación considerando de la incertidumbre

de leyes y de otras fuentes, no obstante, no se propone un criterio para seleccionar un único plan a partir de los múltiples que planes que se han generado.

Dimitrakopoulos (2007) utiliza una estrategia similar a la anterior, pero plantea además un método para seleccionar un plan en base a su riesgo. Este método comienza aplicando la optimización tradicional (pit final y secuenciamiento) a cada realización del depósito. Luego, propone el uso de un indicador (basado las distribuciones generadas para algún indicador predefinido) que permite seleccionar aquel diseño que captura la máxima ventaja de la incertidumbre mientras que minimiza los potenciales riesgos negativos.

El inconveniente de las estrategias descritas anteriormente es que, si bien se toma en cuenta la incertidumbre a través de las simulaciones para crear un plan, estas simulaciones se procesan individualmente con modelos de optimización determinísticos, los cuales no consideran el riesgo de no dar cumplimiento de las capacidades de producción. Como consecuencia, se obtiene planes poco realistas en términos del cumplimiento de las capacidades de producción, por lo que eventualmente se podría requerir una corrección o tomar acciones para mitigar el problema.

Por último, se encuentran los enfoques basados en programación estocástica, heurísticas, o metahurísticas, que permiten generar un único plan robusto a partir de todas las simulaciones. Un ejemplo de esto se tiene en Morales & Rubio (2010) y Dimitrakopoulos (2011).

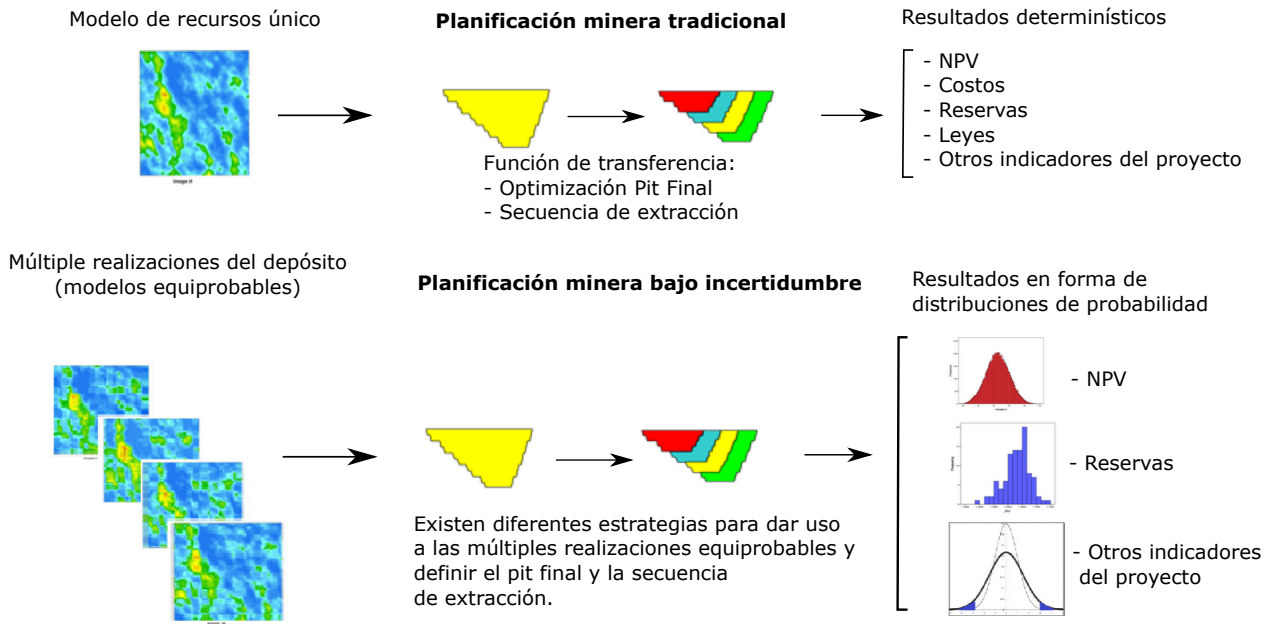


Figura 2.7: Enfoque convencional y enfoque basado en riesgo de planificación minera. Fuente: adaptado de Heidari (2015)

La Figura 2.7 compara el método convencional y el enfoque basado en la incorporación de la incertidumbre. Los indicadores del proyecto en este último caso son en forma de distribución de probabilidad.

2.5. MineLink

MineLink¹ es una librería de estructuras de datos para planificación minera, problemas de agendamiento y algoritmos para resolverlos, la cual fue desarrollada en el Laboratorio de Planificación Minera Delphos del Departamento de Ingeniería de Minas de la Universidad de Chile. El objetivo de MineLink es ayudar el desarrollo en el área de algoritmos para planificación minera al proveer un conjunto de herramientas y problemas bien definidos sobre los cuales trabajar. MineLink está desarrollado en C++, pero también hay disponibles wrappers en Python de forma de que sea posible interactuar y expandir la librería en forma simple para experimentar.

En MineLink se trabaja en base a una serie estructuras de datos y herramientas (clases y métodos), los cuales se han definido para representar datos, modelos y algoritmos de planificación minera.

Unas de las principales estructuras para representar datos en MineLink son las siguientes:

- Clase *BlockModel*: Es una de las estructuras más importantes de MineLink, la cual permite almacenar un conjunto de bloques como una tabla con un número arbitrario de atributos numéricos. Algunos de los métodos asociados a esta clase permiten: consultar o modificar atributos, agregar nuevos atributos, crear nuevos modelos de bloques a partir de ciertos criterios de selección de bloques, entre otras cosas.
- Clases *Precedence* y *SlopePrecedence*: Son clases para modelar ángulos de talud y otras restricciones de diseño, a través de la definición de conjuntos de precedencias. Las precedencias son fundamentalmente conjuntos de arcos definidos entre pares bloques. Los métodos asociados a estas clases permiten, entre otras cosas, definir precedencias verticales en función de un ángulo de talud y un número máximo de niveles para definir precedencias de un bloque.

MineLink también implementa estructuras que funcionan como modelos para los problemas del pit final y el agendamiento minero. Estos modelos se alimentan, entre otras variables, de un modelo de bloques y un conjunto de precedencias (objetos generados por las clases descritas anteriormente). Los principales modelos en MineLink son dos:

- Clase *FinalPitInstance(attribute,prec)*: Esta clase abstrae el problema de determinar el pit final, es decir, determinar el conjunto de bloques que respeta cierta restricción de talud y cuya suma de una valorización económica sea la máxima. Esta clase requiere dos tipos de inputs básicos:
 - *attribute*: es la columna del modelo de bloques cuya suma será maximizada (asociada a la valorización económica).
 - *prec*: es el conjunto de precedencias de los bloques que establecen las restricciones de talud.
- Clase *SchedulingInstance*: Esta clase abstrae una formulación muy general del agendamiento de bloques en un pit, con múltiples destinos por bloque y un número arbitrario de restricciones de precedencia, capacidad y mezcla (entre otras). Esta clase se alimenta

¹<http://delphos.dmi.uchile.cl>

de un modelo de bloques, un horizonte temporal y una tasa de descuento.

Por último, MineLink implementa diferentes algoritmos o estrategias para resolver estos problemas. Para resolver una instancia de pit final, por ejemplo, se cuenta con las clases *FinalPitSolver* o *PseudoFlowFinalPitSolver*. Mientras que para las instancias de agendamiento se puede optar por resolver el problema completo a través de la clase *MIPScheduler* (generalmente impracticable para modelos grandes) o bien se puede utilizar algún tipo de heurística de agendamiento. Las Heurísticas de agendamiento implementadas en MineLink se pueden clasificar en al menos tres estrategias diferentes, que eventualmente podrían ser combinadas:

- Algoritmos de ventanas de tiempo: clases *SlidingTimeWindowHeuristic* y *SlidingTimeWindowHeuristicRelaxed*.
- Algoritmos de tiempos esperados: clases *BZ*, *Topoheuristic* y *ETInc*.
- Algoritmos de rebloqueo: clase *HReb*.

Al resolver las instancias de pit final o de agendamiento en MineLink, el resultado se obtiene como un nuevo atributo que puede ser guardado en el modelo de bloques. En el caso del problema del pit final el atributo toma el valor 1 para los bloques que pertenecen al pit final y 0 para los que no; mientras que en el caso del agendamiento, el atributo indica el periodo de extracción del bloque.

Capítulo 3

Metodología

Para desarrollar este trabajo se cuenta con el modelo de bloques de un depósito de cobre-molibdeno que es explotado por el método a cielo abierto. El modelo del depósito fue construido en base a técnicas de simulación condicional, de modo que se dispone de 50 realizaciones para cuatro atributos del depósito: leyes de cobre total (CuT, %), leyes de molibdeno (MoT, ppm), recuperación metalúrgica de cobre (Rec, %) y capacidad de procesamiento en conminución (TPH, toneladas procesadas/hora).

El desarrollo del caso de estudio se basa en la información disponible del depósito, y se puede separar en tres etapas principales que se detallan a continuación:

- Definición de pits óptimos (pit final no capacitado)
- Definición de secuencias de extracción óptimas
- Evaluación de la incertidumbre de pits y secuencias obtenidas

A continuación se detalla la metodología utilizada para el desarrollo de este trabajo.

3.1. Etapa 1: Definición del pit final

1. Se comienza con una revisión de los modelos de bloques con la finalidad de asegurar que éstos sean consistentes para el proceso de planificación. Esto contempla la revisión de los siguientes aspectos:
 - (a) Extensión de las coordenadas de los modelos de bloques: Se extenderán las coordenadas dentro de las cuales se trabajará, con el fin de evitar la intersección entre el pit final y los límites del modelo de bloques. Los nuevos bloques incorporados, más allá de los límites originales, serán considerados como bloques de estéril.
 - (b) Corrección de la topografía: Se corregirá la topografía de los modelos de MoT, Rec y TPH, de manera que estas coincidan con la topografía del modelo de CuT. Se eliminarán todos los bloques que están sobre ésta topografía.
 - (c) Reemplazo de datos sin información por valores nulos: Se identificarán los bloques sin información (valores -99 o que se encuentran bajo la topografía definida) para

que sean considerados como bloques de estéril en el proceso de planificación.

2. Luego de revisar los aspectos anteriores se llevará a cabo un análisis exploratorio de los datos con la finalidad de obtener información útil para el proceso de planificación asociada a la distribución y ubicación de los atributos estudiados. Esto contempla la obtención de modelos E-type (modelos obtenidos al promediar bloque a bloque las simulaciones), cálculo de estadísticas básicas, obtención de distribuciones de los datos mediante histogramas, construcción de curvas de tonelaje-ley para cuantificar los recursos sobre distintas leyes de corte, visualización de mapas del depósito y análisis de correlación entre variables.
3. Se continúa con la definición de parámetros técnicos-económicos requeridos para la valorización económica y la optimización del pit final. Los parámetros requeridos son: costo mina, costo planta, costos de venta, precios del cobre y molibdeno, recuperaciones metalúrgicas, ángulos de talud, etc.
4. En base a los parámetros seleccionados, se realizará la valorización económica utilizando cinco estrategias diferentes, las cuales tienen la finalidad de analizar el impacto de las leyes y la información geometalúrgica. Cada una de las cinco estrategias de valorización se aplican sobre las 50 simulaciones y los modelos E-type, de modo que se obtendrán 255 (51x5) modelos económicos. En la Tabla 3.1 se detallan los atributos que serán utilizados en cada una de las cinco estrategias. En las estrategias E1, E2 y E3 se maximiza el beneficio total en US\$ (como se hace tradicionalmente), mientras que para las estrategias E4 y E5 se construyen valores sintéticos para que la optimización maximice el cobre fino por hora y el beneficio por hora, respectivamente. Las estrategias E4 y E5, en particular, son formas experimentales para observar si la incorporación de un modelo de TPH puede mejorar la definición del pit final.

Tabla 3.1: Resumen de las estrategias utilizadas para definir el pit final

Estrategia	Modelo CuT	Modelo MoT	Modelo Rec. Cu	Modelo TPH
E1	Considerado	No considerado	Valor fijo (84 %)	No considerado
E2	Considerado	Considerado	Valor fijo (84 %)	No considerado
E3	Considerado	Considerado	Considerado	No considerado
E4	Considerado	Considerado	Considerado	Considerado
E5	Considerado	Considerado	Considerado	Considerado

5. Luego de la valorización, se predeterminan los destinos de los bloques y se obtienen las precedencias de talud, que son requisitos necesarios para el proceso de optimización del pit final. El destino de un bloque se asignará al destino retorne el máximo beneficio.
6. Para cada uno de los 51x5 modelos económicos construidos, se obtendrá el pit final óptimo mediante la creación de las respectivas instancias de optimización en MineLink. Cabe destacar que en esta etapa se obtienen directamente los pits óptimos, sin considerar la temporalidad de la extracción (no se consideran pits anidados, ni los ritmos de extracción ni de procesamiento). El pit final como tal, considerando el efecto temporal, se obtendrá en la siguiente etapa a través de un agendamiento directo de bloques.

7. Los pits optimizados en MineLink serán exportados y procesados para obtener los tonelajes de mineral y estéril, metal recuperado, leyes medias, beneficio no descontado, entre otros indicadores relevantes. Notar que para cada estrategia, se obtendrán resultados desde las simulaciones y desde los modelos E-type, representando dos tipos de análisis distintos:
 - (a) El análisis basado en las 50 simulaciones equivale a una planificación bajo *información perfecta* del depósito. Para cada escenario del depósito se tomará la mejor decisión posible, de modo que el conjunto de pits resultantes proveerá una estimación para los indicadores del pit óptimo que resultaría si se contara con un conocimiento perfecto del depósito.
 - (b) El análisis basado en los modelos E-type representa una planificación convencional, dadas las similitudes que existen entre que los modelos E-type y los modelo estimados por kriging. Ambos modelos representan una estimación suavizada del depósito basada en un conocimiento limitado del depósito.

La finalidad es comparar, por un lado, las distintas estrategias evaluadas y, por otro lado, el efecto del tipo de modelo utilizado (simulaciones versus modelos E-type).

3.2. Etapa 2: Agendamiento de la producción

1. Con el fin de limitar el número de realizaciones que deberán ser procesadas por el algoritmo de agendamiento (considerando que cada realización requiere un tiempo computacional considerable), se seleccionarán solo 25 realizaciones de las 50 disponibles. La selección de las realizaciones se realizará de forma aleatoria, sin ningún criterio para identificar realizaciones en particular. Notar que, una vez obtenidos los agendamientos, se deberá verificar que el número de simulaciones utilizadas (25) es suficiente para representar el espacio de incertidumbre de los resultados y sus estadísticas.
2. Una vez definidas las realizaciones para ser utilizadas en el agendamiento, se generarán los agendamientos utilizando tres estrategias de agendamiento distintas. Las características de las tres estrategias de agendamiento se presentan en la Tabla 3.2. Todas tienen como función objetivo maximizar el valor presente neto de la extracción, sin embargo, se diferencian en el modelo económicos que será utilizado y en cómo se definen las restricciones de capacidad de procesamiento. Los agendamientos se realizan dentro de los límites del pit final respectivo de cada modelo, obteniendo como resultado 78 (26x3) secuencias de extracción de largo plazo optimizadas a una escala de bloques (25 correspondientes a las simulaciones y 1 al caso E-type).

Tabla 3.2: Resumen de las estrategias utilizadas para definir la secuencia de extracción

Estrategia	Modelo utilizado en la valorización	Restricción de capacidad de procesamiento
SCH-1	CuT	Toneladas por año
SCH-2	CuT, MoT y Rec	Toneladas por año
SCH-3	CuT, MoT y Rec	Horas de procesamiento disponibles por año (se utiliza el modelo de TPH)

- Una vez obtenidos los agendamientos en MineLink, los resultados son exportados y procesados para crear los planes de producción asociados. Esto permite comparar las diferentes estrategias en términos de tonelajes de mineral y estéril, leyes, VPN acumulado, entre otros indicadores a través del tiempo. Del mismo modo que en la etapa anterior, se comparan los resultados basados en las simulaciones (planificación con *información perfecta* versus el resultado basados en el modelo E-type)

Los pasos de la metodología, para la obtención del pit final y el agendamiento de la producción, pueden ser resumidos a través del diagrama de la Figura 3.1.

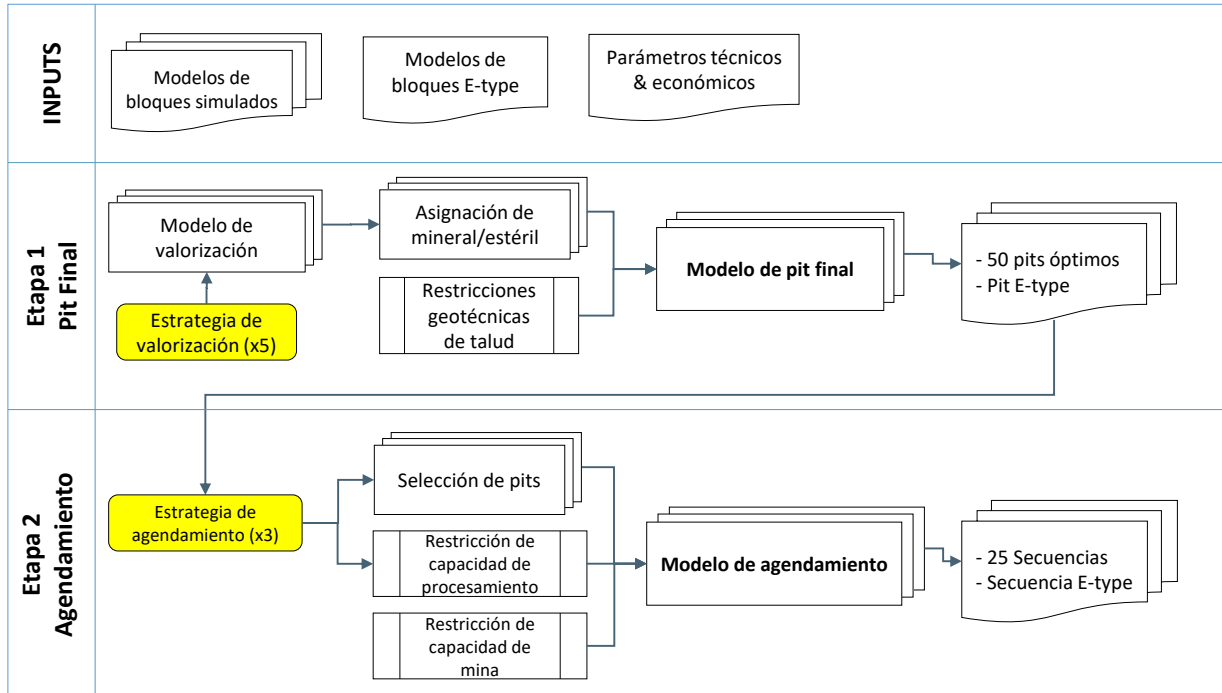


Figura 3.1: Diagrama de flujo de la metodología utilizada

3.3. Evaluación de la incertidumbre

Como tercera parte de este trabajo, los pits y secuencias de extracción obtenidas serán evaluadas contra las 50 simulaciones condicionales. De esta manera se obtienen los rangos de variabilidad que permiten cuantificar y evaluar el riesgo, y crear además rankings de las opciones obtenidas.

Capítulo 4

Análisis preliminar del caso de estudio

4.1. Generalidades

Para la realización de este trabajo se cuenta con el modelo de recursos y el modelo geometalúrgico perteneciente a una mina explotada mediante el método a cielo abierto. El depósito corresponde a un pórfido de cobre-molibdeno, de grandes dimensiones, cuya mineralización está compuesta principalmente por minerales primarios (hipógenos) de cobre y molibdeno. Estos minerales proveen la alimentación a la planta concentradora para producir concentrados de cobre y concentrados de molibdeno.

Durante el proceso de extracción y planificación minera, se utilizan unidades selectivas de explotación (SMU) de 20m x 10m x 15 m (tamaño de bloques en el modelo) para discriminar entre dos tipos de materiales:

- Mineral: material económico compuesto por sulfuros de cobre y/o molibdeno, lo cuales son enviados a la planta concentradora.
- Estéril: material no económico destinado a botaderos para su descarte.

Las especies de cobre y molibdeno presentes en el mineral son recuperadas conjuntamente a través de una única ruta de procesamiento mediante el proceso de flotación convencional. La planta concentradora comprende las siguientes etapas de tratamiento del mineral: (1) Chancado, (2) Molienda SAG, (3) Flotación Colectiva, (4) Flotación Selectiva, (5) Espejase, y (6) Filtrado.

4.2. Análisis exploratorio del modelo de recursos

Esta sección tiene por objetivo mostrar las características estadísticas y espaciales de los atributos modelados del depósito. Estas características servirán de referencia para los resultados de la etapa de planificación minera.

4.2.1. Base de datos a utilizar

El modelo de recursos utilizado en este trabajo contiene las estimaciones para distintos atributos de interés para la planificación minera. Por un lado, se tienen las leyes de los elementos de interés económico y, por el otro lado, parámetros de tipo geometalúrgico que predicen el desempeño metalúrgico del mineral en función de sus propiedades geológicas. Los atributos del depósito considerados se detallan en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1: Atributos del modelo de recursos-geometalúrgico para el proceso de planificación

Atributo	Unidad	Descripción
CuT	%	Ley de cobre total
MoT	ppm	Ley de molibdeno total
Rec	%	Recuperación global de cobre en flotación
TPH	ton/hr	Capacidad de procesamiento en conminución. Este modelo de rendimiento está elaborado en base a pruebas de SPI, BWI y CI (que miden la moliendabilidad y chancabilidad del mineral de acuerdo a la dureza del mineral) junto con la configuración operacional de la planta de procesamiento.

Estos atributos fueron modelados mediante técnicas simulación geoestadística, por lo que se dispone de 50 simulaciones condicionales, con bloques de dimensiones de 20 x 10 x 15 m. Estas simulaciones cuantifican la incertidumbre de los atributos del depósito en función de la cantidad de datos condicionantes que fueron utilizados durante su construcción.

Además de las simulaciones condicionales, se considerarán estimaciones determinísticas del depósito a través de los modelos E-type. En estos modelos, el valor \bar{z}_b de un bloques se obtiene al promediar los 50 valores $z_b(s)$ derivados de las simulaciones (ver Ecuación 4.1).

$$\bar{z}_b = \frac{1}{50} \sum_{s=1}^{50} z_b(s), \quad \forall \quad b \in \mathcal{B} \quad (4.1)$$

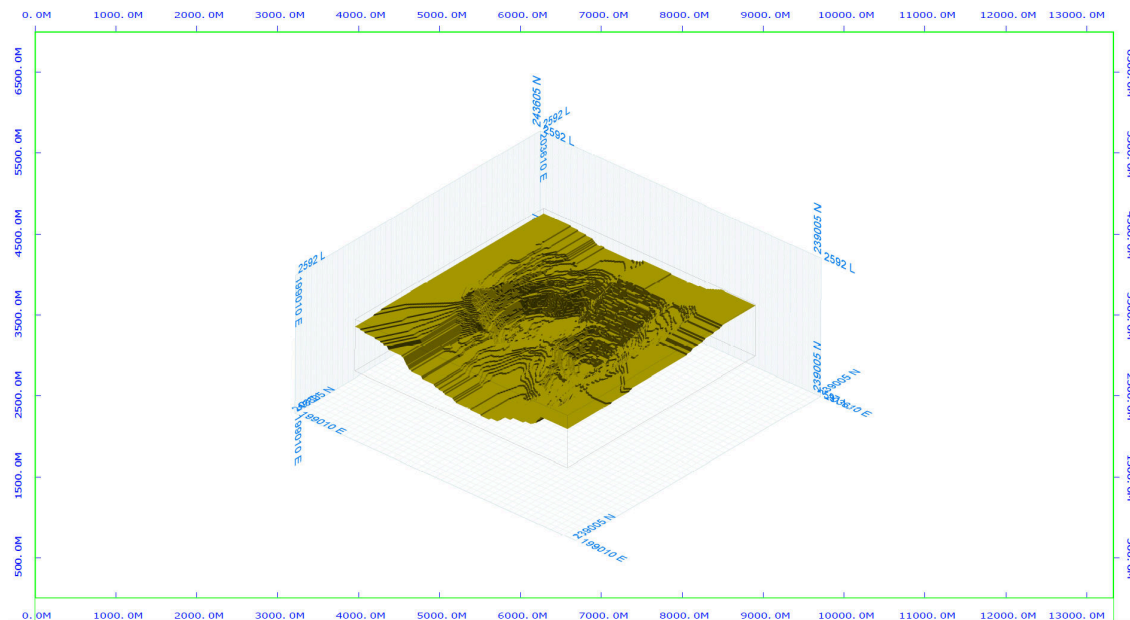
Este promedio genera una representación suavizada del depósito, equivalente a la estimación de kriging que se ha utilizado en el procedimiento de simulación (Krige, 1996). Las estimaciones E-type, al igual que kriging, presentan una menor dispersión, comparado con la dispersión de los valores verdaderos. Dado lo anterior, resulta interesante considerar los modelos E-type en los proceso de planificación, ya que representan un modelos que se utilizaría convencionalmente.

4.2.2. Ubicación y dimensiones espaciales

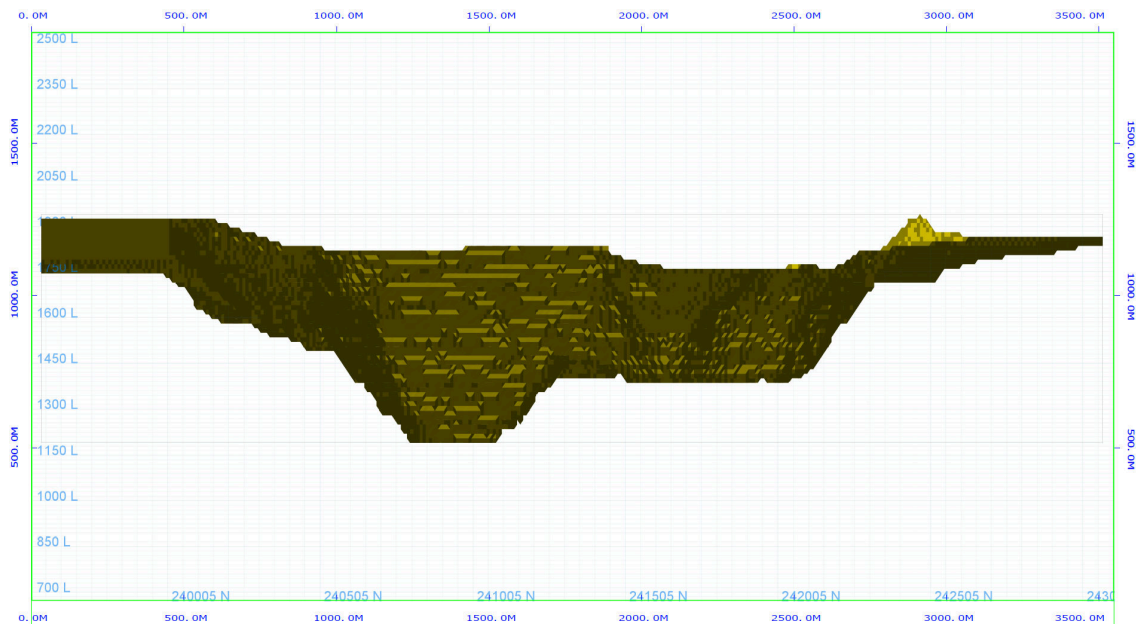
Para efectos de planificación, el modelo de bloques original fue extendido en sus coordenadas horizontales de manera que los límites del modelo no intercepten con los límites del pit final. Sin esta modificación, los bloques cercanos a los bordes del modelo pueden flotar

sin sus precedencias, obteniendo resultados insatisfactorios. Los bloques incorporados serán considerados como estéril para el proceso de planificación, por lo tanto, su extracción debe pagar un costo mina asociado.

Dado que no todos los modelos coincidían en su topografía; los modelos MoT, Rec y TPH fueron corregidos para que coincidan con la topografía del modelo de CuT. En la Figura 4.1 se muestra la topografía inicial del caso de estudio, donde se puede observar que ya existe un avance de la extracción del pit alcanzando con una profundidad mayor en el sector sur.



(a) Vista 3D



(b) Sección norte-sur, con vista al oeste

Figura 4.1: Topografía del caso de estudio

Las características del modelo de bloques original (que contiene los bloques con las simulaciones) y el modelo de bloques extendido (que contiene las simulaciones más el estéril agregado) se muestran en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2: Características del modelo de bloques original y del modelo de bloques extendido

Parámetro	Modelo original			Modelo extendido		
	Este (x)	Norte (y)	Cota (z)	Este (x)	Norte (y)	Cota (z)
Dimensión bloques (m)	20	10	15	20	10	15
Coordenada mínima (m)	200,020	240,010	1,115	199,520	239,590	1,115
Coordenada máxima (m)	202,560	242,650	2,075	203,060	243,070	2,075
Dimensión modelo (m)	2,560	2,650	975	3,560	3,490	975
Número de bloques (#)	128	256	65	178	349	65
Nº de bloques total (bajo topografía) (#)	968,782			2,313,676		

4.2.3. Estadísticas básicas

Las estadísticas básicas para la variable CUT se presenta mediante las Figuras 4.2, 4.3, donde se muestran, respectivamente, las medias y varianzas por realizaciones. Las mismas estadísticas para las variables MoT, ReC y TPH se muestran en las Figuras 4.4, 4.5; 4.6, 4.7; y 4.8, 4.9, respectivamente.

Se puede apreciar, que para todos los atributos, las medias asociadas a los modelos E-type son similares a las medias de las simulaciones, mientras que las varianzas de las distribuciones E-type son significativamente menores con respecto a las varianzas de las realizaciones. Lo anterior se debe al efecto suavizamiento del modelo E-type.

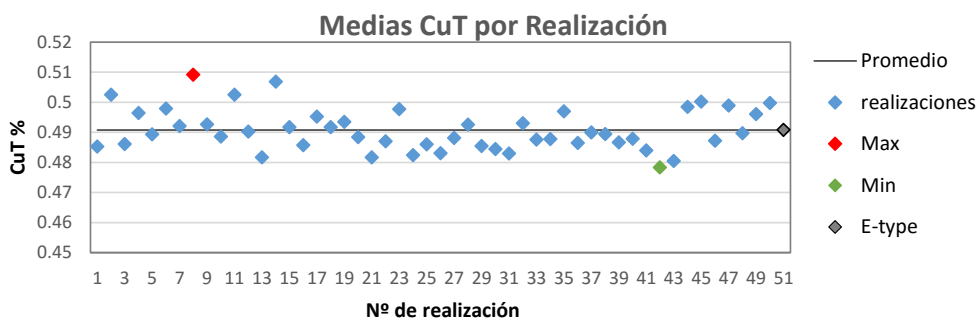


Figura 4.2: Gráfico de leyes medias de CuT por realización

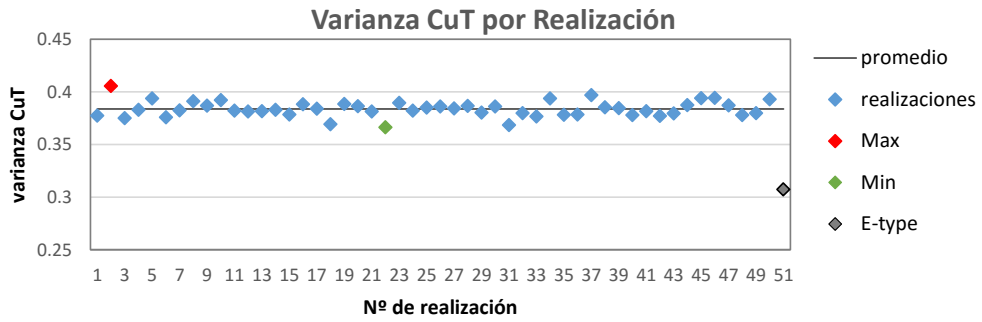


Figura 4.3: Gráfico de varianzas de CuT por realización

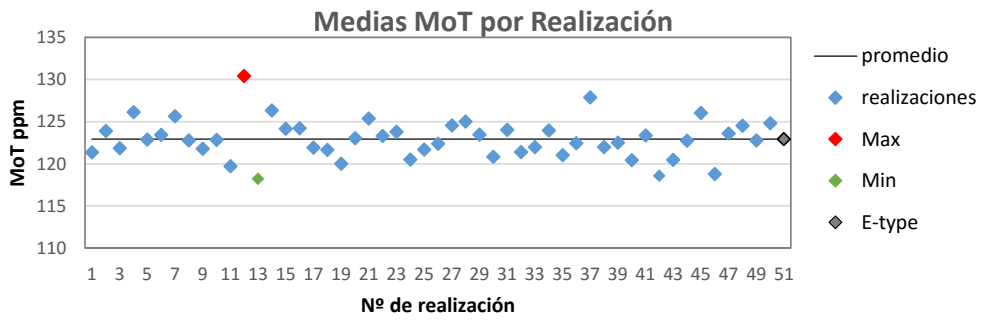


Figura 4.4: Gráfico de leyes medias de MoT por realización

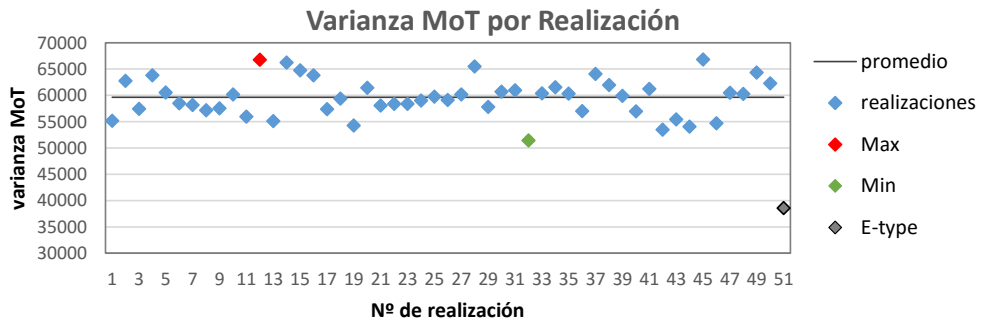


Figura 4.5: Gráfico de varianzas de MoT por realización

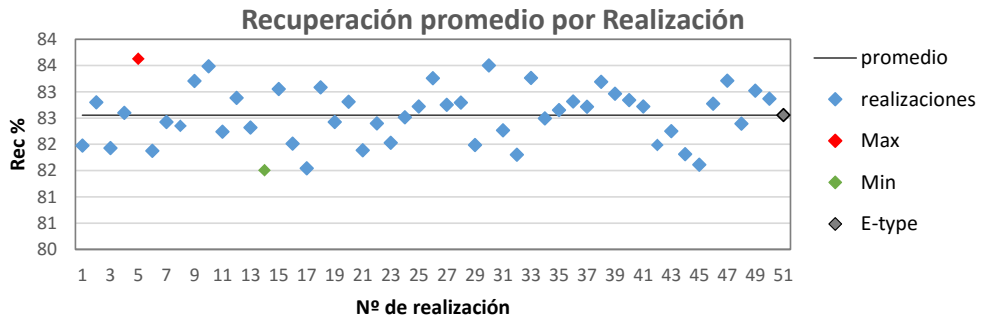


Figura 4.6: Gráfico de Rec promedio por realización

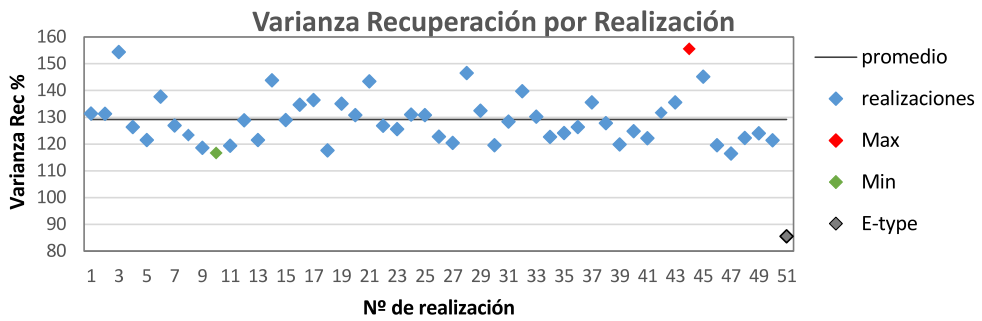


Figura 4.7: Gráfico de varianzas Rec por realización

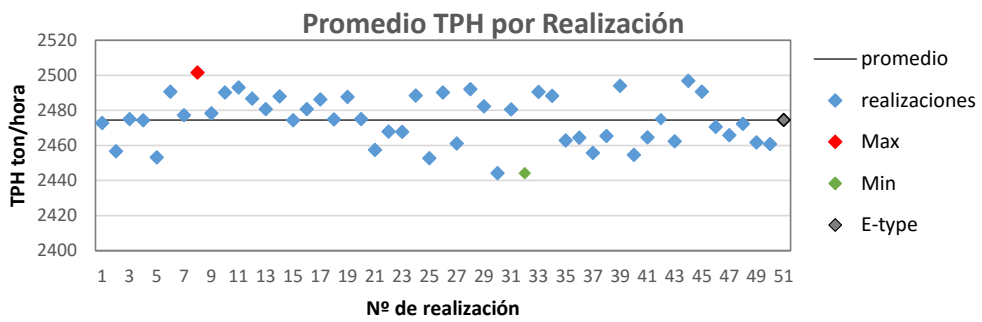


Figura 4.8: Gráfico de TPH promedio por realización

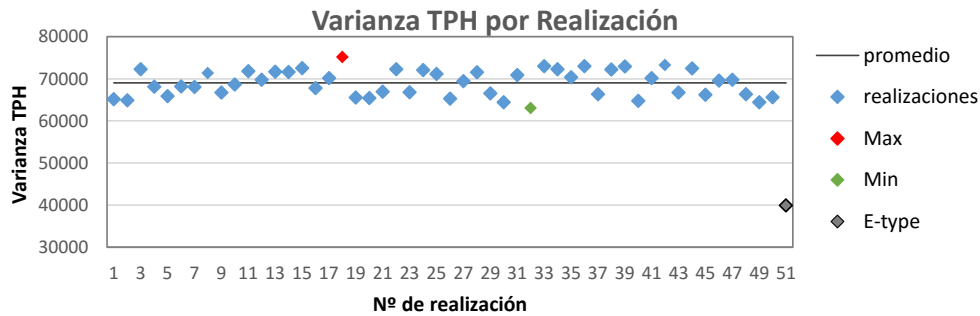


Figura 4.9: Gráfico de varianzas TPH por realización

Para observar las estadísticas por realización más en detalle, se han seleccionado algunas de las realizaciones en función de su posición (máximo, P75, P50, P25 y mínimo) dentro de la distribución de medias mostrada anteriormente para cada atributo. Las estadísticas de dichas realizaciones más los modelos E-type se presentan en las Tabas 4.3, 4.4, 4.5 y 4.6. Cabe destacar que en estas estadísticas no se consideran los bloques de estéril que han sido agregados en la periferia del modelo de bloques original, de este modo las estadísticas no son distorsionadas con valores nulos.

Tabla 4.3: Estadísticas básicas de CuT para diferentes realizaciones y modelo E-type

CuT (%)	N	Mínimo	Máximo	Media	Varianza	Desv. est.
sim8 (max)	968,782	0.0015	11.4649	0.5091	0.3911	0.6254
sim49 (P75)	968,782	0.0015	13.7143	0.4961	0.3798	0.6163
sim5 (P50)	968,782	0.0010	10.7979	0.4893	0.3937	0.6275
sim25 (P25)	968,782	0.0015	11.5743	0.4860	0.3850	0.6205
sim42 (min)	968,782	0.0013	11.4434	0.4783	0.3770	0.6140
E-type	968,782	0.0021	9.3621	0.4908	0.3072	0.5543

Tabla 4.4: Estadísticas básicas de MoT para diferentes realizaciones y modelo E-type

MoT (ppm)	N	Mínimo	Máximo	Media	Varianza	Desv. est.
sim12 (max)	968,782	0	14593.9770	130.3860	66737.0826	258.3352
sim15 (P75)	968,782	0	13187.1910	124.1457	64758.4303	254.4768
sim49 (P50)	968,782	0	11513.3360	122.7524	64367.9850	253.7085
sim18 (P25)	968,782	0	9478.4040	121.6507	59422.0274	243.7663
sim13 (min)	968,782	0	10697.0500	118.1933	55109.6375	234.7544
E-type	968,782	0	8929.0662	122.9196	38557.5733	196.3608

Tabla 4.5: Estadísticas básicas de Rec para diferentes realizaciones y modelo E-type

Rec (%)	N	Mínimo	Máximo	Media	Varianza	Desv. est.
sim5 (max)	968,782	0	94.70	83.63	121.56	11.03
sim12 (P75)	968,782	0	94.70	82.88	128.89	11.35
sim4 (P50)	968,782	0	94.80	82.60	126.35	11.24
sim23 (P25)	968,782	0	95.10	82.03	125.62	11.21
sim14 (min)	968,782	0	94.90	81.50	143.83	11.99
E-type	968,782	0	92.62	82.55	85.50	9.25

Tabla 4.6: Estadísticas básicas de TPH para diferentes realizaciones y modelo E-type

TPH (ton/hr)	N	Mínimo	Máximo	Media	Varianza	Desv. est.
sim8 (max)	968,782	1828	2979	2501.50	71354.88	267.12
sim14 (P75)	968,782	1828	2979	2488.09	71658.24	267.69
sim18 (P50)	968,782	1828	2979	2474.87	75166.45	274.17
sim35 (P25)	968,782	1828	2979	2462.82	70351.90	265.24
sim32 (min)	968,782	1828	2979	2444.07	63045.04	251.09
E-type	968,782	1972.3	2979	2474.48	39891.79	199.73

Se puede observar que las estadísticas de las realizaciones son bastante similares entre sí, mientras que los modelo E-type se diferencian de las simulaciones principalmente en los valores mínimos, máximos y sus varianzas, dejando en evidencia la menor dispersión que presentan estos modelos, como se mencionó anteriormente, producto de la propiedad de suavizamiento.

4.2.4. Histogramas

En las Figura 4.10 se presentan los histogramas para los diferentes atributos del modelo de bloques, considerando las realizaciones #8, #42 (simulaciones con máxima y mínima media de CuT) y el modelo E-type.

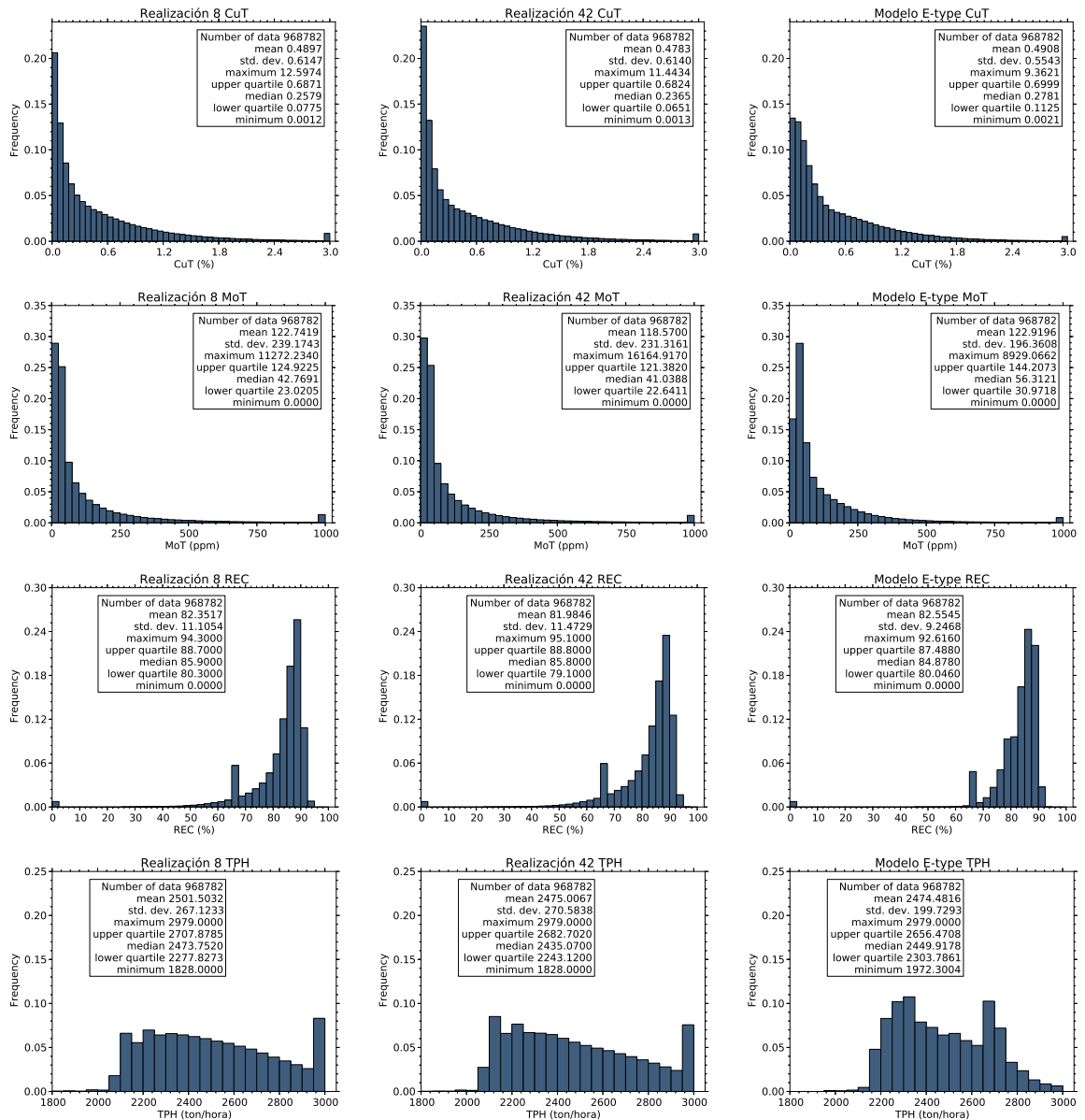


Figura 4.10: Histogramas de CuT, MoT, Rec y TPH para la realización #8, #42 y modelo E-type

Como se aprecia, las variables de leyes CuT y MoT presentan una distribución asimétrica con una gran cantidad de bloques de baja ley. Por otro lado, los valores de la recuperación metalúrgica, si bien abarcan un amplio rango de valores (entre 40 % y 95 %), la mayor parte de los datos se concentran cerca del promedio con una recuepración de 82 %. En cuanto a los valores de TPH, estos se encuentran distribuidos ampliamente dentro de todo el rango de valores abarcando entre 2000 y 2979 ton/hr.

Nuevamente se pueden apreciar diferencias entre el modelo E-type y las realizaciones, esta vez en la forma de las distribuciones de los datos. En todos los modelo E-type ha disminuido la cantidad de datos extremos de la distribución.

4.2.5. Despliegue de modelos

En las siguientes figuras se despliegan algunas vistas y secciones del depósito con la finalidad de identificar los sectores con mejores leyes y características geometalúrgicas para la explotación minera. Las realizaciones seleccionadas son nuevamente la #8 y #42, y se comparan con el modelo E-type.

A partir de las Figuras 4.11 y 4.12 se pueden distinguir dos sectores de alta ley dentro del depósito, un sector Norte y un sector Sur, los cuales se ubican en la parte más central del modelo. Las leyes del sector Sur se encuentran más extendidas en la coordenada Este-Oeste, mientras que en el sector Norte las leyes altas se concentran hacia el Este del depósito. Estos sectores constituyen la potencial zona de explotación.

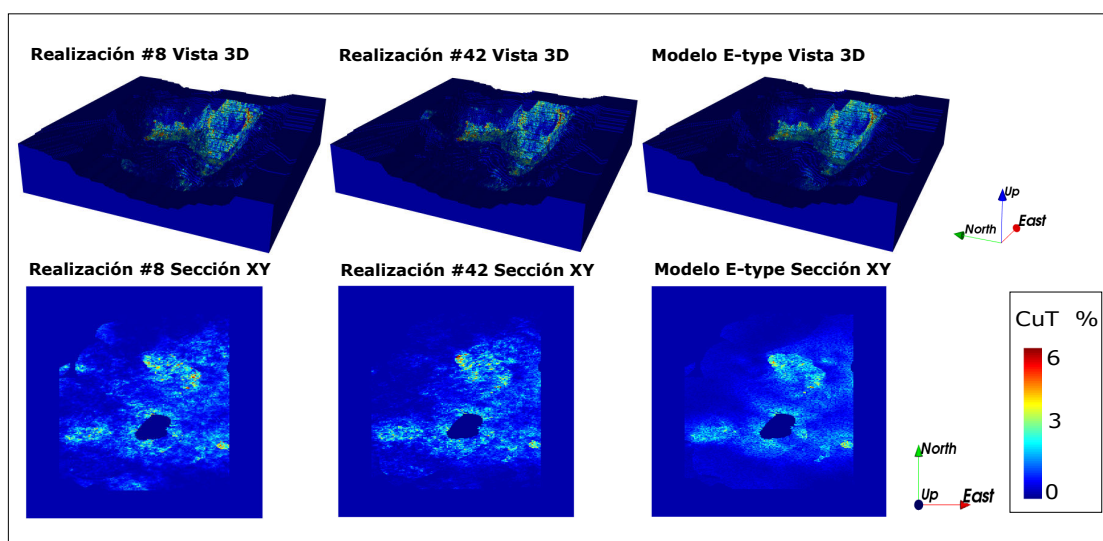


Figura 4.11: Vista 3D y planta (z=1265) para variable CuT (realización #8, #42 y modelo E-type)

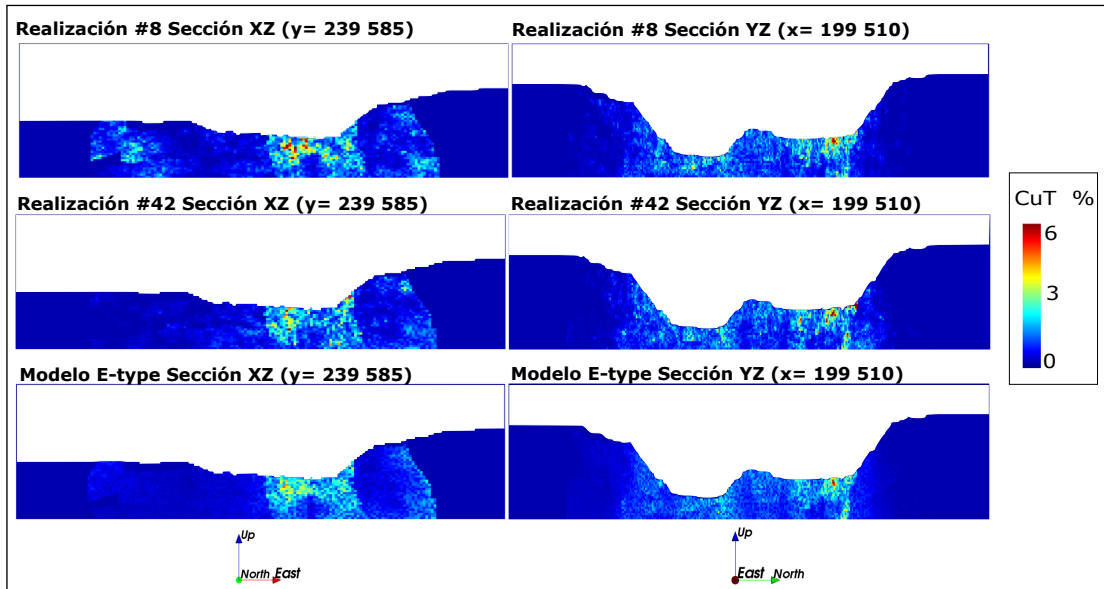


Figura 4.12: Secciones N-S y E-W para variable CuT (realización #8, #42 y modelo E-type)

En cuanto a las leyes de MoT (Figuras 4.13 y 4.14), los sectores más favorables están en el centro del depósito. Además, cabe destacar que una importante concentración de leyes altas de MoT se ubican directamente en superficie.

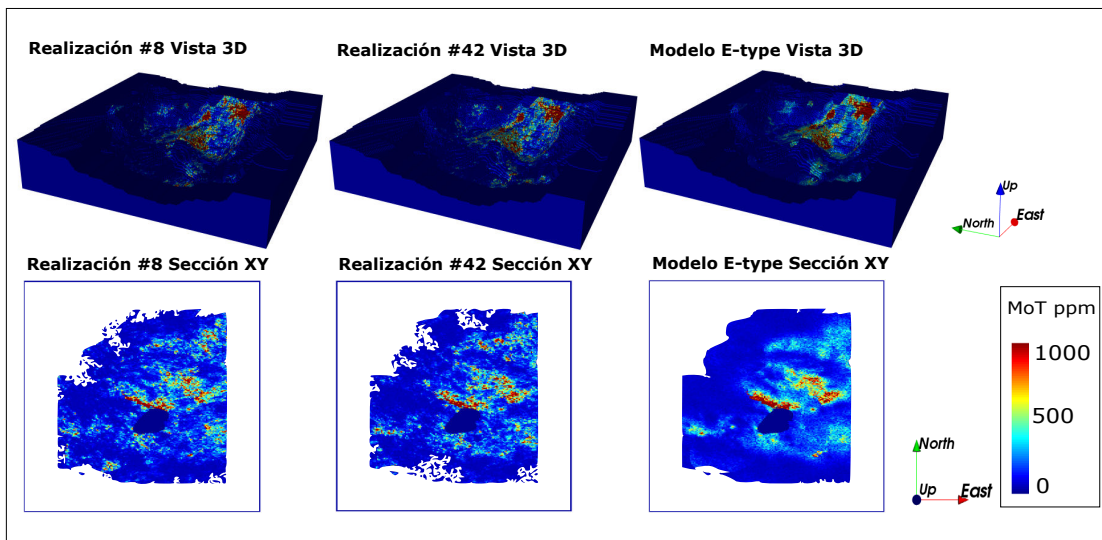


Figura 4.13: Vista 3D y planta ($z=1265$) para variable MoT (realización #8, # 42 y modelo E-type)

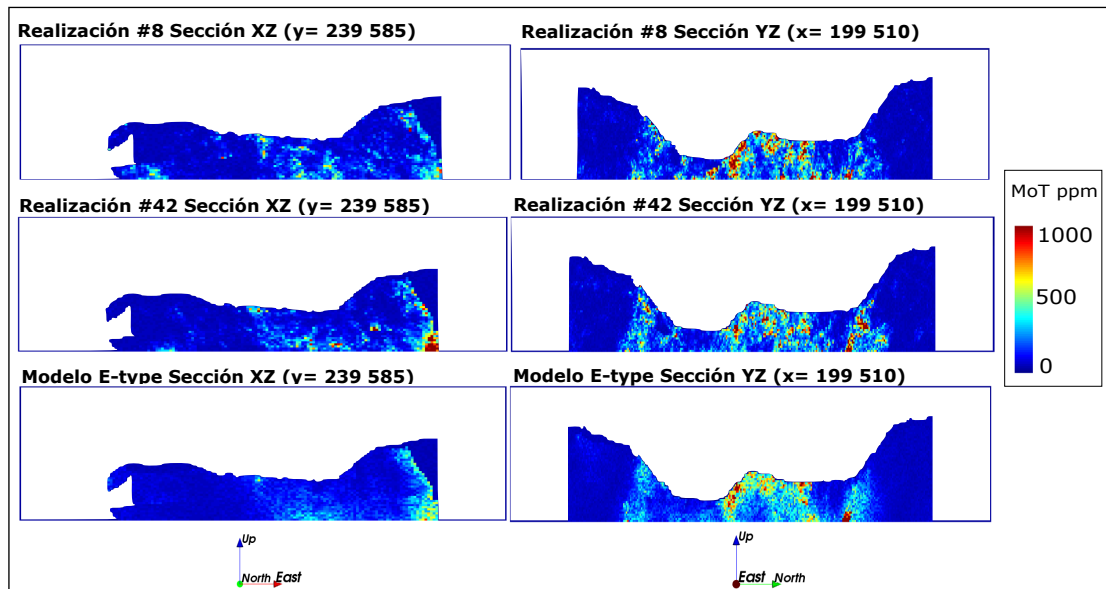


Figura 4.14: Secciones N-S y E-W para variable MoT (realización #8, #42 y modelo E-type)

En cuanto a la Recuperación de Cobre (Figuras 4.15 y 4.16), esta parece ser una variable mucho menos continua (a distancias pequeñas) y con una menor cantidad de datos condicionantes, lo que se expresa en mayores diferencias entre las realizaciones.

A una escala general, considerando todo el dominio, se puede apreciar que el sector central-Este del depósito posee mayores recuperaciones. Por otro lado, para la estimación E-type se puede observar de forma más evidente un control geológico impuesto en el modelamiento, con valores más homogéneos de recuperación dentro de cada dominio.

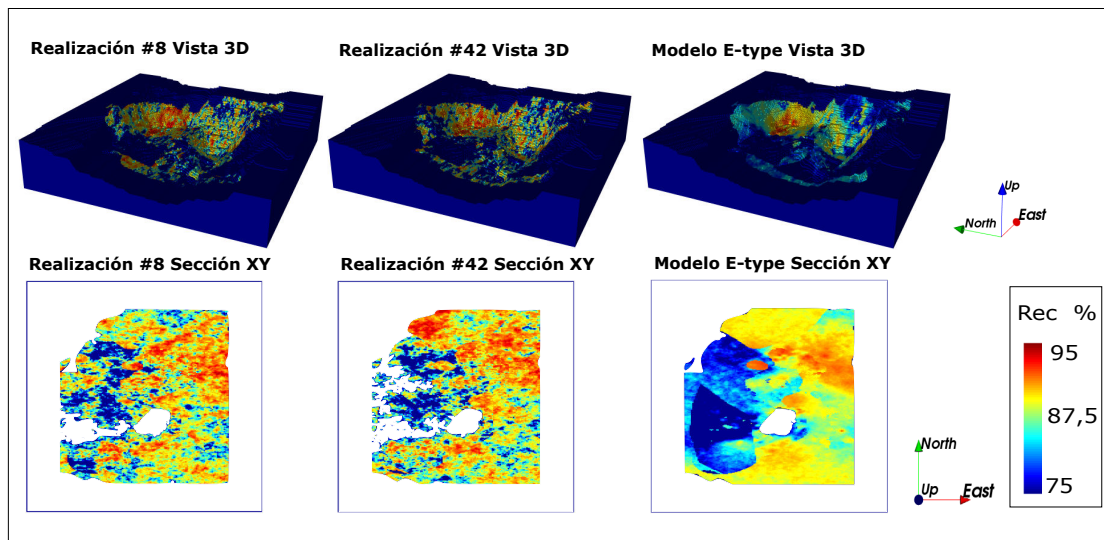


Figura 4.15: Vista 3D y planta ($z=1265$) para variable Rec (realización #8, #42 y modelo E-type)

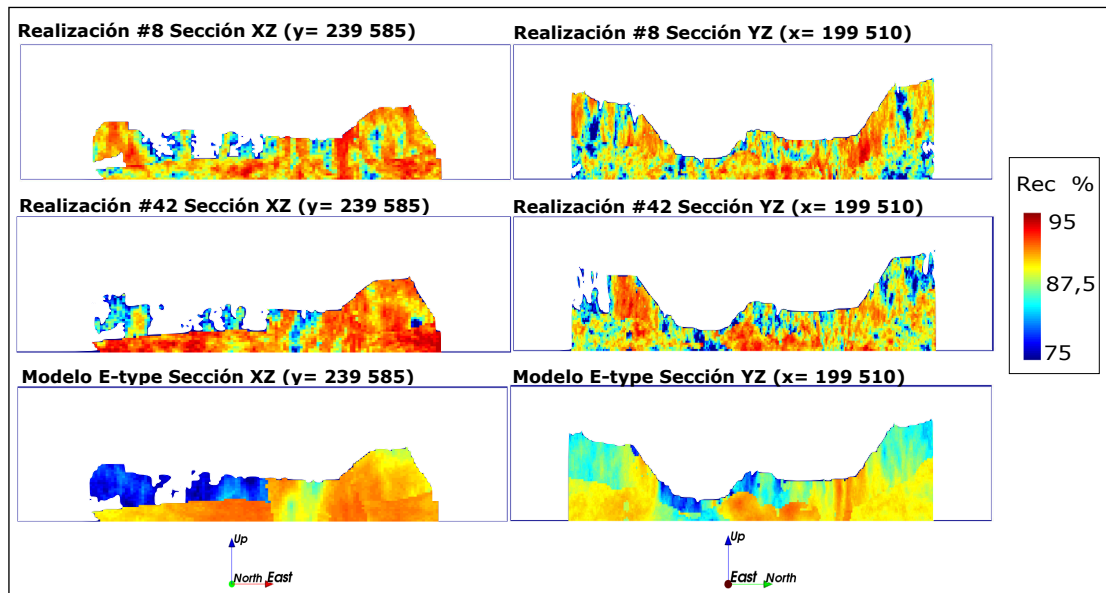


Figura 4.16: Secciones N-S y E-W para variable Rec (realización #8, #42 y modelo E-type)

Algo similar ocurre con la continuidad de la variable TPH (Figuras 4.17 y 4.18), en este caso, los sectores de mayor TPH (minerales más blandos) se pueden encontrar en el sector noroeste del depósito. Además, al observar las vistas en sección XZ e YZ queda en evidencia que el sector central-este del depósito, donde se encuentran las leyes altas de CuT, también posee minerales de mayores TPH directamente en superficie.

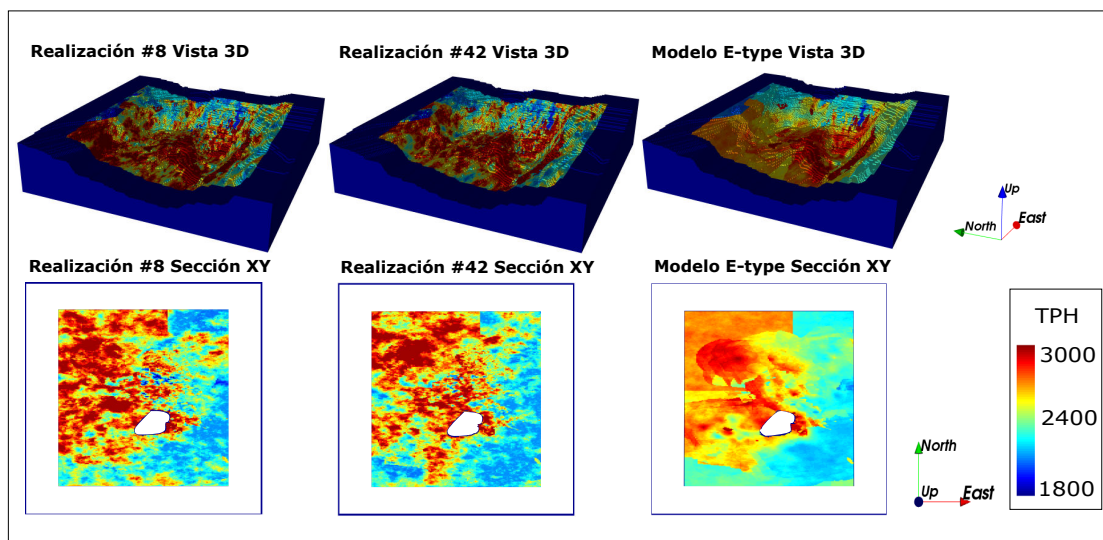


Figura 4.17: Vista 3D y planta (z=1265) para variable TPH (realización #8, #42 y modelo E-type)

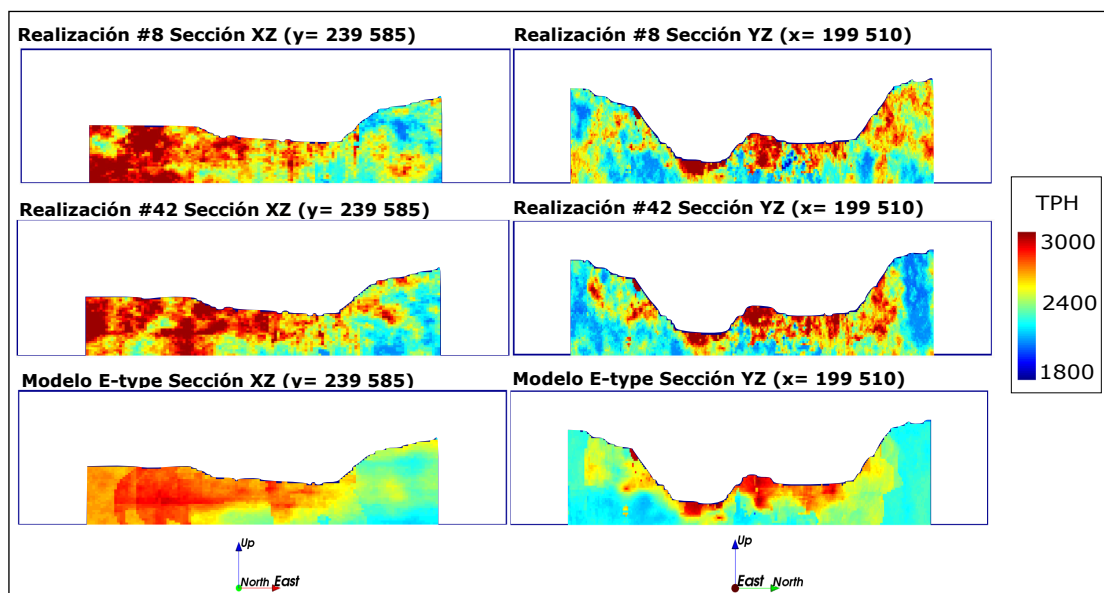


Figura 4.18: Secciones N-S y E-W para variable TPH (realización #8, #42 y modelo E-type)

Como se observó en las figuras anteriores, las propiedades metalúrgicas y de procesamiento no son homogéneas en todo el depósito. Por otro lado, se observó que las realizaciones individuales muestran una alta variabilidad a diferencia de los modelos E-type (que muestran un considerable grado de suavizamiento sobre todo para las variables geometalúrgicas Rec y TPH). Ambos aspectos, resultan relevantes ya que evidentemente la variabilidad espacial de estas variables pueden impactar sobre los resultados de la etapa de planificación minera.

4.2.6. Relación espacial entre leyes y atributos geometalúrgicos

Con la finalidad de identificar de forma más precisa el comportamiento espacial de las leyes de CuT, más allá del despliegue de los datos, en las siguientes figuras se presentan las nubes direccionales que muestran las leyes de CuT agrupadas a lo largo de las direcciones de coordenadas. Los modelos E-type fueron seleccionados para este propósito.

A partir de la Figura 4.19 se confirma que los sectores de alta ley de cobre se encuentran en dos zonas del depósito separadas en la dirección norte-sur (coordenada Y). Además, gran parte de estas leyes se ubican en el lado Este del depósito. En cuanto a la distribución de CuT en la coordenada vertical, no existe una tendencia notoria, no obstante, en la parte más superficial del depósito (en torno a cota 1600) se aprecian leyes más altas.

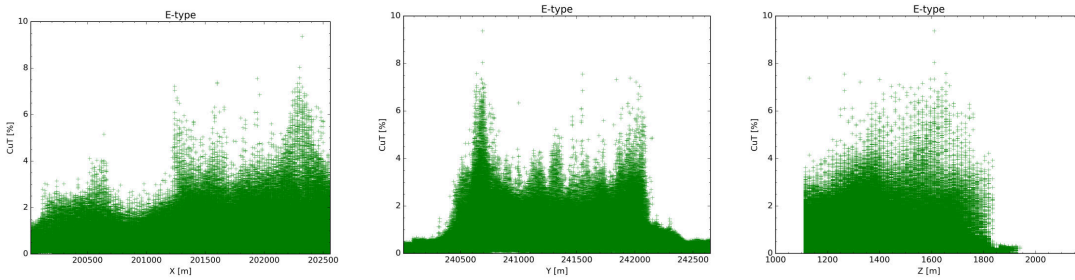


Figura 4.19: Nubes direccionales para las leyes CuT en función de las coordenadas Este, Norte, Z (de izquierda a derecha) para modelo E-type

La distribución espacial de las otras variables también se pueden observar a través de los mismos gráficos anteriores, pero esta vez incluyendo una leyenda que asocia los datos a un atributo particular. En la Figura 4.20 se muestra lo anterior para el caso de las leyes de MoT. Se aprecia que las leyes altas de MoT se encuentran en el sector este y central-sur del depósito, más cercanas a la superficie y principalmente asociadas a leyes altas de CuT.

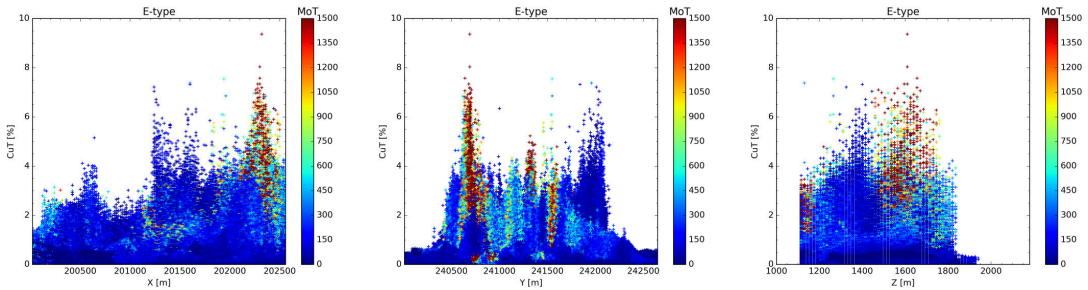


Figura 4.20: Leyes de molibdeno (MoT) asociadas a las nubes direccionales de CuT

En el caso de la Recuperación metalúrgica (Figura 4.21) no se observa una tendencia clara asociada a las leyes de CuT, ya que se tienen recuperaciones altas y bajas para cualquier rango de ley de CuT. Se destaca que, en general, el sector norte del depósito y en profundidad se tienen mejores recuperaciones.

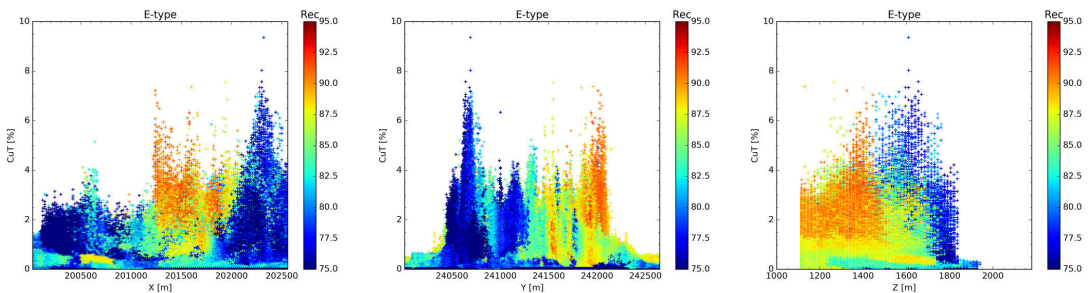


Figura 4.21: Recuperación de Cobre (Rec) asociada a las nubes direccionales de CuT

Por último, la variable TPH (Figura 4.22) donde tampoco se observa una relación espacial

con las leyes de CuT. Se puede apreciar, no obstante, que los minerales más blandos (de mayor TPH) se encuentran en el lado oeste del depósito.

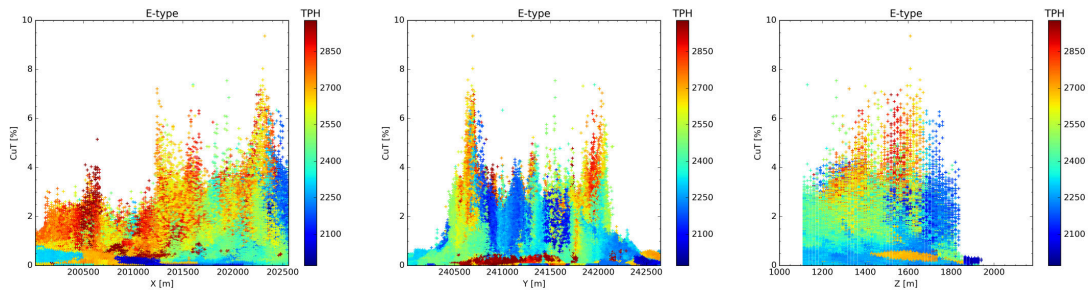


Figura 4.22: Capacidad de procesamiento (TPH) asociada a las nubes de direccionales de CuT

4.2.7. Nubes de correlación

En la Figura 4.23 se muestran las nubes de correlación de los atributos en función de la variable CuT.

Se observa que la Recuperación de Cobre es el único atributo que muestra una tendencia con respecto a CuT, lo que es esperable dada la relación geometalúrgica de ambas variables (a mayor ley de CuT, se espera una mayor recuperación). Notar que a bajas leyes de CuT, se obtienen recuperaciones tanto bajas como altas, por lo que no existe una correlación espacial clara entre estas variables (como se observó en la Figura 4.21).

Notar además, el efecto del suavizamiento en los modelos E-type (gráficos de la derecha). Por ejemplo, en las estimaciones E-type de la recuperación metalúrgica se pierden datos con recuperaciones bajas.

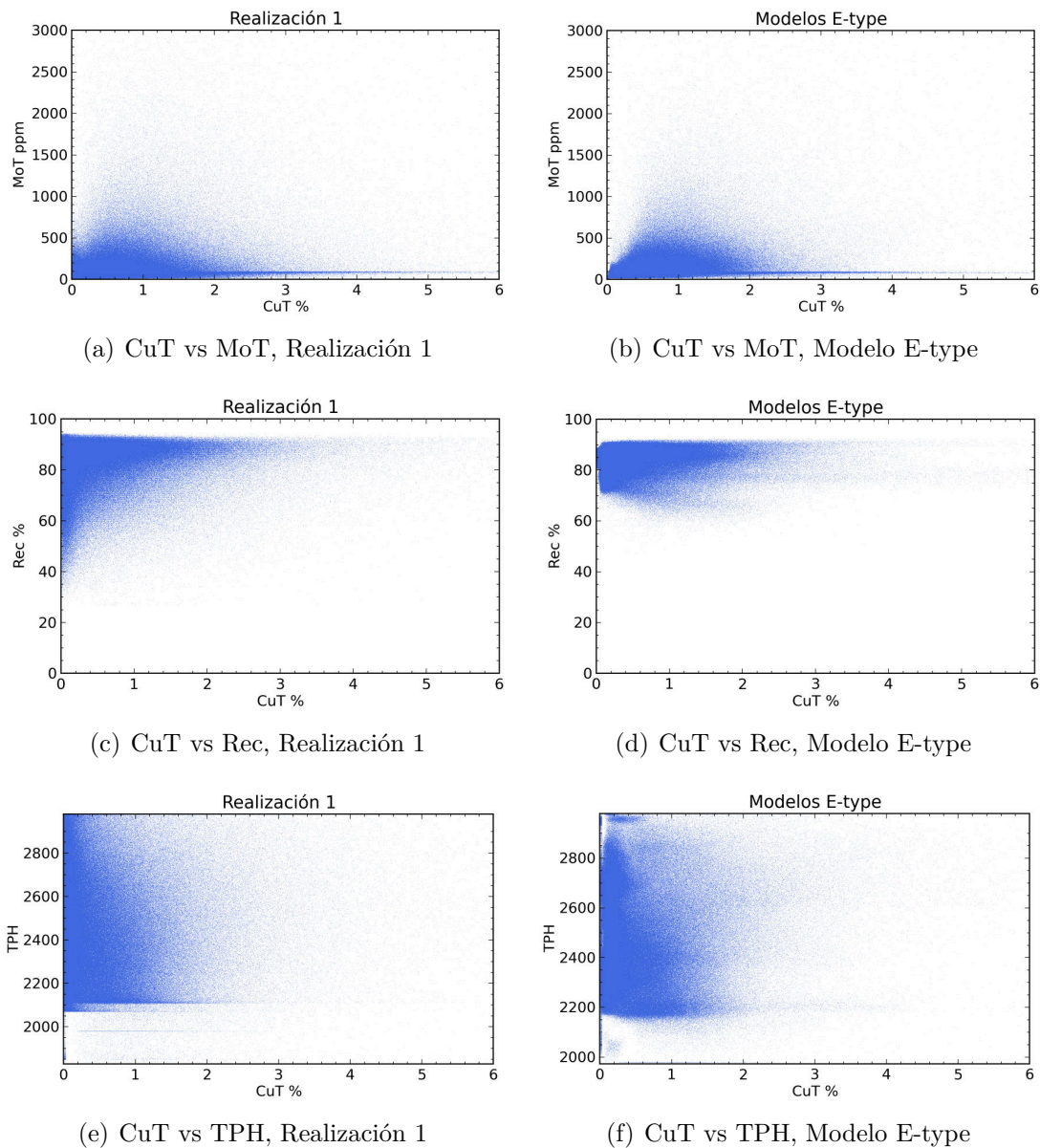


Figura 4.23: Nubes de correlación entre atributos

4.2.8. Medidas de incertidumbre local

A continuación se muestran dos medidas de incertidumbre local que muestran la variabilidad bloque a bloque en función de las realizaciones condicionales del depósito. Los mapas de la izquierda de la Figura 4.24 muestran la varianza condicional y los de la derecha muestran el coeficiente de variación (CV) condicional.

Se puede apreciar que la varianza condicional de las leyes presenta un efecto proporcional, es decir, se tiene mayor variabilidad en las zonas de alta ley (y viceversa). Lo anterior no ocurre con los atributos de Rec y TPH.

La otra medida de incertidumbre local es el coeficiente de variación (CV) que corresponde a la razón entre la desviación estándar y la media de los datos. A diferencia de la varianza condicional para el caso de las leyes de CuT, se puede observar que el centro del depósito presenta menores valores de CV, que por lo demás este sector debe presentar una mayor densidad de muestras condicionantes.

Dado lo anterior, el CV representa una medida más apropiada para medir la incertidumbre local y además posee la ventaja que se expresa como un porcentaje sobre la media. Las estadísticas básicas del coeficiente de variación se muestran en la tabla 4.7. Como se aprecia, las variables geometalúrgicas presentan una menor variabilidad (relativa al promedio) debido al tipo de distribución que presentan.

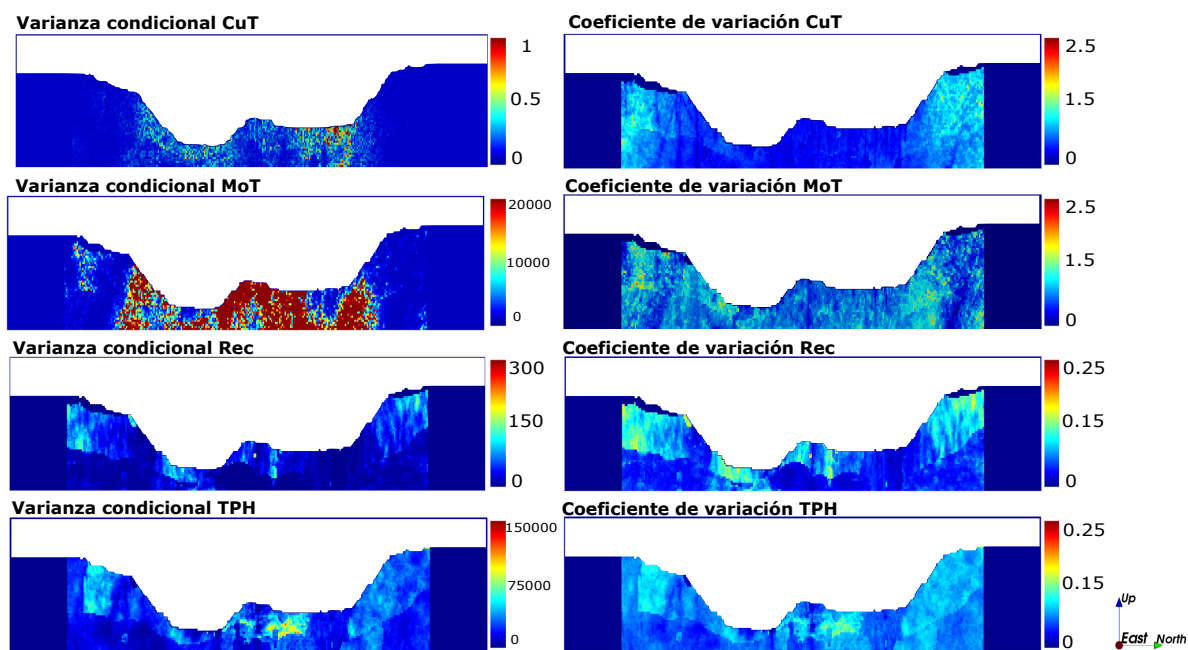


Figura 4.24: Varianza condicional (izquierda) y el coeficiente de variación (derecha) en sección YZ ($x=199\ 510$)

Tabla 4.7: Estadísticas básicas para el coeficiente de variación condicional

Variable	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv_est
CUT_CV	968,782	0	2.9522	0.5841	0.2894
MOT_CV	968,782	0	4.1205	0.7049	0.3515
REC_CV	968,782	0	0.2577	0.0703	0.0443
TPH_CV	96878,2	0	0.1785	0.0661	0.0180

En la Figura 4.25 se puede apreciar la distribución espacial de la incertidumbre (en términos del CV) para los diferentes atributos. Se observa que las zonas de mayor incertidumbre para las leyes de CuT se encuentran en la periferia del modelo y es además el sector donde se encuentran leyes más bajas. Por otro lado, la incertidumbre asociada a la Recuperación de Cobre también se presenta cierta estructuración, donde la mayor incertidumbre se presenta

como una unidad ubicada en la parte más superficial y que se extiende hacia el Sur y Este del depósito.

En cuanto la incertidumbre de las variables MoT y TPH, no se pueden identificar sectores de mayor o menor incertidumbre, ya que valores altos y bajos del CV se encuentran distribuidos por todo el depósito.

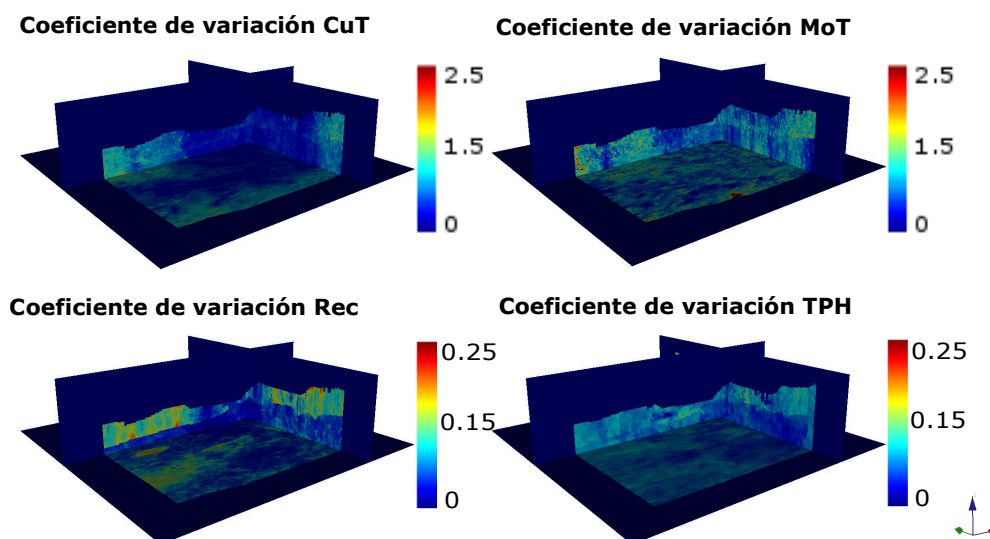


Figura 4.25: Vistas en secciones y planta para el coeficiente de variación condicional

4.2.9. Curvas tonelaje-ley

En las siguientes figuras se muestran las curvas tonelaje-ley donde se detalla la cantidad y calidad de los recursos en función de una ley de corte. Se presentarán las curva tonelaje-ley para las leyes medias de CuT y MoT. En ambos casos se incluyen las curvas asociadas al modelo E-type, así como también las curvas obtenidas del conjunto de realizaciones (presentadas por los rangos máximo y mínimo).

En la Figura 4.26 la curva tonelaje-ley mostrando las leyes medias de Cu sobre la ley de corte. A partir de la figura es posible observar que las estimaciones del modelo E-type difieren de las realizaciones. El tonelaje del modelo E-type es sobrestimado para las leyes de corte bajas y subestimado para las leyes de corte altas. Mientras que la ley de media de cobre, por su parte, es subestimada por el modelo E-type para todo el rango de leyes de corte considerado.

Por otro lado, en la Figura 4.27 se muestra la curva tonelaje-ley mostrando las leyes medias de Mo sobre la ley de corte. De la figura es posible notar que las leyes medias de molibdeno presentan una gran variabilidad, a diferencia del caso de leyes medias de CuT. Además, en este caso el modelo E-type sobrestima la ley media de molibdeno con respecto a lo esperado por las realizaciones.

Estas discrepancias de tonelaje y ley media se pueden atribuir al efecto suavizamiento del

modelo E-type, el cual provoca un cambio en las distribuciones de leyes como fue observado anteriormente. En el caso del modelo E-type de leyes de CuT, el suavizamiento provoca que el modelo tenga un mayor número de bloques con leyes cercanas a la ley media, por lo que al aplicar una ley de corte baja se genera un mayor número de bloques clasificados como mineral. En teoría, las predicciones obtenidas de las realizaciones son más realistas con respecto a un modelo suavizado, ya que por construcción las simulaciones reproducen de mejor manera la variabilidad espacial de los datos verdaderos.

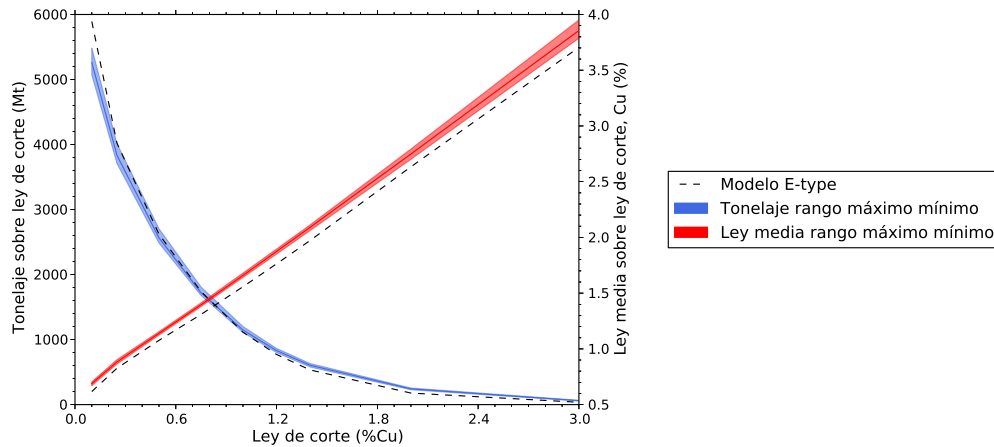


Figura 4.26: Curvas tonELAJE-ley de recursos. Curvas decrecientes: tonELAJE versus ley de corte. Curvas crecientes: Ley media Cu versus ley de corte

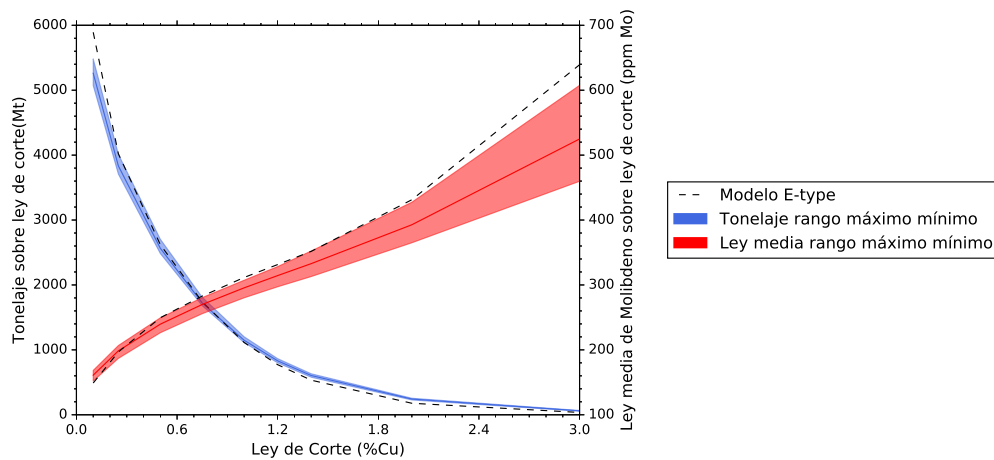


Figura 4.27: Curvas tonELAJE-ley de recursos. Curvas decrecientes: tonELAJE versus ley de corte. Curvas crecientes: Ley media Mo versus ley de corte

En la Figura 4.28 se muestra el contenido de finos de cobre y molibdeno en función de la ley de corte. Se puede apreciar que a medida que la ley de corte aumenta la cantidad de finos estimados por el modelo E-type tiende a ser subestimada con respecto a las realizaciones. Lo anterior es más notorio para las estimaciones de los finos de cobre (gráfico de la izquierda).

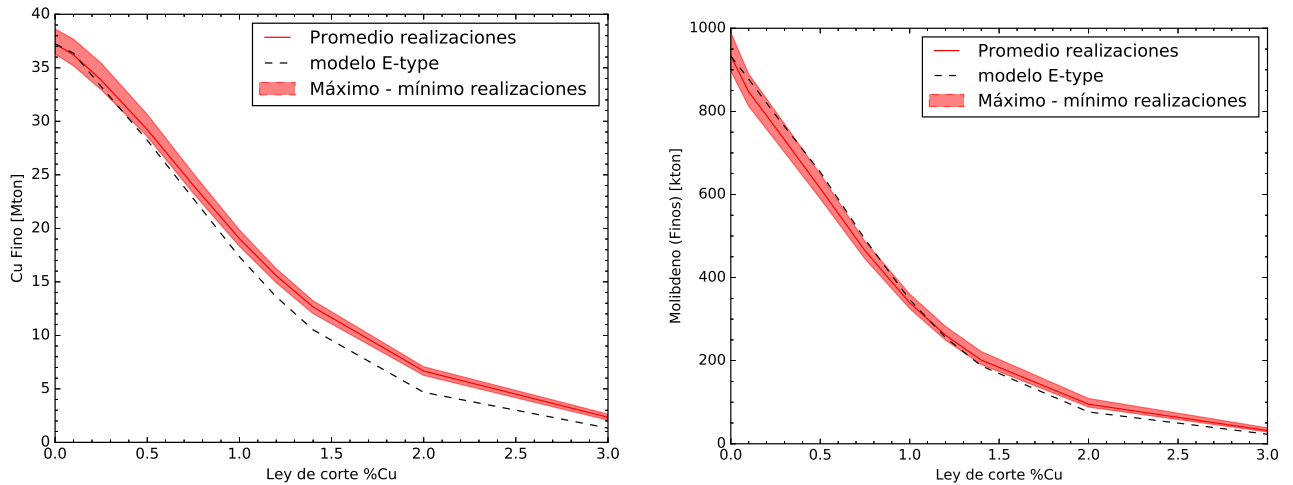


Figura 4.28: Contenido de finos de cobre (izquierda) y molibdeno (derecha) en función de la ley de corte

En la Tabla 4.8 se cuantifican las diferencias entre el modelo E-type y el valor esperado (promedio) de las realizaciones, observadas en las figuras anteriores. Los valores negativos de la tabla significan que el modelo E-type está subestimando con respecto a las realizaciones. Se puede apreciar que para una ley de corte sobre 0.5 %, la subestimación de cobre fino se cuantifica en 1 millón de toneladas.

Tabla 4.8: Diferencia en toneladas de mineral y finos según el modelo E-type y realizaciones

Cutoff %Cu	0	0.1	0.25	0.5	0.75	1	1.2	1.4	2	3
Tonelaje [Mton]	0	631.45	186.98	55.47	18.11	-34.31	-59.43	-71.83	-64.90	-24.83
Cu Fino [Mton]	0	0.15	-0.61	-1.00	-1.25	-1.70	-1.97	-2.13	-1.99	-1.01
Mo Fino [kton]	0	30.56	30.30	39.38	27.37	7.67	-5.58	-13.83	-18.65	-8.93

En la Tabla 4.9 se cuantifica la variabilidad de las realizaciones (rango máximo-mínimo) para el tonelaje y el contenido de finos. Se puede apreciar que la variabilidad de tonelajes disminuye a medida que la ley de corte aumenta.

Tabla 4.9: Variabilidad (rango máximo - mínimo) para el tonelaje de mineral y contenido de finos según ley de corte

Cutoff %Cu	0	0.1	0.25	0.5	0.75	1	1.2	1.4	2	3
Tonelaje [Mton]	0	411.1	305.2	220.9	130.3	89.8	64.2	53.7	27.0	11.9
Cu Fino [Mton]	2.34	2.49	2.48	2.06	1.84	1.52	1.31	1.20	0.80	0.56
Mo Fino [kton]	92.49	77.75	70.39	59.18	42.11	34.92	33.02	31.27	20.53	9.86

En la Tabla 4.10 se muestra en detalle los valores de las curvas tonelaje-ley junto a los contenidos de finos calculados.

Tabla 4.10: Tonelajes, leyes medias y cobre fino para diferentes leyes de corte

	Cutoff	%Cu	0.1	0.25	0.5	0.75	1	1.2
Tonelaje	E-type	Mton	5,892	4,021	2,621	1,740	1,114	772
	Promedio	Mton	5,261	3,834	2,566	1,722	1,148	831
	Máximo	Mton	5,483	4,013	2,706	1,811	1,202	865
	Mínimo	Mton	5,072	3,708	2,485	1,681	1,112	800
Ley media CuT	E-type	%Cu	0.617	0.827	1.077	1.309	1.557	1.763
	Promedio	%Cu	0.688	0.883	1.139	1.395	1.659	1.874
	Máximo	%Cu	0.705	0.903	1.154	1.412	1.680	1.896
	Mínimo	%Cu	0.670	0.865	1.123	1.380	1.641	1.850
Cu Fino	E-type	Mton	36.4	33.2	28.2	22.8	17.3	13.6
	Promedio	Mton	36.2	33.9	29.2	24.0	19.0	15.6
	Máximo	Mton	37.7	35.4	30.6	25.1	19.8	16.2
	Mínimo	Mton	35.2	33.0	28.6	23.3	18.3	14.9
Ley media MoT	E-type	ppm Mo	148.9	196.8	249.5	282.8	311.6	331.4
	Promedio	ppm Mo	161.0	198.5	239.6	269.9	295.6	314.5
	Máximo	ppm Mo	168.3	206.7	249.3	280.5	307.2	328.2
	Mínimo	ppm Mo	151.9	186.8	226.3	255.7	280.2	297.2
Mo Fino	E-type	kton	877.6	791.2	654.0	492.1	346.9	255.7
	Promedio	kton	847.0	760.9	614.6	464.8	339.3	261.3
	Máximo	kton	889.9	799.9	649.0	487.1	360.3	282.6
	Mínimo	kton	812.2	729.5	589.8	445.0	325.4	249.6

Capítulo 5

Etapa 1: Definición de pits óptimos

En este capítulo se toman los modelos de bloques (realizaciones y modelo E-type) descritos anteriormente y se utilizan para definir modelos económicos mediante diferentes ecuaciones de valorización. Posteriormente, los modelos de bloques valorizados son utilizados como input del problema de optimización del pit final. De esta manera, los resultados generados permitirán evaluar los efectos de los modelos geometalúrgicos en la definición del pit óptimo para el depósito. En este trabajo, los distintos modelos de valorización se utilizarán para definir diferentes estrategias de optimización.

Además de las estrategias anteriores que permiten evaluar el impacto de las variables geometalúrgicas, se identificarán dos casos de acuerdo al tipo de modelo utilizado:

- **Análisis basado en las 50 simulaciones:** se evalúa la incertidumbre del depósito sobre los resultados de la definición del pit óptimo. En este caso se obtienen 50 resultados (pits) por cada estrategia y serán tratados como un conjunto.
- **Análisis basado en los modelos E-type:** corresponde a una evaluación determinística para la definición del pit final óptimo. Por lo tanto, se obtiene un resultado único por cada estrategia, asumiendo que el depósito queda representado a través de los valores promedios de las realizaciones.

5.1. Criterios generales para la definición de los pit óptimos

En esta sección se presentan los criterios de planificación utilizados para el cálculo de las envolventes económicas.

5.1.1. Términos de referencia

Los valores de los parámetros económicos empleados para el cálculo del pit final se presentan en la Tabla 5.1. Los valores de los precios corresponden a estimaciones de largo plazo asumidas, las cuales se mantienen constantes para efectos de planificación. Los costos utilizados provienen de Benchmark de minas chilenas de similares características (Indicadores gestión costos, Encare 2014).

Tabla 5.1: Parámetros económicos para el proceso de planificación

Parámetro	Valor	Unidad
Precio Cu	1.6	US\$/lb
Precio Mo	6	US\$/lb
Costo mina	2.79	US\$/toneladas de material minado
Costo planta concentradora	10.35	US\$/toneladas de mineral
Costo planta molibdeno	15.58	US\$/toneladas de concentrado colectivo
Costo venta Cu	0.64	US\$/lb
Costo venta Mo	1.72	US\$/lb

Por otro lado, los valores de los parámetros técnicos operacionales empleados para el cálculo del pit final se presentan en la Tabla 5.2. En este caso, los valores promedios para la recuperación metalúrgica de cobre (84%), las Horas de procesamiento (3.18 hr/bloque) y la Capacidad de procesamiento (2460 ton/hr), fueron calculados a partir de los modelos simulados considerando solo el material que es clasificado como mineral.

Tabla 5.2: Parámetros técnicos para el proceso de planificación

Parámetro	Valor	Unidad
Recuperación metalúrgica Cu (valor promedio modelo)	84	%
Recuperación metalúrgica Mo	55	%
Horas de procesamiento (valor promedio modelo)	3.18	horas/bloque
Capacidad de procesamiento (valor promedio modelo)	2,460	ton/hr-bloque
Tonelaje bloque	7,830	ton/bloque
Densidad	2.61	ton/ m^3
Ángulo de talud global	32	grados
Niveles de precedencias	4	#

Cabe destacar que, en este trabajo, se considerará un único ángulo de talud para todo el depósito e igual para todas las estrategias y casos que serán evaluados.

5.1.2. Modelos de valorización económica

Se utilizarán 5 estrategias de valorización, las cuales utilizarán diferentes atributos del modelo de bloques, tal como se presenta a continuación:

- Estrategia E1: criterio Cu
- Estrategia E2: criterio Cu-Mo
- Estrategia E3: criterio Cu-Mo-Rec
- Estrategia E4: criterio Cu-Mo-Rec-TPH en US\$
- Estrategia E5: criterio Cu-Mo-Rec-TPH en US\$/hora

A continuación se detallan cada uno de modelos de valorización que serán empleados para determinar el beneficio económico generado por los bloques. La notación de los parámetros y variables utilizadas en las siguientes ecuaciones se presentan en la Tabla 5.3.

- **Estrategia E1 (Criterio Cu):** se considera únicamente las leyes de cobre para el cálculo del beneficio económico:

$$v_1(b) = \begin{cases} (P_{Cu} - CV_{Cu}) \cdot f \cdot L_{CuT}(b) \cdot Rec_{Cu} \cdot T - (CM + CP) \cdot T & \text{si } b \text{ es Mineral} \\ -CM \cdot T & \text{si } b \text{ es Estéril} \end{cases} \quad (5.1)$$

- **Estrategia E2 (Criterio Cu-Mo):** se consideran las leyes de cobre y, además, se considera la venta de molibdeno como subproducto. En este caso el molibdeno solo paga el costo de su procesamiento y venta.

$$v_2(b) = \begin{cases} (P_{Cu} - CV_{Cu}) \cdot f \cdot L_{CuT}(b) \cdot Rec_{Cu} \cdot T - (CM + CP) \cdot T \\ + (P_{Mo} - CV_{Mo}) \cdot f \cdot L_{MoT}(b) \cdot Rec_{Mo} \cdot T - CP_{moly} \cdot T_{c.c.}(b) & \text{si } b \text{ es Mineral} \\ -CM \cdot T & \text{si } b \text{ es Estéril} \end{cases} \quad (5.2)$$

- **Estrategia E3 (Criterio Cu-Mo-Rec):** esta estrategia es similar al caso anterior, pero con la diferencia que se utiliza el modelo geometalúrgico de recuperación de cobre:

$$v_3(b) = \begin{cases} (P_{Cu} - CV_{Cu}) \cdot f \cdot L_{CuT}(b) \cdot Rec_{Cu}(b) \cdot T - (CM + CP) \cdot T \\ + (P_{Mo} - CV_{Mo}) \cdot f \cdot L_{MoT}(b) \cdot Rec_{Mo} \cdot T - CP_{moly} \cdot T_{c.c.}(b) & \text{si } b \text{ es Mineral} \\ -CM \cdot T & \text{si } b \text{ es Estéril} \end{cases} \quad (5.3)$$

- **Estrategia E4 (Criterio Cu-Mo-Rec-TPH en US\$):** en esta estrategia se calcula previamente el ‘Metal Recuperable por Hora’ (MRPH) de cada bloque, mediante la siguiente expresión:

$$MRPH(b) = Ley(b) * Rec(b) * TPH(b) \quad (5.4)$$

Luego, este valor se multiplica por parámetros económicos para obtener el ‘Ingreso por Hora’ (US\$/Hora) de cada bloque. Con la finalidad de ajustar la unidades desde US\$/Hora a US\$, el Ingreso por Hora es posteriormente multiplicado por las horas de procesamiento promedio del mineral \overline{HP} que es un valor fijo representativo para todo el depósito. En definitiva, en esta estrategia se ponderará el ingreso obtenido de un bloque de acuerdo a su capacidad de procesamiento y contenido metal recuperable.

$$v_4(b) = \begin{cases} (P_{Cu} - CV_{Cu}) \cdot f \cdot MPH_{CuT}(b) \cdot \overline{HP} - (CM + CP) \cdot T \\ + (P_{Mo} - CV_{Mo}) \cdot f \cdot MPH_{MoT}(b) \cdot \overline{HP} - CP_{moly} \cdot T_{c.c.}(b) & \text{si } b \text{ es Mineral} \\ -CM \cdot T & \text{si } b \text{ es Estéril} \end{cases} \quad (5.5)$$

- **Estrategia E4 (Criterio Cu-Mo-Rec-TPH en US\$/Hora):** esta estrategia es similar al caso anterior, con la diferencia que el beneficio de un bloque es considerado en términos de US\$/Hora. Por lo tanto, son los costos los que son ajustados de US\$ a US\$/Hora. Con esto se obtiene el beneficio por hora de cada bloque y que será utilizado para generar los pits óptimos.

$$v_5(b) = \begin{cases} (P_{Cu} - CV_{Cu}) \cdot f \cdot MPH_{CuT}(b) - (CM + CP) \cdot TPH(b) \\ + (P_{Mo} - CV_{Mo}) \cdot f \cdot MPH_{MoT}(b) - CP_{moly} \cdot TPH_{c.c.}(b) & \text{si } b \text{ es Mineral} \\ -CM \cdot \overline{TPH} & \text{si } b \text{ es Estéril} \end{cases} \quad (5.6)$$

Tabla 5.3: Notación de parámetros y variables utilizadas en las ecuaciones de valorización

P_{Cu}	(US\$/lb)	Precio venta del cobre a largo plazo
P_{Mo}	(US\$/lb)	Precio venta molibdeno a largo plazo
$L_{CuT}(b)$	(%)	Ley de cobre
$L_{MoT}(b)$	(ppm)	Ley de molibdeno
CM	(US\$/t)	Costo mina (mineral y estéril)
$TPH(b)$	(t/hora)	Capacidad de procesamiento
$Rec_{Cu}(b)$	(%)	Recuperación metalúrgica Cu
Rec_{Cu}	(%)	Recuperación metalúrgica Cu (valor promedio)
Rec_{Mo}	(%)	Recuperación metalúrgica Mo (valor promedio)
$T_{c.c.}(b)$	(t/bloque)	Toneladas de concentrado colectivo por bloque
$MRPH(b)$	(t. de metal/hr)	Metal recuperable por hora ($Ley * Rec * TPH$)
\overline{HP}	(horas)	Horas de procesamiento promedio
\overline{TPH}	(t/h)	Capacidad de procesamiento promedio
CP	(US\$/t)	Costo planta concentradora
CP_{moly}	(US\$/ $t_{c.c.}$)	Costo planta Moly ($t_{c.c.}$ = ton. concentrado colectivo)
CV_{Cu}	(US\$/lb)	Costo de venta cobre
CV_{Mo}	(US\$/lb)	Costo de venta molibdeno
T	(t/bloque)	Toneladas por bloque
f	(lb/t)	Factor de conversión de unidades (2204.62)

5.1.3. Asignación de destinos

El criterio utilizado para definir si un bloque será tratado como mineral o como estéril se basa en la comparación de los flujos generados por los posibles destinos, en este caso, proceso o botadero:

- Un bloque es considerado como mineral si el beneficio económico generado de su procesamiento es mayor o igual al costo de envío a botadero ($v_{proceso} \geq v_{botadero}$)
- En caso contrario, el bloque es considerado como estéril ($v_{proceso} < v_{botadero}$)

En la Figura 5.1 se muestra a modo de ejemplo la valorización de los bloques en función de la ley de CuT, obtenida a partir de los modelo E-type. Se puede observar en la estrategia E1 (Figura 5.1(a)) existe una dependencia lineal con respecto a las leyes de cobre (CuT). En este caso, la clasificación del materiales es equivalente a definir una ley de corte de 0.58 %CuT bajo un análisis económico marginal.

Cuando se agregan más variables en la valorización se observa que ciertos bloques son re-clasificados desde mineral a estéril o viceversa. Para observar la re-clasificación del material con mayor detalle, se han asignado diferentes colores a los puntos graficados: (1) En color rojo se tiene el mineral coincidente (material que se mantiene como mineral en todas las valorizaciones), (2) en color naranja el mineral no coincidente (material que ha sido re-clasificado desde estéril en la valorización E1 a mineral), (3) en color verde el estéril no coincidente (material que ha sido re-clasificado desde mineral en la valorización E1 a estéril)

y (4) finalmente en color azul el estéril coincidente (material que se mantiene como estéril en todas las valorizaciones).

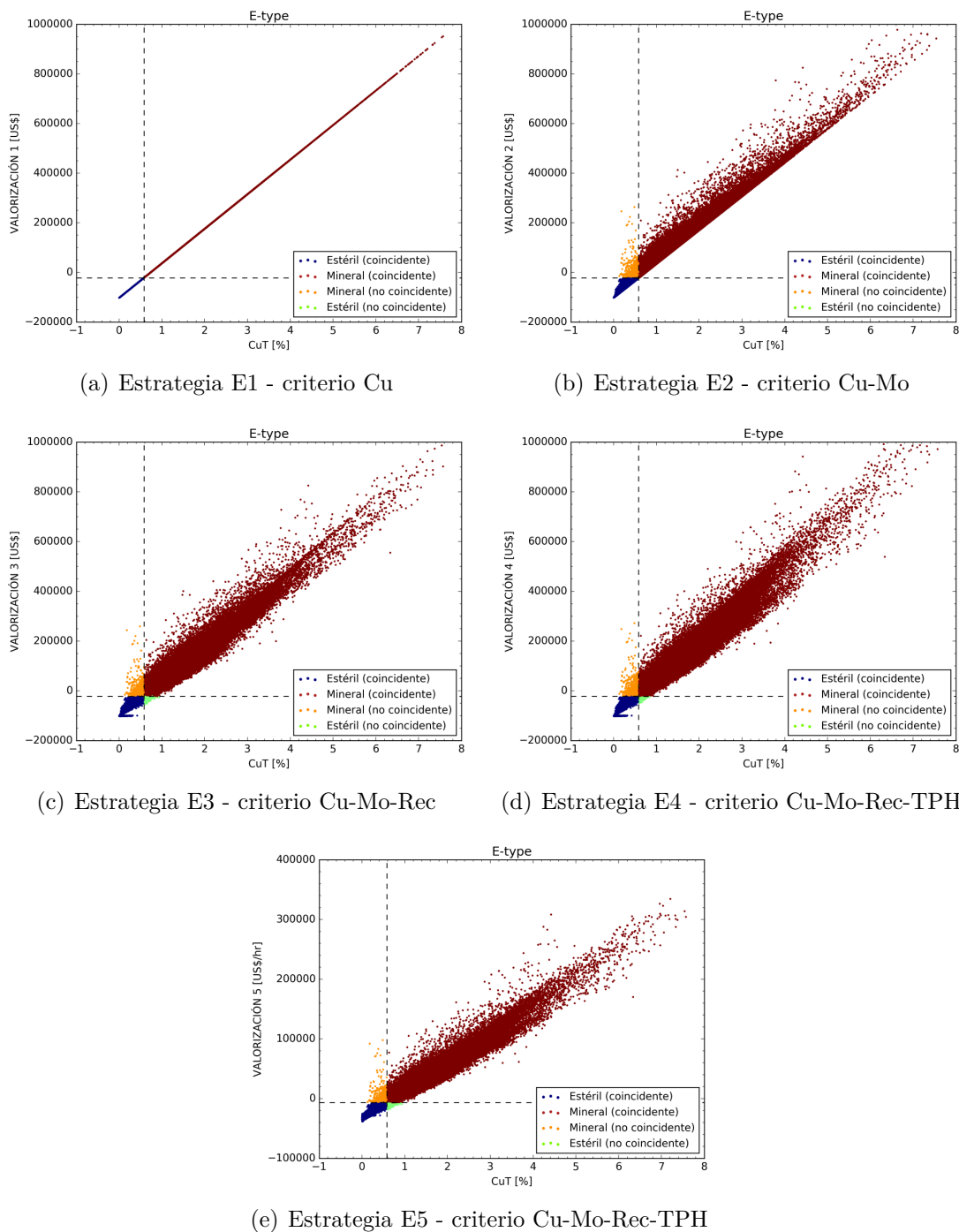


Figura 5.1: Beneficio económico de bloques en función de la ley de CuT para los diferentes modelos de valorización utilizados en el caso determinístico (modelo E-type)

Como se observa, en la estrategia E2 (Figura 5.1(b)) los créditos por molibdeno tienden a aumentar el beneficio económico de los bloques, por lo que algunos bloques de estéril (en color azul) pasan a ser clasificados como mineral (color naranja). Mientras que en la estrategia

E3 (Figura 5.1(c)) , cuando se agrega la recuperación metalúrgica de cobre, los bloques en general tienden a disminuir su beneficio y, en ciertos casos, los bloques pasan de mineral (en color rojo) a estéril (en color verde).

Para las estrategias 4 y 5 (Figuras 5.1(d) y 5.1(e)), la tendencia es bastante similar a la valorización E3. Sin embargo, se puede observar que la que las unidades y/o magnitud de la valorización ha cambiado producto de los valores artificiales que se han creado para estos casos.

En la Tabla 5.4 se presenta la cubicación de materiales de las figuras anteriores. Se puede observar que el mineral coincidente va disminuyendo en cada estrategia, como consecuencia de las nuevas variables que generan menos coincidencias de clasificación entre estrategias.

El mineral no coincidente (color naranja), es decir, el material que es considerado como estéril en la estrategia E1 pero mineral en las otras estrategias, alcanza entre los 123 y 166 Mton; mientras que el estéril no coincidente (color verde), el material que es considerado como mineral en la estrategia E1 pero estéril en las otras estrategias, es bastante inferior con respecto el total de mineral (se tiene como máximo que un 2 % del mineral es re-clasificado es esta manera). En consecuencia, el efecto positivo de las leyes y variables geometalúrgicas tiende a ser mayor que el efecto negativo que pueden provocar (como una baja recuperación).

Tabla 5.4: Cubicación del mineral y estéril obtenido al valorizar con los modelos E-type

Mineral coincidente (Rojo)		E1	E2	E3	E4	E5
Tonelaje	[Mton]	2,302	2,299	2,265	2,260	2,256
Cu Fino Rec.	[Mton]	22.26	22.25	22.07	22.04	22.03
Mo Fino	[kton]	601	601	599	598	598
Horas procesamiento	[horas *1000]	947.7	946.8	933.5	930	930.3
Mineral No coincidente (Naranja)		E1	E2	E3	E4	E5
Tonelaje	[Mton]	0	123	160	135	166
Cu Fino Rec.	[kton]	0	565	752	622	780
Mo Fino	[kton]	0	41.7	47.1	41.3	47.6
Horas procesamiento	[horas *1000]	0	51.3	67.2	53.5	70.6
Esteril No coincidente (Verde)		E1	E2	E3	E4	E5
Tonelaje	[Mton]	0	2	37	42	46
Cu Fino Rec.	[kton]	0	10.6	167.3	199.2	210.6
Mo Fino	[kton]	0	0.1	2.5	3.7	3.3
Horas procesamiento	[horas *1000]	0	0.8	14.1	17.7	17.4

El resumen de las características del mineral cubicado a partir de las distintas estrategias propuestas, tanto para realizaciones como para los modelos E-type, se presenta en la Figura 5.2. Se puede observar que el comportamiento de las estrategias E2, E3, E4 y E5 son relativamente similares, ya que poseen mayor tonelaje de mineral y de finos con respecto a la estrategia 1. Además, se puede notar que la ley de CuT ha disminuido para estas estrategias producto de la incorporación de un tonelaje extra de mineral producto de la re-clasificación de estéril a mineral.

Comparando las realizaciones versus el modelo E-type, se puede notar que el tonelaje obtenido del modelo E-type tiende a ser superior al tonelaje esperado (promedio) de las realizaciones y, además, la ley de dicho material es considerablemente menor que la ley de las realizaciones. Como consecuencia, se tiene que la cantidad de finos predicha por los modelos E-type es menor a lo esperado por las realizaciones. Lo anterior concuerda con lo observado en las curvas tonelaje-ley del capítulo anterior.

Notar además que las horas de procesamiento totales del mineral están altamente correlacionadas con el tonelaje de mineral, mostrando un comportamiento similar. Esto es lógico, ya que un mayor tonelaje de mineral requiere de un mayor tiempo de procesamiento.

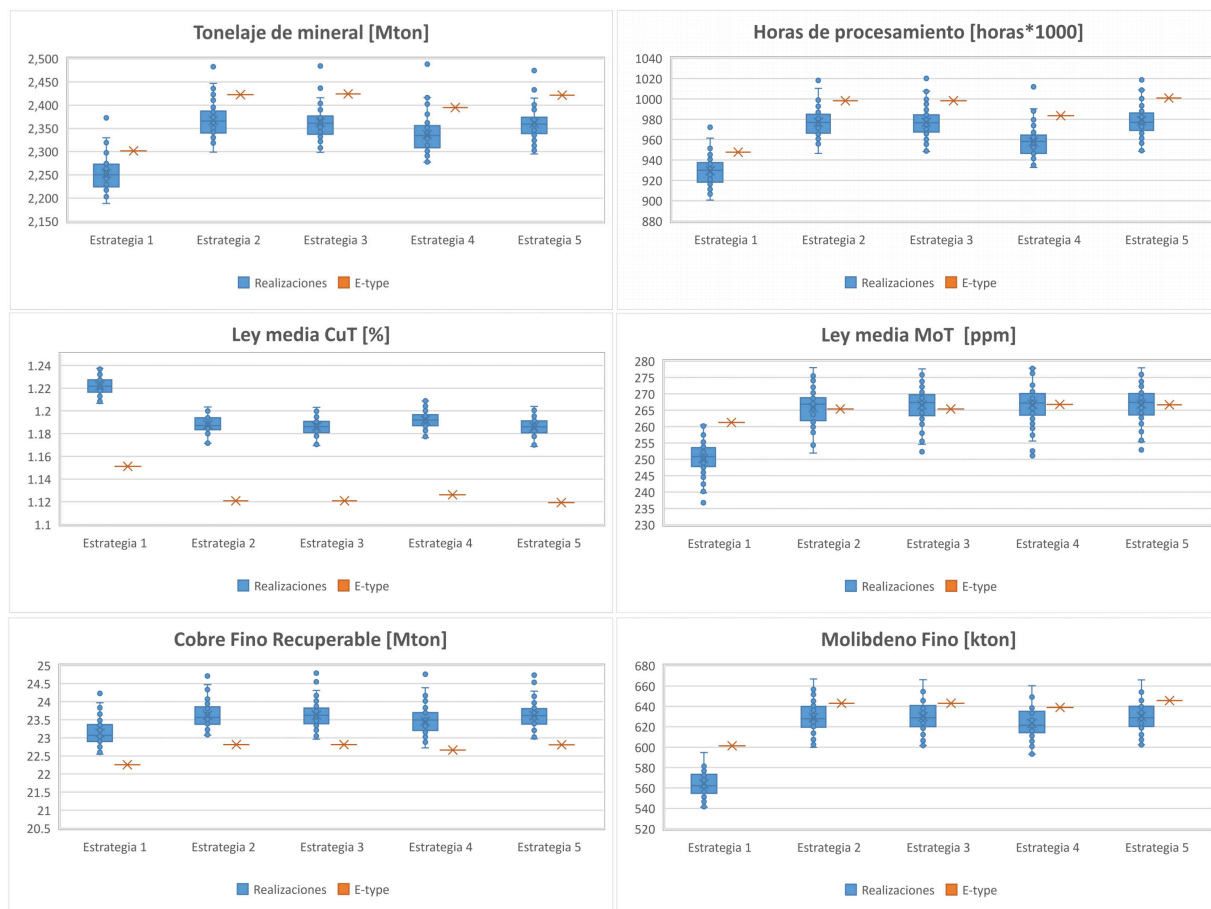


Figura 5.2: Características del mineral cubicado a partir de las distintas estrategias de valoración y asignación de destinos

5.2. Resultados definición de pits óptimos

En esta sección se darán a conocer los resultados y análisis al aplicar la optimización del pit final sobre cada modelo del depósito (las 50 realizaciones más los modelos E-type).

5.2.1. Comparación de estrategias

Una vez completado el proceso de optimización, se utilizaron los modelos del depósito y sus envolventes óptimas asociadas para ubicar los tonelajes y obtener los siguientes indicadores:

- beneficio económico (valor no descontado)
- tonelaje total pit
- tonelaje de mineral y estéril
- razón estéril/mineral (REM)
- ley media de CuT y MoT del mineral
- los finos de cobre y molibdeno contenidos en mineral

En la Figura 5.3 se presentan las distribuciones de beneficio económico de las envolventes generadas por las diferentes estrategias. Las estadísticas asociadas a estas distribuciones se detallan en la Tabla 5.5.

Cabe destacar que los pit obtenidos para las estrategias E4 y E5, para efectos de comparación del beneficio, han sido revaluados según la valorización 3 (es decir, usando el criterio de CuT, MoT y Rec) pero manteniendo la asignación de destinos original. Mientras que las estrategias E1, E2 y E3 utilizan los valores obtenidos directamente desde la optimización.

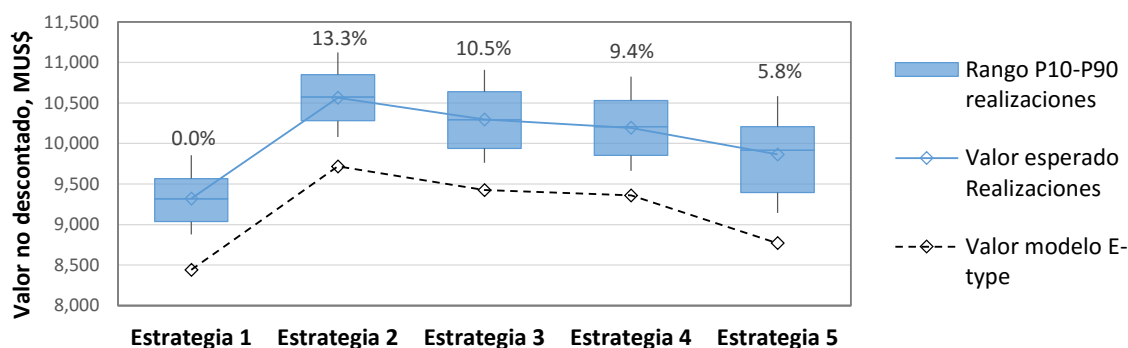


Figura 5.3: Beneficio económico asociado a las envolventes óptimas obtenidas

Tabla 5.5: Estadísticas para el beneficio (MUS\$) de las envolventes óptimas según estrategia

	E-type	Simulaciones								
		Valor	n	Min	Media	Max	Desv. Est.	CV	Rango	Rango/media
E1		8,442	50	8,878	9,321	9,856	227	2.4 %	977	10.5 %
E2		9,718	50	10,081	10,564	11,124	248	2.3 %	1,043	9.9 %
E3		9,425	50	9,762	10,298	10,909	272	2.6 %	1,146	11.1 %
E4		9,360	50	9,663	10,193	10,825	271	2.7 %	1,162	11.4 %
E5		8,771	50	9,143	9,866	10,584	310	3.1 %	1,441	14.6 %

De la figura anterior se observa que el beneficio de las envolventes cambia considerablemente en función de las variables utilizadas en la valorización. Los porcentajes sobre las cajas que representan la diferencia porcentual del valor esperado (promedio) con respecto a la estrategia E1. Se observa que la mayor diferencia se dan entre la estrategia E1 y la estrategia E2 que incluyen las leyes de molibdeno.

A primera vista se puede observar que la estrategia E2 es la que alcanza el mayor beneficios, no obstante, esta estrategia utiliza una recuperación fija de 84 % para todo el depósito. Dado lo anterior, en la Tabla 5.6 se han revaluado las envolventes obtenidas desde las estrategias E1 y E2 con la estrategia E3 (es decir, considerando las variables CuT, MoT y Rec) con la finalidad de poder comparar los resultados bajo una misma base.

Tabla 5.6: Estadísticas para el beneficio (MUS\$) revaluado de las estrategias E1 y E2

	E-type	Simulaciones							
	Valor	n	Min	Media	Max	Desv. Est.	CV	Rango	Rango/media
E1*	9,265	50	9,492	10,054	10,660	278	2.8 %	1,168	11.6 %
E2*	9,361	50	9,630	10,195	10,804	278	2.7 %	1,174	11.5 %

Como se puede apreciar en la tabla anterior, el valor esperado de E2 ha disminuido desde 10,564 a 10,195 MUS\$ lo que representa una caída de 369 MUS\$ (-3.5%) quedando por debajo del valor esperado de la estrategia E3. Considerando que el modelo geometalúrgico de recuperación es más representativo que utilizar una recuperación fija para todo el depósito, lo anterior sugiere que el uso de una recuperación fija puede conducir a sesgos en la estimación de los finos y, por consiguiente, en la estimación del beneficio económico. En este caso se obtuvo una sobrestimación del valor, no obstante, en un caso general esto dependerá fuertemente del valor fijo que se haya asumido y de la variabilidad que posee el depósito.

Otro aspecto que se desprende de la tabla anterior es que las envolventes de la estrategia E1, al ser revaluadas con el modelo económico de la estrategia E3, aumentan considerablemente su beneficio esperado, pasando desde 9,321 a 10,054 MUS\$. Este aumento es incluso superior al beneficio capturado por la estrategia E5 (9,866 MUS\$) y se explica básicamente por el aporte económico al considerar las leyes de molibdeno.

En la Figura 5.4 se presentan los histogramas asociados a las distribuciones del beneficio económico, donde se ha incluido el valor promedio de la distribución (línea continua) y el valor obtenido de la evaluación E-type (línea discontinua). Como se puede observar, las distribuciones de la estrategia E2*, E3 y E4 son similares entre sí.

Notar además que la variabilidad de todas las distribuciones son similares. En términos de los indicadores de dispersión (desviación estándar, coeficiente de variación (CV) o el Rango/media), se observa que en general la variabilidad tiende a aumentar al considerar más variables con incertidumbre en el modelo económico. No obstante, este aumento es leve y la mayor parte de la variabilidad de los resultados está determinada inicialmente por las leyes de CuT.

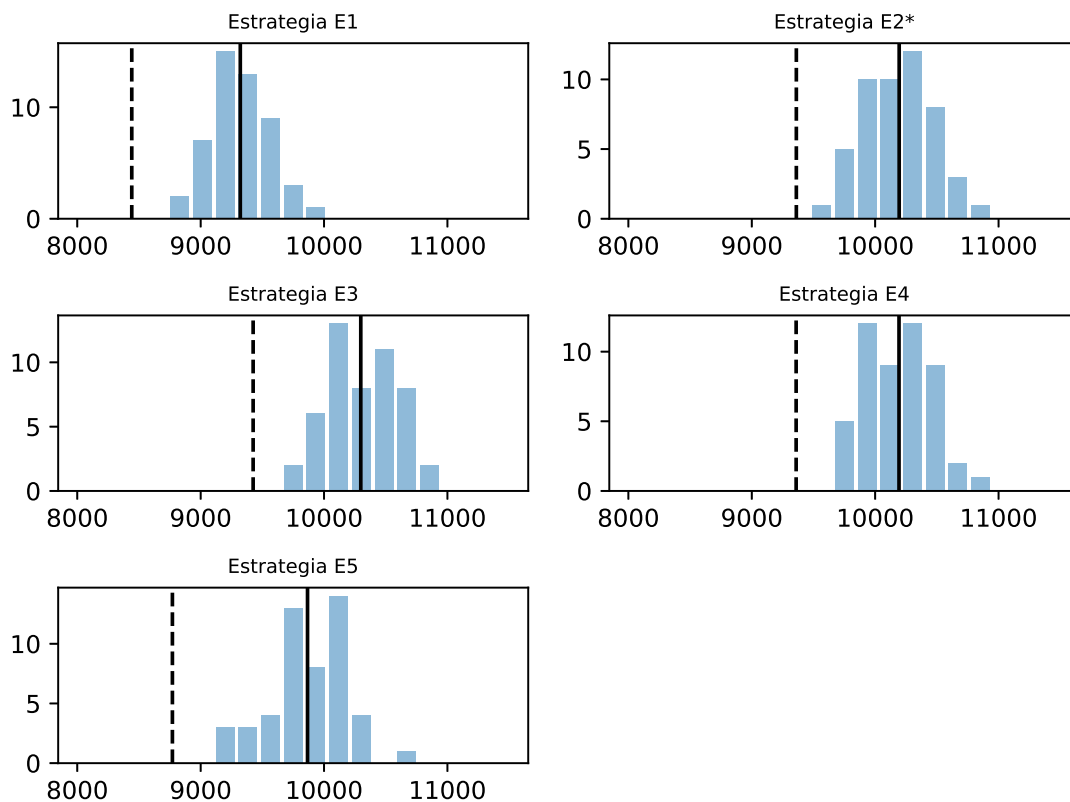


Figura 5.4: Histogramas para el beneficio económico (MUS\$) de las envolventes óptimas

El otro aspecto importante que se logra distinguir de las Figuras 5.3 y 5.4 es el valor resultante de los modelos E-type, los cuales se observa que son consistentemente menores que el valor mínimo obtenido de las simulaciones. En términos numéricos, la subestimación del beneficio representa una disminución entre 834 a 1,095 MUS\$ (9-11%) con respecto al beneficio esperado de las simulaciones. La razón de este comportamiento se evidencia al observar el comportamiento de los otros indicadores de las envolventes.

En la Figura 5.5 y Tabla 5.7 se presentan las distribuciones y estadísticas para los tonelajes cubrados desde las envolventes óptimas (tonelaje total, mineral, estéril y REM).

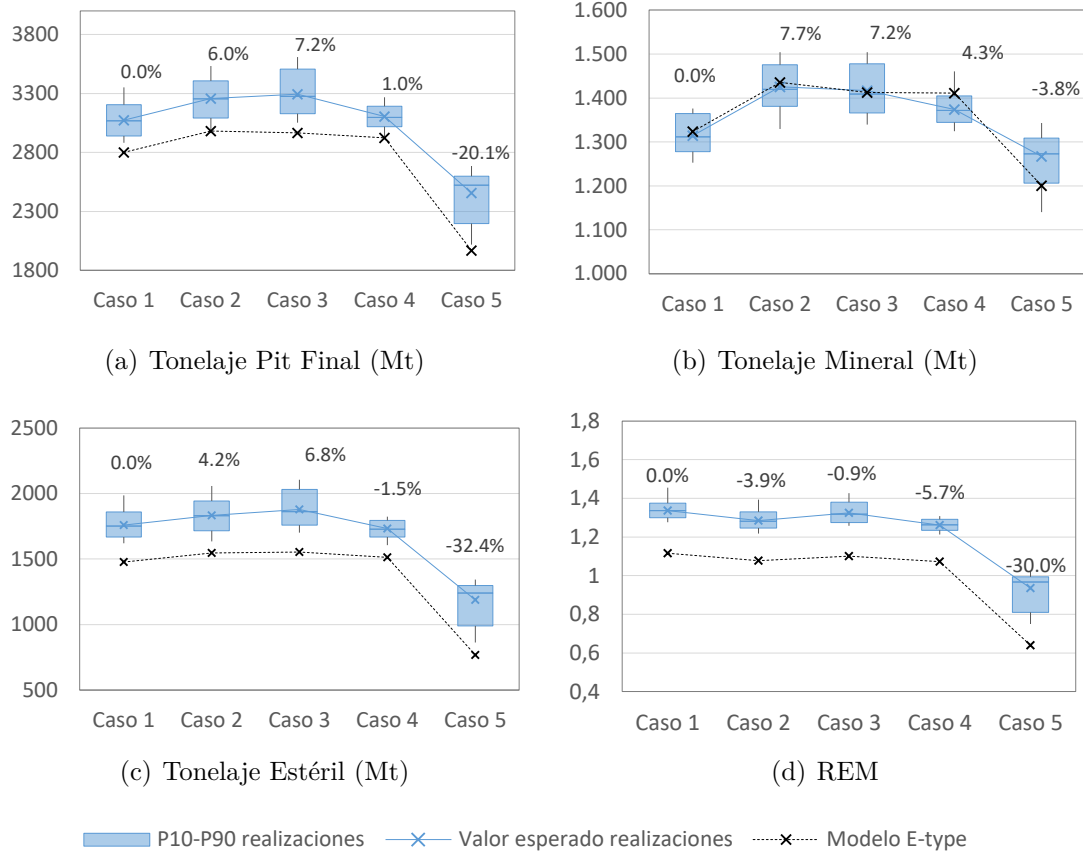


Figura 5.5: Tonelajes y REM de las envolventes óptimas según cada estrategia

Tabla 5.7: Estadísticas para los tonelajes y REM de las envolventes obtenidas

	Tonelaje, Mt			Tonelaje Mineral, Mt			Tonelaje Estéril, Mt			REM, Estéril/Mineral		
	E-type	Simulaciones		E-type	Simulaciones		E-type	Simulaciones		E-type	Simulaciones	
	Valor	Prom.	CV	Valor	Prom.	CV	Valor	Prom.	CV	Valor	Prom.	CV
E1	2,800.2	3,073.0	3.4 %	1,323.7	1,314.7	2.4 %	1,476.6	1,758.3	4.3 %	1.12	1.34	2.4 %
E2	2,980.8	3,257.5	3.9 %	1,435.4	1,425.2	2.7 %	1,545.4	1,832.3	5.0 %	1.08	1.29	2.8 %
E3	2,966.7	3,295.1	4.6 %	1,412.5	1,416.8	3.1 %	1,554.1	1,878.3	5.8 %	1.10	1.32	3.1 %
E4	2,924.7	3,105.2	2.3 %	1,411.2	1,373.5	1.9 %	1,513.5	1,731.7	2.8 %	1.07	1.26	1.8 %
E5	1,967.5	2,455.3	6.9 %	1,200.5	1,266.8	3.6 %	767.1	1,188.4	10.7 %	0.64	0.94	8.0 %

En la Figura 5.5(a) se observa que las envolventes de mayor tamaño tienden a obtenerse con la estrategia E3, en términos esperados. Sin embargo, los tamaños para las estrategias E1, E2 y E4 también son bastantes similares, con rangos de variabilidad que se superponen. La estrategia E5, por el contrario, genera envolventes con tamaños significativamente menores, lo que se debe principalmente a una reducción en los tonelajes de estéril para este caso.

En cuanto a los modelos E-type, se observa que estos escenarios generan envolventes de menor tamaño con respecto a las realizaciones, representando una reducción de tonelaje entre 180-487 Mton (6-20 %) para las estrategias E4 y E5 respectivamente, medido con respecto al esperado por las realizaciones.

En la Figura 5.5(b) se puede apreciar además que, para todas las estrategias, los tonelajes de mineral e-type son bastante similares a los tonelajes esperados de las simulaciones; mientras que los tonelajes estéril e-type son menores (Figura 5.5(c)). Como consecuencia se tiene que la razón estéril/mineral (REM) en las simulaciones es mucho mayor que en los modelos E-type, tal como se observa en la Figura 5.5(d).

Por último, se presentan los indicadores de las leyes y finos contenidos en la Figura 5.6 y Tabla 5.8.

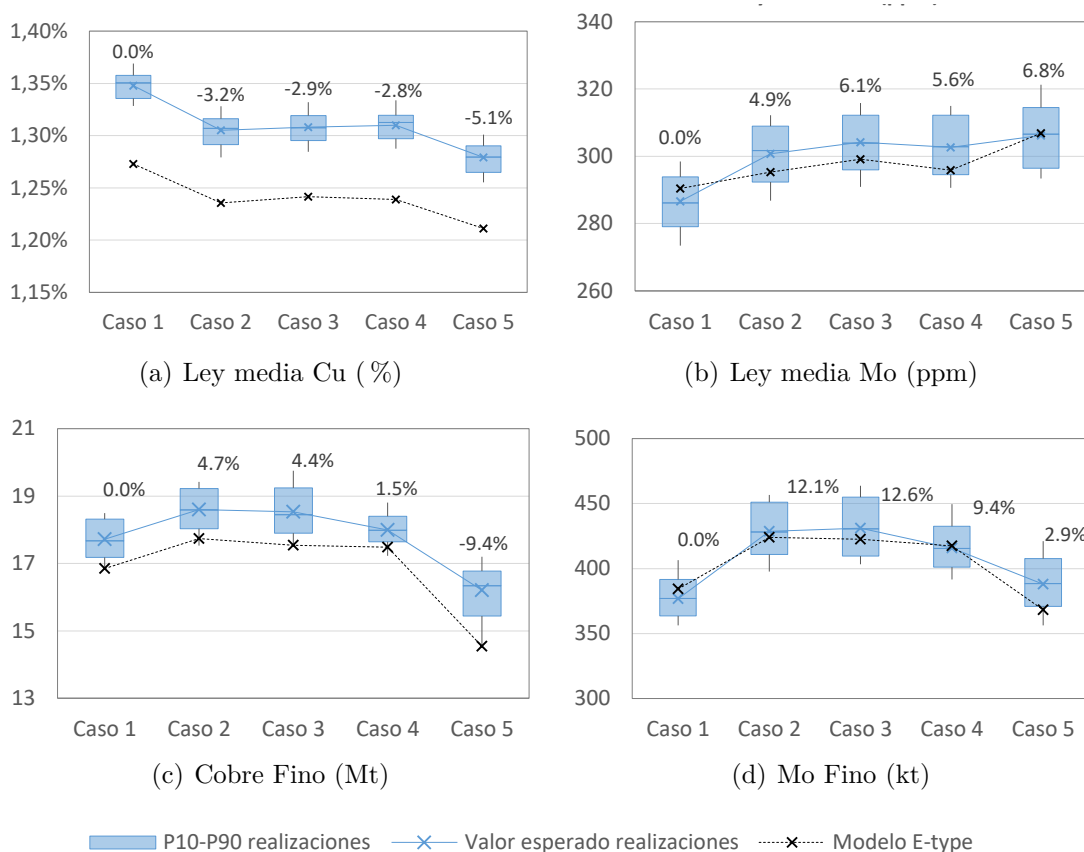


Figura 5.6: Leyes medias y contenido de finos de las envolventes óptimas según cada estrategia

Tabla 5.8: Estadísticas para leyes medias y contenido de finos de las envolventes obtenidas según cada estrategia

	Ley media Cu, %			Ley media Mo, ppm			Cobre Fino, Mt			Molibdeno Fino, kt		
	E-type	Simulaciones		E-type	Simulaciones		E-type	Simulaciones		E-type	Simulaciones	
	Valor	Prom.	CV	Valor	Prom.	CV	Valor	Prom.	CV	Valor	Prom.	CV
E1	1.273	1.348	0.68	290.4	286.6	2.06	16.9	17.7	2.2	384.4	376.8	3.0
E2	1.236	1.305	0.75	295.3	300.7	2.22	17.7	18.6	2.4	423.9	428.6	3.4
E3	1.242	1.308	0.74	299.1	304.2	2.12	17.5	18.5	2.8	422.5	431	3.8
E4	1.239	1.310	0.76	295.8	302.7	2.05	17.5	18.0	1.7	417.5	415.7	3.1
E5	1.211	1.279	0.79	306.8	306.2	2.32	14.5	16.2	3.8	368.3	387.8	3.8

Al comparar las estrategias en la Figura 5.6(b), se puede apreciar que al agregar el molib-

deno en la evaluación la ley media de MoT ha aumentado; mientras que en la Figura 5.6(a) se aprecia que la ley media de CuT ha disminuido.

Por otro lado, en la Figura 5.6(c)) se puede observar que los contenidos de finos por estrategia se corresponden con los tonelajes de mineral. Como se puede apreciar, las envolventes de la estrategia E5 poseen menores tonelajes de cobre fino, lo que podría explicar los menores tamaños de las envolventes y los menores beneficios obtenidos en este caso.

Por otro lado, los escenarios E-type muestran menores leyes medias de CuT y menores contenidos de cobre fino en el mineral. Ambos indicadores disminuyen en aproximadamente un 5 % en comparación con el promedio de las realizaciones.

Las discrepancias en tonelajes, leyes y REM observada en los pits E-type, se puede atribuir al efecto suavizamiento que presentan las leyes de CuT. Como se observó en las curvas tonelaje-ley presentadas en el capítulo anterior, para una ley de corte dada (aproximadamente de 0.5 % para este caso), el efecto suavizamiento genera que el modelo E-type presente una mayor cantidad de bloques clasificados como mineral y una menor cantidad de bloques de estéril. Además, se observó que el tonelaje clasificado como mineral contiene una menor cantidad de finos de cobre y, por ende, una menor ley media. Como consecuencia de esto, se tiene que el mineral será menos rentable, debido a los mayores costos de procesamiento que deben ser considerados con respecto a las simulaciones para producir una misma cantidad de finos de cobre. De esta manera, el pit final que maximiza el beneficio en el modelos E-type será de menor tamaño, con menores finos contenidos y alcanzando, por tanto, un menor beneficio.

Las realizaciones, por el contrario, presentan una mayor variabilidad en las leyes de CuT, por lo que se tienen bloques de mayores leyes que permiten expandir los límites de los pits y pagar la extracción de una mayor sobrecarga de estéril.

Por último, como se observó en los resultados anteriores, el uso del modelo de capacidad de procesamiento (TPH) en la valorización económica para el pit final no parece que aporte un beneficio relevante en los resultados. De hecho, la estrategia E4 conduce a resultados bastante similares a la estrategia E3, mientras que la estrategia E5 conduce a los peores resultados de todas las estrategias (menores beneficios y menores envolventes). En la siguiente etapa de este trabajo, con el agendamiento de la producción, se verá que este material remanente dejado fuera de estas envolventes, efectivamente puede ser incorporado como reserva económica.

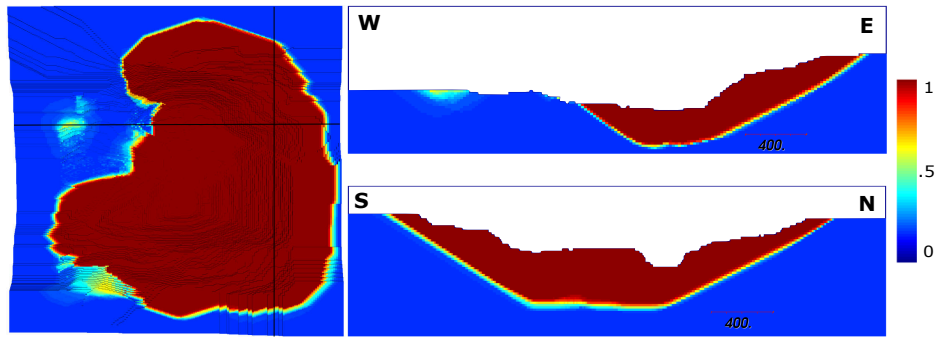
5.2.2. Modelo de probabilidad para envoltente económica

A partir de las envolventes obtenidas desde cada realización es posible construir un modelo probabilístico que indique la probabilidad que tiene cada bloque de pertenecer o no a la envoltente óptima para los recursos verdaderos. Si la variable de decisión del problema del pit final de la simulación s se denota como $x_b^*(s)$, el modelo de probabilidad puede ser construido de la siguiente manera:

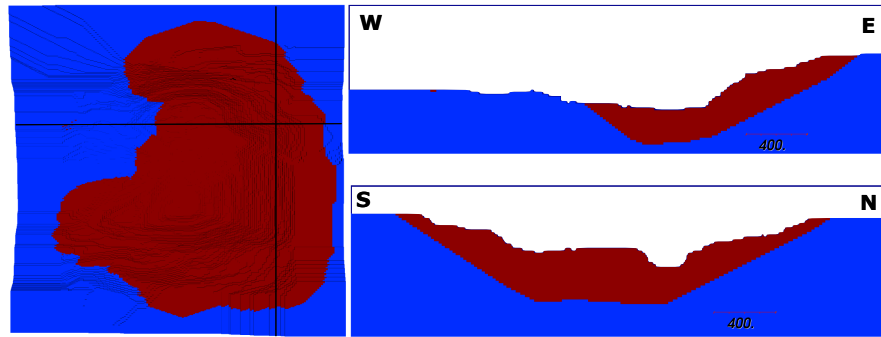
$$p_b = \frac{1}{50} \sum_{s=1}^{50} x_b^*(s), \quad \forall b \in \mathcal{B} \quad (5.7)$$

donde $x_b^*(s)$ la variable de decisión binaria que toma el valor 1 en caso de que el bloque b pertenezca al pit óptimo de la realización s y 0 en el caso contrario.

En la Figuras 5.7, 5.8 y 5.9 se muestran visualmente los modelos de probabilidad construidos para las estrategias E1, E3 y E5, respectivamente, y además se muestra la comparación con el caso determinístico (en este caso la variable puede tomar solo dos valores 0-1). Cabe destacar que la forma y ubicación de los pits obtenidos para las estrategias restantes (E2 y E4) son bastante similares a las estrategia E3, por lo que no se presentan en la figuras siguientes.

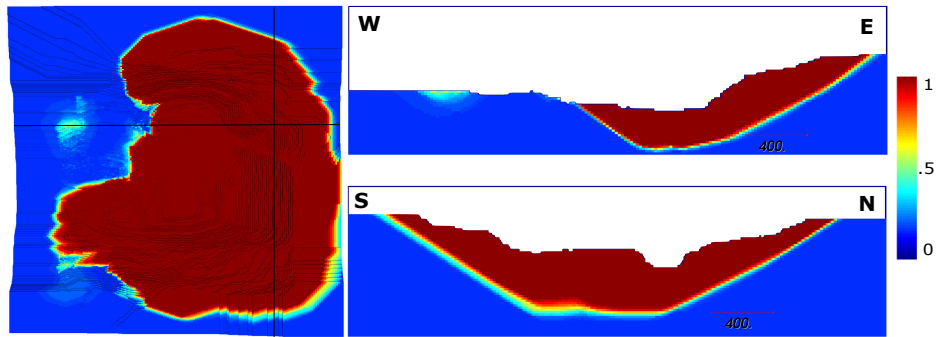


(a) Modelo de probabilidad simulaciones condicionales

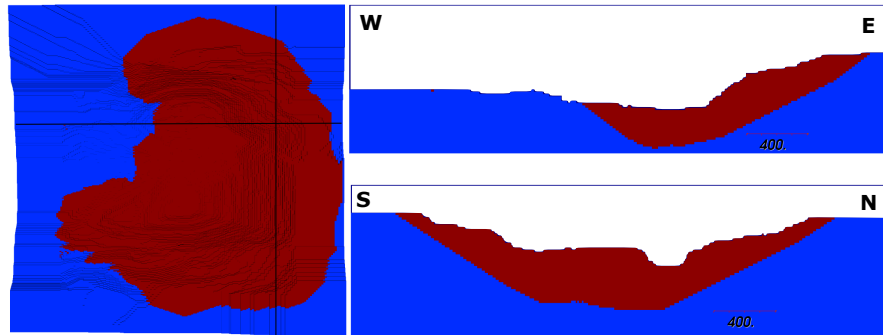


(b) Pit óptimo del modelo E-type

Figura 5.7: Vistas en planta y perfil de los pits óptimos de la estrategia E1

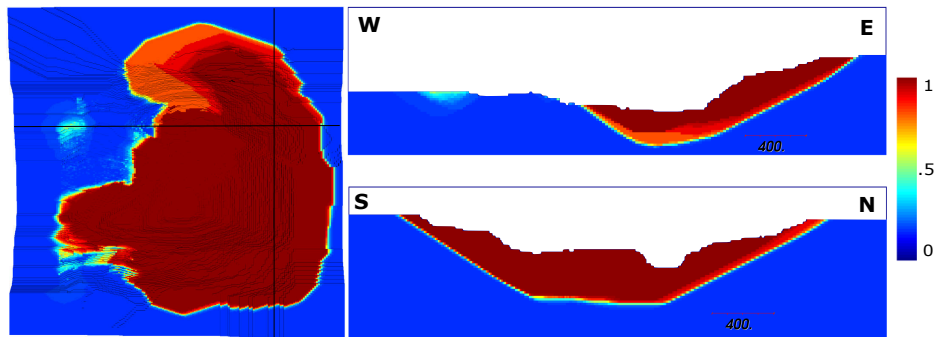


(a) Modelo de probabilidad simulaciones condicionales

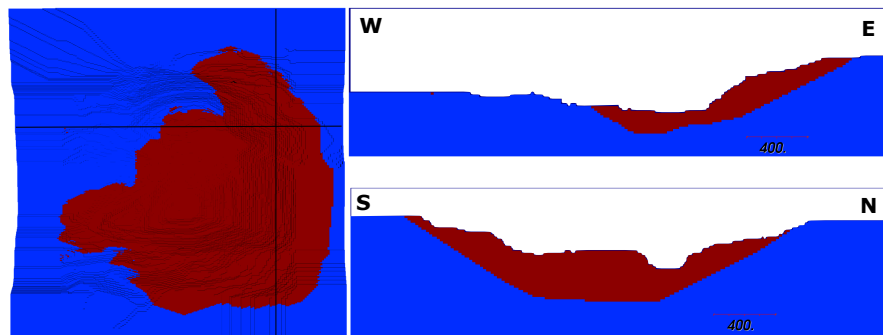


(b) Pit óptimo del modelo E-type

Figura 5.8: Vistas en planta y perfil de los pits óptimos de la estrategia E3



(a) Modelo de probabilidad simulaciones condicionales



(b) Pit óptimo del modelo E-type

Figura 5.9: Vistas en planta y perfil de los pits óptimos de la estrategia E5

De las figuras anteriores, se puede apreciar que los sectores de menor incertidumbre en la envolvente económica (indicado en color rojo por el modelo de probabilidad) se encuentran en el centro del depósito, que es justamente donde se ubican las leyes más altas de CuT y que se asocian a menores coeficientes de variación condicional para las leyes de CuT (menor incertidumbre como se observó en el capítulo anterior). Las zonas de mayor incertidumbre se encuentran principalmente en los contornos de la envolvente.

Se puede notar además, que con las simulaciones surge un pit aislado, de menor tamaño, ubicado en la parte noroeste del depósito. Este pit, sin embargo, posee una alta incertidumbre con valores de $p_b \leq 0,5$, es decir, dicho sector es económico en menos de la mitad de los escenarios del depósito. Esto se puede asociar a lo observado en el capítulo anterior, donde se observó que en dicho sector existen altos niveles de incertidumbre asociada a las leyes de CuT (indicado por el coeficiente de variación condicional).

A partir del modelo probabilidad también es posible definir nuevas envolventes que satisfacen las restricciones de precedencias (Whittle and Bozorgebrahimi, 2004). Estas envolventes, llamadas pits híbridos o probabilísticos, se definen al seleccionar los bloques que cuya probabilidad supera un umbral de corte. En la Tabla 5.9 se comparan las cubicaciones de los tonelajes para los umbrales de corte de 1, 0.9, 0.8, 0.7, 0.6 y 0.5. Como se observa, en el caso de las envolventes sin incertidumbre ($p_b = 1$) se obtienen envolventes con tamaños incluso menores a los pits E-type.

Tabla 5.9: Cubicación de tonelajes para pits definidos probabilísticamente

Prob.	E1	E2	E3	E4	E5
1	2,597	2,720	2,715	2,649	1,798
0.9	2,785	2,952	2,909	2,843	2,000
0.8	2,845	3,018	3,047	2,937	2,182
0.7	2,924	3,096	3,127	2,982	2,437
0.6	2,988	3,173	3,205	3,022	2,473
0.5	3,056	3,233	3,269	3,090	2,509

Capítulo 6

Etapa 2: Agendamiento de la producción a largo plazo

En esta etapa del trabajo, se obtienen las secuencias de extracción a largo plazo que permitirán construir los planes de producción. A diferencia de la etapa anterior, donde se evaluaron 5 estrategias, en esta etapa solo se considerarán 3 estrategias de agendamiento para ser comparadas. Además, con la finalidad de simplificar el problema solo se considerarán 25 realizaciones por estrategia dado la complejidad de las instancias de agendamiento.

Al igual que la etapa anterior, se considerará un análisis basado en las simulaciones y otro análisis basado en los modelos E-type.

6.1. Criterios generales para el agendamiento

En esta sección se dará a conocer el modelo de secuenciamiento que se ha definido para agendar la extracción a largo plazo y luego se detallan las tres estrategia que serán utilizadas en esta etapa del trabajo.

6.1.1. Modelo de agendamiento a largo plazo

El modelo de agendamiento establecido para este trabajo está desarrollado en una base anual y utiliza individualmente los modelos del depósito (realizaciones y modelos e-type) para generar una secuencia de bloques optimizada para el largo plazo. La estrategia adoptada para generar las secuencias de largo plazo corresponde a un agendamiento directo de bloques, es decir, se optimiza en una sola etapa (sin calcular los pits anidados) obteniendo la macro-secuencia de explotación.

Este modelo de secuenciamiento, además de considerar los parámetros económicos y las restricciones geotécnicas, incorpora la temporalidad del problema a través de la consideración

de las capacidades de extracción y procesamiento, junto con la aplicación de una tasa de descuento para actualizar los flujos de caja futuros.

Antes de describir el modelo de secuenciamiento, se puntualizarán algunas de las simplificaciones que fueron asumidas debido a la gran cantidad de periodos y bloques involucrados en este problema en particular. Estas simplificaciones permitirán establecer instancias más tratables computacionalmente con tiempos razonables de resolución.

- El secuenciamiento se aplica sobre las envolventes económicas: esta simplificación es bastante común para los problemas de largo plazo y permite reducir considerablemente la cantidad de bloques a secuenciar. En este caso de estudio, el problema se reduce aproximadamente desde 2,300,000 bloques a 410,000 bloques por pit.
- Predeterminación de destinos: esto significa que el destino de los bloques será fijo para la optimización de la secuencia.

Cabe destacar además, que este modelo de secuenciamiento no asegura el cumplimiento de los espacios operacionales de los equipos. Además, tampoco se considerará una etapa de diseño para incorporar los anchos mínimos de operación ni el accesos de equipos, por lo tanto, los planes de producción de construirán en base a las secuencias teóricas obtenidas de la optimización. Si bien lo anterior es una simplificación relevante para la construcción de los programas de producción, de acuerdo a los alcances de este trabajo, las secuencias de bloques cumplen con la finalidad requerida que es comparar preliminarmente las estrategias establecidas de agendamiento.

6.1.2. Estrategias de agendamiento

Las estrategias a evaluar en esta etapa del trabajo utilizan como base el modelo de secuenciamiento descrito anteriormente, sin embargo, cada estrategia utilizará diferentes parámetros de optimización. A continuación se detallan los parámetros utilizados para cada estrategia.

- **Estrategia SCH1:** Esta estrategia se puede considerar como la continuación de la estrategia E1 de la etapa anterior.
 - *Variables consideradas en el modelo económico:* CuT
 - *Capacidad de procesamiento:* para definir la alimentación a planta, se considera una capacidad de procesamiento fija para todos los bloques de mineral e igual a 2460 toneladas por hora. En base a esto, se establece que la restricción de capacidad procesamiento máxima por periodo será de 19 Mt por año (@92 % de utilización efectiva). La capacidad mínima se establece en cero ya que este valor no repercute en los resultados del agendamiento. La restricción queda expresada de la siguiente forma:

$$0 \leq \sum_{b \in B} ton_b \cdot x_{bt} \leq 19 \quad [Mton] \quad \forall t \in T \quad (6.1)$$

Esta estrategia corresponde a un enfoque tradicional para definir la cantidad de mineral que será enviada a la planta de procesamiento, es decir, considerando un valor fijo para toda la vida de la mina.

- **Estrategia SCH2:** se considera como la continuación de la estrategia E3 de la etapa anterior.
 - **Variables consideradas en el modelo económico:** CuT, MoT y Rec.
 - **Capacidad de procesamiento:** se define de la misma forma que en la estrategia anterior SCH1 (capacidad máxima de 19 Mton por año)
- **Estrategia SCH3:** se considera como una variación de la estrategia SCH2 descrita en el punto anterior. La diferencia con SCH2 radica en la forma en que se establece la capacidad procesamiento por periodo.
 - **Variables consideradas en el modelo económico:** CuT, MoT y Rec.
 - **Capacidad de procesamiento:** en este caso se establece que la capacidad de procesamiento está limitada por las horas de procesamiento disponible por año. Para esto, se asume que se disponen de 8059.2 horas para cada periodo (año) del plan de producción. También se asume que la planta de procesamiento es el cuello de botella de la operación, por lo tanto, para saturar las capacidades se utilizarán las horas de molienda estimadas que se tienen de cada bloque dadas por el modelo geometalúrgico. La restricción de procesamiento para este caso se formula de la siguiente forma:

$$0 \leq \sum_{b \in \mathcal{B}} \frac{ton_b}{TPH_b} \cdot x_{bt} \leq 8059,2 \quad [horas] \quad \forall t \in T \quad (6.2)$$

En este caso, el enfoque para definir la cantidad de mineral enviado a planta depende directamente de la dureza del mineral y, por lo tanto, se admiten fluctuaciones en los tonelajes procesados durante de la vida de la mina. Los tonelajes de mineral enviados a planta por periodo quedarán determinados solo una vez obtenido el plan de extracción.

Los otros parámetros requeridos por el modelo de secuenciamiento y que se mantienen invariables para todas las estrategias, son los siguientes:

- **Horizonte o periodos de planificación:** se considera la extracción de todos los recursos de la envolvente, por lo tanto, depende de cada escenario del depósito evaluado ya que cada pit final posee diferentes tonelajes.
- **Tasa de descuento:** 10 % anual.
- **Parámetros técnicos y económicos:** se utilizan los mismos parámetros empleados para la definición del pit final.
- **Capacidad de movimiento mina por periodo:** Para definir la capacidad de movimiento total de materiales (mineral más estéril) se utilizaron algunas de las realizaciones y se secuenciaron preliminarmente. A través de un proceso iterativo, se buscó el ritmo de extracción de estéril que asegure de la mejor forma los siguientes criterios:
 - Exposición del mineral a lo largo del tiempo: El movimiento de estéril desde la mina debe ser suficiente para no dejar el mineral atrapado durante la extracción.
 - Movimiento mínimo: el movimiento de estéril debe mantenerse idealmente en niveles bajos (sobre todo en los primeros periodos) para no impactar sobre el VPN.
 - Movimiento balanceado: el movimiento mina total debe mantenerse balanceado por periodo para aprovechar al máximo la utilización de equipos.

En base a los criterios anteriores, se encontró que la capacidad de movimiento mínima debe ser de 41 Mton/año para los primeros 18 años y, luego, el movimiento mina debe ser expandido hasta 52 Mton/año para cumplir con el pre-stripping que permite acceder a las reservas de mayor profundidad. Además de estas capacidades mínimas, se incorporaron restricciones de capacidad máxima por periodo utilizando 1.1 veces los valores de la capacidad mínima. Cabe destacar que estas capacidades son adecuadas para los pits derivados de las realizaciones, sin embargo, se aplicarán también para los pits E-type. En el algoritmo de agendamiento, también se agregó la posibilidad de disminuir gradualmente la capacidad de movimiento mina, ya que esto se requiere para lograr la extracción del mineral en los últimos periodos.

Dado que el problema a resolver posee un tamaño relativamente grande (muchos bloques y periodos involucrados), se utilizó una heurística para resolver el problema de optimización y encontrar soluciones factibles. La heurística utilizada consiste en un algoritmo incremental por tiempos esperados, el cual se describe en detalle en el Anexo A.

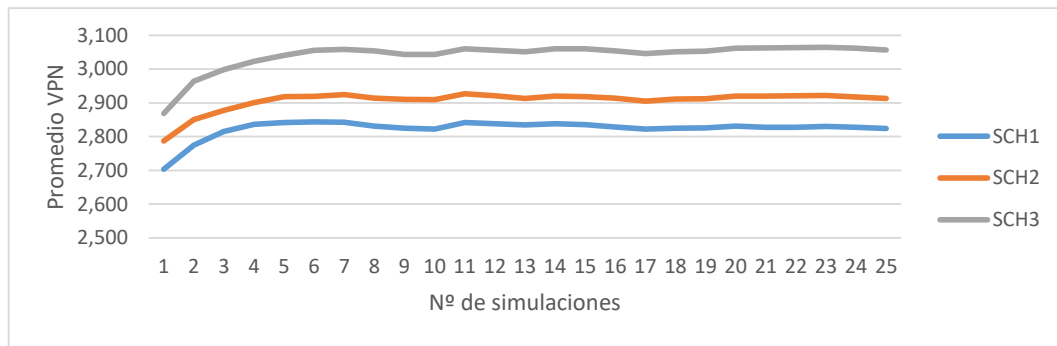
6.2. Resultados secuenciamiento

En esta sección se presentan los resultados y los análisis asociados luego de aplicar el modelo de secuenciamiento descrito anteriormente sobre los escenarios del depósito. Similar a los resultados del pit final, presentados en el capítulo anterior, en este análisis se compararán los indicadores con los estados óptimos por realización, es decir, considerando información perfecta.

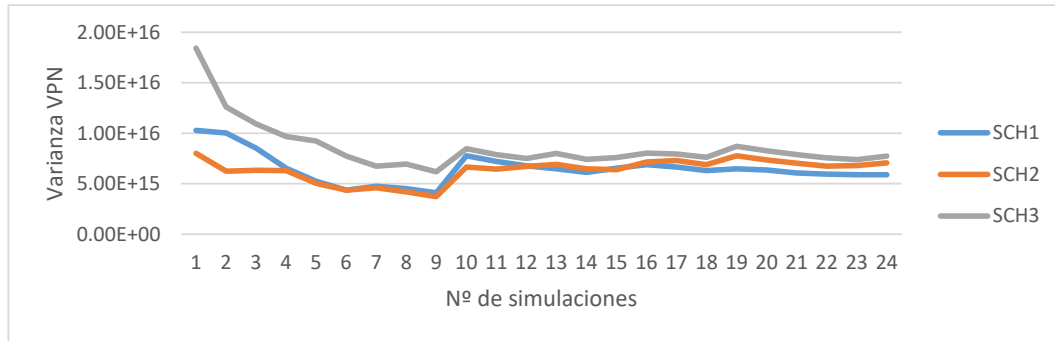
6.2.1. Efecto del número de simulaciones

Dado que se utilizó solo la mitad de las simulaciones para el agendamiento, es necesario comprobar si el subconjunto de simulaciones utilizada provee información suficiente para determinar estadísticas resultantes del valor presente neto. En la Figura 6.1 se comparan las estadísticas del VPN (promedio y varianza) para diferentes números de simulaciones.

Como se observa las estadísticas del promedio y la varianza tienden a estabilizarse al alcanzar las 25 simulaciones, por lo que al agregar más simulaciones no aportará mayores cambios a las estadísticas. Por lo tanto, se tiene que el subconjunto de simulaciones es apropiado para representar adecuadamente la incertidumbre.



(a) Promedio VPN (MUS\$)



(b) Varianza VPN

Figura 6.1: Efecto del número de simulaciones en las estadísticas del VPN

6.2.2. Comparación de estrategias

La Figura 6.2 muestra la distribución del VPN obtenido de las 25 secuencias optimizadas para cada estrategia. Además de estas tres estrategias se ha agregado, a modo de comparación, la distribución de VPN de las secuencias SCH1 pero siendo revaluadas con el modelo económico de CuT, MoT y Rec. Las estadísticas asociadas a estas distribuciones se detallan en la tabla 6.1.

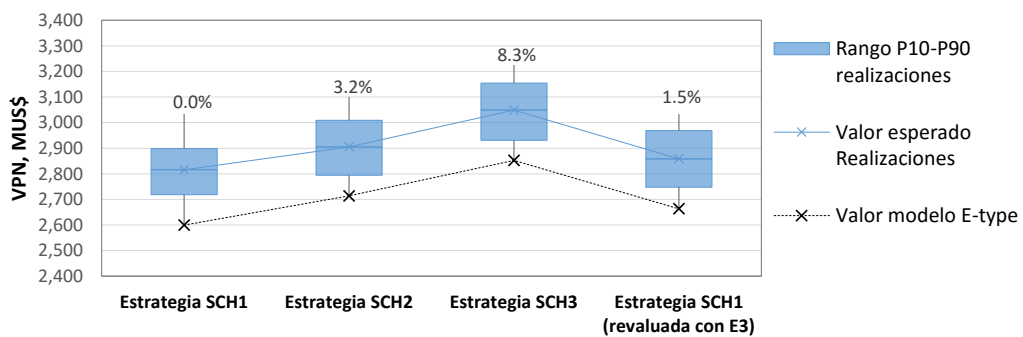


Figura 6.2: VPN asociados a las secuencias optimizadas

Tabla 6.1: Estadísticas para los VPN asociados a las secuencias optimizadas

Estrategia	E-type	Simulaciones							
	Valor	n	Min	Media	Max	Desv. Est.	CV	Rango	Rango/ \bar{x}
SCH1	2,600	25	2,703	2,824	3,034	77	2.7 %	331	11.7 %
SCH2	2,714	25	2,773	2,913	3,100	84	2.9 %	327	11.2 %
SCH3	2,852	25	2,868	3,057	3,225	88	2.9 %	357	11.7 %
SCH1*	2,663	25	2,695	2,866	3,034	89	3.1 %	338	11.8 %

Como se observa, al agregar nuevas variables en el agendamiento mejora el VPN en términos esperado, aunque la magnitud de ese aumento es levemente menor con respecto a lo observado con los beneficios de los pits descrito en el capítulo anterior. Esto se debe fundamentalmente al efecto de la tasa de descuento que castiga a los flujos futuros, haciendo que los aportes de MoT, Rec y TPH ponderen menos, sobre todo para los flujos de periodos finales.

Al comparar la estrategia SCH2 (criterio CuT, MoT y Rec) con respecto a la estrategia base SCH1 (criterio Cu), se observa un aumento de un +3.2% del VPN esperado. Este aumento es esperable ya que, al igual que en los resultados de los pits finales, las leyes de molibdeno aportan positivamente sobre los flujos de caja.

Por otro lado, las secuencias SCH1 al ser revaluadas con el modelo económico E3 (criterio CuT, MoT y Rec), alcanzan un aumento del VPN esperado de solo un +1.5% con respecto a la evaluación original. Esto demuestra la importancia de que la secuencia de extracción de largo plazo deba ser optimizada considerando todas las variables importantes que determinen el valor económico.

En cuanto a la estrategia SCH3, que utiliza el modelo de TPH para establecer las restricciones de procesamiento, se observa que las secuencias alcanzan un aumento de un 8.3% en el VPN esperado con respecto a la estrategia base SCH1. Este resultado es similar, en términos del valor presente neto, respecto a lo obtenido por otros autores que también han incorporado modelos de TPH, dureza y recuperación metalúrgica. Por ejemplo, Caceres (2004) gracias a un modelo de dureza-recuperación obtiene un 5 a 15% de aumento en el VPN de un programa de largo plazo para una mina de panel caving. Mientras que Contreras (2010), al incorporar un modelo de TPH, obtiene una mejora de 9% en el VPN de un plan corto plazo (un año) para una mina a cielo abierto.

6.2.3. Secuencia de extracción

La Figura 6.3 compara visualmente las secuencias de extracción obtenidas desde las realizaciones #11 y #2, ambas utilizando la estrategia SCH3. La realización #11 es el escenario que genera el mínimo VPN para SCH3 con 2868 MUS\$, mientras que la realización #2 es la que genera uno de los VPN más altos con 3222 MUS\$ (el segundo más alto). A partir de la figura, resulta interesante notar los cambios en la secuencia de extracción, por ejemplo, la secuencia R11 indica que el sector sur del depósito debe ser extraído antes que el sector

norte, situación que se revierte en la secuencia R2.

Otro aspecto que se puede notar, es que la secuencia R2 incluye la extracción de un segundo pit de menor tamaño ubicado en el sector noroeste del depósito (que fue observado en el capítulo anterior). Recordar que este sector presenta un alto grado de incertidumbre para las leyes de CuT, de hecho, son pocos los escenarios que justifica una explotación minera económica en dicho sector, siendo la realización #2 es uno de estos escenarios.

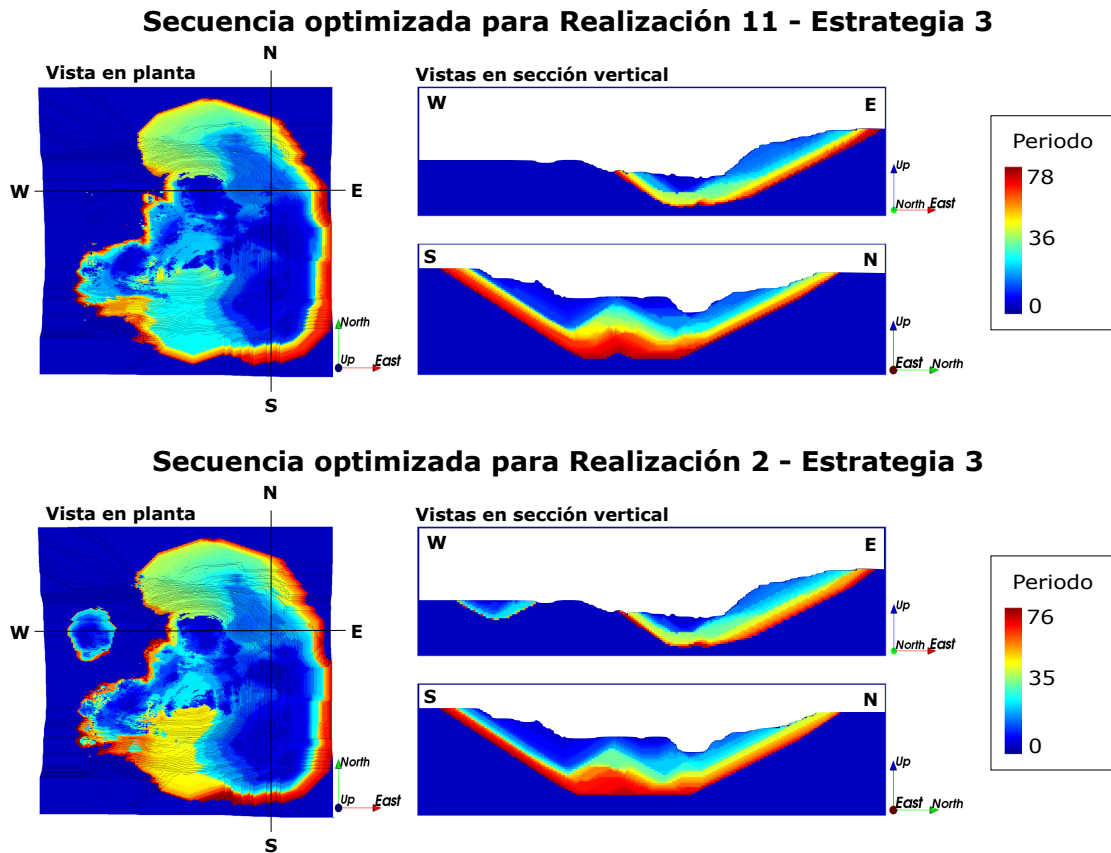
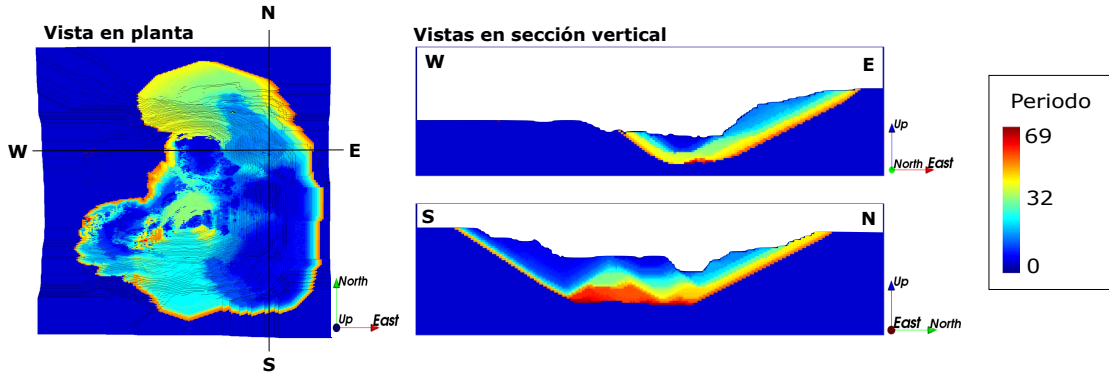


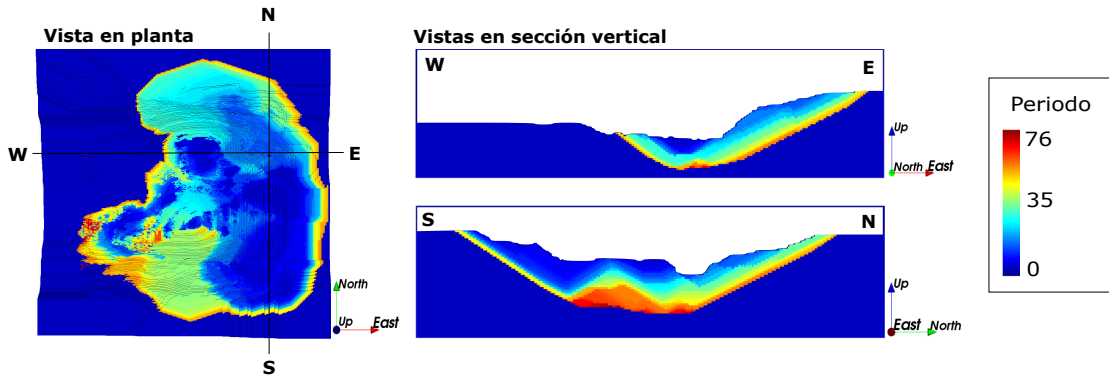
Figura 6.3: Vistas en planta y perfil para secuencias optimizadas con SCH3 (R11 y R2)

Otra comparación visual, interesante de realizar, corresponde a los cambios en la secuencias para un mismo escenario del depósito pero agendado bajo diferentes estrategia. En la Figura 6.4 se han seleccionado las secuencias obtenidas desde los modelos E-type para este propósito. Como se puede observar, las secuencias también pueden cambiar según las variables consideradas en la optimización, lo que se hace mas evidente al comparar la estrategia SCH1 con SCH2-SCH3. Notar que los tamaños de los pit E-type son más pequeños como se comentó anteriormente.

Secuencia optimizada para Modelo E-type - Estrategia 1



Secuencia optimizada para Modelo E-type - Estrategia 2



Secuencia optimizada para Modelo E-type - Estrategia 3

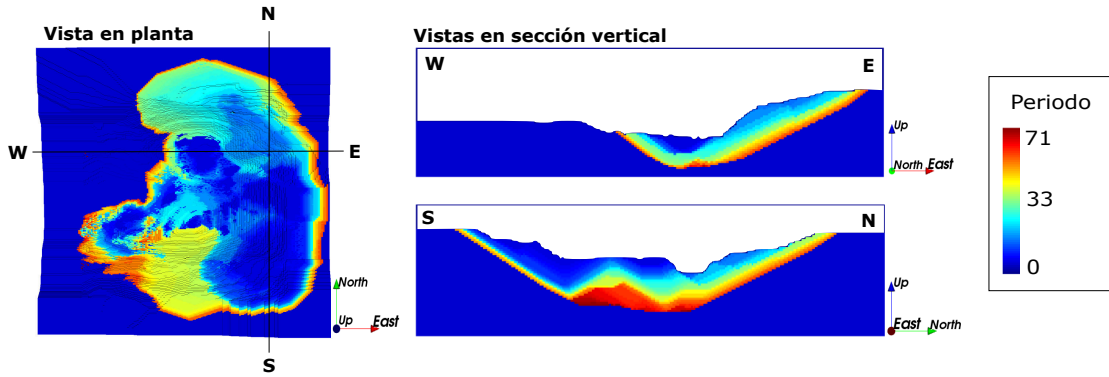


Figura 6.4: Vistas en planta y perfil para las secuencias optimizadas (modelos E-type)

Como se puede observar de las imágenes anteriores, todas las secuencias comienzan la extracción por las mismas zonas del depósito, correspondientes a los sectores de mineral expuesto con altas leyes de CuT. A partir de la inspección visual de las otras secuencias obtenidas, se puede apreciar que en general todas las secuencias comienzan en dichos sectores del depósito y luego varía la dirección de la secuencia en función de la realización y la estrategia utilizada en la optimización.

Notar además que las secuencias de bloques obtenidas no constituyen secuencias operativas, como fue mencionado anteriormente. De hecho, estas son poco conexas, observándose

bloques que son extraídos individualmente sobre todo en los primeros periodos. Esto se asocia al hecho de que el mineral se encuentra directamente expuesto sin una sobrecarga de estéril. Además, se observa las secuencias tienden a clavarse en el final de la extracción. Aún así, estas secuencias son útiles como guías de diseño que servirían posteriormente para construir un plan operativo.

En las siguientes secciones se utilizarán individualmente las secuencias para construir los planes de producción asociado. Estos planes de producción no son definitivos, solo servirán para mostrar las tendencias en ciertos indicadores y analizar el comportamiento de la optimización con las diferentes estrategias. Los indicadores considerados serán los siguientes:

- Flujos de caja no descontados
- Movimiento mina
- Vida útil mina
- Mineral a proceso
- Horas de procesamiento
- TPH
- Finos recuperables (cobre y molibdeno)
- Leyes de alimentación a planta

6.2.4. Flujos de caja

El primer indicador que se presenta son los flujos de caja no descontados (ver Figura 6.5). Para esta comparación se han seleccionado las realizaciones #11 y #37, las cuales generan el VPN mínimo (2,868 MUS\$) y máximo (3,225 MUS\$), respectivamente para la estrategia SCH3. Lo primero que se puede apreciar es una tendencia decreciente de los flujos de caja, lo que se atribuye al proceso de optimización que agenda en primer lugar los bloques que retornan los mayores beneficios económicos en base a sus características.

Por otro lado, se puede observar que la estrategia SCH3 entrega flujos levemente mayores en los primeros años del plan, lo que se acentúa para la realización #37. Aunque el aumento de los flujos de caja sea leve y ocurra principalmente al comienzo del plan, esto es suficiente para aumentar el VPN final de las estrategias SCH2 y SCH3. Esto se debe a la importancia que tienen los flujos de caja de los primeros años del plan, ya que durante el cálculo del VPN estos ponderan mucho más con respecto a los flujos de periodos finales.

Se destaca además, que en ciertos periodos de los planes se tienen flujos de caja negativos, lo que es relevante ya que se requieren flujos positivos para ser considerada reserva. Como se observa, esto ocurre para las tres estrategias evaluadas.

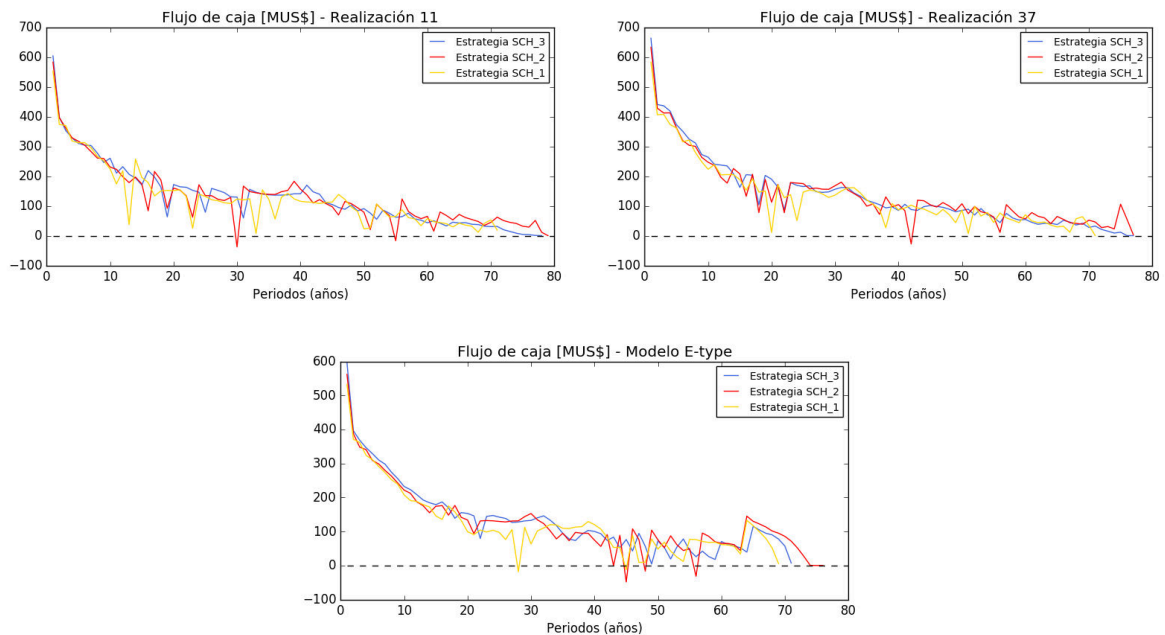


Figura 6.5: Flujos de caja para secuencias R11, R37 y E-type

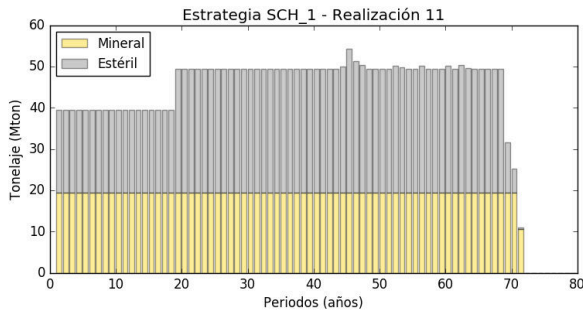
6.2.5. Planes de extracción mina

En la Figura 6.6 se muestran los planes de extracción obtenidos desde la realización #11 y los modelos E-type. Cabe mencionar que la realización #11, en particular, es el escenario que genera la envolvente de mayor tamaño (mayor tonelaje). Por otro lado, los modelos E-type generan las envolventes más pequeñas. Lo anterior se traduce en diferencias en la duración en la vida útil de la mina, necesaria para extraer la totalidad de las reservas, lo que se refleja en los planes de extracción.

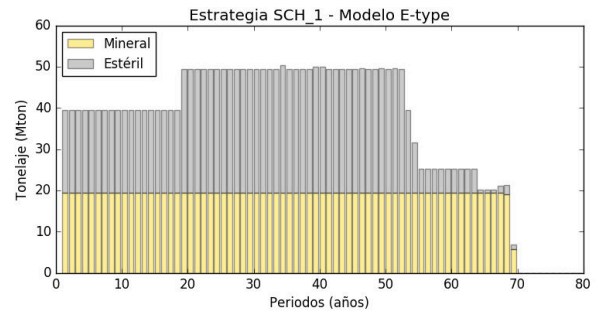
Como se puede observar en los planes obtenidos de realizaciones, el agotamiento de los materiales (estéril y mineral) ocurre en periodos similares, mientras que en los planes obtenidos desde los modelos E-type, el estéril se agota con anticipación (entre los periodo 50-60), incluso antes de que ocurra el agotamiento del mineral. Esto se debe a que la capacidad de movimiento total mina fue ajustada en base a los pits generados desde las realizaciones y no con los modelos E-type.

Los pits E-type poseen menores tonelajes con menores REM (razón estéril/mineral). Evidentemente, si la planificación hubiera comenzado a partir de los modelos E-type, se habrían seleccionado otra capacidad mina con menores de movimiento al actual. Notar que esto conduciría a un requerimiento diferente de los equipos de extracción y transporte.

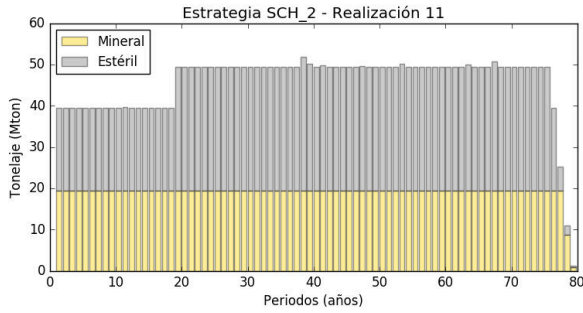
Otro aspecto interesante de comparar es el comportamiento de las restricciones de capacidad mina y planta. El movimiento mina, por un lado, se mantiene en la mayoría de los periodos en el límite inferior impuesto (39 y 49 Mton), lo que es lógico ya que esto reduce los costos de movimiento de estéril y maximiza el VPN. Pese a lo anterior, también es posible observar que en ciertos periodos se requiere aumentar el movimiento mina. Este aumento del



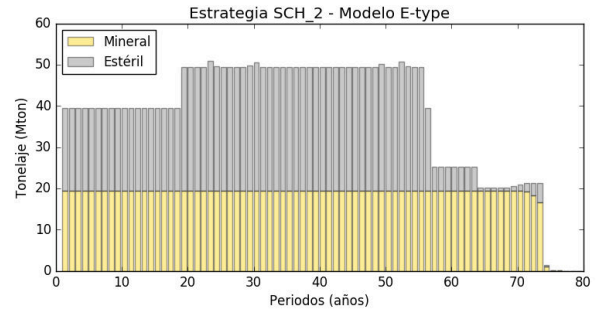
(a) SCH1 - Realización 11



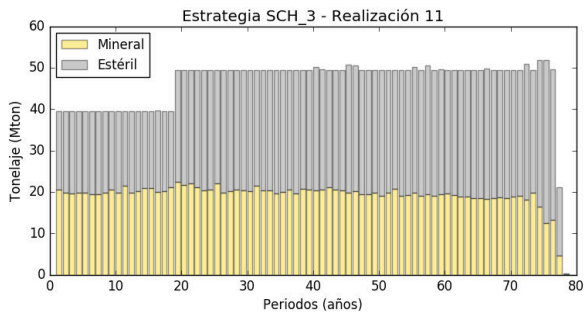
(b) SCH1 - Modelo E-type



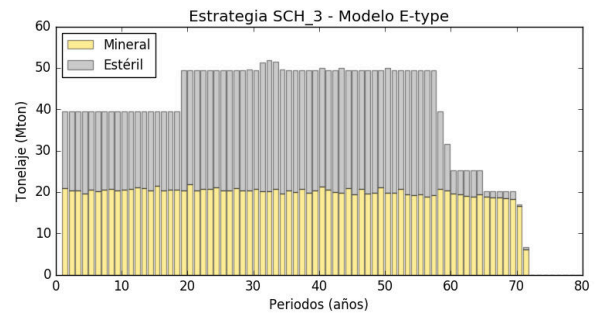
(c) SCH2 - Realización 11



(d) SCH2 - Modelo E-type



(e) SCH3 - Realización 11



(f) SCH3 - Modelo E-type

Figura 6.6: Planes de producción para R11 y E-type

movimiento podría estar justificado para dar acceso a bloques de mineral con mejores características que aumentan los flujos de caja (por ejemplo mejores leyes), o bien, simplemente se requiere para exponer el mineral en ese periodo en particular.

Por otro lado, al observar las capacidades de procesamiento se aprecia que estas se mantienen saturadas en el límite máximo impuesto que es de 19 Mton para la estrategia SCH1 y SCH2, asegurando un máximo VPN. En el caso de la estrategia SCH3, se puede apreciar que el envío de mineral a proceso es variable en el tiempo en función de la dureza del mineral, como consecuencia de la restricción basada en los tiempos de procesamiento.

El tonelaje de mineral y estéril acumulado por periodo se muestra en Figura 6.7, donde se ha seleccionado la estrategia SCH3 con el modelo E-type. Además se agrega el VPN acumulado como una analogía al gráfico pit-by-pit utilizado tradicionalmente cuando se utilizan pits anidados. Como se observa el agendamiento directo de bloques, al considerar directamente

las capacidades durante el agendamiento, no genera los saltos de tonelajes que generalmente se observa en la planificación por pits anidados. Además cada periodo contribuye con un flujo de caja incremental que aporta al VPN final. El comportamiento de los tonelajes y VPN acumulado es similar para las otras secuencias.

Debido a que el descuento sobre los periodos finales es bastante alto, la mayor parte del VPN se captura en los primeros periodos del plan, de hecho, los primeros 10 años del programa representan aproximadamente el 80 % del VPN. Por lo que una estrategia de planificación conservadora, evidentemente podría seleccionar un pit final menor al pit óptimo, ya que en valor capturado en los periodos finales es marginal para el proyecto.

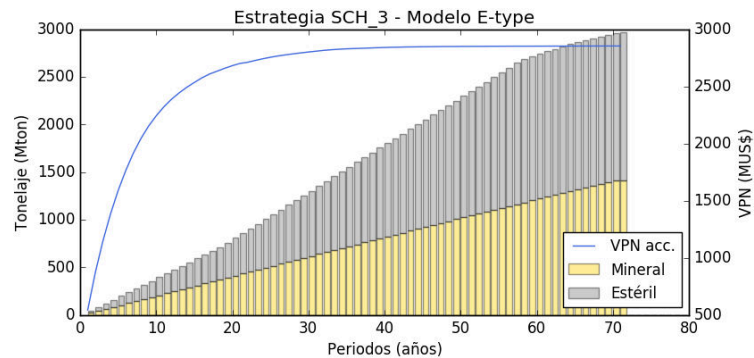


Figura 6.7: Movimiento mina y VPN acumulados por periodo (Modelo E-type - SCH3)

6.2.6. Vida útil mina

Como se comentó anteriormente cada par realización-estrategia arroja una vida útil diferente para la mina. En la Figura 6.8 se muestran los histogramas de la vida de la mina según estrategia. Como se observa, los planes de la estrategia SCH1 tienen una menor vida útil debido a las menores envolventes. Además las secuencias de la estrategia SCH3 tienden a consumir algo más rápido los reservas con respecto a SCH2 debido a la capacidad de procesamiento establecida para este caso.

Se destaca el hecho de que todas las secuencias alcanzan la extracción de la totalidad de las reservas definidas dentro de las envolventes económicas. Por lo tanto, considerando un criterio de máximo VPN para la selección de un pit final, estas envolventes efectivamente corresponden al pit final para las capacidades consideradas.

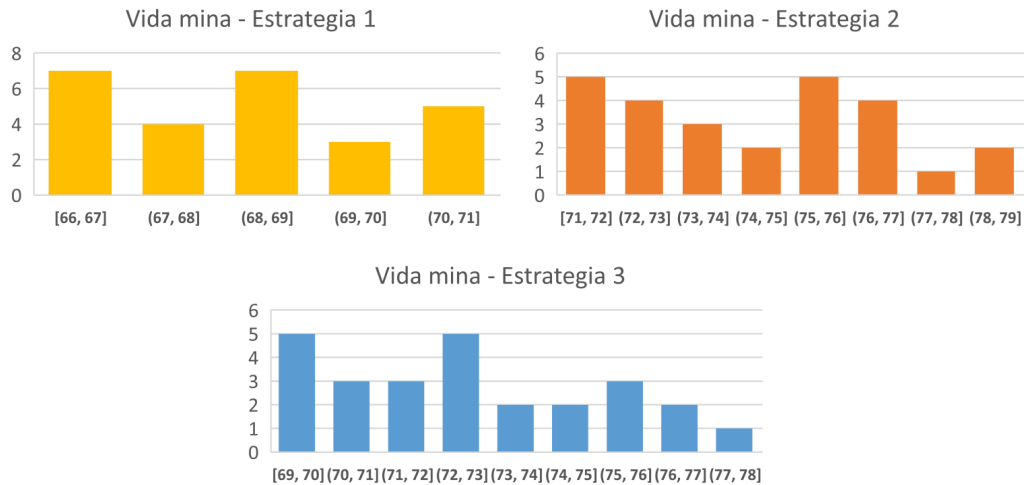


Figura 6.8: Vida útil mina (años) según estrategia

6.2.7. Capacidades de procesamiento

La Figura 6.9 se muestra la alimentación de mineral enviada a planta para las realizaciones #11 y #37. Se consideran las tres estrategias evaluadas en un mismo gráfico para su comparación.

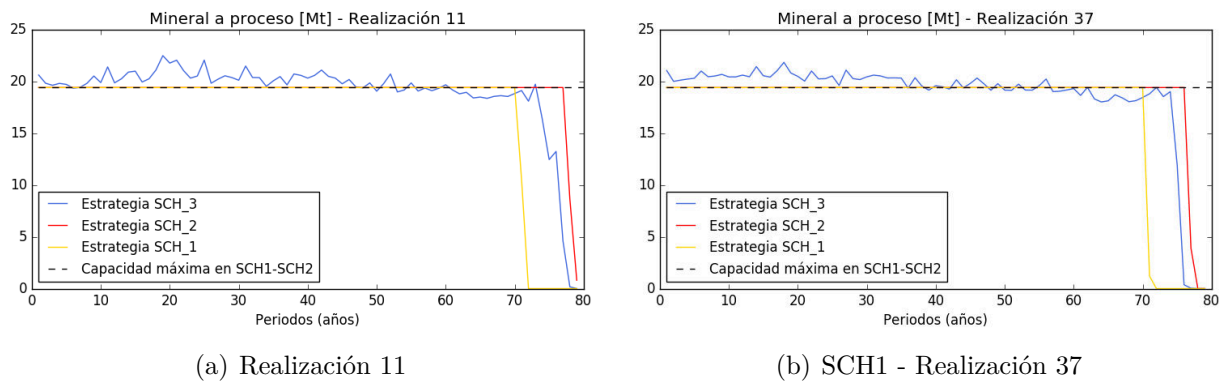


Figura 6.9: Mineral a proceso por periodo

Como se observa en la figura, para el plan de la estrategia SCH3 (en color azul) la alimentación muestra una tendencia decreciente: primero se superan las 19 Mton (impuestas como restricción para SCH1 y SCH2) y luego, hacia el final del plan, la cantidad de mineral cae por debajo de este límite. Lo anterior se explica por un procesamiento de minerales más blandos al comienzo del plan, con menores tiempos de conminución lo que permiten aumentar el tonelaje por periodo. Mientras que al final del plan se procesan los minerales más duros que requieren un mayor tiempo de procesamiento y, por lo tanto, cae el tonelaje enviado a planta.

En la Figura 6.10, por otro lado, se presentan las horas de procesamiento para las mismas realizaciones mostradas anteriormente. Como se observa la estrategia SCH3 satura las horas disponibles por periodo, mientras que las estrategias SCH1 y SCH2 presentan una tendencia ascendente en las horas de procesamiento utilizadas.

Para las estrategias SCH1 y SCH2 se diferencian dos casos. En la primera parte del plan, se tienen periodos con tiempos ociosos de procesamiento, es decir, horas disponibles de procesamiento que no son utilizadas. Luego, hacia el final del plan se tiene el caso contrario, es decir, periodos donde el tiempo disponible se encuentra superado por las horas planificadas. En los últimos periodos del plan, dada la aparición de minerales de mayor dureza, difícilmente se podrá cumplir con el tonelaje planificado de 19 Mton por periodo en las estrategias SCH1 y SCH2 (como se indica en la Figura 6.9).

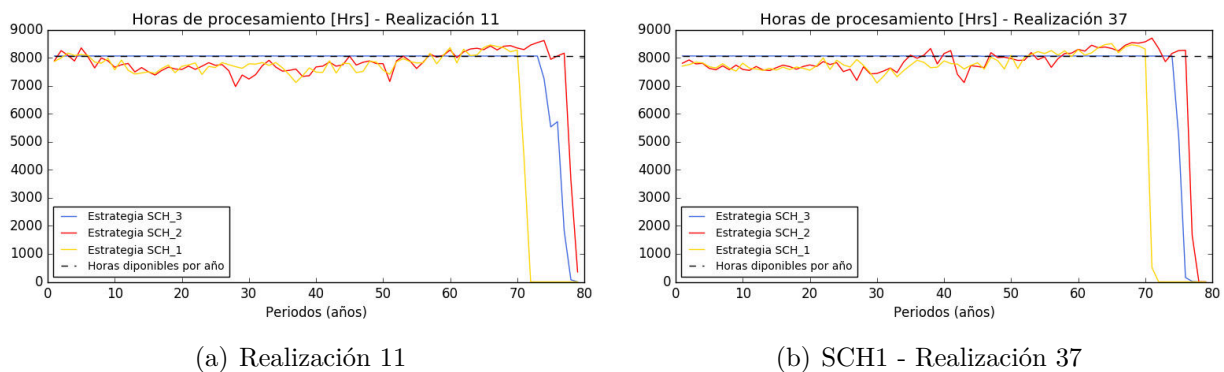


Figura 6.10: Horas de procesamiento utilizadas por periodo

De los análisis anteriores se desprende que las secuencias extraen, al comienzo del plan, minerales más blandos con mejores capacidades de procesamiento y luego, hacia el final del plan (con la extracción de sectores ubicados en mayor profundidad), se tienen minerales de mayor dureza con peores características de procesamiento. Notar que este comportamiento, más que un resultado de la optimización, se atribuye a la disposición espacial de la dureza del mineral dentro de la mina. Las estrategias SCH1 y SCH2 también extraen minerales blandos al comienzo y minerales de mayor dureza hacia el final, aún cuando no toman en cuenta la capacidad de procesamiento como variable para la optimización.

Lo anterior se reafirma al observar las capacidades de procesamiento calculadas en términos de toneladas por hora por periodo (ver Figura 6.11). El rendimiento mostrado en estos gráficos fue calculado, periodo a periodo, al dividir el tonelaje procesado por el tiempo de procesamiento total utilizado. Se observa una tendencia decreciente con variaciones irregulares para las tres estrategias, donde claramente el mineral hacia el final del plan posee menores rendimientos de procesamiento.

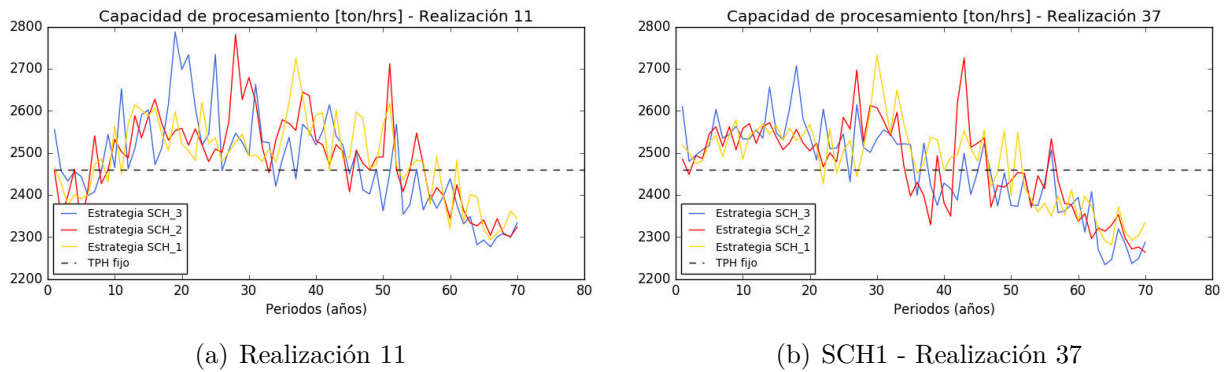


Figura 6.11: Capacidad de procesamiento (en ton/hr) por periodo

Notar además que en los gráficos anteriores se ha incluido como referencia la capacidad de procesamiento fija (línea discontinua) que fue utilizada en las estrategias SCH1 y SCH2 como restricción. Se puede observar que en los periodos donde la capacidad de procesamiento estimada es superior a la capacidad fija, es justamente cuando la estrategia SCH3 envía más mineral a planta, aprovechando esta nueva información.

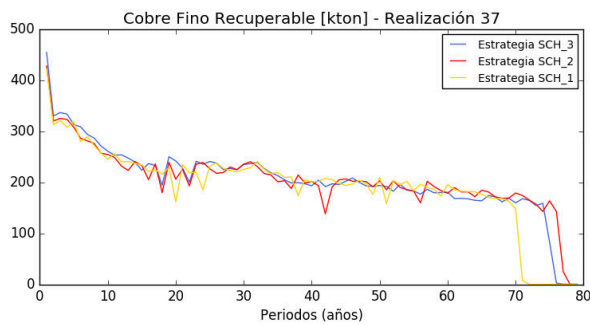
La alta variabilidad observada para capacidad de procesamiento del mineral, a lo largo del plan, como se muestra en la Figura 6.11, deja en evidencia que asumir una capacidad de procesamiento fija difícilmente podrá representar el procesamiento de toda la vida de la mina.

Además, al considerar que la capacidad de procesamiento impacta fuertemente sobre los resultados financieros del plan. La dureza del mineral (y las TPH), en particular su distribución dentro del depósito, pasa a ser indudablemente uno de los factores clave para el cumplimiento de los planes de producción.

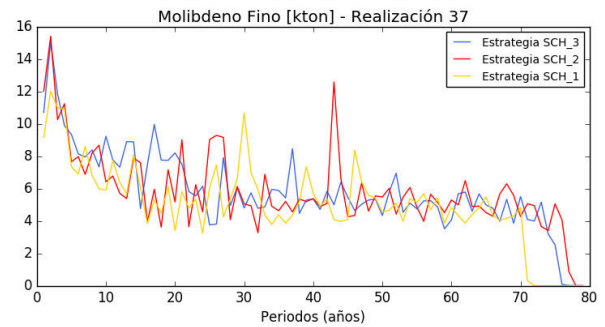
Por ejemplo, en el caso hipotético que este mismo depósito hubiera presentado una tendencia contraria, con minerales de alta dureza al comienzo del plan, los resultados de la SCH3 serían incluso peores que los obtenidos de la estrategia SCH2, ya que se planificarían menores tonelajes de mineral al comienzo del plan, lo que afectaría fuertemente los flujos de caja de los primeros años y por lo tanto al VPN.

6.2.8. Contenido de finos y leyes en la alimentación a planta

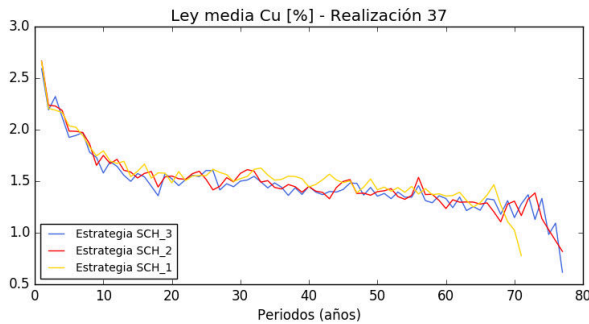
Los otros indicadores interesantes de comparar son los finos recuperables contenidos en el mineral y las leyes medias alimentadas a la planta. Estos indicadores se muestran en la Figura 6.12 para la realización #37.



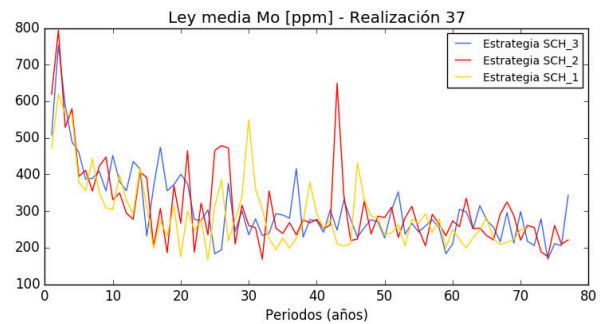
(a) Cu Fino Rec. - Realización 37



(b) Mo Fino - Realización 37



(c) Ley Cu - Realización 37



(d) Ley Mo - Realización 37

Figura 6.12: Contenido de finos y leyes (Cu y Mo) para la realización #37

Al comparar los perfiles de cobre fino (Figura 6.2.8) se observa una la tendencia general decreciente, para todas las estrategias y realizaciones. Notar que esta tendencia se bastante similar al comportamiento de los flujos de caja no descontados observados anteriormente. En cuanto a la producción de molibdeno (Figura 6.2.8), se aprecia un comportamiento errático pero con una tendencia general igualmente decreciente.

Ahora, si se comparan los perfiles de leyes (Figura 6.2.8), se puede observar un comportamiento relativamente similar a los perfiles de finos. Sin embargo, notar que las estrategias SCH2 y SCH3 alimentan a la planta menores leyes medias de CuT sobre todo en los primeros años del plan. En el caso de la estrategia SCH2, leyes medias de CuT se ven impactadas de forma negativa como consecuencia de la incorporación de mineral con mayores leyes de MoT. Si bien la leyes de CuT se ven afectadas, el efecto del molibdeno permite compensar y aumentar los flujos de caja netos. Mientras que en el caso de la estrategia SCH3 ocurre algo similar, pero se suma el efecto de procesar un mayor tonelaje (en los primeros periodos), que si bien afecta negativamente a las leyes medias de CuT, la cantidad de finos producida es mayor.

Lo anterior demuestra la conveniencia que tiene disminuir las leyes de cobre en la alimentación en favor de otras características del mineral que aportan en conjunto mayor valor. En este caso, aumentando la capacidad de procesamiento y alimentando mejores leyes de molibdeno a la planta.

Capítulo 7

Análisis de incertidumbre y riesgo geológico

En los capítulos anteriores se han utilizado las realizaciones del depósito para representar múltiples escenarios diferentes, sobre los cuales se aplicó la optimización del pit final y el agendamiento de la producción. Como resultado del proceso se obtuvieron diferentes pit finales con sus secuencias, optimizadas específicamente para el escenario que fue utilizado, y que pueden tener uso como una guía de diseño para la construcción de un plan minero final.

Evidentemente algunas secuencias responderán mejor que otras frente a la incertidumbre del depósito. En este sentido, este capítulo busca evaluar la incertidumbre de los pits y secuencias obtenidas, la cuales se considerarán como diferentes opciones individuales que tienen diferentes niveles riesgo producto de la incertidumbre.

El procedimiento para evaluar la incertidumbre se esquematiza a través de la Figura 7.1. El proceso consiste en evaluar cada plan (secuencia o pit) utilizando las realizaciones de depósito y luego se obtienen los indicadores importantes (VPN, beneficio, toneladas, leyes, etc.) para finalmente calcular sus estadísticas asociadas.

	Realización 1	Realización 2	Realización 3	...	Realización 50	Modelo E-type	
Plan 1	$VPN_{1,1}$	$VPN_{1,2}$	$VPN_{1,3}$...	$VPN_{1,50}$	$VPN_{1,51}$	→ Estadísticas Plan 1
Plan 2	$VPN_{2,1}$	$VPN_{2,2}$	$VPN_{2,3}$...	$VPN_{2,50}$	$VPN_{2,51}$	→ Estadísticas Plan 2
Plan 3	$VPN_{3,1}$	$VPN_{3,2}$	$VPN_{3,3}$...	$VPN_{3,50}$	$VPN_{3,51}$	→ Estadísticas Plan 3
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Plan 25	$VPN_{25,1}$	$VPN_{25,2}$	$VPN_{25,3}$...	$VPN_{25,50}$	$VPN_{25,51}$	→ Estadísticas Plan 25
Plan E-type	$VPN_{26,1}$	$VPN_{26,2}$	$VPN_{26,3}$...	$VPN_{26,50}$	$VPN_{26,51}$	→ Estadísticas Plan E-type

Figura 7.1: Esquema del procedimiento de evaluación de la incertidumbre

7.1. Incertidumbre en pit finales

A continuación se muestran los resultados del procedimiento de evaluación de la incertidumbre aplicado sobre los pits finales obtenidos con la estrategia E3 en el Capítulo 5. Los indicadores que serán analizados son: el beneficio, el tonelaje de mineral, la REM, la ley media y el contenido de finos.

En la Figura 7.2 se presentan los beneficios de los 51 pits obtenidos con la estrategia E3, los cuales fueron ordenados según el valor esperado (promedio) de las realizaciones. El PIT_33 es el que logra el máximo beneficio con 10,164 MUS\$, superando en +192 MUS\$ (+2%) al PIT_02 con el cual se obtiene beneficio esperado más bajo. Se destaca que esta diferencia en el beneficio esperado de los pits no se ve explicada por la particularidades de cada realización (p. ej., en términos de ley media o contenido de cobre finos). En efecto, al graficar el valor medio de los pits versus las leyes medias por realización, no se observa ninguna tendencia ni correlación.

Otro aspecto que es posible observar en la Figura 7.2 es que los beneficios esperados de los pits se comportan prácticamente igual frente a la incertidumbre. En particular, todas las distribuciones presentan en general una amplitud bastante similar, lo que es un indicador de que los pits tienen un nivel similar de riesgo. Los valores de los beneficios estimados y el rango de incertidumbre para los pits #33, #2 y E-type se pueden observar más en detalle a través de la Tabla 7.1. Como se aprecia, lo más probable (90% de los casos) es que el beneficio se encuentre dentro un rango menor al $\pm 5\%$ en torno a su valor estimado.

En cuanto a los valores estimados con los modelos E-type (mostrados con una línea negra discontinua en la Figura 7.2), se observa que estos son subestimados con respecto a las realizaciones. Esta subestimación representa una reducción del beneficio en torno a un 7-8% con respecto al promedio de las realizaciones. Como se verá en lo siguiente, este mal desempeño de los pits evaluados con los modelos E-type se debe al comportamiento no lineal de la función de valor cuando esta se alimenta de un modelo con valores esperados.

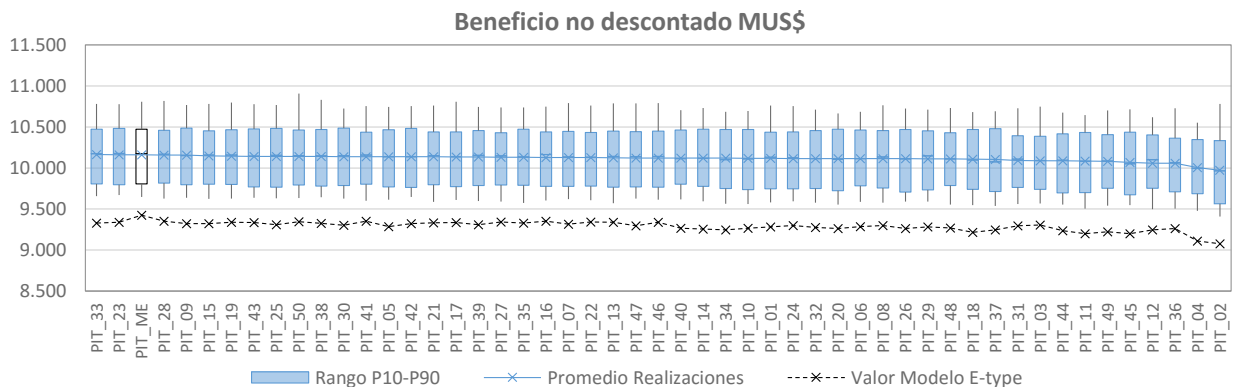
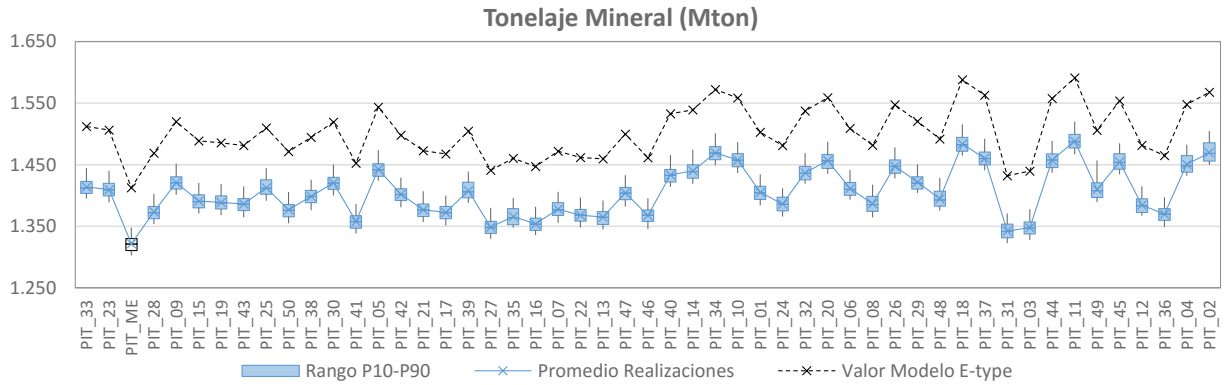


Figura 7.2: Perfiles de Riesgo para el Beneficio de los pits obtenidos con la estrategia E3

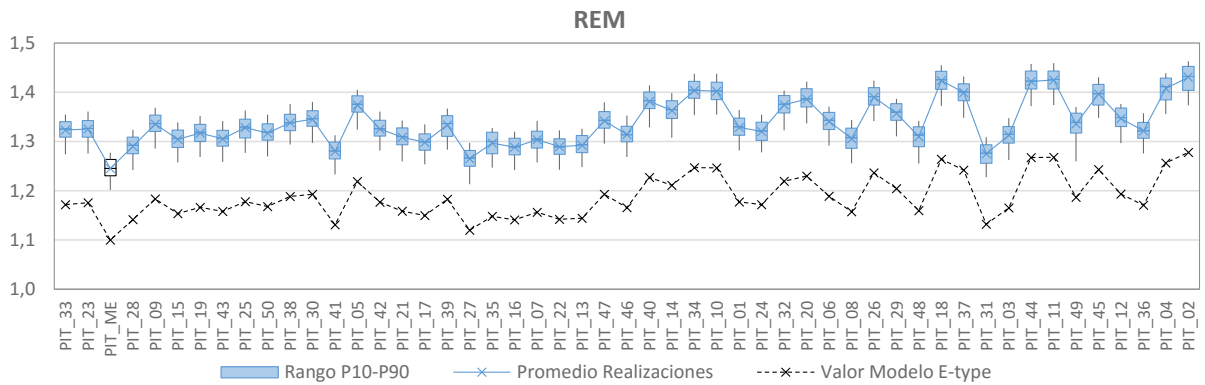
Tabla 7.1: Estimación del Beneficio en los pits #33, #2 y E-type (ME)

Pit	Modelo E-type	Promedio Sim. (\bar{x})	Error máx $+(\max-\bar{x})/\bar{x}$	Error mín $-(\bar{x}-\min)/\bar{x}$	Error P95 $+(P95-\bar{x})/\bar{x}$	Error P5 $-(\bar{x}-P5)/\bar{x}$
PIT_33	9,330	10,164	+6.1 %	-5.0 %	+3.6 %	-4.2 %
PIT_02	9,076	9,971	+8.1 %	-5.6 %	+4.7 %	-5.1 %
PIT_EM	9,425	10,162	+6.4 %	-5.1 %	+3.4 %	-3.9 %

El siguiente indicador analizado es el tonelaje de mineral. Los perfiles de riesgo se muestran en la Figura 7.3(a). Como se observa, el tonelaje de mineral difiere según cada pit, variando entre 1,321 Mton de mineral con el PIT_EM y 1,469 Mton con el PIT_2. En la Tabla 7.2 se puede apreciar más en detalle la estimación del tonelaje de mineral para los pits #33, #2 y E-type. Notar que el nivel de incertidumbre es menor con respecto a la incertidumbre en el beneficio. En este caso, con una confianza del 90 %, se espera que el tonelaje de mineral se encuentre dentro del rango $\pm 1,3\%$ en torno al valor estimado.



(a) Tonelaje de Mineral (Mton)



(b) REM

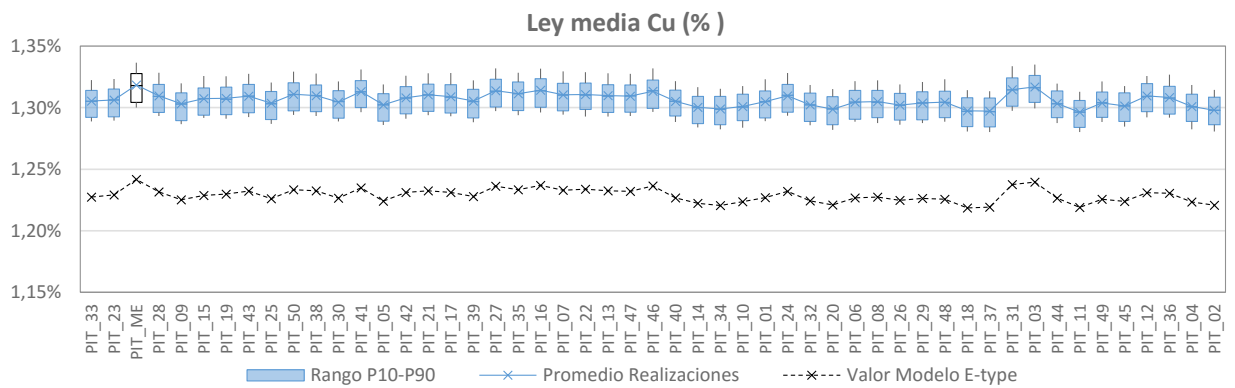
Figura 7.3: Perfiles de Riesgo para Mineral y REM (E3)

Tabla 7.2: Estimaciones del tonelaje de mineral en los pits #33, #2 y E-type (ME)

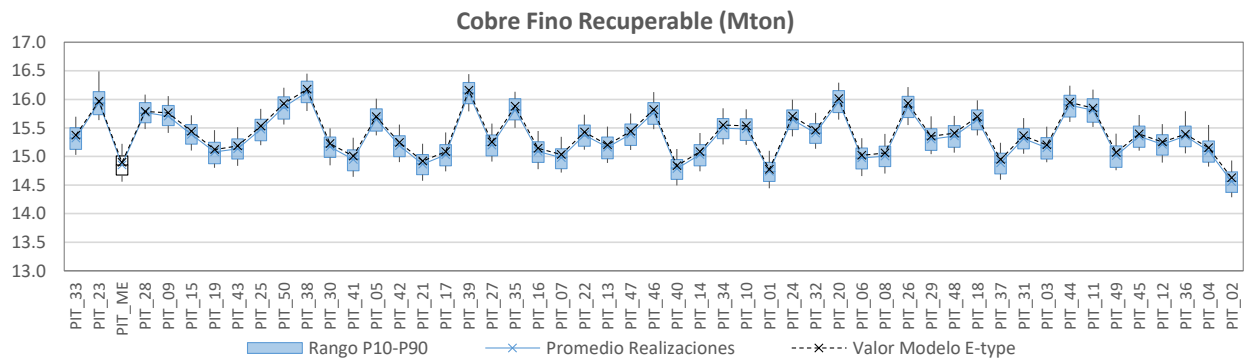
Pit	Modelo E-type	Promedio Sim. (\bar{x})	Error máx $+(\max-\bar{x})/\bar{x}$	Error mín $-(\bar{x}-\min)/\bar{x}$	Error P95 $+(P95-\bar{x})/\bar{x}$	Error P5 $-(\bar{x}-P5)/\bar{x}$
PIT_33	1,512	1,414	+2.2 %	-1.3 %	+1.2 %	-1.0 %
PIT_02	1,568	1,469	+2.4 %	-1.3 %	+1.3 %	-1.3 %
PIT_EM	1,413	1,321	+2.0 %	-1.4 %	+1.0 %	-1.0 %

En cuanto a la estimación E-type del tonelaje de mineral, como se puede apreciar por la línea negra de la Figura 7.3(a), se tiene que alcanzan valores sobrestimados con respecto a las realizaciones, lo que equivale a un aumento entorno a un 7% con respecto al mineral estimado por realizaciones. Dado lo anterior, la REM de los pits evaluados con modelos E-type es menor, tal como se observa en la Figura 7.3(b).

Como se verá a continuación, al igual como se observó en capítulos anteriores, esta sobrestimación del tonelaje de mineral también viene acompañado de menores leyes medias, lo que impacta en negativamente la evaluación económica del beneficio.



(a) Ley media Cu



(b) Cobre Fino Recuperable (Mton)

Figura 7.4: Perfiles de Riesgo para ley media y finos de cobre (E3)

La Figura 7.4 muestra los perfiles de riesgo para la ley media y el cobre fino recuperable por

pit. Como se observa, la ley media de Cu es subestimada por los modelos E-type, mientras que el cobre fino recuperable es similar para ambos tipos de modelos. En la Tabla 7.3 se pueden ver más en detalle las estimaciones de cobre fino recuperable para los pit #33, #2 y E-type (ME).

Tabla 7.3: Estimaciones del cobre fino recuperable en los pits #33, #2 y E-type (ME)

Pit	Modelo E-type	Promedio Sim. (\bar{x})	Error máx $+(\max-\bar{x})/\bar{x}$	Error mín $-(\bar{x}-\min)/\bar{x}$	Error P95 $+(P95-\bar{x})/\bar{x}$	Error P5 $-(\bar{x}-P5)/\bar{x}$
PIT_33	15.5	15.4	+2.3 %	-1.8 %	+1.2 %	-1.5 %
PIT_02	16.0	15.9	+3.4 %	-1.9 %	+1.6 %	-1.8 %
PIT_EM	14.6	14.6	+2.5 %	-1.9 %	+1.3 %	-1.4 %

Como se observó anteriormente, cuando se utilizan modelos E-type en la evaluación de los pits se genera un sesgo en las estimaciones subyacentes. Este hecho da cuenta del comportamiento no lineal de la función de transferencia involucrada $F(\cdot)$ (en este caso el proceso valorización y cálculo del beneficio), de modo que al utilizar los valores esperados de las leyes $E\{X\}$ se obtiene una estimación que no coincide con el valor esperado del proceso, es decir, $F(E\{X\}) \neq E(F\{X\})$.

En particular, las discrepancias en las estimación del beneficio se pueden explicar por el sesgo que surge al seleccionar el mineral de los modelos E-type. Como se observó anteriormente, cuando se utilizan los modelo E-type de se estima una mayor candad de tonelaje de mineral pero con una menor ley media. Al mismo tiempo, para un pit, se tiene que la estimación E-type de finos de cobre es similar a las estimación por simulaciones. Por lo tanto, con los modelos E-type se debe pagar un costo extra de procesamiento para producir la misma cantidad de cobre fino. Visto de otro modo, los ingresos de ambas estimaciones son similares (al tener estimaciones similares de cobre fino), sin embargo, el modelo E-type estima mayores costos de procesamiento, lo cual impacta negativamente sobre el beneficio.

La Figura 7.5 se presenta, a modo de ejemplo, la curva tonelaje-ley considerando el tonelaje cubicado dentro de los límites del pit final #1 obtenido con la estrategia E1. Como se puede observar, al considerar leyes de corte bajas, el tonelaje de mineral es sobrestimado por el modelo E-type; mientras que para las leyes de de corte mayores, el tonelaje de mineral es subestimado. La ley media, por su parte, es subestimada por el modelo E-type para todo el rango de leyes de corte.

Lo anterior corrobora el comportamiento observado en los perfiles de riesgo presentados anteriormente, donde el modelo E-type sobrestima los tonelajes de mineral y subestima la ley media de Cu con respecto a lo estimado con las simulaciones. Además, deja en evidencia que el error en la estimación de mineral depende de la ley de corte utilizada y, por lo tanto, de los parámetros económicos (precios y costos) y técnicos (p. ej., recuperación metalúrgica) utilizados.

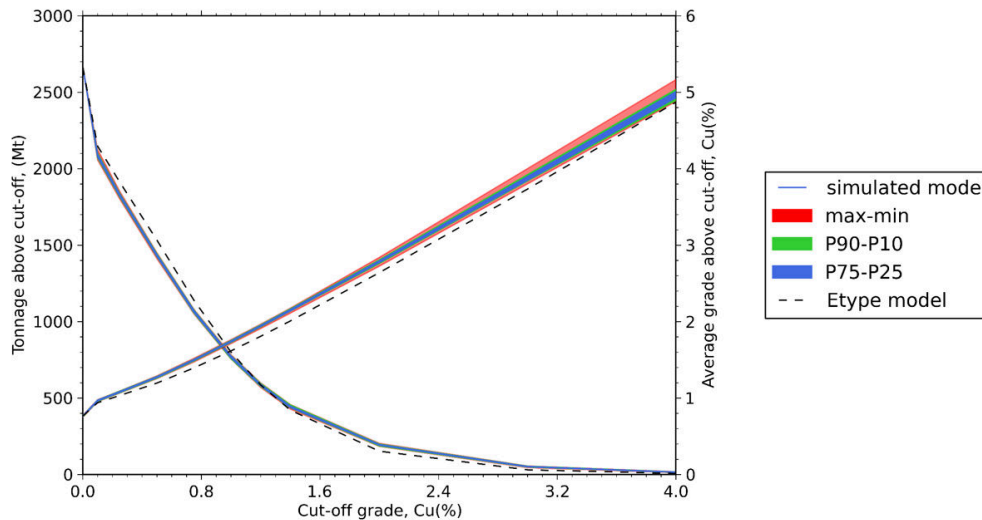


Figura 7.5: Curva tonelaje-ley para reservas definidas por el PIT_1_SCH1

7.2. Incertidumbre en planes de producción

En esta sección se utiliza el mismo procedimiento anterior para evaluar la incertidumbre, pero esta vez aplicado sobre las secuencias de extracción. En este caso se analizará el valor presente neto de cada secuencia, así como de otros indicadores de los planes de producción en una base anual (como tonelajes de mineral, horas de procesamiento, leyes y finos contenidos).

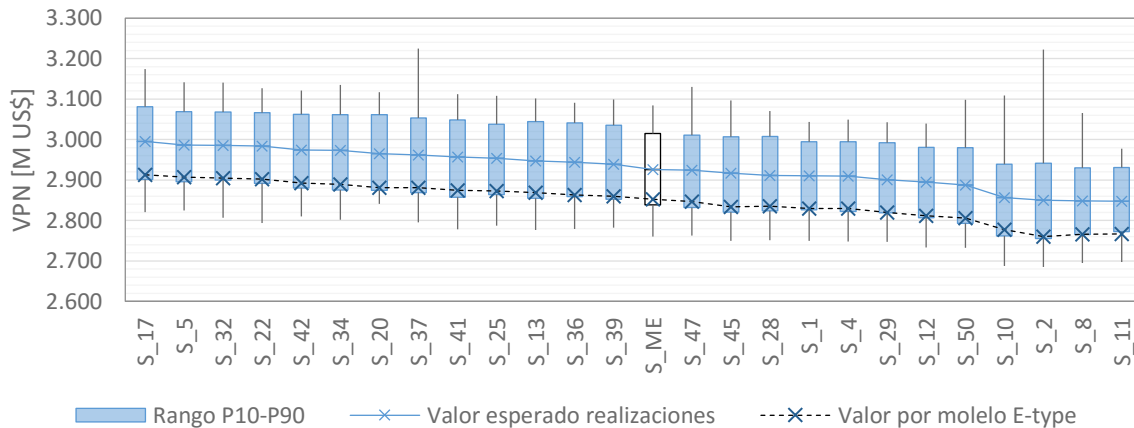


Figura 7.6: Perfiles de Riesgo para VPN (SCH3)

En la Figura 7.6 se presentan los perfiles de riesgo para el valor presente neto de las secuencias obtenidas con la estrategia SCH3. En este caso, se tienen 26 secuencias, donde cada una de ellas fue evaluada usando las 50 simulaciones y los modelos E-type, de modo que para cada secuencia se genera, respectivamente, una distribución y una estimación puntual

del VPN. Cabe señalar que el procedimiento para evaluar la secuencias contra los modelos simulados y E-type, consideró la re-asignación de destinos de los bloques según cada escenario del depósito, por lo tanto, se tiene que eventualmente podrían existir discrepancias entre las capacidades exigidas en las optimización y lo resultante del plan (ver sección 7.2.1 y 7.2.2).

Como se observa de la figura, la secuencia S_17 es la que logra el mayor VPN esperado con 2,995 MUS\$, alcanzando +148 MUS\$ (+5%) adicionales con respecto a la secuencia S_11 que es la peor opción. Estos valores con sus incertidumbres asociadas se pueden observar con mayor detalle en la Tabla 7.4. Se debe notar que, como solo se consideraron 25 secuencias de las 50 que eventualmente se podrían haber generado de las simulaciones, es posible que existan otras secuencias que puedan conseguir mejores resultados frente a la incertidumbre.

De la figura también es posible observar que las secuencias S_37 y S_2 poseen una mayor variabilidad con respecto a las demás. La secuencia S_2, en particular, tiene la posibilidad de alcanzar un VPN relativamente alto de 3,100 MUS\$, que es un aumento +13.1% con respecto a su valor esperado. Dicho valor, no obstante, está sujeto a un alto riesgo ya que en realidad solo existe un 2% de probabilidad para alcanzar dicho VPN. Como se observó en el capítulo 6 la secuencia S_2 incluye los recursos de un pit satélite ubicado en la zona noroeste del depósito (ver Figura 6.3), que si bien poseen buenas leyes de CuT para realización 2, para las otras realizaciones dicho sector no es económico y, por lo tanto, su explotación involucra un alto grado de riesgo. Una forma de gestionar este riesgo podría ser a través de una campaña de sondajes en dicho sector para compensar el déficit de muestras y corroborar la existencia (o no) de recursos económicos.

Tabla 7.4: Estimaciones de VPN en las secuencias #17, #11, #2 y E-type (ME)

	Modelo E-type	Promedio Sim. (\bar{x})	Error máx $+(\max-\bar{x})/\bar{x}$	Error mín $-(\bar{x}-\min)/\bar{x}$	Error P95 $+(P95-\bar{x})/\bar{x}$	Error P5 $-(\bar{x}-P5)/\bar{x}$
S_17	2,913	2,995	+6.0%	-5.8%	+4.6%	-3.8%
S_11	2,767	2,848	+4.6%	-5.3%	+4.1%	-3.5%
S_2	2,760	2,850	+13.1%	-5.8%	+4.2%	-4.1%
S_ME	2,852	2,926	+5.4%	-5.7%	+4.2%	-3.7%

Dado a que se consideró las re-asignación de destinos en la evaluación del VPN, los valores mostrados anteriormente podrían resultar engañosos. Sin embargo, cabe señalar que una evaluación sin considerar la re-asignación de destinos conduce a valores de VPN esperados significativamente menores. Por ejemplo, la secuencia S_17 que alcanza 2,995 MUS\$ en términos esperados, sin la re-asignación de destinos alcanza 2,822 MUS\$, lo que representa una reducción de un -6%. Esto también es válido para las otras secuencias, por lo que se tiene que en torno a un 6 - 7% del valor presente neto depende de una correcta asignación de destinos.

En cuanto a las estimaciones realizadas con los modelo E-type (línea negra discontinua en la Figura 7.6), se observa que el VPN es subestimado con respecto a lo esperado de las realizaciones, lo que concuerda con lo observado en resultados anteriores. Por ejemplo, considerando la secuencia S_17, se tiene que el modelo E-type estima un VPN de 2913 MUS\$, que es un 3% menos con respecto a lo esperado por realizaciones (2,995 MUS\$). Visto de otra

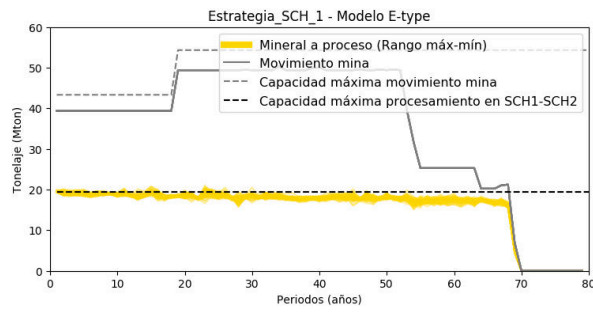
forma, esto significa que existe solo un 88 % de probabilidad de alcanzar la estimación E-type del VPN. Este porcentaje de cumplimiento es en realidad bastante bueno, sin embargo, no considera que las estimaciones E-type también presentan inconsistencias en las capacidades requeridas, como será observado más adelante.

7.2.1. Incertidumbre en el tonelaje de mineral alimentado a planta

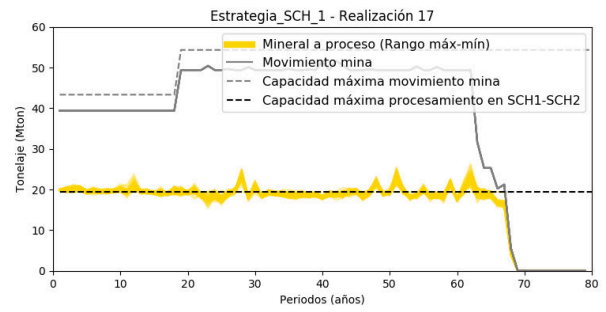
En esta sección se utilizan las 50 simulaciones para cuantificar la variabilidad en el tonelaje de mineral alimentado a planta. La Figura 7.7 muestra los planes de producción obtenidos con modelos E-type (secuencias S_ME) y la realización #17 (secuencias S_17) desde las estrategias de agendamiento SCH1, SCH2 y SCH3 (las cuales se representan por los colores amarillo, rojo y azul, respectivamente).

De la figura es posible observar que las estrategias SCH1 y SCH2 (color amarillo y rojo, respectivamente), que fueron construidas con una restricción de procesamiento máxima de 19.39 Mton, presentan desviaciones en los tonelajes de mineral con respecto a lo impuesto en la optimización, ya sea con alzas o caídas de mineral por periodo. En particular es posible reconocer ciertos periodos problemáticos en los plan de producción, donde el tonelaje de mineral es menor de lo esperado. Los anterior se observa sobre todo en los últimos periodos de los planes obtenidos con los modelos E-type.

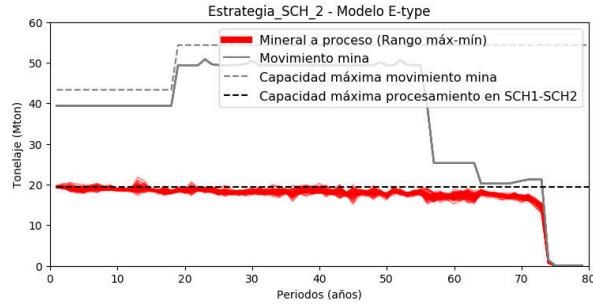
Esta comportamiento es esperable, ya que las secuencias fueron optimizadas de forma determinística considerando solo un escenario del depósito, por lo tanto, al evaluar otros escenarios sobre una secuencia, es lógico obtener estas desviaciones de mineral con respecto a lo requerido.



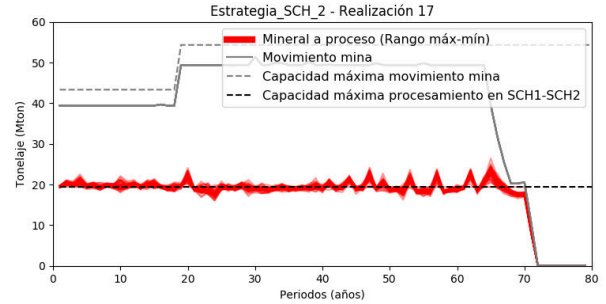
(a) Secuencia E-type (Estrategia SCH1)



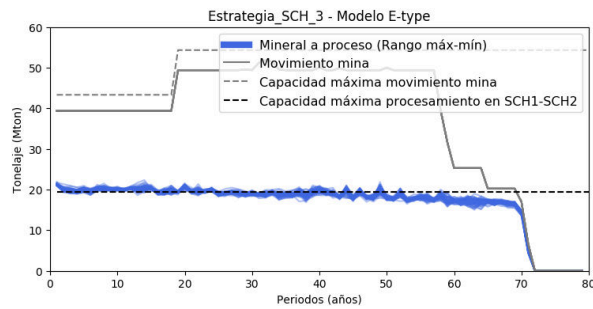
(b) Secuencia S_17 (Estrategia SCH1)



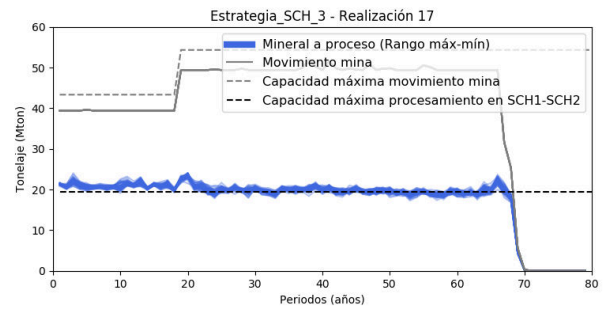
(c) Secuencia E-type (Estrategia SCH2)



(d) Secuencia S_17 (Estrategia SCH2)



(e) Secuencia E-type (Estrategia SCH3)



(f) Secuencia S_17 (Estrategia SCH3)

Figura 7.7: Planes de producción bajo incertidumbre geológica

Para observar con mayor detalle la variabilidad en los tonelajes de mineral, se presenta la Tabla 7.5 con las estimaciones E-type y las obtenidas con las realizaciones, para los primeros 10 años de la secuencia S_ME_SCH2 (secuencia obtenida con los modelos E-type y estrategia SCH2).

Notar que los tonelajes E-type no presentan desviaciones ya que corresponde al modelo que fue utilizado en la optimización. En cuanto a las estimaciones obtenidas con las realizaciones, se observa que los tonelajes promedio están levemente por debajo del límite impuesto en la restricción, alcanzando como máximo una desviación de $-3,2\%$ con respecto a las 19 Mton exigidas.

Tabla 7.5: Secuencia S_ME_SCH2. Detalle del tonelaje de mineral para los primeros 10 años del plan teórico

Periodo (año)	E-type		Realizaciones					
	Ton (Mton)	Desviación Restricción (%)	Promedio (Mton)	Error máx (+%)	Error mín (-%)	Error P95 (+%)	Error P5 (-%)	Desviación Restricción (%)
1	19.39	0.0%	19.45	1.6%	-1.0%	1.0%	-0.7%	0.3%
2	19.39	0.0%	19.40	4.0%	-2.4%	2.0%	-1.8%	0.0%
3	19.39	0.0%	19.23	6.4%	-4.8%	4.0%	-4.1%	-0.8%
4	19.39	0.0%	18.80	7.1%	-4.0%	3.2%	-3.4%	-3.1%
5	19.39	0.0%	18.79	5.7%	-4.6%	4.0%	-4.1%	-3.1%
6	19.39	0.0%	19.11	4.1%	-4.1%	2.9%	-3.2%	-1.4%
7	19.39	0.0%	19.19	5.4%	-5.9%	4.2%	-4.4%	-1.0%
8	19.39	0.0%	19.04	3.2%	-2.7%	2.1%	-2.2%	-1.8%
9	19.39	0.0%	19.14	3.6%	-2.8%	2.8%	-2.6%	-1.3%
10	19.39	0.0%	18.77	1.7%	-2.0%	1.3%	-1.3%	-3.2%

Para contrastar los datos anteriores, se presenta la Tabla 7.6 con las estimaciones de tonelajes para la secuencia S_17_SCH3. Notar que en estrategia SCH3 no se aplica la restricción de 19 Mton por año, por lo que se tiene que el mineral esperado (promedio de las realizaciones) supera significativamente esta capacidad. Notar además que la estimación del tonelaje con los modelos E-type es aún mayor, concordando con lo observado anteriormente en las cubicaciones del pit final. Esta sobrestimación del mineral con los modelo E-type podrían conducir a problemas en las subsiguientes etapas de planificación y operación.

Tabla 7.6: Secuencia R17 SCH3. Detalle del tonelaje de mineral para los primeros 10 años del plan teórico

Periodo (año)	E-type		Realizaciones					
	Ton (Mton)	Desviación Restricción (%)	Promedio (Mton)	Error máx (+%)	Error mín (-%)	Error P95 (+%)	Error P5 (-%)	Desviación Restricción (%)
1	21.57	11.2%	21.31	2.0%	-2.6%	1.2%	-1.3%	9.9%
2	21.20	9.3%	20.64	3.8%	-2.8%	2.4%	-2.3%	6.4%
3	22.79	17.5%	22.08	8.8%	-5.8%	4.7%	-4.3%	13.8%
4	21.64	11.6%	21.04	4.3%	-4.7%	3.3%	-4.0%	8.5%
5	21.15	9.0%	20.57	5.1%	-4.9%	2.9%	-3.3%	6.1%
6	21.00	8.3%	20.58	2.5%	-2.7%	2.0%	-2.1%	6.1%
7	21.19	9.2%	20.67	3.7%	-2.8%	2.1%	-1.6%	6.6%
8	20.84	7.4%	20.40	3.8%	-3.1%	3.0%	-2.1%	5.2%
9	21.28	9.7%	20.58	2.6%	-2.3%	2.2%	-1.6%	6.1%
10	21.56	11.2%	20.72	8.8%	-7.7%	6.5%	-5.2%	6.8%

7.2.2. Incertidumbre en tiempos de procesamiento

Similar a la sección anterior, en esta sección se cuantifica la incertidumbre en los tiempos de procesamiento de mineral mediante el uso de las simulaciones la capacidad de procesamiento del mineral. Esto se presenta en la Figura 7.8 donde se muestran los tiempos de procesamiento estimados para las secuencias S_ME y las secuencias S_17.

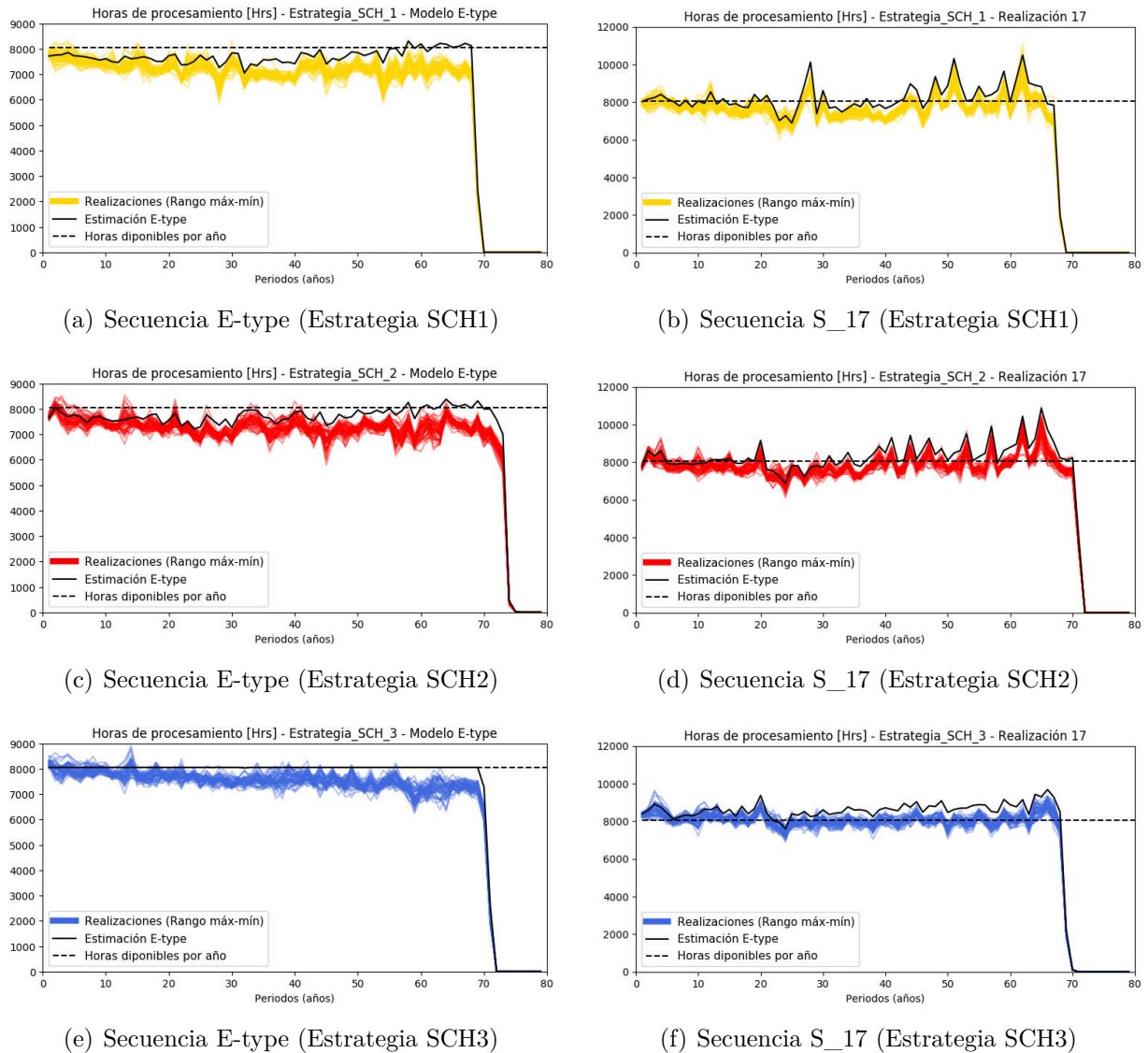


Figura 7.8: Incertidumbre en las horas de procesamiento por periodo

Como se aprecia en la figura anterior, las horas de procesamiento de la estrategia SCH3 (en color azul) también presentan desviaciones con respecto al límite máximo que se ha impuesto en la optimización (8059.2 horas por periodo). Similar a lo que ocurre con las restricciones expresadas en tonelaje, esto se debe nuevamente al carácter determinístico del proceso de optimización. Por su parte, las estrategia SCH1 y SCH2, que no consideran la dureza del mineral en la optimización, también presentan desviaciones para el tiempo de procesamiento

anual y son aún más acentuadas.

Al observar las secuencias E-type, se observa que los tiempos requeridos de procesamiento tienden a estar por debajo del límite deseado con una tendencia decreciente a lo largo del tiempo (al igual que el tonelaje de mineral). Este comportamiento es indeseado, ya que al tener tiempos ociosos de procesamiento, no se maximiza la utilización de la planta de procesamiento.

Por otro lado, las secuencias obtenidas desde realizaciones, en oposición de las secuencias E-type, presentan tiempos de procesamiento que tienden a sobrepasar las horas totales disponible por periodo. Esto también evidencia un riesgo para los planes de producción, ya que se tienen periodos donde no existe capacidad para procesar todo el mineral disponible, por lo que la promesa de producción se pone en riesgo, lo que puede afectar el VPN del proyecto. Estas alzas en los tiempos de procesamiento, se pueden deber a condiciones de roca dura o alzas de mineral producto de la incertidumbre de leyes.

Una posible solución a la problemática descrita anteriormente es la incorporación de stocks al plan de producción, lo que permitiría el agendamiento y procesamiento del mineral excedente en periodos posteriores del plan de producción. La incorporación de stocks, no obstante, evidentemente impactaría negativamente sobre el VPN, ya que significaría postergar el procesamiento del mineral e incurrir en costos extras de remanejo. Sin embargo, aún así una consideración de stocks permitiría controlar efectivamente la variabilidad del mineral, permitiendo saturar los tiempos de procesamiento y maximizar la utilización de la planta. Otra alternativa a esta problemática puede ser reducir los tiempos de residencia del mineral en los circuitos de conminución, sin embargo, esto impactaría sobre la recuperación metalúrgica en la etapa de concentración, por lo que se trata de una decisión no trivial que requiere de un análisis mayor.

En relación con lo anterior, otra posible solución podría ser la utilización de modelos o algoritmos de optimización estocástica que permitan generar un único plan robusto que busque minimizar las desviaciones con respecto a los requerimiento operacionales (ver Dimitrakopoulos, 2010). La desventaja de estos modelos, sin embargo, es que generalmente su aplicación está limitada por tamaño del problema, haciendo difícil tratar con instancias de largo plazo donde típicamente se tiene una gran cantidad de variables de decisión involucradas en la optimización.

En la Tabla 7.7 se presentan las estimaciones de las horas de procesamiento para los primeros 10 años del plan S_ME_SCH3. Se aprecia que las estimación E-type de los tiempos de procesamiento satisfacen adecuadamente la restricciones impuesta, mientras que el promedio de las realizaciones poseen una pequeña desviación, menor al 3.2 %.

Notar que los rangos de incertidumbre pueden ser significativos en algunos periodos. Por ejemplo, en el peor escenario del periodo 3 se tiene una caída de -4.9% en las horas de procesamiento planificadas (considerando un 90 % de confiabilidad dentro del rango P5-P95). Esto representa 13 días sin producción con respecto a lo planificado (valor promedio) y 25.5 días sin producción con respecto a las 8059 horas de procesamiento exigidas.

Tabla 7.7: Secuencia E-type SCH3. Detalle de tiempos de procesamiento para los primeros 10 años del plan teórico

Periodo (año)	E-type		Realizaciones					
	Ton (Mton)	Desviación Restricción (%)	Promedio (Mton)	Error máx (+%)	Error mín (-%)	Error P95 (+%)	Error P5 (-%)	Desviación Restricción (%)
1	8059	0.0 %	8221	3.4 %	-2.7 %	2.1 %	-1.8 %	2.0 %
2	8059	0.0 %	7990	8.2 %	-6.0 %	4.9 %	-4.1 %	-0.9 %
3	8059	0.0 %	7879	7.7 %	-6.0 %	4.5 %	-4.9 %	-2.2 %
4	8059	0.0 %	8058	6.8 %	-4.6 %	4.5 %	-3.4 %	0.0 %
5	8059	0.0 %	7905	5.7 %	-3.9 %	4.0 %	-3.2 %	-1.9 %
6	8059	0.0 %	7803	6.3 %	-4.5 %	4.6 %	-3.5 %	-3.2 %
7	8059	0.0 %	7971	5.1 %	-3.2 %	3.4 %	-2.9 %	-1.1 %
8	8059	0.0 %	7910	7.4 %	-4.2 %	3.9 %	-3.0 %	-1.9 %
9	8059	0.0 %	7976	3.6 %	-2.8 %	2.0 %	-2.1 %	-1.0 %
10	8059	0.0 %	7942	3.8 %	-3.1 %	2.4 %	-2.5 %	-1.5 %

Para contrastar los datos anteriores, se presentan la Tabla 7.8 con las estimaciones de las horas de procesamiento para la secuencia S_17_SCH3, que corresponde a la mejor secuencia obtenida en términos de VPN esperado. Para este plan, como se ha observado en resultados anteriores, establece tiempos de procesamiento por sobre el límite factible por periodo (8059 horas). En el caso del promedio de las realizaciones, esta sobre producción es en general baja, pero igualmente se tiene periodos con desviaciones considerables como por ejemplo el periodo 3 con una desviación de +7.7 %.

Tabla 7.8: Secuencia R17 SCH3. Detalle de tiempos de procesamiento para los primeros 10 años del plan teórico

Periodo (año)	E-type		Realizaciones					
	Ton (Mton)	Desviación Restricción (%)	Promedio (Mton)	Error máx (+%)	Error mín (-%)	Error P95 (+%)	Error P5 (-%)	Desviación Restricción (%)
1	8401	4.2 %	8334	2.7 %	-3.3 %	1.6 %	-1.8 %	3.4 %
2	8586	6.5 %	8403	4.0 %	-4.1 %	3.5 %	-3.7 %	4.3 %
3	8911	10.6 %	8681	10.7 %	-7.4 %	6.3 %	-6.3 %	7.7 %
4	8742	8.5 %	8546	8.7 %	-5.7 %	4.8 %	-3.9 %	6.0 %
5	8436	4.7 %	8257	7.0 %	-5.0 %	4.6 %	-3.6 %	2.5 %
6	8109	0.6 %	7991	2.8 %	-3.6 %	2.3 %	-2.6 %	-0.9 %
7	8233	2.2 %	8063	4.0 %	-3.7 %	3.0 %	-2.5 %	0.0 %
8	8336	3.4 %	8195	5.0 %	-3.2 %	4.3 %	-2.4 %	1.7 %
9	8292	2.9 %	8059	3.6 %	-2.7 %	2.5 %	-2.4 %	0.0 %
10	8380	4.0 %	8082	9.0 %	-10.5 %	7.7 %	-6.0 %	0.3 %

Como se observa de los resultados anteriores resulta difícil poder satisfacer adecuadamente las capacidades deseadas del agendamiento mediante un proceso de optimización de

determinístico. Esto conduce a dos casos que no son deseables en los planes de producción:

- Por un lado, se pueden tener metas poco factibles de cumplir, por ejemplo, en periodos donde existe un alza de mineral, lo que puede formar un cuello de botella en la etapa de conminución
- Por otro lado, se pueden tener capacidades insuficientes que no maximizan la utilización de equipos, por ejemplo, en periodos donde se presenta un menor tonelaje de lo planificado, lo que implica tiempos ociosos para la planta de procesamiento.

7.2.3. Incertidumbre en leyes y finos contenidos en la alimentación

Para complementar la información anterior, en la Figura 7.9 se presentan las estimaciones de leyes medias y finos por periodo, para tanto el cobre como el molibdeno, en la secuencia S_17_SCH1.

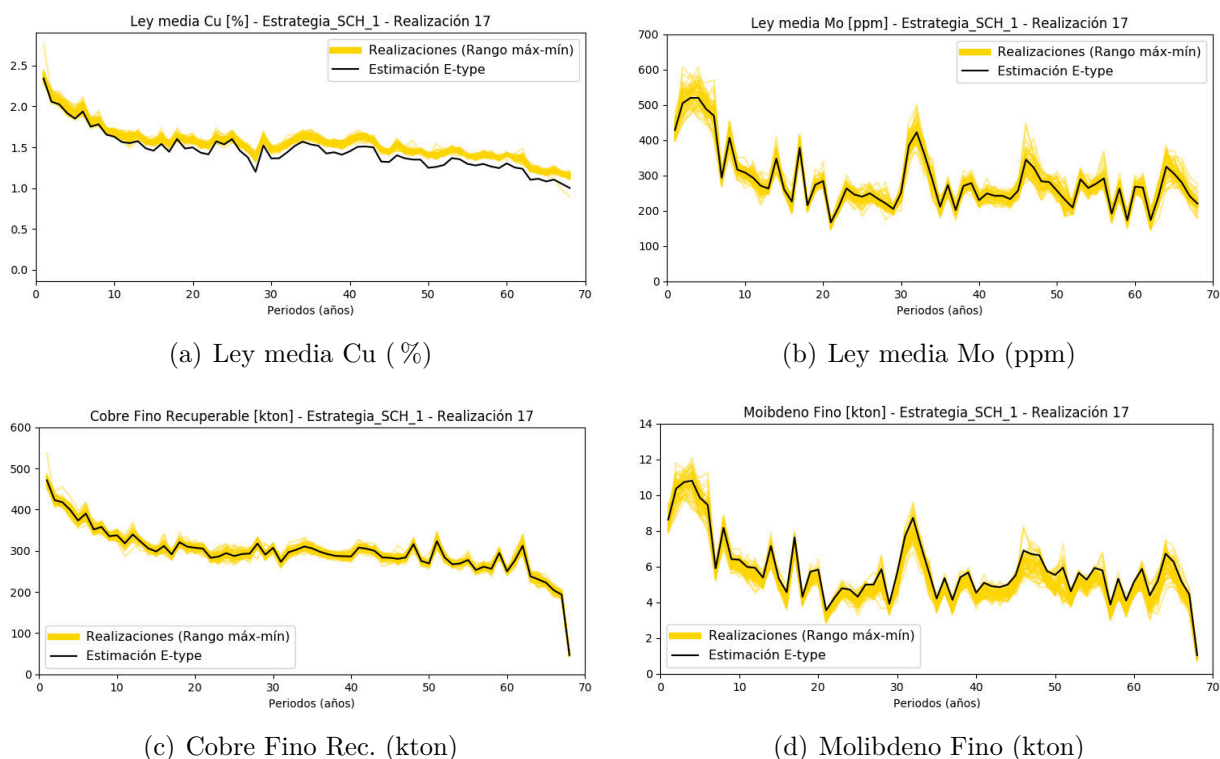


Figura 7.9: Incertidumbre en leyes medias y finos de Cu y Mo por periodo (S_17_SCH1)

De la figura, se pueden apreciar diferentes aspectos que ya han sido observados anteriormente en resultados anteriores (en las curvas tonelaje-ley y en la evaluación de la incertidumbre de los pits finales.), por ejemplo:

- Las estimaciones E-type de las leyes de cobre son subestimadas con respecto a las simulaciones. Notar que el sesgo se acentúa mientras las leyes medias disminuyen a lo largo del plan.

- Las estimaciones del contenido de finos de cobre son bastante similares entre los modelos E-type y las simulaciones.
- Las estimaciones de leyes y finos de molibdeno son bastante similares entre el modelo E-type y realizaciones.

7.2.4. Selección de planes

Como se observó anteriormente, dada la incertidumbre de leyes y geometalúrgica es poco probable que se cumplan exactamente los requerimientos operacionales exigidos en la planificación, por lo que surge la necesidad de cuantificar cómo se comportan las capacidades de un plan frente a los escenarios geológicos del depósito. En particular, se desea saber cuántas simulaciones presentan desviaciones considerables con respecto a las capacidades preestablecidas y cuántas no. Para esto, se calculará un indicador que dará cuenta la probabilidad de cumplimiento que tiene un plan con respecto las metas de producción establecidas por periodo. Este indicador se denominará I_{PC} y se calculará según la expresión de la Ecuación 7.1.

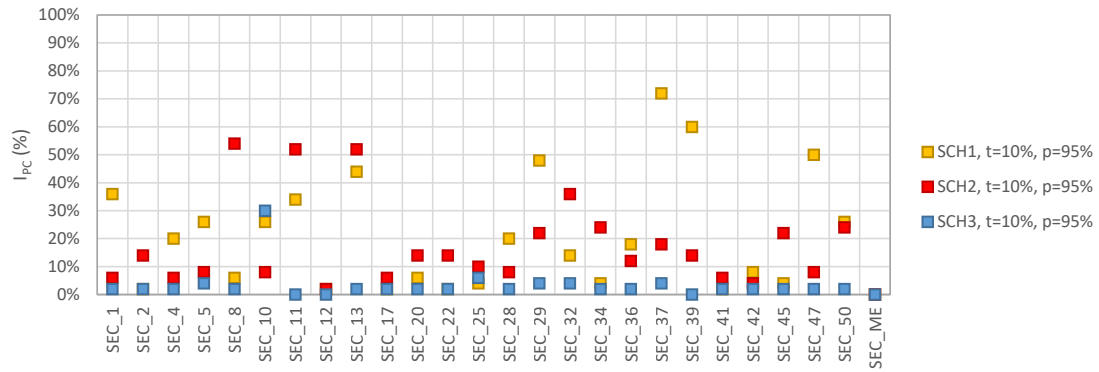
$$I_{PC} = \frac{\text{N}^\circ \text{ de simulaciones factibles}}{\text{N}^\circ \text{ total de simulaciones}} \quad (7.1)$$

En esta ecuación, se considera que una simulación es factible si se cumple que el recurso operacional evaluado de forma anual (tonelaje o tiempo de procesamiento) está estimado dentro de un rango de tolerancia $\pm t\%$ del requerimiento exigido, en el $p\%$ de los periodos del plan. De este modo, se prefieren planes con altos valores del I_{PC} , ya que significa que es probable que se cumplan los requerimiento exigidos y, por ende, el plan es una buena opción para desarrollar el diseño de fases de la mina.

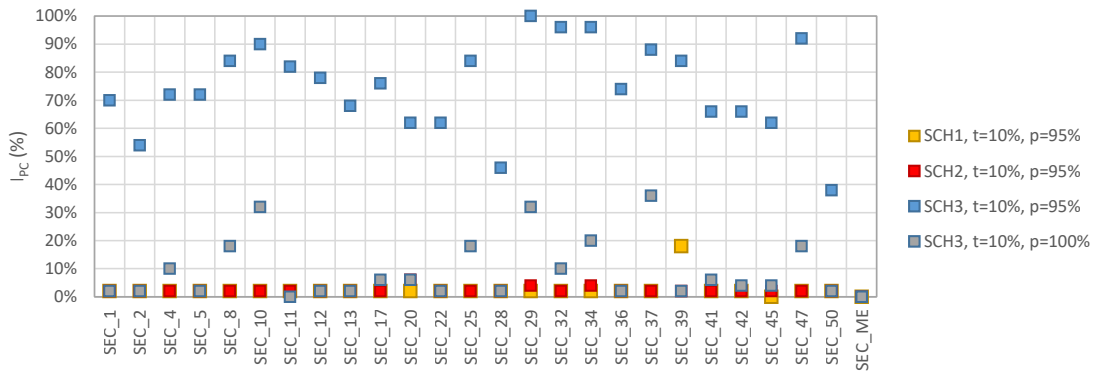
En la Figura 7.10 se presentan los valores la probabilidad de cumplimiento (I_{PC}) para las desviaciones tanto en el tonelaje de mineral como en las horas de procesamiento anuales. Para considerar una simulación factible en el cálculo, se ha utilizado una tolerancia de $t=\pm 10\%$ y un porcentaje de periodos con cumplimiento de $p=95-100\%$.

Se observa que la probabilidad de cumplimiento para las estrategias SCH1 y SCH2, en general, es alta cuando se consideran las desviaciones en el tonelaje de mineral, mientras que la probabilidad de cumplimiento de la estrategia SCH3 es alta cuando se consideran las desviaciones en las horas de procesamiento. Esto es esperable de acuerdo a los tipos de restricciones utilizadas en cada caso.

Otro aspecto que se observa es el mal desempeño del indicador de probabilidad de cumplimiento para las secuencias obtenidas desde los modelos E-type (SEC_ME). Aunque si bien es cierto que algunas secuencias obtenidas desde realizaciones también tienen una baja probabilidad de cumplimiento, en general tienden alcanzar una mayor probabilidad de cumplimiento.



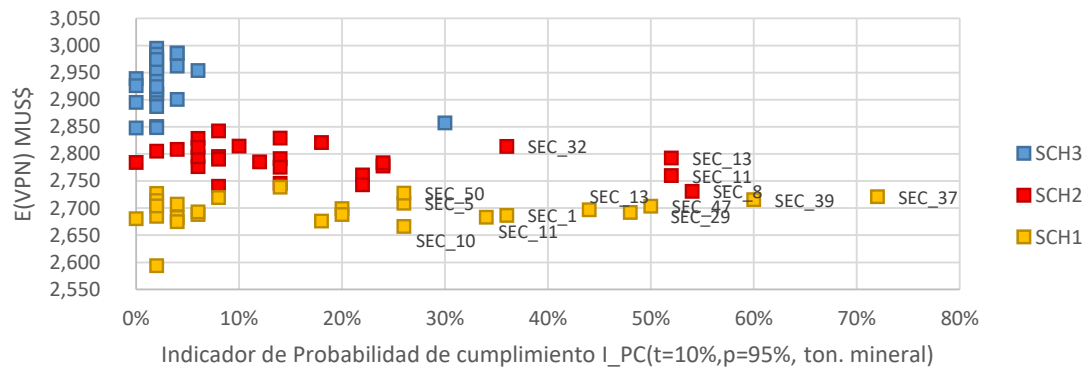
(a) Probabilidad de Cumplimiento según Tonelaje de Mineral



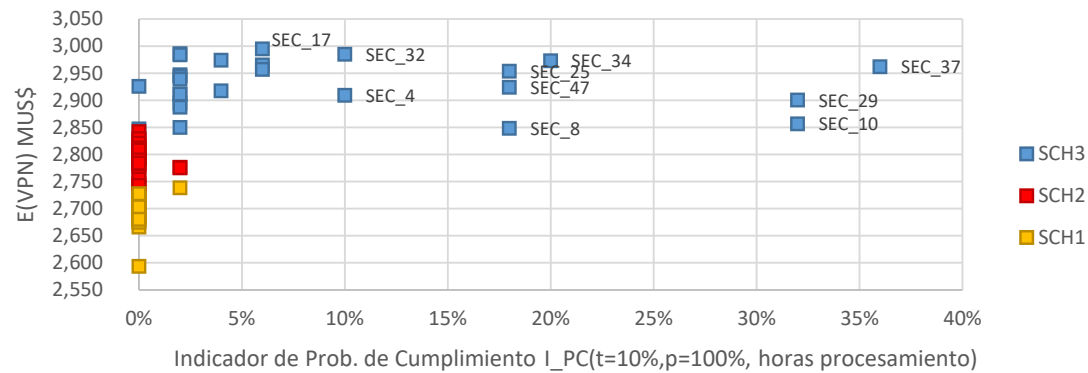
(b) Probabilidad de Cumplimiento según Horas de Procesamiento

Figura 7.10: Indicador de probabilidad de cumplimiento de los planes, según el tonelaje de mineral y las horas de procesamiento

Finalmente, para seleccionar un plan se puede hacer un trade-off entre la probabilidad de cumplimiento y el valor esperado de los planes, tal como se muestra en la Figura 7.11. Si se usa como criterio la probabilidad de cumplimiento de los tiempos de procesamiento, se tiene que la secuencia Sec_37_SCH3 es la que alcanza el mayor grado de cumplimiento mientras que a la vez posee un alto valor presente neto, por lo que es una buena opción para construir el diseño final de la mina. Ahora, si se consideran las estrategias SCH1 y SCH2, y se ignoran las desviaciones en los tiempos de procesamiento, se tiene que los planes seleccionados serían respectivamente la secuencia Sec_37_SCH1 y la Sec_13_SCH2, ya que poseen un buen tradeoff entre valor y el I_{PC} .



(a) Probabilidad de Cumplimiento según Toneladas de Mineral



(b) Probabilidad de Cumplimiento según Horas de Procesamiento

Figura 7.11: VPN esperado versus Indicador de probabilidad de cumplimiento, según tonelaje de mineral y horas de procesamiento

En la Tabla 7.9 se comparan algunos indicadores de las secuencias E-type, las secuencias según mejor VPN esperado y las secuencias obtenidas considerando un trade-off entre el valor esperado y el indicador de probabilidad de cumplimiento. Se destacan los siguientes aspectos importantes:

- El VPN E-type subestima el VPN esperado en torno a un 3% (como se comentó anteriormente). Este valor, sin embargo, puede ser engañoso ya que no considera las desviaciones de los recursos operacionales debido a la incertidumbre del depósito.
- Los VPN de las secuencias E-type y las secuencias con mejor $E(VPN)$ tampoco corresponden a valores totalmente ciertos, ya que en general presentan una baja probabilidad de cumplimiento de las capacidades exigidas.
- Al usar el criterio trade-off VPN/I_{PC} , el VPN de la secuencia seleccionada tiende a ser menor que el mejor VPN esperado, sin embargo, esta secuencia asegura un cierto grado de cumplimiento en las capacidades preestablecidas, por lo tanto, representa una mejor opción de planificación.
- El VPN Etype de la secuencia SEC_ME_SCH1 corresponde al valor de una planificación sin atributos geometalúrgicos y sin incertidumbre. Mientras que el VPN esperado

de las secuencias SEC_13_SCH2 y SEC_37_SCH3 corresponde al valor de una planificación considerando esta nueva información del depósito. El aumento total alcanzado por la estrategia SCH2 es de 196 MUS\$ (2,792 - 2,596 MUS\$), mientras que la estrategia SCH3 alcanza 366 MUS\$ (2,962 - 2,596 MUS\$) adicionales, lo que equivale a un aumento de 7.6 % y 14 % respectivamente.

		Criterio de Selección		
		E-type	Mejor E(VPN)	Trade-off VPN/I_PC
SCH1	Nombre Sec.	SEC_ME	SEC_32	SEC_37
	VPN Etype	2,596	2,647	2,633
	E(VPN)	2,680	2,738	2,721
	P5-P95 %	(-3.3,+3.7)	(-3.5,+3.6)	(-3.5,+4.2)
	I_PC(min.)	0 %	14 %	72 %
	I_PC(horas)	0 %	2 %	0 %
SCH2	Nombre Sec.	SEC_ME	SEC_5	SEC_13
	VPN Etype	2,714	2,766	2,714
	VPN	2,784	2,842	2,792
	P5-P95 %	(-3.8,+4.3)	(-3.5,+4.2)	(-3.9,+5.1)
	I_PC(min.)	0 %	8 %	52 %
	I_PC(horas)	0 %	0 %	0 %
SCH3	Nombre Sec.	SEC_ME	SEC_17	SEC_37
	VPN Etype	2,852	2,913	2,881
	VPN	2,926	2,995	2,962
	P5-P95 %	(-3.7,+4.2)	(-3.8,+4.6)	(-3.8,+4.3)
	I_PC(min.)	0 %	2 %	4 %
	I_PC(horas)	0 %	6 %	36 %

Tabla 7.9: Comparación de secuencias seleccionadas por estrategia

En la Figura 7.12 se comparan el movimiento planta y las horas de procesamiento por periodo de las secuencias SEC_ME_SCH1 y SEC_37_SCH3. Se puede observar que la secuencia E-type tiene un mal desempeño en términos del cumplimiento de las capacidades exigidas por la planificación, observándose ritmos de alimentación menores a lo preestablecido y una baja utilización de la planta de procesamiento. La secuencia SEC_37_SCH3, por su parte posee un mejor desempeño frente a la incertidumbre del depósito, por lo que representa una buena opción para guiar el diseño final de fases.

Finalmente, se destaca que las secuencias seleccionadas a partir de las estrategias propuestas, que incorporan la variabilidad e incertidumbre del depósito, sugieren cambios en el diseño del pit y las fases de extracción, diferenciándose del diseño sugerido sin considerar esta información. En la tabla 7.10 se presentan los principales indicadores de los pit/secuencias seleccionadas desde cada estrategia, los valores son comparados con respecto al plan base SEC_ME_SCH1. Como se observa, las secuencias seleccionadas presentan variaciones relevantes con respecto el plan base, siendo las más importantes: el mayor tonelaje de los pit (alcanzando hasta un 25 % con la estrategia SCH3) y la mayor producción de finos tanto de cobre como de molibdeno.

Para observar una comparación visual de estas secuencias seleccionadas ver el Anexo B. Se destaca que las secuencias obtenidas comienzan en sectores similares y luego sugieren un cambio en la dirección de la secuencia de extracción.

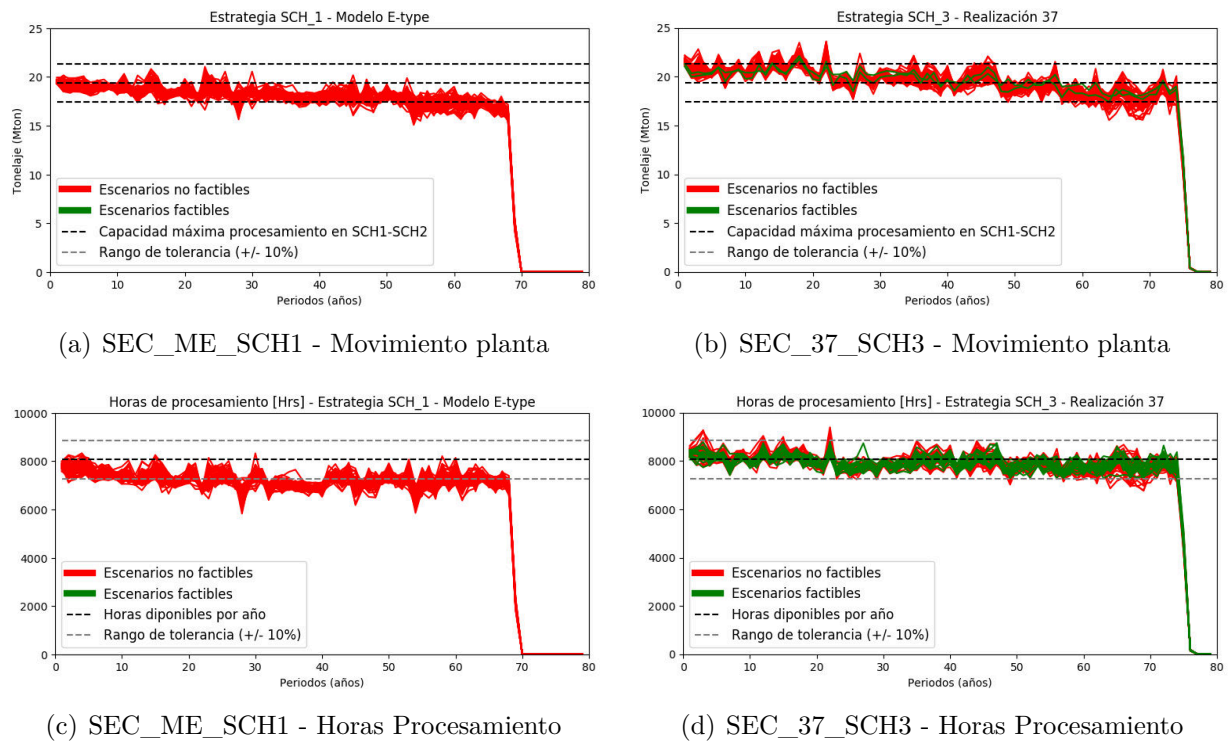


Figura 7.12: Comparación de planes SEC_ME_SCH1 y SEC_37_SCH3

Indicador	unidad	SEC_ME_SCH1	SEC_37_SCH1	SEC_13_SCH2		SEC_37_SCH3		
		valor prom.	valor prom.	var. %	valor prom.	var. %	valor prom.	var. %
VPN	MUS\$	2,680	2,721	1.5 %	2,792	4.2 %	2,962	10.5 %
Tonelaje	Mt	2,800	3,221	15.0 %	3,129	11.7 %	3,504	25.1 %
Mineral	Mt	1,236	1,346	8.9 %	1,365	10.5 %	1,460	18.2 %
Esteril	Mt	1,565	1,875	19.8 %	1,764	12.7 %	2,044	30.6 %
REM	s.u.	1.27	1.39	10.0 %	1.29	2.1 %	1.40	10.5 %
Ley Cu	%	1.36	1.34	-1.2 %	1.31	-3.5 %	1.30	-4.4 %
Cu	Mt	16.8	18.0	7.6 %	17.9	6.6 %	18.9	13.0 %
Ley Mo	ppm	291	286	-1.8 %	309	6.1 %	304	4.6 %
Mo	Kt	360	385	7.0 %	422	17.2 %	445	23.6 %

Tabla 7.10: Resumen las secuencias seleccionadas por estrategia

Capítulo 8

Conclusiones y recomendaciones

Las propiedades geometalúrgicas del depósito mineral juegan un rol fundamental en la planificación minera, ya que determinan en gran medida los resultados financieros y operacionales del proyecto. A pesar de lo anterior, durante la planificación de largo plazo convencionalmente se utilizan modelos determinísticos para las leyes (modelos de kriging) y para las variables metalúrgicas se asumen valores promedios, ignorando así la variabilidad espacial e incertidumbre del depósito. En vista de lo anterior, en este trabajo de memoria se buscó analizar el impacto que tiene la variabilidad geometalúrgica sobre los resultados de planificación de largo plazo, específicamente sobre la definición del pit final y la secuencia de extracción en una mina a cielo abierto.

Como resultado de los experimentos realizados, se logró generar múltiples envolventes y secuencias de extracción de largo plazo, las cuales fueron obtenidas considerando diferentes estrategias de planificación y utilizando múltiples simulaciones condicionales del depósito para cuantificar la incertidumbre de leyes y atributos geometalúrgicos.

Las estrategias de planificación desarrolladas demuestran la utilidad de contar con un mejor conocimiento geometalúrgico del depósito en etapas tempranas de planificación, ya que con esta información es posible optimizar los recursos minerales según su comportamiento específico en la planta de procesamiento. A partir de los resultados se encontró que las leyes de cobre y molibdeno del depósito son los principales factores que influyen en tamaño y secuencia del pit, mientras que las variables geometalúrgicas (la recuperación y la capacidad de procesamiento) tienden a agregar valor adicional al pit cuando se consideran en el proceso de agendamiento.

En cuanto a las leyes de molibdeno, utilizadas como un subproducto económico, se encontró que tienen un impacto considerable sobre la optimización del pit. Según los resultados obtenidos desde de las simulaciones, la incorporación del molibdeno permite procesar 110 Mton adicionales de mineral y aumentar el valor no descontado del pit en 977 MUS\$, lo que representa un incremento de un 8 % y 11 % respectivamente, con respecto a una planificación utilizando solo leyes de cobre. Por otro lado, al considerar el molibdeno en el agendamiento de la producción, el impacto económico alcanza solo 89 MUS\$, debido al gran efecto de la tasa de descuento en el largo plazo.

Con respecto a la recuperación metalúrgica de cobre, se pudo evidenciar en los resultados del pit final que no existen diferencias significativas entre el uso del modelo de recuperación (que captura la variabilidad espacial) y el uso de un valor promedio para todo el depósito. A pesar de esto, es importante notar que el uso de un valor promedio igualmente provoca un sesgo en los resultados, observándose una tendencia a sobrestimar levemente de la cantidad de metal recuperado y, por ende, los resultados económicos.

Con respecto a la capacidad de procesamiento (TPH), se realizaron experimentos tanto para el pit final como para el agendamiento de la producción. En el primer caso no se encontraron resultados favorables y se desprende que no existe una manera apropiada para incorporar directamente esta variable en el cálculo del pit final. En el agendamiento, por el contrario, los modelos de TPH fueron utilizados para establecer restricciones en la utilización de la planta de procesamiento, en función de los tiempos de procesamiento disponibles por periodo y los tiempos individuales de procesamiento de cada bloque. Este tipo de restricción, que considera implícitamente la dureza de la roca, permite proyectar un ritmo de procesamiento variable por periodo, lo que impacta significativamente sobre las tasas de producción y los resultados económicos de los agendamientos. En particular, dentro de los efectos más destacados, se tiene un aumento de 144 MUS\$ (5 %) en el VPN y un aumento de los tonelajes procesados en los primeros periodos del plan. Un análisis más en detalle muestra que este resultado se obtiene debido a la estructura espacial particular del caso de estudio, donde los minerales más blandos se presentan en superficie lo que permite, en consecuencia, obtener resultados favorables.

Por otro lado, a través del uso de múltiples escenarios simulados del depósito, se logró evaluar el impacto de la incertidumbre geometalúrgica sobre los límites del pit final y la secuencia de extracción de largo plazo. Del análisis de riesgo realizado para el pit final, que consideró la optimización de las 50 simulaciones del depósito, fue posible encontrar que, para una estrategia en particular, los límites finales del pit muestran una variación relativamente pequeña en cuanto a su forma y tamaño. En cuanto al análisis realizado para la secuencia de extracción, donde solo se consideraron 25 escenarios, se pudo evidenciar que la mayoría de las secuencias coinciden al inicio de la extracción, pero a largo plazo estas tienden a diferenciarse. Estos resultados son favorables, ya que, de acuerdo al nivel actual de incertidumbre del depósito, existe un bajo nivel de incertidumbre con respecto al comienzo de la secuencia de extracción, que es donde se tiene el material que más impacta sobre el valor presente neto del proyecto.

Considerando los resultados de las estrategias más favorables (E3 y SCH3), si se planificara con un conocimiento perfecto del depósito, se obtendría un VPN esperado del orden de $3,056 \pm 6\%$ MUS\$, con un tonelaje total de $3,295 \pm 8\%$ Mton dentro del pit final y con una ley media de mineral de $1.308\% \pm 1.8\%$. Estos valores muestran claras diferencias con respecto a los resultados obtenidos con los modelos E-type; los cuales tienden a subestimar los indicadores anteriores en un 6.7%, 10% y 5.08% respectivamente, y obteniendo un pit final que presenta una razón estéril-mineral mucho menor a lo esperado con las simulaciones. Estas discrepancias se pueden atribuir al hecho de que las leyes de cobre del modelo E-type fueron promediadas, lo que genera suavizamiento en la distribución de leyes estimadas. Este suavizamiento conduce a una sobrestimación de la cantidad de bloques considerados como mineral y una subestimación de la ley media, comparado con los resultados promedio de las

simulaciones, lo que finalmente impacta en los procesos de optimización.

Lo anterior evidencia que el uso de modelos determinísticos tradicionales, al no reproducir la variabilidad real del depósito, pueden generar un sesgo importante en los resultados de planificación. Para este caso de estudio, la subestimación del tamaño y tonelaje del pit es considerable y podría llegar a afectar a otras decisiones de planificación como, por ejemplo, el ritmo de movimiento mina y los requerimientos de equipos asociados, los cuales podrían ser subdimensionados dado el menor tonelaje de estéril en los pits E-type.

También es importante destacar que los modelos de optimización convencionales utilizados en este trabajo, al no considerar explícitamente la incertidumbre en el proceso de optimización, conducen a resultados poco robustos ante la presencia de incertidumbre del depósito. Esto fue observado en último capítulo de este trabajo, en donde a través de una evaluación individual de los pits y las secuencias generadas, usando las simulaciones, fue posible evidenciar que algunas secuencias se comportan mejor que otras, ya sea en términos del valor presente neto esperado, o bien, en términos del cumplimiento de los requerimientos operacionales preestablecidos. En particular, se observó que las secuencias obtenidas desde los modelos E-type presentan un mal desempeño, observándose ritmos de alimentación menores a lo exigido y una sub-utilización de las horas de procesamiento. Por el contrario, al analizar las secuencias obtenidas desde simulaciones, se observó que algunas de estas secuencias tienden a alcanzar un mayor grado de cumplimiento de las capacidades, por lo que representan una mejor opción para guiar el diseño de fases y la posterior construcción de un plan operativo.

Para seleccionar finalmente una secuencia preliminar que sea adecuada para el diseño de fases, se buscó entre las secuencias generadas aquella que entregue el mejor trade-off entre valor presente neto alcanzado y cumplimiento de capacidades exigidas. A partir de este procedimiento, se ha conseguido seleccionar una secuencia que sugiere un diseño de fases diferente al diseño sugerido usando una planificación sin considerar atributos geometalúrgicos ni sus incertidumbres. En particular, la secuencia seleccionada a partir de la estrategia SCH3, comparada con el resultado de la planificación base, muestra un cambio en la dirección de la secuencia de extracción y alcanza un mayor valor presente neto (10.5%), un mayor tonelaje total (25%) y una mayor producción de cobre fino (13%) y molibdeno (23.6%).

Finalmente se concluye que tanto la información geometalúrgica como la incertidumbre del depósito aportan una información valiosa para el proceso de planificación minera de largo plazo, ya que puede llegar a tener un impacto considerable en las decisiones del pit final y la secuencia de extracción.

Recomendaciones y trabajos futuros

A partir de este trabajo, se sugiere considerar los siguientes enfoques adicionales para trabajos futuros:

- Los agendamientos en este trabajo están elaborados a un nivel de bloques, sin embargo, en la práctica el material es extraído siguiendo una secuencia fase-banco. Por lo tanto,

un análisis completo debería considerar el diseño operativo de la mina. En particular, resulta importante comprobar como se comporta el valor y el cumplimiento de las capacidades en una secuencia operativa.

- La planificación podría ser mejorada considerando otras variables geometalúrgicas descriptoras del valor de los bloques, o bien, variables geometalúrgicas que permitan establecer restricciones para el agendamiento.
- Se sugiere también la incorporación de otros tipos de incertidumbre. Por ejemplo, la incertidumbre mercado que puede ser considerada a través de escenarios estocásticos de precios y costos.
- También sería conveniente analizar otras herramientas de optimización para el problema de planificación de largo plazo. Como el uso de programación estocástica o metaheurísticas que sean eficientes computacionalmente para problemas de grandes dimensiones. La programación estocástica, a diferencia de los modelos tradicionales, permitiría definir un único plan robusto a partir de todas las simulaciones y/o controlar el riesgo de desviación de los recursos operacionales.
- Por último, una alimentación bloque a bloque a la planta de procesamiento, si bien es un enfoque utilizado en el largo plazo, esto carece de sentido práctico en la realidad. Se recomienda incorporar el uso de stocks y mezclas de materiales, que es una forma más realista de representar la alimentación a la planta de procesamiento durante la operación.

Bibliografía

- [1] D. Bienstock and M. Zuckerberg. Solving LP Relaxations of Large-scale Precedence Constrained Problems. In *Proceedings of the 14th International Conference on Integer Programming and Combinatorial Optimization*, pages 1–14, Berlin, Heidelberg, 2010.
- [2] F. Bond. Metal wear in crushing and grinding. *Alli Chalmers Publication*, 1963.
- [3] J.A. Caceres S, C.W. Pelley, and S. Kelebek. Integrating work index into mine planning at large scale mining operations. In *MassMin 2004 Proceedings*, pages 156–160, 2004.
- [4] P. Carrasco, J.P. Chiles, and S. A. Séguret. Additivity, metallurgical recovery, and grade. In *8th international Geostatistics Congress*, pages on–CD, 2008.
- [5] R. Chicoisne, D. Espinoza, M. Goycoolea, E. Moreno, and E. Rubio. A new algorithm for the open-pit mine production scheduling problem. *Operations Research*, 60(3):517–528, 2012.
- [6] S Coward, J Vann, S Dunham, and M Stewart. The primary-response framework for geometallurgical variables. In *Seventh international mining geology conference*, pages 109–113, 2009.
- [7] D. David. Geometallurgical guidelines for Miners, Geologists and Process Engineers, Discovery to Design. In *The Second AusIMM International Geometallurgy Conference*, 2013.
- [8] C.V. Deutsch. Geostatistical modelling of geometallurgical variables, problems and solutions. In *Proceedings The Second AusIMM International Geometallurgy Conference (GeoMet) 2013*, pages 7–16, The Australasian Institute of Mining and Metallurgy: Melbourne, 2013.
- [9] R. Dimitrakopoulos. Conditional simulation algorithms for modelling orebody uncertainty in open pit optimisation. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, 12(4):173–179, 1998.
- [10] R. Dimitrakopoulos. Stochastic optimization for strategic mine planning: a decade of developments. *Journal of Mining Science*, 47(2):138–150, 2011.
- [11] R. Dimitrakopoulos, C.T. Farrelly, and M. Godoy. Moving forward from traditional optimization: grade uncertainty and risk effects in open-pit design. *Mining Technology*,

111(1):82–88, 2002.

- [12] R. Dimitrakopoulos, L. Martinez, and S. Ramazan. A maximum upside / minimum downside approach to the traditional optimization of open pit mine design. *Journal of Mining Science*, 43(1):73–82, January 2007.
- [13] P.A. Dowd. Risk assessment in reserve estimation and open-pit planning. *Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy(Section A: Mining Industry)*, 103, 1994.
- [14] S. Dunham and J. Vann. Geometallurgy, geostatistics and project value — Does your block model tell you what you need to know? In *Project evaluation conference, Melbourne, Victoria*, pages 19–20, 2007.
- [15] X. Emery. *Fundamentos de Geoestadística*. Departamento de Ingeniería de Minas, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, 2011.
- [16] D. Espinoza, M. Goycoolea, E. Moreno, and A. Newman. MineLib: a library of open pit mining problems. *Annals of Operations Research*, 206(1):93–114, December 2012.
- [17] M. Goycoolea, D. Espinoza, E. Moreno, and O. Rivera. Comparing new and traditional methodologies for production scheduling in open pit mining. In *APCOM*, 2015.
- [18] S. M. Heidari. *Quantification of geological uncertainty and mine planning risk using metric spaces*. PhD thesis, 2015.
- [19] William A Hustrulid, Mark Kuchta, and Randall K Martin. *Open Pit Mine Planning and Design, Two Volume Set & CD-ROM Pack*. CRC Press, 2013.
- [20] T.B. Johnson. *Optimum open pit mine production scheduling*. PhD thesis, Dept. of IEOR, University of California, Berkeley, CA, May 1968.
- [21] D.G. Krige. A basic perspective on the roles of classical statistics, data search routines, conditional biases and information and smoothing effects in ore block valuations. In *Proceedings of the Regional APCOM, Slovenia*, 1996.
- [22] M. Kumral. Incorporating geo-metallurgical information into mine production scheduling. *The Journal of the Operational Research Society*, 62(1):60–68, 2011.
- [23] J. McLennan and C. Deutsch. Conditional bias of geostatistical simulation for estimation of recoverable reserves. *CCG Annual Report*, 4, 2002.
- [24] N. Morales, E. Jélvez, P. Nancel-Penard, A. Marinho, and G. Octávio. A comparison of conventional and Direct Block Scheduling methods for open pit mine production scheduling. In *APCOM*, Fairbanks, Alaska, EEUU., 2015.
- [25] N. Morales and E. Rubio. Robust open-pit planning under geological uncertainty. In *Proceedings of the 4th International Conference on Mining Innovation, MININ 2010*, pages pp. 235–244, 2010.

- [26] A.M. Newman, E. Rubio, R. Caro, A. Weintraub, and K. Eurek. A review of operations research in mine planning. *Interfaces*, 40(3):222–245, 2010.
- [27] M.E. Rossi and C. V Deutsch. *Mineral resource estimation*. Springer Science & Business Media, 2013.
- [28] M. Smith and R. Dimitrakopoulos. The influence of deposit uncertainty on mine production scheduling. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, 13(4):173–178, 1999.
- [29] M. Vallee. Mineral resource + engineering, economic and legal feasibility = ore reserve. *CIM Bulletin*, 93(1038):53–61, 2000.
- [30] D. Whittle. Open pit planning and design. In *SME Mine Engineering Handbook, 3rd Edition*, pages pp–877. Society of Mining, Metallurgy and Exploration (SME) Inc., 2011.
- [31] D. Whittle and A. Bozorgebrahimi. Hybrid pits linking conditional simulation and Lerchs-Grossmann through set theory. *AusIMM (Ed.), Orebody Modelling and Strategic Mine Planning*, pages 399–404, 2004.
- [32] J. Whittle. *Four-X User Manual, Whittle Programming Pty Ltd*. Melbourne, Australia., 1998.
- [33] S.R. Williams. A historical perspective of the application and success of geometallurgical methodologies. In *Proceedings The Second AusIMM International Geometallurgy Conference (GeoMet) 2013*, pages 37–48. The Australasian Institute of Mining and Metallurgy: Melbourne, 2013.
- [34] E. Zepeda. *Compendio de Planificación Minera, Delphos Laboratorio de planificación minera*. 2009.

Anexo A

Heurística incremental por tiempos esperados

Dado a que el problema del caso de estudio posee un tamaño relativamente grande (muchos bloques y periodos involucrados), no es posible su resolución directa mediante el problema de optimización original. Es por esto que fue necesario evaluar heurísticas para encontrar soluciones factibles que entreguen una buena aproximación del problema original.

La heurística utilizada consiste en un algoritmo incremental por tiempos esperados, el cual hace uso de las siguientes estrategias:

1. **Reducción del número de periodos a través de una estrategia de ventanas de tiempo.** La idea principal de esta estrategia es reducir el problema en múltiples sub-problemas auxiliares que se resuelven individual y secuencialmente hasta obtener la solución completa. La idea básica del funcionamiento de esta estrategia se muestra en la Figura A.1.

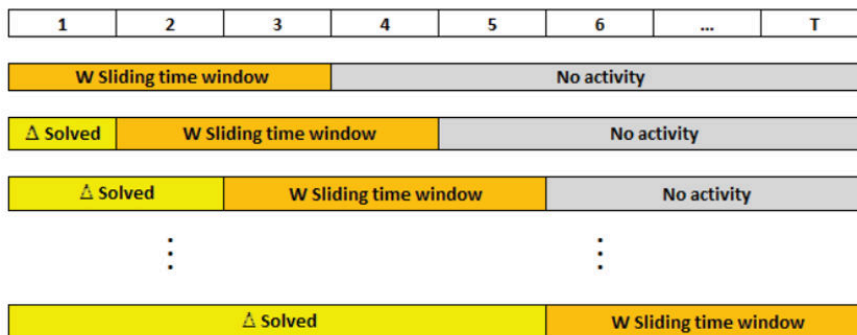


Figura A.1: Estrategia de ventanas de tiempo (Fuente: Jélvez, 2015)

2. **Reducción del número de bloques mediante la aplicación de filtros adecuados sobre el modelo de bloques.** Para esto se utilizan los Tiempos Esperados de extracción de los bloques, $ET(b)$, los cuales proveen un secuencia preliminar de la extracción, asignando a cada bloque un número que indica el periodo más probable en que podría

ser extraído en base a la solución relajada (LP) del problema original. Los Tiempos Esperados respetan las restricciones de precedencias, es decir, si b' es predecesor de b ($b' \in \mathcal{B}_b$) entonces $ET(b') \leq ET(b)$. De esta manera, los Tiempo Esperados permiten crear filtros para reducir el número de bloques que serán considerados en una ventana de tiempo específica, al seleccionar solo los bloques que tienen una probabilidad de ser extraídos en un periodo en específico. Para calcular los tiempos esperados se debe obtener primero la solución relajada (LP) del problema original, luego esta solución se utiliza en la siguiente expresión (Chicoisne et al, 2012):

$$ET(b) = \sum_{t=1}^T t \cdot x_{bt}^* + (T + 1)(1 - x_{bT}^*) \quad (\text{A.1})$$

La ecuación anterior interpreta a la solución relajada x_{bt}^* como la probabilidad que tiene un bloque b de ser extraído en el periodo t .

Esta heurística está implementada en MineLink (llamada ETInc) y utiliza el algoritmo BZ (Bienstock-Zuckerberg, 2010) para resolver la relajación LP del problema original.

Pese a lo anterior, al aplicar esta heurística al caso de estudio, no fue posible obtener resultados satisfactorios. La problemática se encontró al momento de resolver problema relajado, donde el algoritmo BZ no logra alcanzar la convergencia si se utiliza una capacidad de movimiento mina mínima. Sin embargo, cuando se elimina esta restricción en específico (la capacidad de movimiento mina mínima), la heurística llega a una solución pero con el inconveniente de que los capacidades no quedan balanceadas, lo cual no es deseable.

Para solucionar la problemática anterior, el algoritmo fue levemente modificado para obtener soluciones con capacidades balanceadas mina y planta. El algoritmo modificado se compone de las siguientes etapas:

1. Obtención de los Tiempos Esperados a partir de la resolución del problema relajado LP (usando algoritmo BZ). Este problema relajado es adicionalmente simplificado considerando los siguientes aspectos: (1) no se incluyen restricciones de capacidad de movimiento mina (solo las restricciones de procesamiento máxima) y (2) se resuelve el problema con periodos agregados, en particular, se utilizó que 1 periodo equivalen a 3 años de producción para acelerar aún más la convergencia del algoritmo BZ. Bajo estas simplificaciones, los tiempos esperados no se corresponderán con los periodos del problema original, pero servirán para crear los filtros de la siguiente etapa.
2. Aplicación de la heurística incremental con ventanas de tiempo de 1 periodo, sobre filtros del modelos de bloques. Los pasos de esta etapa son los siguientes:
 - Se aplica un filtro al modelo de bloques en base a los tiempos esperados, para considerar solo los bloques que tienen una mayor probabilidad de ser extraídos. Para esto, el algoritmo también se asegura de que el filtro contenga una cantidad mínima de tonelaje de mineral y estéril, que sean mayores a las capacidades mínimas requeridas en la optimización de una ventana (que es de un periodo en este caso). En otras palabras, en una ventana cualquiera se exigen los tonelajes requeridos para un periodo más un extra de tonelaje. En caso de que no se cumplan los tonelajes exigidos, el filtro se relaja para agregar más bloques de acuerdo al orden establecido por los Tiempo Esperados.

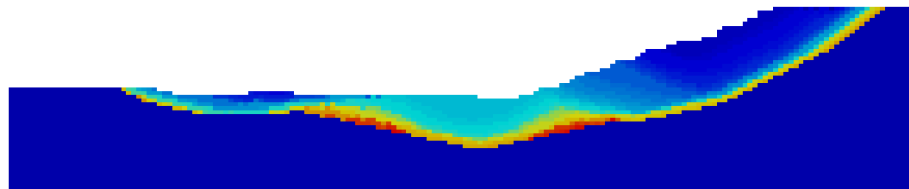
- Se resuelve el sub-problema de optimización (una ventana) considerando las restricciones originales del periodo actual en que se encuentra.
- Se remueven los bloques agendados y se guarda una solución parcial.
- Se repite el proceso sobre los bloques remanentes, ajustando las restricciones de capacidades por periodo adecuadamente.

En la primera parte del algoritmo es donde se crea una macro-secuencia de extracción que sirve como guía para la creación de las ventanas de tiempo (sub-problemas) sobre filtros del modelo, mientras que, en la segunda parte del algoritmo se saturan las capacidades originales del problema (mina y planta), generando así una solución factible para el problema original.

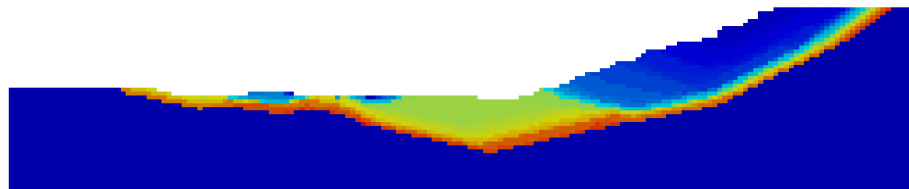
Anexo B

Secuencias seleccionadas

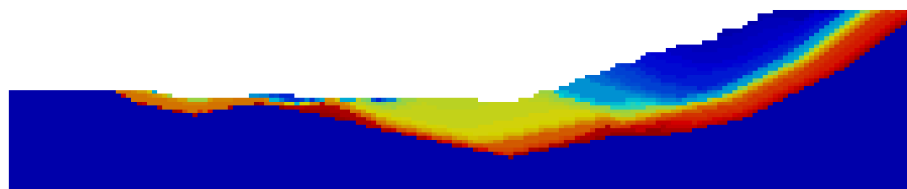
En las Figuras B.1 y B.2 se presentan las secuencias seleccionadas de las estrategias SCH2 y SCH3 y se comparan con la secuencia E-type de la estrategia SCH1.



(a) SEC_ME_SCH1

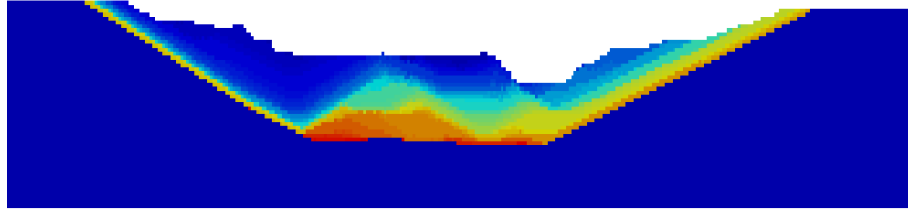


(b) SEC_13_SCH2

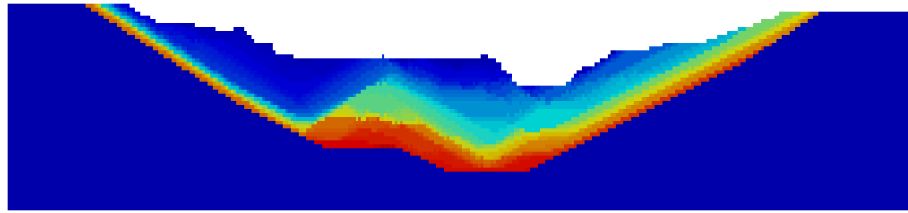


(c) SEC_37_SCH3

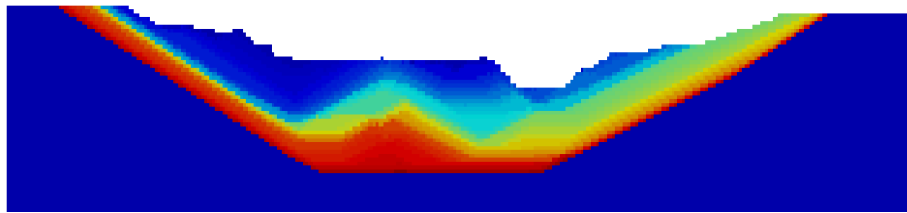
Figura B.1: Vistas este-oeste de las secuencias seleccionadas por estrategia



(a) SEC_ME_SCH1



(b) SEC_13_SCH2



(c) SEC_37_SCH3

Figura B.2: Vistas norte-sur de las secuencias seleccionadas por estrategia