



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MATEMÁTICA

ENTENDIENDO LA TOMA DE DECISIONES EN AULA DE PROFESORES DE  
MATEMÁTICA EN INSTITUCIONES DE ACCESO ABIERTO

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERA CIVIL MATEMÁTICA

VALENTINA ANDREA TORO VIDAL

PROFESOR GUÍA:  
SERGIO CELIS GUZMÁN

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
PATRICIO FELMER AICHELE  
LISA DARRAGH

SANTIAGO DE CHILE  
2017

**RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR  
AL TÍTULO DE:** Ingeniera Civil Matemática.  
**POR:** Valentina Andrea Toro Vidal.  
**FECHA:** 4 de septiembre de 2017  
**PROFESOR GUÍA:** Sergio Celis Guzmán.

## **ENTENDIENDO LA TOMA DE DECISIONES EN AULA DE PROFESORES DE MATEMÁTICA EN INSTITUCIONES DE ACCESO ABIERTO**

En el sistema de educación superior en Chile, la educación matemática y los profesores de institutos profesionales y centros de formación técnica son poco observados. Considerando la influencia de la asignatura matemática en la retención en educación superior y la distribución socioeconómica de los estudiantes de IP y CFT, estudiar a los profesores de matemática de estas instituciones es importante para la generación de aprendizaje y proyecciones de futuro de una población que ha tenido poco acceso a una educación de calidad.

Esta investigación se suma a los pocos antecedentes existentes en este sentido y es un aporte para entender las decisiones que toman los profesores de matemática en el aula. Se desarrolla en el contexto de un desarrollo profesional en una institución de educación superior de acceso abierto, el cual busca promover la *Resolución de Problemas*, una metodología de enseñanza activa. Los datos de esta investigación se obtuvieron de transcripciones de sesiones de análisis de video, en las cuales profesores observaban sus propias implementaciones en aula de la metodología. El análisis de los datos se basó en la teoría de *Obligaciones Profesionales*, que plantea que los profesores de matemática responden a cuatro normas implícitas asociadas a su posición. Se clasificaron las justificaciones de prácticas en sala entregadas por los docentes y se profundizaron aquellas obligaciones profesionales con mayor presencia.

Los resultados muestran evolución de los docentes durante el desarrollo profesional, tanto en cuánto justifican como en la variedad de obligaciones profesionales presentes en esas justificaciones. Se detecta también que los docentes sienten fuerte obligación hacia la disciplina matemática y hacia sus estudiantes vistos como un conjunto, es decir, hacia el colectivo. Estas dos obligaciones son analizadas en profundidad, detectando para cada una tres temáticas principales.

Se ratifica que la teoría de Obligaciones Profesionales es aplicable en el contexto de instituciones de educación superior chilenas. Además, se muestra que los docentes de esta institución tienen fuerte interés en transmitir prácticas inherentes a la matemática, como lo son la interiorización y profundización de conocimiento. Asimismo, estos docentes demuestran una gran responsabilidad hacia sus estudiantes, lo cual se refleja en su disposición por llevar la metodología activa de forma prolija, por realizar buenas actividades en sala y por fomentar un ambiente armonioso. También esta memoria contribuye con sugerencias y advertencias metodológicas al uso de análisis de videos y a desarrollos profesionales en general. Finalmente, se considera que un aporte esencial de este estudio es volver protagonistas a profesores de matemática que generalmente no son considerados como objeto de investigación en Chile.

*«La mujer, tal como es, es un individuo completo: la transformación no debe producirse en ella, sino en cómo ella se ve dentro del universo y en cómo la ven los otros.»*

—Carla Lonzi.

Para todas aquellas que comparten, viven y hacen suya la lucha feminista.

# Tabla de contenido

<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>1. Marco Teórico</b>	<b>5</b>
1.1. Sobre la toma de decisiones de los profesores . . . . .	5
1.1.1. Obligaciones Profesionales . . . . .	6
1.2. Desarrollo profesional y análisis de video . . . . .	8
<b>2. Metodología</b>	<b>11</b>
2.1. Antecedentes de los datos . . . . .	11
2.1.1. Sobre la Iniciativa ARPA . . . . .	11
2.1.2. Muestra . . . . .	13
2.2. Descripción del proceso de análisis . . . . .	14
2.2.1. Revisión Preliminar . . . . .	14
2.2.2. Análisis cualitativo: interrogando a los datos . . . . .	17
2.2.3. Generación de códigos . . . . .	18
2.2.4. Análisis temático . . . . .	22
<b>3. Resultados</b>	<b>24</b>
3.1. Justificaciones y obligaciones profesionales . . . . .	24
3.2. Sobre la obligación hacia la disciplina . . . . .	27
3.2.1. Transmitir la experiencia de resolución de problemas . . . . .	28
3.2.2. Internalizar conocimiento . . . . .	29
3.2.3. Extender conocimiento . . . . .	30
3.2.4. El caso de Ana y el problema <i>Un corral para caballos</i> . . . . .	32
3.3. Sobre la obligación hacia lo colectivo . . . . .	36
3.3.1. Gestionar la instrucción . . . . .	36
3.3.2. Mejorar el clima de la clase . . . . .	38
3.3.3. Empoderar al grupo . . . . .	38
3.4. Otras obligaciones profesionales . . . . .	40
3.4.1. Obligación individual . . . . .	40
3.4.2. Obligación institucional . . . . .	42
3.5. Justificaciones no codificadas . . . . .	43
<b>4. Discusión</b>	<b>45</b>
4.1. Sobre las obligaciones profesionales . . . . .	45
4.2. Sobre cómo la matemática influye en las decisiones . . . . .	47
4.3. Sobre cómo el colectivo influye en las decisiones . . . . .	49

4.4. Sobre los análisis de video . . . . .	50
4.5. Implicancias para desarrollos profesionales . . . . .	52
4.6. Relación entre resultados y las instituciones de acceso abierto en Chile . . . . .	54
4.7. Limitaciones . . . . .	55
<b>5. Conclusiones</b>	<b>57</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>60</b>
<b>A. Preanálisis: Tópicos recurrentes</b>	<b>64</b>
<b>B. Códigos en la categoría Tópicos</b>	<b>66</b>
<b>C. Problemas ARPA</b>	<b>74</b>
C.1. Cubos . . . . .	74
C.2. El paseo de Ramón y Alicia . . . . .	75
C.3. Los helados . . . . .	75
C.4. Virus come memoria . . . . .	75
C.5. Las bacterias . . . . .	75
C.6. Venta de terreno . . . . .	76
C.7. La fotografía viral . . . . .	76
C.8. Un corral para caballos . . . . .	77
C.9. Hacienda El Peñón . . . . .	77

# Introducción

En Chile el sistema de educación superior está conformado por cuatro tipos de instituciones: las Universidades, que están facultadas para otorgar títulos profesionales y técnicos, así como grados académicos; los Institutos Profesionales (IP), que pueden entregar títulos profesionales y técnicos; los Centros de Formación Técnica (CFT), que sólo pueden entregar títulos técnicos de nivel superior; y las Instituciones de Educación de las Fuerzas Armadas, de Orden y Seguridad [45].

Datos de la matrícula de pregrado en educación superior del año 2016 muestran que los IP alcanzan a 380 mil estudiantes (32,3 % de la matrícula total), mientras que los CFT a 141 mil (12 %). Juntos estos dos tipos de instituciones abarcan cerca del 44 % de la matrícula de pregrado en educación superior. Al considerar como referencia el año 2007, la matrícula de IP es la que más ha crecido, 144 % en diez años, lo que supera al crecimiento de matrícula CFT y de universidades, que crecieron 63,2 % y 29,7 % respectivamente en igual período [44].

El Consejo de Rectores de las Universidades Chilenas afirma: *El sistema de educación superior es un pilar fundamental para el desarrollo social, cultural, político, económico, científico y tecnológico del país* (en [13], p.12). Considerando la proporción de la matrícula, casi la mitad de este pilar está compuesto por los IP y CFT, pero contrasta fuertemente con la mitad a la que corresponden las universidades. Una fracción importante de los estudiantes de CFT e IP pertenecen a los tres quintiles de más bajos ingresos (59,68 % del total de la matrícula), a diferencia de las universidades donde casi el 55 % de sus estudiantes provienen de los 2 quintiles de más altos ingresos [48].

La distribución socio-económica de las instituciones de educación superior guarda estrecha relación con el sistema de acceso, donde la Prueba de Selección Universitaria (PSU) tiene un rol protagónico en la segregación: estadísticamente hablando, grupos con bajos ingresos familiares y bajo nivel educacional de los padres tienen más probabilidad de sacar puntajes menores a los 475 puntos que exige en su mayoría el ingreso a universidades [34]. En el caso de los IP y CFT el puntaje PSU no es una barrera de ingreso, ya que sus entidades sólo piden PSU rendida, es decir, no fijan un puntaje mínimo de ingreso<sup>1</sup>. Más aún, en 2006 un estudio enfocado en los 60 CFT en proceso de acreditación en ese momento, determinó que sólo dos de ellos recibían más postulantes que cupos disponibles, es decir, en sólo dos de ellos hubo una selección de estudiantes. En el resto de los CFT, el único requisito era tener una licencia secundaria. [3] Considerando que las carreras técnicas y carreras profesionales

---

<sup>1</sup>Información de [www.mifuturo.cl](http://www.mifuturo.cl)

sin licenciatura representan una buena alternativa en términos de empleabilidad laboral [45], los IP y CFT se transforman en una posibilidad real de movilidad social para los estratos sociales con bajos ingresos.

Debido a los estudiantes que ingresan a estas instituciones, se esperaría una preocupación institucional especial por la formación de los mismos y por hacerse cargo de las falencias educacionales que podrían acarrear debido a las debilidades académicas con las que provienen. Sin embargo, éste no necesariamente es el caso. Hablando exclusivamente de los CFT, sólo se constató la existencia de programas remediales en el 46 % de estas entidades, siendo éstos un apoyo propedéutico implementado típicamente en dos o tres semanas, antes o durante el primer semestre [3].

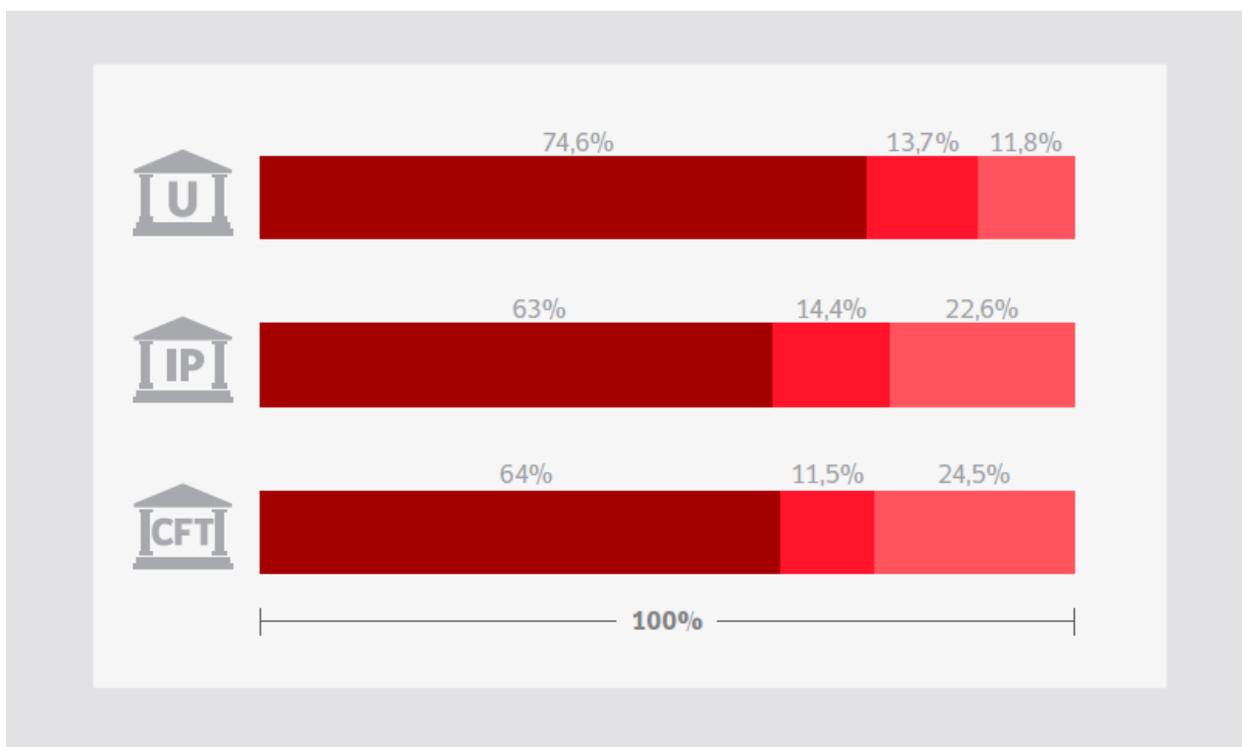
Al momento de estudiar la deserción en educación superior, la mayoría de los desertores de primer año del cohorte 2008 se concentraron en IP y CFT (37 % y 36 % del cohorte respectivamente). Parte de estos estudiantes reingresan al sistema en años posteriores, pero la realidad nuevamente es muy distinta dependiendo de la mitad del sistema de educación superior que se esté observando: mientras uno de cada dos desertores de universidades reingresa en un lapso de tres años, sólo uno de cada tres estudiantes de IP y CFT lo hacen en igual período [38] (ver figura 1).

Los factores detrás de la deserción en educación superior se han focalizado en la formación universitaria [45], por lo que es poca la información que se maneja para IP y CFT. A pesar de esto, la literatura relevante en este sentido para universidades muestra que la falta de preparación con la cual llegan los estudiantes es una variable importante, lo que es expresado en la carencia de habilidades de estudio y la muestra de una base deficiente de conocimientos matemáticos de enseñanza media [23]. Más aún, las universidades notan que las mayores debilidades de los estudiantes que ingresan a sus instituciones están en la asignatura de matemática [36]. Esta información se condice con resultados internacionales que muestran que una de las principales dificultades a las que se enfrentan los estudiantes en sus primeros años son los cursos matemáticos introductorios. También estos estudios sugieren enfocar los esfuerzos en los ramos matemáticos para promover una tasa de retención más alta en las instituciones [11, 18, 50].

Sin tener un estudio acabado de las razones detrás de la baja retención de instituciones de acceso abierto chilenas como lo son los IP y CFT, sólo queda especular. Sin embargo, los antecedentes en otros tipos de instituciones sugieren que la matemática que se enseña en IP y CFT podría ser un factor clave en la retención de sus alumnos. Así, estudiar la enseñanza de la matemática en estas instituciones podría entregar soluciones al alto grado de deserción, teniendo como implicancia un impacto positivo en las oportunidades de desarrollo laboral del segmento socio-económicamente más vulnerable.

Al hablar de enseñanza, es imposible dejar de mencionar a los profesores, quienes cumplen un rol central en los resultados educativos y en la calidad del capital humano que acompañan. Los profesores producen un impacto en las personas en el largo plazo, pudiendo influir entre otras cosas en los ingresos laborales futuros y en el rendimiento laboral de sus alumnos [9].

La enseñanza de las matemáticas ha sido objeto de cambios profundos desde los años 60 hasta ahora, haciéndose actualmente hincapié en la importancia de transmitir procesos de pensamiento, en lugar de tan sólo transferir contenidos matemáticos [15]. Al hablar del proceso de enseñanza-aprendizaje en las matemáticas, el profesor tiene importancia como agente de cambio y es una de las variables distinguidas en los procesos de transformación [37]. La mejora de las prácticas docentes depende de la cultura que se genera en las salas de clase y, estando esta cultura en un cambio constante, se exige innovación en las aulas que incidan positivamente en los procesos de enseñanza-aprendizaje. [16].



**Figura 1:** Deserción y Reingreso a Educación Superior por tipo de institución - Cohorte 2008 [38]. De izquierda a derecha, los fragmentos de cada franja representan los porcentajes de retención de primer año, de estudiantes que reingresan en los 3 años siguientes y de estudiantes que no reingresan después de 3 años.

En este sentido, la resolución de problemas se ha transformado en una alternativa interesante para innovar en la docencia de la matemática. Al sintetizar la perspectiva internacional al respecto, se entiende que en este método de enseñanza los problemas matemáticos constituyen una parte esencial del proceso de aprendizaje, el cual permite a los alumnos desarrollar sus conocimientos. Además, proyectos y pruebas internacionales han sumado a sus objetivos la resolución de problemas como una habilidad esencial a desarrollar en los estudiantes [2]. En el caso chileno, la resolución de problemas ha cobrado relevancia durante los últimos años, al ser incorporada dentro de las cuatro habilidades a desarrollar por el currículum de matemática escolar de enseñanza básica y media [19].

Independiente de la alternativa con la que se quiera innovar, la incorporación de nuevas metodologías involucra directamente a los profesores. Schoenfeld, Thomas y Barton (2016) afirman que un cambio significativo en la pedagogía matemática debe provenir de la reflexión del enfoque pedagógico y una visión de lo que ese enfoque debiese ser [46]. Debido a que estas reflexiones profundas son difíciles de promover, la incorporación de nuevas prácticas en sala es difícil de lograr, mucho más si se busca que perduren en el tiempo. La aparición de reformas en la educación matemática y la dificultad para que los profesores las incorporen en sus prácticas docentes, hace que la toma de decisiones de los profesores de matemática en el aula sea objeto de investigación.

Hay evidencia que indica que las creencias de los profesores sobre la matemática, la enseñanza y los estudiantes están relacionadas con sus prácticas de enseñanza (Borko & Putman, 1996; Calderhead, 1996; Leder Pehkonen & Torner, 2002; McLeod & McLeod, 2002; Thompson, 1992; citado por [47]). Diversos estudios destacan la importancia de preguntarse cómo los profesores interactúan con los estudiantes y con el contenido matemático a enseñar [31]. En un contexto más específico, se ha sugerido que las decisiones hechas por matemáticos universitarios en la sala de clases son significativamente ajustadas por su conocimiento matemático [46].

La investigación que se presentará de aquí en adelante utiliza una teoría distinta para explicar las tensiones que afectan a un profesor de matemática al momento de tomar decisiones, las *Obligaciones Profesionales*. Este marco contrasta con las menciones anteriores, ya que no se centra en las creencias de la persona que ejerce el rol de profesor, si no en cómo este rol se ve influenciado por normas implícitas y responsabilidades que atribuyen grupos de interés a la posición y labor de un profesor de matemática.

## Objetivos

El objetivo general de esta memoria es identificar las justificaciones de las decisiones de enseñanza que los profesores de matemática toman en el contexto de actividades de resolución de problemas en instituciones de educación superior de acceso abierto, es decir, en instituciones con bajos niveles de selectividad o con bajos requisitos de admisión. Los objetivos específicos son:

1. Clasificar las justificaciones que los profesores entregan basándose en teorías en torno a la investigación de la matemática.
2. Indagar en cómo la matemática determina el tipo de justificación y las acciones que los profesores llevan a cabo.
3. Estudiar cómo la visión que tienen los profesores de sus estudiantes determina el tipo de justificación y las acciones que llevan a cabo.
4. Identificar oportunidades y desafíos para fortalecer actividades y programas de resolución de problemas en el aula.

# Capítulo 1

## Marco Teórico

En este capítulo se planteará el marco teórico haciendo énfasis en dos grandes temas: el estado del arte de la literatura sobre la toma de decisiones de profesores de matemática, en la cual también se profundizará en las *Obligaciones Profesionales*; y el estado del arte de los estudios sobre desarrollo profesional para profesores que utilizan análisis de video en su metodología de trabajo.

### 1.1. Sobre la toma de decisiones de los profesores

La instrucción matemática corresponde a la interacción del profesor con sus estudiantes y con el contenido matemático, y a cómo esa interacción puede ser influenciada por aspectos específicos de la clase y del ambiente institucional en la cual se sitúa [31]. Así, al ser los profesores protagonistas de la instrucción, es de interés entender las decisiones que los mismos toman sobre cómo, cuándo y qué enseñar.

Hay un consenso general en que las creencias de las matemáticas y la enseñanza que posee un profesor afectan sus prácticas en sala y cómo adopta nuevas prácticas. En esta línea, el desafío ha sido determinar cómo las creencias modelan las decisiones de un profesor, es decir, qué creencias influyen más o menos en sus acciones y en qué dirección las presionan. A modo de ejemplo, cuándo preguntar a un estudiante durante una lección y qué tipos de preguntas hacer, puede ser consecuencia de qué cree el profesor que es una evidencia del nivel de entendimiento de un estudiante [47]. Cómo entregar apoyo a los estudiantes, puede ser consecuencia de las creencias que se tengan sobre el aprendizaje de los mismos [31, 47].

El análisis de las creencias de los profesores puede ser complementado con otros aspectos, como pueden ser los enfoques de enseñanza que describen los profesores en la sala de clase [31], los recursos con los que cuentan los profesores (por ejemplo conocimiento matemático, tecnología, etc.) y los objetivos de la instrucción [46]. Esto ha permitido a los investigadores hacer énfasis en aspectos que se consideren relevantes o contextualizar de mejor forma ambientes específicos.

Por ejemplo, Mesa, Celis y Lande (2014) trabajan con tres enfoques de enseñanza: 1) *tradicional*, que es cuando los profesores priorizan la transmisión de contenido y se posicionan como la autoridad dentro de la sala de clases; 2) *centrado en el entendimiento*, cuando priorizan el aprendizaje de los estudiantes y promueven una participación activa y que estimule el pensamiento de los estudiantes; y 3) *centrado en el apoyo al estudiante*, es decir, cuando se centran en las necesidades de sus alumnos, dejando en segundo plano el aprender el contenido con respecto al bienestar general. Sin embargo, Mesa et al. (2014) concluyen que los enfoques de enseñanza descritos por los profesores, considerando tanto lo que ellos declaran como lo observado en su sala de clases, no influyen en la decisión del profesor de hacer más o menos preguntas matemáticas que requieran un trabajo cognitivo complejo por parte del estudiante. Otra forma de complementar el análisis de creencias es propuesta por Schoenfeld, Thomas y Barton (2016), quienes analizan en conjunto los recursos, las creencias y los objetivos que tienen profesores universitarios y cómo este conjunto modela su instrucción. Ellos concluyen, entre otras cosas, que profesores con un alto conocimiento del contenido matemático pero con un bajo conocimiento pedagógico, hacen más énfasis en las demostraciones matemáticas y en asegurarse que la matemática enseñada esté bien.

Una línea distinta a la de las creencias, pero que mantiene al profesor como protagonista, es ver la enseñanza y el *ser profesor de matemática* como un rol dentro de la sociedad y que, por lo tanto, las orientaciones que sigue al momento de realizar acciones están modeladas por dicho rol. Debido al papel que cumple un docente dentro del ambiente social, hay obligaciones que se tienen que no dependen solamente de un individuo particular, que aplican independiente de las opiniones personales, los gustos o lo que desagrada, y que se relacionan con lo que se enseña y lo que se aprende [6].

En esta línea, Herbst y Chazan [24] proponen que las razones que entregan los profesores de matemática para justificar por qué realizan sus acciones, responden al rol que están llamados a cumplir. Algunos autores complementan este planteamiento con el individuo que se encuentra en el rol del profesor también está presente durante la lección y que, por ende, hay aspectos que escapan de las obligaciones profesionales que pueden influir en su toma de decisiones, como los son las emociones del profesor [29]. A pesar de esto, se ha visto que las obligaciones profesionales propuestas por Herbst y Chazan se encuentran presentes cuando los profesores discuten sobre sus acciones en sala, observándose esto en profesores de distintos contextos y niveles educativos [10, 24, 29].

### 1.1.1. Obligaciones Profesionales

Se utiliza la expresión obligaciones profesionales [12, 24, 25] (en inglés, *professional obligations*) para referirse a normas implícitas asociadas a la posición de profesor de matemática y que influyen en cómo los profesores responden en su labor. Estas obligaciones pueden evidenciarse o manifestarse a través de cómo distintos grupos de interés (apoderados, estudiantes, instituciones educativas, entre otros) interpretan las responsabilidades que un profesor de matemática tiene, y de cómo los profesores racionalizan los motivos detrás de lo que ellos mismos individualmente hacen o deciden. Se proponen cuatro obligaciones profesionales: disciplinar, individual, interpersonal e institucional.

La obligación a la **disciplina** de la matemática se manifiesta cuando los profesores dan forma a las representaciones del conocimiento matemático, sus prácticas, aplicaciones y valores. Involucra, por ejemplo, evaluar constantemente la calidad de la matemática entregada y qué tanto representa esto a la disciplina en sí. También revisar con responsabilidad el material utilizado, su correctitud y su pertinencia, así como estar atento acerca de cómo se hacen las cosas en la disciplina matemática, a pesar de no necesariamente llevarlo a la práctica a la sala de clase. En un sentido más valórico, involucra transmitir a los estudiantes una *honestidad intelectual*, es decir, que ellos sean capaces de comprender y asumir qué saben y qué no.

La obligación **individual** a cada estudiante por parte del profesor requiere que el docente de matemática considere a sus alumnos de forma individual, reconociendo sus características y necesidades particulares, ya sean físicas, de comportamiento, cognitivas, emocionales o sociales. Esta obligación se observa cuando se tiene en cuenta las consecuencias que la instrucción puede tener para un individuo particular. Tiene que ver tanto con lo que la sociedad impone a los profesores (por ejemplo, la atención que solicitan los apoderados en un colegio hacia sus hijos), como con lo que los mismos docentes sienten es su responsabilidad para con cada uno de sus alumnos y sus singularidades.

La obligación **interpersonal o colectiva** habla de cómo el docente responde a que los estudiantes, vistos como un conjunto en la sala de clases, comparten características y recursos, como el tiempo, el espacio físico, el espacio social y el espacio cultural. Esta obligación es compartida por todos los profesores, no sólo los de matemática, en el sentido que todos son de alguna forma responsables de administrar relaciones sociales apropiadas entre sus alumnos. En el caso de las matemáticas, se deben administrar las actividades de modo tal que se satisfaga el amplio rango de necesidades sociales. Puede observarse cuando los profesores buscan transmitir a sus estudiantes un comportamiento particular, como el compañerismo, el respeto o la honestidad. También, pensando en los recursos materiales, esta obligación se relaciona con cómo el docente interactúa con la necesidad de organizar y manejar el ambiente de su instrucción con el fin de lograr sus objetivos de enseñanza (por ejemplo, utilizar la pizarra para que todos los estudiantes vean una explicación o para fomentar que todos presten atención).

La obligación **institucional** se refiere a las responsabilidades que el profesor de matemática tiene o cree tener debido a que enseña en un lugar y contexto específico. Esto incluye deberes hacia el departamento de matemática (por ejemplo, elección de textos escolares, currículo), hacia la institución en la que enseña (por ejemplo, calendario, horarios) y hacia organizaciones laborales (por ejemplo, la carga laboral), entre otros. Dependiendo del lugar donde se esté enseñando, se le puede exigir al profesor distintos estándares de excelencia, efectividad y trato, los cuáles podrían afectar el comportamiento del profesor. Reformas educacionales, por ejemplo, podrían motivar al profesor a dirigir su clase en cierta dirección o hacer más difícil para el profesor ver el contenido que desea o estudiarlo con la profundidad que considera necesaria.

Se plantea que las obligaciones son un aporte para explicar cómo cambia la instrucción y cómo podría mejorarse la misma en un contexto institucional (en [12], p. 60). Sin embargo, los autores advierten que estas obligaciones no necesariamente están en el pensar consciente de un profesor de matemática, ya que cómo se relaciona con ellas dependerá de su propia experiencia laboral y de vida. Se espera que la gente actúe guiada por estas normas, pero no necesariamente las tienen presentes en su día a día o las explicitarían si se les preguntase por qué realizan sus actividades. Más aún, estas obligaciones no son rígidas, en el sentido que perfectamente podrían ser desatendidas por los mismos profesores. Por ejemplo, es posible y probable que exista un profesor que deje que un estudiante entregue una explicación matemática a partir de algo que no ha sido enseñado y que no le exija justificación, lo que contradice la obligación hacia la disciplina (ejemplo en [24], p. 413).

Es por todo esto que es importante encontrar métodos que permitan sacar estas obligaciones del subconsciente y hacerlas más explícitas: aclarar a qué obligación responde que un profesor realice o no una acción en la sala de clases. Este ejercicio puede servir para resaltar ciertas acciones o recordar elementos relevantes que podrían haber sido olvidados por los profesores después de la instrucción.

Con el fin de exponer cómo las obligaciones profesionales tensionan las decisiones de los profesores, se ha propuesto que los mismos profesores sean quienes analicen instancias que ocurren en una clase de matemática. Algunos autores exponen estos ejemplos a través de animaciones [10,29], mientras otros utilizan extractos de videos de clases con profesores reales, pudiendo coincidir o no éstos con el grupo que observa los videos [17]. Dependiendo de la opción por la que se opte, se habla de que el diseño experimental alcanza distintos niveles de validez ecológica [42], entendiendo validez ecológica como qué tan válida es la relación entre fenómenos del mundo real y aquellos presentados y seleccionados en un contexto de investigación [41]. En lo que sigue se hablará de cómo se utilizan fragmentos de video de este estilo en contextos de desarrollo profesional de profesores, sus beneficios y sus limitaciones.

## 1.2. Desarrollo profesional y análisis de video

En la literatura hay varias estrategias o propuestas de desarrollo profesional que tienen como herramienta el uso de videos. Olivero (1965) utiliza grabaciones como un sustituto de las clases en vivo para evaluar la efectividad de la enseñanza de profesores. Thomas, Wineburg y Grossman (1998), en el contexto de la construcción y el estudio de una propuesta de desarrollo profesional, se filmaron clases de profesores de inglés y de historia, quienes después, en grupos, observaron los videos para reflexionar sobre las prácticas de unos y otros. Borko, Koellner, Jacobs y Seago (2011) describen el Ciclo de Resolución de Problemas (PSC, por su sigla en inglés), un formato de desarrollo profesional donde en primera instancia profesores trabajan objetivos matemáticos, luego éstos son llevados a sus salas de clases, se graba esta implementación y posteriormente se seleccionan segmentos para que los mismos profesores los analicen en conjunto.

Es fácil pensar en beneficios muy directos de ejemplificar casos a través de extractos de videos: como no se está observando la situación en vivo, los segmentos se pueden repetir

muchas veces y se puede aprovechar esto para hacer énfasis en elementos que se consideren importantes [30]. Además, autores comentan que el análisis de videos puede ser una buena herramienta para promover el desarrollo de aspectos claves de la enseñanza [4, 27, 42]. Por ejemplo, en [26] se utilizan videos de escenarios pedagógicos variados para ayudar a profesores a generar un sentido de responsabilidad hacia la matemática y sensibilidad al entendimiento real del estudiante.

Otra arista positiva del uso de videos es que se pueden centrar en una temática específica, lo que permite analizar las reacciones de los profesores. Schoenfeld (2016) afirma: *Si quieres entender cómo piensan los profesores sobre diversas situaciones de la sala de clases, ¡preséntaselas con videos y ve qué hacen!* (en [42], p. 242). Lande y Mesa (2016) siguen esta línea, realizando sesiones de discusión en la que los participantes comentan animaciones que muestran representaciones de una clase de trigonometría en un *community college*. Las autoras muestran que las justificaciones que entregan los profesores para estar de acuerdo o no con la acción tomada por el profesor mostrado en la animación, se pueden relacionar con las obligaciones profesionales propuestas por Herbst y Chazan (ver 1.1.1), además de agregar un elemento extra: los profesores justifican a través de emociones y sentimientos que ellos mismos sienten [29].

En [22], se enuncia que los **resultados de aprendizaje a través de la observación de videos** se pueden analizar desde dos perspectivas: a nivel colectivo y a nivel individual. A nivel colectivo, por ejemplo, pueden verse resultados en un grupo que se reúne regularmente durante un año. A nivel individual se observan los cambios que se producen en cada participante. Basándose en el trabajo de [43], se plantean cuatro posibles resultados de aprendizaje:

- (a) **Hacer** (en inglés, *doing*): los videos se consideran un buen medio para ilustrar prácticas específicas, buscando que los profesores las incorporen. Las grabaciones de video son una excelente oportunidad para presentar comportamientos humanos a imitar.
- (b) **Atraer** (en inglés, *engaging*): se usan videos para promover interés en tópicos específicos. Los videos permiten crear un contexto que preparan a las personas para aprender.
- (c) **Ver** (en inglés, *seeing*): si se quiere que los participantes noten y perciban aspectos importantes de la instrucción, un resultado de aprendizaje es que presten atención a aspectos específicos o que consideren y reconozcan ciertos eventos como significativos. En otras palabras, los videos pueden ayudar a los participantes a ver cosas que antes no podían.
- (d) **Decir** (en inglés, *saying*): a diferencia de los anteriores, hay otros medios además del video que pueden generar este logro de aprendizaje. Sin embargo, el uso de videos sigue siendo útil para conseguirlo. Pueden ayudar a memorizar hechos, a entregar explicaciones sobre conocimientos para que sean incorporados por los participantes, a motivar los comentarios sobre una situación particular, entre otros.

Sin embargo, trabajar con análisis de video puede traer distintas complicaciones al utilizarse en el desarrollo profesional. Por ejemplo, puede ocurrir que el público presente una inclinación a seleccionar sólo parte del video para hacerse una opinión. Se ha observado que los espectadores pueden formar impresiones a partir de extractos muy pequeños de video,

incluso sólo 30 segundos. Esto podría evitar que noten elementos importantes [32]. También es importante tener cuidado con la posición que toman los espectadores al observar el video. Generalmente estos son usados buscando que el público tome una posición analítica, pero puede pasar que se pongan en una posición más evaluativa, lo que podría alejar del foco de lo que se quiere que se enfatice o aprenda (Hammer, 2000; Putnam y Borko, 2000; Rodgers, 2002; citado por [22]). Otro aspecto a tener en cuenta es que los extractos de video muestran una gran cantidad de información, lo cual puede alejar a los observadores de lo que se busca enfatizar, de lo que es relevante [42].

En Gamoran y Sherin (2007) proponen que, al momento de diseñar un ambiente de aprendizaje utilizando videos, se medite elementos:

- La **infraestructura tecnológica** alrededor del uso de videos permite detenerlos, adelantarlos y retrocederlos para hacer énfasis en circunstancias relevantes para el objetivo del desarrollo profesional. En la misma línea, se pueden seleccionar segmentos específicos de video y, más aún, se pueden editar los mismos.
- Es importante reflexionar sobre **cuál es el objetivo** del video a mostrar. Hay autores que recomiendan seleccionar ejemplos de *buenas prácticas*, mientras otros aprovechan los videos para mostrar dilemas educativos complejos. Dependiendo del objetivo se pueden exponer tanto clases reales como casos editados. Además, el ángulo de la cámara en la grabación, la calidad del sonido y la distancia a la cuál se filmó el video de las acciones, afectan el contenido del video al influir en lo que puede ser visto y lo que no.
- También hay que tener cuidado con **cómo los observadores entienden el objetivo** al que se quiere llegar analizando un video en particular. No basta sólo el video para lograr un desarrollo profesional, sino que es muy importante también cómo los profesores interactúan con el video. Con un mismo video se pueden tener distintos objetivos: entender el pensamiento de los estudiantes, destacar prácticas, etc.
- Por último, la **estructura social** planteada al analizar videos. Es relevante pensar cómo se organizará a los profesores para ver el video y cómo ellos entienden su participación. La forma de trabajo podría ser grupal o individual, mientras, por ejemplo, el contexto en el que se hace el desarrollo profesional puede ser parte de un curso universitario o de una capacitación voluntaria.

# Capítulo 2

## Metodología

Para identificar las justificaciones de las decisiones que toman profesores en clase, se trabaja analizando videos de grupos de discusión de docentes de una institución de acceso abierto. En estos videos los docentes analizan y discuten sobre su propia implementación de una actividad de resolución de problemas (en adelante, RP).

A continuación se detallará la metodología caracterizada en dos ejes: respecto de los antecedentes de los datos, donde se habla del desarrollo profesional y de la muestra; y respecto del análisis de la información, donde se detalla la metodología utilizada para codificar e identificar temas, en línea con los objetivos de esta memoria.

### 2.1. Antecedentes de los datos

#### 2.1.1. Sobre la Iniciativa ARPA

En este trabajo se estudia la toma de decisiones de docentes de matemática de instituciones de educación superior de acceso abierto. Sin embargo, es importante describir con más detalle el contexto en el cual se observa a los docentes desenvolverse. En este caso, ese contexto corresponde al desarrollo profesional ARPA, *Activando la Resolución de Problemas en el Aula*.

ARPA es una iniciativa de investigación y desarrollo que nace al alero del Centro de Investigación Avanzada en Educación (CIAE) y el Centro de Modelamiento Matemático (CMM), ambos de la Universidad de Chile. Esta iniciativa busca implementar estrategias de desarrollo profesional docente que promuevan la resolución de problemas matemáticos en las salas de clases. En palabras de ARPA, “la incorporación de la resolución de problemas en el aula provoca una serie de cambios en la manera de aprender matemática, generando actividades que se acercan a la labor que realizan los matemáticos en su trabajo de investigación. De esta forma la matemática se convierte en la sala de clases en una actividad viva, en la cual se discute, se inventa, se yerra, se prueba, se resuelve y en definitiva, se aprende”.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>Información extraída de arpamat.cl.

ARPA propone una estructura para las clases de RP, que se compone de cuatro etapas:

1. Entrega: inicio de una clase ARPA donde el profesor forma a sus alumnos en grupos de forma aleatoria, da palabras de motivación generales y entrega a sus estudiantes el problema a resolver para que ellos lo lean.
2. Activación: etapa dedicada a lograr que los estudiantes trabajen con entusiasmo, dedicación y autonomía en el problema planteado. El profesor intreractúa con los grupos realizando preguntas, generalmente con el fin de ayudar a los estudiantes a entender el problema al que se están enfrentando o a darle ideas si es que el grupo está trabajando pero no presenta avances.
3. Consolidación: si un grupo dice que ha terminado el problema, el profesor debe asegurarse que todo el grupo puede explicar cómo se resolvió. Si el problema fue resuelto de manera incompleta o errónea, el profesor debe hacer preguntas para que sean los estudiantes los que se den cuenta de su error.
4. Discusión: una clase ARPA finaliza con una plenaria, que tiene por objetivo socializar las distintas soluciones y estrategias utilizadas para resolver el problema.

Dentro de las estrategias que tiene ARPA para incidir en las salas de clases está *RPAula*, un taller de 30 horas presenciales y aproximadamente 20 horas no presenciales, distribuidas a lo largo del año, que busca la paulatina y efectiva incorporación de la RP en las aulas. En este taller los profesores resuelven problemas, planifican problemas y los implementan en sus clases.

Desde 2015 la iniciativa ARPA comenzó a trabajar en un proyecto con un instituto profesional, con el fin de crear un programa de formación RPAula. La fase prepiloto, implementada en dos sedes de la Región Metropolitana del instituto profesional, fue acompañada por una línea de investigación, cuyo diseño se concebía a través de cuatro dimensiones: *docente, aula, estudiante y desarrollo profesional*.

En la dimensión *docente*, uno de los ámbitos a analizar eran las sesiones de Análisis de Video (en adelante, AV): en la estrategia RPAula, cada profesor implementa durante el año varias clases de RP. Estas implementaciones son grabadas en video, con el fin de que después los profesores tengan una instancia para revisar y analizar su clase, y así perfeccionar las cuatro etapas que ARPA considera debe tener una aplicación de RP. En cada AV, un grupo de profesores junto con un monitor de ARPA conversan y discuten sobre su implementación en la clase junto a sus pares, generalmente centrándose en una de las cuatro etapas de ARPA. Para cada profesor, el monitor de ARPA selecciona previamente un segmento de la clase que realizó. Estos videos (en adelante, clips) duran en general entre tres y cuatro minutos. El rol del monitor durante el AV es ser un personaje secundario durante las discusiones, buscando fomentarlas a través de preguntas y dejando el protagonismo a los profesores. Para cada profesor se analiza su clip asociado durante el AV, nunca se analizan a dos profesores de forma simultánea y cada revisión del clip se divide en tres etapas:

1. Comentarios del profesor que se analizará: se pide que el profesor hable de la clase que realizó, qué ocurrió y qué no ocurrió según lo esperado, qué le llamó la atención, qué le gustó, cuáles fueron las dificultades, etc.

2. Observación del video: dependiendo de qué etapa se quiere reforzar es el clip de la clase que se muestra.
3. Ronda de comentarios: se pide a todos los participantes que opinen con respecto a lo que acaban de observar. Se hace énfasis en primero hacer comentarios positivos y después mencionar cosas por mejorar.

Las sesiones AV realizadas por la iniciativa ARPA son una instancia en que profesores discuten sobre una metodología nueva para ellos, abordando entre pares las dificultades que podrían tener para llevarla a cabo en sus salas de clases, los elementos que rescatan de la metodología y cómo incorporarla de manera efectiva. Así, es una oportunidad que permite que los profesores expliciten ciertas decisiones que se toman en la sala de clases, pudiendo también transparentar las razones detrás de esas decisiones.

### 2.1.2. Muestra

Los datos disponibles para este trabajo corresponden a filmaciones de las sesiones AV realizadas por la iniciativa ARPA en una de las sedes del instituto profesional. Este instituto posee una alta cantidad de estudiantes (más de 20 mil) y ofrece también pregrados tipo CFT. La sede en la cual se centra el trabajo tiene una oferta académica de más de 20 carreras, abarcando áreas como tecnología, salud, humanidades, entre otras.

En la sede en cuestión participaron 17 docentes y se organizaron cuatro sesiones de AV para cada uno de ellos. Sin embargo, en los videos disponibles sólo se observa a 9 docentes distintos. **Será en ellos en quienes se centrará el trabajo**<sup>2</sup>. Tomando en cuenta solo a estos 9 docentes, se puede decir que la mayoría trabaja a jornada completa en el instituto profesional haciendo clases de matemática. Con respecto a sus años de experiencia, van desde los 6 a los 30 años (promedio = 14; desviación estándar = 9.7). Más información de los docentes es entregada en el cuadro 2.1.

Sobre cuánto aparecen los participantes en los videos, hay 3 docentes con videos para los 4 AV, 2 docentes con 3 AV, 3 docentes con 2 AV y una docente con sólo 1 AV disponible. En el cuadro 2.2 se muestra un resumen de los videos con los que se cuenta para cada profesor de esta sede. Cada sesión AV duraba aproximadamente 90 minutos y tenía como foco el perfeccionamiento de una o más de las etapas propuestas por ARPA: la primera sesión se centró en la Entrega, la segunda sesión en las etapas de Activación y Consolidación y la tercera sesión en la Discusión. Para la cuarta sesión cada docente decía previamente qué etapa quería mejorar y, según eso, el monitor ARPA seleccionaba un clip de dicha etapa.

---

<sup>2</sup>Todos los docentes fueron informados de las filmaciones a realizar, tanto de la implementación de las clases ARPA como de las sesiones AV. También los docentes fueron informados de que estas grabaciones serían utilizadas con fines de investigación y que se mantendría el anonimato de sus identidades. Se solicitó la firma de consentimientos por parte de los docentes para confirmar la aceptación de estas condiciones.

Nombre	Formación	Sexo	Postítulo	Situación Laboral	Experiencia
Ana	Pedagogía	F	Sí	Jornada completa	6
Alicia	Pedagogía*	F	No	Jornada completa	4
Agustín	Ingeniería	M	Sí	Jornada completa	10
Alfonso	Pedagogía*	M	No	Jornada completa	7
Axel	Pedagogía	M	Sí	Jornada completa	12
Aldo	Licenciatura*, In- geniería	M	No	Jornada completa	17
Aurelio	Licenciatura	M	Sí	Más de media jornada	30
Amanda	Licenciatura	F	Sí	Jornada completa	27

**Cuadro 2.1:** Información de los docentes estudiados. *Nombre* son pseudónimos para proteger la identidad de los docentes participantes. *Formación* hace referencia a sus estudios de pregrado; *Postítulo* indica si han realizado o no un estudio de postgrado; *Experiencia* entrega información sobre los años de experiencia de cada docente enseñando matemática.

A pesar de aparecer en los videos, no se tiene información de la docente Anastasia.

(\*) La pedagogía de Alicia no es en matemática, mientras que la de Alonso abarca más que sólo matemática. La licenciatura de Aldo no es en matemática.

## 2.2. Descripción del proceso de análisis

Esta investigación aplica su metodología en los videos AV generados por el desarrollo profesional ARPA realizado en una de las sedes de un instituto profesional. El análisis de estos videos se realiza haciendo una revisión preliminar de los videos, transcribiendo las sesiones y codificando los pasajes a partir de estas transcripciones.

En adelante se detalla la revisión preliminar de los videos AV, la generación inductiva de una codificación pertinente a la investigación, una explicación del uso de los códigos y la realización del análisis temático.

### 2.2.1. Revisión Preliminar

Con el fin principal de familiarizarse con los datos se realizó un preanálisis, consistente en la observación de parte de los videos AV disponibles. Según la notación del cuadro 2.2, las sesiones revisadas fueron AV1-S1, AV2-S1, AV3-F1, AV3-S1, AV4-F1 y AV4-S1<sup>3</sup>. Durante esta revisión se buscó:

- Comprobar la calidad de audio e imagen.
- Identificar a los docentes y monitores presentes en cada AV.
- Corroborar la estructura propuesta para la actividad.
- Identificar los temas principales de cada sesión y los tópicos más conversados.
- Identificar pasajes en las que docentes justifiquen alguna decisión tomada en relación a la clase (contenido a pasar, problema escogidos, prácticas, etc.).

---

<sup>3</sup>La notación AV4-S1, por ejemplo, significa que la sesión AV4 fue hecha por el monitor S y que era la primera sesión AV4 que el monitor S realizaba.

Con respecto a la calidad de audio e imagen, se comprobó que las discusiones que se realizan durante los AV son distinguibles y, por lo tanto, se podía utilizar este material como objeto de análisis. Sin embargo, el audio y la imagen de los clips que se observan para cada docente no se pueden rescatar de estos videos. De todas formas si más adelante fuese necesario analizar este material, se puede solicitar a los monitores ARPA.

Gracias a este preanálisis se pudieron obtener los datos utilizados para elaborar el cuadro 2.2. Se observa que en el AV4-F2 sólo participa la docente Anastasia. Debido a esto, se descarta analizar este AV, ya que no cumple la importante característica de generar una discusión entre pares.

También se pudieron observar diferencias metodológicas entre los monitores ARPA: mientras que el monitor S se guía fuertemente por la estructura mencionada en 2.1.1, el monitor F tiende a salirse de esta estructura, tomando a veces más protagonismo que los mismos docentes al momento de realizar las discusiones.

Tal como se mencionó anteriormente, el AV1 se centra en la etapa de Entrega, el AV2 se centra en las etapas de Activación y Consolidación, el AV3 se centra en la etapa de Discusión y en el AV4 se eligen los clips a analizar según la etapa que cada docente quiere reforzar. Además, durante el preanálisis se buscó identificar tópicos recurrentes durante las discusiones de cada sesión AV. La determinación de estos quedó a criterio de la investigadora, que se centró en aquellas temáticas más frecuentes o en aquellas discusiones en las que se percibió que los docentes profundizaron una idea. Los resultados de este procedimiento se pueden revisar en el Apéndice A.

Finalmente, se comprobó la existencia de justificaciones por parte de los docentes a algunas de sus prácticas o procedimientos realizados durante la implementación de sus clases ARPA. Verificar esto era de vital importancia para corroborar que los objetivos de la memoria eran viables de cumplir a través de este material.

Para cada video AV (con excepción del AV4-F2) se generó una transcripción literal de los diálogos emitidos por los docentes o por el monitor. No fueron considerados los diálogos que se escuchaban en los clips que observaban los docentes, ya que en general el audio que se percibía de estos era de baja calidad. Los documentos fueron generados por una transcriptor con experiencia, a quien se le solicitó las declaraciones literales de los docentes y el monitor, además de indicar cuando hubiesen situaciones no verbales relevantes (salida o llegada de un docente, comienzo de la observación de un clip, risas, etc.) y cuando se produjesen silencios mayores a 5 segundos. Cada documento entregado por la transcriptor fue revisado por la autora, quien se preocupaba de contrastar los documentos con los videos AV y verificar la calidad de la transcripción.

A través de las transcripciones de cada video AV, se determinó cuánto hablaba efectivamente durante la discusión cada participante, esto es, cuántas palabras emitía cada uno, tanto docentes como monitores. Los resultados son presentados en la tabla 2.3.

Docentes	AV1-S1	AV2-S1	AV3-F1	AV3-S1	AV3-F2	AV4-S1	AV4-F1	AV4-F2	Total
Alicia	1			1		1			3
Alfonso	1	1*	1				1		4*
Agustín	1	1			1		1		4
Ana	1	1			1		1		4
Axel		1		1		1			3
Aldo			1			1			2
Anastasia			1					1	2
Aurelio				1		1			2
Amanda							1		1
Total	4	4*	3	3	2	4	4	1	9
Total AV	4	4*	8		9				
Fecha	Nov. 2015	-	Jun. 2016		Jul. 2016		9 meses		

**Cuadro 2.2:** Resumen de los AV. En AVX, el número X representa a qué sesión de AV correspondía para los docentes. Por ejemplo, AV1 era la primera sesión de AV.

En AV1-YZ, Y representa al monitor ARPA presente en la sesión y Z el número de sesión de ese AV que el monitor estaba realizando. Por ejemplo, AV3-F2 es la segunda sesión AV3 que el monitor F realiza.

(\*) En la sesión AV2-S1, el docente Alfonso llegó muy retrasado y no se alcanzó a analizar su clip. En la práctica no se puede considerar presente en ese AV.

Docentes	AV1-S1 (9125)	AV2-S1 (7710)	AV3-F1 (10870)	AV3-S1 (11931)	AV3-F2 (6923)	AV4-S1 (10066)	AV4-F1 (12658)
<b>Monitor</b>	40.1	47.1	45.9	27.9	62.0	35.3	28.9
<b>Alicia</b>	14.2	-	-	18.0	-	17.1	-
<b>Alfonso</b>	12.7	-	22.6	-	-	-	15.2
<b>Agustín</b>	15.1	15.0	-	-	24.3	-	18.2
<b>Ana</b>	17.9	13.6	-	-	13.7	-	19.0
<b>Axel</b>	-	24.3	-	31.9	-	22.0	-
<b>Aldo</b>	-	-	10.6	-	-	14.0	-
<b>Anastasia</b>	-	-	20.8	-	-	-	-
<b>Aurelio</b>	-	-	-	22.3	-	18.0	-
<b>Amanda</b>	-	-	-	-	-	-	12.3

**Cuadro 2.3:** Participación de los docentes durante los análisis de video, visto a través del porcentaje de palabras que emitió cada docente o monitor en el AV v/s el total de palabras emitidas por todos los participantes. Cantidad de palabras total para cada AV sale indicada en paréntesis.

## 2.2.2. Análisis cualitativo: interrogando a los datos

Análisis es el proceso de examinar algo con el fin de descubrir qué es y cómo funciona. Codificar es obtener y desarrollar conceptos (en adelante, *códigos*) a partir de la información que se tiene disponible. Para generar una codificación es necesario interactuar con los datos disponibles, lo que involucra el uso de herramientas para rescatar información relevante. Según Corbin y Strauss (2008), las herramientas analíticas permiten al investigador distanciarse de la literatura técnica y la experiencia personal que podrían bloquear ver nuevas posibilidades en los datos, estimular el proceso inductivo, escuchar lo que las personas están haciendo y diciendo, e identificar propiedades y dimensiones de categorías [14].

Una de las herramientas analíticas descritas en [14] para rescatar códigos es el **Uso de Preguntas**. Realizarse preguntas sobre la información disponible permite probar, atisbar respuestas, salirse de los esquemas habituales y familiarizarse con los datos. Los autores proponen el siguiente ejemplo: suponga que está estudiando el cuidado entre cónyuges y que una de sus entrevistadas afirmó:

*Fue una muy difícil decisión enviar a mi esposo a una casa de cuidados, pero física y emocionalmente yo ya no me podía hacer cargo de él. Tengo 85 años y simplemente estaba siendo demasiado. Sin embargo, él falleció sólo 6 meses después de llevarlo ahí. Ahora desearía haberlo dejado en casa.* (en [14], p. 70).

¿Qué es lo que esta mujer quiere decir sobre sí misma, sobre su esposo o sobre la relación entre ellos? ¿Qué quiso decir con *estaba siendo demasiado*? ¿Qué significaba para ella dejar a su esposo en una casa de cuidados? ¿Qué habría pasado si ella dejaba a su esposo en casa? ¿Habría sido distinto? ¿Cómo afecta la edad de quien cuida? De ser más joven, ¿habría llevado a su esposo a una casa de cuidados? ¿Por cuánto tiempo cuidó de él? ¿Tenía ayuda o lo cuidaba solo?

Estas y otras preguntas sirven al analista a hacerse una idea de qué tiene y qué no, qué deberá seguir buscando, qué otro tipo de información será necesario recopilar, entre otras cosas. No necesariamente todas las preguntas planteadas deberán contestarse, ya que la prioridad entre ellas dependerá de la línea de investigación.

### 2.2.3. Generación de códigos

En el caso de este trabajo y siguiendo la línea descrita en 2.2.2, las preguntas planteadas para generar una codificación pertinente al estudio fueron:

1. ¿Qué es lo que hacen los docentes al participar en una instancia de AV?
2. ¿En qué se centran los docentes al analizar sus clases y las de sus pares?
3. Si lo hacían, ¿cómo justificaban los docentes las acciones observadas en el AV?

En adelante, se entenderá como *intervención* cuando habla un docente y como *cadena de conversación* a un conjunto de intervenciones en torno a un mismo tema, que pueden ser de un docente o de varios.

A raíz de la pregunta *¿Qué es lo que hacen los docentes al participar en una instancia de AV?*, se generó la categoría **Acciones**, donde sus códigos buscan señalar qué están realizando los docentes al momento de realizar una intervención durante el AV. Se debe pensar qué está haciendo el docente al momento de intervenir y/o cuál fue el objetivo de su intervención. Tras considerar simultáneamente lo anterior y los objetivos del trabajo, los códigos definidos en esta categoría son dos:

- **Justificación:** cuando se explica o se argumenta sobre por qué se realizó o no una acción particular en la sala de clases.
- **Observación:** cuando la persona se da cuenta o recuerda algo, y lo constata. Generalmente aparece a partir de un estímulo (por ejemplo, una pregunta del monitor).

Las **justificaciones** son un elemento ligado directamente a los objetivos del trabajo. Detectar cuándo un docente entrega motivos para una acción particular permitirá después poder evaluar el origen de dichos motivos. En el caso de las **observaciones**, se consideran relevantes, ya que a partir de lo que destacan o advierten los docentes se puede determinar qué aspectos, hechos o prácticas consideran ellos relevantes. Además, una observación, de haber sido advertida y destacada por el monitor durante un AV, pudo dar fácilmente espacio para que el docente justificara por qué dicha observación tiene valor para él o ella.

Al momento de identificar una Acción en una transcripción, se codifica toda la cadena de conversación, independiente o no de que la cadena de conversación incluya también otra acción, es decir, eventualmente una cadena de conversación podría ser codificada como Observación y como Justificación. Además, dentro de una cadena de conversación codificada como Observación pueden haber uno o varios extractos que permitan codificar esta conversación como Observación. Lo mismo ocurre con el código Justificación Así, en realidad una cadena de conversación donde se usó uno de los códigos puede contener varias observaciones o varias justificaciones. El objetivo de codificar toda la cadena de conversación y no cada justificación u observación de forma particular es rescatar el contexto completo en el que la acción se realiza.

En el cuadro 2.4 se muestran ejemplos de cadenas de conversación con códigos de la categoría Acciones. Ahí, la primera cadena de conversación se codifica como Observación por dos motivos: en primer lugar, Ana menciona que Alicia dio instrucciones de forma clara y que describió bien cómo se debían formar los grupos. Por otro lado, Alicia también dice que ella cree que no mencionó cuál era el objetivo de la actividad. Nótese que, por ejemplo en este caso, si el monitor le hubiese preguntado a Alicia *¿Por qué crees que debiste mencionar el objetivo?* y Alicia hubiese respondido, esta cadena de conversación podría dar a luz también a una Justificación.

En el caso de la cadena codificada como Justificación, Alicia explicita que da las instrucciones de la actividad antes de entregar los enunciados porque, en caso contrario, sus estudiantes no prestarían atención.

Código (Acciones)	Ejemplo
Observación	<p>[Termina clip de Alicia]</p> <p>Monitor: Opiniones hasta acá de esta entrega de Alicia.</p> <p>Ana: <b>Bueno yo destaco la claridad con la que habla Alicia, se entiende clarito, súper bien, sí. No y las instrucciones de cómo se debían conformar los grupos también estaban súper claras, no sé, me gustó.</b></p> <p>Alicia: <b>Yo siento que no dije al final cuál era el objetivo, parece que no lo dije.</b></p> <p>Ana: Que trabajaran (ríe).</p> <p>Monitor: Tranquila, estamos hablando de las cosas, reafirmar las cosas buenas, esta tendencia que, esta es la tendencia que, al menos demos una ronda pequeña de cosas buenas. Cosas que estuvieron impecables. Hay claridad en la entrega de instrucciones dices tú.</p> <p>Ana: Sí.</p>
Justificación	<p>Alicia: Ah sí, di las instrucciones antes de entregar.</p> <p>Monitor: Claro. Y otros casos así, entonces eso hace...</p> <p>Alicia: <b>Lo que pasa es que cuando, si yo siento que les entrego antes van a empezar inmediatamente a leer y ya no me van a poner atención a lo que estoy hablando. Entonces por eso yo primero les digo y después entrego el documento.</b></p>

**Cuadro 2.4:** Ejemplos de cadenas de conversación codificadas como Observación o Justificación, códigos de la categoría Acciones. Se resaltan aquellas intervenciones que reflejan el espíritu del código. Ambos extractos fueron extraídos de la sesión AV1-S1.

Siguiendo con las preguntas para generar una codificación, para la pregunta *¿En qué se centran los docentes al analizar sus clases y las de sus pares?* se generó la categoría **Tópicos**. Éstos códigos buscan identificar los temas que tocan los docentes, ya sea dentro de una intervención o dentro de una cadena de conversación. En este sentido, pueden ocurrir varias opciones: codificar con una temática sólo parte de una intervención, toda una intervención, parte de una cadena de conversación o toda la cadena. Esto queda a criterio del codificador. La categoría presenta 19 códigos y los detalles de cada uno se pueden revisar en el Apéndice B.

Inicialmente, los códigos de las categorías **Acciones** y **Tópicos** fueron utilizados para codificar una transcripción AV (a saber, AV1-S1). Este ejercicio fue realizado tanto por la autora como por el profesor guía, con el fin de definir más detalladamente cada categoría y cada código, pulir la codificación y deductivamente definir criterios para abordar los objetivos de la investigación. De este modo, tras revisar las cadenas de conversación codificadas como Justificación y a partir de la revisión previa de literatura pertinente, se propuso el uso de la teoría de obligaciones profesionales descrita por Herbst y Chazan [24] para clasificar las razones y tensiones que expresaban los docentes o que se desprendían de sus comentarios en las sesiones AV.

Así, finalmente, para la pregunta *Si lo hacían, ¿cómo justificaban los docentes las acciones observadas en el AV?* nace la categoría **Obligaciones**, cuyos códigos rescatan por qué los docentes le dan importancia, notan o cómo justifican distintas ideas o acciones. Aquí se describen cuatro códigos que referencian las cuatro obligaciones profesionales: Disciplinar, Individual, Colectivo e Institucional (para más detalles, ver 1.1.1).

Para utilizar los códigos de la categoría **Obligaciones** se debe analizar la cadena de conversación codificada como Justificación, identificando todas las acciones justificadas por algún docente dentro de la cadena. Luego, a cada una de estas acciones justificadas se le asocia la obligación profesional que mejor rescate el espíritu de la explicación entregada por el docente. En el caso de esta investigación la autora realizó este proceso, siendo el mismo sistemáticamente revisado y corroborado por el profesor guía. Las dudas y discrepancias entre ambos eran definidas vía discusión y consenso.

En el cuadro 2.5 se presentan ejemplos de cadenas de conversación codificadas para cada una de las obligaciones profesionales:

- En la primera cadena, Agustín menciona que permitió y fomentó el debate de un aspecto del problema porque le parecía útil para *la generalización* de lo que estaban trabajando en esa clase. La profundización de un conocimiento es importante para Agustín y lo relaciona con su actuar en este caso, por lo que la justificación es codificada como Disciplinar.
- En el ejemplo presentado como Individual, Aldo se centra en que su estudiante está nervioso para justificar por qué *apoyaba y validaba* lo que estaba haciendo el alumno.
- Por otro lado, en el ejemplo presentado como Colectivo, Ana atribuye una característica general a varios estudiantes y, a raíz de eso, toma decisiones sobre cómo gestionar la distribución de la sala de clase.

- Por último está la cadena de conversación en la que Aurelio transparenta que prepara un guión para la explicación de la actividad, porque considera la actividad como algo *solemne*, relacionando este atributo con quienes promueven el desarrollo profesional (en este caso, el instituto profesional y la Universidad de Chile).

Código (Obligaciones)	Ejemplos
Disciplinar	<p>Monitor: Es interesante. Un buen grupo.</p> <p>Axel: No, y ahí los mismos chiquillos se discuten. “No. No, incluso también...”. Y los otros compañeros responden “No”. Entonces ahí se supone que quizás había claridad en algunos, pero no total, y esa discusión que se iba a generar ahí iba a poder generarlo en todos que estaban obviamente trabajando, están con disposición.</p> <p>Agustín: Estos dos chicos, los que dijeron no, también son de estos chicos que tienen muchas capacidades. El otro estudiante estaba en lo correcto. Él estaba en lo correcto. Se hacían tres cortes y quedaban en cuatro partes. <b>Pero a mí me interesaba ese debate de los cortes para la generalización.</b></p>
Individual	<p>Aldo: <b>A éste no lo conozco mucho, pero lo noté harto nervioso, entonces lo, por eso traté siempre de estar como apoyándolo, apoyándolo, apoyando la suma, en explicar lo que estaba haciendo, en validar lo que estaba haciendo.</b></p> <p>Monitor: Claro, sí, de acuerdo.</p> <p>Aldo: <b>Para darle más confianza porque al final, al fin y al cabo no son expertos y a cualquiera que no es experto verse adelante le da miedo.</b></p>
Colectivo	<p>Monitor: Eso es un buen detalle. Y no sé si tú, además que tú aprovechaste que había poca gente como parece que los pusiste en diferentes, en diferentes lugares de la sala también.</p> <p>Ana: <b>Ah sí, para que no se escucharan. Porque de repente algunos más flojos ya no llegan al resultado y empiezan a copuchar lo que está pasando en el otro lado.</b></p> <p>Monitor: Sí.</p> <p>Ana: <b>Entonces por eso los puse bien separados.</b></p>
Institucional	<p>Aurelio: El principio no más, ¿sabes que lo que hice al principio, a principio o no? ¿Lo viste?</p> <p>Monitor: Sí, sí lo vi todo.</p> <p>Aurelio: <b>Me las di como histriónico con una cosa importante de lo que estaba haciendo, así con, el instituto, la Universidad de Chile.</b></p> <p>Monitor: No, a mí, a mí incluso hice una oración que me llamó mucho la atención... tú hiciste como un reglamento, como que seguiste un guión así, la entrega súper clara.</p> <p>Aurelio: <b>¿Por qué? Porque yo encontré que esta cuestión es solemne, no es una cuestión así desordenada como ya hagan el ejercicio, ¿entiendes?, fue como una cosa.</b></p>

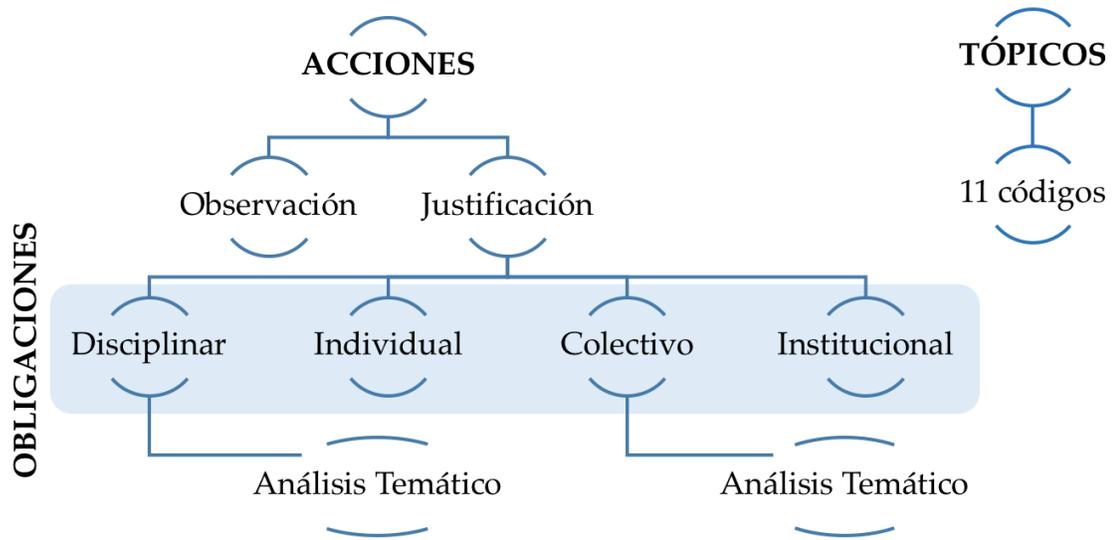
**Cuadro 2.5:** Ejemplos de Justificaciones codificadas por códigos de la categoría Razones. Se resaltan aquellas intervenciones que reflejan el espíritu del código.

## 2.2.4. Análisis temático

Las acciones justificadas por los docentes fueron clasificadas a través de los códigos de la categoría **Obligaciones**, lo que generó cuatro grupos de cadenas de conversación según la obligación profesional a la que fueron asociadas. Sin embargo, dentro de cada uno de estos grupos igualmente pueden percibirse matices entre distintas cadenas de conversación. Por ejemplo, para el código Colectivo, la justificación de Ana el cuadro 2.5 se relaciona fuertemente con cómo distribuir el espacio y con cómo quiere que sea el trabajo durante la actividad. Sin embargo, esta no es la única forma en que una cadena de conversación puede ser codificada como Colectivo. En un AV distinto al de Ana, Aldo menciona que él *veía a las personas* durante la clase para saber a quién elegir para exponer un problema y cómo apoyarlo cuando explicase. Esto es también codificado como Colectivo, ya que hay una preocupación hacia el manejo de las emociones de la clase en su conjunto durante la actividad, aunque muestra características distintas a la justificación de Ana.

Con el fin de rescatar y profundizar más en estos matices se desarrolló un **análisis temático** dentro de algunos códigos de la categoría Obligaciones. El análisis temático es un método para identificar, organizar y ofrecer profundidad de manera sistemática a patrones significativos en los datos que un investigador tiene disponible. Estos patrones deben tener relación con el estudio que se lleva a cabo y con las preguntas de investigación [5]. En el caso de este trabajo, profundizar en las preocupaciones y énfasis de los docentes hacia cómo manejar su clase, ya sea desde el espacio físico hasta los estudiantes en general, puede entregar mayor claridad en las líneas para hacer un desarrollo profesional efectivo, además de permitir conocer de manera más precisa los perfiles de cada docente.

Para esta memoria, se hizo este análisis temático sólo en los códigos Disciplinar y Colectivo. Se eligieron éstos por dos razones principales: se relacionaban más fuertemente con los objetivos de esta memoria y su presencia en las justificaciones era mayor a la de las otras dos obligaciones profesionales (ver más adelante la figura 3.3).



**Figura 2.1:** Resumen de la metodología realizada, organizada por niveles de análisis. El primer nivel corresponde a las categorías Acciones y Tópicos. En el segundo nivel se agrupan los códigos en estas categorías. El tercer nivel se desprende del código Justificación y corresponde a la categoría Obligaciones con sus cuatro códigos. Finalmente, el cuarto nivel corresponde al análisis temático realizado sobre las justificaciones de los códigos Disciplinar y Colectivo.

Braun & Clarke (2012) sugieren seis fases para rescatar patrones significativos, a los que ellas llaman *temas*: 1) familiarizarse con los datos, 2) generar códigos iniciales, 3) buscar temas, 4) revisar los temas potenciales, 5) definir y nombrar los temas, y 6) producir el estudio [5].

Para realizar el análisis temático en el caso de esta investigación, se siguió una línea similar a la propuesta por Braun & Clarke:

- La metodología descrita en 2.2.1 y en 2.2.3 permitió tener una fuerte familiarización con los datos desde el principio y a lo largo del trabajo.
- Tras codificar gran parte de los análisis de videos, la autora recopiló por separado aquellas justificaciones codificadas como Colectivo y Disciplinar. Tanto ella como el profesor guía revisaron esta parte de la muestra, rescatando lo que a criterio de cada uno le parecían las características principales de cada cadena de conversación.
- Tras discutir y llegar a consenso de cuáles eran los elementos principales, nació una primera propuesta de temas.
- Utilizando estos temas, la autora categorizó el resto de las justificaciones disponibles para cada obligación profesional, con el fin de ver si los temas generados seguían siendo válidos para el resto de las cadenas de conversación de Colectivo y de Disciplinar.
- Esta categorización fue nuevamente trabajada por la autora y el profesor guía. Algunos temas fueron fusionados o colapsados. Esto ocurría cuando un tema tenía pocas justificaciones que lo reflejasen o cuando dos temas tenían diferencias muy sutiles. Todas estas modificaciones eran definidas en conjunto y tras llegar a un consenso.

# Capítulo 3

## Resultados

El objetivo general de esta investigación es identificar las justificaciones de las decisiones de enseñanza en actividades de RP que los profesores de matemática toman en instituciones de educación superior de acceso abierto. Para esto, se analizaron videos de instancias AV, enmarcados en un desarrollo profesional en una institución de este tipo.

La presentación de los resultados se hará en el orden siguiente: en primer lugar, se hablará de las cadenas de conversación del código Justificación de la categoría Acciones y de los códigos aplicados a las mismas de la categoría Obligaciones. Luego, se introducirá el análisis temático del código Disciplinar de la categoría Obligaciones, mostrando los temas generados por la autora y el profesor guía, su descripción y los resultados. también se presentará algo similar en el caso del código Colectivo. Finalmente se hará referencia a los códigos Individual e Institucional, aunque con menor profundidad, y se entregará un detalle de las justificaciones que no pudieron ser codificadas con la metodología propuesta.

Es importante mencionar que se optó por no presentar resultados para el código Observación de la categoría Acciones, ni para la categoría Tópicos. Esto ya que a pesar de ser materia de interés, el trabajo se centró en el análisis de las cadenas de conversación codificadas como Justificación. Además, se recuerda que no se realizaron análisis temáticos para los códigos Individual e Institucional.

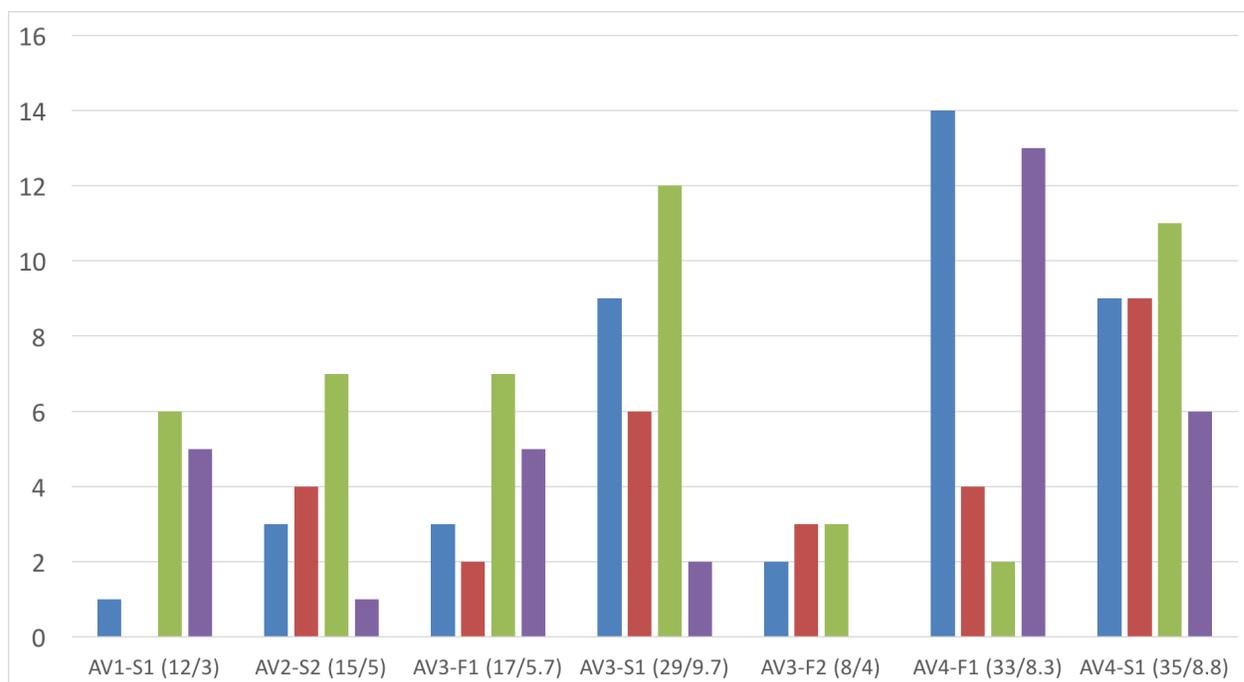
### 3.1. Justificaciones y obligaciones profesionales

El código Justificación de la categoría Acciones busca identificar pasajes en los cuales los docentes explican o argumentan por qué realizan o no una acción particular en la sala de clases. Tras analizar los 8 AV disponibles, se codificaron 96 cadenas de conversación como Justificación: 9 en el AV1-S1, 15 en el AV2-S1, 14 en el AV3-F1, 6 en el AV3-F2, 19 en el AV3-S2, 15 en el AV4-F1 y 18 en el AV4-S1.

Dentro de las 96 cadenas de conversación codificadas como Justificación se rescataron aquellas instancias en que los docentes entregan explicaciones o argumentos de sus decisiones de aula, con el fin de asociarles una de las obligaciones profesionales descritas por Herbst y

Chazan<sup>1</sup>. Así, se utilizaron en 149 oportunidades los códigos de la categoría Obligaciones, es decir, hubo 149 explicaciones o argumentos entregados por los docentes que pudieron ser asociados a una obligación profesional. Hubo otras 6 instancias en las que se detectó la explicación de una idea o acción, pero no se pudo asociar una obligación profesional. Se habla particularmente de estas instancias más adelante, en la sección Justificaciones no codificadas. En adelante, se les llamará igualmente *justificaciones* a las explicaciones o argumentos detectados en las cadenas de conversación codificadas como Justificación.

Al hacer la segmentación por AV, los códigos de la categoría Obligaciones son usados 12 veces en las justificaciones del AV1-S1, 15 veces en el AV2-S1, 17 en el AV3-F1, 8 en el AV3-F2, 29 en el AV3-S2, 33 en el AV4-F1 y 35 en el AV4-S1. El detalle fragmentado por código de la categoría Obligaciones para cada AV, se presenta en la figura 3.1.



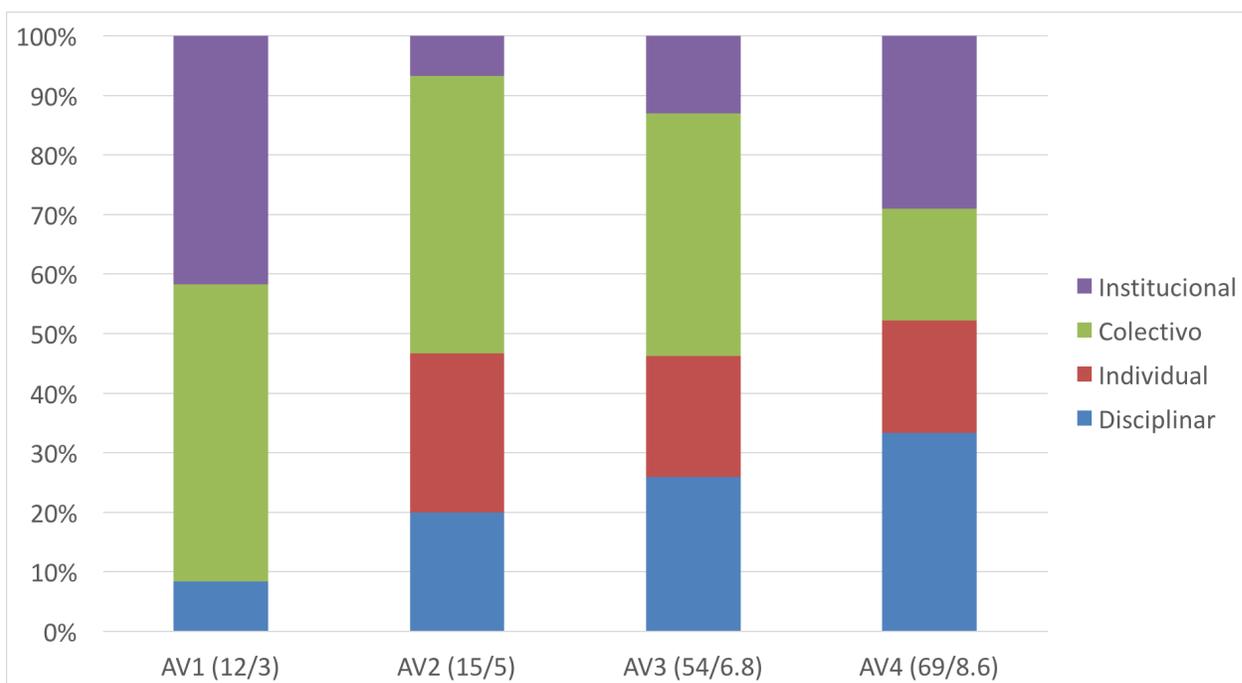
**Figura 3.1:** Justificaciones en cada AV, distribuidas por obligación profesional: Disciplinaria - Azul, Individual - Rojo, Colectiva - Verde, Institucional - Morado. Se indica cuántas justificaciones se codificaron para cada AV y cuántas justificaciones en promedio hay por docente, por ejemplo, AV1-S1 (12/3) significa que en dicho AV hubo 12 justificaciones en total y que se realizaron 3 justificaciones en promedio por docente.

Debido a que cada instancia AV tiene objetivos diferentes, es relevante ver cómo evoluciona la presencia de obligaciones profesionales para cada sesión. Se presenta la distribución de los códigos de la categoría Obligaciones en la figura 3.2, donde se observa que efectivamente el reparto de los códigos cambia durante el desarrollo profesional.

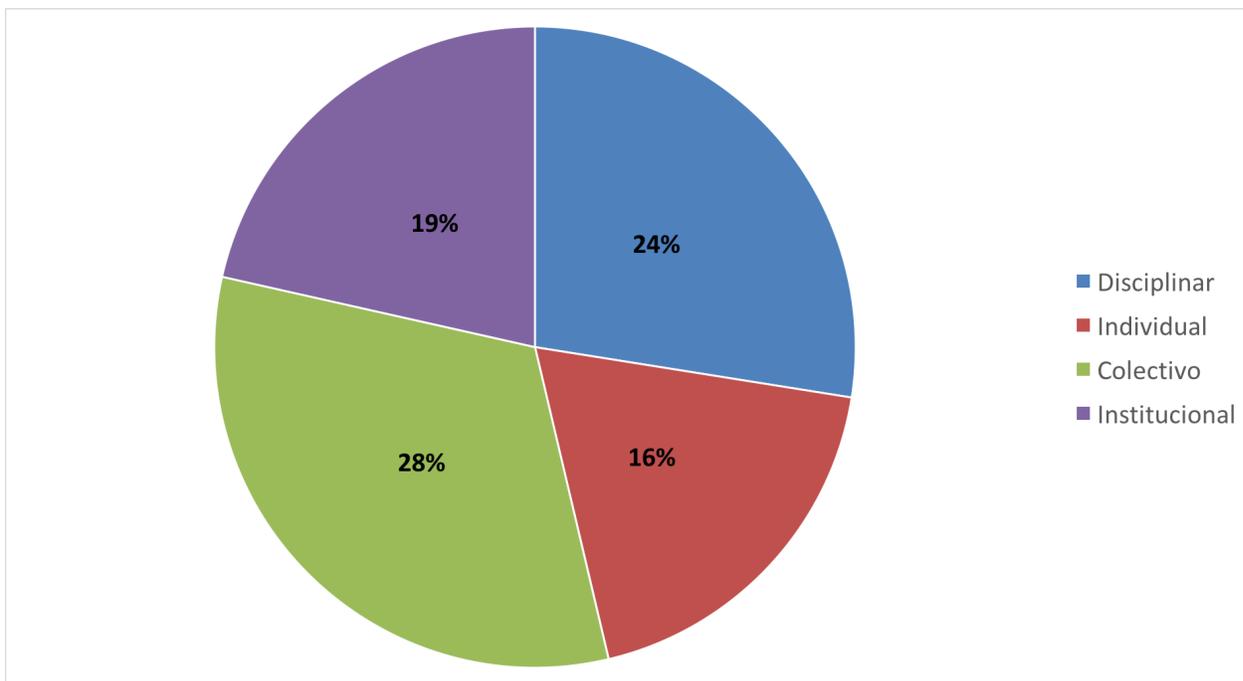
<sup>1</sup>Se recuerda que al codificar una cadena de conversación como Justificación, se debe marcar toda la cadena de conversación. Esto implica que dentro de una cadena de conversación podrían haber uno o más extractos que hablen de explicaciones o argumentos, es decir, podrían haber varios extractos dentro de una cadena de conversación que le otorguen el código Justificación a la cadena.

Al considerar todas las 148 justificaciones detectadas con la categoría Obligaciones, se identificaron 41 justificaciones ligadas a la obligación profesional a la disciplina, 28 relacionadas con lo individual, 48 dirigidas al colectivo y 32 que respondían a lo institucional (ver figura 3.3).

Tanto de la obligación a lo disciplinar como de la obligación a lo colectivo se hicieron análisis temáticos, aprovechando su alta presencia dentro de las justificaciones (24% y 28% respectivamente) y su relación con los objetivos de la memoria. En adelante, a cada una de estas obligaciones se le dedicará una sección especial. Posteriormente, se explicará brevemente lo encontrado para las obligaciones individual e institucional, junto con otras observaciones.



**Figura 3.2:** Proporción obligaciones profesionales en las justificaciones, distribuidas por AV. Se indica cuántas justificaciones se codificaron para las cuatro instancias AV y el promedio por docente, colapsando en caso de haber varios AV para una misma instancia. Por ejemplo, AV4 (69/8.6) significa que tomando todos los AV4 (AV4-F1 y AV4-S1), hubo 69 justificaciones en total y 8.6 justificaciones por docente.



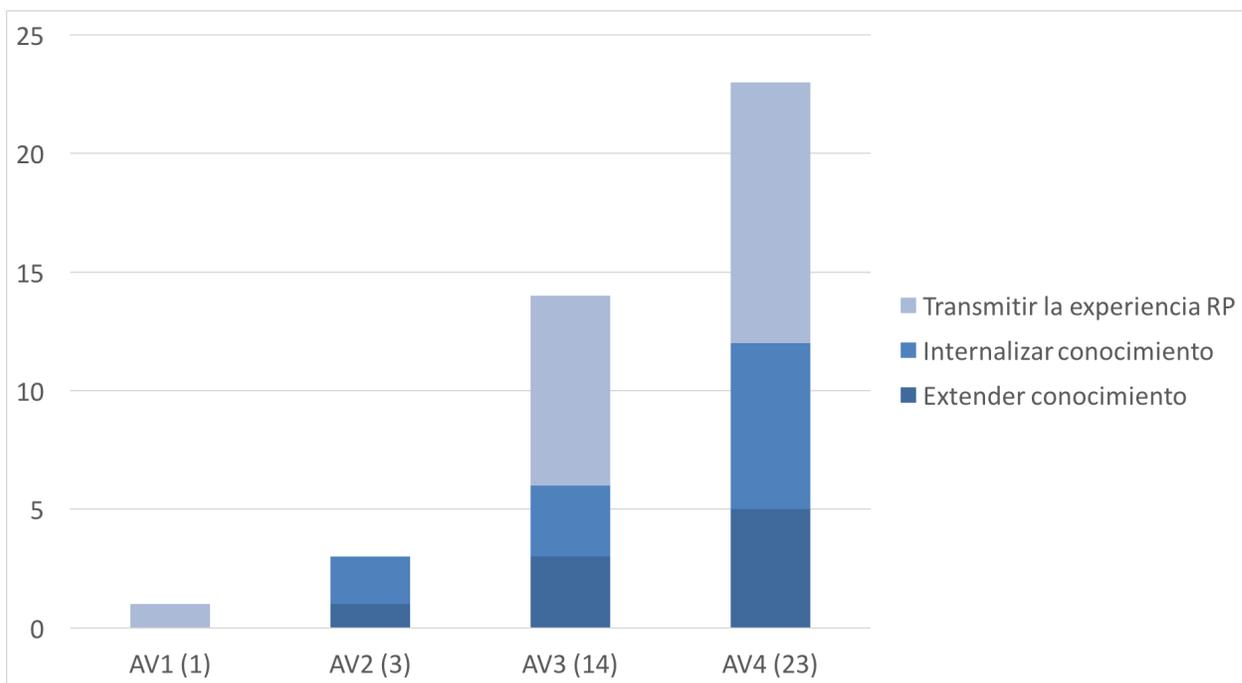
**Figura 3.3:** Proporción de cada Obligación Profesional dentro del total de Justificaciones, presentadas en porcentaje. La cantidad de justificaciones asociadas a cada obligación profesional es: Disciplinar - 41, Individual - 28, Colectivo - 48, Institucional - 32.

## 3.2. Sobre la obligación hacia la disciplina

Como se mencionó en 1.1.1, la obligación profesional a la matemática como disciplina se manifiesta cuando los profesores dan forma a las representaciones del conocimiento matemático, sus prácticas, aplicaciones y valores. Entender cómo esta obligación se hace presente en las justificaciones entrega nociones de qué es lo que entienden los profesores por “hacer matemática”. Más aún, las razones en torno a una acción dan información de qué conocimiento matemático desean entregar los profesores a los estudiantes y cómo quieren transmitirlo.

Dentro de las 41 cadenas de conversación en que las justificaciones de los docentes reflejaban una obligación a la disciplina matemática, destacaron tres temas: *Transmitir la experiencia de RP*, *Internalizar conocimiento* y *Extender conocimiento*. En la figura 3.4 se presenta la distribución de los temas para cada AV. En el cuadro 3.1 se muestra un resumen de las temáticas desarrolladas. En adelante, se profundizará en cada uno de los temas identificados.

Al final de esta sección se rescata un caso de interés que involucra a la docente Ana y el problema que se analiza de ella durante el AV4. Este caso se enfatiza ya que es un ejemplo completo de cómo un contenido matemático puede influir en las decisiones de un docente.



**Figura 3.4:** Distribución de las temáticas relacionadas con una obligación hacia la disciplina, a lo largo de los análisis de video. Se recuerda que hay un video AV1, un AV2, tres AV3 y dos AV4.

### 3.2.1. Transmitir la experiencia de resolución de problemas

Dentro de las 41 justificaciones en las que se identificó una obligación profesional hacia la disciplina matemática, hubo 20 de ellas (49%) que abordaban la temática *Transmitir la experiencia de RP*. Estas intervenciones reflejaban la disposición de los profesores por que las características y actitudes que conlleva la RP sean logradas de manera efectiva. Esta disposición parte desde la preparación del problema que será llevado a la sala de clases, que no puede ser aprovechado si los estudiantes no tienen los conocimientos y habilidades necesarios para enfrentarlo.

Aldo, durante el AV4-S1, responde si volvería a usar el problema *Venta de terreno* (ver C.6) en el mismo nivel, considerando la implementación ARPA que acababa de hacer: *Sí, sí. Le tenía miedo a la geometría. Pero no, los chiquillos con las herramientas de Pitágoras lo hicieron.*

Para vivir la experiencia RP, un paso básico que se debe lograr es que el enunciado sea comprendido y que se inicie la resolución de problemas propiamente tal en todos los grupos de trabajo. En ese sentido, los docentes se preocupan de ser buenos guías durante la RP. Amanda, durante el AV4-F1, comenta sobre cómo formuló las intervenciones en los grupos que no lograban comenzar el problema *Virus come memoria* (ver C.4): *Inicialmente yo pensaba como simplificación [del problema] decir [que calcularan hasta] 30 veces. Después me di cuenta que la respuesta [al problema original] eran 29 [veces]. (...) Claro, ahí la cambié [la pregunta]. Pregunté por 5, por 10.* En este fragmento Amanda refleja el cuidado que tienen los docentes hacia la pertinencia y precisión de las preguntas para lograr que el problema sea abordado.

Además, los docentes buscan que distintas y varias estrategias sean compartidas, sin descuidar una buena comprensión de todos los participantes. Alicia, durante el AV3-S1, explica que eligió a un grupo para que expusiera en la pizarra porque *en el papel que tenían ahí, el esquema estaba claro*. En la misma línea, los docentes consideran valioso que no sean ellos mismos quienes entregan el “procedimiento correcto”, si no que motivan a que la explicación de las dificultades y soluciones sea de los estudiantes para los estudiantes. Al respecto, durante el AV3-S1 se discute sobre cómo promover que los estudiantes se dieran cuenta de una dificultad típica al abordar el problema *Los helados* (ver C.3): era frecuente que los estudiantes consideraran que el orden de las bolitas importaba al momento de diferenciar helados, es decir, son distintos los helados de *frutilla-plátano* y *plátano-frutilla*. Al comentar esto se produce el siguiente diálogo durante el AV3-S1, en el que Aurelio justifica cómo afrontó la situación:

Monitor: Está bien que se equivoquen, que, estás hablando del, ¿de nosotros los profesores o estás hablando de los estudiantes?

Axel: De los estudiantes.

Monitor: Ya.

Axel: Los estudiantes, está bien que haya error, que digan, que piensen...

Aurelio: Por último...

Axel: Que consideren el plátano-frutilla con el frutilla-plátano, o sea, que digan 20 por 20 400, ahí está.

**Aurelio: Que no salga de mí en el fondo, porque habían dos opciones, o yo decía eh señores es lo mismo, ¿me entiendes?**

Axel: Eh tú sabes, pero...

**Aurelio: Ellos trabajan con eso y eliminan inmediatamente el 400.**

Axel: Pero es que ahí yo creo que tienes que achicar el problema y llevarlo a tres o a cinco sabores, entonces él eh hace el ejercicio, si son tres sabores, te va a decir nueve. Y quizás le puedes decir demuéstramelo, entonces es más fácil demostrarlo.

**Aurelio: Por eso que yo los dejé.**

### 3.2.2. Internalizar conocimiento

Este tema fue identificado en 11 de las justificaciones relacionadas con lo disciplinar (29%) y se vincula con el deseo de los docentes por que se expliciten las razones detrás de ciertas operaciones matemáticas y que se comente el sentido del proceso que se está siguiendo al plantear estrategias o soluciones. Ana, durante el AV2-S1, deja muy explícito este interés al comentar su interacción con el grupo durante la resolución del problema *Cubos* (ver C.1):

Monitor: Se nota, se nota cuando uno puso un poco de oído, se nota que entendió la situación, o sea se manejaba. . .

**Ana: Y yo no me fui hasta que me dijera lo que yo quería.**

Monitor: Él se imaginó los cubos, se imaginó. . . Es aquí donde entra el tema del lenguaje también a veces, que no tienen palabras para explicar el problema, al muchacho le cuesta mucho explicar.

Agustín: Argumentar.

Monitor: Claro.

**Ana: Y en todo caso yo siempre los fuerzo siempre a pensar, “por qué usted me dice, no sé, 16 por 4 por 4, no sé. Por qué por 4, y por qué por 4”. Yo los hago que piensen por qué me dijo eso, que no lo diga al azar. No sé, porque habían 4 para arriba, no sé. Que me explicara, que me convenciera de eso y a sus compañeros, porque el resto no sabía.**

*Internalizar conocimiento* se relaciona mucho con lograr conciencia de por qué se hace cierto procedimiento al abordar o resolver un problema. Por ejemplo, durante el AV3-S1 Alicia explica por qué le pide a un estudiante que estaba exponiendo en la pizarra que revise nuevamente su cuaderno: *Me dijo “no, yo lo hice al achunte”. ¡No! No lo hizo al achunte, si yo estaba viendo lo que estaban haciendo.*

Se ve en estas cadenas de conversación una intención de los docentes por promover acciones que permitan entender profundamente lo que se hace al resolver un problema matemático. En el caso de Axel, durante el AV4-S1, esta acción sería explicar: *Es que la verdad es que cuando uno explica aprende más. (...) Cuando el alumno recibe información, él replica o repite o mecaniza. Pero cuando el alumno es capaz de explicarte [al docente] o le explica al compañero, se nota que entendió.*

### 3.2.3. Extender conocimiento

Por último, la temática *Extender conocimiento* reúne a 9 de las justificaciones en las que se detectaba una obligación hacia la disciplina matemática (22%). Este tema recopila las intervenciones en las que los docentes muestran interés en ir más allá del problema original propuesto en la actividad de RP.

Esto podía ocurrir, por ejemplo, cuando se quiere que aparezca durante la RP una generalización del problema original y se promueven acciones para ello. Agustín, durante el AV2-S1, comenta un clip propio en el que se ve a tres estudiantes discutiendo el problema *Cubos* (ver C.1): *Estos dos chicos, los que dijeron “no”, también son de estos chicos que tienen muchas capacidades. El otro estudiante estaba en lo correcto. Él estaba en lo correcto. Se hacían tres cortes y quedaban en cuatro partes. Pero a mí me interesaba ese debate de los cortes para la generalización.*

También relacionado con que una generalización sea incorporada por todos los alumnos, está la preocupación por transmitir realmente este resultado extra. Aurelio en el AV3-S1, se refiere a la exposición de un estudiante de la extensión del problema *Los helados* (ver C.3): *Por eso le dije [que comenzara con] la simplificación, para que no empezara con [el caso para cualquier] N. Si no, no tiene sentido. (...) Nadie va a entender.* Para Aurelio, es más práctico comenzar desde lo más fácil, para después avanzar y llegar a un caso general. Incita a su alumno a hacer una explicación constructiva.

Otra instancia ocurría cuando los docentes buscaban que se encontrara una nueva estrategia para resolver el mismo problema, pero que involucrara contenidos específicos. Ana, durante el AV4-F1, menciona para el problema *Un corral para caballos* (ver C.8): *Sí, todos llegaron a lo que se pedía. Se logró el problema, se logró el objetivo y en algún momento dije "podría terminar acá", pero no. Yo dije ahora voy a hacer lo que yo quiero, quiero que lleguen al modelo algebraico de la función.*

Tema	Descripción	Ejemplo
<i>Transmitir la experiencia de RP</i>	Cuando las razones para justificar una acción reflejaban la disposición de los profesores por que los estudiantes vivan la RP y sus distintas aristas.	“Por eso yo les dije “yo lo hubiese hecho así”. (...) Por último, que no se queden con la idea que es el profesor el que lo tiene que explicar [la solución], siendo que son ellos los que lo tienen que explicar.” (Alfonso)
<i>Internalizar conocimiento</i>	Cuando los docentes transmiten el deseo por que los estudiantes expliciten las razones detrás de ciertas operaciones matemáticas. Cuando se busca que los estudiantes obtengan un entendimiento profundo de lo que hacen.	“Me dijo ‘no, yo lo hice al achunte’. ¡No! No lo hizo al achunte, si yo estaba viendo lo que estaban haciendo.” (Alicia)
<i>Extender conocimiento</i>	Cuando las justificaciones de los docentes reflejan interés en ir más allá del problema original propuesto.	“Sí, todos llegaron a lo que se pedía [a la solución del problema original]. Se logró el problema, se logró el objetivo y en algún momento dije ‘podría terminar acá’, pero no. Yo dije ahora voy a hacer lo que yo quiero, quiero que lleguen al modelo algebraico de la función.” (Ana)

**Cuadro 3.1:** Resumen y ejemplos de temas rescatados a partir de las justificaciones que muestran una obligación hacia la disciplina.

A partir del análisis temático se recopilaron y analizaron particularmente las justificaciones con una obligación hacia la disciplina matemática. Considerando que uno de los objetivos de esta investigación es indagar en cómo la matemática determina el tipo de justificación y las acciones que los docentes llevan a cabo, durante la revisión se prestó atención a aquellas justificaciones que relacionaban las decisiones tomadas en la instrucción y el contenido matemático que se estaba tratando. Gracias a este ejercicio, se pudo rescatar una situación

particular en la que el contenido matemático influye fuertemente en las medidas y acciones que una docente toma en la sala de clases.

### 3.2.4. El caso de Ana y el problema *Un corral para caballos*

La implementación ARPA de Ana del problema *Un corral para caballos* fue analizada durante el AV4-F1. El enunciado del problema es el siguiente:

*Un campesino desea construir un corral de forma rectangular para sus caballos. Con el fin de ahorrar material ha decidido ubicarlo contra un muro, como aparece en la ilustración. Para tal fin, dispone exactamente de 21 metros de malla de alambre. ¿Qué dimensiones debe tener el corral para que albergue una mayor cantidad de caballos utilizando todo el alambre?*

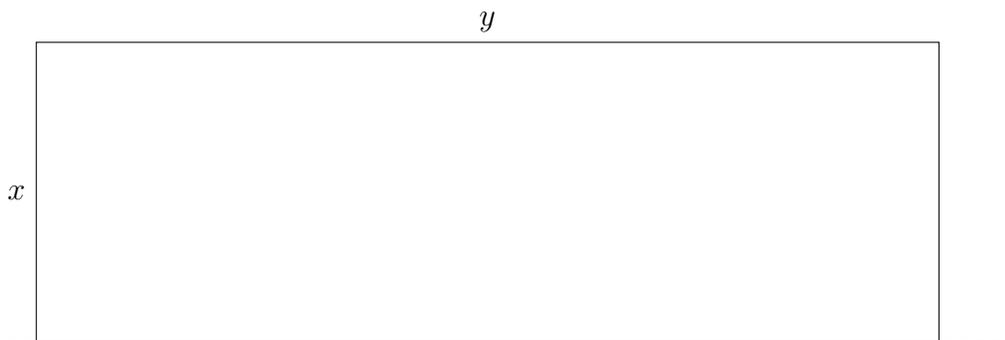
Ana durante el AV4-F1 se refiere a los contenidos tratados en el problema. El problema es de *aplicación de la función cuadrática* y puede ser resuelto involucrando un modelo cuadrático. Ana dice que elige este problema porque *les hace mucho sentido a los estudiantes los conceptos de máximos y mínimos*, conceptos que ella considera importantes para trabajar el contenido de función cuadrática.

Es posible resolver este problema utilizando un modelo cuadrático. Para esto, una estrategia es dejar un lado del corral en función del otro, aprovechando la restricción del largo del alambre. Por ejemplo, tomando como referencia la figura 3.5, se puede dejar el lado  $y$  en función de  $x$ . La restricción del largo del alambre corresponde en este caso a:

$$2x + y = 21 \implies y = 21 - 2x.$$

Así, se puede definir una relación cuadrática entre el área del corral (que se denotará  $A$ ) y el lado  $x$ :

$$A(x) = x \cdot y = x(21 - 2x) = 21x - 2x^2.$$



**Figura 3.5:** Representación gráfica del problema *Un corral para caballos* (no es parte del enunciado original). La línea punteada roja representa la pared descrita en el enunciado, mientras que la línea continua negra representa el alambre de 21 cm.

Observando la función  $A(x)$ , se puede decir que posee un máximo (una justificación para esto es ver que el signo del elemento cuadrático de la función es negativo). Para determinar el valor  $\bar{x}$  en el que la función  $A$  alcanza su máximo utilizando el modelo cuadrático, hay diversas estrategias. Aquí, se proponen dos:

▪ Optimización:

Se deriva la función  $A$  con respecto a  $x$ , obteniendo  $A'(x) = 21 - 4x$ . Luego, se impone la condición de optimalidad, esto es:

$$A'(\bar{x}) = 0 \implies 21 - 4\bar{x} = 0 \implies \bar{x} = \frac{21}{4}$$

Reemplazando, se obtienen  $\bar{x} = \frac{21}{4}$ ,  $\bar{y} = \frac{21}{2}$  y el área máxima sería  $A(\bar{x}) = \frac{441}{8}$ .

Esta solución involucra entendimiento y manejo del concepto de derivada, junto con sus propiedades al utilizarla para optimizar una función.

▪ Vértice de una función cuadrática:

Se sabe que una función cuadrática alcanza su máximo o mínimo, según corresponda, en su vértice. Dicho esto, el problema de encontrar el área máxima se reduce a encontrar las coordenadas del vértice de la parábola  $A(x)$ . Para esto, se propone encontrar las raíces de la función, es decir, aquellos valores de  $x$  en los cuales la función toma el valor cero.

$$A(x) = x(21 - 2x) = 0 \implies x = 0 \text{ o } x = \frac{21}{2}$$

El valor  $\bar{x}$  corresponde al punto medio entre las raíces, es decir, en este caso  $\bar{x} = \frac{21}{4}$ . Así, reemplazando, se obtienen los mismos valores de  $\bar{y}$  y  $A(\bar{x})$  que en el caso anterior.

Esta solución requiere un entendimiento de la función cuadrática, especialmente en su sentido geométrico.

Sin embargo, Ana tiene claro que es poco probable que sus estudiantes usen en primera instancia la estrategia de un modelo cuadrático y así lo deja patente en la siguiente cadena de conversación:

Ana: Lo que pasa es que quería que resolvieran el problema, que encontraran el área máxima.

Monitor: Sí claro.

Ana: De cualquier forma.

Monitor: Ya.

**Ana: Pero yo tenía dudas si lo iban a encontrar de manera algebraica, haciendo el modelo de la función cuadrática.**

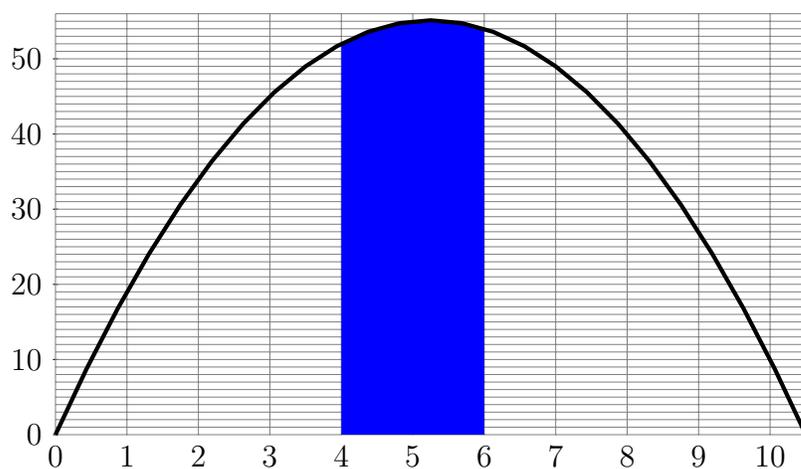
Monitor: Claro, claro, para allá iba mi pregunta.

**Ana: En el fondo lo dejé como extensión.**

Monitor: Ya.

**Ana: Porque pensé que no lo iban a lograr y de hecho ninguno lo hizo así. Lo hicieron de otras maneras. Tanteándolo, o poniendo valores.**

Tal como dice Ana, la estrategia más comúnmente utilizada por los estudiantes es ir probando valores para los lados del corral. En caso de no llegar a valores cercanos a la solución, ella iba guiando siguiendo un esquema que llevó preparado desde la planificación (ver figura 3.6a) y una tabla con los valores, generalmente enteros, que ella previó que probarían sus estudiantes (ver figura 3.6b). Ella dice: *Lo puse ahí [en su planificación], son todos los valores. Entonces lo que pasaba era que los chiquillos se fueron dando distintos valores, entonces me hice esto, lo tenía ahí en una hojita, por eso iba mirando. [...] Lo tenía anotado, porque yo decía “¿y si me dicen, no sé, 3 y 15, qué hago?” Eh, los voy tirando allá, entonces ésa era mi idea, tirarlos hacia el lugar que está en azul [ver figura 3.6a], ir acercándolos de a poquito, para que se cuestionaran otras cosas.*



(a)  $A(x) = 21x - 2x^2$ .

$x$	$y$	Área
1	19	19
2	17	34
3	15	45
4	13	52
5	11	55
6	9	54
7	7	49
8	5	40
9	3	27
10	1	10

(b) Tabla de valores.

**Figura 3.6:** Representación de la planificación de Ana para el problema *Un corral para caballos*: gráfico de la función cuadrática (izquierda) y tabla de valores (derecha). Las variables  $x, y$  corresponden a los lados del rectángulo (ver figura 3.5).

La dificultad principal que Ana planifica y que es advertida durante la implementación del problema es el uso únicamente de números enteros, a pesar que el enunciado del problema no pone esa condición sobre los lados del corral. Tras guiar a sus estudiantes para que se cuestionen esta situación, los alumnos siguen utilizando el método de prueba y error para llegar al máximo, el cual todos los grupos finalmente obtienen. A pesar que esta estrategia no parezca práctica, si se guían por ejemplo por valores de  $y$  y extienden su razonamiento a números con un decimal, no involucra un desarrollo largo llegar al óptimo ( $\bar{y} = \frac{21}{2} = 10,5$ ).

Ana se refiere a cómo continuó la RP luego que todos los grupos lograran llegar a la solución del problema original y cómo aprovechó el problema para clases posteriores a la implementación RP:

Monitor: [...] ¿Sientes que tus intervenciones fueron adecuadas para que hayan llegado a la solución del problema?

**Ana: Sí, todos llegaron, todos llegaron a lo que se pedía. Ahora yo dije ya se logró el problema, se logró el objetivo y en algún momento yo dije “ya resolvieron el problema, podría terminar acá”. No, yo dije ahora voy a hacer lo que yo quiero, quiero que lleguen al modelo algebraico de la función y también quería, de hecho cuando se fueron, al otro día con los estudiantes eso lo graficamos y vieron que era parábola y lo tomé para seguir profundizando.**

Monitor: Le sacaste el jugo. Buenísimo.

**Ana: Claro. Y que en el fondo tuviesen un problema más o menos real de lo que era la función cuadrática.**

Monitor: Un análisis completo. Buenísimo.

**Ana: Y nos sirvió de base, de hecho, yo siempre estoy muy a favor de que al principio de las unidades uno parta con un problema para que ellos tengan la noción y después le encuentren más sentido. De hecho un estudiante me decía “ah, mira tú, esto es una función cuadrática”.**

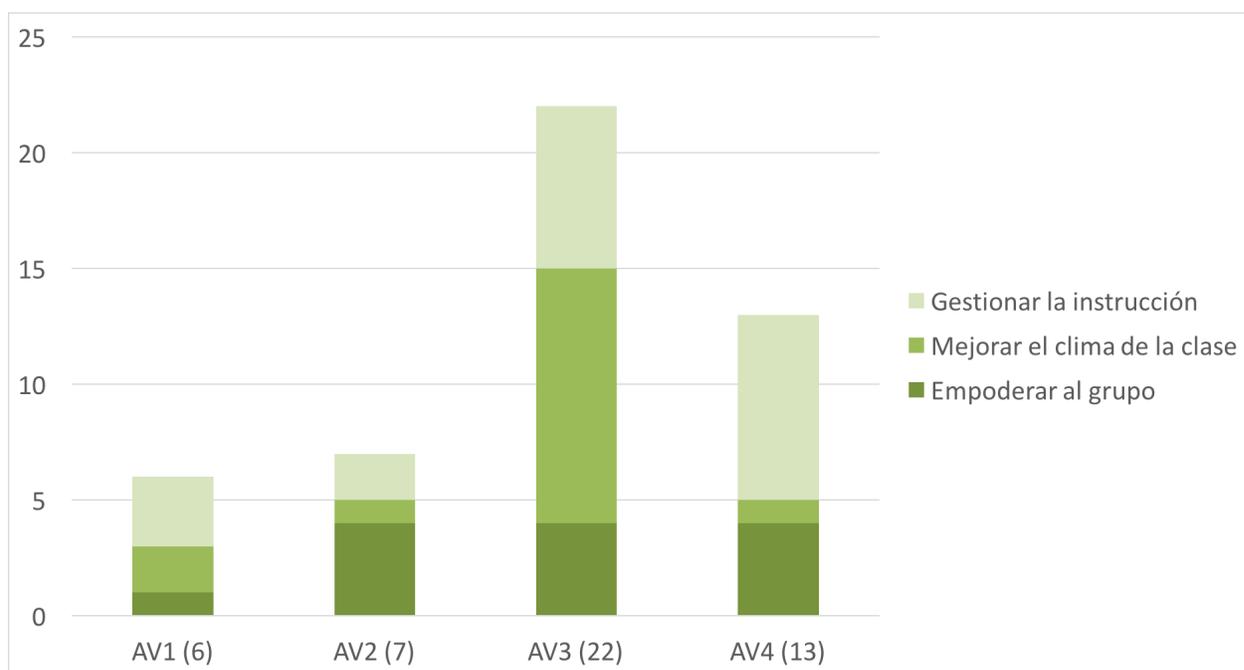
A lo largo del AV4-F1, Ana justifica distintas acciones que fueron influidas por el contenido de función cuadrática. Comienza con la decisión de elegir un problema específico, que tiene como objetivo generar mayor entendimiento de este tipo de función a través del entendimiento de los conceptos de máximo y mínimo. También influyó en la preparación de material (gráfico, tabla) que le permitió gestionar el trabajo de los estudiantes y así promover que los estudiantes observen y analicen el comportamiento de la función. Finalmente, Ana hace énfasis en la importancia de concretar y relacionar el problema con el contenido de función cuadrática, llegando a continuar el trabajo en clases posteriores.

Son las justificaciones de la docente las que permiten recrear la historia de la implementación del problema, las mismas que se relacionan fuertemente con un contenido específico. Debido a esto, es importante rescatar y enfatizar el ejemplo de Ana al momento de hablar de cómo la disciplina matemática influye en las decisiones de los docentes.

### 3.3. Sobre la obligación hacia lo colectivo

Se recuerda que la obligación interpersonal o colectiva habla de cómo el docente responde a que los estudiantes, vistos como un conjunto en la sala de clases, comparten características y recursos. Dado esto, profundizar en las razones y énfasis de los docentes hacia cómo manejar su clase, ya sea desde el espacio físico hasta los estudiantes en general, puede entregar mayor claridad en las líneas de las que debe preocuparse un desarrollo profesional para ser más efectivo.

A raíz del análisis temático, se lograron desprender tres temas principales dentro de las 48 justificaciones en las que había presencia de una obligación profesional hacia lo colectivo: *Gestionando la instrucción*, *Potenciando al grupo* y *Mejorando el clima de la clase*. Se puede ver la distribución de las temáticas en cada instancia AV en la figura 3.7 Además, un resumen de estas temáticas se muestra en el cuadro 3.2. En adelante, se presentarán y desarrollarán más en detalle cada uno de los temas.



**Figura 3.7:** Distribución de las temáticas relacionadas con una obligación hacia lo colectivo, a lo largo de los análisis de video. Se recuerda que sólo hay un video AV1, un AV2, tres instancias AV3 y dos AV4.

#### 3.3.1. Gestionar la instrucción

Dentro de las justificaciones con una obligación hacia lo colectivo, 20 de ellas (42 %) fueron marcadas con el tema *Gestionar la instrucción*. Este tema agrupa las cadenas de conversación en que las razones entregadas para justificar (o no) una acción se relacionan con mantener el control de una situación particular en la sala de clases.

Durante el AV1-S1, Ana explicita que ella distribuyó a los grupos de trabajo en distintos lugares *para que no se escucharan*. *Porque de repente algunos más flojos ya no llegan al resultado y empiezan a copuchar lo que está pasando en el otro lado*. Axel, durante el AV2-S1, transparenta que el monitoreo constante en los grupos, es decir, pasearse por la sala, quedarse observando el trabajo de sus estudiantes, etc., le ayuda a estar *metido viendo lo que sucede* y a estar *viendo como algunas cosas ya las tenían claras*. Ambas situaciones muestran una intencionalidad de los docentes de intentar controlar lo que ocurre en la sala.

Algo recurrente en este tema es la preocupación constante de los docentes por manejar correctamente los tiempos de la actividad de RP. Alfonso, durante el AV1-S1, menciona que en su primera implementación de RP explicitó a sus estudiantes que debían terminar el problema en 20 minutos. Al respecto cuenta: *La idea era que se cumpliera el tiempo para que después pasaran a la parte de discusión*. Esta preocupación también se ve al final del proceso del desarrollo profesional, por ejemplo, cuando durante el AV4-S1 Alicia comenta su preocupación por dar tiempo a todas las etapas, al decir que reservó 15 minutos para la discusión plenaria de su quinta y última implementación con ARPA. *Siempre me pasa que la discusión es mi lado débil por el tema del tiempo, como que alargo, porque trato en el fondo de que todos terminen el problema. (...) Entonces yo dejé como 15 minutos más o menos. Dije yo “hayan o no hayan llegado [a la solución del problema] voy a cortar la actividad”*.

*Gestionar la instrucción* también tiene relación con aquellas justificaciones que muestran un deseo de los docentes de mantener a los estudiantes enfocados en el objetivo de la actividad. Por ejemplo, en el AV3-F1 el monitor repara en una pregunta hecha por Alfonso durante la exposición de soluciones de los alumnos:

Monitor: Ahí ¿cuál fue...cuál fue tu sensación ahí cuando preguntas *¿los demás lo entendieron??* ¿Tú crees que lo entendieron?

**Alfonso: Eh lo que pasa es que no todos estaban poniendo atención entonces yo creo que fue como para, pongamos atención a la pizarra, fue para eso.**

Monitor: Ah ya ya, ya ok.

Alfonso: Pero no, lo que pasa es que yo creo que cada grupo por lo menos en la primera, primeras partes ya tenía claro como, como su forma de verlo entonces, **más que nada yo creo que para dirigir la atención. Esa fue la pregunta, o sea, la intencionalidad de la pregunta.**

### 3.3.2. Mejorar el clima de la clase

En segundo lugar, dentro de las 48 justificaciones hacia lo colectivo, 15 de ellas fueron marcadas con el tema *Mejorar el clima de la clase* (31%). Una intervención era incluida aquí cuando hablaba de realizar acciones en pos de mantener un ambiente ameno durante la RP. Por ejemplo, Ana, durante el AV1-S1, dice que ella no explicitó en el enunciado que uno de sus objetivos era que sus alumnos llegaran a una generalización del problema *porque no los quería presionar*. Por otro lado Aldo, durante el AV3-F1, menciona que él *veía a las personas* constantemente, para así tener una idea de cómo bajar el nivel de estrés durante la exposición de soluciones. Así, se puede ver que esta preocupación podía estar presente para los docentes a lo largo de toda la actividad ARPA.

Generar un estado de satisfacción con respecto a la actividad también es relevante para los docentes. Aurelio les dice a sus estudiantes en el AV3-S1 *los felicito a todos, todos lograron hacerlo* en su cuarta implementación de RP, porque así *los alumnos se sienten buena onda, se sienten bien*.

Este tema se relacionaba mucho con cuáles serían las consecuencias que una decisión podía tener en el ánimo de sus alumnos, según el docente. Anastasia durante el AV3-F1, por ejemplo, comenta sobre por qué prefirió sacar a exponer a todos los grupos, en lugar de sólo a algunos:

Monitor: Entonces en ese sentido la selección de los grupos es importante, ¿se entiende? Porque así uno puede atacar esto que “oh me da flojera”.

Anastasia: Sí, pero también es como, ahí no sé qué elegir. Por ejemplo yo te había comentado que yo iba a elegir a algunos no más, no a todos.

Monitor: Claro.

**Anastasia: Pero después al final decidí que todos salieran.**

Monitor: Sí.

Anastasia: Entonces...

Monitor: Es un equilibrio.

**Anastasia: Claro pero que también es aburrido si tienes eh... Se siente el estudiante que quiere salir y no salir es desmotivante para él.**

### 3.3.3. Empoderar al grupo

El último tema es *Empoderar al grupo*, el cual tiene 13 justificaciones asociadas (27%). Se identifica una cadena de conversación con este tema cuando los docentes deciden enfatizar en el hecho que todos los estudiantes deben involucrarse en la discusión matemática. Durante el AV4-S1, Axel dice que él preguntaría *Oye, ¿qué opinas tú?* para hacer que los miembros de un grupo que no estén atentos, participen en la conversación entre el docente y un estudiante de las dificultades de un problema.

También se reconoce como parte de este tema, cuando los docentes piden al alumno con el mayor entendimiento del problema que comparta su conocimiento o que reciba nuevas ideas de sus compañeros. Durante el AV2-S1 se entrega una justificación que refleja esto. Mientras analizaban un clip, Axel nota que Agustín no deja que un estudiante termine de hacer una pregunta y el monitor decide ahondar al respecto:

Monitor: Aquí Axel ha dado un primer punto. Hubiera sido interesante... Agustín no deja que le termine la pregunta y en general eso pasa en todos los grupos. ¿Eso es intencionado o...?

Agustín: Cuando te vienen y llaman inmediatamente, vienen a darte supuestamente la respuesta del problema, pero los otros dos [del grupo] no están entendiendo. El que me llamó, por ejemplo, él maneja bastante el tema, entonces lo más probable es que el chico [el que maneja más] haya resuelto la primera parte y quiere dar la respuesta. Eso es... **Siempre pasa en los grupos. Siempre, siempre pasa eso de... El que maneja más trata de... Quiere responder rápido, entonces si yo le doy cabida a eso, pierdo que los otros dos puedan meterse en el problema, entonces por eso yo lo corto.**

Otra posibilidad es que los docentes reflexionen sobre sus acciones y consideren que cierto acto visto en los clips le quitaba el protagonismo a sus estudiantes. Alicia, en el AV3-S2, dice que ella siempre recapitula lo realizado en una actividad, pero que cree que *no debería haberlo hecho*. (...) *Siento que tengo como esa manía de que yo lo explico, yo indico lo que vamos a hacer, como que pauteo mucho.*

Hablando más en general, cabe dentro de este tema cualquier justificación que se entregue cuando los docentes buscan entregar instrucciones o motivaciones a sus estudiantes sobre la importancia de trabajar en equipo para resolver un problema. Ana refleja esto al referirse a su primera implementación con ARPA: *¿Sabes por qué hice eso [dejar en claro que todo el grupo debía estar de acuerdo en la solución]? Porque yo antes no lo había trabajado tan así, porque igual si me convencía alguno yo ya quedaba de acuerdo, pero ahora me di cuenta que todos tenían que estar convencidos. Ellos podían pensar que iba a ser igual que antes, que con sólo algunos que estuviesen de acuerdo estaba bien. Por eso les recalqué, porque seguramente me iban a llamar cuando estuviese listo uno. (...) Termina uno [de los miembros del grupo] y quiere mostrar inmediatamente lo que hizo y no piensa en los demás, entonces hay que decirlo [que deben estar todos de acuerdo].*

Tema	Descripción	Ejemplo
<i>Gestionando la instrucción</i>	Cuando las razones para justificar o no una acción se relacionan con mantener el control de la situación o mantener a los estudiantes enfocados en el objetivo de la actividad.	“Lo que pasa es que no todos estaban poniendo atención, entonces yo creo que [preguntarle a toda la clase si es que habían entendido la explicación del compañero] fue como para “pongamos atención a la pizarra”, fue para eso.” (Alfonso)
<i>Mejorando el clima de la clase</i>	Cuando se realizan acciones en pos de mantener un ambiente ameno durante la actividad.	“Yo te había comentado que iba a elegir a algunos [grupos], no a todos. (...) Pero al final decidí que todos salieran [a exponer sus soluciones] (...) Se siente el estudiante que quiere salir y no salir es decepcionante para él.” (Anastasia)
<i>Empoderando al grupo</i>	Cuando los docentes deciden enfatizar en el hecho que todos los estudiantes deben involucrarse en la discusión matemática. También cuando se pide al alumno con el mayor entendimiento del problema, que comparta su conocimiento o que reciba nuevas ideas de sus compañeros. En general, cuando los docentes entregan instrucciones o motivan a sus estudiantes a trabajar en equipo para resolver un problema.	“Es que cuando estás metido viendo lo que va pasando, lo que estás viendo, lo que está sucediendo, las discusiones, vas escuchando las discusiones que van teniendo, tú vas notando para dónde se están yendo, hacia dónde están dirigiendo el problema. Entonces, a veces tienen todo ahí, pero no lo ven. (...) Entonces yo ahí les pregunto... Ahí le... Más o menos le decía “Por qué colocó esto. Explíquelo a la compañera por qué”, pero no me acuerdo si era... Si fue en ese preciso momento, pero siempre tienen cosas muy buenas, entonces a veces le hago que sigan una idea a partir de lo que tienen hecho en la hoja que están trabajando.” (Axel)

**Cuadro 3.2:** Resumen y ejemplos de temas rescatados a partir de las justificaciones que muestran una obligación hacia lo colectivo.

## 3.4. Otras obligaciones profesionales

### 3.4.1. Obligación individual

La obligación individual a cada estudiante requiere que los docentes consideren a sus alumnos de forma individual, reconociendo sus características y necesidades particulares. Dentro de las justificaciones relacionadas con obligaciones profesionales, 28 de ellas responden a la obligación hacia los individuos y corresponden al 16 % del total.

Varios docentes presentaban esta obligación al momento de potenciar a algunos estudiantes a través de las instancias que entrega la propuesta ARPA. Un buen ejemplo de esto es entregado por Agustín durante el AV3-F2, quien considera el perfil de una estudiante al

momento de decidir quiénes exponían en la etapa de Discusión:

Agustín: No, no, sabía quién podía ir pero no en el orden, en el orden. Pero sí por ejemplo yo quería que fuera esa chica.

Monitor: Ya.

Agustín: ¿Por qué? Porque esa chica en calificaciones es la que tiene calificaciones más bajas del curso.

Monitor: Ya.

Agustín: Y llegó a la solución.

Monitor: Ah súper.

Agustín: Entonces yo quería que ella, y tiene como un poco de pánico escénico.

Monitor: Ya.

Agustín: Por lo mismo, a veces tiene vergüenza o habla despacito.

Monitor: Claro, claro.

Agustín: Entonces yo quería que ella, porque yo vi lo que hizo y de los tres, él se encargó de hacer la formulación, él comprendió el problema, lo pudo resolver, pero ella lo resolvió, ella estaba muy trabajólica ahí con el problema, entonces yo quería que ella pasara también a explicar su, su, su estrategia como resolvió el problema.

También aparecía la obligación individual al mencionarse dificultades que fueron generadas en respuesta a casos particulares dentro de sus estudiantes. Aurelio comenta un suceso durante el AV3-S1: *En ese grupo de la derecha, la niña fue la causante [de la dificultad que tuvo el grupo durante la RP]. (...) Los otros miembros del grupo se dejaron llevar por lo que estaba haciendo ella. (...) La niña iba calculando y los otros, de flojos, si no son tontos los otros, lo que pasa es que ella era líder y por lo tanto llegó el momento en que ella siempre se iba, siempre se iba equivocando, cada vez que yo iba para allá, ella se equivocaba en el cálculo. (...) Yo también debí haber involucrado a los otros, como que yo me iba y ellos seguían confiando en ella en el fondo.* A pesar de que esta justificación puede ser también relacionada con *Empoderar al grupo* (obligación hacia el colectivo) debido a la intención del docente de *involucrar a los otros*, se prioriza la obligación hacia lo individual. Se considera que Aurelio quiere que los otros miembros del grupo se involucren para influir en esta estudiante en particular, más que para promover un trabajo colaborativo.

Otra situación interesante ocurre cuando se explicita que las actitudes, respuestas o acciones de los estudiantes afectan a los docentes y a las decisiones que toman. Alicia, en su última implementación ARPA, preguntó para cerrar qué les había parecido el problema. A raíz de esto, ella comenta: *Fue peor porque uno por ahí me dijo que era muy aburrido el problema y yo me enojé. Les dije que iba a traer uno más difícil la próxima vez, entonces ahí como que se me escapó de las manos, sentí que todas las situaciones fueron en contra. (...) Además que fue un comentario del alumno que yo menos esperaba que hubiese dicho algo así, que fue el que la vez pasada salió a la pizarra a explicar, que es un buen alumno, como que siempre participa en clases.* En el caso de Alicia, su experiencia con este estudiante y la imagen que tiene de él, hicieron que cambiara bruscamente su estado de ánimo y que optara por responder que los problemas futuros serían distintos.

### 3.4.2. Obligación institucional

La obligación institucional se refiere a las responsabilidades que los docentes tienen o creen tener por enseñar en un lugar y contexto específico. Hubo 31 justificaciones en las que se vio esta obligación profesional, lo que representa un 18% del total.

Esta obligación aparece cuando los docentes justifican a partir de restricciones impuestas por la institución, como lo es el tiempo que le pueden dedicar a la actividad, que está acotado por el tiempo de las clases de matemática. Alicia en el AV1-S1 comenta cómo influyó el tiempo cuando ella cerró la etapa de resolver problemas: *A mí me faltó el tema del tiempo en el ARPA 1. (...) Los dejé [seguir resolviendo el problema (ver anexo C.1)], en el fondo les di libertad para que ellos pudieran ir avanzando con las preguntas. Y les costó hartó, de hecho no alcanzamos a llegar ni siquiera a la idea de generalizar. Y de hecho hubo un grupo que no pudo llegar a la última pregunta. (...) Y tuve que cerrar y hacer así [no realizar exposición de soluciones], porque me acordé que tenía, ya era hora, casi las once y se nos iba a ir la hora completa y el cierre fue así como ya, rápido.*

Una arista de esta obligación aparece cuando los docentes atribuyen perfiles a las distintas carreras en las que enseñan. Alfonso durante el AV3-F1, por ejemplo, contrasta lo que puede realizar en una RP en un curso de la carrera de Prevención de Riesgos y en la carrera de Construcción, dejando entrever que coharta o amplía sus posibilidades de acción según la carrera de sus estudiantes:

Alfonso: Ahora... Bueno, hay muchos factores en realidad ahí a considerar.

Monitor: Muchos factores.

**Alfonso: Porque por ejemplo... Me pasa a mí que con este curso, o sea, es curso de prevención, y ellos tratan de hacerle...**

Agustín: A ellos les cuesta hartó.

**Alfonso: Sí, les cuesta mucho, tratan de hacerle el quite a la matemática todo lo que pueden, todo lo que pueden. Entonces es complicado, yo sé que por ejemplo si lo llevara a un curso de construcción, claro sería muy distinta la historia, pero... Que fue lo que me pasó el año pasado por ejemplo cuando resolvimos un problema de física (ver anexo C.2) y yo lo hice en construcción. A los cinco minutos todos lo tenían listo ya.**

Agustín: Ah sí me acuerdo.

Monitor: Felices.

**Alfonso: Claro, pasaron todos a explicar y les hice muchas más preguntas de extensión, mucho más, los hice graficar, los hice hacer un montón de cosas. Entonces de repente va, son muchos los factores a considerar.**

También hay docentes que definen el contenido del problema a partir de los contenidos que están viendo en clases, es decir, eligen el problema a abordar fijándose en la pertinencia en el currículum que deben cumplir. Amanda durante el AV4-F1 menciona sobre el problema C.4: *Bueno, el problema era de la unidad de funciones exponenciales y logarítmicas y bueno yo ya había visto la materia de, con la función exponencial, la función logarítmica, o sea, eh dándoles la función, que reemplazaran, vimos logaritmos y vimos las ecuaciones exponenciales. Pero no habíamos visto el modelo, entonces como había que hacer un problema y no un ejercicio, entonces por eso decidí hacer, que hicieran también el modelo, o sea, la pregunta iba enfocada al final tratar de que llegaran al modelo.*

Por último, se quiere mencionar un caso de interés, aunque bastante aislado, del docente Aldo en el AV4-S1. La modalidad de filmación que viene asociada al desarrollo profesional también puede afectar a los docentes y así lo deja patente Aldo. Él comenta que la cámara *no me deja hacer la clase como yo la hago. Yo no soy así como soy ahí [en el video]. Estoy cohibido. (...) En clases soy más coloquial.*

### 3.5. Justificaciones no codificadas

Además de las 149 justificaciones asociadas a una obligación profesional, hubo otras 6 cadenas de conversación donde se identifican justificaciones, pero dichas justificaciones no pudieron ser codificadas con la propuesta de este trabajo. Es decir, en total se encontraron 155 justificaciones entregadas por los docentes, de las cuales sólo un 4% de ellas no pudieron ser relacionadas con un código de la categoría Obligaciones. Con el fin de transparentar las limitaciones de la metodología propuesta, se entrega una breve descripción de las 6 justificaciones no codificadas.

Para dos justificaciones, específicamente de Alicia en el AV1-S1 y de Anastasia en el AV3-F1, se considera que los casos podrían responder a una obligación profesional, pero no queda claro a cuál. Se presenta a modo de explicación la situación de Alicia. Ella comenta que les intenta dar a sus estudiantes más tiempo del que tenía presupuestado porque quería cumplir el objetivo de la actividad, que era *que logaran el problema, resolver las preguntas del problema*. Sin embargo, ¿por qué era importante que logaran el problema? Si Alicia quería que los estudiantes sintiesen que cumplieron con la actividad, esto sería categorizado como Colectivo. Si es que quiere que los estudiantes logren comprender el problema, caería en el código Disciplinar. También podría ser que quiere que la actividad ARPA salga bien, en cuyo caso sería una obligación Institucional, ya que la actividad ARPA es parte de un desarrollo profesional promovido por el instituto. Debido a que la cadena de conversación no aporta claridad al respecto y a que este tema no es desarrollado más a profundidad durante el AV, se decidió no codificar con una obligación profesional esta justificación.

Por último, hay otro tipo de justificaciones que tienen mayor relación con el docente mismo y que se concluyó que no son enmarcables en la teoría de obligaciones profesionales. Una de ellas es la de Alfonso durante el AV1-S1, cuando menciona que él *trató de hablar poco* durante la clase debido a que *ese día estaba súper enfermo*. Otras dos justificaciones, de

Alicia en el AV3-S1 y de Axel en el AV4-S1, responden a cómo influye el estado anímico del docente durante la clase. En el caso de Axel, durante el AV él comenta que se dio cuenta muy avanzada la actividad de un error de sus estudiantes. Axel hace mucho énfasis en que esta situación lo sorprendió y que no supo cómo manejarla. A continuación, se entrega la cadena de conversación en la que se encuentra la justificación de Axel que no fue codificada:

Axel: Es que sabes que, fue, fue yo creo que lo que más me, porque yo creo que hay cosas que hago bien, pero yo quería practicar el...

Aldo: ¿La discusión?

Alicia: La discusión.

**Axel: Quería practicar en la pizarra, ¿te acuerdas que yo te decía que quería practicar en la pizarra?**

Alicia: Sí, que querías sacar a los alumnos [a la pizarra].

Axel: Y que quería sacar a los alumnos.

Aurelio: Y no pudiste, no pudiste salir adelante.

**Axel: Es que tal vez lo pude haber hecho, tal vez no lo hice, porque estaba, ya había...**

Claudia: Ya estabas así como...

**Axel: Ya estaba desenfocado.**

Claudia: Sí.

Aurelio: Ya estabas desenfocado.

Aldo: Sí.

Claudia: Ya estabas en otra.

**Axel: Quería, quería irme para la casa (ríe).**

Axel menciona que el no sacar a sus estudiantes a la pizarra podría deberse a que *estaba desenfocado* en ese momento. Se desprende que con otro estado anímico, sí habría intentado promover una exposición de sus alumnos. Debido a que lo clave de la justificación yacía en la emoción de los docentes y no en las obligaciones que el rol de profesor les transmite, se dejaron ambas justificaciones sin codificar.

# Capítulo 4

## Discusión

A lo largo de esta memoria se ha trabajado teórica y empíricamente en torno a las decisiones de enseñanza de los profesores de matemática en el aula. Los docentes estudiados realizan clases de matemática en una institución de educación superior de acceso abierto y participan de un desarrollo profesional que busca promover la metodología RP en las salas de clases.

La discusión será presentada siguiendo los objetivos específicos propuestos en este estudio. Primero, se partirá hablando de la teoría de Obligaciones Profesionales y su pertinencia para clasificar las justificaciones de las acciones que los docentes realizan en el aula. Luego, se comentará sobre cómo la matemática como disciplina tensiona las acciones a partir de los resultados obtenidos. Se abordará también cómo los estudiantes influyen en las decisiones de los docentes, viendo a los alumnos como un grupo que comparten características y recursos, es decir, relacionando las justificaciones con una obligación hacia el colectivo con las decisiones que toman los docentes en sus clases. Además se hablará de los resultados de aprendizaje detectados a partir de los AV y de las implicancias que podría tener este trabajo para el desarrollo profesional de profesores.

### 4.1. Sobre las obligaciones profesionales

Para clasificar las justificaciones de los docentes identificadas en los AV, se utilizó la teoría de obligaciones profesionales propuesta por Herbst y Chazan. Es importante hacer notar que éste es un marco teórico nuevo en el campo internacional de educación de la matemática, pero que también ha cobrado fuerza, existiendo antecedentes de su uso en otras investigaciones que buscan identificar las tensiones que sienten los profesores de matemática [10, 24, 29]. Esta memoria se suma a estos antecedentes, aportando con un contexto diferente a los estudios anteriores.

En primer lugar, no se encontró literatura que hable de la utilización de este marco teórico en el contexto chileno, en particular en la educación superior técnica chilena. Más aún, esta investigación, a diferencia de las ya mencionadas, se centra en docentes en un desarrollo profesional cuyo objetivo es transmitir una metodología de enseñanza de la matemática que

contrasta con el método tradicional, como lo es la RP. Por último y también a modo de diferenciar esta memoria, aunque los otros estudios que se manejan como antecedentes también utilizaron como datos reacciones de profesores a la observación de videos, este trabajo es el único donde los docentes observan videos propios y de pares, en lugar de simulaciones o animaciones de prácticas en la sala de clases.

Tomando en cuenta esto y considerando que un 95 % de las justificaciones identificadas pudieron ser codificadas con la categoría Obligaciones, los resultados muestran que la teoría de obligaciones profesionales es versátil, pudiendo responder a realidades docentes y contextos diversos. Más aún y tal como Herbst & Chazan vislumbraban, las cuatro obligaciones propuestas (disciplinar, individual, colectiva e institucional) aparecen de forma significativa en las justificaciones de los docentes estudiados. Se atribuye esto a que ser profesor, tanto en Chile como en muchos otros países, es un rol al cual la sociedad y los mismos docentes le atribuyen características y responsabilidades [9]. Además de esto, enseñar matemática le agrega una variable adicional a este rol en el país, ya que “en Chile domina la creencia de que la matemática es difícil, reservada sólo para algunos genios y que la mayoría tiene que *lidiar* con ella o tratar de evitarla” (en [21], p. 4), lo que se condice con la percepción de esta asignatura en otros países [21, 28].

Vale la pena mencionar que, al igual que en [29], hubo justificaciones relacionadas con la persona que está en el rol de profesor, más que con el rol de profesor propiamente tal. Sin embargo, la presencia de este tipo de justificaciones no es tan significativa como la obtenida por Lande & Mesa (que era cerca del 12 % del total).

Analizando el panorama general de las justificaciones para cada obligación profesional, hay algunas situaciones generales que llaman la atención. En primer lugar, la mayor cantidad y proporción de justificaciones relacionadas con la disciplina matemática se aprecian en el AV4 (ver figura 3.2). Esto se asocia a que en dicho AV los docentes analizan la implementación RP de un problema elegido y diseñado por ellos mismos. Se propone que esta característica es clave, proporcionando oportunidades para que los docentes hablen más de los contenidos que desean entregar, de los objetivos de aprendizaje que desean generar y de las prácticas matemáticas que quieren fomentar en sus estudiantes.

Por otra parte, se atribuye la ausencia de obligaciones profesionales hacia el individuo en el AV1, a las pocas ocasiones que los videos mostrados ahí (que se centran en la entrega de instrucciones introductorias a la RP) dan para analizar o abordar situaciones entre los docentes y estudiantes particulares. En cambio, en los siguientes AV se deja de hacer tanto énfasis en la introducción y se comienza a discutir sobre la interacción de docentes con grupos y la exposición de soluciones de estudiantes, lo que es conveniente para hacer que los docentes recuerden momentos significativos para ellos que involucren a sus alumnos.

Al observar el paisaje global de las justificaciones, la obligación hacia el colectivo tiene una presencia significativa a lo largo de todos los AV. Más aún, con excepción del AV4, su aparición en las justificaciones de los docentes es siempre cercano o mayor al 40 % (ver 3.2). Esto refleja una atención constante de los docentes al panorama general en el aula, lo que

involucra al ambiente durante la actividad, a los estudiantes, a la disposición de la sala, etc. Se desarrollará más profundamente esta línea al hablar sobre cómo el colectivo influye en las decisiones de los docentes.

La obligación a la institución aparece considerablemente en el AV1 y en el AV4, aunque las tensiones en los docentes que provocan esto son distintas. En el caso del AV1, se hace referencia a aspectos institucionales principalmente cuando se habla de cómo la RP rompe con la rutina, escapándose de los contenidos que se están tratando en las clases de matemática, y cómo incorporar a los estudiantes a la actividad considerando esto. En el AV4 en cambio, se hace referencia al lugar del currículum en el que están situados los docentes en sus clases de matemática y cómo acomodar el problema escogido pensando en el currículum.

## 4.2. Sobre cómo la matemática influye en las decisiones

Con el fin de profundizar en cómo la matemática tensiona las acciones que realizan los docentes en la sala de clases, se hizo un análisis temático a las justificaciones que mostraban una obligación a la disciplina matemática, donde destacaron tres temas: *Transmitir la experiencia de RP*, *Internalizar conocimiento* y *Extender conocimiento*.

El tema con más presencia fue *Transmitir la experiencia de RP* (49%), es decir, que los docentes justificaban haciendo énfasis en que buscaban que sus alumnos vivieran activamente la RP y sus etapas. ¿Por qué la RP es la principal protagonista en las justificaciones disciplinares? Se propone que es porque promueve cambios de comportamiento dentro de la sala de clases. En el contexto de este instituto profesional, la RP es propuesta como una actividad matemática distinta a la clase de matemática tradicional, en la cual los roles de todos los participantes cambian, tanto de los estudiantes como de los docentes. En esta línea, vale la pena recordar que la obligación a la disciplina no habla sólo del interés de los docentes de entregar conocimiento matemático, si no también de dar ideas de cuáles son las prácticas y valores que hacer matemática trae consigo.

Uno de los contrastes entre una actividad de matemática tradicional y la RP es la autoridad intelectual dentro de la sala de clases. Lampert (1990) menciona que en las clases de matemática tradicionales, tanto el profesor como los libros son quienes tienen la *verdad matemática*, la cual es entregada a través de explicaciones de los profesores y de las respuestas en los libros [28]. En cambio, en las justificaciones de los docentes aparece una disposición en dar protagonismo a los estudiantes, permitiéndoles a ellos ser quienes transmiten el conocimiento matemático, es decir, se busca traspasarles a ellos autoridad. Para esto se promueve que los alumnos sean quienes exponen sus propuestas y soluciones (como Alicia en el AV3-S1) y que sean quienes reconozcan y den a conocer dificultades en un problema (como Aurelio en el AV3-S1).

Transmitir la experiencia de RP permite no sólo darles más protagonismo a los estudiantes, si no que también permite que *hagan matemática*, entendiendo esto como producir un *zig-zag* constante entre conjeturas y argumentos/contraejemplos en torno a las conjeturas

(Lakatos 1976, citado en [28], p. 30). Los docentes usan herramientas con el fin explícito de lograr que sus estudiantes participen de este proceso, como ocurre cuando se preguntan si un problema es pertinente o cuando modifican la dificultad del problema para promover la aparición de conjeturas.

Sin embargo, es importante tener en cuenta la opción de que este énfasis en la transmisión de la RP esté reflejando una preocupación por la forma en que se implementa esta nueva metodología, dejando en segundo plano el fondo de *hacer matemática* que se ha planteado hasta ahora y que también se cree que ARPA busca transmitir. Los resultados de esta investigación dejan abierta la pregunta de qué es lo que recibieron e incorporaron finalmente los docentes: la forma y/o el fondo.

A pesar de esta incógnita, se observa que los docentes promueven otras actitudes matemáticas, como lo es la argumentación matemática por parte de los estudiantes. Lampert (1990) menciona que en la matemática *la verdad viene a ser determinada por argumentos lógicos entre los estudiosos* (en [28], p. 35). Estos *estudiosos* durante las actividades vistas en los análisis de video corresponden a los alumnos y así parece ser entendido también por los docentes. El tema *Internalizar conocimiento* muestra que los docentes quieren que sus alumnos entiendan en profundidad los procedimientos que realizan y, para comprobar que esto ocurre efectivamente, exigen argumentos (como Ana durante el AV2-S1). Esta temática también expone que los docentes incorporan la idea de que *no basta con decir la respuesta correcta*, si no que también es necesario entender el proceso detrás, la estrategia de resolución.

Tomando nuevamente la idea de Lakatos al momento de hacer matemática, *Extender conocimiento* aparece como la intención de los docentes de mantener este *zig-zag* de manera continua. La iniciativa ARPA promueve el uso de extensiones de los problemas dentro de su propuesta de RP y esto es incorporado por los docentes, quienes utilizan esta herramienta constantemente en sus implementaciones en sala. Sin embargo, las justificaciones entregadas cuando se habla de estas extensiones se alejan del deber asociado a que la RP salga bien, si no que vienen de la mano de un deseo de los docentes de que sus estudiantes generen nuevas intuiciones a partir del trabajo realizado, como lo comentado por Agustín en el AV2-S1. Más aún, algunos docentes usan la resolución de problemas como una extensión del contenido matemático que han visto o verán.

Referencias al contenido matemático son menores y generalmente responden a una obligación hacia la institución, ya que se relacionan con el cumplimiento del currículo o con las necesidades de las carreras en las que imparten docencia. Una excepción fue el caso de Ana, donde se ve que para ella es valioso generar la idea de los conceptos máximo y mínimo para trabajar el contenido de función cuadrática. Esta situación aparece gracias a que la docente tiene la opción de elegir qué problema utilizar y qué contenido abordar, aunque en general no se ve tan intensamente reflejado este comportamiento en otros docentes.

### 4.3. Sobre cómo el colectivo influye en las decisiones

Otro de los objetivos principales de esta memoria es entender cómo la clase, viendo a todos los estudiantes como un conjunto, influye en las decisiones que toman los docentes en torno a su instrucción. El análisis temático para las justificaciones con una obligación interpersonal o hacia el colectivo arrojó tres temas: *Gestionar la instrucción*, *Mejorar el clima de la clase* y *Empoderar al grupo*.

Al ver los resultados por tema, se ve una presencia sustancial de *Gestionar la instrucción* (42%), lo que muestra que mantener el control de la sala durante las clases es una preocupación para los docentes cuando trabajan en incorporar una nueva metodología de enseñanza. Esto podría deberse a los nuevos desafíos que presenta para los docentes manejar una clase RP y que contrastan con las necesidades de los docentes al manejar una clase de matemática tradicional. En estas últimas, el rol de los profesores es mantener a los estudiantes atentos y enfocados en el objetivo de la instrucción, procurando que escuchen, observen e imiten. Además, la clase tiene como principal protagonista al profesor [39].

Sin embargo, una actividad RP requiere de los docentes un rol distinto, más secundario, en el cual la gestión de la instrucción posee características distintas a las de una clase tradicional: monitorear el avance de los estudiantes, promover un trabajo constante, que los alumnos estén atentos a las explicaciones, todo esto buscando lograr los objetivos de la RP en tiempos específicos. Estando tan acostumbrados a realizar clases tradicionales, implementar una clase de RP enfrenta a los docentes a retos a los que probablemente no se habían enfrentado antes, lo cual es percibido y manifestado en las justificaciones de sus acciones en sala.

Otra situación que llama la atención en la obligación hacia lo colectivo es la “explosión” del tema *Mejorar el clima de la clase* durante el AV3, que es cuando se analiza la etapa de Discusión. Los docentes parecen asociar a la acción *salir a la pizarra a exponer*, uno de los elementos más significativos de la Discusión, una carga emocional fuerte para sus estudiantes. Tanto exponer como no exponer, para los docentes, produce efectos en el ánimo de los alumnos. Por ejemplo, la intervención de Aldo en el AV3-F1 deja entrever que él cree que exponer soluciones genera estrés en sus alumnos. En el caso de Anastasia, también durante el AV3-F1, por su diálogo se percibe que no exponer soluciones puede generar desmotivación en sus estudiantes. Esta impresión de los docentes se condice con resultados acerca de la percepción de los estudiantes a realizar intervenciones frente a otros, en los que se afirma que son instancias con un carácter evaluativo para los alumnos y producen estrés en ellos [1, 7, 8].

Es cierto que la incorporación de una metodología de enseñanza activa parece producir en los docentes un afán por controlar y manejar efectivamente la instrucción, y por promover un clima de trabajo motivante y libre de estrés. Sin embargo, a medida que implementan este tipo de actividades, los docentes también descubren oportunidades para potenciar a sus grupos en el aula, lo que se ve reflejado en el tema *Empoderar al grupo*. Sin estar acostumbrados a este estilo de apoyo a sus alumnos, ven que cuando un grupo trabaja en equipo, los estudiantes que generalmente tienen un débil desempeño en las clases de matemática se ven estimulados y se incorporan al trabajo matemático. También los estudiantes que muestran

mayores habilidades en las clases regulares, pueden fortalecer su expertiz y entendimiento explicando a sus compañeros. Potenciar el trabajo colaborativo en los estudiantes es para estos docentes un interés significativo al momento de definir sus acciones en aula.

*Mejorar el clima de la clase y Empoderar al grupo* son ambos temas con una presencia significativa, lo que podría estar mostrando tensiones que los docentes sienten como contrapuestas. *Mejorar el clima de la clase* podría reflejar una sobreprotección de los docentes hacia sus estudiantes. En las justificaciones clasificadas con este tema existe un temor de provocar frustración, presión o estrés en los alumnos, lo que se traduce en decisiones que coharten las acciones de los docentes. Esto ocurre con Ana en el AV1-S1 cuando decide no explicitar que quiere que sus estudiantes lleguen a una generalización porque podría presionarlos. Por otro lado, *Empoderar al grupo* muestra un deseo de los docentes por lograr un trabajo participativo y colaborativo, lo que implica generar oportunidades de aprendizaje en los estudiantes, pero al mismo tiempo provoca incertidumbre en los docentes por los resultados que esta acción pudiese producir en sus alumnos. Por ejemplo, evitar que un estudiante más aventajado dé la estrategia correcta a un problema produce la oportunidad de que el resto del grupo aprenda, pero podría provocar frustración en el alumno interrumpido.

Los resultados muestran que los docentes sienten ambas preocupaciones al implementar una metodología de enseñanza activa: les interesa que los estudiantes se empoderen y que la clase mantenga un buen ambiente. ¿Cuándo mantener un buen clima pasa a ser sobreprotección? ¿Cómo esto coharta las oportunidades de aprendizaje de los estudiantes? ¿Cómo se compatibilizan ambos deseos de los docentes? Estas preguntas se transforman así en desafíos tanto para el desarrollo profesional de profesores como para estudios futuros.

## 4.4. Sobre los análisis de video

En primer lugar, es importante recalcar la validez ecológica<sup>1</sup> que entrega al diseño metodológico que los videos analizados por los docentes muestren prácticas de ellos mismos. Los clips de videos de prácticas propias *son claramente significativos en formas que escenarios escritos en papel, o incluso videos con prácticas de otros docentes, no lo son* ([42], p. 242).

Con respecto a los resultados de esta memoria, se observa que la cantidad de justificaciones de los docentes fue aumentando constantemente con el paso de los AV, yendo de 3 justificaciones por docente en el AV1 a 8,5 justificaciones por docente considerando ambos AV4. En otras palabras, se ve que al final del proceso del desarrollo profesional, los docentes justifican más. Esto refleja que a raíz del proceso se generó un resultado de aprendizaje asociado a *Decir*, uno de los cuatro resultados mencionados por Schwartz & Hartman [43].

Este resultado se atribuye principalmente a la estructura AV planteada por ARPA. Dentro de los elementos mencionados por Gamoran y Sherin (2007), está la creación de una estructura social adecuada para cumplir los objetivos detrás de la instancia AV [22], que en el caso de

---

<sup>1</sup>Se recuerda que la validez ecológica hace referencia a qué tan válida es la relación entre fenómenos del mundo real y aquellos presentados y selecciones en un contexto de investigación [41].

*RPAula* correspondía a perfeccionar en los docentes las etapas para realizar una clase RP a través de la discusión entre pares. La estructura AV (ver detalle en sección 2.1.1) fomentaba que los docentes tomaran el protagonismo de la actividad y promovía la participación de todos.

Mantener esta estructura depende fuertemente del monitor, lo que le da un rol esencial en el proceso. Si el monitor se aleja la estructura AV, se manifiesta directamente en la cantidad de justificaciones presentes en la discusión, como se puede ver en el AV3-F2 (ver figura 3.1). En dicho AV sólo hay 4 justificaciones por docente, versus las 9,67 justificaciones por docente en el AV3-S1. Si se comparan los porcentajes de participación de los monitores en ambos AV (ver cuadro 2.3), los monitores dicen el 62% y 27.9% de las palabras, respectivamente, lo que habla de que el protagonismo del monitor F en el AV3-F2 podría haber disminuido las oportunidades de justificar de los docentes.

El monitor también es quien elige los fragmentos a observar por los docentes, decide en qué enfocarse durante la discusión, motiva a través de preguntas y comentarios breves la participación de los docentes, e indaga en las opiniones de los docentes con el fin de obtener profundidad en las mismas. El monitor, durante los AV, tiene que estar atento a las observaciones que hacen los docentes, ya que entregan ocasiones para que el monitor presione por una justificación específica. Si el origen o la línea de las razones ofrecidas por un docente no queda clara y el monitor no va más allá en ellas, se producen situaciones como las descritas por Alicia en el AV1-S1 y Anastasia en el AV3-F1 (ver sección 3.5). Esta situación evita que los docentes puedan pensar o explicitar los motivos detrás de sus acciones, lo que hace que se pierdan oportunidades para concretar el aprendizaje de los docentes.

Siguiendo con la discusión de los resultados, además de ver la cantidad de justificaciones detectadas, hay que fijarse en la evolución de las obligaciones profesionales detrás de estas justificaciones. La figura 3.2 muestra que la distribución de obligaciones profesionales a lo largo de los AV no es constante y va cambiando. Durante el AV1 las justificaciones hacia la disciplina y hacia el individuo son casi nulas o nulas, lo que contrasta con el AV4, donde hay una distribución más homogénea de las cuatro obligaciones profesionales.

Una explicación detrás de este fenómeno son los objetivos propuestos para cada uno de los AV. Por ejemplo, el AV1 fue dedicado al análisis de la etapa de Entrega, es decir, a cómo los docentes introducían la actividad ARPA, distribuían a los grupos, entregaban los problemas y daban las primeras instrucciones de trabajo. Considerando que se hablaba en menor medida de la interacción con los grupos o de la resolución de problemas en sí, es entendible que no aparezcan justificaciones que hagan referencia a estudiantes en particular o a la matemática. Se plantea que los focos que se le dan a cada AV y los tópicos que se tocan en cada AV influyen en qué se fijan los docentes, fomenta discusiones de distintos tipos y, por ende, también las justificaciones que los docentes podrían entregar.

Otra razón detrás de esta situación podría relacionarse con la evolución de los docentes durante el desarrollo profesional. Esto involucra el nivel logrado a través de los AV del resultado de aprendizaje *Ver*. La distribución más equilibrada al final de los AV podría reflejar que

todo el proceso genera que los docentes perciban aspectos y variables que antes no notaban y que hagan más ricas sus justificaciones. Sin embargo, esto no puede ser atribuido sólo a los AV, si no que se tienen que tener en consideración también las otras actividades del programa RPAula, que incluyen la resolución de problemas, la planificación de clases entre pares e individualmente, la recepción de retroalimentación de las planificaciones y el análisis de clases RP no filmadas. Estas actividades fueron realizadas en paralelo y coordinadamente con los AV, por lo que tiene sentido que hayan impactado también en el desarrollo de los docentes.

No es posible, a partir de los resultados presentados anteriormente, detectar resultados de aprendizaje relacionados con *Hacer* o *Atraer*. En el caso de *Hacer*, esta memoria no incluyó el análisis de las implementaciones ARPA o de otras clases de matemática, que serían relevantes para comprobar si hubo un cambio o no en las prácticas de los docentes, o una incorporación de las acciones que se promueve con la RP. Sin embargo, hay intervenciones de los docentes que sugieren evolución en esta línea, como la de Axel, cuando propone una pregunta para empoderar al grupo (*Oye, ¿qué opinas tú?*) o la de Ana, que gracias al desarrollo profesional ahora hace énfasis en que el trabajo debe ser grupal.

## 4.5. Implicancias para desarrollos profesionales

Para cualquier desarrollo profesional es relevante saber cómo distintos factores tensionan a los profesores cuando están llevando una metodología a la práctica. En ese sentido, los resultados muestran un alto cuidado de los docentes por mantener una correcta gestión de la clase cuando están implementando una metodología de enseñanza activa. Considerar esta preocupación de los docentes como una posible barrera para que incorporen los objetivos del desarrollo profesional debe ser algo que se tenga presente en su diseño, por lo que se sugiere prever esto y entregar herramientas a los docentes para manejar esta inquietud. Anticipar respuestas a preguntas relacionadas con el tiempo de la actividad, la disposición de la sala, la distribución de grupos, etc., es esencial para mantener el foco de la iniciativa.

También se deben tener en cuenta las creencias o prejuicios de los docentes a acciones particulares en sala que pudiesen afectar el ánimo de los estudiantes, como es lo que pasa con la exposición en pizarra de estudiantes a otros estudiantes y su asociación con el estrés. Los docentes están constantemente preocupados de conservar una atmósfera cómoda para sus alumnos, por lo que se debe planificar a conciencia cómo plantear nuevas acciones, rescatar sus beneficios y dar mecanismos que permitan a los profesores mantener un buen ambiente.

Si un desarrollo profesional busca cuestionar el concepto generalmente aceptado de *hacer matemática*, esto es, aprender fórmulas y preocuparse únicamente de la respuesta final a un problema, la RP parece ser una herramienta efectiva para lograr esto en profesores. El análisis temático en las justificaciones de los docentes muestra que la RP le quita a la disciplina matemática esa impresión establecida de tener un carácter frío, exacto o difícil y promueve la importancia de la participación colaborativa, la autonomía de los estudiantes y el entendimiento profundo al momento de generar trabajo matemático.

Sin embargo, centrarse en cómo llevar la metodología a cabo podría dejar en segundo plano la idea de *hacer matemática* que se quiere transmitir. Saber cómo complementar ambas ideas en un desarrollo profesional se transforma así en un desafío, ya que el objetivo final es que los profesores comprendan ambas líneas: cómo llevar la metodología a las salas de clases y entender el trasfondo de realizar esa metodología en específico. Los resultados de esta investigación dejan abierta la pregunta de si el desarrollo ARPA logra aunar ambas intenciones o no.

En la misma línea, enfocarse en cómo realizar la metodología correctamente puede evitar poder tratar contenidos específicos. Esto es una falencia relevante, ya que si no se contextualiza una metodología con lo tratado regularmente en las clases, es posible que los docentes no visualicen oportunidades para llevarla a cabo en sus aulas. En el caso ARPA, durante los AV en general no hay menciones a cómo utilizar los problemas propuestos o la metodología RP en clases regulares. La única instancia AV en la que esto se comenta es el AV4, lo que ocurre debido a que son los docentes quienes proponen problemas y no debido a que los monitores son quienes plantean la discusión. Esto es preocupante, especialmente porque el AV4 es la última instancia de este tipo que tienen los docentes. Se vuelve relevante discutir constantemente, desde un principio, cómo aprovechar las herramientas entregadas, relacionando la implementación con el contexto y los contenidos que plantean los docentes en sus aulas.

Asimismo, se debe dar la oportunidad durante el desarrollo profesional de profundizar en la discusión de contenidos para advertir qué es lo que priorizan los docentes cuando transmiten información matemática. Si no, se hace casi imposible advertir si los docentes entienden en profundidad contenidos específicos o relaciones entre distintos contenidos. Se sugiere, tal como se observó en los resultados, que se puede abordar esto a través de la RP promoviendo la creación de problemas por parte de los docentes. Esta medida abre oportunidades para entender mejor a qué dan énfasis los profesores al pasar ciertos contenidos, los objetivos de aprendizaje que desean generar y las prácticas matemáticas que quieren fomentar.

Abordando la metodología, en este estudio se observa que los AV dan espacio para desarrollar discusiones ricas y relevantes para los objetivos de un desarrollo profesional. Si el diseño de un AV es implementado con cuidado es posible potenciar elementos valiosos, como enfatizar el trabajo en grupo o el uso de preguntas para interactuar con los estudiantes. Sin embargo, el espacio dedicado a estos aspectos y a otros, podría ser excesivo considerando que los docentes los interiorizan tempranamente. Por ejemplo, en el caso de la distribución aleatoria de grupos o el uso de preguntas, los aspectos funcionales de estas herramientas parecen incorporadas desde la primera sesión AV.

Tomando esto en cuenta, se plantea instalar más tempranamente otros temas complejos para los docentes o que se aborden con mayor complejidad temáticas ya tratadas. Ya se ha hablado de la posibilidad de tratar más profundamente los contenidos matemáticos de los problemas que se utilizan al implementar RP. También se puede adelantar a la segunda sesión la discusión entorno a la actividad plenaria de ARPA, que es una instancia difícil de llevar a cabo para los docentes en el aula. Otra opción es profundizar en el uso de preguntas, tratando la calidad de las mismas. En resumen, se plantea aprovechar el espacio de los AV para profundizar y complejizar las discusiones con los profesores.

En general, es importante que cualquier iniciativa dirigida a los docentes tenga claro que si no se piensa o diseña el proyecto dirigiendo esfuerzos a las discusiones que se deseen abrir, a acciones que se quieran promover o a contenidos que se quieran enfatizar, es altamente probable que simplemente no ocurran o no se observen resultados al respecto. Un buen ejemplo de esto es lo que pasa con la obligación hacia el individuo durante el AV1, donde no hay justificaciones que se refieran a estudiantes particulares. Como se mencionó antes, se cree que esto ocurre ya que el AV estaba dirigido a la entrega de instrucciones, lo que no facilita que los docentes se refieran a interacciones con sus alumnos. Así, se debe tener en cuenta que hay que impulsar activa y concientemente los objetivos que se quieran conseguir.

## 4.6. Relación entre resultados y las instituciones de acceso abierto en Chile

Antes de comenzar a hablar de las implicancias para este tipo de instituciones, es importante volver a resaltar que es poco lo que se sabe de la enseñanza de matemática en IP y CFT en el contexto chileno. Considerando esto, no hay mucha evidencia la cual contrastar o relacionar con los resultados obtenidos por esta investigación. A pesar de esto, se pueden proponer relaciones entre los resultados y estas instituciones y sus características.

Primero, vale la pena destacar parte de las justificaciones con una obligación hacia lo individual entregadas por los docentes. Un grupo significativo de estas justificaciones guardaba relación con la idea de potenciar a los estudiantes que tienen dificultades académicas, como es lo que ocurre con Agustín en el AV3-F2. Esta intención de potenciar a estos alumnos también se observa en las justificaciones clasificadas con el tema *Empoderar al grupo* en la obligación hacia el colectivo. Los docentes muestran preocupación hacia los estudiantes que tienen dificultades con la matemática y, más aún, tienen la voluntad para activamente tratar de ayudarlos a cambiar esta situación.

Este interés de los docentes podría relacionarse con las características que tienen sus estudiantes al pertenecer a instituciones de acceso abierto en Chile. En primer lugar, en Chile hay una fuerte relación entre el origen socioeconómico y los resultados PSU [34]. Además, casi un 60% de la matrícula de IP y CFT corresponde a estudiantes de los tres quintiles de más bajos ingresos [48] y, además, para estos alumnos una carrera técnico profesional es una opción real de movilidad socioeconómica dado el nivel de empleabilidad que tienen [45]. El deseo de los docentes por potenciar a aquellos estudiantes que tienen más dificultades podría relacionarse con estas particularidades asociadas al contexto en el que enseñan, con la intención que tienen los docentes por hacer que sus estudiantes salgan adelante.

Por otra parte, un elemento del desarrollo profesional que los docentes rescataban y valoraban era la interacción entre pares para planificar, pensar, desarrollar y discutir. Esto se vio reflejado en la instancia AV4, donde varios participantes comentaron la utilidad de pensar con otros docentes el enunciado y las dificultades del problema para complementar el diseño del problema que iban a implementar usando la metodología RP. También, al final de la misma instancia AV4, los docentes mencionan lo importante que fue para ellos participar del

proceso de los análisis de video: por un lado, contaban con una oportunidad de aprendizaje al poder analizar y rescatar prácticas de otros docentes y, al mismo tiempo, podían ver retroalimentadas sus propias prácticas. Además, los docentes consideran interesante compartir problemas y formas de implementar e interpretar los mismos.

Contar con espacio para realizar reuniones entre pares puede resultar muy provechoso para potenciar las clases de matemática y a los profesores en general. Sin embargo, esto viene de la mano con cambios en el uso del tiempo con el que cuentan los profesores: con excepción de 2 de los 60 CFT en proceso de acreditación el 2006, los contratos de honorarios de los profesores de estas instituciones sólo cubren horas de docencia directa [3], lo que imposibilitaría la opción de generar espacios de reunión entre pares.

Finalmente, se quiere resaltar que los resultados exponen un interés patente de los docentes por establecer una conexión entre la docencia y la disciplina matemática. Los docentes se preocupan de la correctitud y pertinencia de los problemas que muestran en la sala de clases, de ellos mismos tener un buen manejo de las distintas estrategias que pudiesen aparecer, de transmitir y promover el entendimiento de sus estudiantes y de profundizar el conocimiento matemático en los mismos.

Eso sí, el desarrollo de este interés por promover una relación entre la docencia y la matemática se puede ver cohartado por las pocas oportunidades que la realidad en la institución deja. Por un lado está lo ya mencionado sobre la poca o nula remuneración que podrían estar recibiendo por horas de trabajo que no correspondan a docencia directa, y por otro lado está la tensión que ejerce el cumplimiento del currículum dentro de la institución. Esta última tensión tiene una fuerte presencia en las justificaciones con una obligación institucional, por lo que parece ser algo que los docentes tienen muy presente.

## 4.7. Limitaciones

Hay cinco limitaciones principales en esta memoria, relacionadas con la autora, con los antecedentes que se manejan sobre instituciones de acceso abierto en Chile, con la validación de la codificación propuesta y con el origen de los datos, es decir, con los AV y el desarrollo profesional ARPA.

En primer lugar, es importante saber que la autora ha sido parte del equipo del desarrollo profesional ARPA antes y durante la realización de esta memoria, participando como monitora de algunos talleres, aunque no ha participado previamente como monitora de sesiones AV. Además, durante la realización de la memoria, la autora ha tenido contacto con los monitores de los AV que se analizan en esta memoria, S y F.

Además, tal como se mencionó en la sección anterior, se debe recalcar que la discusión en torno a la relación de los resultados de esta investigación y la realidad de los IP y CFT en el contexto chileno, está condicionada por los pocos antecedentes con los que se cuenta de estas instituciones para contrastar con lo obtenido en este estudio.

Por otro lado y abordando la metodología, la codificación propuesta involucra tres categorías: Acciones, Tópicos y Obligaciones. Estos códigos sólo fueron utilizados por la autora, quien fue la única que codificó transcripciones de los AV. Más aún, el código Observación y la categoría Tópicos, no fueron revisados por nadie más que la autora. Esto es distinto para el código Justificación y para la categoría Obligaciones, que fueron discutidos sistemáticamente por la autora y el profesor guía, aunque sólo codificados por una de las partes. Así, la codificación propuesta no fue validada como metodología, lo cual debe ser tomado en consideración si se desea utilizar en otros trabajos.

A pesar de que los participantes del desarrollo profesional, tanto docentes como monitores, tenían conocimiento de que los AV podrían ser objeto de investigación, ninguno sabía exactamente cuáles iban a ser las líneas a seguir en este estudio. Más aún, esta memoria no fue definida hasta después de terminada la etapa piloto del desarrollo profesional RPAula en el instituto, de donde provienen los datos utilizados en el trabajo. Así, la autora no tuvo injerencia en el desarrollo profesional ni, en particular, en la realización de los AV. Esto trae beneficios e inconvenientes. Por un lado le otorga validez al trabajo, ya que los participantes no fueron sesgados por los objetivos de esta memoria al momento de participar de los AV. Por otra parte, colaborar en la definición metodológica de los AV hace que hayan situaciones perfectibles pensando en este estudio. Principalmente esto involucra a los monitores: no se realizaron recomendaciones sobre el nivel de participación de los mismos durante los AV ni sobre la búsqueda de justificaciones de los docentes.

Finalmente y como se mencionó al hablar de los análisis de video, al revisar cualquier resultado de esta memoria hay que tener presente que los AV son sólo una parte del desarrollo profesional ARPA. Otras actividades de los docentes durante el taller son la resolución de problemas, la planificación de clases entre pares e individualmente, la recepción de retroalimentación de las planificaciones y el análisis de clases RP no filmadas. Todo esto realizado en el transcurso de un año entero. La recepción e incorporación de prácticas e ideas de la RP puede relacionarse también con estas otras actividades, cuyo impacto no fue parte del análisis de esta memoria.

# Capítulo 5

## Conclusiones

Esta memoria busca estudiar las justificaciones que profesores dan al referirse a sus decisiones en el aula, a través de teorías en torno a la investigación de la educación matemática. Todo esto en el contexto de un desarrollo profesional que busca la incorporación de la RP, una metodología de enseñanza activa, en un instituto profesional. En términos globales, el trabajo se centró en las discusiones de docentes mientras analizan videos suyos y de sus pares, que muestran la implementación de la metodología RP. Con estos datos se identificaron y categorizaron justificaciones a través de la teoría de Obligaciones Profesionales y, dentro de aquellas obligaciones con mayor presencia en las justificaciones, se realizó un análisis temático que rescatara características más específicas.

Los resultados y la discusión propuesta muestran que la teoría de Obligaciones Profesionales de Herbst & Chazan es un marco potente para categorizar las justificaciones que entregan profesores respecto a sus prácticas en sala. Es una teoría versátil y aplicable en distintos niveles y realidades educativas. Esta memoria es una contribución a seguir ampliando la gama de contextos en que las Obligaciones Profesionales son pertinentes. Más aún, este trabajo se aprovecha del contexto en el que se desarrolla, analizando en profundidad a través de análisis temáticos las obligaciones profesionales más recurrentes en las justificaciones de los docentes.

Uno de los resultados principales de esta memoria es la fuerte presencia de la obligación hacia la disciplina matemática, donde se rescata lo valioso que es para estos docentes transmitir prácticas inherentes a *hacer matemática*. Los docentes promueven un interés en los alumnos de entender profundamente el conocimiento matemático y confían en que sus estudiantes están capacitados para extender estos conocimientos si se entregan de forma constructiva. También se considera que la RP en sí entrega oportunidades para llevar estas prácticas matemáticas a la sala de clases y, por tanto, para referirse a ellas en los análisis de video.

Se observa también una gran responsabilidad de los docentes hacia su labor y hacia sus estudiantes, lo que se refleja en dos aspectos. Primero, en el interés que tienen porque la experiencia matemática que representa la RP sea vivida por sus estudiantes, cuidando que el proceso completo llegue a ellos de forma prolija, desde los enunciados hasta la exposición final de las estrategias. Además se detecta esta responsabilidad en la fuerte presencia de la obligación hacia lo colectivo, principalmente en los temas *Gestionar la instrucción* y *Mejorar*

*el clima de la clase*. Los docentes buscan realizar buenas actividades en la sala y fomentar un ambiente armonioso en el aula durante la realización de las mismas.

Otro elemento interesante de los resultados es la aparición del tema *Empoderar al grupo* dentro de los temas rescatados de las justificaciones con una obligación hacia lo colectivo. Los docentes piensan en el trabajo grupal como una herramienta útil para potenciar a sus estudiantes y rescatan la relevancia de involucrar a todos en la discusión matemática.

Esta memoria tiene también implicancias metodológicas. Sobre el uso de análisis de video, se observa que es efectivo en lograr que profesores amplíen los aspectos que perciben de la instrucción. Asimismo, permite que se expliciten pensamientos, razones e ideas en torno a prácticas en sala. Se considera especialmente valiosa la utilización de filmaciones de los mismos docentes para obtener estos resultados, aunque para esto es crucial la generación de un ambiente propicio que permita una discusión constructiva. Es igualmente relevante recalcar que el logro de estos objetivos viene de la mano con una fuerte responsabilidad del monitor que guía la discusión. Es clave el rol que el monitor cumple durante los análisis de video, ya que sus decisiones al elegir qué discutir, cómo llevar la discusión y su nivel de participación en la misma repercuten en los resultados de aprendizaje obtenidos.

Vale la pena enfatizar además en la contribución que este trabajo representa para el desarrollo profesional docente, especialmente cuando está enfocado en la educación matemática. La identificación de tensiones que experimentan los profesores al intentar incorporar una metodología de enseñanza activa, abre opciones para anticiparse a ellas, abordarlas de forma efectiva y así mantener el foco en los objetivos principales del desarrollo profesional. El ejemplo más notable de esto es la oportunidad de prever la preocupación de los docentes por una correcta gestión de la clase y cómo compatibilizar esto con una nueva metodología. Anteponerse a esto permite pensar en mecanismos para conjugar ambas cosas y así generar más espacios para la transmisión y discusión de otros temas que el desarrollo profesional quisiese enfatizar.

Esta memoria deja una amplia gama de opciones para futuras investigaciones. Por ejemplo, podría ser interesante complementar las justificaciones de los docentes con sus observaciones no justificadas y así refinar más el detalle de las obligaciones a las que responden. También se podría estudiar la relación entre las justificaciones y los tópicos que se están tratando cuando aparecen. Otra alternativa es aplicar esta metodología en más instituciones o en otros contextos, para ver cómo afectan variables tales como el tipo de institución o la metodología de enseñanza en los resultados. Queda pendiente también la profundización de las obligaciones hacia el individuo y hacia la institución, lo que vendría de la mano con aumentar la base de datos disponible. Tener más datos también repercutiría en la validez del análisis realizado. Considerando todas las actividades que el desarrollo profesional ARPA realiza en la iniciativa RPAula, otra arista a explorar es cómo se relacionan los resultados de esta memoria con las otras actividades y cómo repercuten entre sí.

En este sentido, esta investigación viene a sumarse a los pocos antecedentes que se manejan de las instituciones de acceso abierto en Chile, poniendo énfasis en que tan sólo las

características del contexto que representan IP y CFT debiesen ser suficientes para que estas instituciones sean materia de interés. Sin embargo, se proponen otros elementos que podrían impulsar el desarrollo de estudios posteriores sobre los profesores que enseñan matemáticas en instituciones de acceso abierto en Chile, mostrando características valiosas de los mismos: la preocupación por sus estudiantes, el aprecio que tienen por las instancias entre pares para potenciar su docencia y el interés que tienen por relacionar su enseñanza con la disciplina matemática. Además, queda abierta la pregunta de cómo la realidad dentro de las instituciones tensiona el desarrollo de estas características. Variables como la remuneración laboral y el cumplimiento del currículum podrían estar influyendo en mayor o menor medida en los profesores.

Finalmente, se considera que el principal aporte de esta memoria yace en su definición inicial, en el sentido que vuelve protagonistas a profesores de matemática que generalmente no son considerados como objeto de estudio en Chile. Entregar líneas que permitan conocer más a los docentes de instituciones de acceso abierto, sus preocupaciones, sus intereses y sus motivaciones al enseñar matemática, abre oportunidades para pensar en cómo impactar en grupos de bajo nivel socioeconómico y en el sistema educativo al que acceden.

# Bibliografía

- [1] R. Abouserie. Sources and levels of stress in relation to locus of control and self esteem in university students. *Educational Psychology*, 14(3):323–330, 1994.
- [2] S. Bahamonde and J. Vicuña. *Resolución de problemas matemáticos*. Memoria para optar a la licenciatura en educación opción profesional: Profesor(a) básico(a), Universidad de Magallanes de Chile, 2011.
- [3] A. Bernasconi. Donde no somos tigres: Problemas de la formación técnica en Chile en el contexto latinoamericano. *Serie en Foco*, Expansiva, 2006.
- [4] H. Borko, K. Koellner, J. Jacobs, and N. Seago. Using video representations of teaching in practice-based professional development programs. *ZDM Mathematics Education*, (43):175–187, 2011.
- [5] V. Braun and V. Clarke. *APA Handbook of Research Methods in Psychology: Vol. 2. Research Designs*. American Psychological Association, 2012.
- [6] M. Buchmann. Role over person: Legitimacy and authenticity in teaching. Ocasional Paper 87, The Institute For Research on Teaching, Michigan State University, Junio 1985.
- [7] R. Cabanach, A. Souto, C. Freire, and M. Ferradás. Relaciones entre autoestima y estresores percibidos en estudiantes universitarios. *European Journal of Education and Psychology*, 7(1):41–55, 2014.
- [8] R. Cabanach, A. Souto-Gestal, and V. Franco. Escala de estresores académicos para la evaluación de los estresores académicos en estudiantes universitarios. *Revista Iberoamericana de Psicología y Salud*, 7(2):41–50, Julio 2016.
- [9] V. Cabezas and F. Claro. Valoración social del profesor en Chile: ¿cómo atraer a alumnos talentosos a estudiar pedagogía? *Temas de la Agenda Pública - Centro de Políticas Públicas UC*, 42, Enero 2011.
- [10] S. Celis and V. Mesa. Methodological issues in studying practical rationality in the context of community college mathematics. In *13th International Congress on Mathematical Education*, 2016.
- [11] M. Chang et al. What matters in college for retaining aspiring scientists and engineers from underrepresented racial groups. *Journal of Research in Science Teaching*, 51:555–580, 2014.
- [12] D. Chazan, P. Herbst, and L. Clark. *Reviewing Recent Research on Mathematics Teaching: Engaging, and Being Influenced by, Research on Learning*. D. Gitomer & C. Bell (Eds.), Handbook of Research on Teaching (Fifth Edition). Washington, DC: American Educational Research Association, 2014.

- [13] Consejo de Rectores de las Universidades Chilenas. Propuestas del consejo de rectores de las universidades chilenas para la reforma del sistema de educación superior. Technical report, Consejo de Rectores de las Universidades Chilenas, Julio 2015.
- [14] J. Corbin and A. Strauss. *Basics of Qualitative Research: Techniques and Procedures for Developing Grounded Theory*. SAGE Publications, 3 edition, 2008.
- [15] M. de Guzmán. Tendencias innovadoras en la educación matemática. Technical report, Facultad de Matemáticas - Universidad Complutense de Madrid, 1993.
- [16] M. Domínguez, A. Medina, and C. Sánchez. La innovación en el aula: referente para el diseño y desarrollo curricular. *Revista Perspectiva Educativa*, 50(1), 2011.
- [17] E. Dyer and M. Gamoran. Instructional reasoning about interpretations of student thinking that supports responsive teaching in secondary mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 48:69–82, 2015.
- [18] R. Elliot et al. The role of ethnicity in choosing and leaving science in highly selective institutions. *Research in Higher Education*, 37(6):681–709, 1996.
- [19] O. Espinoza. Cambios recientes al curriculum escolar: problemáticas e interrogantes. *Notas para Educación*, 18:5, 2014.
- [20] P. Felmer, J. Perdomo, T. Cisternas, F. Cea, L. Medel, and V. Randolph. La resolución de problemas en la matemática escolar y en la formación inicial docente. Technical report, Fondo de Investigación y Desarrollo en Educación, 2014.
- [21] P. Felmer and L. Varas. ¿porqué fallamos los chilenos en matemática? *Centro de Modelamiento Matemático*, 2007.
- [22] M. Gamoran and B. Sherin. Research on how people learn with and from video. In *Guidelines for Video Research in Education*. Data Research and Development Center, 2007.
- [23] L. González. *Repitencia y deserción en la educación universitaria en Chile*, pages 119–148. Centro Interuniversitario de Desarrollo CINDA, 2006.
- [24] P. Herbst and D. Chazan. Research on practical rationality: Studying the justification of actions in mathematics teaching. *The Mathematics Enthusiast*, 8, 2011.
- [25] P. Herbst and D. Chazan. On the instructional triangle and sources of justification for actions in mathematics teaching. *D. ZDM Mathematics education* 44:601, 2012.
- [26] J. Hoth, M. Döhrmann, G. Kaiser, et al. Diagnostic competence of primary school mathematics teachers during classroom situations. *ZDM Mathematics Education*, 48:41–53, 2016.
- [27] J. König and C. Kramer. Teacher professional knowledge and classroom management: on the relation of general pedagogical knowledge (gpk) and classroom management expertise (cme). *ZDM Mathematics Education*, 48:139–151, 2015.
- [28] M. Lampert. When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American educational Research Journal*, 27:29–63, 1990.
- [29] E. Lande and V. Mesa. Instructional decision making and agency of community college mathematics faculty. *ZDM Mathematics Education*, 48:199–212, 2016.

- [30] C. Lewis., R. Perry, and A. Murata. How should research contribute to instructional improvement? the case of lesson study. *American Educational Research Asociation*, (35):3–14, Abril 2006.
- [31] V. Mesa, S. Celis, and E. Lande. Teaching approaches of community college mathematics faculty: Do they relate to classroom practices? *American Educational Research Journal*, 51:117–151, 2014.
- [32] K. Miller and X. Zhou. What makes it compelling and what makes it hard. In *Video research in the Learning Sciences*. R. Goldman, 2007.
- [33] Ministerio de Educación. Bases curriculares - matemática - 1º a 6º de educación básica. Technical report, 2012.
- [34] Observatorio Chileno de Políticas Educativas. Acceso a la educación superior: el mérito y la (re) producción de la desigualdad. En línea en [www.opech.cl/educacion-superior/](http://www.opech.cl/educacion-superior/), visto el 27 de junio del 2017, 2009.
- [35] J. Olivero. The use of video recordings in teacher education. Technical Report ED 011 074, Standford University, Junio 1965.
- [36] Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico. *La Educación Superior en Chile*. Ministerio de Educación, 2009.
- [37] A. Poblete and V. Díaz. Competencias profesionales del profesor de matemáticas. *Números*, 53:3–13, 2003.
- [38] R. Rolando, J. Salamanca, A. Lara, and C. Blanco. Deserción & reingreso a educación superior en Chile. *Servicio de Información de Educación Superior*, 2012.
- [39] J. Ross and C. Bruce. Professional development effects on teacher efficacy: Results of randomized field trial. *The Journal of Educational Research*, 101:1:50–60, 2007.
- [40] J. Salamanca and M.I. Espejo. Evolución de la matrícula técnica nivel superior. *Ministerio de Educación*, 2016.
- [41] M. Schmuckler. What is ecological validity? a dimensional analysis. *Infancy*, 2(4):419–436, 2001.
- [42] A. Schoenfeld. Making sense of teaching. *ZDM Mathematics Education*, 48:239–246, 2016.
- [43] D. Schwartz and K. Hartman. It is not television anymore: Tips on using digital video for instruction. Technical report, Standford University, 2007.
- [44] Servicio de Información de Educación Superior. Informe matrícula 2016 educación superior en Chile. Technical report, 2016.
- [45] M. Sevilla. *Educación Técnica Profesional en Chile: Antecedentes y claves de diagnóstico*, pages 35–54. Ministerio de Educación, 2012.
- [46] A. Schoenfeld, M. Thomas, and B. Barton. On understanding and improving the teaching of university mathematics. *International Journal of STEM Education*, 3(1):1, 2016.
- [47] N. Speer. Connecting beliefs and practices: A fine-grained analysis of a college mathematics teacher’s collections of beliefs and their relationship to his instructional practices. *Cognition and Instruction*, 26:218–267, 2008.

- [48] Subsecretaría de Evaluación Social. Casen 2015 - educación, síntesis de resultados. Technical report, 2016.
- [49] G. Thomas, S. Wineburg, P. Grossman, O Myhre, and S Woolworth. In the company of colleagues: An interim report on the development of a community of teacher learners. *Teaching and Teacher Education*, Vol. 14, (1):21–32, 1998.
- [50] B. Toven-Lindsey, M. Levis-Fitzgerald, P. Barber, and T. Hasson. Increasing persistence in undergraduate science majors: A model for institutional support of underrepresented students. *CBE-Life Sciences Education*, 14(2), 2015.

# Apéndice A

## Preanálisis: Tópicos recurrentes

Como se mencionó en 2.2.1, durante la revisión preliminar de los videos se buscó identificar las temáticas que los profesores mencionaron con mayor frecuencia y aquellas ideas en las que profundizaron más durante un AV. A continuación, en cada tabla se muestra el AV realizado a la izquierda y las discusiones o temáticas más relevantes a del mismo AV a la derecha.

AV1-S1	Distribución aleatoria de los estudiantes en los grupos.
	Distribución de la sala: cuántas personas por grupo, dónde se sientan, cómo se sientan, etc.
	Importancia de instrucciones precisas, con objetivos claros. En particular, recalcar el trabajo en equipo de los estudiantes.
	Control de la clase.
	Uso eficiente del tiempo.

AV1-S2	Uso de preguntas durante la intervención del profesor en un grupo.
	Fomentar la participación de todos: Se habla de “tensionar al grupo”.
	Duración de la intervención del profesor en un grupo.
	No entregar o validar respuestas.
	Monitoreo de la actividad.
	Cantidad de estudiantes por grupo.
	Cómo manejar la asimetría de los estudiantes dentro de un grupo.

AV3-F1	Factores “externos” que influyen en la clase: Carrera en la que se está implementando la clase, horario de la clase, etc.
	Cómo explican los estudiantes.
	Cómo escoger qué grupos salen a presentar: ¿Deben salir todos? ¿Qué objetivo sigo?
	Cómo evitar el estrés que sienten los alumnos al salir a la pizarra.
	Manejo del tiempo: En particular se discutió si se debía explicitar cuánto tiempo el profesor pretende gastar en cada etapa.

AV3-S1	Cuándo y cómo intervenir en los grupos.
	Cómo escoger qué grupo sale a presentar.
	¿Qué hacer si un estudiante no quiere salir a la pizarra?
	Cómo introducir la discusión plenaria.
	Variable alumno: Cómo interactuar con ellos.
	Uso de extensiones de un problema.
	Cómo comparar las distintas estrategias que muestran los alumnos.
	Cómo dirigir una discusión.
	Reconocimiento de oportunidades de aprendizaje.
	Se discuten las distintas estrategias que presentan los alumnos.
	Control del tiempo.

AV4-F1	Carrera en la que se está implementando la clase.
	Diseño de problemas.
	Beneficios del uso de la metodología ARPA.

AV4-S1	Intervenciones del profesor en un grupo: Se habla de cuánto deben durar, calidad y objetivo de la intervención, permitir que los alumnos expresen sus ideas, cuánta información se entrega.
	Tensionar a los grupos al momento de intervenir.
	Contenidos y herramientas usadas para resolver el problema: Se habla del uso de la calculadora, del nivel del problema, de los contenidos abordados, etc.
	Contraste de distintas estrategias para un mismo problema.
	Beneficios del uso de la metodología ARPA: Generación de oportunidades de aprendizaje, uso de pizarra para presentar respuestas.
	Importancia de pensar en los distintos errores y dificultades que podrían tener los alumnos antes de la clase.
	Tamaño de los grupos.
	Se valora el trabajo entre pares.

# Apéndice B

## Códigos en la categoría Tópicos

Los códigos en la categoría **Tópicos** buscan identificar los temas que tocan los profesores durante un AV, ya sea dentro de una intervención o dentro de una cadena de conversación. En este sentido, pueden ocurrir varias opciones: Codificar con un tópico sólo parte de una intervención, toda una intervención, parte de una cadena de conversación o toda la cadena. Esto queda a criterio del codificador.

Esta categoría no fue utilizada para generar resultados dentro de este estudio. Sin embargo, se considera relevante rescatar el trabajo realizado, dejando la propuesta de codificación para ser tomada por otras investigaciones o para seguir perfeccionándola en profundizaciones de esta memoria. En lo que sigue, se especificará cuándo se utiliza cada uno de los códigos junto con un ejemplo de su uso extraído de la codificación realizada en las transcripciones AV.

### Ambiente en la clase

Cuando los profesores mencionan su percepción del ánimo o ambiente de la clase general o de un grupo de trabajo en particular. Algunos comentarios que pueden surgir en este sentido es si hubo motivación o no, si los alumnos estaban comprometidos con la actividad, si se sintió frustración por parte de los alumnos, etc.

También se incluye cuando los profesores hablan de acciones que promueven o afectan el ambiente de la clase, ya sea dando palabras de apoyo a los estudiantes para promoverlos a seguir trabajando con entusiasmo o produciendo que el resto de un grupo se frustre al enfocarse en sólo un estudiante.

**Ejemplo:** (Ana, AV1-S1) *Ya ehm bueno en principio yo había hecho otras actividades con ese curso y eran como más motivados. Me parece que el día que me toco no era el más adecuado porque estaban como medios, con un ánimo bajo, fue un día de lluvia y cuando llueve vienen poco. Ahí me di cuenta y no sé, llovió muy fuerte, vino no sé la cuarta parte del curso, me costó armar los grupos, costó que se metieran en el cuento porque cuando iban llegando atrasados como que no se conectan tan rápido, pero una vez que ya agarraron el ritmo yo creo que la mitad bien. Y la otra mitad igual les costó.*

## Autonomía alumnos

Cuando se habla de promover que sean los mismos alumnos de quienes nazca todo el proceso de resolución de problemas (las ideas, el desarrollo, las soluciones, la validación, entre otros), en lugar de que sea alguien más quien lo entregue.

**Ejemplo:** (Alfonso, AV3-F1) *Ahora, qué es lo que esperaba yo más adelante es principalmente más autonomía en resolver los ejercicios. Porque igual dependían mucho de mí o esperaban mucho que yo los guiara demasiado, entonces yo iba tratando de evitar lo más posible eso. Obviamente en algún momento les di muchos tips o muchas formas de como poder eh que se les ocurriera, pero la idea es tratar de que mi participación sea prácticamente nula, esa es la idea.*

## Contenido

Cuando se habla sobre algún contenido matemático.

**Ejemplo:** (Amanda, AV4-F1) *Bueno, el problema era de la unidad de funciones exponenciales y logarítmicas y bueno yo ya había visto la materia de eh, con la función exponencial, la función logarítmica, o sea, eh dándoles la función, que reemplazaran, vimos los logaritmos y vimos las ecuaciones exponenciales. Pero no habíamos visto el modelo, entonces como había que hacer un problema y no un ejercicio, entonces por eso decidí hacer, que hicieran también el modelo, o sea, la pregunta iba enfocada al final tratar de que llegaran al modelo.*

## Control del tiempo

Al mencionar estrategias o problemas que se tuvieron o se podrían tener para manejar el tiempo durante el ARPA.

**Ejemplo:** (AV1-S1)

*Alicia: Sí a mí también me llamó la atención que les dijiste, les diste un rango de tiempo, yo no di tiempo. A lo mejor eso igual fue malo porque se, me llevaron toda la hora. Y no alcanzamos a hacer cierre.*

*Alfonso: No es que yo por lo menos tenía los tiempos entonces dije ya veinte minutos, eh para las preguntas que aparecían ahí. Yo sabía que iba, iban a terminar menos, otros más rápido entonces la idea era que se cumpliera el tiempo para que después pasaran a la parte de discusión y todo eso.*

*Alicia: Pero ¿y si algunos no lo...? ¿O todos llegaron a los veinte minutos a responder?*

*Alfonso: Es que les poníamos veinte minutos dentro de las preguntas por, entonces eso yo trataba de que los grupos que no podían, eh hacíamos conversado, de tratar de darles preguntas para que, entonces yo digo de los veinte minutos la primera parte y de ahí yo di, bueno dimos diez minutos más para...*

*Monitor: Así no fue veinte minutos, fue más al final.*

*Alfonso: Claro di los diez minutos para generar preguntas adicionales.*

## Dar instrucciones

Cuando se habla de estrategias, problemas o cosas por mejorar en la etapa inicial de dar instrucciones, como la duración de la entrega de instrucción, qué temas se priorizan, qué faltó mencionar, etc. Incluye también las instrucciones para dar paso a la etapa ARPA de Discusión.

### **Ejemplo:** (AV1-S1)

*Monitor: Así es. ¿Qué opinan ustedes de usar el lenguaje de extensión, de generalización, como lo hace Agustín?*

*Alicia: Posiblemente es mucho formalismo para ellos.*

*Monitor: ¿Tú crees que es mucho formalismo?*

*Alicia: Yo creo que donde la, al decirles que iban a seleccionar algunas estrategias, yo creo que eso estaba demás a lo mejor. No decirles que, sino que dejarlo planteado como el objetivo que dio al inicio, resolver el problema y a medida que avanzaran dar lo de la extensión sí, pero, bueno es que a lo mejor fue como para que les quedara claro que después iban a hacer una, como un plenario. No sé si afectará en algo decirlo o no. O mejor omitirlo y después hacerlo nada más.*

## Distribución aleatoria

Cuando se habla de distribuir a los alumnos en grupos al azar y sus consecuencias o beneficios.

### **Ejemplo:** (AV1-S1)

*Monitor: Se nota que hubo una, se unieron fácil con el tema de los números. Ehm y de ahí ¿eso lo dejaste completamente que ellos se ordenaran por el número que tuviesen el mismo de los compañeros?*

*Alicia: Sí, de acuerdo al grupo que se agruparan y ellos ahí tenían que moverse.*

*Agustín: Bueno ahí yo te comentaba que uno de los grupos quedaron los dos chicos que tienen las mejores notas de, en, en esta asignatura, quedaron justo en ese grupo. Que es esa chica que está de color verde (...) La de verde con otro chico que llegó después, ellos dos son los, los dos estudiantes que tienen muy buenas notas y quedaron justo al azar juntos.*

## Distribución de la sala

Cuando se habla de cómo está dispuesta la sala. Por ejemplo: Cuántos alumnos hay en cada grupo, cómo fueron dispuestas las mesas, qué tan lejos están entre sí las mesas, etc.

### **Ejemplo:** (AV2-S1)

*Monitor: Se ve un engagement muy potente y eso es bien impresionante. Tiene que ver con la distribución de la sala y como están. . .*

*Agustín: Es una idea del trabajo previo. Yo en el trabajo previo trabajo mucho así, entonces. . .*

*Monitor: Es un formato que ellos ya tenían como incorporado.*  
*Agustín: Claro, no es nuevo para ellos.*

## Entendimiento de alumnos

Cuando hablan del nivel de comprensión del problema por parte de los alumnos y se mencionan o sugieren acciones a realizar al respecto.

**Ejemplo:** (AV4-F1, hablando del problema *Un corral para caballos*, ver C.8)  
*Ana: Ahí hay un problema porque decían que lo encontraban pero no estaban seguros.*  
*Monitor: Claro. Y eso era como por tanteo básicamente.*  
*Ana: Por tanteo no más.*

## Exposición de soluciones

Cuando se habla de qué salió en la exposición, cómo se desempeñaron los estudiantes, cómo los sintieron, etc. También de cómo se debería presentar (ejemplo: dividir pizarra, usar papelógrafos, etc.).

**Ejemplo:** (AV3-S1)  
*Monitor: Qué les pareció, qué dificultades, eh qué les pareció lo más interesante del ejercicio, etc. Pero aquí, el joven ahí en la pizarra, ¿qué vieron ahí?*  
*Axel: O sea ahí...*  
*Aurelio: Que lo único que quería era ir a sentarse, en el fondo, hacer la cosita, claro no estaba ni ahí en el fondo, no fue una buena...tuviste mala suerte.*  
*Alicia: Es que fue el único que podía.*  
*Axel: No sé, entonces la tuya salió demasiado bien porque yo creo que la verdad es que...*  
*Aurelio: Es que los míos trabajaron de otra forma.*  
*Axel: Es difícil controlar la variable del alumno, o sea, de lo que va a hacer el alumno.*  
*Alicia: Claro, no les podí imponer que él esté feliz ahí adelante.*  
*Aurelio: No.*  
*Alicia: De hecho yo agradezco que él haya ido.*  
*Axel: O sea, aparte para él, para él fue lógico, pero para algunos no es tan lógico, o sea, hacer ese procedimiento de un, una bolita de 20 sabores, claro para nosotros parece lógico, pero él que no tiene buena comprensión tal vez no es tan lógico y, y cuando estaba mirando ahí como, no hay nada que explicar, quizás... (5 segundos de silencio)*

## Momento de la intervención

En el contexto de acercarse o no a un grupo mientras están resolviendo un problema, cuando se habla de cuándo realizar esta acción y qué elementos hacen que el profesor se acerque. Por ejemplo: Se vio que el grupo no estaba trabajando, los estudiantes llamaron,

etc.

**Ejemplo:** (AV2-S1) *Monitor: Tú, Ana, recuerdas si es que... No te acercabas mucho a los grupos si es que no te preguntaban.*

*Ana: Sí.*

*Monitor: O si notabas algo.*

*Ana: No, yo me daba vuelta. Si me llamaban ahí intervenía. Si no, no. Porque a veces más molestaba que ayudaba.*

## Monitoreo de grupos

Cuando se comenta sobre el monitoreo de los grupos de trabajo en general, ya sea porque se realiza o no, las consecuencias y cómo aprovecharlo, la forma de realizarlo, etc.

**Ejemplo:** (AV3-S1)

*Axel: Sí, yo tuve un grupo que, que la verdad es que, se me escapó totalmente en la planificación porque no sabía qué estaban haciendo. De hecho les dije, yo creo que les dije como que “¿han buscado otra posibilidad, otra estrategia?”, no me acuerdo cómo les dije realmente pero...*

*Aurelio: Estaban muy perdidos.*

*Axel: Estaban súper perdidos, es que quizás no entendieron el problema y como no me llamaban y quizás estaban justamente en un rincón que el acceso me fue difícil, o sea, se prestó todo quizás para que no...*

*Aurelio: Sí.*

*Alicia: Sí.*

*Axel: No pudiera ir a ver cómo iban. Y como tenían hartos cálculos yo pensé, dije ah deben ir bien, y no, estaban más perdidos.*

## Planificación

Cuando se habla de cómo los profesores prepararon la aplicación de su ARPA.

**Ejemplo:** (AV4-F1)

*Monitor: Y ¿hubo alguna cosa que tú no habías pensado que ocurrió?*

*Amanda: Eh, no porque había pensado que esa iba a ser la, la dificultad.*

*Monitor: Le achuntaste medio a medio.*

*Amanda: Claro, exactamente.*

*Monitor: Buenísimo. Ya, excelente.*

*Amanda: No pensé que iban a ocupar los logaritmos.*

*Monitor: Claro, claro.*

*Amanda: Porque siempre se resisten a esa materia, yo no sé por qué y esta vez fue más fácil.*

## Problema

Cuando se habla del problema aplicado en el ARPA, ya sea de sus características, sus complicaciones, etc.

**Ejemplo:** (AV4-F1)

*Monitor: Entonces, la pregunta es, ¿qué cosas hubieses hecho distinto?*

*Alfonso: Ya, qué hubiese hecho distinto.*

*Monitor: Pensando...*

*Alfonso: Sí, que yo, es lo que mencionaba, como era el primer problema que confeccionaba con esta estrategia ehm lo que hubiese hecho yo distinto en realidad era agregarle más dificultad al problema.*

*Monitor: Al problema original.*

*Alfonso: Claro, al problema original, claro, eh y llevarlo por ejemplo, bueno estos chicos son prevencionistas. Y trabajan en muchas asign... en muchos otros ramos trabajan mucho con las exponenciales y con logaritmos. Tienen muchos ramos de química por ejemplo, entonces yo creo que estaban en condiciones quizás para que el, el peldaño fuera un poquito más alto del problema, yo creo que ese sería lo que yo hubiese cambiado, agregarle más dificultad al problema.*

## Profesor

Cuando la intervención se centra en características que tiene o roles que debe cumplir el profesor.

**Ejemplo:** (AV1-S1, Alfonso) *El ARPA 1 la verdad es que, eh yo ese día estaba súper enfermo, no podía, quizás en el video se note pero yo no podía hablar, hablaba y me ahogaba. Entonces traté de hablar pero. De hecho no sé si saldrá pero en un momento andaba con, como con un poco de crisis de asma yo creo así que hablaba un poco y como que me ahogaba entonces estaba pero no, fue súper complicado por el tema de salud. Por lo demás creo que salió como normal pero en esa parte estuve complicado. Así que, yo creo que ahí va a ser poca mí, poco lo que se, que hable en realidad.*

## Resultados

Cuando se habla sobre los logros concretos que tuvieron los alumnos en la actividad ARPA, por ejemplo, si alcanzaron o no a resolver el problema original.

**Ejemplo:** (AV3-F2)

*Ana: La mayoría usó esa, ¿sí o no?*

*Agustín: En mi curso como la mitad hizo esa y la mitad hizo la, la secuencia para dos sabores, para tres sabores, para cuatro sabores y encontraron la regularidad.*

*Ana: En el mío nadie.*

*Monitor: En algún otro curso vi lo mismo, sí, pero no creo que sea común la verdad. Es como la estrategia, una estrategia no muy usada.*

## Selección para discusión

Sobre todas las decisiones previas que se toman antes de la discusión: Cuántas soluciones se expondrán, cuántos saldrán a exponer, en qué orden presentarán, qué soluciones se quieren mostrar, etc.

**Ejemplo:** (AV4-F1)

*Monitor: Ah vale. Qué otra cosa por ejemplo, la secuencia estuvo adecuada, la secuencia de grupos que pasaron adelante estuvo bien parece.*

*Agustín: Sí, sí a mí siempre me gusta partir por quién tiene eh ahí menor calif, menor rendimiento, en el ARPA pasado también.*

*Monitor: Ya.*

*Agustín: Y en este caso esta chica que está ahí tiene bajo rendimiento. Me gusta porque finalmente le da un plus al estudiante cuando cree que no comprende, o no sabe, cuando uno le da ese espacio y lo utiliza también hay un tema...*

*Monitor: Un boost emocional.*

*Agustín: Emocional, claro.*

*Monitor: De acuerdo.*

*Amanda: La confianza.*

*Agustín: La confianza y siempre esa chica tam, igual como el ARPA anterior que otra alumna fue quien primero anotó el tema de los helados, aquí esta chica fue la primera que, que anotó eso. Y estaba como esas ganas de expresar eso.*

## Trabajo en grupo

Cuando se habla del trabajo en grupo, ya sean herramientas para promoverlo (Por ejemplo: tensionar al grupo), beneficios, dificultades, etc.

**Ejemplo:** (AV2-S1, Agustín) *A mí me paso en el primer ARPA con un grupo, que a una de las chicas le va muy mal y ese día... Pero ella es súper empeñosa, pero ese día no quería nada nada nada nada... Y los otros dos eran los mejores del curso y estaban los dos más ella. Y cuando yo le preguntaba a ella, ella nada nada nada, no quería nada, "mejor no me pregunte a mí, no no no, no hoy día no, estoy mal". Entonces al principio yo intencione un poco un poco un poco, pero ya en un momento cedí, porque si no el grupo se iba a quedar estancado. Pero sí intenté intenté intenté, pero la verdad es que no... No había voluntad.*

## Uso de preguntas

Cuando se comenta sobre el uso o no de preguntas para interactuar con los estudiantes. Esto incluye el cómo son formuladas, y las consecuencias o beneficios que pueden producir

en los alumnos. Incluye también el uso de simplificaciones y extensiones del problema original.

**Ejemplo:** (AV2-S1)

*Monitor:* Ya. ¿Qué aspectos positivos podemos resaltar de este... de este episodio?

*Axel:* Yo creo que entra con puras preguntas, ósea en ningún caso ella da una aseveración con respecto a lo que es el problema en sí. O pistas.

## Validar respuestas

Cuando se habla de darle o no las respuestas a los estudiantes, el confirmar que el resultado/procedimiento es o no correcto y las consecuencias o beneficios que esto puede traer.

**Ejemplo:** (AV2-S1)

*Monitor:* Y de nuevo, yo a veces, no sé, yo lo encuentro bien destacable que uno a veces se tensiona mucho por tratar de ayudarlo, entonces, por ejemplo, tú no le dices nunca está bien. O sea entendiste, ése es el problema, sino que haces otra pregunta. O sea ese como... Soportar la tentación de reafirmarlos mucho, yo creo que eso es algo que igual se queda. Encuentro que eso es admirable, es difícil. Porque sobre todo a mí me gustaría decir “Súper bien, entendiste”, pero no. Tú dijiste “Vamos bien”.

*Agustín:* Eso es una convicción ja ja. Eso es una convicción.

*Monitor:* ¿Cuál es la convicción?

*Agustín:* Eso, lo que recién estabas diciendo tú. El estudiante espera que le digan... Que el docente le termine validando su respuesta y muchas veces el docente cae mucho en la tentación de hacerlo, pero uno intenta decir no.

*Monitor:* Yo también creo que eso es más productivo al final del día para ellos. Onda, yo veo estos videos y me dan ganas de decirle yo “Bien, entendiste”. Bien, estamos.

# Apéndice C

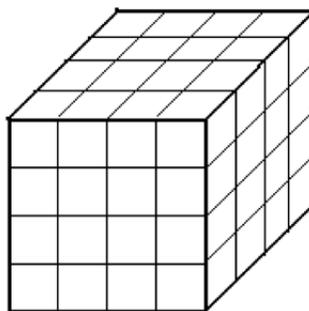
## Problemas ARPA

En cada AV los docentes analizan su implementación RP de ciertos problemas ARPA. Para el AV1, todos los docentes vieron la resolución del problema *Cubos*. En el caso del AV2, los docentes comentan sobre el problema *El paseo de Ramón y Alicia*. Para el AV3, el problema en cuestión es *Los helados*. En el caso del AV4, los docentes diseñaban el problema a implementar y se identificaron en total 6 enunciados diferentes: Amanda usa *Virus come memoria*, Alfonso usa *Las bacterias*, Aldo usa *Venta de terreno*, Aurelio y Alicia usan *La fotografía viral*, Ana usa *Un corral para caballos*, y Agustín y Axel usan *Hacienda el Peñón*.

En adelante se entregan los enunciados de los problemas con el fin de entregar más contexto a los datos y a las cadenas de conversación citadas a lo largo de la memoria.

### C.1. Cubos

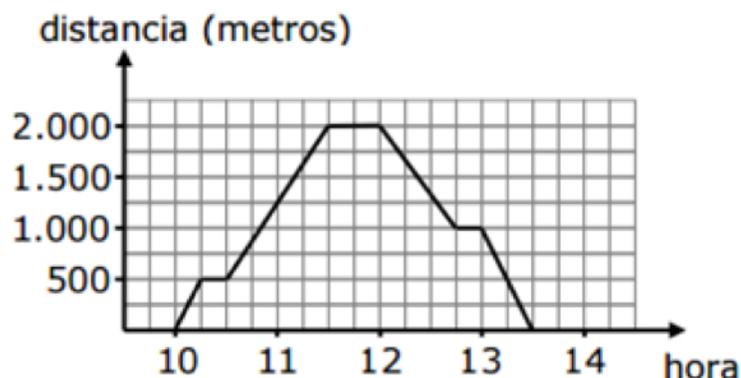
Un cubo de madera de pino de 4cm de arista se pinta de azul y luego se corta en cubos de 1cm de arista.



- ¿Cuántos cubos pequeños tienen cuatro caras pintadas?
- ¿Cuántos cubos pequeños tienen tres caras pintadas?
- ¿Cuántos cubos pequeños tienen dos caras pintadas?
- ¿Cuántos cubos pequeños tienen solo una cara pintada?
- ¿Cuántos cubos pequeños no tienen pintadas?

## C.2. El paseo de Ramón y Alicia

El gráfico adjunto representa un paseo a pie que hicieron Ramón y su polola Alicia. Ramón salió de su casa y pasó a buscar a Alicia, que tardó un poco en salir. Después dieron un paseo y se sentaron en una cafetería a tomar un helado. Al regreso pasaron por la casa de unos compañeros de curso a recoger unos apuntes y allí se entretuvieron un tiempo. Finalmente, regresaron a casa.



Determine si Alicia y Ramón caminaron más rápido del café a la casa de sus amigos que de la casa de sus amigos al final del paseo.

## C.3. Los helados

En una tienda que vende helados se ofrecen 20 sabores diferentes. Un cliente puede pedir un helado con una o dos bolitas. Si pide dos bolitas, éstas podrían ser del mismo sabor o de sabores distintos. ¿Cuántos helados distintos ofrece la tienda?

## C.4. Virus come memoria

Jorge no instaló ningún programa antivirus en su portátil, infectando un archivo con un virus. Este archivo, al principio, ocupa 1 KB y hay 512 GB disponibles en el disco duro.

El archivo infectado se duplicará en cualquier momento que se abra. ¿Cuántas veces Jorge puede abrir el archivo hasta que use todo el espacio disponible en el disco duro?

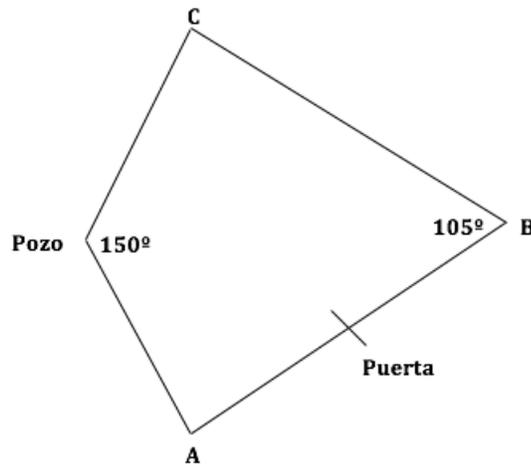
## C.5. Las bacterias

En un laboratorio de biotecnología se tiene un cultivo de bacterias en un incubador. Si la población inicial de bacterias es 5, ¿cuántas bacterias habrán al cabo de un día si se duplican cada hora?

## C.6. Venta de terreno

Carlos quiere vender un terreno, como se muestra en la figura, pero no tiene claro cuál es su superficie. Sin embargo, sabe que la puerta está justo en el medio del frontis AB y que la línea que une el pozo con la puerta mide 250 metros y es perpendicular al frontis. Carlos sabe que la distancia desde el punto B al pozo es igual que a la medida del frontis.

Se le pide a usted que ayude a Carlos a buscar el precio de venta del terreno si se sabe que el metro cuadrado vale 14 UF y que al día de hoy la UF tiene un valor de \$26.022,59.



## C.7. La fotografía viral

Rodrigo publica en Facebook una fotografía con el fin de recaudar dinero. Cierta empresa pagará \$5 por cada “me gusta” y \$20 por cada vez que es compartida.

Facebook permite un máximo de 25 amigos por persona. Rodrigo, sus amigos y amigos de sus amigos tienen el máximo permitido.

Rodrigo publica la fotografía el día 1, de sus amigos el 80% pincha “me gusta” y el resto comparte. El día 2, de aquellos que compartieron, el 80% pincha “me gusta” y el resto comparte y así diariamente.

¿Cuánto dinero recaudó Rodrigo en los primeros 5 días?

## C.8. Un corral para caballos

Un campesino desea construir un corral de forma rectangular para su caballos. Con el fin de ahorrar material ha decidido ubicarlo contra un muro, como aparece en la ilustración. Para tal fin, dispone exactamente de 21 metros de malla de alambre. ¿Qué dimensiones debe tener el corral para que albergue una mayor cantidad de caballos utilizando todo el alambre?

## C.9. Hacienda El Peñón

Lucas y Sebastián planean comprar su casa. Para ello han pensado dos formas diferentes de ahorro desde Agosto de 2016.

Por un lado, Lucas, ahorrará un peso en Agosto de 2016 y duplicará mes a mes el monto a ahorrar.

Por otro lado, Sebastián ahorrará \$60.000 en Agosto de 2016 y agregará \$100.000 mes a mes.

Coincidentemente, ambos eligen comprar la casa “Hacienda el Peñón Barrio Mirador”, cuyo precio es de 5.090 U.F.

Considerando la U.F. a \$26.000 y la forma de ahorro de Lucas y Sebastián, ¿quién logrará comprarla primero y en qué fecha lo hará?