



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

CUANTIFICACIÓN DE INCERTIDUMBRES EN COLECTORES DE ENERGÍA
PIEZOELÉCTRICOS POR MEDIO DE MEDICIONES EXPERIMENTALES

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL MECÁNICO

PATRICIO IGNACIO PERALTA BRAZ

PROFESOR GUÍA:
RAFAEL RUIZ GARCÍA

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
VIVIANA MERUANE NARANJO
WILLIAMS CALDERÓN MUÑOZ

SANTIAGO DE CHILE
2017

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MECÁNICO
POR: PATRICIO IGNACIO PERALTA BRAZ
FECHA: NOVIEMBRE 2017
PROF. GUÍA: RAFAEL RUIZ GARCÍA

CUANTIFICACIÓN DE INCERTIDUMBRES EN COLECTORES DE ENERGÍA PIEZOELÉCTRICOS POR MEDIO DE MEDICIONES EXPERIMENTALES

Los colectores de energía piezoeléctricos (CEP) son dispositivos que generan energía eléctrica cuando son deformados mecánicamente. Existen diversos modelos matemáticos deterministas que permiten estimar la respuesta dinámica. Sin embargo, las predicciones realizadas por esos modelos usualmente presentan discrepancias al ser comparada con datos experimentales. Lo cual se explica por la presencia de incertidumbres asociadas típicamente a variabilidades en: la excitación; el modelo matemático y los parámetros inherentes utilizados por los modelos matemáticos. Por lo tanto, introducir una metodología para cuantificar las incertidumbres presentes y a la vez caracterizar experimentalmente los dispositivos permitiría generar predicciones robustas y más plausibles. El objetivo de este trabajo es cuantificar por medio de mediciones experimentales las incertidumbres de la respuesta y los parámetros que gobiernan la dinámica de los colectores de energía piezoeléctricos e implementar una metodología para su propagación. Se diseñó un banco de pruebas el cual permite someter a los CEPs a distintos tipos de excitaciones, montar de forma fácil y reproducir de buena manera la condición de empotramiento. Mediante un protocolo de pruebas, se ensayaron dos modelos de CEPs con diferentes características nominales. Donde se identificaron las variabilidades de su respuesta y sus fuentes de dispersión. Colectores teóricamente idénticos alcanzaron dispersiones de hasta el 65% con respecto a su valor medio. Se implementó un marco de propagación de incertidumbres con la finalidad de compararlo con las mediciones experimentales y validar su utilidad. Las mediciones coincidieron con el área de probabilidad predicho, lo cual justifica el uso y la adecuación del modelo numérico. Al disponer de datos experimentales, se adaptaron las técnicas bayesianas con la finalidad de actualizar los parámetros inciertos y estimar futuras respuestas. Como resultado, se logró estimar una franja de probabilidad que se ajusta de mejor manera a las mediciones y que permite estimar de forma más certera futuras respuestas.

Dedicada a Jacqui y Cesar, por su amor incondicional

Agradecimientos

Primero que todo, este trabajo es para mis Padres: Jacqueline y Cesar. Entiendo que nada en la vida es fácil y agradezco todos los sacrificios que han hecho para que podamos cumplir nuestras metas.

Ana, mi gran apoyo y mi confidente. Son muchos los buenos momentos que hemos pasado juntos, atesorando cada uno de ellos. Hemos crecido juntos y siento que soy una mejor persona gracias a ti.

Abuelos, su cariño y sabiduría es fundamental. Ser un estudiante de provincia es duro, visitarlos o verlos aunque fueran unos minutos en el terminal siempre fue inyección de energía.

Mauro, sin dudas te admiro y disfruto mucho ver la forma que afrontas el desafío de ser un ingeniero. Dani, te a tocado trazar el camino, y claramente mi convicción por estudiar aquí nace de tu ejemplo. Laura, que bueno fue para todos que llegaras a esta familia, nos entregas muchas alegrías y buenos momentos.

Recuerdo los almuerzos, mesas de pool, jornadas de estudio, carretes y momentos de ocio que pase durante estos años, conocí grandes personas, muy buenos amigos, que enriquecieron mi paso por la universidad, me llevo muchas conversaciones, risas y anécdotas.

No puedo dejar a mencionar al equipo de mis amores, Cobresal. Porque sus hazañas en la cancha fueron mi inspiración en mis peores momentos académicos.

Agradezco al profesor Rafael, su apoyo y confianza fue primordial para este trabajo y lo venidero. Dar las gracias a la profesora Viviana, por su gran disposición a ayudarme durante este proceso. Gracias por compartir sus conocimientos conmigo. De igual manera, doy gracias al profesor Williams, por su buena disposición para ser parte en mi comisión.

Tabla de Contenido

Introducción	1
1. Objetivos	3
1.1. Objetivo General	3
1.2. Objetivos Específicos	3
2. Alcances	4
3. Metodología	5
4. Antecedentes	6
4.1. Colectores de Energía Piezoeléctrico	6
4.2. Modelo Determinista Tradicional	7
4.3. Incertidumbres en las características electromecánicas y geométricas de los colectores de energía piezoeléctricos	8
4.4. Predicción Estocástica Robusta	10
4.5. Técnicas Bayesianas	12
5. Banco de Pruebas	16
5.1. Descripción General	16
5.2. Descripción de Equipos	17
5.2.1. Sistema de adquisición	18
5.2.2. Amplificador	18
5.2.3. Agitador	18
5.2.4. Acelerómetro	18
5.3. Identificación experimental de la FRF	19
6. Caracterización de los CEP	20
6.1. Características de los CEP	20
6.2. Caracterización Geométrica	21
6.3. Caracterización del Amortiguamiento	22
6.4. Función de Respuesta en Frecuencia (FRF) Nominal	23
6.5. Comportamiento no-lineal en los CEPs	24
7. Protocolo de medición	27
7.1. Pruebas Preliminares, PZT modelo A	27
7.2. Pruebas Preliminares, PZT modelo B	29

7.3. Protocolo de Pruebas	31
8. Observación de Incertidumbres	32
8.1. Consistencia de las Mediciones	32
8.2. Incertidumbres Asociadas al Montaje	34
8.3. Incertidumbres Asociadas al Proceso de Manufactura	34
8.4. Análisis de las Observaciones de Incertidumbres	36
9. Propagación de Incertidumbres	39
9.1. Predicción Estocástica Robusta Previa	39
9.2. Predicción Estocástica Robusta Posterior	41
Conclusión	43
Bibliografía	45
Anexos	I
Anexo A	I
Anexo B	II
Anexo C	III
Anexo D	V
Anexo F	X

Índice de Tablas

4.1. Tolerancia de diferentes geometrías de colectores de energía piezoeléctricos	8
5.1. Especificaciones generales del agitador modelo JZK-20	18
5.2. Especificaciones Generales del acelerómetro modelo 333B32 de PCB PIEZOTRONICS	19
6.1. Valores de los parámetros geométricos y electromecánicos proporcionadas por el fabricante SINOCERA de los CEPs, modelos SB401000 y SB601000	21
6.2. Valores medios medidos del largo nominal (L_n), ancho (b) y espesor total ($2h_p + h_s$), en los 20 CEPs del modelo A y los 9 CEPs del modelo B.	21
6.3. Valores medios de los parámetros geométricos y electromecánicos de los CEPs, modelo A y modelo B	23
8.1. Maxima amplitud de la FRF obtenida en las tres pruebas. Valor medio y coeficiente de variación del modelo A y B	38
8.2. Frecuencias natural obtenida en las tres pruebas. Valor medio y coeficiente de variación del modelo A y B	38
9.1. Coeficientes de variación de los parámetros electromecánicos de los CEPs, modelos A y B	40
9.2. Parámetros electromecánicos de los CEPs, actualizado por medio de un ajuste bayasiano	42
A.3. Ancho (b) y espesor total ($2h_p + h_s$) medido de los 20 CEPs del modelo A	I
B.4. Ancho (b) y espesor total ($2h_p + h_s$) medido de los 9 CEPs del modelo B	II

Índice de Ilustraciones

4.1. Esquema de Colector de Energía Piezoeléctrico(a) Unmorph. (b) Bimorph.	7
4.2. Características geométricas de los colectores piezoeléctricos: (a) Unmorph (b) Bimorph.	9
5.1. Esquema del Banco de Pruebas	16
5.2. Diagrama de flujo del banco de pruebas	17
5.3. Banco de Pruebas	17
6.1. Respuesta libre medida del colector PZT-B-3, con su envolvente estimada	22
6.2. Función de Respuesta en Frecuencia (FRF) nominal, (a) modelo A (b) modelo B	24
6.3. Función de Respuesta en Frecuencia medida para diferentes aceleraciones de excitación, de los CEPs (a) modelo A (b) modelo B	24
6.4. Comportamiento no lineal de los CEPs, relación voltaje/aceleración para excitaciones con diferentes frecuencias y aceleraciones. (a) modelo A (b) modelo B	25
7.1. Funciones de Respuesta en Frecuencia del CEP PZT-A-6, excitado por un (a) Ruido Blanco (b) Impulso	28
7.2. Funciones de Respuesta en Frecuencia del CEP PZT-B-5, excitado por un: Ruido Blanco, Impulso, Sweep y Series Armónicas	28
7.3. Funciones de Respuesta en Frecuencia del CEP PZT-B-5, excitado por un (a) Ruido Blanco (b) Impulso	29
7.4. Funciones de Respuesta en Frecuencia del CEP PZT-B-5, excitado por un: Ruido Blanco, Impulso, Sweep y Series Armónicas	30
8.1. Cien mediciones de la Función de Respuesta en Frecuencia y curva promedio de los CEPs (a) PZT-A-05 (b) PZT-B-06	33
8.2. Curva promedio y barras de error de las cien mediciones de la Función de Respuesta en Frecuencia de los CEPs (a) PZT-A-05 (b) PZT-B-06	33
8.3. Cincuenta mediciones de la Función de Respuesta en Frecuencia (desmontando y montado cada 10 mediciones) y curva promedio de los CEPs (a) PZT-A-05 (b) PZT-B-06	34
8.4. Curva promedio y barras de error de las cincuenta mediciones de la Función de Respuesta en Frecuencia (desmontando y montado cada 10 mediciones) de los CEPs (a) PZT-A-05 (b) PZT-B-06	35
8.5. Veinte mediciones de la Función de Respuesta en Frecuencia y curva promedio de los (a) 20 CEPs del modelos A (b) 9 CEPs del modelo B	35
8.6. Curva promedio y barrar de error de los (a) 20 CEPs del modelos A (b) 9 CEPs del modelo B	36

8.7.	Coefficientes de variación de la amplitud de la FRF para una frecuencia dada (a) Modelo A (b) Modelo B	37
9.1.	Muestreo de 10.000 Funciones de Respuesta en Frecuencia considerando las variabilidades de los parametros del modelo, contrastado con las mediciones experimentales (a) modelo A (b) modelo B	41
9.2.	Área de probabilidad del 80 %, valor esperado, FRF nominal y FRFs obtenidas experimentalmente (a) Modelo A (b) Modelo B	41
9.3.	Ajuste bayesiano y mediciones experimentales (a) PZT-A-05 (b) PZT-B-06	42
9.4.	Ajuste bayesiano, intervalo de probabilidad del 80 % y mediciones experimentales (a) PZT-A-05 (b) PZT-B-06	43
D.1.	20 Mediciones de la FRF (a) PZT-A-01 (b) PZT-A-02 (c) PZT-A-03 (d) PZT-A-04	V
D.2.	20 Mediciones de la FRF (a) PZT-A-05 (b) PZT-A-06 (c) PZT-A-07 (d) PZT-A-08	VI
D.3.	20 Mediciones de la FRF (a) PZT-A-09 (b) PZT-A-10 (c) PZT-A-11 (d) PZT-A-12	VII
D.4.	20 Mediciones de la FRF (a) PZT-A-13 (b) PZT-A-14 (c) PZT-A-15 (d) PZT-A-16	VIII
D.5.	20 Mediciones de la FRF (a) PZT-A-17 (b) PZT-A-18 (c) PZT-A-19 (d) PZT-A-20	IX
E.1.	20 Mediciones de la FRF (a) PZT-B-01 (b) PZT-B-02 (c) PZT-B-03 (d) PZT-B-04	X
E.2.	20 Mediciones de la FRF (a) PZT-B-05 (b) PZT-B-06 (c) PZT-B-07 (d) PZT-B-08	XI
E.3.	20 Mediciones de la FRF, PZT-B-9	XII

Introducción

En la última década el desarrollo de sensores inalámbricos ha crecido sostenidamente, presentando una tendencia a construir dispositivos cada vez más pequeños y con una mayor demanda de potencia. Tradicionalmente, los requerimientos de energía eléctrica de estos dispositivos son proporcionados por baterías electroquímicas. Sin embargo, el desarrollo tecnológico de las baterías ha sido muy lento comparado con el avance tecnológico de los dispositivos donde usualmente son instaladas, limitando de manera directa su tamaño y autonomía.

Esta problemática ha volcado la atención de numerosos investigadores a estudiar métodos para coleccionar y transformar la energía disponible en el entorno en energía eléctrica. Campo de investigación que ha sido denominado como Recolección de Energía (Energy Harvesting). En la decisión de sustituir las baterías electroquímicas por Recolectores de Energía intervienen varios factores, como: (a) la demanda de potencia requerida por el dispositivo, (b) la disponibilidad de energía otorgada por el ambiente y (c) la eficiencia de los mecanismos recolectores de energía. El rango en que los recolectores de energía pueden operar de forma eficiente es entre $10 \mu W$ y $1 mW$, lo que corresponde a demandas típicas de sistemas inalámbricos de medición, como: sensores que capturan un parámetro físico, convertidores de señales análogas/digitales y módulos de comunicación con dispositivos externos, los cuales se han aplicado en el monitoreo de estructuras, equipos industriales y condiciones meteorológicas entre otras.

Algunas de las fuentes de energía aprovechables provienen de vibraciones, calor, radiación solar o radiofrecuencias. A pesar de la variedad de fuentes de energía existentes, la recolección de energía por medio de vibraciones es la que ha recibido mayor atención en los últimos diez años. Los mecanismos de transformación de vibraciones mecánicas en energía eléctrica son: transductores electromagnéticos, electrostáticos y piezoeléctricos, siendo estos últimos el foco de los estudios.

Los colectores de energía piezoeléctricos (CEP) generan energía eléctrica cuando son sometidos a deformaciones dinámicas. Típicamente, consisten en una viga en voladizo, que posee una o dos capas de un material piezoeléctrico adheridas a un material deformable. Existen diferentes modelos y en diferentes grados de complejidad que tratan de cuantificar el efecto piezoeléctrico y así poder estimar el voltaje de salida. Los modelos van desde modelos simples basados en un solo un grado de libertad, a modelos más complejos basados en las formulaciones discretas de Rayleigh-Ritz, procedimientos de elementos finitos o mediante la adopción de técnicas de expansión modal. Por otra lado los estudios se ha enfocado en 3 aspectos principales: (1) generar y validar modelos de

acople electromecánico que sean más realistas y a la vez más sencillos, (2) generar configuraciones que permitan coleccionar energía de diferentes medios y (3) desarrollar circuitería para rectificar el voltaje de salida y alimentar cargas eléctricas de características particulares.

Más allá de la gran cantidad de avances que se han generado en el área, sigue siendo una práctica común predecir la respuesta dinámica de los recolectores de energía piezoeléctricos utilizando modelos matemáticos deterministas. En sí mismo, la predicción realizada por estos modelos no es muy útil a menos que se tenga información sobre la precisión que ofrecen. En este sentido, las predicciones siempre presentarán cierto nivel de incertidumbres, las cuales son típicamente asociadas a: incertidumbres en la excitación, incertidumbres en el modelo matemático e incertidumbres inherentes a los parámetros utilizados por los modelos matemáticos. Introducir alguna metodología para cuantificar las incertidumbres presentes permitiría generar predicciones robustas y más plausibles. Cuando se disponen de datos experimentales, las técnicas Bayesianas presentan un gran atractivo ya que permiten incluir incertidumbres tanto en los parámetros del modelo matemático como de la excitación, actualizar los parámetros del sistema, estimar futuras respuestas y seleccionar el modelo más adecuado para una aplicación en particular.

La presente memoria busca identificar de manera experimental la variabilidad en la respuesta de colectores de energía piezoeléctricos y compararlas con las variabilidades predichas por un marco de propagación de incertidumbres. Además, mediante un análisis Bayesiano, estimar la respuesta futura de un CEP en particular.

Capítulo 1

Objetivos

El presente trabajo tiene como finalidad alcanzar los objetivos que se presentan a continuación.

1.1. Objetivo General

Cuantificar por medio de mediciones experimentales las incertidumbres en la respuesta dinámica y los parámetros que gobiernan la dinámica de los colectores de energía piezoeléctricos e implementar una metodología para su propagación.

1.2. Objetivos Específicos

- Caracterizar la respuesta dinámica de los colectores de energía piezoeléctricos por medio de mediciones experimentales.
- Implementar un método de predicción estocástica particular para colectores de energía piezoeléctricos.

Capítulo 2

Alcances

El presente trabajo tiene como alcance identificar las dispersiones presentes en los parámetros que determinan el comportamiento de los colectores de energía piezoeléctricos, a la vez implementar una metodología que permita propagar esas dispersiones con el fin de generar predicciones de mayor confianza. En particular los alcances de la memoria comprenden:

- Desarrollar un banco de pruebas para colectores de energía piezoeléctricos.
- Identificar experimentalmente la Función de Respuesta en Frecuencia en 29 colectores Bi-morph de la marca SINOCERA, 20 de modelo SB4010008 y 9 del modelo SB6010008.
- Identificar las dispersiones asociadas a los parámetros que gobiernan la dinámica de los colectores.
- Implementar un análisis Bayesiano para mejorar las predicciones realizadas por los métodos predictivos convencionales.

Capítulo 3

Metodología

Se seguirá la siguiente metodología, del cual se identifican cinco etapas principales.

1. Revisión y recopilación de información. Sobre de los colectores de energía piezoeléctricos, específicamente de sus características, modelos deterministas e incertidumbres de sus parámetros. Además, de la predicción estocástica robusta de sistemas dinámicos. Con el fin identificar el estado del arte de estos temas.
2. Diseño del banco de pruebas. Se determinará el montaje más adecuado para realizar la caracterización experimental. Se explorarán diversas configuraciones con el fin de obtener la Función de Respuesta en Frecuencia de la manera más rápida y confiable.
3. Caracterización y pruebas preliminares de los CEPs. Considera determinar los valores de sus propiedades geométricas, razón de amortiguamiento, frecuencias naturales y rango de frecuencias de medición. Además, de seleccionar el mecanismo de excitación y escoger la frecuencia de adquisición con el fin de evitar los fenómenos de Aliasing y Leakege.
4. Mediciones Experimentales. Siguiendo un protocolo de mediciones, se pretende caracterizar las variabilidades de la respuesta dinámica, identificando las fuentes de incertidumbres.
5. Análisis Estocástico Robusto. Considerando las incertidumbres reportadas por la literatura y los datos experimentales obtenidos experimentalmente, en primera instancia se realizara una análisis robusto previo para contrastarlo con los datos experimentales y evaluar su utilidad. Luego, se realizara un análisis robusto posterior para actualizar las variabilidades de los parámetros electromecánicos y poder estimar futuras respuestas.

Capítulo 4

Antecedentes

Con la finalidad de sustentar la propuesta, experimento y análisis del presente trabajo, se realiza la siguiente revisión de conceptos relevantes.

4.1. Colectores de Energía Piezoeléctrico

El efecto piezoeléctrico es la capacidad de algunos materiales para generar un potencial eléctrico. Se produce por una polarización del material producto de un cambio de la estructura atómica, como respuesta a un esfuerzo dinámico. La polarización puede ser aprovechada conectando electrodos al material, los cuales aprovechando la diferencia de potencial, generan una corriente eléctrica.

Los colectores de energía piezoeléctricos consisten en una viga en voladizo, que posee una o dos capas de un material piezoeléctrico adheridas a un material deformable denominada subestructura.

La subestructura se encarga de proporcionar una mayor rigidez al dispositivo. Típicamente se utilizan aleaciones de hierro-níquel, bronce-cobre, aluminio u otros.

Los colectores de energía se clasifican de acuerdo a la cantidad de capas piezoeléctricas que los componga (fig.4.1), se llama unimorph, cuando posee una capa o bimorph si posee dos capas. Son capaces de generar un voltaje, cuando son sometidos a deformaciones dinámicas, aprovechando el efecto directo de las capas piezoeléctricas. El voltaje generado es rectificado para producir un voltaje constante y así alimentar dispositivos de baja potencia.

En la práctica es común incorporar una masa en el extremo libre de los dispositivos con el fin de amplificar las vibraciones y de esta forma aumentar la energía eléctrica generada.

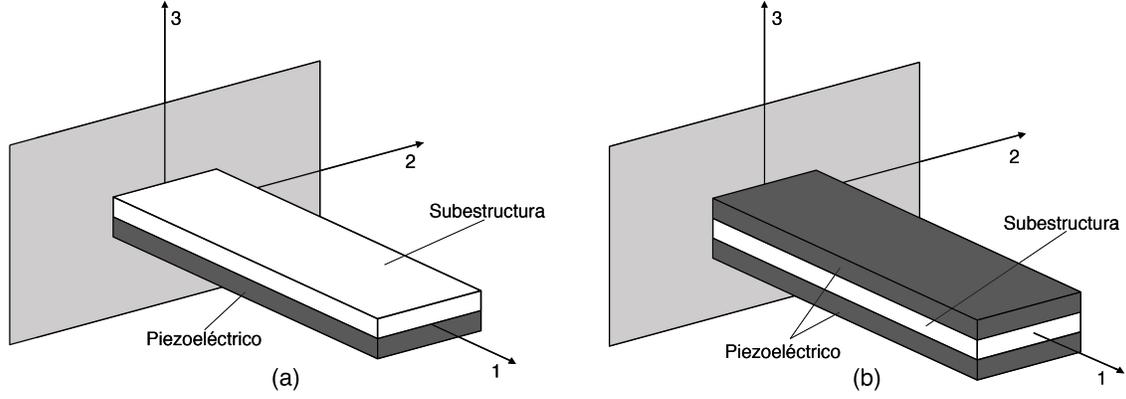


Figura 4.1: Esquema de Colector de Energía Piezoeléctrico(a) Unimorph. (b) Bimorph.

4.2. Modelo Determinista Tradicional

Existen varios modelos que pretenden predecir la respuesta dinámica de los colectores piezoeléctricos. Uno de los más aceptados por la comunidad científica es la solución analítica de parámetros distribuidos desarrollado por Erturk e Inman [1]. Dicho modelo es el utilizado en el presente estudio. A continuación se presenta un resumen de los resultados relevantes.

En esta formulación, el desplazamiento relativo de cualquier punto de la viga con respecto a su base se define por $\delta = [\phi_1 \cdots \phi_M] \cdot [\eta_1 \cdots \eta_M]^t$. Donde ϕ_i y η_i corresponde a la i -ésima coordenada modal y el modo de vibración, respectivamente. Además, el procedimiento tiene en cuenta el efecto de acoplamiento electromecánico, considerando el sistema acoplado de ecuaciones diferenciales de la forma:

$$\ddot{\eta}_i + 2\zeta_i\omega_i\dot{\eta}_i + \omega_i^2\eta_i + \chi_i\nu = r_i\ddot{u}_g \quad (4.1)$$

$$\dot{\nu}_i + k_{pzt}\nu = \sum_{i=1}^M \varphi_i\dot{\eta}_i \quad (4.2)$$

Donde la ecuación (4.1) corresponde a la ecuación mecánica de movimiento con acoplamiento eléctrico. La ecuación (4.2) corresponde a la ecuación del circuito eléctrico con acoplamiento mecánico. La expansión modal se establece utilizando M autofunciones. La relación de amortiguación y la frecuencia natural del modo i -ésimo se definen respectivamente por ζ_i y ω_i . El término χ_i toma en cuenta el acoplamiento eléctrico para cada modo vibratorio mientras que la función de forzado mecánico debido al efecto inercial se define como r_i . Adicionalmente, ν se define como la tensión de salida, φ_i corresponde al término de acoplamiento mecánico, mientras que k_{pzt} es un parámetro que contiene las características eléctricas de los colectores, es decir, la capacitancia de la capa piezoeléctrica y la resistencia eléctrica externa.

Por conveniencia, las ecuaciones (4.1) y (4.2) se expresan en forma matricial:

$$I\ddot{\eta} + C_{eq}\dot{\eta}_i + K_{eq}\eta_i + \chi\nu = r\ddot{u}_g \quad (4.3)$$

$$\dot{\nu} + k_{pzt}\nu = \varphi^T \dot{\eta} \quad (4.4)$$

Donde $I \in \mathbb{R}^{M \times M}$ es la matriz identidad, $C_{eq} \in \mathbb{R}^{M \times M}$ es una matriz que contiene en la diagonal los términos $2\zeta_i\omega_i$, $K_{eq} \in \mathbb{R}^{M \times M}$ es una matriz que contiene en la diagonal los términos ω_i^2 , y χ, r, η y $\varphi \in \mathbb{R}^{M \times 1}$ son vectores que contienen los términos χ_i, r_i, η_i y φ_i respectivamente.

A partir de las ecuaciones (4.3) y (4.4) y considerando una aceleración en la base $\ddot{u}_g = \ddot{U}_g e^{-i\Omega t}$ se obtiene la Función de Respuesta en Frecuencia (FRF) asociada al voltaje:

$$H_\nu = \frac{V}{\ddot{U}_g} = \left(\frac{i\Omega}{i\Omega + k_{pzt}} \varphi \right) \left[-I\Omega^2 + i\Omega C_{eq} + K_{eq} + \frac{1}{i\Omega + k_{pzt}} \chi \varphi^T \right]^{-1} r \quad (4.5)$$

4.3. Incertidumbres en las características electromecánicas y geométricas de los colectores de energía piezoeléctricos

Las precisión de los modelos que predicen la Función de Respuesta en Frecuencia (FRF) depende de la disponibilidad y certeza que se tenga de las propiedades geométricas y electromecánicas de los colectores. Las incertidumbres de las características pueden ser modelada por una función de densidad de probabilidades (FDP) he implementar un procedimiento para propagar estas incertidumbres e identificar el impacto que producen en la respuesta dinámica.

Las características de los colectores de energía piezoeléctricos se dividen en tres grupos: las especificaciones geométricas, las propiedades mecánicas de la subestructura y las propiedades electromecánicas de la capa piezoeléctrica.

Las especificaciones geométricas de los colectores piezoeléctricos están relacionadas con el largo L_n y el ancho b de la viga, junto con el grosor de las capas piezoeléctrica y la subestructura, h_p y h_s , respectivamente (véase la figura 4.2). En la Tabla 4.1 se presentan algunas tolerancia de fabricación asociada a las características geométricas [2].

Tabla 4.1: Tolerancia de diferentes geometrías de colectores de energía piezoeléctricos

Valor Nominal	Tolerancia	Valor Nominal	Tolerancia
$b < 10 \text{ mm}$	$\pm 7,0 \%$	$h_p, h_s \approx 0.2 \text{ mm}$	$\pm 25 \%$
$L, b > 10 \text{ mm}$	$\pm 3,0 \%$	$h_p, h_s \approx 0.2 \text{ mm}$	$\pm 12 \%$
$b > 10 \text{ mm}$	$\pm 3,0 \%$	$h_p, h_s < 0.3 \text{ mm}$	$\pm 10 \%$
$b, L > 13 \text{ mm}$	$\pm 2,0 \%$	$h_p, h_s \approx 0.5 \text{ mm}$	$\pm 4 \%$
$L < 50 \text{ mm}$	$\pm 2,5 \%$	$h_p, h_s \approx 1 \text{ mm}$	$\pm 5 \%$
$L > 50 \text{ mm}$	$\pm 1,0 \%$	$h_p, h_s > 5 \text{ mm}$	$\pm 1 \%$

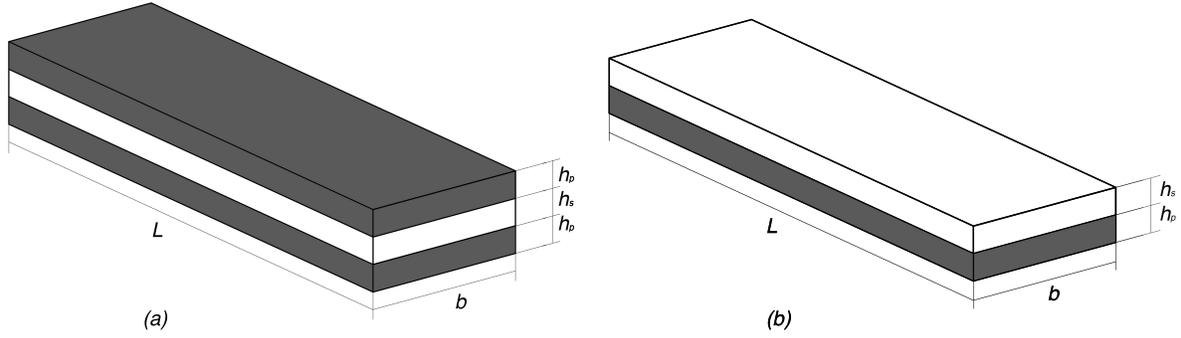


Figura 4.2: Características geométricas de los colectores piezoeléctricos: (a) Unmorph (b) Bimorph.

Las propiedades mecánicas asociadas a la capa de subestructura, son el módulo de Young Y_s y la densidad ρ_s . Típicamente las propiedades mencionadas se utilizan de manera determinista, cuando en realidad el valor específico de cada material depende de su composición y de su historial mecánico y térmico. Se estima que su variación es de alrededor de un 10 % de sus valores nominales [3].

El tercer grupo de variables son las características electromecánicas de la capa piezoeléctrica, específicamente: el módulo elástico Y_p y la densidad ρ_p de la capa piezoeléctrica, la permitividad ε_{33}^s sometida a una deformación constante y la constante piezoeléctrica e .

Bajo ciertos supuestos el módulo elástico Y_p , la permitividad ε_{33}^s sometida a una deformación constante y la constante piezoeléctrica e_{31} pueden ser expresadas en función de constante de campo eléctrico a deformación constante s_{11}^s , la constante de deformación piezoeléctrica d_{31} y la permitividad ε_{33}^T sometida a un esfuerzo constante. Las relaciones están dadas por:

$$Y_p = \frac{1}{s_{11}^E} \quad ; \quad e_{31} = \frac{d_{31}}{s_{11}^E} \quad ; \quad \varepsilon_{33}^T = \varepsilon_{33}^s - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E} \quad (4.6)$$

Las características electromecánicas de los materiales piezoeléctricos son comúnmente proporcionadas por los fabricantes, sin embargo la información es limitada con respecto a sus tolerancias. A pesar de lo anterior, es posible encontrar valores reportando tolerancias de 20 % para todas las características electromecánicas [4].

La última característica que debe mencionarse es la resistencia eléctrica externa R . Cuyo valor y la precisión en su estimación podrían cambiar dependiendo de la aplicación.

Finalmente, las características de los colectores se pueden agrupar de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \theta_g &= [L \ b \ h_p \ h_s] \\ \theta_s &= [Y_s \ \rho_s \ M_T] \\ \theta_p &= [Y_p \ \rho_p \ d_{31} \ \varepsilon_{33}^T \ R] \end{aligned} \quad (4.7)$$

Donde θ_g , θ_s y θ_p corresponde al vector de propiedades geométricas, vector de propiedades

mecánicas de la subestructura y vector de propiedades electromecánica del material piezoeléctrico, respectivamente. Por simplicidad se agrupan en el vector de parámetros del modelo $\theta = [\theta_g \ \theta_s \ \theta_p]$.

4.4. Predicción Estocástica Robusta

Las predicción estocástica robusta [5] consiste en un procedimiento para propagar las incertidumbres en los parámetros del modelo y generar predicciones robustas y más plausibles. A continuación se presenta una revisión general de algunos conceptos relacionados con la predicción estocástica en sistemas dinámicos.

Supongamos que el modelo determinístico definido por la relación $H(u, \theta)$, donde $\theta \in \mathbb{R}^{N_p}$ corresponde al vector de parámetros del modelo y $u \in \mathbb{R}$ corresponde a la entrada del sistema. Un error de predicción aditivo e , usualmente es incluido de tal manera que la salida real del sistema $y \in \mathbb{R}^{N_o}$ esta definido por $y = H(u, \theta) + e$. Una práctica común es asumir un error Gaussiano con media cero y matriz de covarianza Σ , esta condición implica que h sigue una distribución Gaussiana de media $H(u, \theta)$ y una matriz de covarianza Σ .

$$p(y|u, \theta) = \frac{1}{\sqrt{\Sigma}(2\pi)^{N_o/2}} \exp \left[-\frac{1}{2}(y - H(u, \theta))^T \Sigma^{-1} (y - H(u, \theta)) \right] \quad (4.8)$$

Donde, $p(y|u, \theta)$ representa la función de distribución de probabilidad de la salida real y .

Se han adoptado dos enfoques diferentes para realizar el análisis predictivo, conocidos como análisis predictivo robusto previo y posterior [5]. En un análisis robusto previo, se obtiene la salida del sistema y o alguna función $f(y)$ de la salida del sistema, por propagación de las incertidumbres de los parámetros del modelo resolviendo la siguiente integral:

$$E[y] = \int yp(y|u, \theta)p(u)p(\theta)dydud\theta \quad (4.9)$$

La única diferencia de enfoque del análisis predictivo robusto posterior es que las funciones de distribución de probabilidad de los parámetros del modelo son actualizados por alguna información conocida previamente (típicamente basado en mediciones), esto es, adoptando las técnicas de actualización Bayesiana.

Las técnicas Bayesianas [6] suponen que los parámetros del modelo θ son inciertos y si se dispone de datos experimentales D es posible actualizar la función de densidad de probabilidad $p(\theta)$ para los parámetros del modelo utilizando el teorema de Bayes:

$$p(\theta|D) = \frac{p(D|\theta)p(\theta)}{\int p(D|\theta)p(\theta)d\theta} = \frac{p(D|\theta)p(\theta)}{p(D)} \quad (4.10)$$

Por lo tanto, a partir de la ecuación (4.10) la función de distribución de probabilidad de los

parámetros del modelo por el enfoque del análisis predictivo robusto posterior está dado por:

$$E[y|D] = \int y p(y|u, \theta) p(u) p(\theta|D) dy du d\theta \quad (4.11)$$

Dado que el error de predicción tiene media cero, el valor esperado de la respuesta está dado por:

$$E[y] = E[H + e] = E[H] + E[e] = E[H] \quad (4.12)$$

Es posible simplificar el valor esperado de la salida de la ecuación (4.11), usando el último resultado presentado (Eq. 4.12), donde se obtiene:

$$E[y] = \int H(\theta) p(\theta) d\theta \quad (4.13)$$

Mediante la Simulación Directa de Montecarlo [7] es posible aproximar numéricamente la ecuación (4.13). Para lo cual se deben generar K muestras de θ , formando un conjunto de datos denotados como θ^j , $j = 1, \dots, k$, de tal manera que el conjunto sigue una distribución $p(\theta)$. Luego a partir de cada θ^j se debe estimar la salida del sistema, generando un set de datos $H(\theta^j)$, $j = 1, \dots, k$. Finalmente, basado en el teorema central del limite, el método de Montecarlo se estima la integral de probabilidades (Eq. 4.13).

$$\hat{h} = \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K H(\theta^j) \quad (4.14)$$

Donde \hat{h} es la aproximación de $E[y]$, y corresponde al valor medio del conjunto de datos de salida.

Ahora bien, para determinar cuantas muestras deben ser consideradas, se debe considerar la precisión de la aproximación \hat{h} con respecto a $E[y]$. Una expresión conveniente para definir la precisión es el coeficiente de variación (δ_{MC}), cuya expresión es:

$$\delta_{MC} = \frac{1}{\sqrt{K}} \frac{\sqrt{\frac{1}{K} \sum_{j=1}^K (H(\theta^j))^2 - \left(\frac{1}{K} \sum_{j=1}^K H(\theta^j)\right)^2}}{\frac{1}{K} \sum_{j=1}^K H(\theta^j)} \quad (4.15)$$

4.5. Técnicas Bayesianas

Existen sistema mecánicos, los cuales son gobernados por parámetros θ y cuando recibe una excitación u , generan una salida y . Las técnicas Bayesianas [6] se utilizan principalmente para estimar las incertidumbres asociadas a los parámetros θ y propagar esas incertidumbres en la salida y , cuando se disponen de datos experimentales. A continuación se presenta una revisión detallada de las técnicas bayesianas.

Considerando que se tiene un modelo determinista $H(\theta, u)$ que pretende la respuesta y de un sistema en particular. Típicamente los modelos deterministas presentan cierto nivel de error, por lo que puede considerarse un error aditivo Gaussiano e para modelar esta situación, de la siguiente forma:

$$y = H(\theta, u) + e \quad (4.16)$$

Donde y es la salida real del sistema, él cual es aproximado al valor del modelo determinista $f(\theta, u)$ más un error gaussiano $e \sim N(0, \sigma_e^2)$. Por lo tanto, se dice que la salida real tendrá un valor medio igual al predicho por el modelo determinista y una desviación estándar igual a la del error adicionado.

$$p(y) \sim N(H(\theta, u), \sigma_e^2) \quad (4.17)$$

Si asumimos que los parametros del modelo y la entrada son conocidas, la ecuación 4.17 puede escribirse como:

$$p(y|\theta, u) \sim N(H(\theta, u), \sigma_e^2) \quad (4.18)$$

Como la expresión sigue una distribución Gaussiana, la ecuación 4.18 puede expresarse de forma mas específica como:

$$p(y|\theta, u) = \frac{1}{\sqrt{\sigma_e^2 2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_e^2}(y - H(\theta, u))^2\right) \quad (4.19)$$

Si consideramos que se dispone de M mediciones del sistema, lo cual se puede expresar como M pares de entradas y salidas

$$\begin{aligned} \hat{u}_1 &\longrightarrow \hat{y}_1 \\ \hat{u}_2 &\longrightarrow \hat{y}_2 \\ &\vdots \\ \hat{u}_M &\longrightarrow \hat{y}_M \end{aligned} \quad (4.20)$$

Los cuales pueden evaluarse en la ecuación 4.19

$$\begin{aligned}
p(\hat{y}_1|\theta, \hat{u}_1) &= \frac{1}{\sqrt{\sigma_e^2 2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_e^2}(\hat{y}_1 - f(\theta, \hat{u}_1))^2\right) \\
p(\hat{y}_2|\theta, \hat{u}_2) &= \frac{1}{\sqrt{\sigma_e^2 2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_e^2}(\hat{y}_2 - f(\theta, \hat{u}_2))^2\right) \\
&\vdots \\
p(\hat{y}_M|\theta, \hat{u}_M) &= \frac{1}{\sqrt{\sigma_e^2 2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_e^2}(\hat{y}_M - f(\theta, \hat{u}_M))^2\right)
\end{aligned} \tag{4.21}$$

Cada una de estas expresiones define la función de densidad de probabilidades que se espera de la salida \hat{y}_i cuando se conoce la excitación \hat{u}_i , asumiendo un θ .

El objetivo de la técnicas bayesianas es encontrar un θ tal que la diferencia entre las mediciones y la predicción sea mínima, de esa manera la FDP de todas las mediciones se maximizan. Cuando las mediciones no están correlacionadas, la FDP de la salida estimada puede expresarse como,

$$p(\hat{Y}|\theta, \hat{U}) = p(\hat{y}_1|\theta, \hat{u}_1)p(\hat{y}_2|\theta, \hat{u}_2)\dots p(\hat{y}_M|\theta, \hat{u}_M) \tag{4.22}$$

Donde \hat{Y} es el vector con todos los datos medidos de las salidas y \hat{U} corresponde al vector con todas las entradas medidas. De esta forma, la ecuación 4.22 puede expresarse.

$$p(\hat{Y}|\theta, \hat{U}) = \left(\frac{1}{\sqrt{\sigma_e^2 2\pi}}\right)^M \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_e^2} \sum_{i=1}^M (\hat{y}_i - H(\theta, \hat{u}_i))^2\right) \tag{4.23}$$

Notar que si θ es perfecto, la predicción es igual a la medición, entonces $p(\hat{Y}|\theta, \hat{U})$ se vuelve máximo. Por lo tanto un buen θ maximiza $p(\hat{Y}|\theta, \hat{U})$. También hay que notar que al graficar $p(\hat{Y}|\theta, \hat{U})$ en función de θ , se observa que $p(\hat{Y}|\theta, \hat{U})$ es muy pronunciada para valores cercanos al óptimo. Lo mismo ocurre si la cantidad de datos M se incrementa, es decir, mientras mayor sea M más pronunciado es la función cerca de θ óptimo.

En la práctica el valor de θ no es conocido, sino que es definido por una FDP. Considerando el teorema de bayes (ec. 4.10) puede expresarse como:

$$p(\theta|\hat{Y}, \hat{U}) = \frac{p(\hat{Y}|\theta, \hat{U})p(\theta)}{\int p(\hat{Y}|\theta, \hat{U})p(\theta)d\theta} \tag{4.24}$$

Donde $p(\hat{Y}|\theta, \hat{U})$ se conoce como la verosimilitud, $p(\theta)$ se denomina el prior, $\int p(\hat{Y}|\theta, \hat{U})p(\theta)d\theta$ se conoce como la evidencia y $p(\theta|\hat{Y}, \hat{U})$ se denomina el posterior. Notar que la evidencia es solo

una constante de normalización para la FDP, por lo tanto lo realmente importante es el numerador de la ecuación 4.24.

El prior es la FDP que inicialmente pensamos que posee el sistema. Luego ese prior es actualizado por medio de las mediciones de manera de encontrar el posterior, es decir, el posterior corresponde a la FDP de los parámetros inciertos del sistema que mejor se ajusta a las mediciones realizadas. Por lo tanto el valor máximo del posterior corresponde a:

$$\theta^* = \operatorname{argmax} \left(p(\hat{Y}|\theta, \hat{U})p(\theta) \right) \quad (4.25)$$

Por un tema de estabilidad numérica, es conviene resolver la siguiente expresión análoga.

$$\theta^* = \operatorname{argmax} \left(\ln \left(p(\hat{Y}|\theta, \hat{U})p(\theta) \right) \right) \quad (4.26)$$

La expresión 4.26 equivale a:

$$\theta^* = \operatorname{argmax} \left(\ln \left(p(\hat{Y}|\theta, \hat{U}) \right) + \ln(p(\theta)) \right) \quad (4.27)$$

Introduciendo la definición de verosimilitud y trabajando la expresión se llega a:

$$\theta^* = \operatorname{argmax} \left(-M \ln \left(\sqrt{\sigma_e^2 2\pi} \right) - \frac{1}{2\sigma_e^2} \sum_{i=1}^M (\hat{y}_i - f(\theta, \hat{u}_i))^2 + \ln(p(\theta)) \right) \quad (4.28)$$

Definiendo la media cuadrática del error, $J(\theta) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (\hat{y}_i - f(\theta, \hat{u}_i))^2$, la ecuación 4.28 se reduce a:

$$\theta^* = \operatorname{argmax} \left(-\frac{M}{2} \ln(\sigma_e^2 2\pi) - \frac{M}{2\sigma_e^2} J(\theta) + \ln(p(\theta)) \right) \quad (4.29)$$

Si el error en la aproximación es considerado estacionario se puede decir lo siguiente

$$\frac{\partial \left(-\frac{M}{2} \ln(\sigma_e^2 2\pi) - \frac{M}{2\sigma_e^2} J(\theta) + \ln(p(\theta)) \right)}{\partial \sigma_e^2} \quad (4.30)$$

A partir de la ecuación 4.30, se puede demostrar que:

$$\sigma_e^2 = J(\theta) \quad (4.31)$$

De esta manera la expresión 4.29 puede expresarse como:

$$\theta^* = \operatorname{argmax} \left(-\frac{M}{2} \ln(J(\theta)2\pi) - \frac{M}{2} + \ln(p(\theta)) \right) \quad (4.32)$$

Como la verosimilitud es una función peaked cerca de θ^* podemos decir que la covarianza del posterior es:

$$\begin{aligned} \Sigma &= \left(\operatorname{Hess} \left[-\ln(p(\hat{Y}|\theta, \hat{U})p(\theta^*)) \right] \right)^{-1} \\ \Sigma &= \left(\operatorname{Hess} \left[\frac{M}{2} \ln(J(\theta)2\pi) + \frac{M}{2} - \ln(p(\theta)) \right] \right)^{-1} \end{aligned} \quad (4.33)$$

Finalmente, el posterior está definido por una FDP Gaussiano, de la forma:

$$p(\theta|\hat{Y}, \hat{U}) \longrightarrow N(\theta^*, \Sigma) \quad (4.34)$$

Capítulo 5

Banco de Pruebas

Para caracterizar experimentalmente la respuesta dinámica de los colectores de energía piezoeléctricos, se confecciona un banco de prueba. Él cual se diseña para reproducir la condición de empotramiento de una viga; ser capaz de someter a diferentes tipos de excitaciones los dispositivos y medir tanto la excitación (aceleración) como la respuesta (voltaje generado) del sistema.

5.1. Descripción General

Para someter a un colector piezoeléctrico a diferentes excitaciones se considera en el montaje la presencia de un amplificador y un agitador.

Por una parte, el amplificador regula la amplitud de la señal de la excitación deseada, mientras el agitador ejecuta la señal amplificada y la ejerce sobre el recolector piezoeléctrico que se encuentra acoplado por medio de un soporte.

El soporte, que acopla al recolector piezoeléctrico con el agitador, consiste en dos piezas de acero que se unen por medio de pernos. Una de las piezas posee un calado del mismo ancho y una profundidad δ menor que el espesor de los colectores, de esta forma el colector es encajado y presionado cuando se juntan las piezas lo que permite reproducir una condición de empotramiento.

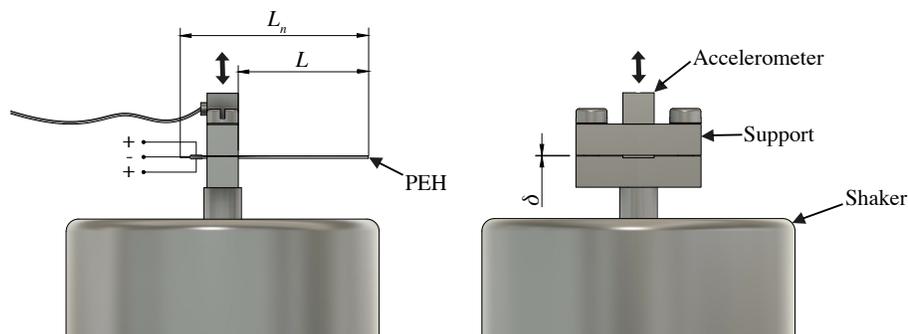


Figura 5.1: Esquema del Banco de Pruebas

Además, se cuenta con un sistema de adquisición que cumple dos funciones. Por un lado, genera y envía la señal de excitación al amplificador. Y por otro lado, recibe dos señales medidas, la primera con la aceleración a la que se somete el recolector piezoeléctrico y la segunda con el voltaje generado por el mismo.

La aceleración a la que se somete el dispositivo piezoeléctrico es medida por medio de un acelerómetro mientras que el voltaje generado como respuesta a la excitación es medido en un circuito eléctrico simple, formado por el recolector y una resistencia eléctrica de $1000 \pm 50 \text{ } [\Omega]$.

En la figura 5.2. se presenta un diagrama de flujo del banco de pruebas diseñado para caracterizar experimentalmente la respuesta dinámica de los colectores de energía piezoeléctricos.

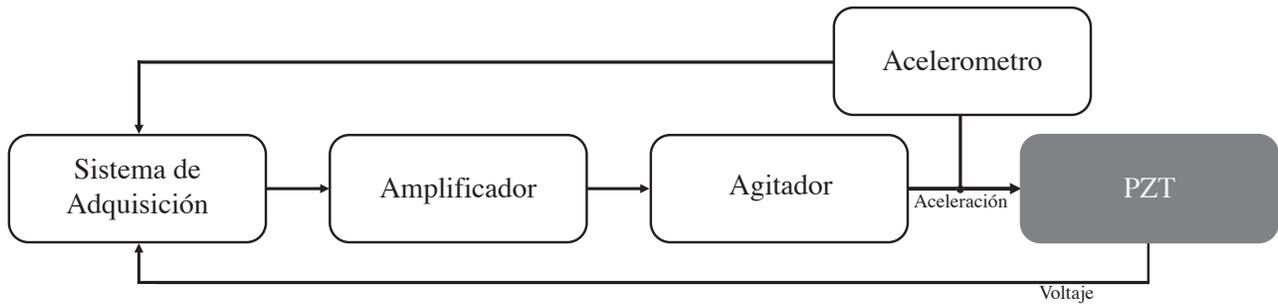


Figura 5.2: Diagrama de flujo del banco de pruebas

5.2. Descripción de Equipos

El banco de pruebas (fig. 5.3) se confecciona, seleccionando equipos de tal forma de cumplir con los parámetros de diseño. A continuación, se detallan sus características técnicas generales.

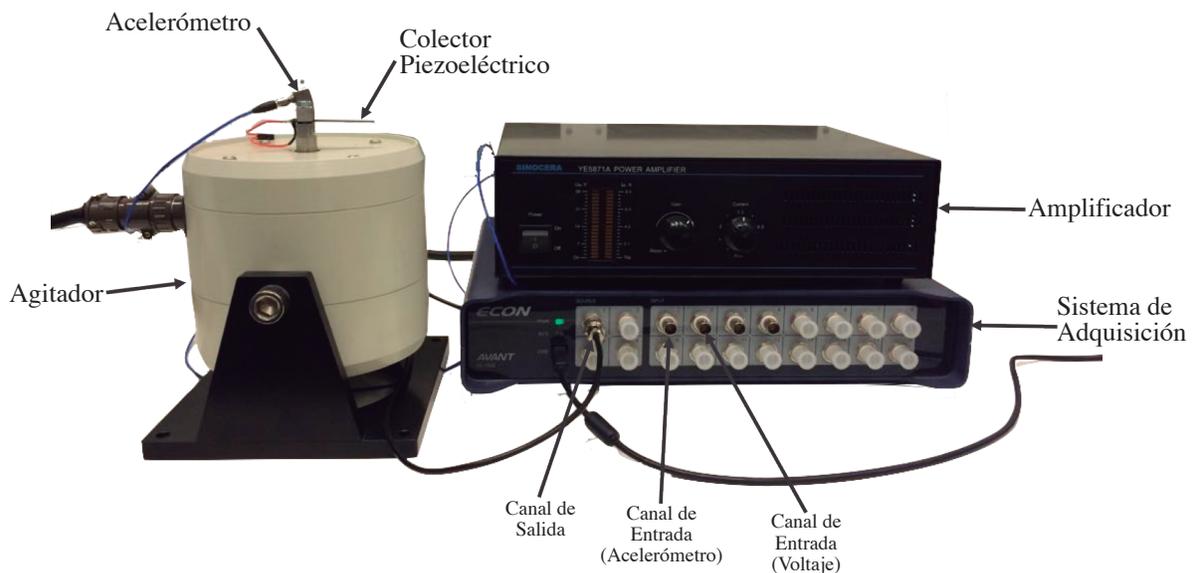


Figura 5.3: Banco de Pruebas

5.2.1. Sistema de adquisición

El sistema de adquisición considerado es el AVANT DAS modelo MI-7016, ideal para el análisis de vibraciones, como test de impactos, análisis modales, análisis de presión sonora, etc.

El sistema además de la adquisición de datos, por un lado permite generar la señal de salida de una onda de excitación y por otro lado, es capaz de realizar el análisis de señales en tiempo real.

Cuenta con cuatro canales de salida que proporcionan señales de ondas comúnmente usadas en los análisis vibracionales, como ondas cuadradas, triangulares, senos, impulsos, ruido blanco, sweep, entre otras.

Los canales de entrada son dieciséis, donde el rango máximo de entrada es de $\pm 10 V$ y la frecuencia de muestro máxima alcanza los $96.000 Hz$.

5.2.2. Amplificador

El amplificador utilizado es el modelo YE5871A del fabricante SINOCERA, de baja distorsión y con protección térmica.

Soporta una impedancia de entrada máxima de $10.000 [\Omega]$. Cuenta con dos canales de salida, uno de corriente continua con un rango de frecuencia de $\pm 15.000 [Hz]$ y otro canal de corriente alterna con un rango de $\pm 20.000 [Hz]$.

5.2.3. Agitador

El agitador es el 200N Electromagnetic Shaker modelo JZK-20 fabricado por la empresa SINOCERA, cuyo movimiento se genera usando el principio de funcionamiento de un motor eléctrico. Específicamente, la fuerza de excitación se produce cuando se hace pasar una señal eléctrica variable a través de una bobina móvil colocada en un campo magnético. Sus especificaciones generales se presentan en la tabla 5.1.

Tabla 5.1: Especificaciones generales del agitador modelo JZK-20

Fuerza de salida máxima	200 <i>N</i>
Rango de amplitud de vibración	$\pm 5 mm$
Rango de frecuencia	10 <i>Hz</i> - 4 <i>kHz</i>
Aceleración máxima	400 <i>m/s²</i>
Masa de la pieza en movimiento	0.5 <i>kg</i>

5.2.4. Acelerómetro

El acelerómetro utilizado es el modelo 333B32 desarrollado por la empresa PCB PIEZOTRONICS, el cual funciona mediante la tecnología de sensor ICP (integrated circuit piezoelectric).

Este tipo de sensores permiten medir la aceleración mediante un elemento de detección hecho de un material piezoeléctrico, el cual genera una señal eléctrica al estar sometido a una tensión mecánica. Mediante un circuito electrónico se convierte la señal eléctrica de alta impedancia generada por sensor piezoeléctrico en una señal de baja impedancia, que puede ser transmitida fácilmente a cualquier equipo de lectura de voltaje o sistema de adquisición.

El acelerómetro es de montaje adhesivo y sus especificaciones generales están detallados en la tabla 5.2.

Tabla 5.2: Especificaciones Generales del acelerómetro modelo 333B32 de PCB PIEZOTRONICS

Sensibilidad ($\pm 10\%$)	$10.2 \text{ mV}/(m/s^2)$
Rango de Medición	$\pm 490 \text{ m}/s^2pk$
Rango de Frecuencia ($\pm 5\%$)	$0.5 - 3,000 \text{ Hz}$
Frecuencia de Resonancia	40 kHz
Resolución de banda ancha (1 - 10000 Hz)	$0.0015 \text{ m}/s^2rms$

5.3. Identificación experimental de la FRF

La FRF se puede estimar midiendo la excitación y la respuesta dinámica del CEP. Para este caso particular, la excitación corresponde a la aceleración que se somete la base del CEP, mientras que la respuesta corresponde al voltaje o la potencia eléctrica de salida.

Dada la entrada (aceleración en la base) y la salida (voltaje generado) para distintos registros de tiempo, la FRF se puede calcular de la siguiente manera:

$$H_v(i\omega) = \frac{V(i\omega)}{\ddot{U}_g(i\omega)} \quad (5.1)$$

Donde $\ddot{U}_g(i\omega)$ y $V(i\omega)$ corresponden a la transformada de Fourier de la aceleración de la base y al voltaje generado, respectivamente.

Para obtener una FRF más suave, se emplea la siguiente formulación alternativa, la cual reduce el ruido no correlacionado con las señales de entrada

$$H_v(i\omega) = \frac{S_{V\ddot{U}_g}}{S_{\ddot{U}_g\ddot{U}_g}} \quad (5.2)$$

Donde $S_{V\ddot{U}_g}$ es la densidad de potencia espectral de la aceleración y $S_{\ddot{U}_g\ddot{U}_g}$ corresponden a la densidad de potencia espectral del voltaje.

Capítulo 6

Caracterización de los CEP

Como se explico en la sección 3.3, la precisión que ofrecen los modelos que pretenden predecir la FRF de los CEP depende fundamentalmente de la disponibilidad y certeza que se tenga de las propiedades geométricas y electromecánicas.

De la misma forma el análisis predictivo previo, se base en la disponibilidad de la información con respecto a las tolerancias de fabricación y variabilidad de las propiedades electromecánicas de los colectores.

Por lo tanto es necesario realizar una recopilación de la información disponible de los dos modelos a estudiar y realizar una caracterización experimental de algunos de los parámetros involucrados en su respuesta dinámica.

6.1. Características de los CEP

El primer colector de energía piezoeléctrico estudiado es el modelo SB4010008, elaborado por la empresa SINOCERA. Es del tipo bimorph, cuenta con capas de material piezoeléctrico ZT-5X45 adherido a una subestructura de fibra de carbono, plata y material adhesivo. El cual desde ahora en adelante se denomina modelo A.

El segundo colector de energía piezoeléctrico estudiado es el modelo SB6010008, elaborado por la empresa SINOCERA. También es del tipo bimorph, cuenta con capas de material piezoeléctrico ZT-5X45 adherido a una subestructura de fibra de carbono, plata y material adhesivo. A este modelo se le denomina, modelo B

Se realizarán pruebas experimentales en 20 CEP de modelo A y 9 CEP del modelo B, teóricamente idénticos entre ellos. Para diferenciar cada uno de los recolectores se referirá a cada uno de ellos como PZT-X-Y, donde X es el modelo del CEP y Y el numero que los identifica.

En la tabla 6.1, se presentan las propiedades geométricas y electromecánicas entregadas por el fabricante [4].

Tabla 6.1: Valores de los parámetros geométricos y electromecánicos proporcionadas por el fabricante SINOCERA de los CEPs, modelos SB401000 y SB601000

	Modelo A		Modelo B	
Densidad Subestructura (ρ_s)	No Disponible		No Disponible	
Modulo de Young Subestructura (Y_s)	No Disponible		No Disponible	
Constante Campo Eléctrico (s_{11}^E)	$16,4 \cdot 10^{-12}$	$m^2 N^{-1}$	$16,4 \cdot 12$	$m^2 N^{-1}$
Constante Carga Piezoeléctrica (d_{31})	-320	PC/N	-320	PC/N
Constante Dieléctrica ($\epsilon_{33}^t/\epsilon_o$)	4500		4500	
Densidad PZT (ρ_p)	$7,4 \cdot 10^3$	kg/m^3	$7,4 \cdot 10^3$	kg/m^3
Largo (L_n)	40	mm	60	mm
Ancho (b)	10	mm	10	mm
Espesor Subestructura (h_s)	0,2	mm	0,2	mm
Espesor PZT (h_p)	0,3	mm	0,3	mm

El fabricante solo reporta variabilidades del 20 % de las propiedades electromecánicas s_{11}^E , d_{31} , ϵ_{33}^t y ρ_p .

6.2. Caracterización Geométrica

Con la finalidad de corroborar los valores de las propiedades geométricas reportadas por el fabricante y estimar su variabilidad, se mide con un micrómetro (precisión de 0,001 mm) la longitud (L), ancho (b), el espesor total de los CEPs ($2h_p + h_s$) y el espesor de la subestructura (h_s).

En el caso del espesor de la subestructura (h_s) solo se mide en el PZT-A-5 y PZT-B-6, ya que se requiere desarmar el CEPs para su medición. Las mediciones de la longitud (L), ancho (b) y el espesor total ($2h_p + h_s$) de los 20 CEPs del Modelo A se reportan en el anexo A. Mientras que los registros de los 9 CEPs del modelo B se presentan en le anexo B. El promedio y el coeficiente de variación de ambos modelos de presenta en la tabla 6.2

Tabla 6.2: Valores medios medidos del largo nominal (L_n), ancho (b) y espesor total ($2h_p + h_s$), en los 20 CEPs del modelo A y los 9 CEPs del modelo B.

	Modelo A		Modelo B	
Largo (L_n)	40,012mm	(0,2%)	60,046mm	(0,1%)
Ancho (b)	10,018mm	(0,3%)	10,064mm	(0,1%)
Espesor Total ($2h_p + h_s$)	0,730mm	(1,2%)	0,713mm	(2,6%)
Espesor Subestructura (h_s)	0,231mm		0,234mm	

Se observan bajos coeficientes de variación (inferiores al 2,6%), lo que indica un nivel de precisión importante en el proceso de fabricación asociado al dimensionamiento externo de la PEH. Sin embargo, es notorio que el valor medio del grosor obtenido de las mediciones difiera del valor nominal indicado en la Tabla 6.1 (diferencias cercanas al 10%). Esta diferencia es relevante y se deben tomar en cuenta para evitar grandes diferencias entre las FRF medidas con respecto a la FRF esperada, ya que el espesor de las capas pertenece al conjunto de parámetros que más afecta la variabilidad de la FRF [8].

6.3. Caracterización del Amortiguamiento

La razón de amortiguamiento (ζ) es uno de los parámetros que más influye en la amplitud de la respuesta dinámica de los CEP [8]. Por esa razón es esencial determinar su valor esperado y su variabilidad, con el fin de obtener estimaciones más certeras de la FRF.

A partir de la envolvente de la respuesta libre del voltaje generado por lo CEP, es posible estimar la razón de amortiguamiento (ζ). considerando dos puntos medidos $v(t_1)$ y $v(t_2)$, con los que se define el decrecimiento logarítmico (δ),

$$\delta = \ln\left(\frac{v_1}{v_2}\right) \quad (6.1)$$

Como se deduce en el anexo C, la razón de amortiguamiento (ζ) en función del decremento logarítmico (δ) esta dado por:

$$\zeta = \sqrt{\frac{\delta^2}{(2\pi n)^2 + \delta^2}} \quad (6.2)$$

Se realizan mediciones en la respuesta libre en los 9 CEPs del modelo B y en los colectores PZT-A-1, PZT-A-5 y PZT-9, de las cuales se llegó a una razón de amortiguamiento esperado (ζ_t) del 0,017, con un coeficiente de variación del 9,6 %.

En la figura 6.1, a modo de ejemplo, se presenta la respuesta libre del colector PZT-B-3, con su envolvente estimada.

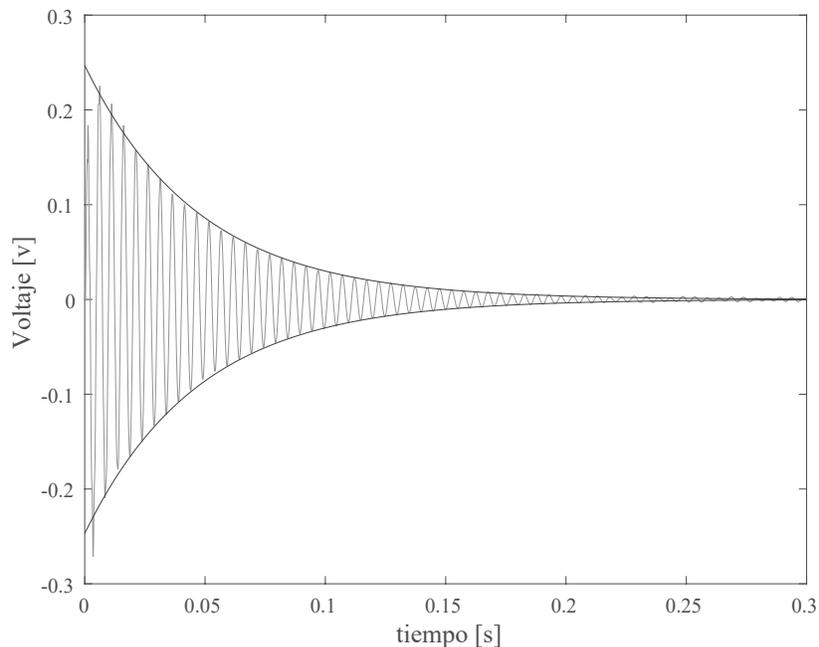


Figura 6.1: Respuesta libre medida del colector PZT-B-3, con su envolvente estimada

6.4. Función de Respuesta en Frecuencia (FRF) Nominal

Considerando la información proporcionada por el fabricante, sumada a la información obtenida de la caracterización geométrica y del amortiguamiento, presentada en las secciones 5.2 y 5.3. Es posible realizar una primera estimación determinista de la respuesta de los CEPs, la cual se denominara FRF Nominal.

Como no se dispone de información sobre la densidad de la subestructura (ρ_s) y el módulo de Young de la subestructura (Y_s), sumándole el hecho que solo se conoce los materiales por los que está formada la subestructura, pero no la forma o proporciones, donde las propiedades de los materiales que lo componen difieren mucho entre sí, por lo tanto se considerará que tienen el mismo valor que la densidad de la capa piezoeléctrica (ρ_s) y el módulo de Young de la capa piezoeléctrica (Y_s), respectivamente.

Con respecto a los parámetros geométricos se utilizarán los obtenidos en la caracterización geométrica. Con respecto al largo utilizado en el modelos analítico, no se debe usar el largo nominal (L_n), sino que el largo efectivo (L) que va desde la base hasta el extremo libre (véase la figura 5.1). El largo efectivo es impuesto, en el presente trabajo para el modelo A se usa 23,5 [mm] y para el modelo B, 40 [mm].

Los valores utilizados para estimar la FRF nominal, se denominarán los parámetros esperados, los cuales se detallan en la tabla 6.3.

Tabla 6.3: Valores medios de los parámetros geométricos y electromecánicos de los CEPs, modelo A y modelo B

	Modelo A		Modelo B	
Densidad Subestructura (ρ_s)	$7,4 \cdot 10^3$	kg/m^3	$7,4 \cdot 10^3$	kg/m^3
Modulo de Young Subestructura (Y_s)	$61 \cdot 10^9$	kg/m^3	$61 \cdot 10^9$	kg/m^3
Constante Campo Electrico (s_{11}^E)	$16,4 \cdot 10^{-12}$	$m^2 N^{-1}$	$16,4 \cdot 12$	$m^2 N^{-1}$
Constante Carga Piezoeléctrica (d_{31})	-320	PC/N	-320	PC/N
Constante Dieléctrica ($\epsilon_{33}^t/\epsilon_o$)	4500		4500	
Densidad PZT (ρ_p)	$7,4 \cdot 10^3$	kg/m^3	$7,4 \cdot 10^3$	kg/m^3
Largo (L)	23,5	mm	40	mm
Ancho (b)	10,06	mm	10,06	mm
Espesor Subestructura (h_s)	0,23	mm	0,2	mm
Espesor PZT (h_p)	0,242	mm	0,242	mm
Razón de Amortiguamiento (ζ)	0,017		0,017	

El modelo determinista utilizado es la solución analítica de parámetros distribuidos desarrollado por Erturk e Inman [1], presentada en la sección 3.2. Con lo que se estima las FRFs nominales para los modelos A y B, los cuales se presenta en la figura 6.2.

Como es de esperar, el modelo B tiene una frecuencia natural menor que la frecuencia natural del modelo A. Teniendo en cuenta que ambos modelos tienen el mismo ancho b , pero el modelo A tiene un largo efectivo (L) menor, por lo tanto es, más rígido. Además, la FRF del modelo B tiene un peak significativamente mayor que el modelo A que también se explica por la diferencia en la longitud (L) entre ellos [8].

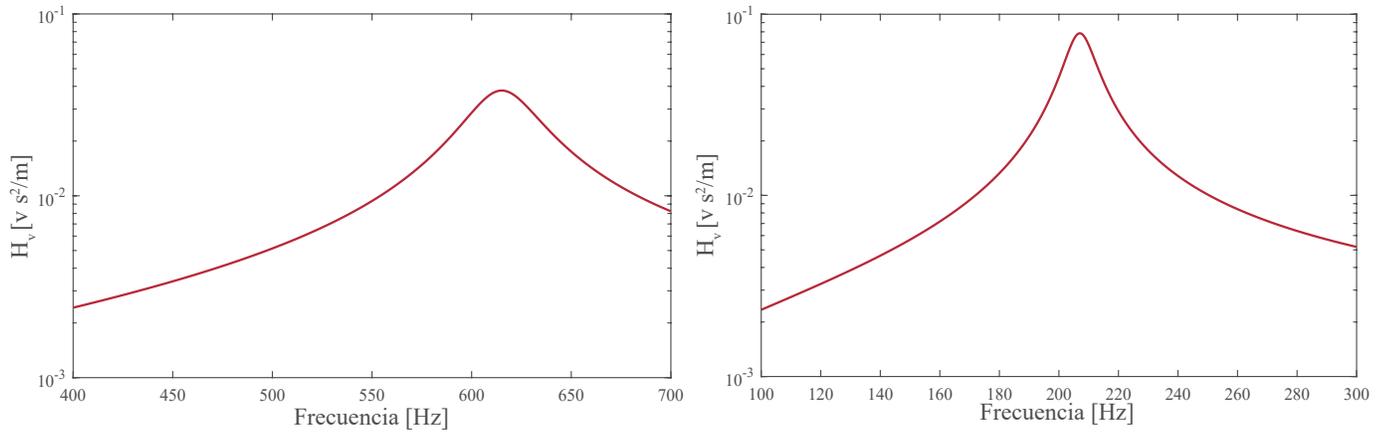


Figura 6.2: Función de Respuesta en Frecuencia (FRF) nominal, (a) modelo A (b) modelo B

6.5. Comportamiento no-lineal en los CEPs

Durante los estudios en los CEPs se percibió un fenómeno que no se tenía considerado al momento de comenzar las pruebas y que tienen una gran influencia en la caracterización experimental. El fenómeno es el *Comportamiento no – conservativo no – lineal*, éste ocurre cuando los CEPs son excitados con aceleraciones superiores a las recomendadas lo cual produce un desplazamiento hacia la derecha de la frecuencia natural y un descenso de la amplitud máxima, Tal como se presenta en la figura 6.3 y 6.4.

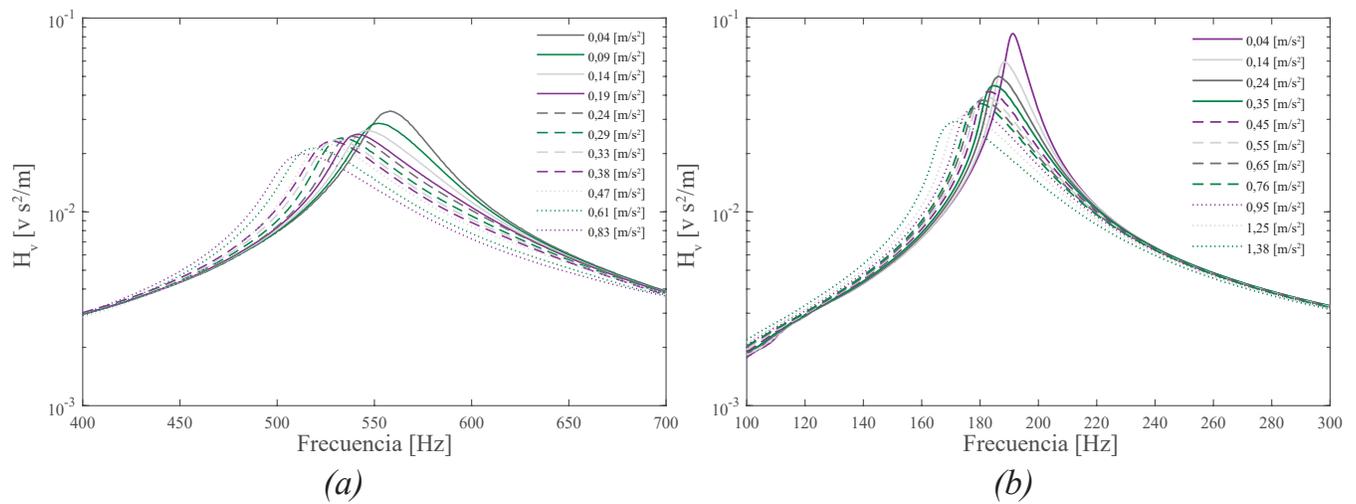
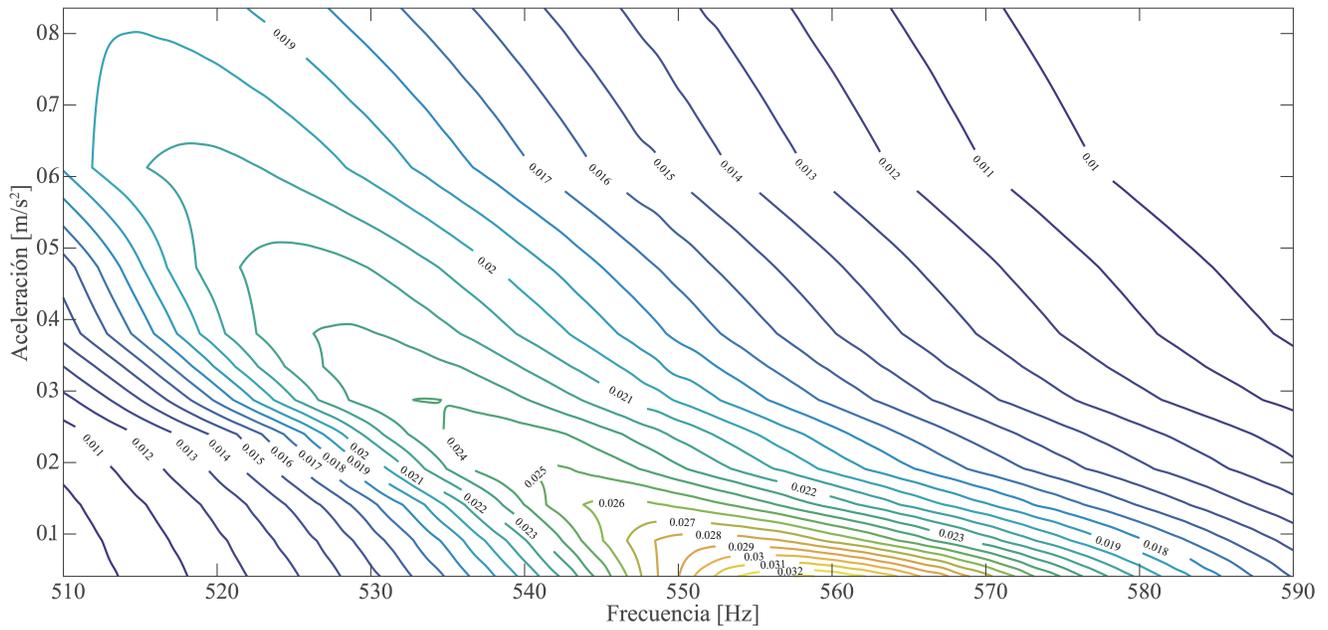
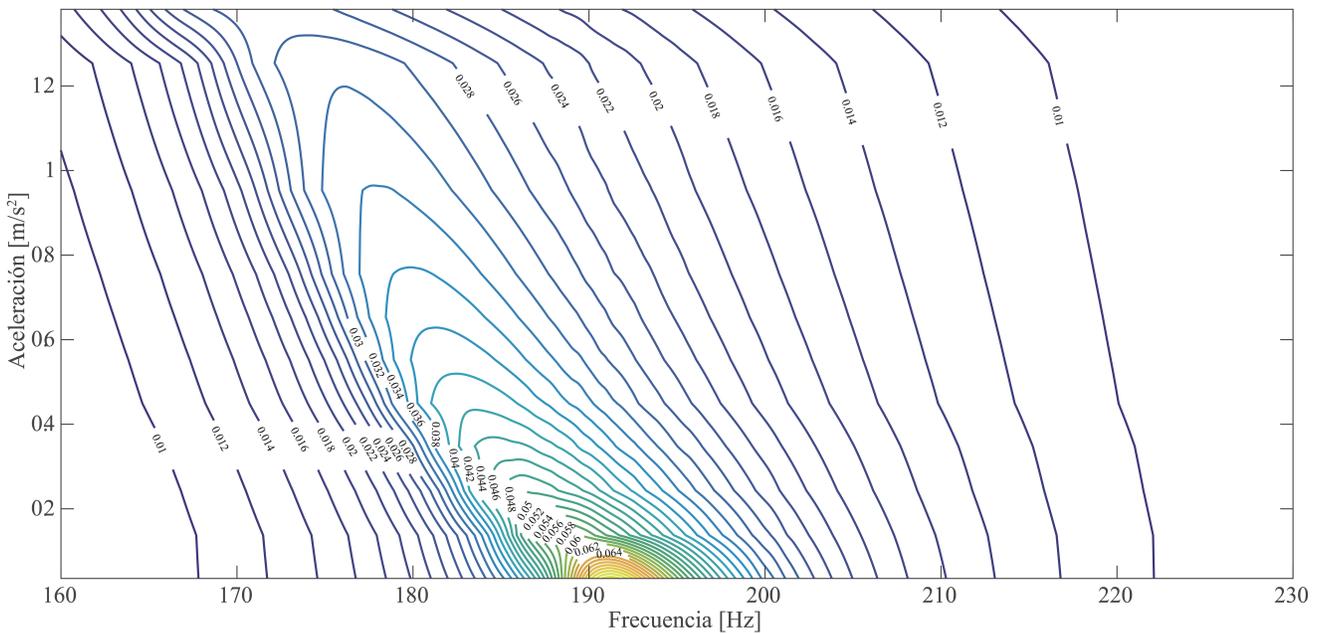


Figura 6.3: Función de Respuesta en Frecuencia medida para diferentes aceleraciones de excitación, de los CEPs (a) modelo A (b) modelo B



(a)



(b)

Figura 6.4: Comportamiento no lineal de los CEPs, relación voltaje/aceleración para excitaciones con diferentes frecuencias y aceleraciones. (a) modelo A (b) modelo B

El fenómeno trata de explicarse como consecuencia de las interacciones fluido-estructura y los daños que se producen en el material. Ahora bien, el comportamiento puede ser modelado mediante la incorporación de un amortiguamiento no-lineal mediante las relaciones constitutivas piezoeléctricas no-conservativas. [9]

Explorar en el fenómeno desde el punto de vista práctico también traería consigo beneficios. Por

ejemplo, si se lograra manipular de forma externa el comportamiento no lineal, podría controlarse a conveniencia la frecuencia natural del sistema lo que traería como consecuencia aumentar el voltaje generado, esto cuando estén sometidos a una excitación de banda estrecha. Un antecedente de esto es el comportamiento no-lineal de los CEP cuando son sometidos a un campo magnético.
[10]

Capítulo 7

Protocolo de medición

Antes de iniciar las mediciones para caracterizar experimentalmente la respuesta de los colectores de energía piezoeléctricos, es necesario realizar una serie de pruebas preliminares a ambos modelos de CEPs a estudiar, para de esta forma desarrollar un protocolo de medición.

El propósito de las mediciones experimentales es obtener la Función de Respuesta en Frecuencia (FRF) del voltaje generado con respecto a la aceleración de excitación de una serie de colectores en un rango de frecuencias que contenga la primera resonancia del sistema.

7.1. Pruebas Preliminares, PZT modelo A

Se pretende caracterizar experimentalmente 20 recolectores de energía piezoeléctrico. Para determinar la primera frecuencia natural del sistema y el rango de resonancia se monta el recolector PZT-A-5 en el banco de pruebas y se somete a dos tipos de excitación: (a) ruido blanco y (b) impulso. Siguiendo la identificación experimental de la FRF (sección 4.3), se mide la respuesta (voltaje generado) y la excitación (aceleración ejercida sobre el recolector) para obtener su respectiva FRF (véase la figura 7.1).

A partir de las FRFs se determina que la primera frecuencia natural del sistema es aproximadamente $560 [Hz]$ y el rango de frecuencia de interés para el estudio es de $400-700 [Hz]$.

Teóricamente la FRF no debiese depender de la excitación. Sin embargo, en la práctica, la calidad de la FRF depende de forma importante de la fuerza de excitación, una muestra de esto se observa en la figura 7.1. Por lo tanto, se evaluará la respuesta experimental del recolector sometiéndolo a: (a) ruido blanco, (b) impulso, (c) excitaciones armónicas y (d) una señal sweep (véase figura 7.2).

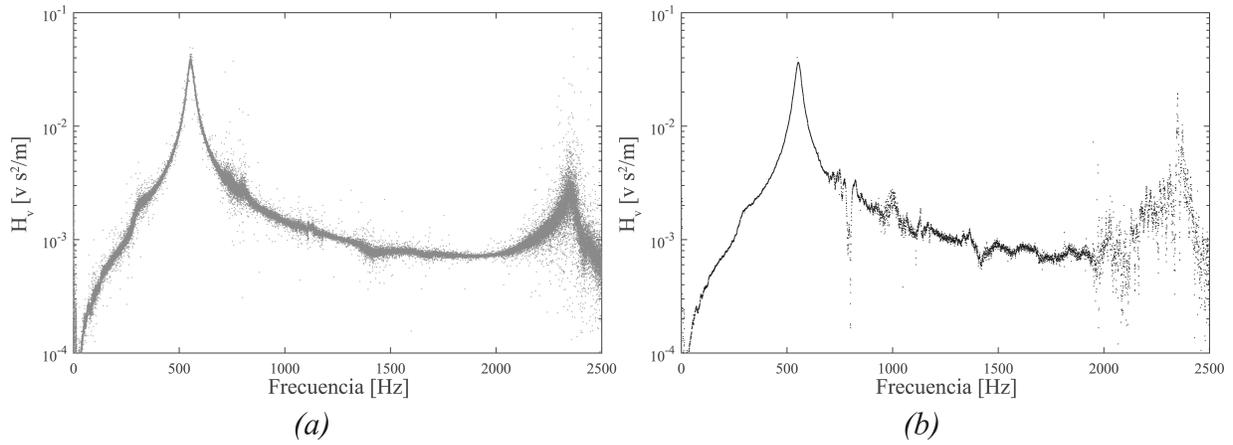


Figura 7.1: Funciones de Respuesta en Frecuencia del CEP PZT-A-6, excitado por un (a) Ruido Blanco (b) Impulso

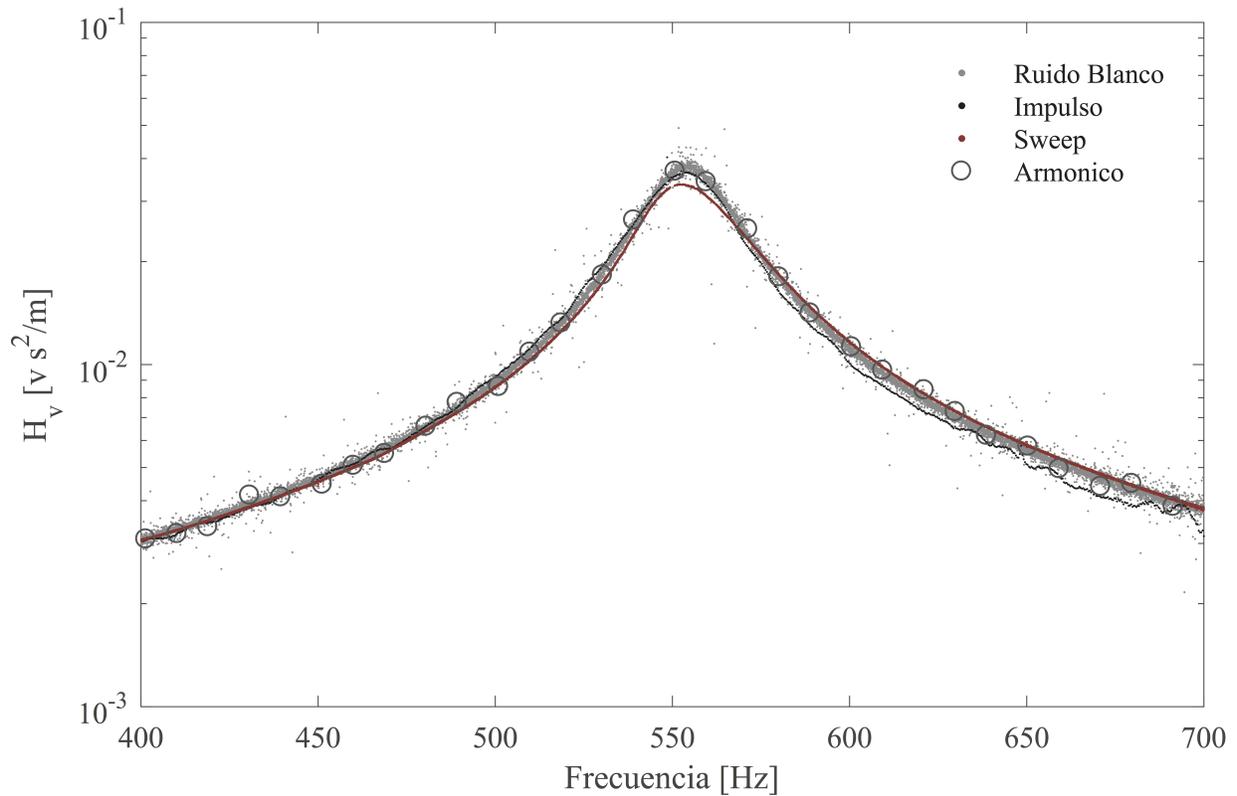


Figura 7.2: Funciones de Respuesta en Frecuencia del CEP PZT-B-5, excitado por un: Ruido Blanco, Impulso, Sweep y Series Armónicas

Las FRFs (fig. 7.2) obtenidas al someter a diferentes excitaciones al PZT-A-05, a grueso modo coinciden en todo el rango de frecuencia estudiado. Ahora bien, es evidente que la FRF generada por la excitación sweep tienen una mayor resolución a las FRFs generadas el ruido blanco en todo el rango y por el impulso acentuándose despues de los 600 [HZ].

Desde el punto de vista de la cantidad de datos que se generan por cada medición, las series de

excitaciones armónicas solo generan un punto por medición por lo tanto se requiere de una gran cantidad de mediciones para representar una FRF experimental representativa, y sería inviable generar la cantidad de puntos que generan los otros métodos de excitación.

Por lo tanto, considerando la resolución y la cantidad de datos generados en cada medición, se define que la excitación apropiada para realizar la caracterización experimental es una excitación sweep.

La señal sweep a la que va a someter los CEPs del modelo A, varía su frecuencia desde los 400 [Hz] a los 700 [Hz] en un tiempo de 15 [seg].

Por otro lado, la aceleración a la que se someten los dispositivos piezoeléctricos y el voltaje generado por los mismos se mide y se registra con una frecuencia de adquisición de 24.000 [Hz], así se asegura evitar problemas de aliasing.

7.2. Pruebas Preliminares, PZT modelo B

Se procura caracterizar experimentalmente 9 CEP del modelo B. Para determinar la primera frecuencia natural del sistema y el rango de resonancia se monta el CEP PZT-B-5 en el banco de pruebas y se somete a dos tipos de excitación: (a) ruido blanco y (b) impulso. Siguiendo la identificación experimental de la FRF (sección 4.3), se mide la respuesta (voltaje generado) y la excitación (aceleración ejercida sobre el recolector) para obtener su respectiva FRF (véase la figura 7.3).

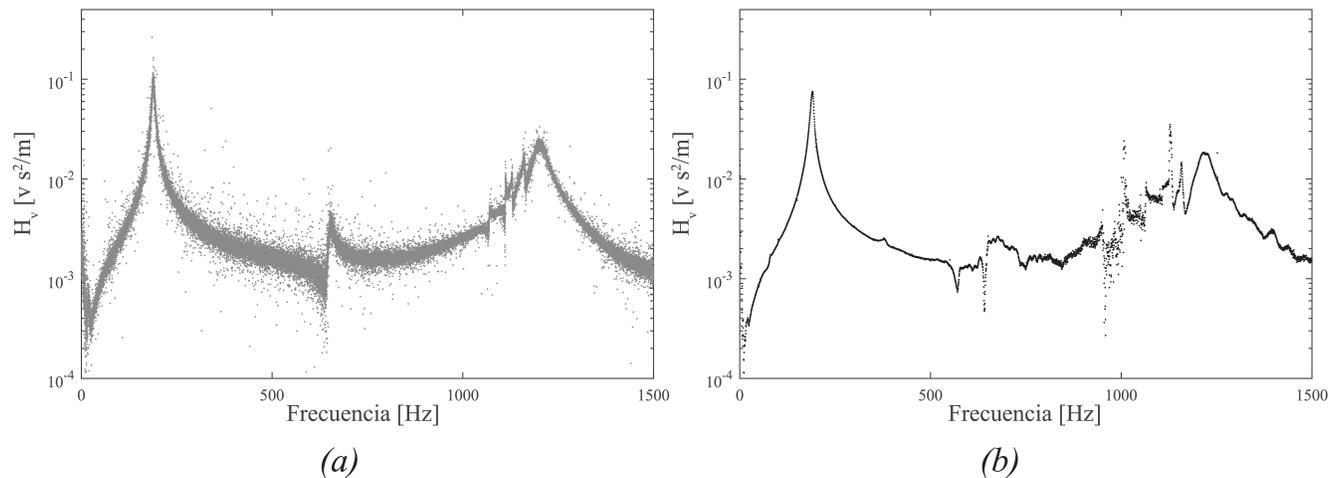


Figura 7.3: Funciones de Respuesta en Frecuencia del CEP PZT-B-5, excitado por un (a) Ruido Blanco (b) Impulso

Con las FRFs obtenidas de excitar con una señal de ruido blanco y un impulso se determina que la primera frecuencia natural del sistema es aproximadamente 190 [Hz] y el rango de frecuencia de interés para el estudio va desde los 100 [Hz] a los 300 [Hz].

Se evaluará la respuesta experimental del recolector sometiéndolo a: (a) ruido blanco, (b) impulso, (c) excitaciones armónicas y (d) sweep (véase figura 7.2). Así, definir con cual se obtiene la FRF de mejor calidad.

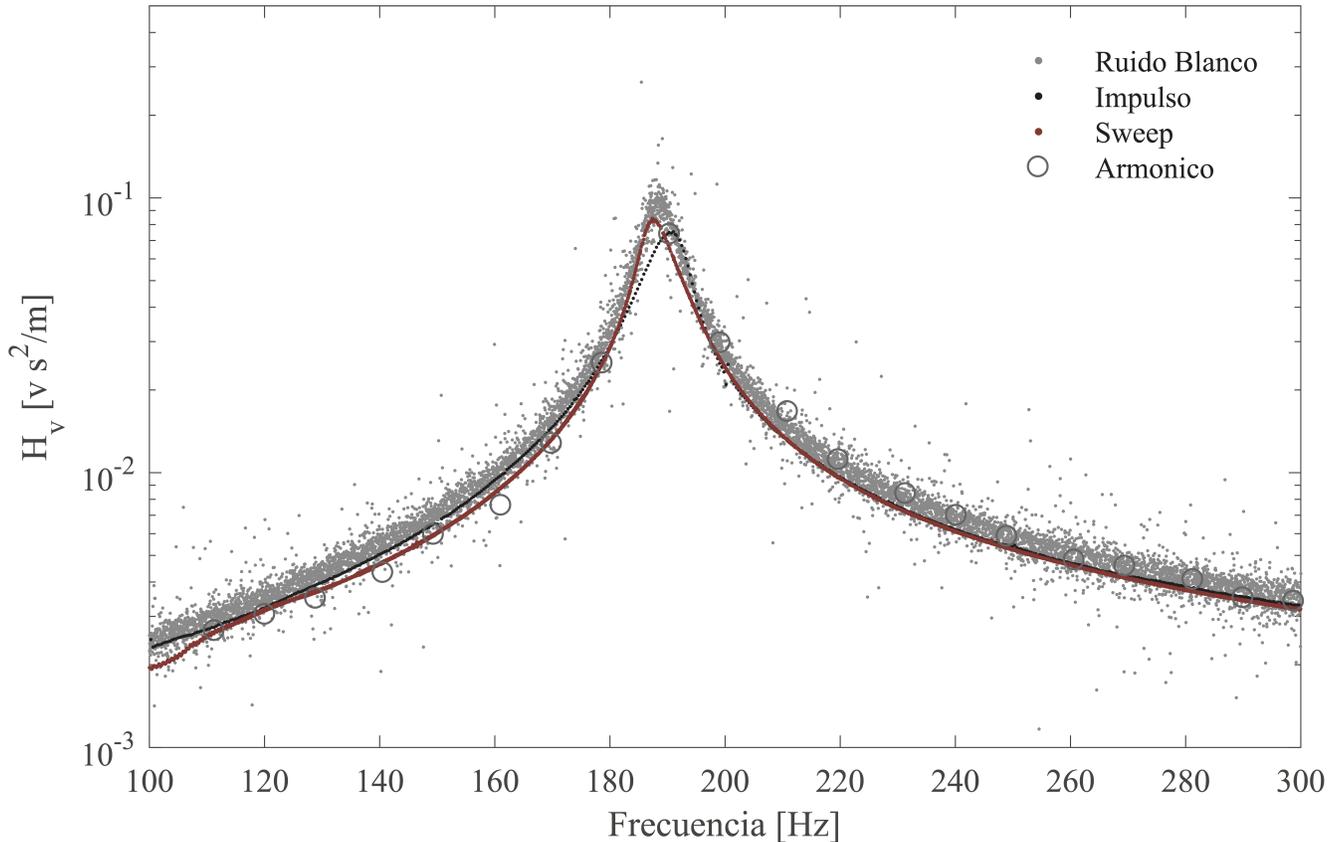


Figura 7.4: Funciones de Respuesta en Frecuencia del CEP PZT-B-5, excitado por un: Ruido Blanco, Impulso, Sweep y Series Armónicas

Existe una buena concordancia entre las distintas FRF obtenidas. Si nos fijamos en la resolución, la FRF obtenida al excitar con un impulso es mayor a la obtenida al excitar por una función ruido blanco y muy similar a la obtenida al excitar con una función sweep.

Si consideramos la cantidad de puntos que contiene la FRF obtenida en cada medición, la excitación armónica solo genera un punto por medición por lo tanto se requiere de una gran cantidad de mediciones para representar una FRF experimental representativa, y sería inviable generar la cantidad de puntos que generan los otros métodos de excitación.

Por lo tanto, considerando la resolución y la cantidad de datos generados en cada medición, se define que la excitación apropiada para realizar la caracterización experimental es un impulso.

La excitación (aceleración en la base) y la respuesta (voltaje generado) se mide y se registra con una frecuencia de adquisición de 24.000 [Hz], así se asegura evitar problemas de aliasing.

7.3. Protocolo de Pruebas

A modo de resumen, la caracterización experimental de la FRF en el modelo A se realizará con una señal sweep cuya frecuencia varia desde los 400 Hz a los 700 Hz en un tiempo de 15 seg. Mientras para el modelo B se utiliza un impulso para excitar a los CEPs. Sobre la frecuencia de adquisición en ambos modelos se utiliza una de 24.000 [Hz].

El procedimiento experimental apunta a cuantificar las incertidumbres de la respuesta de los CEPs, en tres aspectos en particular: (1) el nivel de ruido presente el experimento, (2) la sensibilidad del proceso de montaje sobre la FRF, y (3) las variabilidades de la FRF asociada al proceso de fabricación. Para los cual se realizarán tres pruebas. La Prueba 1, consiste en realizar 100 mediciones de la FRF de un CEP con el fin de evaluar la coherencia de las mediciones. Este análisis permite la cuantificación del nivel basal de incertidumbre. La Prueba 2, consiste en realizar mediciones en un CEP, desmontando y montando entre una cierta cantidad de mediciones. La prueba ayuda a identificar la importancia de proceso de instalación en la estimación de la FRF, esencialmente cuando se compara con el nivel de ruido basal. En la Prueba 3 se realizan 20 mediciones a una serie de CEPs teóricamente idénticos. Así, es posible comparar las variaciones de la FRF debido al ruido basal, proceso de instalación y las variabilidades de las propiedades de los CEPs. Los resultados pueden ser comparados con las variabilidades predichas por método de propagación de incertidumbres [8].

Capítulo 8

Observación de Incertidumbres

En esta sección se presenta los resultados obtenidos de los ensayos experimentales que se realizan a los CEPs del modelo A y B. Para lo cual se sigue el procedimiento discutido en la Sección 6.5, que consiste en realizar de forma independiente tres pruebas con el fin de identificar y clasificar las fuentes de incertidumbres.

Cada una de las pruebas pretende estudiar los siguientes aspectos: (1) la repetibilidad de la medición de la FRF, (2) la sensibilidad del proceso de montaje sobre la FRF, y (3) la variabilidad de las FRF de varios CEPs nominalmente idénticos.

8.1. Consistencia de las Mediciones

Una configuración experimental adecuada es fundamental para lograr altos niveles de repetitividad en las mediciones. La dispersión en las mediciones viene del hecho, de que es imposible tener el control absoluto sobre un experimento, debido por ejemplo a, la presencia de ruido eléctrico en los sensores, las condiciones de borde no ideales, entre otras causas.

Por lo tanto, la prueba 1 consiste en identificar el nivel de confianza de las mediciones asociadas al montaje experimental, mediante un estudio de la repetibilidad con el fin de identificar la dispersión basal para las FRFs. El término dispersión basal se utiliza aquí para denotar la variabilidad intrínseca de las mediciones, lo que podría entenderse como un ruido aleatorio en la identificación de la FRF.

El estudio de la repetitividad, se realiza en los colectores PZT-A-05 y PZT-B-06. En los cuales se realizan 100 mediciones independientes de la FRF, sin desmontarlo entre medición. Los resultados se presentan en la figura 8.1, se muestran en gris las 100 mediciones y en negro el valor medio de las mediciones.

Coherente a lo encontrado en las FRFs nominales (figura 6.2), la frecuencia natural experimental del modelo B es menor a la frecuencia natural experimental del modelo A. Mientras que el peak del modelo B es significativamente mayor que el modelo A, lo que se explica por la diferencia en

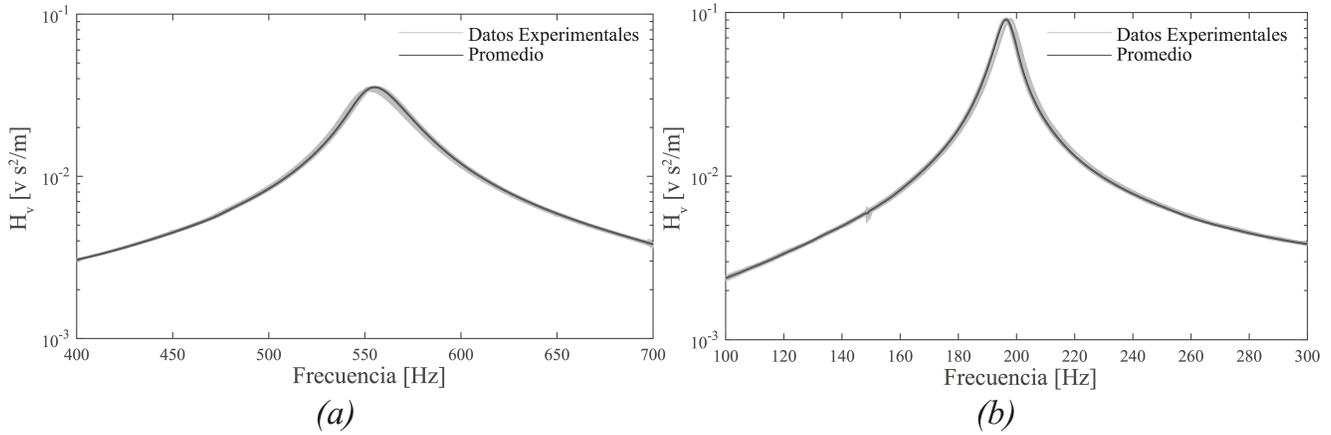


Figura 8.1: Cien mediciones de la Función de Respuesta en Frecuencia y curva promedio de los CEPs (a) PZT-A-05 (b) PZT-B-06

la longitud (L) entre los CEPs [8].

Para cuantificar las incertidumbres relacionadas con la dispersión basal, se calcula la desviación estándar de las FRFs obtenidas experimentalmente. En la figura 8.2, se presentan la FRF promedio con las barras de error para una serie de frecuencias.

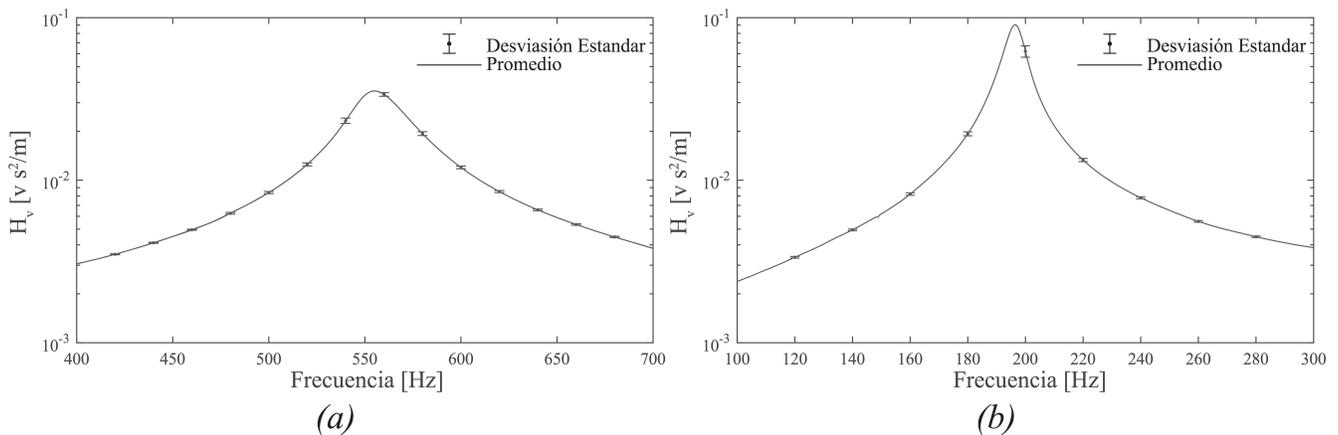


Figura 8.2: Curva promedio y barras de error de las cien mediciones de la Función de Respuesta en Frecuencia de los CEPs (a) PZT-A-05 (b) PZT-B-06

En la figura 8.2, se observa un pequeño coeficiente de variación (CV) para ambos casos que indica un nivel importante de repetibilidad de ensayo. En general, el CV es inferior al 2%, excepto para frecuencias cercanas a la resonancia, donde es posible observar CV hasta 4% y 7% para los modelos A y B, respectivamente.

8.2. Incertidumbres Asociadas al Montaje

El proceso de instalación de los CEPs en el banco de pruebas, puede producir pequeños cambios en el largo efectivo (L), véase la figura 5.1. Estas variaciones en el largo efectivo se traducen en variaciones de la frecuencia natural de la FRF de los CEP [8]. Además, el proceso de instalación puede generar cambios en la calidad de la restricción de fijación.

Por lo tanto, la prueba 2 pretende cuantificar la variabilidad de la FRF, cuando los CEPs se instalan, desinstalan y se vuelven a instalar. De esta forma se puede identificar que tan significativa es esta variabilidad.

El estudio se realiza en los colectores PZT-A-05 y PZT-B-06. Los CEPs son instalados y desinstalados en 5 ocasiones, después de cada instalación se realizan 10 mediciones independientes de la FRF. Los resultados se presentan en la figura 8.3, se muestran en gris las 50 mediciones y en negro el valor medio de las mediciones.

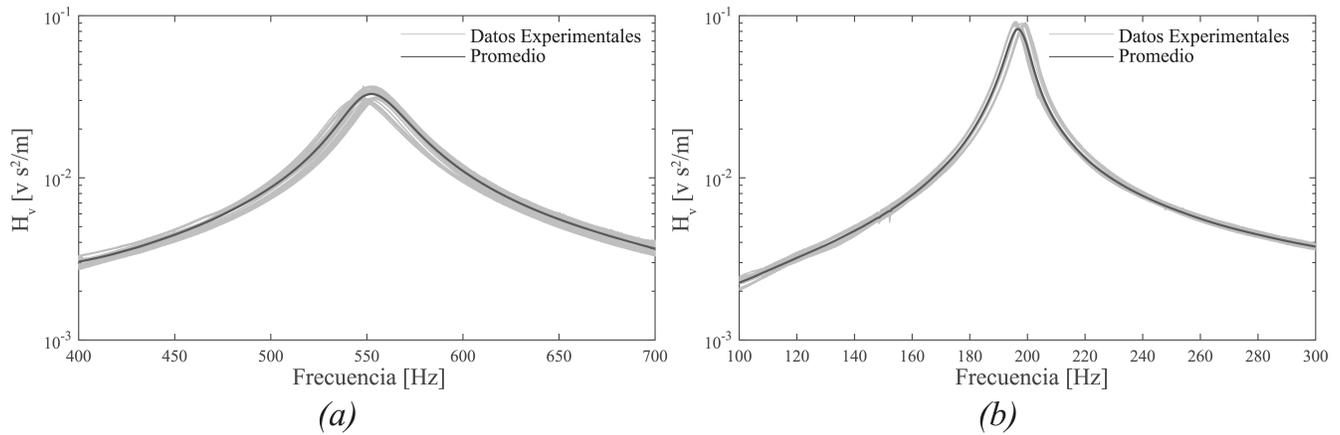


Figura 8.3: Cincuenta mediciones de la Función de Respuesta en Frecuencia (desmontando y montado cada 10 mediciones) y curva promedio de los CEPs (a) PZT-A-05 (b) PZT-B-06

Para cuantificar las incertidumbres relacionadas con el proceso de montaje de los CEPs, se calcula la desviación estándar de las FRFs obtenidas experimentalmente. En la figura 8.4, se presentan la FRF promedio con las barras de error para una serie de frecuencias.

En la figura 8.4, se observa que el CV tiene la misma tendencia observada en la Sección 7.1, aumenta cerca de la resonancia y disminuye, pero su valor es considerablemente más alto, alcanzando CVs hasta de un 11 % y 18 % para los modelos A y B, respectivamente. Tenga en cuenta que estos CV son cerca de 3 veces los CV identificados como la dispersión basal.

8.3. Incertidumbres Asociadas al Proceso de Manufactura

Las variabilidades en las propiedades geométricas y electromecánicas asociadas a las tolerancias de fabricación de los CEPs, debería traer como consecuencia una discrepancia entre las FRF de CEP teóricamente idénticos.

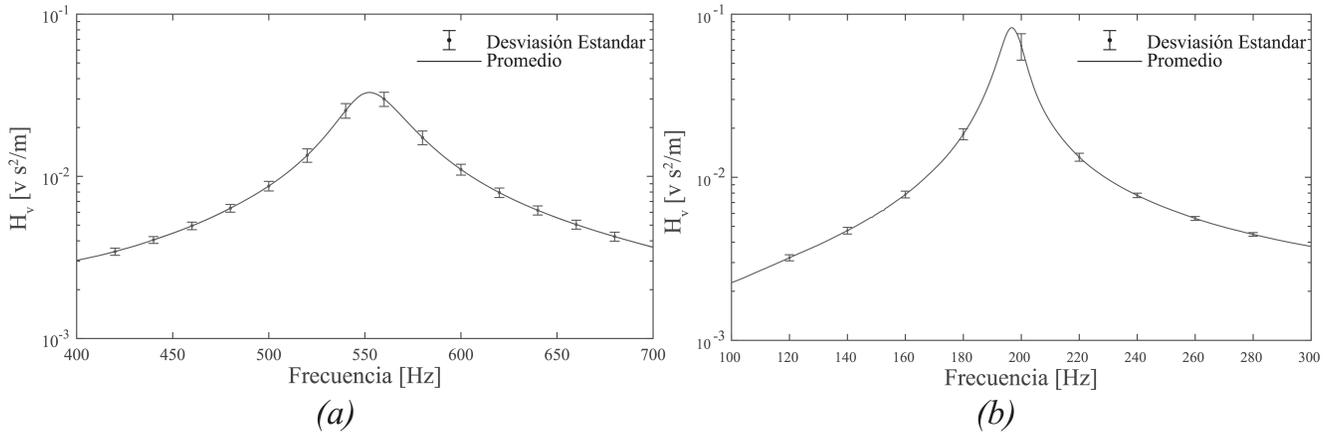


Figura 8.4: Curva promedio y barras de error de las cincuenta mediciones de la Función de Respuesta en Frecuencia (desmontando y montado cada 10 mediciones) de los CEPs (a) PZT-A-05 (b) PZT-B-06

La prueba 3 consiste en identificar la variabilidad de la FRF de varios CEP nominalmente idénticos. De esta forma determinar que tan importantes son las tolerancias de fabricación en estos dispositivos y definir si son mas importantes que las variabilidades previamente estudiadas (Sección 7.1 y 7.2).

Se ensayan los 20 CEPs correspondientes al modelo A y los 9 correspondientes al modelo B. La FRF de cada CEP se identifica a través de 20 mediciones independientes.

Los resultados se presentan en la figura 8.5, se muestran en gris las mediciones experimentales y en negro el valor medio de las mediciones. En el caso del modelo A son 400 mediciones de la FRF (20 mediciones a 20 CEPs) y en modelo B son 180 mediciones de la FRF (20 mediciones a 9 CEPs).

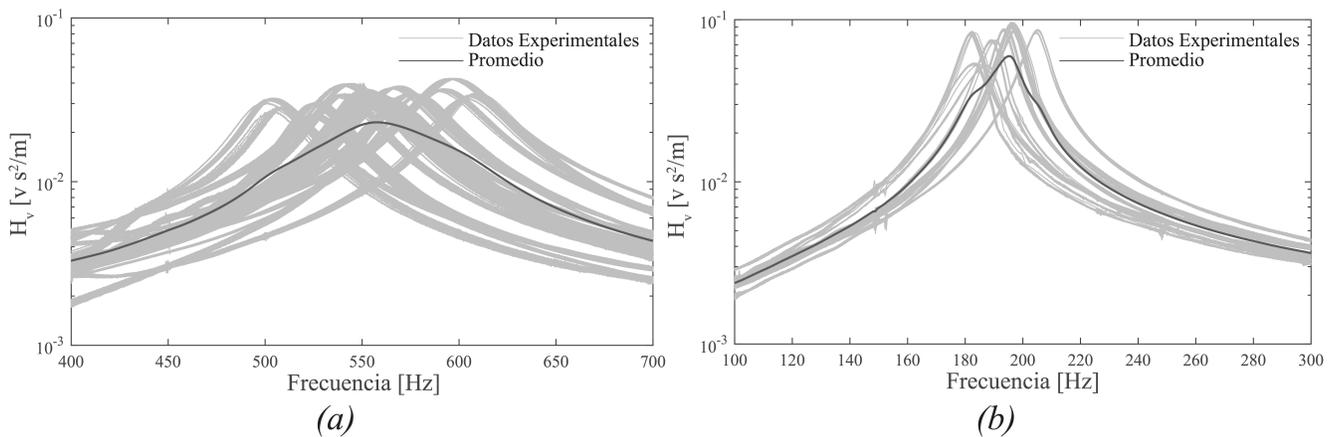


Figura 8.5: Veinte mediciones de la Función de Respuesta en Frecuencia y curva promedio de los (a) 20 CEPs del modelos A (b) 9 CEPs del modelo B

Para cuantificar las incertidumbres asociadas con el proceso de fabricación de los CEPs, se calcula la desviación estándar de las FRFs obtenidas experimentalmente. En la figura 8.6, se

presentan la FRF promedio con las barras de error para una serie de frecuencias.

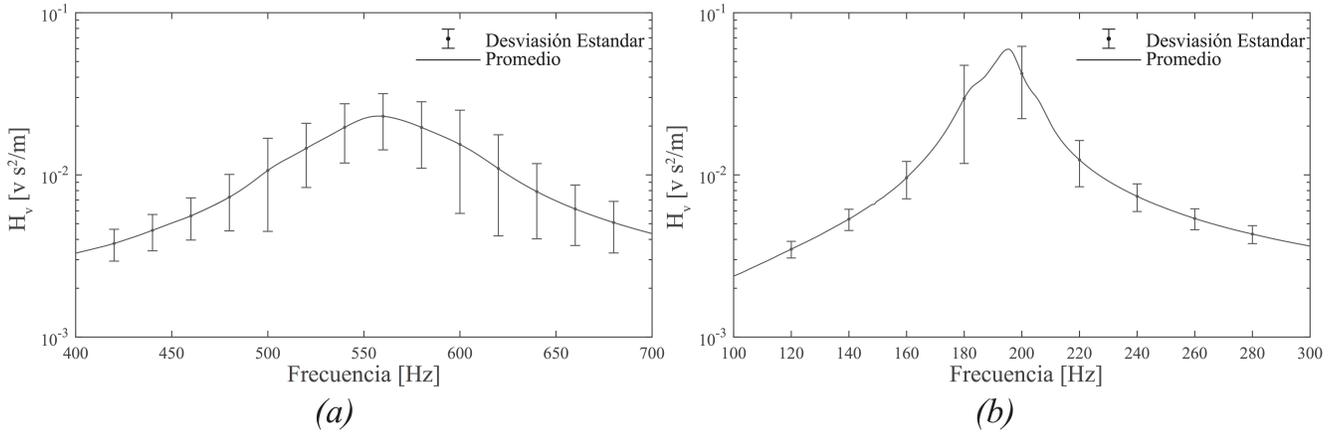


Figura 8.6: Curva promedio y barrar de error de los (a) 20 CEPs del modelos A (b) 9 CEPs del modelo B

Los resultados son muy interesantes ya que los CV observados son considerablemente mayores que los casos anteriores (al menos 4 veces superiores a la prueba 2), alcanzando en algunos casos valores de hasta el 60%.

8.4. Análisis de las Observaciones de Incertidumbres

La figura 8.7 muestra la variación del CV con respecto a la frecuencia de excitación en el rango estudiado de las 3 pruebas realizadas, de esta forma es posible establecer una comparación más palpable de los resultados obtenidos. La curva gris indica el CV de la prueba 1, que representa la dispersión basal del experimento. La curva negra indica el CV de la prueba 2, que representa la variabilidad producto la dispersión basal y los cambios en la condición de empotramiento del montaje. La curva roja indica el CV en la prueba 3, correspondientes a la dispersión basal, las variabilidades producto la condición de empotramiento y las variaciones de las propiedades geométricas y electromecánicas.

El área entre las curva roja y la negra puede interpretarse como las incertidumbres producidas sólo por las variaciones en de las propiedades geometría y electromecánicas de los PEH. Sin embargo, las características geométricas de los CEPs ensayados se caracterizaron (Tabla 6.2), donde es posible observar que sus coeficientes de variación son inferiores al 2,6%, lo que sugiere que las incertidumbres identificadas en la Figura 8.7 pueden atribuirse principalmente a las características electromecánicas de los CEPs. Desafortunadamente, dadas las condiciones de la configuración experimental, no es posible identificar cuáles de las propiedades electromecánicas han contribuido más en la variabilidad de la FRF.

Desde un punto de vista práctico, los resultados de la variabilidad identificada en las pruebas es la variación esperada de la amplitud de la FRF para una frecuencia de excitación dada. Es decir, si se conoce la frecuencia de excitación, que es representativa de una excitación de banda estrecha, existe una baja probabilidad de seleccionar un CEP basado en los valores nominales

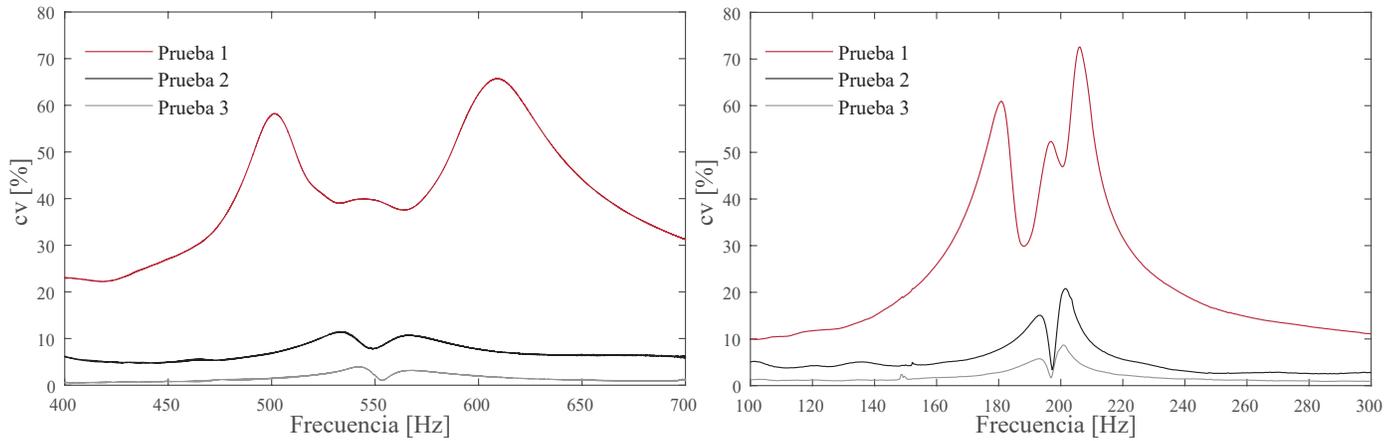


Figura 8.7: Coeficientes de variación de la amplitud de la FRF para una frecuencia dada (a) Modelo A (b) Modelo B

con una frecuencia natural tal que pueda entrar en resonancia. Como resultado, existe una alta probabilidad de obtener una potencia eléctrica considerablemente inferior a la estimada con los valores nominales

El escenario es diferente cuando la excitación es de banda ancha, ya que es muy probable que excite la frecuencia natural (ω_n) de los CEP. En este caso, la información relevante, corresponde al valor máximo del FRF (H_{max}) y su ubicación (frecuencia natural ω_n). En las Tablas 8.1 y 8.2 se presenta el promedio y el CV de esos parámetros para los resultados mostrados en figuras 8.1 a 8.5. Aquí se identifica que la dispersión basal (prueba 1) induce cambios inferiores al 1% en el valor medio de H_{max} y ω_n . Estos valores se incrementan cuando se cambia la condición de empotramiento (prueba 2). Sin embargo, la variación de la frecuencia natural (ω_n) sigue siendo inferior al 1% de su valor medio, mientras que la variación en H_{max} se eleva hasta un 6,5% y un 3,1% para los modelos A y B, respectivamente. Cuando se tienen en cuenta todos los PEH (ensayo 3), la dispersión de H_{max} toma valores de al menos 10% mientras que las variaciones en ω_n son inferiores al 5%. Los resultados revelan que aunque se esperan CV pequeños para ω_n ($CV < 5\%$), introducen variaciones significativas ($CV > 10\%$) en el valor máximo del FRF. En particular, el CV de H_{max} es entre 2,5 y 4 veces el CV de ω_n para los casos estudiados. No obstante, las variaciones relacionadas con la potencia de salida asumiendo una excitación de banda ancha son considerablemente inferiores a las variaciones asociadas a una excitación de banda estrecha. Efecto que se produce ya que la amplitud del FRF es muy sensible a los cambios en la frecuencia de excitación, especialmente cuando la frecuencia de excitación es cercana a ω_n .

Tabla 8.1: Maxima amplitud de la FRF obtenida en las tres pruebas. Valor medio y coeficiente de variación del modelo A y B

	Modelo A		Modelo B	
	\hat{H}_{max}	cv	\hat{H}_{max}	cv
Prueba 1	0,0357	0,8 %	0,0912	0,9 %
Prueba 2	0,0337	6,5 %	0,0868	3,1 %
Prueba 3	0,0334	12,0 %	0,0830	14,7 %

Tabla 8.2: Frecuencias natural obtenida en las tres pruebas. Valor medio y coeficiente de variación del modelo A y B

	Modelo A		Modelo B	
	$\hat{\omega}_n$	cv	$\hat{\omega}_n$	cv
Prueba 1	554,94	0,2 %	196,47	0,2 %
Prueba 2	551,91	0,5 %	196,91	0,6 %
Prueba 3	556,10	4,8 %	193,11	3,4 %

Capítulo 9

Propagación de Incertidumbres

Como se pudo evidenciar en el capítulo 7, existen variabilidades evidentes en la FRF de los CEP. Lo cual se explica principalmente por las variaciones de sus propiedades geométricas y electromecánicas, las cuales pueden llegar a variar hasta un 20 % de sus valores nominales, tal como se presentó en la sección 3.3. En este sentido, se vuelve apropiado implementar una metodología para la propagación de incertidumbres de las variabilidades de los parámetros de un modelo [8], con el fin de determinar que tan parecidas son las incertidumbres de la FRF encontrada experimentalmente con respecto a las incertidumbres que pueden predecirse. Por otro lado, cuando se disponen de mediciones experimentales es posible aplicar las técnicas bayesianas para poder actualizar las variabilidades de los parámetros que gobiernan la dinámica de los CEP y poder realizar una propagación de incertidumbres de dichos parámetros en la respuesta del sistema.

9.1. Predicción Estocástica Robusta Previa

Mediante un análisis robusto previo, es posible realizar una estimación de un intervalo de confianza de la FRF de los CEPs de ambos modelos, con la finalidad de compararlo con las mediciones experimentales. La FRF que relaciona el voltaje de salida con la aceleración de la base, se denota como $H_v(\theta, \Omega)$, el cual depende de la aceleración de la base (Ω) y los parámetros geométricos y electromecánicos θ . Para el análisis se requiere que todos los parámetros θ involucrados en el modelo predictivo utilizado sean definidos por una FDP, identificado como $p(\theta)$.

Se considera que $p(\theta)$ siguen una distribución Gaussiana, donde los valores esperados serán los considerados en la Tabla 6.3, mientras que los coeficientes de variación utilizados se presentan en la Tabla 9.1. Donde se considera que la densidad de la capa piezoeléctrica (ρ_p), la constante de campo eléctrico (s_{11}^E), la constante de carga piezoeléctrica (d_{31}) y la constante dieléctrica ($\epsilon_{33}^t/\epsilon_o$) tienen un CV del 20 % según lo reportado por el fabricante. Por otro lado, como no se tiene información de la densidad de la subestructura (ρ_s) y el modulo de Young de la subestructura (Y_s) se utilizaran los valores de la capa piezoeléctrica, por lo tanto se considera que tienen un CV del 20 %. Para las propiedades geométricas se utilizaran los obtenidos en la caracterización geométrica (sección 5.2). Por lo tanto, el CV del ancho (b), para el modelo A es 0,3 % y para el modelo B es del 0,1 %. El CV del espesor de la subestructura (h_s) es de un 0,2 % para ambos modelos. El CV del espesor de

la capa piezoeléctrica (h_p) se considera igual al CV del espesor total ($2h_p + h_s$) de los CEPs, en el modelo A de un 1,2 %, mientras en el modelo B es de un 2,6 %. El CV del largo efectivo (L) se estimara en un 2,5 %, el cual se relaciona con las imperfecciones en el montaje. Finalmente el CV de la razón de amortiguamiento (ζ) es de un 9,6 %, obtenido en la sección 5.3.

Tabla 9.1: Coeficientes de variación de los parámetros electromecánicos de los CEPs, modelos A y B

	Modelo A	Modelo B
Densidad Subestructura (ρ_s)	20,0 %	20,0 %
Modulo de Young Subestructura (Y_s)	20,0 %	20,0 %
Constante Campo Electrico (S_{11}^E)	20,0 %	20,0 %
Constante Carga Piezoeléctrica (d_{31})	20,0 %	20,0 %
Constante Dieléctrica ($\varepsilon_{33}^t \varepsilon_o$)	20,0 %	20,0 %
Densidad PZT (ρ_p)	20,0 %	20,0 %
Largo (L_n)	2,5 %	2,5 %
Ancho (b)	0,3 %	0,1 %
Espesor Subestructura (h_s)	0,2 %	0,2 %
Espesor PZT (h_p)	1,2 %	2,6 %
Razon de Amortiguamiento (ζ)	9,6 %	9,6 %

La selección del FDP Gaussiana se basa en el principio de la entropía de la información, que establece que las FDP Gaussinas son el modelo probabilístico más conservador o el modelo que introducen la mayor cantidad de incertidumbre al análisis. Este principio sólo es válido cuando los parámetros conocidos corresponden a la media y la desviación estándar de una variable aleatoria [11]. Además, se establece que los parámetros no están correlacionados entre si, ya que no se identifica una correlación en el proceso de manufactura.

El modelo determinista tradicional $H_v(\theta, \Omega)$ utilizado es la solución analítica de parámetros distribuidos desarrollado por Erturk e Inman [1] (sección 3.2). A partir de $p(\theta)$ se generan 10.000 muestro de θ , con los cuales por medio de $H_v(\theta, \Omega)$ se generan 10.000 muestras de la FRF de los CEPs estudiados, tal como se muestra en la figura 9.1, donde se contrastan con los datos experimentales.

A partir de las FRFs generadas y utilizando el método de Montecarlo, se estima el valor esperado de la FRF y el área de con fiabilidad del 80 %, los cuales se comparan con los datos obtenidos experimentalmente, tal como se presenta en la figura 9.2. El límite inferior del área de probabilidad se define como el umbral para una probabilidad de superación del 90 % (es decir, hay una probabilidad del 90 % de que la respuesta este por encima de esta línea), mientras que el límite superior define el umbral para una probabilidad de excedencia del 10 % (es decir, hay una probabilidad del 10 % de que la respuesta esté por encima de esta línea).

En la figura 9.2 se puede notar que las mediciones experimentales se encuentran dentro del área de probabilidad, lo cual evidencia la capacidad del análisis robusto previo de estimar la FRF real. Sin embargo, la frecuencia natural media estima difiere de la frecuencia natural media observada, en ambos casos sobrestimándolo. La predicción estima 625 Hz para el modelo A y 200 Hz para el modelo B mientras que la frecuencia natural observada tiene una media de 550 Hz en el modelo A y 195 Hz en modelo B.

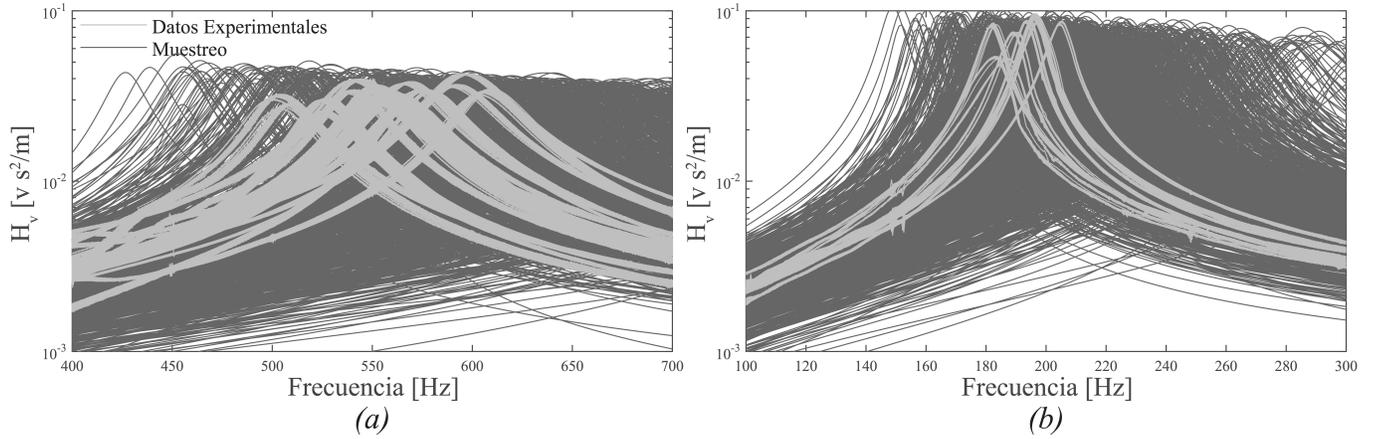


Figura 9.1: Muestreo de 10.000 Funciones de Respuesta en Frecuencia considerando las variabilidades de los parámetros del modelo, contrastado con las mediciones experimentales (a) modelo A (b) modelo B

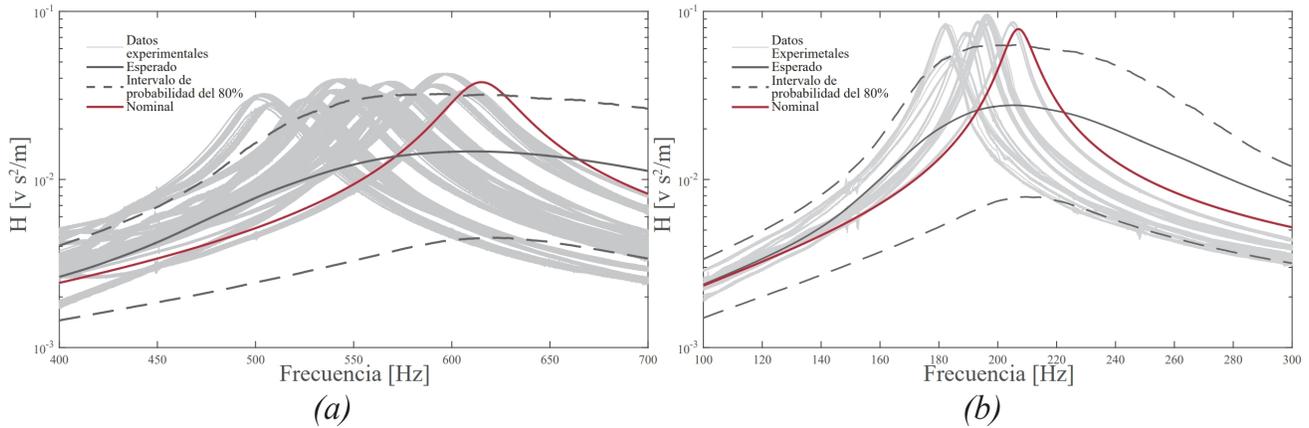


Figura 9.2: Área de probabilidad del 80 %, valor esperado, FRF nominal y FRFs obtenidas experimentalmente (a) Modelo A (b) Modelo B

9.2. Predicción Estocástica Robusta Posterior

En análisis robusto previo de la sección 8.1 se observa que la dispersión estimada con en el modelo predictivo es considerablemente mayor que la dispersión real de cada conjunto de CEPs. Por lo tanto, se hace oportuno actualizar la dispersión de los parámetros que utiliza el modelo predictivo de tal manera de estrechar los valores medidos con las curvas de probabilidad de excedencia.

Este problema podría abordarse con dos enfoques diferentes: (i) actualizar las incertidumbres utilizando todo el conjunto de CEPs para mejorar la predicción de un nuevo CEP o (ii) actualizar las incertidumbres usando varias mediciones de un CEP particular para mejorar la predicción de su respuesta futura. En este trabajo se utilizara el segundo enfoque utilizando los datos medidos de los colectores PZT-A-05 y PZT-B-06, presentados en la sección 7.1.

En este estudio se considerara que los parámetros geométricos son valores deterministas ya que

se realizo una caracterización de sus valores (sección 5.2), por lo tanto para el modelo A, el ancho (b) es 9,983 [mm], el espesor de la subestructura (h_s) es 0,231 [mm], ancho de la capa piezoeléctrica es 0,242 [mm] y el largo efectivo es de 23,5 [mm]. Para el modelo B, el ancho (b) es 10,053 [mm], el espesor de la subestructura (h_s) es 0,234 [mm], ancho de la capa piezoeléctrica es 0,228 [mm] y el largo efectivo es de 40 [mm].

Los valores del prior para la densidad de la capa piezoeléctrica (ρ_p), la constante de campo eléctrico (s_{11}^E), la constante de carga piezoeléctrica (d_{31}), la constante dieléctrica ($\epsilon_{33}^t/\epsilon_o$) y la razón de amortiguamiento (ζ) son los mismos considerados en el análisis robusto previo (sección 8.1), donde se considera que siguen una distribución gaussiana.

Como no se dispone de información sobre la densidad de la subestructura (ρ_s) y el modulo de Young de la subestructura (Y_s), el prior de estos valores sera una FDP constante, comprendida en un amplio rangos de valores que podría tomar.

Considerando todo lo ya mencionado, se aplicaron las técnicas bayesianas, de las cuales se llego al ajuste mostrado en la figura 9.3 y los valores actualizados de los parámetros electromecánicos presentados en la tabla 9.2, donde se presentan los valores medios actualizados con sus CV entre paréntesis.

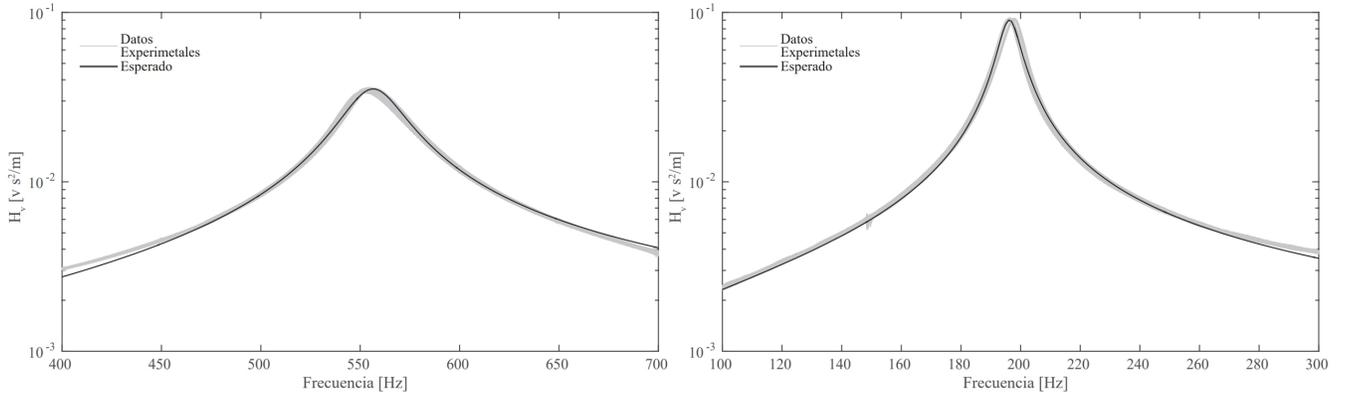


Figura 9.3: Ajuste bayesiano y mediciones experimentales (a) PZT-A-05 (b) PZT-B-06

Tabla 9.2: Parámetros electromecánicos de los CEPs, actualizado por medio de un ajuste bayasiano

	Modelo A			Modelo B		
Densidad Subestructura (ρ_s)	6335,25	[kg/m ³]	(41,06 %)	13355	[kg/m ³]	(35,48 %)
Modulo de Young Subestructura (Y_s)	22,44	[GPa]	(198,35 %)	87,12	[GPa]	(266,37 %)
Constante Campo Electrico (s_{11}^E)	18,8 10 ⁻¹²	[m ² N ⁻¹]	(4,18 %)	14,06 10 ⁻¹²	[m ² N ⁻¹]	(8,50 %)
Constante Carga Piezoeléctrica (d_{31})	-295,55	[PC/N]	(4,26 %)	-246,02	[PC/N]	(4,64 %)
Constante Dieléctrica (ϵ_{33}^t)	3,42 10 ⁻⁸		(12,44 %)	11,46 10 ⁻⁸		(5,52 %)
Densidad PZT (ρ_p)	7396,2	[kg/m ³]	(10,03 %)	7376,0	[kg/m ³]	(16,51 %)
Razon de Amortiguamiento (ζ)	0,0178		(3,82 %)	0,0158		(3,29 %)

El ajuste bayesiano se aproxima de buena forma a los datos experimentales, en el caso del modelo A la frecuencia natural del ajuste es de 556 Hz y la amplitud máxima es de 0,0357 mientras que el valor medio de los datos experimentales de 554,94 Hz y 0,0357 respectivamente. Para el modelo B la frecuencia natural del ajuste es de 196 Hz y la amplitud máxima es de 0,0904 mientras que el valor medio de los datos experimentales de 196,47 Hz y 0,0912 respectivamente. Es decir en todos los casos diferencias menores al 1 %

Con los parámetros actualizados del análisis bayesiano, presentados en la tabla 9.2, se realiza una propagación de incertidumbres mediante el método de Montecarlo definiendo un área de confiabilidad del 80 % y comparándolo con los datos obtenidos experimentalmente, tal como se presenta en la figura 9.4. El límite inferior del área de probabilidad se define como el umbral para una probabilidad de superación del 90 % (es decir, hay una probabilidad del 90 % de que la respuesta este por encima de esta línea), mientras que el límite superior define el umbral para una probabilidad de excedencia del 10 % (es decir, hay una probabilidad del 10 % de que la respuesta esté por encima de esta línea).

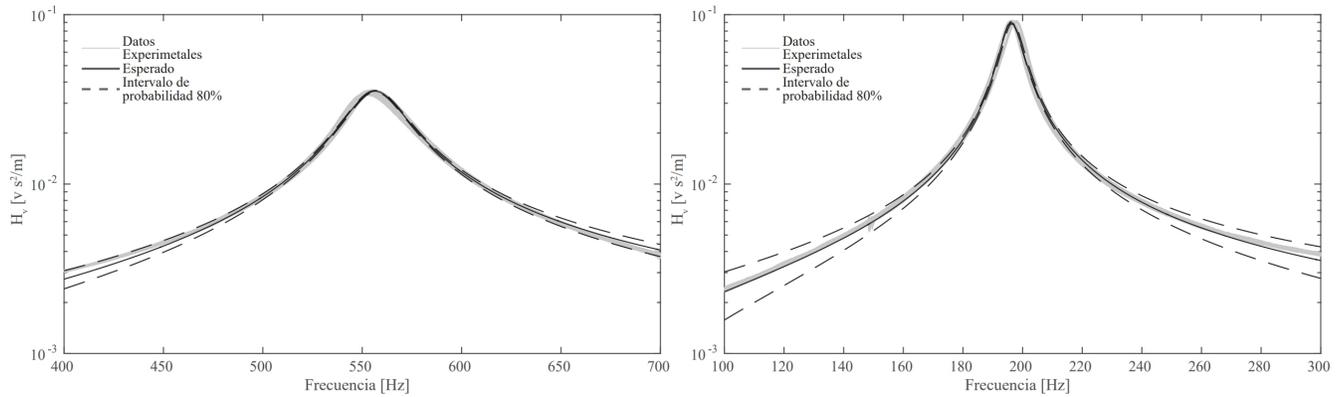


Figura 9.4: Ajuste bayesiano, intervalo de probabilidad del 80 % y mediciones experimentales (a) PZT-A-05 (b) PZT-B-06

En la figura 9.4 se puede notar que las mediciones experimentales se encuentran dentro del área de probabilidad, lo cual muestra la gran utilidad del análisis bayesiano para poder realizar predicciones de la respuesta futura de un CEP en particular cuando se dispone de datos experimentales de ella.

Conclusión

Se desarrolló un banco de pruebas capaz de determinar la FRF de los CEPs. Con el cual, mediante un protocolo de pruebas, es capaz de cuantificar las incertidumbres relacionadas con (1) la dispersión basal, (2) proceso de instalación y (3) las tolerancias de fabricación y variaciones de las propiedades electromecánicas de los materiales. El montaje experimental facilita la caracterización experimental de la FRF por (i) la versatilidad para imponer distintos tipos de excitación y (ii) el diseño adecuado del soporte, que permite el fácil montaje y desmontaje, además de reproducir de buena manera la condición de empotramiento.

Durante la caracterización geométrica se verificó lo reportado por la literatura respecto a las variabilidades de los parámetros. Si bien se encontraron dispersiones menores al 2,6 %, los valores medios discrepan en al menos un 10 % de los valores nominales.

Se estudiaron dos modelos de CEP, Modelo A y B, ambos con diferentes características nominales. Se ensayaron 20 CEP del modelo A y 9 CEP del modelo B. Cada medición se repitió 20 veces para disminuir los errores estadísticos. Los resultados se utilizaron para contrastarlos con el intervalo de probabilidad predicho por un marco de propagación de incertidumbres, basado en un análisis robusto previo.

A partir de las observaciones de incertidumbres mediante mediciones experimentales se encontró que, el ruido basal produce variaciones en la amplitud de la FRF de hasta un 4 % y 7 % del valor medio para los modelos A y B, respectivamente. El proceso de instalación reveló un incremento en la dispersión de la FRF, presentando variaciones de hasta el 11 % para el modelo A y hasta el 18 % para el modelo B, ambos referidos a su valor medio. Cuando se estudio todo el conjunto de CEPs, las variaciones de la amplitud de la FRF aumento notoriamente, presentando variaciones de hasta el 65 % en el modelo A y hasta el 70 % en modelo B.

En general, todas las FRF identificadas (para todos los casos estudiados) se encuentran dentro del intervalo de confianza predicho el análisis robusto previo. La variación encontrada en la identificación experimental de las FRFs de CEPs teóricamente idénticos justifica el uso el uso de un procedimiento de propagación de incertidumbres y demuestra la adecuación del procedimiento numérico.

Los datos experimentales obtenidos para dos colectores en particular de cada modelo, se utilizaron adoptando las técnicas bayesianas para actualizar las variaciones de los parámetros electromecánicos y así ajustar de buena forma un área de probabilidad para poder estimar futuras respuestas.

Bibliografía

- [1] A. Erturk and D. J. Inman, “A distributed parameter electromechanical model for cantilevered piezoelectric energy harvesters,” *Journal of vibration and acoustics*, vol. 130, no. 4, p. 041002, 2008.
- [2] F. Goldschmidtboeing and P. Woias, “Characterization of different beam shapes for piezoelectric energy harvesting,” *Journal of micromechanics and microengineering*, vol. 18, no. 10, p. 104013, 2008.
- [3] M. F. Ashby, “Materials selection in mechanical design,” *MRS Bull*, vol. 30, no. 12, p. 995, 2005.
- [4] “Sinocera,” <http://www.sinocera.net/>, 2016.
- [5] J. L. Beck and A. A. Taflanidis, “Prior and posterior robust stochastic predictions for dynamical systems using probability logic,” *International Journal for Uncertainty Quantification*, vol. 3, no. 4, 2013.
- [6] J. L. Beck and L. S. Katafygiotis, “Updating models and their uncertainties. i: Bayesian statistical framework,” *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 124, no. 4, pp. 455–461, 1998.
- [7] L. D. Lutes, *Stochastic analysis of structural and mechanical vibrations*. Prentice Hall, 1997.
- [8] R. O. Ruiz and V. Meruane, “Uncertainties propagation and global sensitivity analysis of the frequency response function of piezoelectric energy harvesters,” *Smart Materials and Structures*, vol. 26, no. 6, p. 065003, 2017.
- [9] S. C. Stanton, A. Erturk, B. P. Mann, E. H. Dowell, and D. J. Inman, “Nonlinear nonconservative behavior and modeling of piezoelectric energy harvesters including proof mass effects,” *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 23, no. 2, pp. 183–199, 2012.
- [10] Q.-M. Wang, Q. Zhang, B. Xu, R. Liu, and L. E. Cross, “Nonlinear piezoelectric behavior of ceramic bending mode actuators under strong electric fields,” *Journal of Applied Physics*, vol. 86, no. 6, pp. 3352–3360, 1999.
- [11] J. Largeault, “Papers on probability, statistics, and statistical physics,” 1986.

Anexos

Anexo A

Tabla A.3: Ancho (b) y espesor total ($2h_p + h_s$) medido de los 20 CEPs del modelo A

N CEP	Espesor Total ($2h_p + h_s$) [mm]	Ancho (b) [mm]
1	0,728	10,046
2	0,713	9,979
3	0,733	10,032
4	0,742	10,054
5	0,714	9,983
6	0,731	10,031
7	0,732	10,033
8	0,744	9,991
9	0,738	10,055
10	0,738	10,011
11	0,738	10,026
12	0,722	9,995
13	0,726	10,051
14	0,734	10,052
15	0,717	10,058
16	0,737	10,055
17	0,722	10,024
18	0,748	9,978
19	0,721	10,035
20	0,734	10,032

Anexo B

Tabla B.4: Ancho (b) y espesor total ($2h_p + h_s$) medido de los 9 CEPs del modelo B

N CEP	Espesor ($2h_p + h_s$) [mm]	Ancho (b) [mm]
1	0,710	10,069
2	0,739	10,056
3	0,712	10,079
4	0,707	10,092
5	0,735	10,055
6	0,689	10,053
7	0,730	10,047
8	0,685	10,061
9	0,714	10,064

Anexo C

Considerando que el voltaje generado como la respuesta libre, esta dado por la siguiente expresión.

$$v(t) = Ae^{-\zeta\omega_n t} \cos(\omega_d t - \phi) \quad (\text{C.1})$$

Tomando dos instantes t_1 y t_2 , tales que se cumpla que $t_2 = t_1 + nT_d$. Donde T_d es el periodo de oscilación. La razón entre el voltaje en el instante t_1 y t_2 , esta dado por:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{Ae^{-\zeta\omega_n t_1} \cos(\omega_d t_1 - \phi)}{Ae^{-\zeta\omega_n t_2} \cos(\omega_d t_2 - \phi)} \quad (\text{C.2})$$

Dado que $\omega_d T_d = 2\pi$, la razón entre x_1 y x_2 , se puede reduce a.

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{e^{-\zeta\omega_n t_1}}{e^{-\zeta\omega_n t_2}} = e^{\zeta\omega_n (t_2 - t_1)} \quad (\text{C.3})$$

Se define el decremento logarítmico, denotado por δ .

$$\delta = \ln\left(\frac{v_1}{v_2}\right) \quad (\text{C.4})$$

Considerando la expresión (C.3), el decremento logarítmico se puede expresar como,

$$\delta = \zeta\omega_n (t_2 - t_1) \quad (\text{C.5})$$

Expresándolo en función del periodo de oscilación (T_d).

$$\delta = \zeta\omega_n n T \quad (\text{C.6})$$

Como $T_d = \frac{2\pi}{\omega_d}$, se puede expresar como,

$$\delta = \zeta\omega_n n \frac{2\pi}{\omega_d} \quad (\text{C.7})$$

Ahora bien la frecuencia amortiguada (ω_d), se define como $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$.

$$\delta = \zeta\omega_n n \frac{2\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}} \quad (\text{C.8})$$

Simplificando,

$$\delta = \zeta n \frac{2\pi}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \quad (\text{C.9})$$

Finalmente despejando el amortiguamiento en función del decremento logarítmico. Se llega a:

$$\zeta = \sqrt{\frac{\delta^2}{(2\pi n)^2 + \delta^2}} \quad (\text{C.10})$$

Anexo D

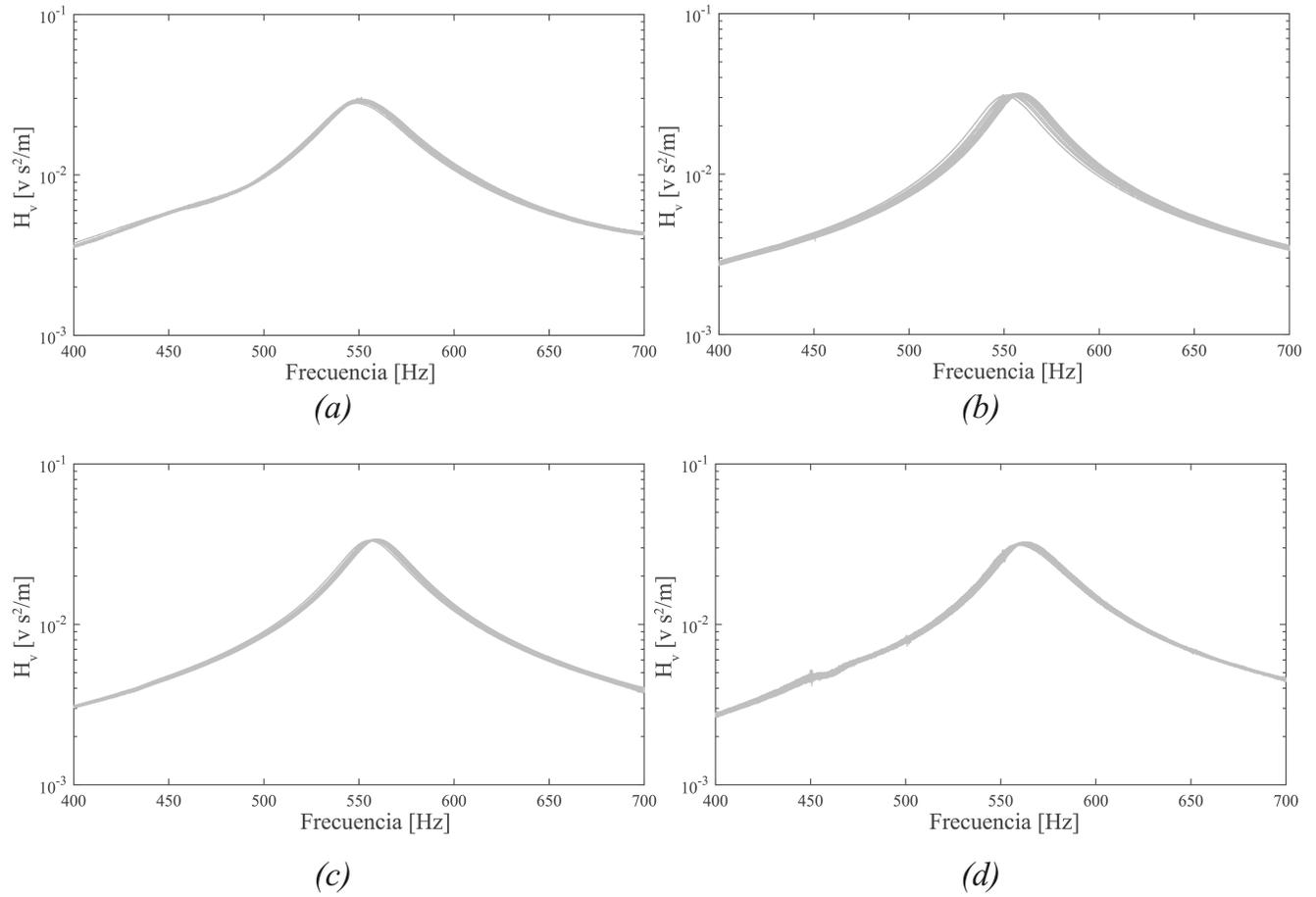


Figura D.1: 20 Mediciones de la FRF (a) PZT-A-01 (b) PZT-A-02 (c) PZT-A-03 (d) PZT-A-04

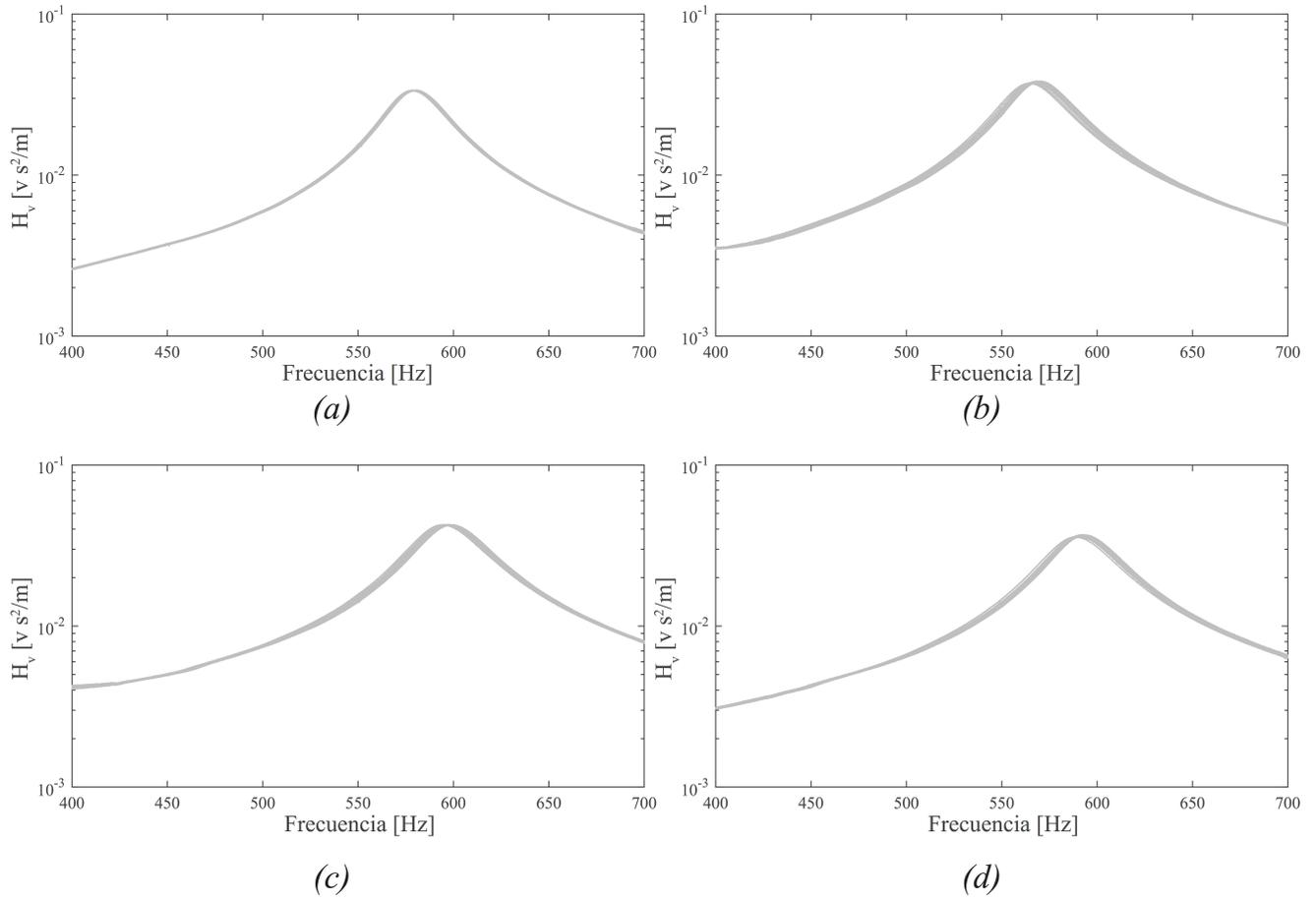


Figura D.2: 20 Mediciones de la FRF (a) PZT-A-05 (b) PZT-A-06 (c) PZT-A-07 (d) PZT-A-08

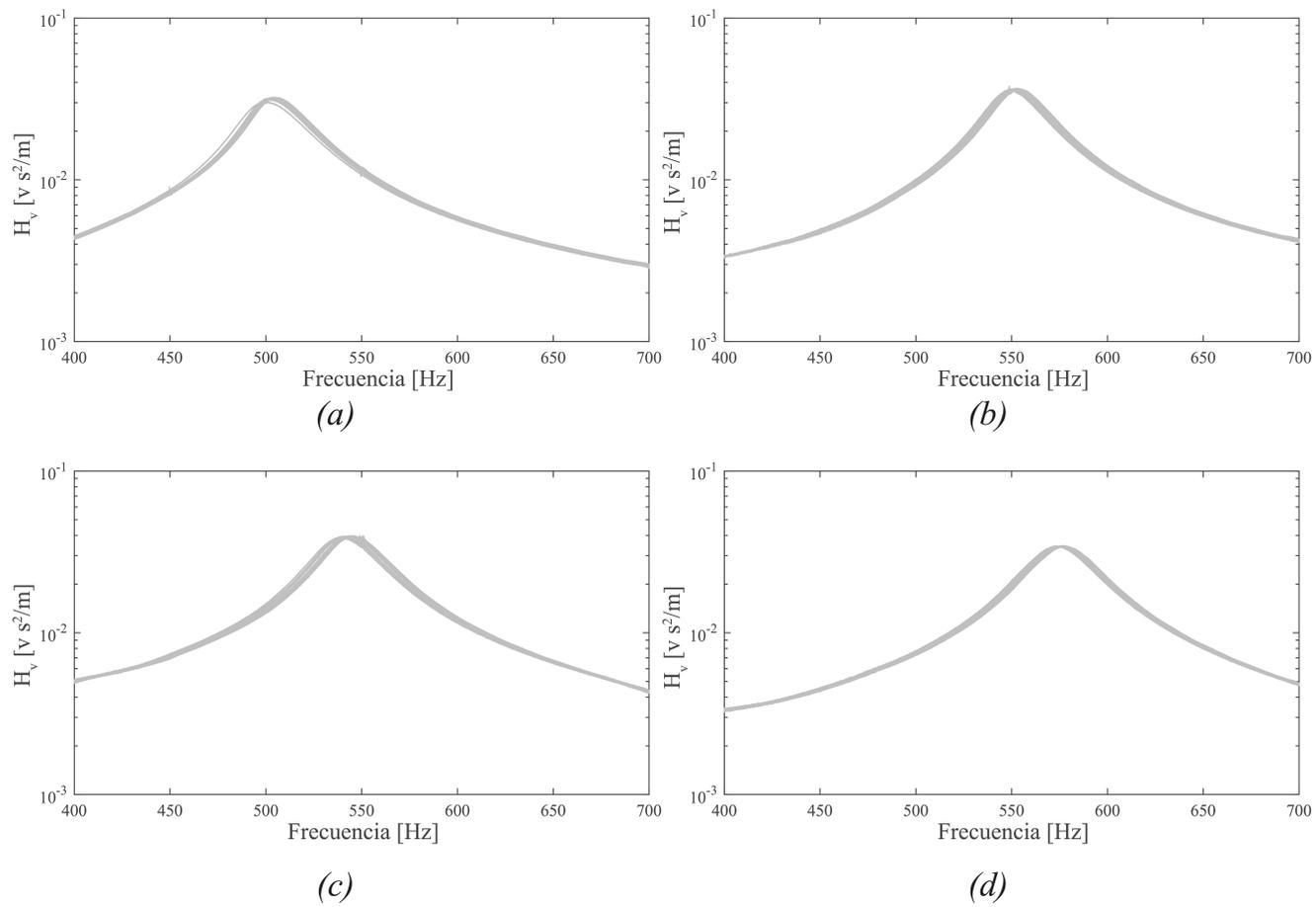


Figura D.3: 20 Mediciones de la FRF (a) PZT-A-09 (b) PZT-A-10 (c) PZT-A-11 (d) PZT-A-12

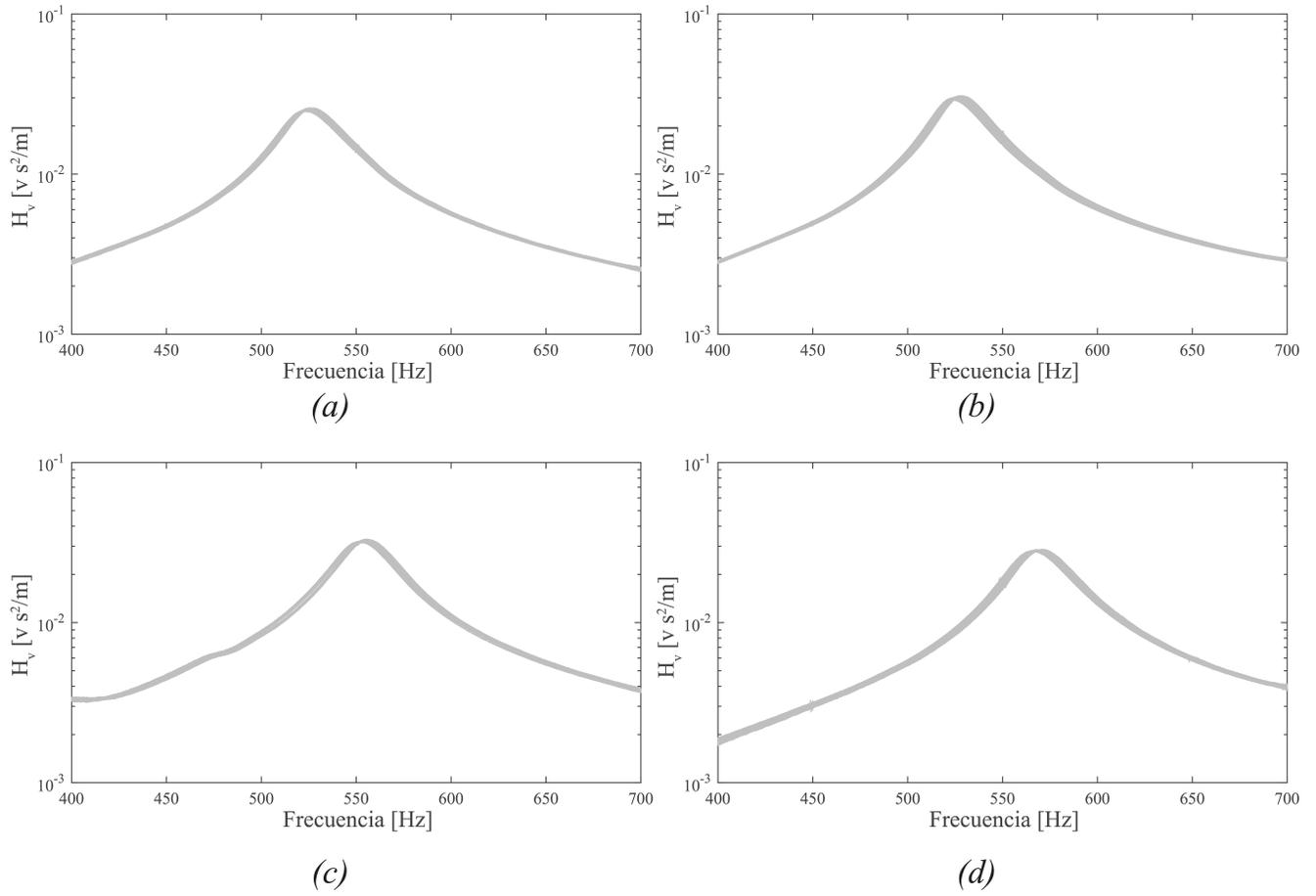


Figura D.4: 20 Mediciones de la FRF (a) PZT-A-13 (b) PZT-A-14 (c) PZT-A-15 (d) PZT-A-16

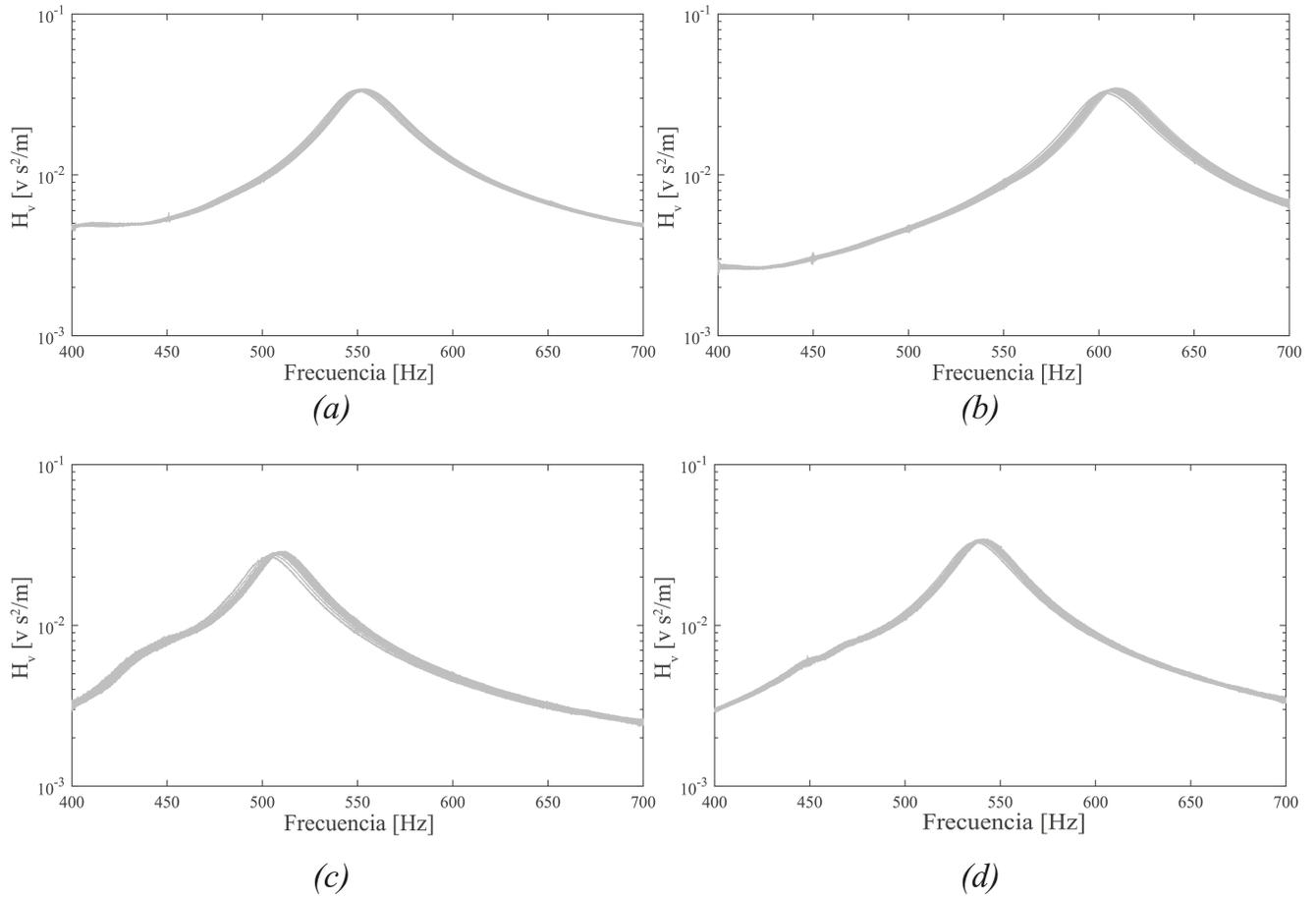


Figura D.5: 20 Mediciones de la FRF (a) PZT-A-17 (b) PZT-A-18 (c) PZT-A-19 (d) PZT-A-20

Anexo E

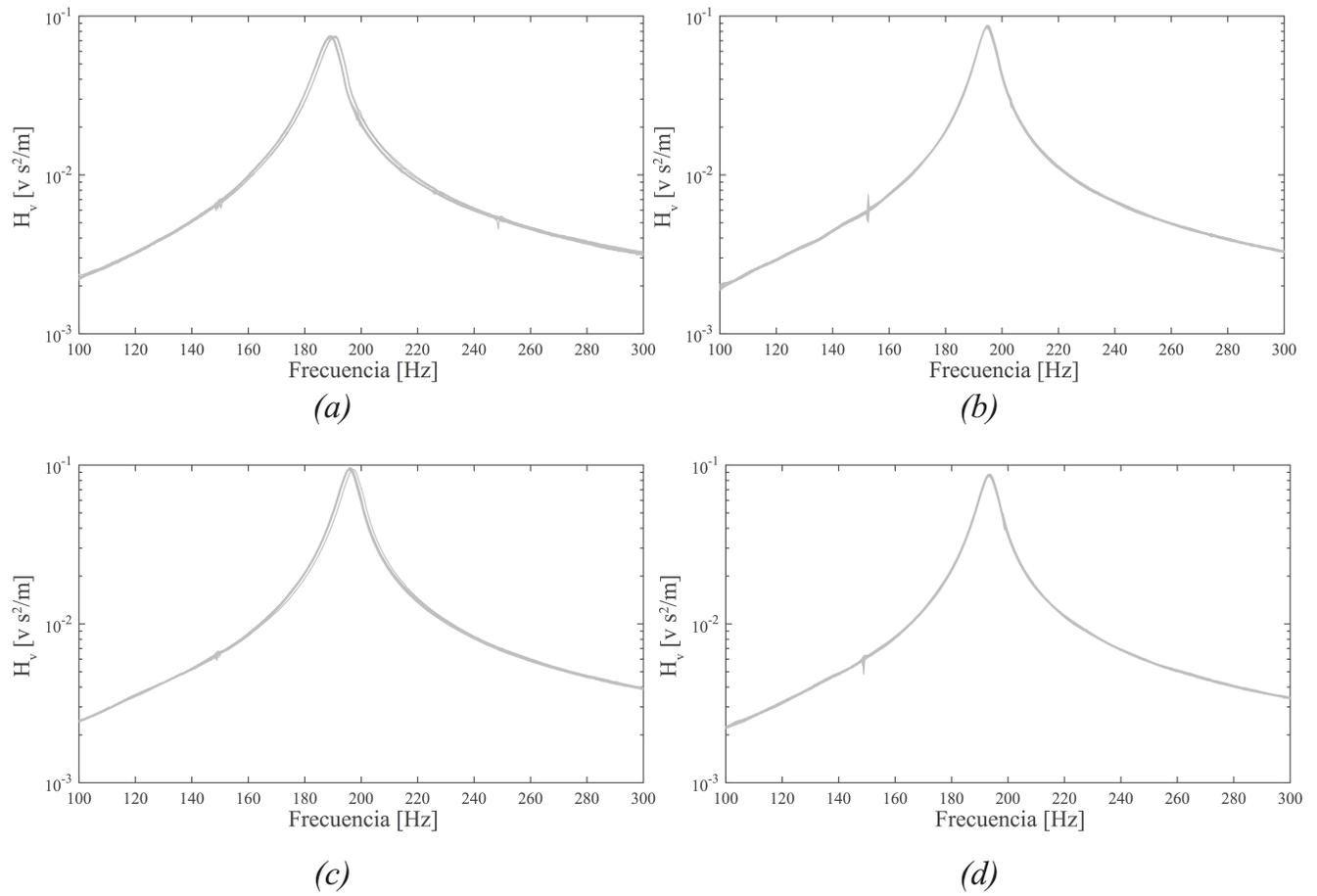


Figura E.1: 20 Mediciones de la FRF (a) PZT-B-01 (b) PZT-B-02 (c) PZT-B-03 (d) PZT-B-04

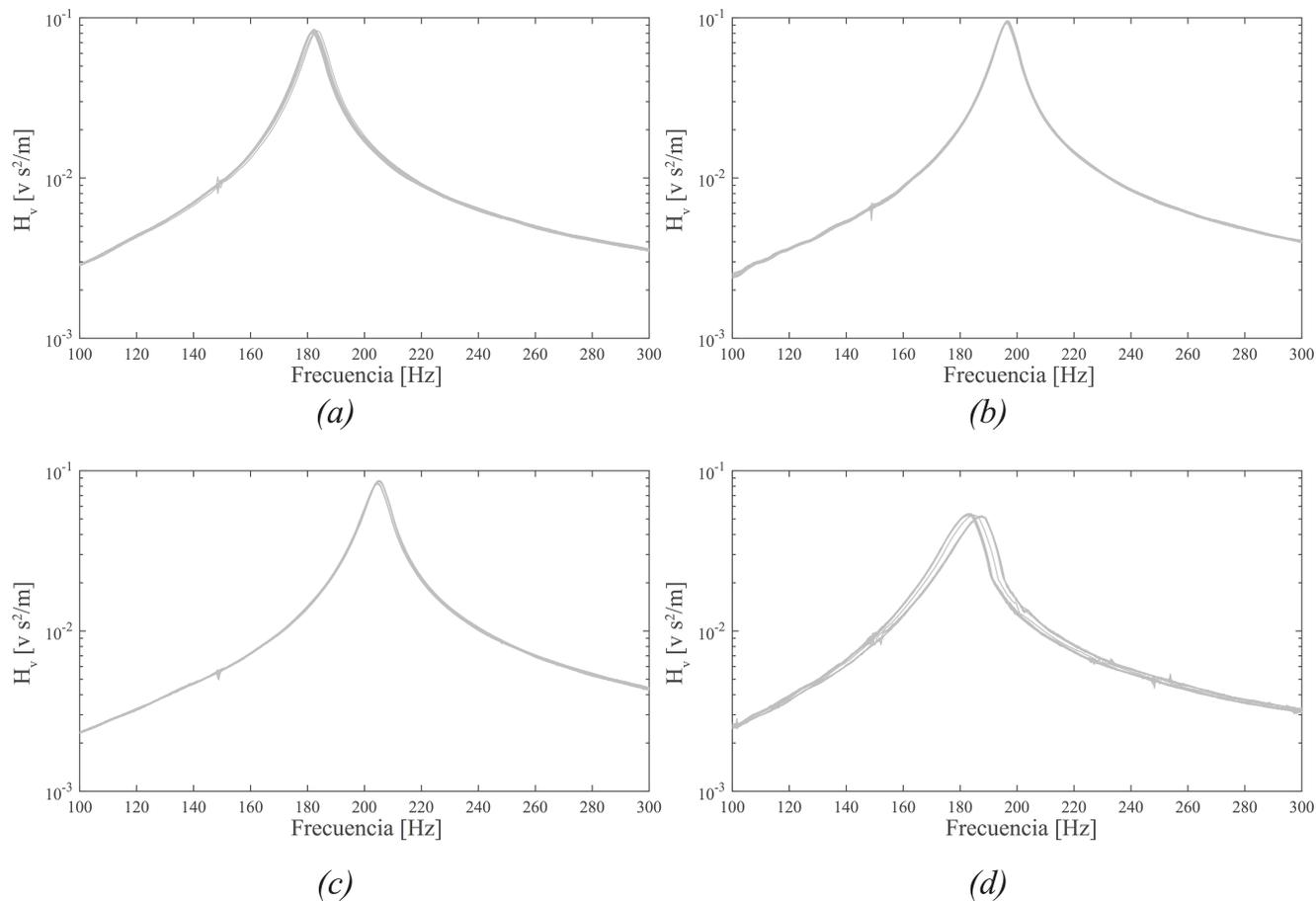


Figura E.2: 20 Mediciones de la FRF (a) PZT-B-05 (b) PZT-B-06 (c) PZT-B-07 (d) PZT-B-08

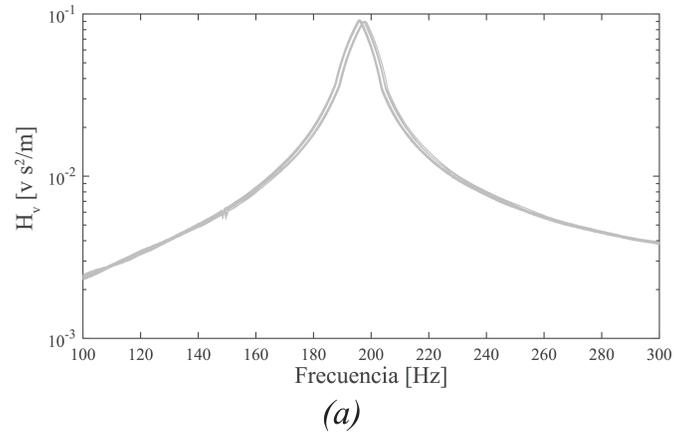


Figura E.3: 20 Mediciones de la FRF, PZT-B-9