



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

FLUIDO DINÁMICA EN MINERÍA. SIMULACIÓN CFD DE FEEDWELL DE  
ESPESADORES DE RELAVES

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE  
INGENIERO CIVIL MECÁNICO

GONZALO LUIS MUÑOZ FIGUEROA

PROFESOR GUÍA:  
ALVARO VALENCIA MUSALEM

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
GONZALO MONTES ATENAS  
WILLIAMS CALDERÓN MUÑOZ

SANTIAGO DE CHILE  
2018

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR  
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MECÁNICO  
POR: GONZALO LUIS MUÑOZ FIGUEROA  
FECHA: 2018  
PROF. GUÍA: ALVARO VALENCIA MUSALEM

## FLUIDO DINÁMICA EN MINERÍA. SIMULACIÓN CFD DE FEEDWELL DE ESPESADORES DE RELAVES

En esta memoria se estudia el comportamiento fluido-dinámico del relave de cobre en diferentes geometrías de feedwells de espesadores de relave. Una de las principales razones por la cual se realiza este estudio, corresponde a la necesidad del país de recuperar el recurso hidráulico en uno de los tratamientos más utilizados como lo es el espesamiento.

El principal objetivo de esta memoria consiste en encontrar la geometría del feedwell que cumpla de mejor manera con los criterios de diseños buscados en estos alimentadores, siendo el criterio más buscado la distribución homogénea a la salida del feedwell. Para cumplir con este objetivo, se realiza una recopilación de antecedentes tanto del comportamiento del relave como de estudios realizados a diferentes geometrías del feedwell.

Luego se generan las 8 geometrías estudiadas mediante software CAD Autodesk Inventor 2017, para luego importar cada geometría en ANSYS Fluent v17.1 y generar el mallado y condiciones de bordes adecuadas para cada geometría. Posteriormente se realizan las simulaciones en estado estacionario mediante el modelo de turbulencia  $k-\varepsilon$  estándar y así obtener los resultados para cada simulación. Por último, mediante el software MATLAB R2015a se realiza un análisis numérico de los datos obtenidos mediante la simulación, con el fin de comparar las distintas geometrías en base a los criterios de diseño.

Dentro de los resultados más importantes que se logra es generar una metodología en base a un análisis numérico para poder comparar las distintas geometrías estudiadas, el cual nos dice que las mejoras en las geometrías de los feedwells, como lo es añadir una alimentación tangencial, un baffle o un cono de distribución, permiten una distribución más homogénea a la salida del feedwell, siendo estas mejoras compatibles y generando como resultado que el feedwell cerrado con baffle y alimentación tangencial, cumple de mejor manera con los criterios de diseño.

*Mi trabajo de título se lo dedico a mi familia que siempre ha confiado en mí. Los amo.*

# Agradecimientos

Quiero agradecer a todas las personas que me han apoyado durante estos 6 largos años que he pasado por esta Universidad.

En primer lugar, a mi madre que desde que era pequeño ha confiado en mí y me ha dado todas las herramientas para ser la persona que soy en estos momentos, a mis hermanos que siempre me han apoyado y han confiado en mí, a mi abuela que ha echo todo para que sus nietos tengan la posibilidad de estudiar lo más tranquilos posible, a mi padre que me dio la posibilidad de estudiar, a mi tío que me enseñó muchas cosas las cuales me ayudaron a conseguir esta meta.

A mi profesor guía , Álvaro Valencia, que me entrego y guío todo lo necesario para completar este trabajo de título, en conjunto con los miembros de mi comisión que me han enseñado mucho durante este último año. A todos mis amigos que he conocido durante este largo periodo en la universidad (beto, beto blanco, alerta, dani, felipe, pedro, marya, pepino, coloso, arturo, lucho, ferrada, jony, etc.), a todas esas personas que hicieron más grato el ambiente, a mis amigos de la vida (berrios, jaime y pipe) que muchas veces me hicieron salir de la burbuja que se genera en esos difíciles periodos de estrés.

Por último, quiero hacer mención especial a grandes amigos míos que me han ayudado en este proceso de memoria, Beto blanco que me ayudo a generar un método crucial en la presente memoria, también a Jony que nos hemos ayudado mutuamente en este proceso.

# Tabla de Contenido

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Motivación . . . . .	1
1.2. Objetivos . . . . .	2
1.2.1. Objetivo General . . . . .	2
1.2.2. Objetivos Específicos . . . . .	2
1.3. Alcances . . . . .	2
<b>2. Antecedentes</b>	<b>3</b>
2.1. Clasificación de los fluidos . . . . .	3
2.1.1. Fluido Newtoniano . . . . .	3
2.1.2. Fluido No Newtoniano . . . . .	4
2.1.3. Fluidos No Newtonianos independientes del tiempo . . . . .	4
2.2. Características del relave . . . . .	6
2.2.1. Concentración de sólidos . . . . .	6
2.3. Sedimentación . . . . .	7
2.4. Espesadores . . . . .	8
2.5. Feedwell . . . . .	10
2.5.1. Tipos de feedwell . . . . .	10
2.5.2. Criterios de diseño de un feedwell . . . . .	11
2.5.3. Estudios de comparación entre distintos feedwells . . . . .	12
2.6. Validación . . . . .	13
2.7. Antecedentes de modelación computacional . . . . .	15
2.7.1. Modelo de turbulencia $k-\varepsilon$ estándar . . . . .	15
2.7.2. Condición de borde modelo de turbulencia . . . . .	17
2.7.3. Modelo de fase discreta . . . . .	17
<b>3. Metodología</b>	<b>19</b>
3.1. Metodología para análisis numérico . . . . .	20
<b>4. Simulación en ANSYS Fluent</b>	<b>24</b>
4.1. Condiciones de operación . . . . .	24
4.2. Consideraciones Mallado . . . . .	25
4.3. Modelos a utilizar . . . . .	25
4.3.1. Modelo viscoso $k-\varepsilon$ estándar . . . . .	25
4.3.2. Modelo de fase discreta (DPM) . . . . .	26
4.4. Método de solución . . . . .	27

<b>5. Resultados</b>	<b>29</b>
5.1. Validación . . . . .	29
5.1.1. Geometría . . . . .	29
5.1.2. Volumen de control . . . . .	31
5.1.3. Mallado . . . . .	31
5.1.4. Condiciones de borde . . . . .	32
5.1.5. Planos de velocidad . . . . .	33
5.1.6. Caudales . . . . .	34
5.2. Caso 1: feedwell abierto . . . . .	35
5.2.1. Geometría . . . . .	35
5.2.2. Volumen de control . . . . .	35
5.2.3. Mallado . . . . .	36
5.2.4. Condiciones de borde . . . . .	38
5.2.5. Caudales . . . . .	39
5.2.6. Streamline . . . . .	39
5.2.7. Partículas . . . . .	40
5.2.8. Campo de velocidades a la salida del feedwell . . . . .	41
5.2.9. Energía cinética turbulenta a la salida del feedwell . . . . .	41
5.3. Caso 2: feedwell abierto tangencial . . . . .	42
5.3.1. Geometría . . . . .	42
5.3.2. Volumen de control . . . . .	43
5.3.3. Mallado . . . . .	44
5.3.4. Condiciones de borde . . . . .	46
5.3.5. Caudal . . . . .	47
5.3.6. Streamline . . . . .	47
5.3.7. Partículas . . . . .	48
5.3.8. Campo de velocidades a la salida del feedwell . . . . .	49
5.3.9. Energía cinética turbulenta a la salida del feedwell . . . . .	49
5.4. Caso 3: Feedwell Cerrado . . . . .	50
5.4.1. Geometría . . . . .	50
5.4.2. Volumen de control . . . . .	51
5.4.3. Mallado . . . . .	52
5.4.4. Condiciones de borde . . . . .	54
5.4.5. Caudal . . . . .	55
5.4.6. Streamline . . . . .	55
5.4.7. Partículas . . . . .	56
5.4.8. Campo de velocidades a la salida del feedwell . . . . .	57
5.4.9. Energía cinética turbulenta a la salida del feedwell . . . . .	57
5.5. Caso 4: feedwell cerrado tangencial . . . . .	58
5.5.1. Geometría . . . . .	58
5.5.2. Volumen de control . . . . .	59
5.5.3. Mallado . . . . .	60
5.5.4. Condiciones de borde . . . . .	62
5.5.5. Caudal . . . . .	63
5.5.6. Streamline . . . . .	63
5.5.7. Partículas . . . . .	64
5.5.8. Campo de velocidades a la salida del feedwell . . . . .	65

5.5.9.	Energía cinética turbulenta a la salida del feedwell . . . . .	65
5.6.	Caso 5: Feedwell con baffle . . . . .	66
5.6.1.	Geometría . . . . .	66
5.6.2.	Volumen de control . . . . .	68
5.6.3.	Mallado . . . . .	69
5.6.4.	Condiciones de borde . . . . .	71
5.6.5.	Caudal . . . . .	72
5.6.6.	Streamline . . . . .	72
5.6.7.	Partículas . . . . .	72
5.6.8.	Campo de velocidades a la salida del feedwell . . . . .	73
5.6.9.	Energía cinética turbulenta a la salida del feedwell . . . . .	74
5.7.	Caso 6: feedwell con baffle y alimentación tangencial . . . . .	75
5.7.1.	Geometría . . . . .	75
5.7.2.	Volumen de control . . . . .	77
5.7.3.	Mallado . . . . .	77
5.7.4.	Condiciones de borde . . . . .	79
5.7.5.	Caudal . . . . .	80
5.7.6.	Streamline . . . . .	80
5.7.7.	Partículas . . . . .	81
5.7.8.	Campo de velocidades a la salida del feedwell . . . . .	82
5.7.9.	Energía cinética turbulenta a la salida del feedwell . . . . .	82
5.8.	Caso 7: feedwell cerrado con baffle . . . . .	83
5.8.1.	Geometría . . . . .	83
5.8.2.	Volumen de control . . . . .	84
5.8.3.	Mallado . . . . .	85
5.8.4.	Condiciones de borde . . . . .	87
5.8.5.	Caudal . . . . .	88
5.8.6.	Streamline . . . . .	88
5.8.7.	Partículas . . . . .	89
5.8.8.	Campo de velocidades a la salida del feedwell . . . . .	90
5.8.9.	Energía cinética turbulenta a la salida del feedwell . . . . .	90
5.9.	Caso 8: feedwell cerrado con baffle y alimentación tangencial . . . . .	91
5.9.1.	Geometría . . . . .	91
5.9.2.	Volumen de control . . . . .	92
5.9.3.	Mallado . . . . .	93
5.9.4.	Condiciones de borde . . . . .	95
5.9.5.	Caudal . . . . .	96
5.9.6.	Streamline . . . . .	96
5.9.7.	Partículas . . . . .	97
5.9.8.	Salida del feedwell plano de velocidad . . . . .	98
5.9.9.	Energía cinética turbulenta a la salida del feedwell . . . . .	98
<b>6.</b>	<b>Análisis de resultados</b>	<b>100</b>
6.1.	Validación de los resultados . . . . .	100
6.2.	Conservación de la masa . . . . .	100
6.3.	Análisis numérico . . . . .	101

<b>7. Conclusiones</b>	<b>105</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>106</b>



# Índice de Tablas

2.1. Tipos de feedwell estudiados. . . . .	11
3.1. Datos obtenidos Ansys Fluent 17.1 . . . . .	20
3.2. Datos en coordenadas cilíndricas . . . . .	21
4.1. Datos relave . . . . .	24
4.2. Propiedades partículas inyectadas . . . . .	27
5.1. Datos fluido validación . . . . .	29
5.2. Características de la malla feedwell abierto tangencial validación . . . . .	32
5.3. Calidad de la malla feedwell cerrado con baffle tangencial . . . . .	32
5.4. Condiciones de borde a la entrada del feedwell . . . . .	33
5.5. Conservación de masa . . . . .	34
5.6. Características de la malla feedwell abierto . . . . .	37
5.7. Calidad malla feedwell abierto . . . . .	38
5.8. Suma de flujos feedwell abierto . . . . .	39
5.9. Flujos de partículas feedwell abierto . . . . .	40
5.10. Características de la malla feedwell abierto tangencial . . . . .	45
5.11. Calidad malla feedwell abierto tangencial . . . . .	46
5.12. Suma de flujos feedwell abierto tangencial . . . . .	47
5.13. Flujos de partículas feedwell abierto tangencial . . . . .	48
5.14. Características de la malla feedwell cerrado . . . . .	53
5.15. Calidad malla feedwell cerrado . . . . .	54
5.16. Suma de flujos feedwell cerrado . . . . .	55
5.17. Flujos de partículas feedwell cerrado . . . . .	56
5.18. Características de la malla feedwell cerrado tangencial . . . . .	61
5.19. Calidad de la malla feedwell cerrado tangencial . . . . .	62
5.20. Suma de flujos feedwell cerrado tangencial . . . . .	63
5.21. Flujos de partículas feedwell cerrado tangencial . . . . .	64
5.22. Características de la malla feedwell con baffle . . . . .	70
5.23. Calidad de la malla feedwell con baffle . . . . .	71
5.24. Suma de flujos feedwell con baffle . . . . .	72
5.25. Flujos de partículas feedwell con baffle . . . . .	73
5.26. Características de la malla feedwell con baffle tangencial . . . . .	78
5.27. Calidad malla feedwell con baffle tangencial . . . . .	79
5.28. Suma de flujos feedwell con baffle tangencial . . . . .	80
5.29. Flujos de partículas feedwell con baffle tangencial . . . . .	81

5.30. Características de la malla feedwell cerrado con baffle . . . . .	86
5.31. Calidad de la malla feedwell cerrado con baffle . . . . .	87
5.32. Suma de flujos feedwell cerrado con baffle . . . . .	88
5.33. Flujos de partículas feedwell cerrado con baffle . . . . .	89
5.34. Características de la malla feedwell cerrado con baffle tangencial . . . . .	94
5.35. Calidad de la malla feedwell cerrado con baffle tangencial . . . . .	95
5.36. Suma de flujos feedwell cerrado con baffle . . . . .	96
5.37. Flujos de partículas feedwell cerrado con baffle tangencial . . . . .	97
6.1. desviación estándar curva de distribución de velocidades . . . . .	104

# Índice de Ilustraciones

2.1.	Gráfico Esfuerzo de corte vs Velocidad de deformación . . . . .	4
2.2.	Zonas generadas en el interior de un Espesador de Relaves . . . . .	9
2.3.	Isométrico espesador de Relave . . . . .	10
2.4.	Vista frontal espesador de relave . . . . .	10
2.5.	Tipos de feedwell . . . . .	11
2.6.	Simulación CFD Feedwells abiertos . . . . .	12
2.7.	Geometrías de Feedwells . . . . .	13
2.8.	Campo de velocidades en diferentes Feedwell . . . . .	13
2.9.	Simulación CFD predicción de la velocidad vertical para 3 caudales de operación	14
2.10.	Simulación CFD predicción de la distribución de sólidos para 3 caudales de operación, lado izquierdo dentro del feedwell, lado derecho todo el espesador	15
2.11.	Simulación CFD predicción de la velocidad de deformación dentro del feedwell para 3 caudales de operación . . . . .	15
3.1.	Plano de velocidades a la salida del feedwell abierto con alimentación tangen- cial y baffle . . . . .	20
3.2.	Datos entre $\theta=0$ y $\theta=30$ . . . . .	21
3.3.	Velocidad vs Radio . . . . .	22
3.4.	Curva de distribución completamente homogénea . . . . .	23
4.1.	Parámetros modelo k- $\varepsilon$ estándar utilizado . . . . .	26
4.2.	Parámetros modelo DPM utilizado . . . . .	27
5.1.	Vista frontal Feedwell abierto validación, dimensiones en mm . . . . .	30
5.2.	Vista superior Feedwell abierto validación, dimensiones en mm . . . . .	30
5.3.	Vista isométrica Feedwell abierto validación . . . . .	30
5.4.	Volumen de control feedwell abierto tangencial, validación . . . . .	31
5.5.	Malla feedwell abierto tangencial, validación . . . . .	32
5.6.	Condiciones de borde feedwell abierto tangencial, validación . . . . .	33
5.7.	Planos de velocidad validación . . . . .	34
5.8.	Feedwell abierto vista frontal . . . . .	35
5.9.	Feedwell abierto vista isométrica . . . . .	35
5.10.	Volumen de control feedwell abierto . . . . .	36
5.11.	Malla feedwell abierto . . . . .	37
5.12.	Condiciones de borde feedwell abierto . . . . .	38
5.13.	Streamline feedwell abierto . . . . .	39
5.14.	Streamline partículas feedwell abierto . . . . .	40

5.15. Campo de velocidades a la salida del feedwell abierto . . . . .	41
5.16. Energía cinética turbulenta a la salida del feedwell abierto . . . . .	42
5.17. Feedwell abierto con alimentación tangencial vista frontal . . . . .	43
5.18. Feedwell abierto con alimentación tangencial vista isométrica . . . . .	43
5.19. Volumen de control feedwell abierto tangencial . . . . .	44
5.20. Malla feedwell abierto tangencial . . . . .	45
5.21. Condiciones de borde feedwell abierto tangencial . . . . .	46
5.22. Streamline feedwell abierto tangencial . . . . .	47
5.23. Streamline partículas feedwell abierto tangencial . . . . .	48
5.24. Campo de velocidades a la salida del feedwell abierto tangencial . . . . .	49
5.25. Energía cinética turbulenta a la salida del feedwell abierto tangencial . . . . .	50
5.26. Feedwell cerrado vista frontal . . . . .	51
5.27. Feedwell cerrado vista isométrica . . . . .	51
5.28. Volumen de control feedwell cerrado . . . . .	52
5.29. Malla feedwell cerrado . . . . .	53
5.30. Condiciones de borde feedwell cerrado . . . . .	54
5.31. Streamline feedwell cerrado . . . . .	55
5.32. Streamline partículas feedwell cerrado . . . . .	56
5.33. Campo de velocidades a la salida del feedwell cerrado . . . . .	57
5.34. Energía cinética turbulenta a la salida del feedwell cerrado . . . . .	58
5.35. Feedwell cerrado con alimentación tangencial vista frontal . . . . .	59
5.36. Feedwell cerrado con alimentación tangencial vista isométrica . . . . .	59
5.37. Volumen de control feedwell cerrado tangencial . . . . .	60
5.38. Malla feedwell cerrado tangencial . . . . .	61
5.39. Condiciones de borde feedwell cerrado tangencial . . . . .	62
5.40. Streamline feedwell cerrado tangencial . . . . .	63
5.41. Streamline partículas feedwell cerrado tangencial . . . . .	64
5.42. Campo de velocidades a la salida del feedwell cerrado tangencial . . . . .	65
5.43. Energía cinética turbulenta a la salida del feedwell cerrado tangencial . . . . .	66
5.44. Feedwell con baffle vista frontal . . . . .	67
5.45. Feedwell con baffle vista isométrica . . . . .	67
5.46. Feedwell con baffle vista superior . . . . .	68
5.47. Volumen de control feedwell con baffle . . . . .	69
5.48. Malla feedwell con baffle . . . . .	70
5.49. Condiciones de borde feedwell con baffle . . . . .	71
5.50. Streamline feedwell con baffle . . . . .	72
5.51. Streamline partículas feedwell con baffle . . . . .	73
5.52. Campo de velocidades a la salida del feedwell con baffle . . . . .	74
5.53. Energía cinética turbulenta a la salida del feedwell con baffle . . . . .	75
5.54. Feedwell con baffle y alimentación tangencial vista frontal . . . . .	76
5.55. Feedwell con baffle y alimentación tangencial vista isométrica . . . . .	76
5.56. Feedwell con baffle y alimentación tangencial vista superior . . . . .	76
5.57. Volumen de control feedwell con baffle tangencial . . . . .	77
5.58. Malla feedwell con baffle tangencial . . . . .	78
5.59. Condiciones de borde feedwell con baffle tangencial . . . . .	79
5.60. Streamline feedwell con baffle tangencial . . . . .	80
5.61. Streamline partículas feedwell con baffle tangencial . . . . .	81

5.62. Campo de velocidades a la salida del feedwell con baffle tangencial . . . . .	82
5.63. Energía cinética turbulenta a la salida del feedwell con baffle tangencial . . .	83
5.64. Feedwell cerrado con baffle vista frontal . . . . .	84
5.65. Feedwell cerrado con baffle vista isométrica . . . . .	84
5.66. Volumen de control feedwell cerrado con baffle . . . . .	85
5.67. Malla feedwell cerrado con baffle . . . . .	86
5.68. Condiciones de borde feedwell cerrado con baffle . . . . .	87
5.69. Streamline feedwell cerrado con baffle . . . . .	88
5.70. Streamline partículas feedwell cerrado con baffle . . . . .	89
5.71. Campo de velocidades a la salida del feedwell cerrado con baffle . . . . .	90
5.72. Energía cinética turbulenta a la salida del feedwell cerrado con baffle . . . .	91
5.73. Feedwell cerrado con baffle y alimentación tangencial vista frontal . . . . .	92
5.74. Feedwell cerrado con baffle y alimentación tangencial vista isométrica . . . .	92
5.75. Volumen de control feedwell cerrado con baffle tangencial . . . . .	93
5.76. Malla feedwell cerrado con baffle tangencial . . . . .	94
5.77. Condiciones de borde feedwell cerrado con baffle tangencial . . . . .	95
5.78. Streamline feedwell cerrado con baffle tangencial . . . . .	96
5.79. Streamline partículas feedwell cerrado con baffle tangencial . . . . .	97
5.80. Campo de velocidades a la salida del feedwell cerrado con baffle tangencial .	98
5.81. Energía cinética turbulenta a la salida del feedwell cerrado con baffle tangencial	99
6.1. Promedio de las velocidades a la salida del feedwell . . . . .	101
6.2. Promedio de la energía cinética turbulenta a la salida del feedwell . . . . .	101
6.3. Desviación estándar de la energía cinética turbulenta a la salida del feedwell	102
6.4. Desviación estándar de las velocidades a la salida del feedwell . . . . .	102
6.5. Curva de distribución velocidades . . . . .	103

# Capítulo 1

## Introducción

La minería en Chile juega un rol importante debido a que es uno de los principales sustentos económicos del país, es por esto que es de sumo interés el desarrollo eficiente en cada uno de los procesos en este tipo de industrias. En particular el tratamiento de residuos llamados relaves ha sido cada vez más importante debido al alto impacto ambiental y económico. El relave consiste en una mezcla de partículas sólidas finas y agua, dónde los sólidos están constituidos principalmente por el material presente en el yacimiento (al cual se le ha extraído el mineral comercial) [1].

Cuando esta pulpa (relave) posee un porcentaje de sólidos entre 30 % y 45 % de sólidos entra en un proceso de separación de sólido-líquido. En la mayoría de los procesos mineros e hidrometalúrgicos se utiliza la técnica de espesamiento debido a su alta capacidad y bajo costo. Esta técnica se realiza en equipos llamados espesadores de relaves, los cuales corresponden a estanques de gran diámetro y baja profundidad relativa. Estos espesadores contienen un alimentador llamado feedwell, el cual se encarga de que la alimentación de la pulpa sea adecuada para el proceso de sedimentación, siendo el diseño de este un factor importante en la eficiencia del equipo [2].

Lo que se busca en el diseño de un feedwell, es básicamente disipar la energía cinética que tiene el relave en la entrada de este, que realice una distribución homogénea del relave hacia el espesador, que el relave este el tiempo necesario para tener un eficiente uso de floculantes y que sea capaz de enfrentar de buena manera los cambios tanto en concentración de sólidos del relave como de su caudal.

### 1.1. Motivación

Debido a la gran utilización de agua en los procesos mineros, y la importancia que se le ha dado a este recurso en los últimos años, en particular la escasez de este recurso en el norte de Chile, es de suma importancia recuperar el agua a partir de los relaves, por lo que se busca recuperar la mayor cantidad de agua a partir de estos desechos, lo que proporcionará un claro aumento en la aceptación ambiental y en los costos de operación de la industria debido a la reutilización de agua en los procesos y disminución en la utilización de floculantes

(polímeros que aceleran la sedimentación). El diseño del feedwell tiene un gran impacto sobre la eficiencia de los espesadores de relave, por lo que su estudio provocaría una optimización en el proceso de sedimentación en la mayoría de las industrias mineras e hidrometalúrgicas del país. Es por esto que existe una constante interrogante en la industria minera que aún no se ha resuelto, la cual corresponde a ¿cuál es la geometría del feedwell más eficiente para los espesadores de relaves?, debido a esto es que mediante esta memoria se busca encontrar una respuesta a aquella interrogante a través de simulaciones CFD en diferentes geometrías del feedwell, observando el comportamiento del relave y en base a criterios de diseños que se buscan en el feedwell, se encontrará la geometría óptima de este componente.

## 1.2. Objetivos

### 1.2.1. Objetivo General

Evaluar distintas geometrías (8 en total) del feedwell que mejora, en comparación a un caso base la alimentación, en base a los criterios de diseño (a través de simulaciones CFD).

### 1.2.2. Objetivos Específicos

- Realizar las 8 geometrías en software CAD.
- Desarrollar simulaciones CFD mediante ANSYS para las diferentes geometrías de feedwell para un caudal y concentración de sólidos genérica.
- Establecer los criterios de comparación.
- Analizar los resultados obtenidos en base a los criterios establecidos.
- Concluir encontrando cual es la geometría que cumple de mejor manera la alimentación según los criterios de diseño.

## 1.3. Alcances

- El análisis económico no está contemplado en esta memoria.
- El estudio de floculantes no está contemplado en esta memoria.
- Las geometrías no serán diseñadas por el estudiante.
- El análisis será numérico, no experimental.
- Se compararán 8 geometrías de feedwells.

# Capítulo 2

## Antecedentes

En la presente sección se muestran los aspectos teóricos necesarios para comprender el trabajo de memoria, dónde se expone el comportamiento del relave, el proceso de sedimentación, funcionamiento y componentes de un espesador, tipos feedwell, criterios de diseños deseados del feedwell, tecnologías que han sido desarrolladas y antecedentes computacionales.

### 2.1. Clasificación de los fluidos

Un fluido corresponde a una sustancia que al aplicar un esfuerzo cortante (o tangencial) sobre ella, tiende a cambiar su forma, es decir se deforma de manera continua bajo la influencia de este esfuerzo cortante, sin importar lo pequeño que sea [3]. Estos fluidos pueden ser clasificados en dos grupos: newtoniano y no-newtoniano.

#### 2.1.1. Fluido Newtoniano

Los fluidos newtonianos corresponden a los fluidos en los cuales la razón de deformación es proporcional al esfuerzo cortante, y se describen mediante la siguiente ecuación:

$$\tau_c = \mu \cdot \dot{\gamma} \quad (2.1)$$

donde,

$\tau_c$ : Es el esfuerzo de corte [Pa].

$\mu$ : Corresponde a la viscosidad dinámica [Pa s].

$\dot{\gamma}$ : Es la tasa de deformación [ $s^{-1}$ ].

La mayoría de los fluidos comunes se comportan de esta manera, como por ejemplo el agua, el aire, el aceite y la gasolina corresponden a fluidos newtonianos.



### 2.1.2. Fluido No Newtoniano

Existen sustancias las cuales no siguen la ley de viscosidad de newton, es decir su viscosidad a cierta temperatura y presión es función del gradiente de velocidad o velocidad de deformación, se denominan fluidos no- newtonianos, en otras palabras, la relación entre el esfuerzo de corte y la razón (o velocidad) de deformación no es proporcional. Algunos ejemplos de este tipo de fluidos corresponden a la sangre, pinturas, mermeladas, etc. [4]. Este tipo de fluidos se pueden dividir en tres grupos:

- Fluidos no-newtonianos independientes del tiempo en dónde el esfuerzo de corte tiene la siguiente expresión [4] :

$$\tau_c = f(\dot{\gamma}) \quad (2.2)$$

- Fluidos no-Newtonianos dependientes del tiempo por lo que el esfuerzo de corte tiene una expresión aún más compleja, y corresponde a la siguiente [4]:

$$\tau_c = f(\dot{\gamma}, t, historia) \quad (2.3)$$

- Fluidos visco-elásticos, corresponden a fluidos en los que la energía de deformación se puede recuperar, al igual como sucede en los sólidos elásticos [4].

### 2.1.3. Fluidos No Newtonianos independientes del tiempo

Como se mencionó los fluidos no-newtonianos independientes del tiempo, sólo dependen de la velocidad de deformación. Dentro de estos fluidos existen 4 tipos, los cuales dependen del comportamiento del esfuerzo de corte en función de la velocidad, y se pueden visualizar de mejor manera en la Figura 2.1.

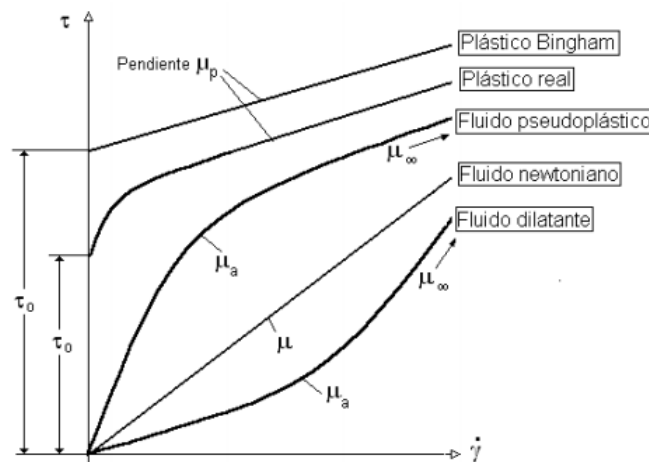


Figura 2.1: Gráfico Esfuerzo de corte vs Velocidad de deformación [4].

- **Plástico de Bingham:** se denominan plástico ideal o de Bingham a las sustancias o fluidos que para tensiones tangenciales inferiores a un valor característico  $\tau_0$  se comportan elásticamente y para un valor superior se comportan como fluido newtoniano, la ecuación que describe este tipo de fluidos es la siguiente [4]:

$$\tau_c = \tau_0 + \mu_p \cdot \dot{\gamma} \quad (2.4)$$

donde,

- $\tau_0$ : es la tensión tangencial de fluencia para que se inicie el flujo [Pa].
- $\mu_p$ : es el coeficiente de viscosidad plástica [Pa s].

Se puede definir la viscosidad plástica de un fluido a través de la siguiente ecuación [4]:

$$\frac{\mu_p}{\mu_{H_2O}} = \left(1 - \frac{\phi}{\phi_m}\right)^2 \quad (2.5)$$

donde,

- $\mu_{H_2O}$ : corresponde a la viscosidad del líquido [Pa s].
- $\phi$ : es la concentración volumétrica del fluido.
- $\phi_m$ : es la fracción máxima de empaquetamiento de sólidos.

Además, la tensión tangencial inicial se puede obtener mediante la siguiente ecuación [4]:

$$\tau_0 = \left(k_a \frac{1}{L_c \cdot (\phi_m - \phi)}\right)^{\frac{1}{m^*}} \quad (2.6)$$

donde,

- $k_a$ : es una constante de proporcionalidad.
- $L_c$ : es la longitud característica de las partículas [ $\mu\text{m}$ ].
- $m^*$ : corresponde al parámetro de interacción.

Este modelo es aplicable a muchos fluidos en la vida real como plásticos, emulsiones, pinturas, lodos de perforación y sólidos en suspensión en líquidos o agua.

- **Plástico real:** Son sustancias que no fluyen hasta la tensión de fluencia  $\tau_0$ , y luego presentan una zona de viscosidad variable que disminuye con el incremento de la velocidad de deformación, hasta alcanzar un valor asintótico constante  $\mu_\infty$  [4].
- **Fluidos pseudoplásticos:** Estos fluidos no tienen una tensión de fluencia para que comiencen a deformarse, pero la viscosidad medida por la pendiente de la curva del

esfuerzo de corte es alta para bajas velocidades de deformación, y decrece con el incremento de la velocidad hasta alcanzar un valor asintótico  $\mu_\infty$  constante. La relación más simple es la denominada ley potencial o de Otswald que se describe en la siguiente expresión [4]:

$$\tau = K\dot{\gamma}^n \quad (2.7)$$

donde,

- K: es el factor de consistencia [Pa  $s^n$ ].
- n: es el índice de comportamiento, menor a uno.
- **Fluidos Dilatantes:** Los fluidos dilatantes al igual que los pseudoplásticos no tienen una tensión de fluencia inicial y se caracterizan por necesitar un esfuerzo de corte infinitesimal para empezar a fluir. Estos fluidos siguen la ley de Otswald con la diferencia que n es mayor a 1, por otro lado, estos son muy poco comunes y unos ejemplos de este tipo de fluido son la manteca, arenas movedizas y suspensiones de almidón [4].

## 2.2. Características del relave

### 2.2.1. Concentración de sólidos

La concentración en volumen de sólidos del relave puede calcularse mediante la siguiente ecuación [5]:

$$C_v = \frac{C_w \rho_m}{\rho_s} = \frac{100 \frac{C_w}{\rho_s}}{\frac{C_w}{\rho_s} + \frac{(100 - C_w)}{\rho_l}} \quad (2.8)$$

donde,

- $C_w$ : corresponde a la concentración en peso [%].
- $C_v$ : corresponde a la concentración en volumen [%].
- $\rho_m$ : corresponde a la densidad de la mezcla (relave) [ $\frac{kg}{m^3}$ ].
- $\rho_l$ : corresponde a la densidad de la fase líquida [ $\frac{kg}{m^3}$ ].
- $\rho_s$ : corresponde a la densidad de la fase sólida [ $\frac{kg}{m^3}$ ].

La concentración en peso de sólidos en relave se expresa como [5]:

$$C_w = \frac{C_v \rho_s}{\rho_m} = \frac{C_v \rho_s}{C_v \rho_s + (100 - C_v)} \quad (2.9)$$

## Densidad del relave

La densidad del relave se obtiene a través de la ecuación 2.10 [5].

$$\rho_m = \frac{100}{\frac{C_w}{\rho_s} + \frac{(100-C_w)}{\rho_l}} \quad (2.10)$$

## Viscosidad del relave

La viscosidad dinámica de la pulpa se puede obtener considerando el relave como fluido newtoniano, y se utiliza la ecuación de Wellman (ecuación 2.11) para calcular la viscosidad dinámica [5].

$$\frac{\mu_{pulpa}}{\mu_{H_2O}} = \frac{\exp(-10,4 \cdot C_v)}{(1 - \frac{C_v}{0,62})^8} \quad (2.11)$$

donde,

- $\mu_{pulpa}$ : es la viscosidad dinámica de la pulpa [Pa s].
- $\mu_{H_2O}$ : es la viscosidad dinámica del líquido [Pa s].

## 2.3. Sedimentación

El proceso de sedimentación se puede definir como el asentamiento o hundimiento de una partícula sólida en un fluido debido a una fuerza externa, donde la mayor parte de los procesos de sedimentación se producen bajo la acción de la fuerza de gravedad [6].

Para describir matemáticamente el fenómeno de sedimentación, en primer lugar, se define la fuerza de resistencia, la cual se obtiene a partir de un análisis adimensional basado en el método de Railegh. Y tiene la siguiente expresión [6]:

$$F_{res} = C_d \cdot \Omega \cdot \rho_l \cdot \frac{V_s^2}{2} \quad (2.12)$$

donde  $C_d$  corresponde al coeficiente de arrastre de las partículas y este valor depende del número de Reynolds de la siguiente manera [6]:

- Para  $Re > 2 \times 10^3$

$$C_d = 0,4 \quad (2.13)$$

- Para  $0,5 < Re < 2 \times 10^3$

$$C_d = \frac{24}{Re} + \frac{3}{\sqrt{Re}} + 0,34 \quad (2.14)$$

- Para  $Re < 0,5$

$$C_d = \frac{24}{Re} = \frac{24 \cdot \mu}{V_s \cdot d_p \cdot \rho_l} \quad (2.15)$$

donde el número de Reynolds se calcula mediante la ecuación 2.16.

$$Re = \frac{\rho_l V_s d_p}{\mu} \quad (2.16)$$

Mientras que  $\Omega$  corresponde al área característica de la partícula y se representa en la ecuación 2.17 [6].

$$\Omega = \frac{\pi \cdot d_p^2}{4} \quad (2.17)$$

donde,

- $C_d$ : es una función que depende del número de Reynolds.
- $\rho$ : es la masa específica de la partícula.
- $\mu$ : es la viscosidad dinámica del líquido.
- $d_p$ : es el diámetro de la partícula.
- $\rho_l$ : es la densidad del fluido.

La definición de fuerza de resistencia debido al análisis dinámico se puede obtener la siguiente ecuación [10]:

$$F_{res} = G - E = g \cdot V \cdot (\rho_s - \rho_l) \quad (2.18)$$

donde,

- $G$ : es el peso de la partícula.
- $E$ : es el empuje que recibe la partícula.
- $V$ : es el volumen de la partícula.
- $g$ : es la aceleración de gravedad.
- $\rho_s$ : es la masa específica de la partícula.

Haciendo un balance con ambas definiciones de la fuerza de resistencia se puede obtener la velocidad de sedimentación, y se define como [6]:

$$V_s = \frac{1}{\sqrt{C_d}} \cdot \sqrt{\frac{4}{3} \cdot g \cdot d_p \cdot \frac{(\rho_s - \rho_l)}{\rho_l}} \quad (2.19)$$

Si se considera que la mayor parte de las partículas en la sedimentación decantan en régimen laminar, es decir para  $Re < 0,5$ , reemplazando el valor de  $C_d$  para  $Re < 0,5$  se obtiene la ecuación 2.20 [6].

$$V_s = \frac{g}{18} \cdot \frac{(\rho_s - \rho)}{\mu} \cdot d_p^2 \quad (2.20)$$

## 2.4. Espesadores

Los espesadores de relaves son estanques de gran diámetro y poca profundidad relativa. En estos estanques se produce el proceso de sedimentación. Debido a este proceso quedan

diferentes zonas marcadas dentro del espesador, el líquido claro se localiza en la parte superior del equipo, mientras que el relave con altas concentraciones de sólidos queda retenido en el fondo de este. En la Figura 2.2 se muestra el esquema de un espesador dónde se puede observar tres zonas que se producen dentro del equipo [7].

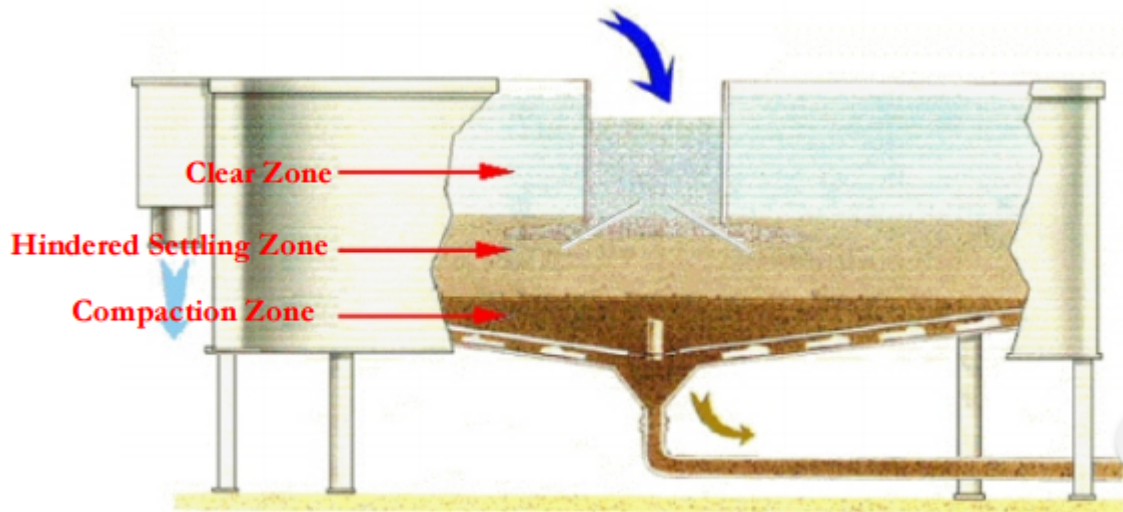


Figura 2.2: Zonas generadas en el interior de un Espesador de Relaves [7].

Los espesadores contienen una serie de componentes, sin embargo, existen varios tipos de estos, por lo que a continuación se describen las partes básicas de un espesador:

- Feedwell: Corresponde al sistema de alimentación que posee el espesador de relaves, el cual tiene una alta influencia sobre el rendimiento del equipo, debido a que las características de la turbulencia del flujo resultante del feedwell influye directamente en la mezcla floculante y procesos de agregación de partículas.
- Cono distribuidor: Está montado directamente debajo del feedwell, y tiene la función de distribuir la pulpa floculada hacia el exterior del tanque.
- Estanque: Típicamente los estanques tienen un diámetro mayor a 30 m y están hechos de acero. También pueden estar hechos de hormigón, cemento para suelos, madera, etc.
- Rastras (Rake arm): Ayuda a mover los sólidos hacia el punto de descarga, también ayuda a espesar la pulpa, permitiendo que el fluido atrapado escape. Además, reduce la velocidad y turbulencia de entrada.
- Cono de descarga: El fondo del estanque tiene forma de cono, y existe un censor el cual indica cuando generar la descarga de la pulpa con altas concentraciones de sólidos.

Estos componentes descritos se pueden observar en las Figuras 2.3 y 2.4.

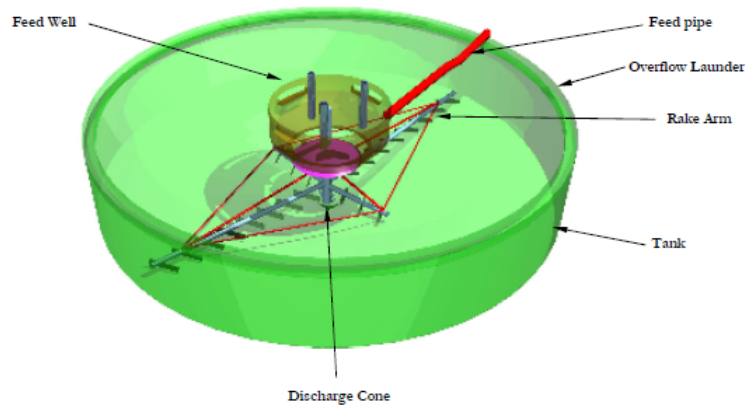


Figura 2.3: Isométrico espesador de Relave [7].

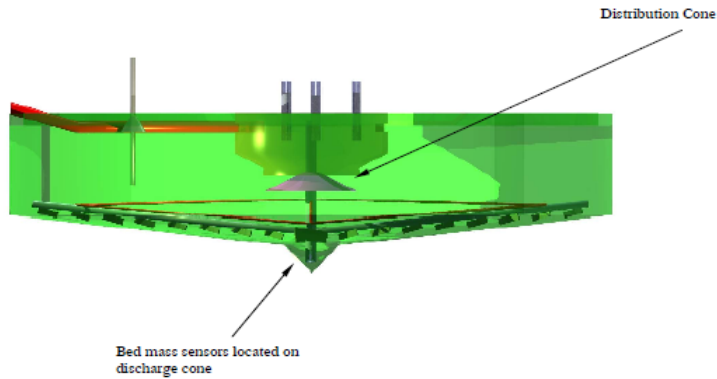


Figura 2.4: Vista frontal espesador de relave [7].

## 2.5. Feedwell

### 2.5.1. Tipos de feedwell

En la actualidad, existe una gran cantidad de diseños del feedwell, sin embargo 3 de ellos son los más comunes, los cuales se muestran en la Figura 2.5. Los feedwell abiertos corresponden a cilindros abiertos los cuales están localizados en el eje de las rastras, mientras que los cerrados tienden a encogerse en una salida más estrecha y generalmente poseen un cono distribuidor alrededor del eje de las rastras. Cabe destacar que los feedwells abiertos la mejor alimentación corresponde a una tangencial, tanto para entrada única o dividida. Mientras que los cerrados poseen típicamente una única alimentación tangencial.

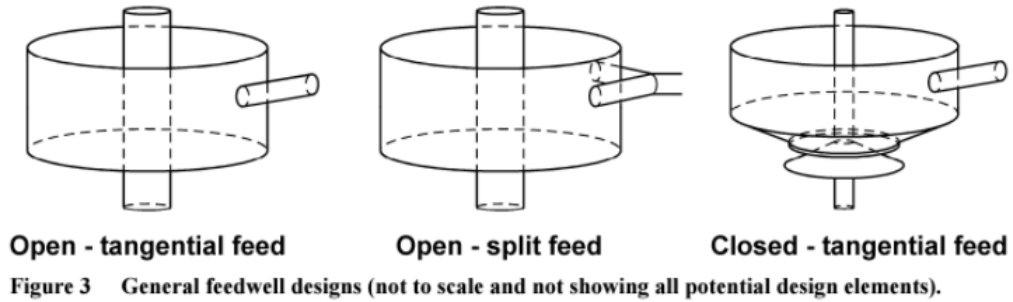


Figura 2.5: Tipos de feedwell [8].

En la Tabla 2.1 se presentan los casos estudiados en el presente trabajo de título:

Tabla 2.1: Tipos de feedwell estudiados.

Tipo de feedwell	Esquema
Abierto	
Abierto tangencial	
Cerrado	
Cerrado tangencial	
Con baffle	
Con baffle tangencial	
Cerrado con baffle	
Cerrado con baffle tangencial	

### 2.5.2. Criterios de diseño de un feedwell

Las funciones que se buscan en un diseño del feedwell y se utilizarán en la presente memoria se describen a continuación [8]:



- Minimizar la turbulencia resultante de la velocidad de entrada
- Disipar la energía cinética.
- Proveer un patrón de descarga uniforme.

Cabe destacar, que la naturaleza de la estructura de flujo en los feedwells es de gran importancia para el rendimiento de espesadores industriales, ya que es aquí donde se producen la mayoría de los procesos de agregación y disipación de energía. El flujo dentro del feedwell es turbulento, con las características y distribución de la turbulencia que tienen una gran influencia tanto en la forma en que el floculante se mezcla a través del relave, como en los procesos de agregación de partículas y en consecuencia el tamaño y la densidad de los agregados que se forman, Por ejemplo si se tienen altas velocidades a la descarga esto implicaría afectar la densidad del tanto del líquido como del relave con altas concentraciones de sólidos retirados, además esta afectaría en el torque que se debe ejercer en las rastras del espesador. Es por esto que se utilizan los criterios de diseños mencionados anteriormente.

### 2.5.3. Estudios de comparación entre distintos feedwells

En la actualidad se ha demostrado que existe claramente un margen considerable para aumentar el rendimiento hidrodinámico y de floculación en los diseños tanto abiertos como cerrados. Por ejemplo, se realizó un estudio el que se muestra claramente que un diseño del feedwell abierto (sin modificaciones) ofrece un rendimiento ineficiente en bastantes aspectos [8](altas velocidades a la salida, bajo tiempo de residencia, patrón de descarga no uniforme, etc.). En la Figura 2.6 (a) se muestra que, para un caudal típico, la corriente de alimentación se hundirá rápidamente. Además, se prevé que algunas partículas no alcancen a mezclarse con el floculante. Por el contrario, Figura 2.6 (b) se puede observar que con un cambio pequeño como es la adición de una repisa circular (baffle) en el interior del feedwell, impide que la corriente de alimentación se hunda rápidamente, provocando que el flujo esté más tiempo en la zona superior del feedwell, asegurándose que los sólidos se distribuyan más uniformemente en la descarga [8].

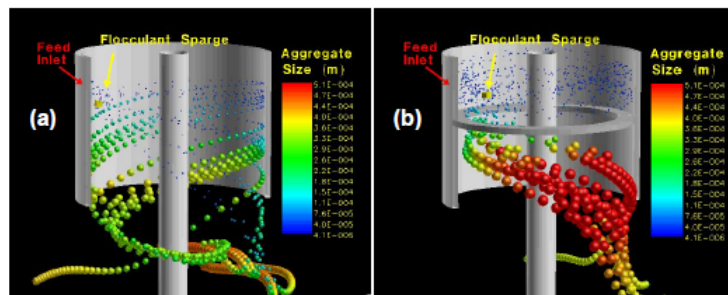


Figura 2.6: Simulación CFD Feedwells abiertos [8].

Otros estudios comparan el comportamiento del feedwell entre cuatro conFiguraciones y respecto a diferentes criterios de diseño. Estas cuatro conFiguraciones se pueden observar en la Figura 2.7.

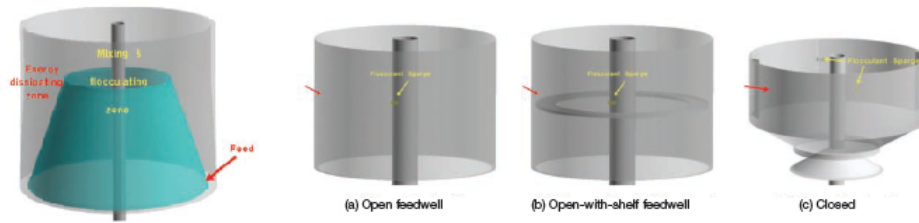


Figura 2.7: Geometrías de Feedwells [9].

Un ejemplo de este estudio, corresponde al análisis de velocidad bajo las mismas condiciones de entrada para cada una de estas configuraciones, en la Figura 2.8 se puede observar que la descarga en los feedwells abiertos es alta y mejora un poco con la adición de una repisa circular (shelf). Mientras que en la configuración cerrada se nota una descarga asimétrica, por otro lado, se puede observar que para el P266E la descarga es casi simétrica [9].

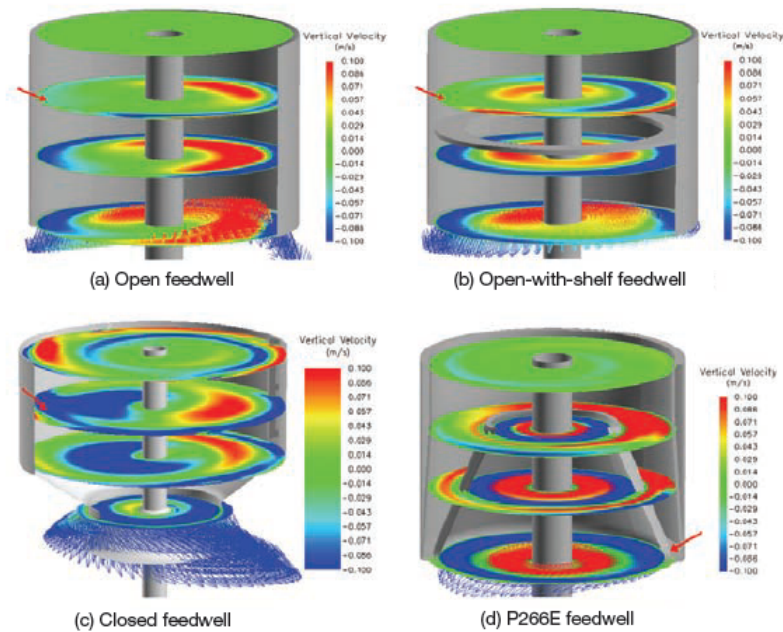


Figura 2.8: Campo de velocidades en diferentes Feedwell [9].

## 2.6. Validación

Para la validación de los resultados obtenidos en la memoria, se utilizará el estudio realizado por Tuan Nguyen, Alex Heath y Peter Witt [10]. Se utilizarán las mismas dimensiones y condiciones de operación, las cuales son:

- Espesador: 20 [m] de diámetro y 7 [m] de altura.
- Feedwell: 4 [m] de diámetro y 3[m] de altura.
- Feedpipe: 500 [mm] diámetro.

- Viscosidad cinemática del líquido es de  $10^{-6} [m^2 s^{-1}]$  y densidad de sólidos de  $2710 [kg m^{-3}]$
- Concentración de sólidos de 5% [w/v] (i.e. 50 g/L or kg/m<sup>3</sup>)
- Feed Flow rate varía entre 500 y 2000 [ $m^3 h^{-1}$ ]

El análisis y resultados obtenidos en [10] son para un feedwell básico abierto con alimentación tangencial. En la Figura 2.9 se muestran los resultados para la velocidad vertical dentro del feedwell para 3 caudales ( $500 m^3 h^{-1}$ ;  $1000 m^3 h^{-1}$  y  $2000 m^3 h^{-1}$ ). la Figura 2.10 muestra la distribución de sólidos dentro del feedwell y en todo el espesador. Por último, en la Figura 2.11 se muestra la velocidad de deformación para estos mismos caudales de operación.

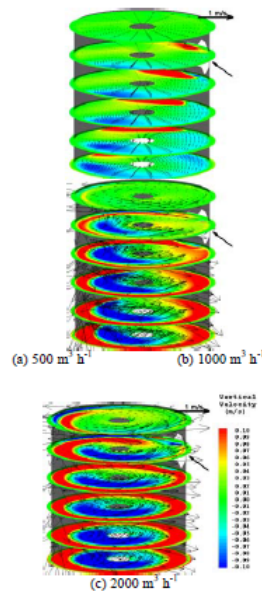


Figura 2.9: Simulación CFD predicción de la velocidad vertical para 3 caudales de operación [10].

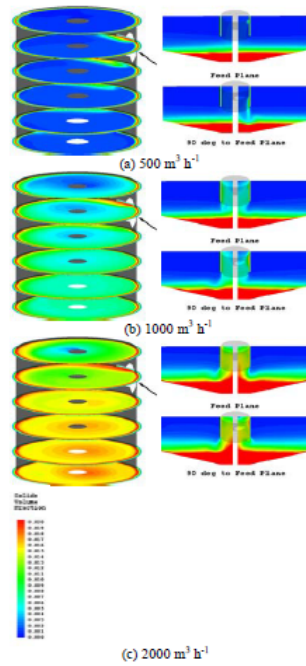


Figura 2.10: Simulación CFD predicción de la distribución de sólidos para 3 caudales de operación, lado izquierdo dentro del feedwell, lado derecho todo el espesador [10].

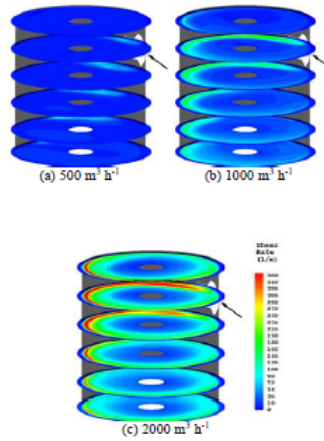


Figura 2.11: Simulación CFD predicción de la velocidad de deformación dentro del feedwell para 3 caudales de operación [10].

## 2.7. Antecedentes de modelación computacional

### 2.7.1. Modelo de turbulencia k- $\epsilon$ estándar

El modelo k- $\epsilon$  consiste en resolver dos ecuaciones de transporte, para así calcular la viscosidad turbulenta  $\mu_t$  dando dos resultados independientes. Para esto, se utiliza la ecuación de transporte para la energía cinética turbulenta k, y la variable de transporte  $\epsilon$  correspondiente

a la disipación de energía propuesta por Chou [11].

La ecuación de transporte k, corresponde a la siguiente:

$$\rho \frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \mu_t S^2 - \rho \varepsilon \quad (2.21)$$

donde,

- $\rho$ : corresponde a la densidad.
- $\mu$ : corresponde a la viscosidad dinámica.
- $\sigma_k$ : es una constante empírica.
- $S$ : es el módulo tensor de velocidad de deformación, y se obtiene a partir de la ecuación 2.22.
- $\mu_t S^2$ : corresponde a la producción por corte.
- $\rho \varepsilon$ : corresponde a la disipación viscosa.

$$S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \quad (2.22)$$

La ecuación de transporte  $\varepsilon$ , corresponde a la siguiente:

$$\rho \frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{\varepsilon}{k} (C_{1\varepsilon} \mu_t S^2 - \rho C_{2\varepsilon} \varepsilon) \quad (2.23)$$

donde,

- $\sigma_\varepsilon, C_{1\varepsilon}$  y  $C_{2\varepsilon}$  son constantes empíricas determinadas a partir de experimentos de referencia de flujos simples utilizando agua o aire.

Por último la viscosidad turbulenta se calcula de la siguiente forma:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2.24)$$

El término estándar se refiere a la elección de los coeficientes que rigen el modelo. Es por esto que se incluyen términos adicionales a las ecuaciones como la producción por flotación y la disipación de dilatación, donde el primero apoya la producción de energía cinética turbulenta (k) y el segundo a la disipación de energía ( $\varepsilon$ ), con esto, se previene la sobrestimación del rendimiento en flujos compresibles. A continuación, se presenta la ecuación que representa el modelo de turbulencia k- $\varepsilon$  estándar:

$$\rho \frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \mu_t S^2 - \rho \varepsilon - g_i \frac{\mu_t}{\rho Pr_t} \frac{\partial p}{\partial x_i} - 2\rho \varepsilon M_t^2 \quad (2.25)$$

donde,

- $g_i \frac{\mu_t}{\rho Pr_t} \frac{\partial p}{\partial x_i}$ : representa la producción por flotación.
- $2\rho \varepsilon M_t^2$ : representa la disipación de dilatación.

- $g_i$ : es el componente gravitacional del vector y afecta directamente en la producción de flotación.
- $Pr_t$ : es el número de Prandtl turbulencia y afecta directamente en la producción de flotación (0.85 en la pared).
- $M_t$ : es el número de Mach turbulento y se obtiene mediante la ecuación 2.26, además este término influye directamente en la disipación de dilatación.

$$M_t = \sqrt{\frac{k}{a^2}} \quad (2.26)$$

donde,

- $a$ : es la velocidad del sonido [ $ms^{-1}$ ].

Las principales ventajas que presenta el modelo de turbulencia  $k-\varepsilon$  estándar, es su robustez para la resolución de problemas con un amplio rango de flujos y otorgando una precisión razonable con bajos costos computacionales por iteración. Sin embargo, tiene la desventaja de que es muy difuso para una variabilidad de situaciones como por ejemplo, remolinos, flujos rotacionales y flujos con bajo número de Reynolds.

### 2.7.2. Condición de borde modelo de turbulencia

La ecuación para  $k$ , se resuelve en todo el dominio, incluso las celdas adyacente a la pared y la condición de pared corresponde a la ecuación 2.27.

$$\frac{\partial k}{\partial n} = 0 \quad (2.27)$$

donde,

- $n$ : es la coordenada local normal a la pared.

Para  $\varepsilon$ , la ecuación no se resuelve en las celdas adyacente a la pared, en su lugar se utiliza la ecuación 2.28 para obtener su valor.

$$\varepsilon_p = \frac{C_\mu^{3/4} k_p^{3/2}}{Ky_p} \quad (2.28)$$

### 2.7.3. Modelo de fase discreta

El modelo de fase discreta que posee el software ANSYS Fluent, sigue un enfoque tanto euleroiano como lagrangiano [12]. donde el enfoque euleroiano utiliza las ecuaciones de Navier-Stokes para la fase continua, mientras que para el caso discreto se resuelve del punto de vista lagrangiano, cabe destacar que en la interfaz de Fluent existe la opción de modelar la inyección de partículas con o sin interacción entre las fases, dando la posibilidad al usuario

de generar la simulación deseada.

La trayectoria de la fase discreta se puede obtener mediante las ecuaciones resultantes del balance de fuerzas para cada partícula de manera individual. En las ecuaciones 2.29, 2.30, 2.31 y 2.32 se describe el movimiento de las partículas.

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = F_D (\vec{u} - \vec{u}_p) + \frac{\vec{g}(\rho_p - \rho)}{\rho_p} + \vec{F} \quad (2.29)$$

$$F_D = \frac{18\mu C_D Re}{\rho_p d_p^2} \frac{1}{24} \quad (2.30)$$

$$Re = \frac{\rho d_p |\vec{u}_p - \vec{u}|}{\mu} \quad (2.31)$$

$$C_D = a_1 + \frac{a_2}{Re} + \frac{a_3}{Re^2} \quad (2.32)$$

donde,

- $\vec{u}_p$ : velocidad de la partícula [ $ms^{-1}$ ].
- $\vec{u}$ : velocidad de la fase continua [ $ms^{-1}$ ].
- $\rho_p$ : densidad de la partícula [ $kgm^{-3}$ ].
- $\rho$ : densidad da la fase continua [ $kgm^{-3}$ ].
- $\vec{F}$ : aceleración adicional [ $ms^{-2}$ ].
- $F_D (\vec{u} - \vec{u}_p)$ : fuerza de arrastre por unidad de masa de la partícula [ $ms^{-2}$ ].
- $d_p$ : diámetro de la partícula [m].
- Re: número de Reynolds.
- $C_D$ : coeficiente de arrastre.
- $a_1, a_2 y a_3$ : constantes en función del número de Reynolds.

# Capítulo 3

## Metodología

Para el desarrollo del trabajo de título se realizan las siguientes etapas:

- Se desarrolla una revisión bibliográfica, la cual permite obtener antecedentes del proceso de sedimentación, funcionamiento de los espesadores de relaves, ecuaciones que describen el movimiento del relave dentro de la alimentación, diferentes tipos de geometrías del feedwell, criterios de diseño que se buscan en los feedwell y estudios que se han desarrollado sobre simulaciones CFD para diferentes geometrías del feedwell.
- Se generan mediante software CAD (Autodesk Inventor 2017) las diferentes geometrías de los feedwell para su posterior simulación CFD, cabe destacar que el estudiante no se hará cargo de diseñar cada una de estas geometrías, sólo debe realizar modelos 3D a partir de feedwells ya diseñados.
- Se genera el mallado de manera que se obtengan los parámetros que permitan un buen elemento de malla, se especifican las condiciones de borde del problema para cada una de las geometrías, siendo similares en cada una de estas, luego se procede con las simulaciones CFD a través del software ANSYS Fluent 17.1, el análisis será estacionario para cada una de las simulaciones. Se realizan una simulación por geometría con el modelo  $k-\varepsilon$  turbulencia en estado estacionario y con un método de solución SIMPLE.
- Para ver la trayectoria de las partículas, se realizan simulaciones con la inyección de partículas solidas a cada una de las mencionadas mediante el modelo de fase discreta (DPM), y así, adquirir mayor información del problema.
- Se comparan y analizan los resultados según los criterios de diseño fluido-dinámicos que definen a la geometría óptima del feedwell. Para esto se realiza un análisis numérico mediante MATLAB R2015a de los datos obtenidos a la salida del feedwell tanto de la velocidad como de la energía cinética turbulenta.
- Se concluye con un resumen del análisis de resultados orientado a la búsqueda de la geometría del feedwell que realiza una alimentación que cumpla con los criterios de diseño.



### 3.1. Metodología para análisis numérico

Como se mencionó en la sección de antecedentes, uno de los criterios de diseño que se busca en un feedwell corresponde a que la distribución de velocidades a la salida de este sea homogénea. Entonces, para ver la uniformidad a la salida del feedwell, se realizó un análisis numérico de los datos a la salida del feedwell obtenidos a partir del software de cálculo ANSYS Fluent 17.1, los cuales, por ejemplo, representan la siguiente figura :

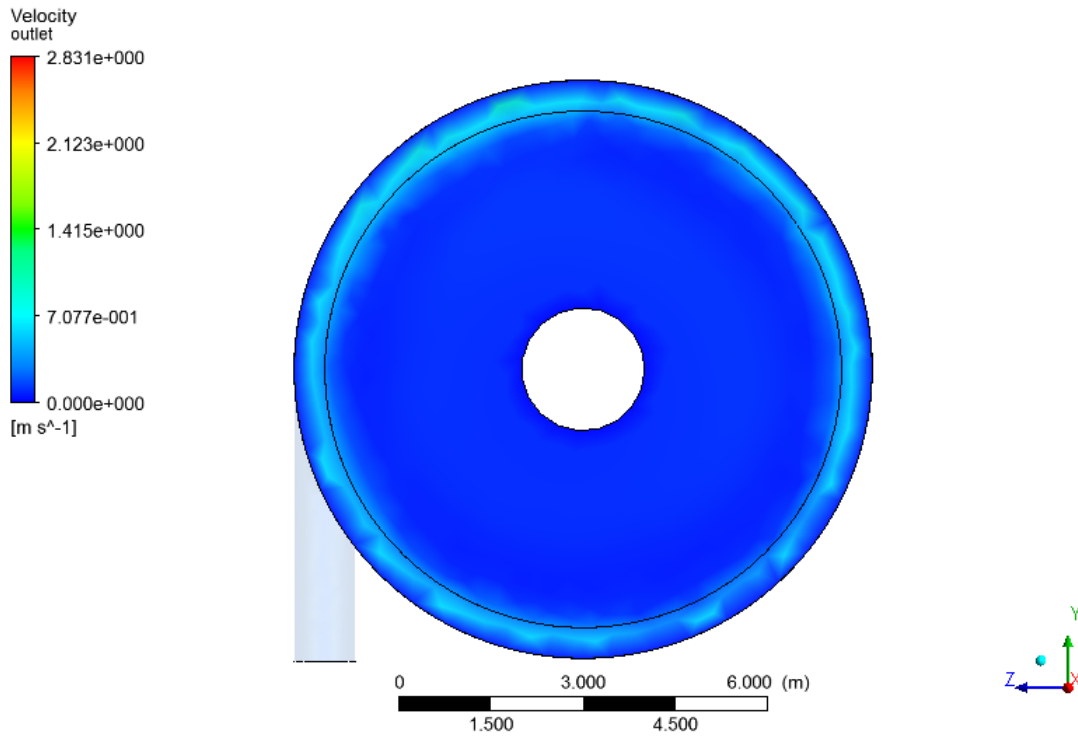


Figura 3.1: Plano de velocidades a la salida del feedwell abierto con alimentación tangencial y baffle

Para el análisis numérico se exportan los datos del software correspondiente al plano de salida (ver la Figura 3.1) en formato .csv, estos poseen la siguiente forma :

Tabla 3.1: Datos obtenidos Ansys Fluent 17.1

X [m]	Y [m]	Z [m]	V [m s <sup>-1</sup> ]
0,00E+00	-1,77E+00	3,06E+00	1,01E-01

Donde X, Y, Z representan la ubicación espacial en el plano correspondiente a la salida del feedwell y V representa la velocidad en cada punto geométrico. Una vez obtenido los datos de la velocidad a la salida del feedwell, se ingresan a una matriz en MATLAB R2015a, entonces se procede a cambiar el sistema de coordenadas (de cartesianas a cilíndricas). Quedando de la siguiente forma:

Tabla 3.2: Datos en coordenadas cilíndricas

X[m]	r [m]	$\theta$ [rad]	V [ $ms^{-1}$ ]
0	2,4	1,6	2,89 E-02

Luego, se genera un programa que obtiene una matriz de datos para un rango de ángulos, por ejemplo se toman todos los datos desde  $\theta=0$  a  $\theta=30$  como muestra la Figura 3.2.

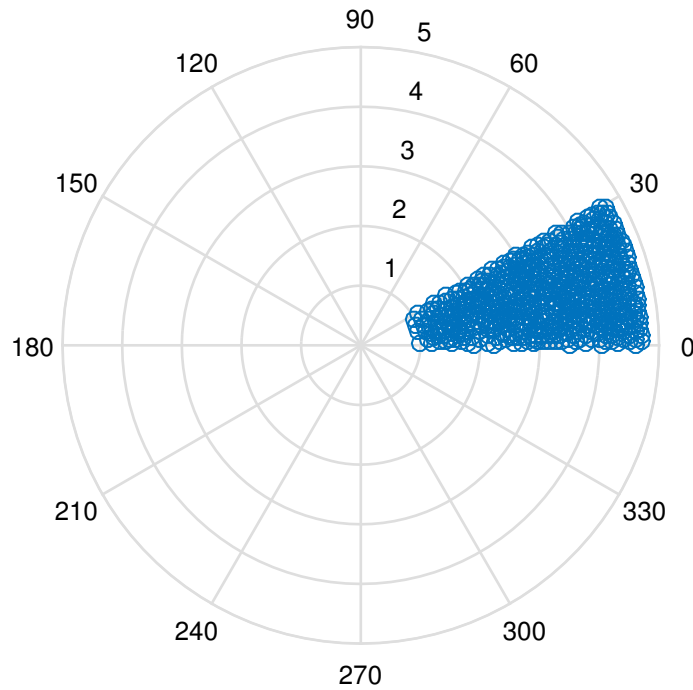


Figura 3.2: Datos entre  $\theta=0$  y  $\theta=30$

Entonces, se obtiene una matriz con los datos tanto geométricos como de velocidad entre un  $\theta_i$  y un  $\theta_f = \theta_i + \Delta\theta$ , luego, se utiliza la función *sortrows* de MATLAB R2015a para ordenar la matriz de datos de menor a mayor en función del radio, posteriormente, a partir de los datos de la matriz  $(r, \theta, v)$  se puede generar la curva velocidad vs radio, obteniendo un gráfico del tipo que se muestra en la figura 3.3.

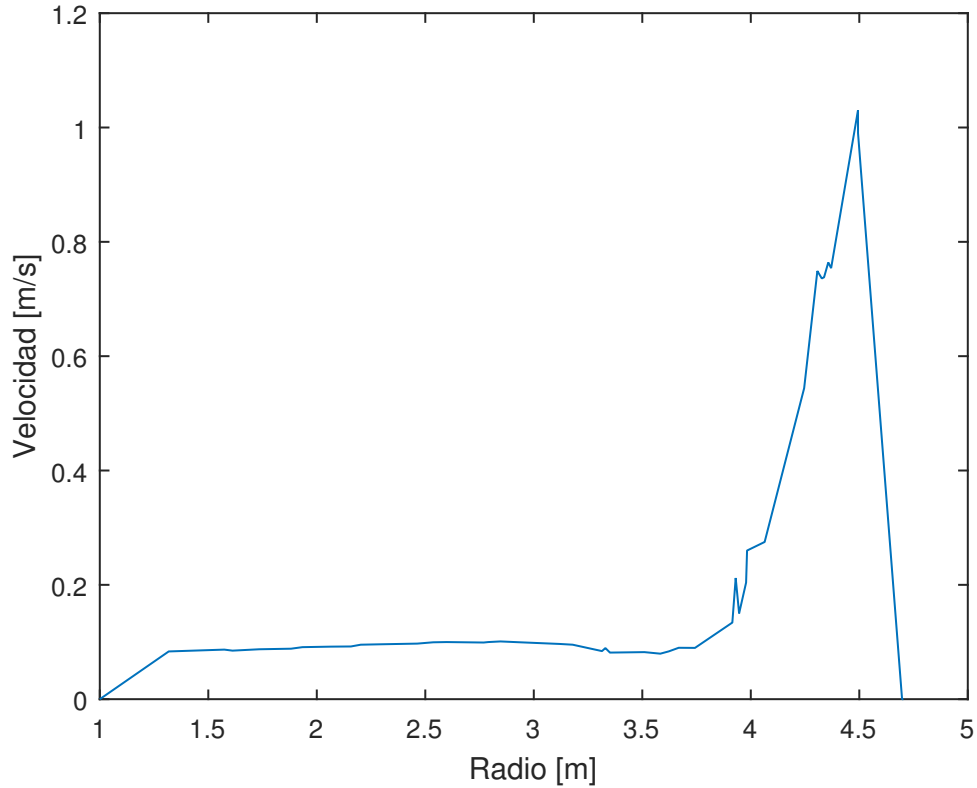


Figura 3.3: Velocidad vs Radio

Una vez obtenida esta curva, se procede a calcular la integral de esta y este valor se guarda en conjunto con el rango angular tomado en una nueva matriz de datos. luego en el programa se toma un  $\Delta\theta$ , y se realiza un proceso iterativo en el cual se calcula la integral para cada rango angular de la circunferencia, entonces se genera una matriz de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \int v dr & \Delta\theta_i \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

Una vez obtenido esto, se gráfica los valores obtenidos por la integral en función del rango angular tomado (en radianes), entonces mientras más similar sean los valores de la integral en función del ángulo, será más homogénea la distribución de velocidades a la salida del feedwell. En otras palabras si la curva generada es más similar a la Figura 3.4 (una función constante) los datos a la salida del feedwell tendrá una distribución más homogénea.

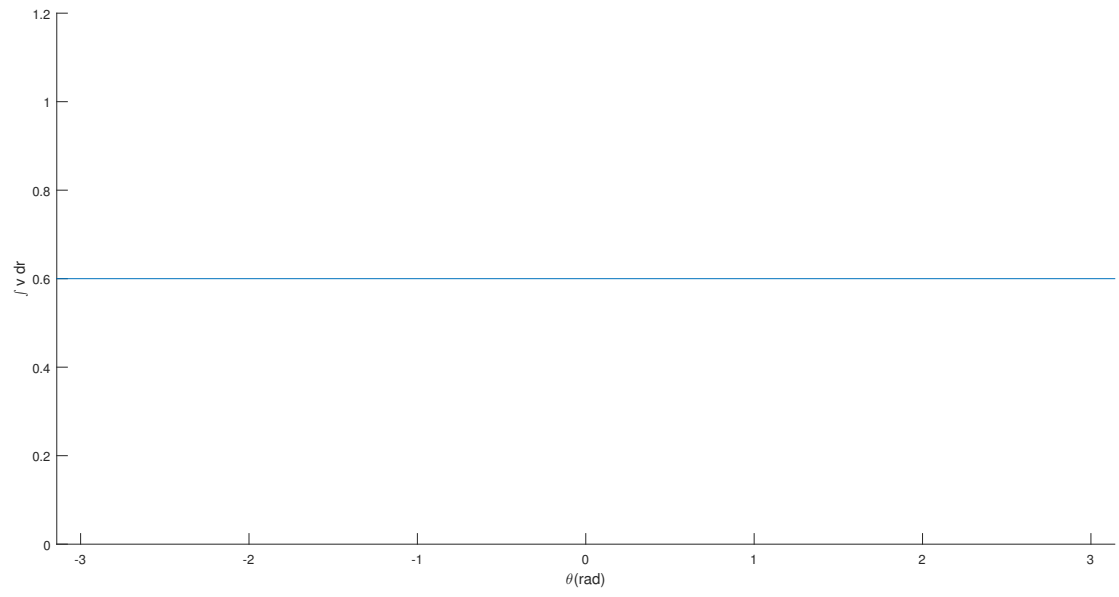


Figura 3.4: Curva de distribución completamente homogénea

# Capítulo 4

## Simulación en ANSYS Fluent

Como se menciona en el Capítulo 3 Metodología, se realizan 16 simulaciones para las 8 geometrías de feedwell en estado estacionario, a continuación se presentan los datos genéricos para cada simulación.

### 4.1. Condiciones de operación

En la tabla 4.1, se muestran las condiciones de operación para cada una de las simulaciones, cabe destacar que las simulaciones serán para un fluido newtoniano, el cual posee la viscosidad y densidad de la mezcla obtenidas mediante las ecuaciones 2.8, 2.9 2.10 y 2.11.

Tabla 4.1: Datos relave

Variable	Valor	Unidad
Porcentaje de sólidos	30	%
Densidad sólidos	2666	$[\frac{kg}{m^3}]$
Densidad del agua	1000	$[\frac{kg}{m^3}]$
Caudal	7000	$\frac{m^3}{hr}$
Viscosidad del agua	1e-6	$\frac{kg}{ms}$
Densidad de la mezcla (relave)	1233	$\frac{kg}{m^3}$
Viscosidad de la mezcla (relave)	0,00154	$\frac{kg}{ms}$
Velocidad de entrada	2,5	$\frac{m}{s}$

## 4.2. Consideraciones Mallado

Para la totalidad de los casos simulados, es necesario validar la calidad de la malla, debido a que esta es un parámetro que afecta de manera significativa las simulaciones, es por esto que es necesario encontrar indicadores que validen la calidad, ya que con una baja calidad de malla, se pueden generar errores en el cálculo o incluso divergencia. Una forma de medir la calidad de la malla, es mediante parámetros cuantitativos que nos otorga el software ANSYS Fluent, estos parámetros se describen a continuación:

- **Orthogonal quality.** Hace referencia a la forma en que se intersectan los elementos de la malla, además permiten evaluar que tan robustos son los diseños del proceso y del producto con respecto a los factores de ruido [11]. cuando este valor sea más cercano a 1, la calidad de la malla será mejor y mientras sea cercano a 0 la calidad será peor.
- **Skewness.** Esta característica tiene relación con el ángulo de deformación. Mientras menor sea el valor de este, mejor será la calidad de la malla, por lo que se busca que el coeficiente sea lo más cercano a 0. Además, la regla general es que su valor máximo sea menor a 0,95. Ya que un valor por encima de este puede generar dificultades de convergencia.

Además, cabe destacar que para cada una de las simulaciones se comenzó con una malla gruesa, la cual fue afinándose, ya sea en distintas zonas del feedwell (entrada, salida, etc.), con el fin de encontrar tanto la convergencia de la solución (residuos menores a  $10^{-3}$ ), como resultados coherentes para cada simulación.

## 4.3. Modelos a utilizar

Como se mencionó en el Capítulo 3 Metodología, se utiliza el modelo  $k-\varepsilon$  estándar y el modelo de fase discreta (DPM), a continuación se detallan los parámetros utilizados para cada uno de ellos:

### 4.3.1. Modelo viscoso $k-\varepsilon$ estándar

Al igual que en el paper utilizado para la validación [10], se utiliza el modelo viscoso  $k-\varepsilon$  estándar, debido a que se utilizan las mismas condiciones de simulación que las encontradas en la validación. Los parámetros utilizados para el modelo, son los que vienen por defecto en el software, a continuación en la Figura 4.1 se muestran los detalles del modelo utilizado para cada una de las simulaciones.

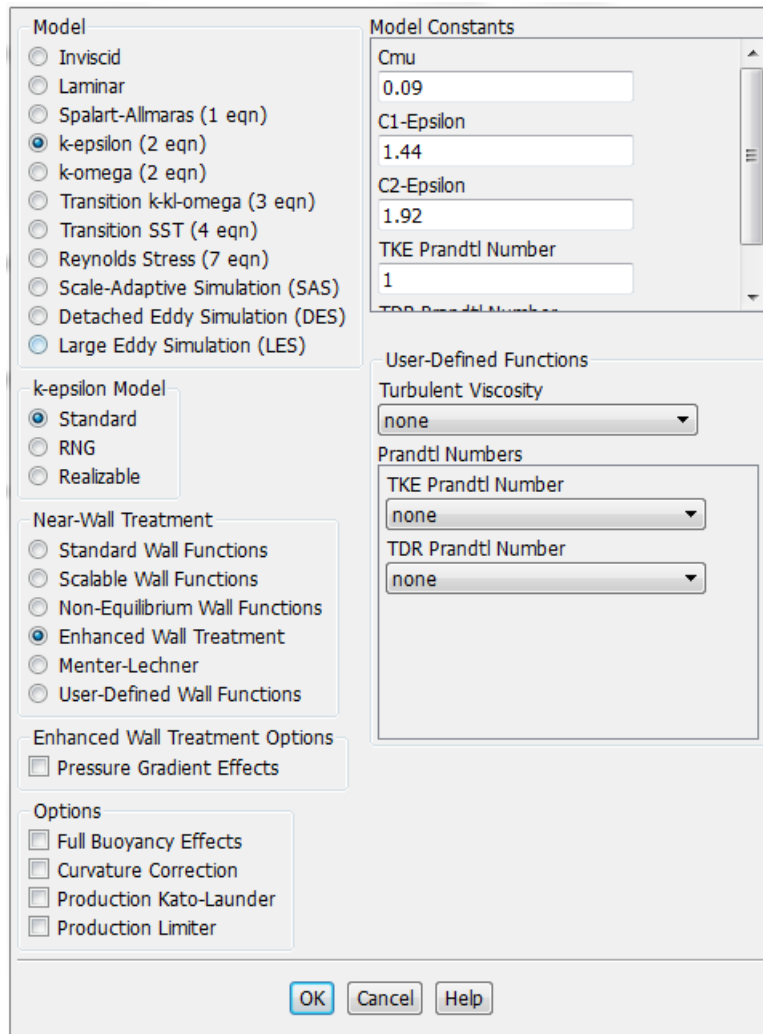


Figura 4.1: Parámetros modelo  $k-\epsilon$  estándar utilizado

Cabe destacar que se utiliza *Enhanced Wall Treatment* debido a que con este tratamiento de ANSYS Fluent, se puede lograr el objetivo de tener un enfoque de modelado cercano a la pared que posea la precisión del enfoque estándar de dos capas para mallas finas y que, al mismo tiempo, no reduzca significativamente la precisión de las mallas de función de pared [11].

#### 4.3.2. Modelo de fase discreta (DPM)

Para cada una de las simulaciones realizadas con el modelo de fases discretas, se utilizaron los datos que se muestran en la Tabla 4.2 que caracterizan las propiedades de las partículas inyectadas.

Tabla 4.2: Propiedades partículas inyectadas

Variable	Valor	Unidad
Densidad de partículas	2700	$[kg \cdot m^3]$
Flujo másico partículas	1575	$[kg \cdot s^{-1}]$
Tamaño partículas	10	$[\mu m]$

Además, en la Figura 4.2 se muestra el input de la inyección de partículas sólidas para cada uno de los casos simulados, cabe destacar que las simulaciones realizadas fueron sin interacción con la fase continua.

The screenshot shows the 'Injection Model' dialog box in ANSYS Fluent. The 'Injection Name' is 'injection-0' and the 'Injection Type' is 'surface'. The 'Release From Surfaces' list includes 'inlet', 'interior-solid', 'outlet', and 'wall-solid'. The 'Particle Type' is set to 'Inert'. The 'Material' is 'relwa', 'Diameter Distribution' is 'uniform', and 'Discrete Phase Domain' is 'none'. The 'Total Flow Rate (kg/s)' is 1575 and 'Diameter (m)' is 1e-05. The 'Point Properties' tab is active, showing velocity components (X, Y, Z) all set to 0.

Figura 4.2: Parámetros modelo DPM utilizado

#### 4.4. Método de solución

Para cada una de las geometrías simuladas, se utilizó el siguiente método de solución:



- Esquema de acoplamiento Presión-Velocidad: SIMPLE
- Gradiente: Least Squares Cell Based
- Presión: Second Order
- Momentum: Second Order Upwind
- Energía cinética turbulenta: Second Order Upwind
- Tasa de disipación turbulenta: Second Order Upwind

# Capítulo 5

## Resultados

### 5.1. Validación

Para la validación se realizaron las simulaciones con los datos del fluido que se mencionaron en la sección 2.6 del capítulo de antecedentes, los cuales se resumen en la Tabla 5.1, por otro lado se utilizó el modelo de turbulencia k- $\epsilon$  estándar con el método de solución SIMPLE, un modelo de operación estacionario y se utilizó un fluido newtoniano con la viscosidad y densidad calculadas mediante las ecuaciones 2.8, 2.9 2.10 y 2.11.

Tabla 5.1: Datos fluido validación

Variable	Valor	Unidad
Porcentaje de sólidos	5	%
Densidad sólidos	2710	$[\frac{kg}{m^3}]$
Densidad del líquido	1000	$[\frac{kg}{m^3}]$
Viscosidad del líquido	1e-6	$[\frac{kg}{ms}]$
<b>Densidad de la mezcla (relave)</b>	<b>1033</b>	$[\frac{kg}{m^3}]$
<b>Viscosidad de la mezcla (relave)</b>	<b>0,00105</b>	$[\frac{kg}{ms}]$

#### 5.1.1. Geometría

A continuación, en las Figuras 5.1 y 5.2, se presentan las dimensiones del feedwell abierto a simular para la validación, además en la Figura 5.3 se muestra el isométrico del feedwell realizado en Inventor. Cabe destacar que para este proyecto se consideraron las dimensiones del modelo simulado en el documento [10], sin embargo las Figuras fueron desarrolladas en el Software Autodesk Inventor 2017.

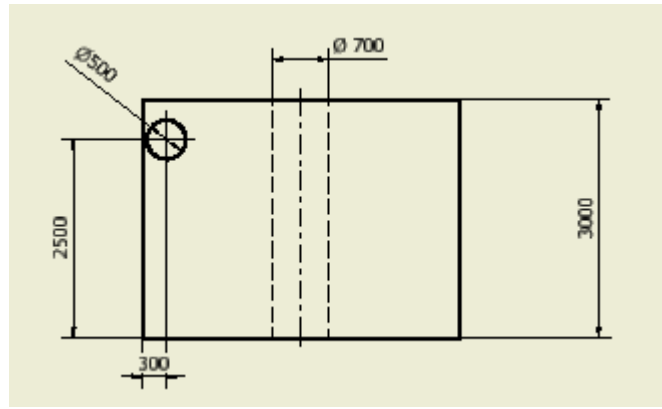


Figura 5.1: Vista frontal Feedwell abierto validación, dimensiones en mm

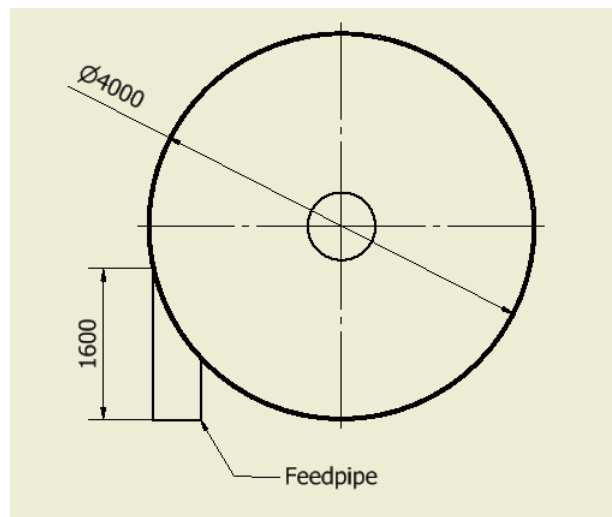


Figura 5.2: Vista superior Feedwell abierto validación, dimensiones en mm

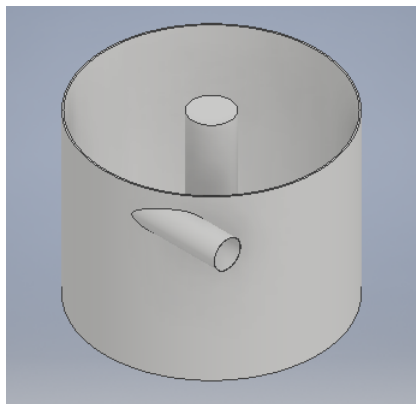


Figura 5.3: Vista isométrica Feedwell abierto validación

### 5.1.2. Volumen de control

Una vez desarrollada la geometría en el software cad Autodesk Inventor 2017, se importa en Ansys fluent V17.1 y se genera el volumen de control mediante las funciones boolean y fill (Figura 5.4).

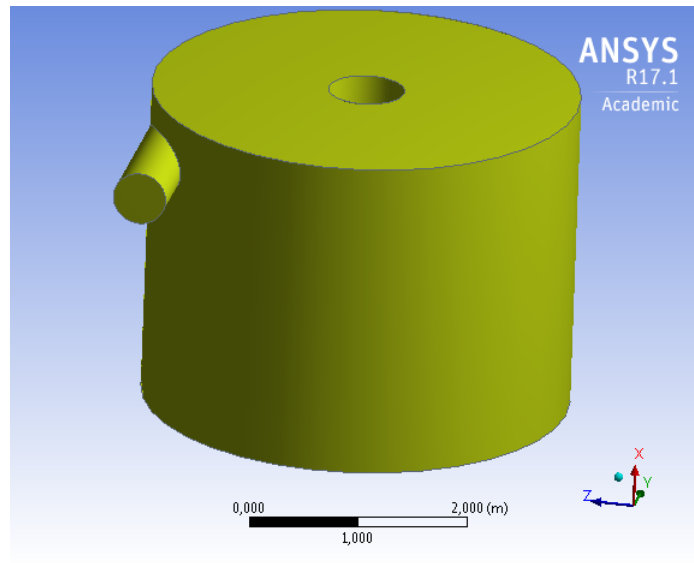


Figura 5.4: Volumen de control feedwell abierto tangencial, validación

### 5.1.3. Mallado

Para el mallado se utilizan elementos tetraédricos y esta se mejora utilizando *advanced size function curvature*, con un *relevance center medium* y un *smoothing medium*. Además se realiza un *face sizing* en la entrada del *feedwell*, la cual permite definir el tamaño del elemento, en este caso se utilizó uno de 30 mm. A partir de lo mencionado anteriormente se obtiene el mallado de la Figura 5.5.

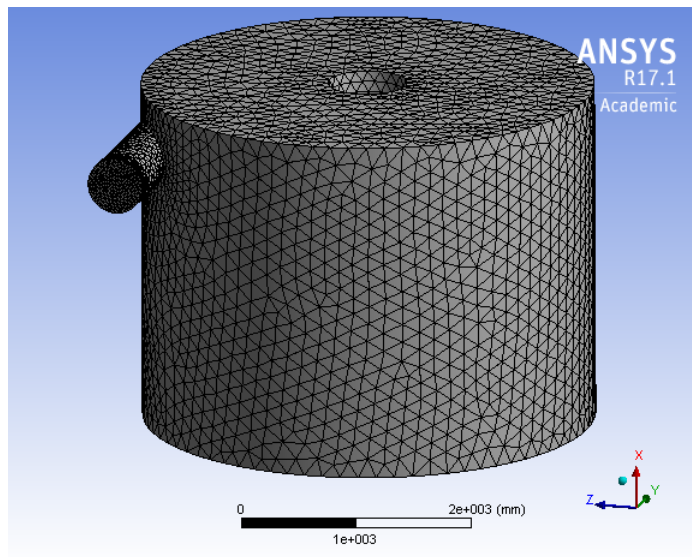


Figura 5.5: Malla feedwell abierto tangencial, validación

Por otro lado, para verificar la calidad de la malla se detallan en las Tablas 5.2 y 5.3 las características de esta.

Tabla 5.2: Características de la malla feedwell abierto tangencial validación

Tipo de feedwell	Abierto tangencial
N° nodos	15.399
N° elementos	78.456

Tabla 5.3: Calidad de la malla feedwell cerrado con baffle tangencial

Tipo de feedwell		Cerrado con baffle tangencial
Skewness	Mínimo	$1,95e^{-6}$
	Máximo	0,7793
	Promedio	0,2255
Orthogonal Quality	Mínimo	0,3368
	Máximo	0,9916
	Promedio	0,8602

#### 5.1.4. Condiciones de borde

Una vez que se establece el mallado del problema, se procede a definir las zonas donde se imponen las condiciones de borde, en este caso las zonas corresponden a la entrada y salida del feedwell. En la Figura 5.6 se muestran las zonas mencionadas.

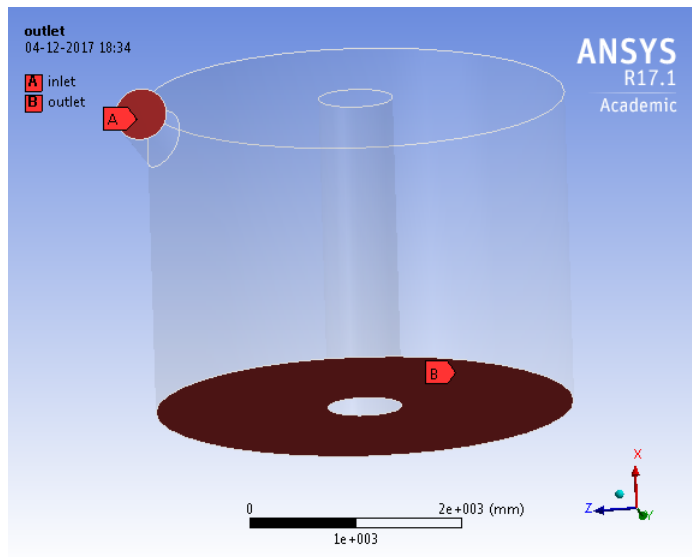


Figura 5.6: Condiciones de borde feedwell abierto tangencial, validación

Definida las zonas, se procede a imponer las condiciones de borde, donde se define a la salida una presión igual a la atmosférica 101[kPa] (0 [Pa] en ANSYS), mientras que para la entrada la velocidad del feedwell depende del caudal a simular y esta se puede observar en la Tabla 5.4.

Tabla 5.4: Condiciones de borde a la entrada del feedwell

Caudal simulado [ $m^3h^{-1}$ ]	Velocidad de entrada [ $ms^{-1}$ ]
500	0,7
1000	1,4
2000	2,8

### 5.1.5. Planos de velocidad

A continuación se presentan los planos de velocidad vertical(ver Figura 5.7, los cuales validan de forma cualitativa las simulaciones a partir de [10], pues en la Figura 2.9 se muestran los planos de velocidad bajo la misma escala y se puede apreciar que son similares.

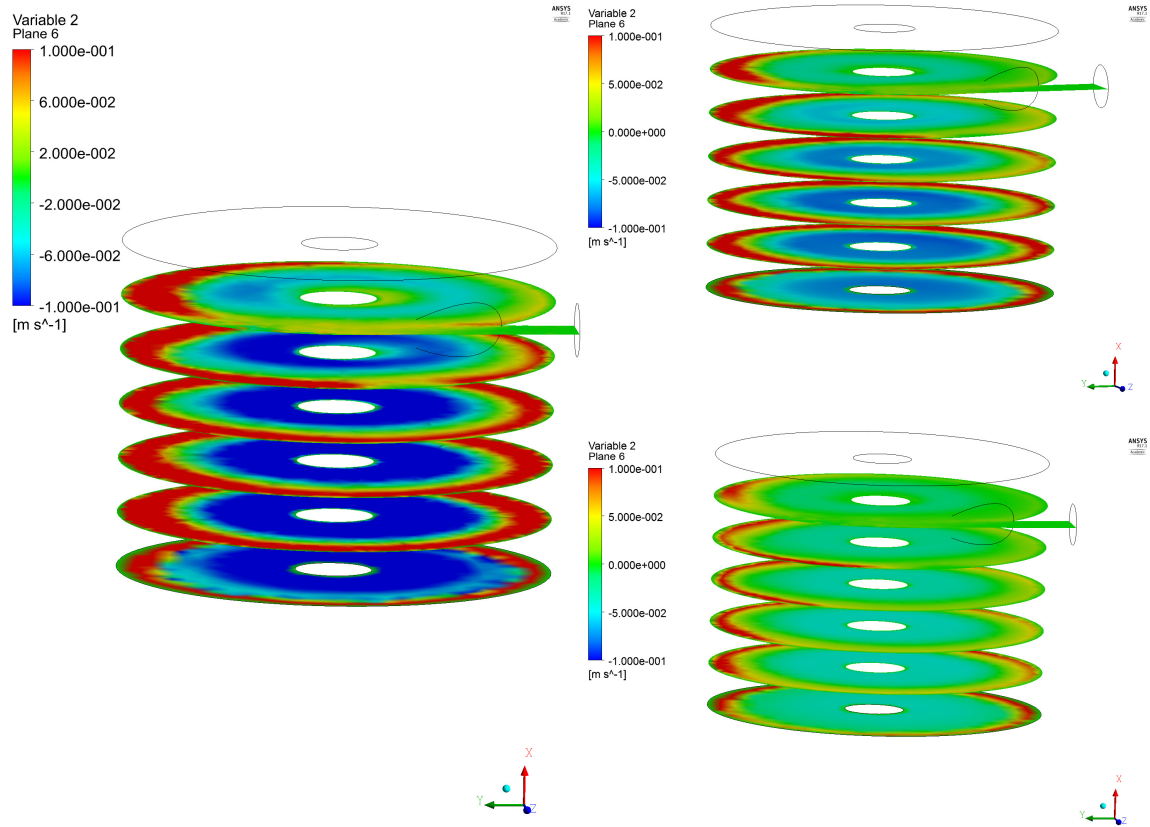


Figura 5.7: Planos de velocidad validación

### 5.1.6. Caudales

A continuación se presentan los caudales de entrada y salida para cada una de las simulaciones:

Tabla 5.5: Conservación de masa

Caudal simulado [ $m^3 h^{-1}$ ]	Flujo másico de entrada [ $kg \cdot s^{-1}$ ]	Flujo másico de salida [ $kg \cdot s^{-1}$ ]	Residuo ( $\Delta \dot{m}$ ) [ $kg \cdot s^{-1}$ ]
500	135.88155	135.88249	0,00094
1000	271.76311	271.76313	0,00003
2000	543.5262	271.76313	0,00240

## 5.2. Caso 1: feedwell abierto

### 5.2.1. Geometría

Como se mencionó en el Capítulo 3 (Metodología), la geometría del feedwell abierto fue desarrollada mediante el software CAD Autodesk Inventor 2017 cuyas dimensiones son las típicas encontradas en un feedwell. En las Figuras 5.8 y 5.9 se muestra el feedwell abierto con sus respectivas dimensiones.

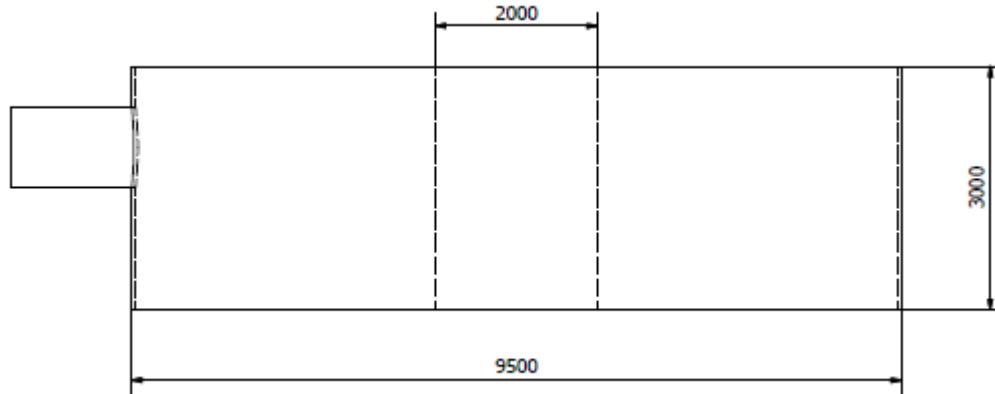


Figura 5.8: Feedwell abierto vista frontal

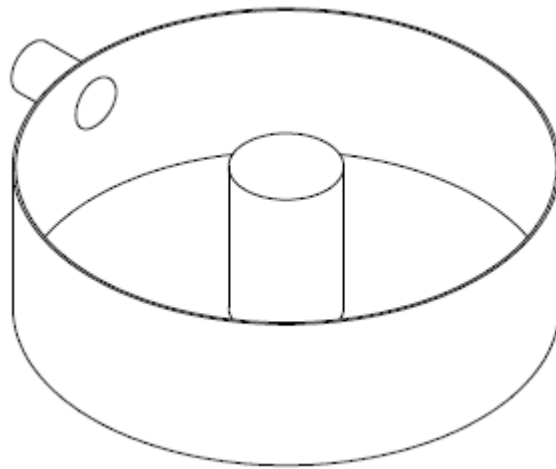


Figura 5.9: Feedwell abierto vista isométrica

### 5.2.2. Volumen de control

La geometría desarrollada en Autodesk Inventor 2017, se importa en ANSYS fluent v17 y se genera el volumen de control mediante las funciones *fill* y *boolean*, en la Figura 5.10 se



puede observar el volumen de control generado para el *feedwell* abierto.

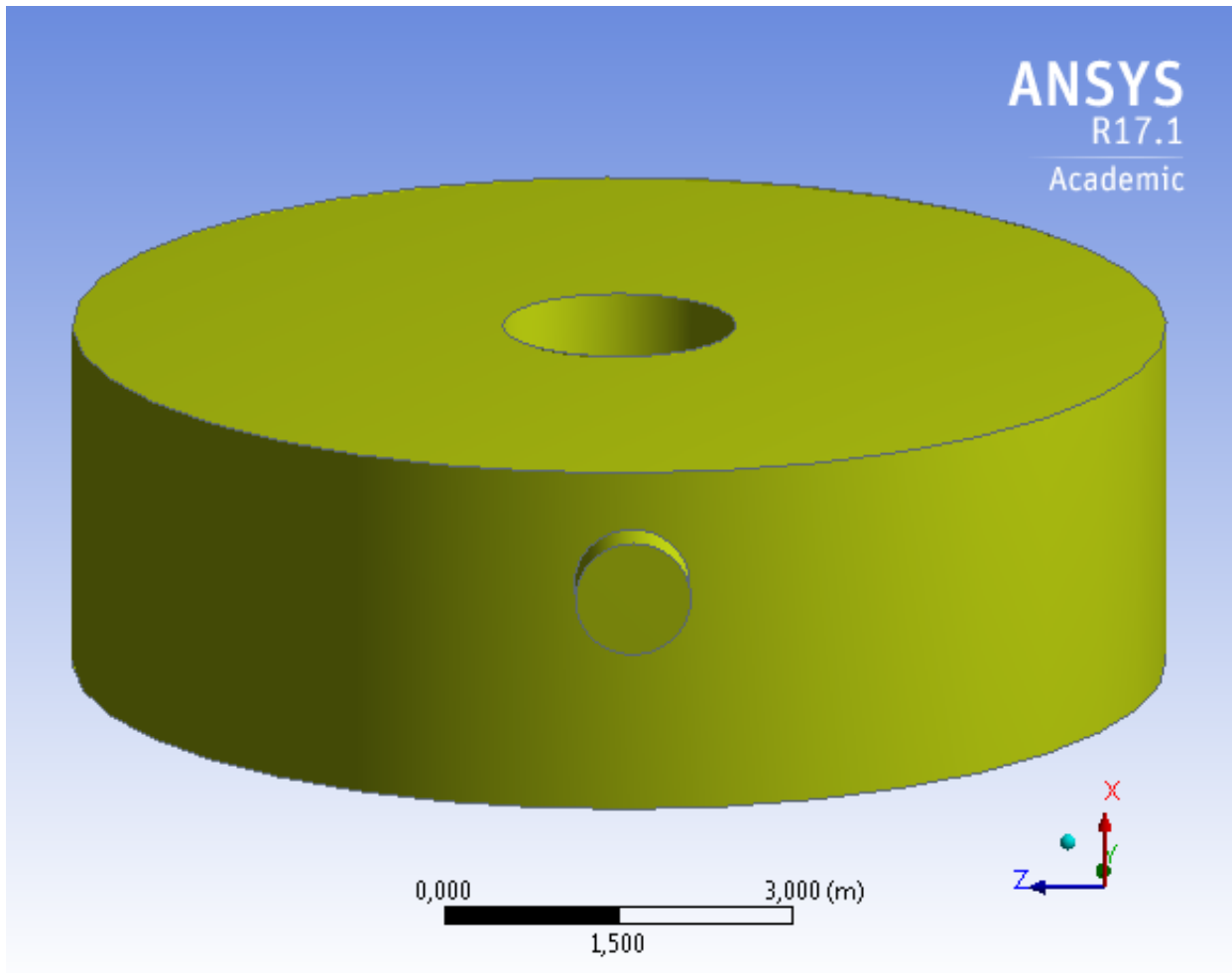


Figura 5.10: Volumen de control feedwell abierto

### 5.2.3. Mallado

Como se mencionó en la metodología, para la simulación del feedwell abierto se utiliza un mallado con elementos tetraédricos, donde se utilizó *size function curvature* y *relevance center fine*, además se realizó un *face sizing*, la cual permite definir el tamaño del elemento en la cara seleccionada, este se genera en la entrada y salida del feedwell con un tamaño de 30 mm para cada una de las caras. En la Figura 5.11 se muestra el mallado utilizado para el feedwell abierto.

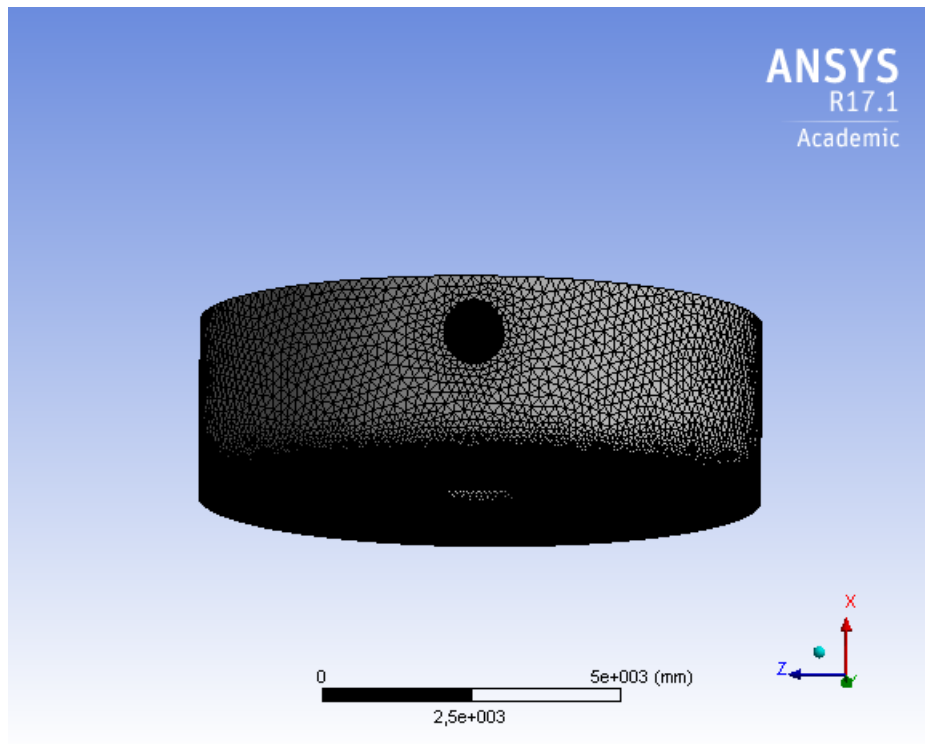


Figura 5.11: Malla feedwell abierto

En la sección 4.2 se mencionó que es posible validar la calidad de la malla mediante los parámetros *skewness* y *orthogonal quality*, en las Tablas 5.6 y 5.7 se detallan las características de la malla y los parámetros mencionados anteriormente para cuantificar su calidad. Cabe destacar que el valor promedio del *skewness* es de 0,2348 y del *orthogonal quality* de 0,8562, por los valores representativos para el *skewness* es cercano a cero mientras que para el *orthogonal quality* el promedio es cercano a uno, por lo que la calidad de la malla es adecuada.

Tabla 5.6: Características de la malla feedwell abierto

Tipo de feedwell	Abierto
N° nodos	352.938
N° elementos	1.843.229

Tabla 5.7: Calidad malla feedwell abierto

Tipo de feedwell		Abierto
Skewness	Mínimo	$1,8e^{-5}$
	Máximo	0,8443
	Promedio	0,2348
Orthogonal Quality	Mínimo	0,2385
	Máximo	0,9979
	Promedio	0,8562

#### 5.2.4. Condiciones de borde

En la Figura 5.12 se muestra el volumen de control donde se tienen condiciones de borde (inlet (A) y outlet (B)).

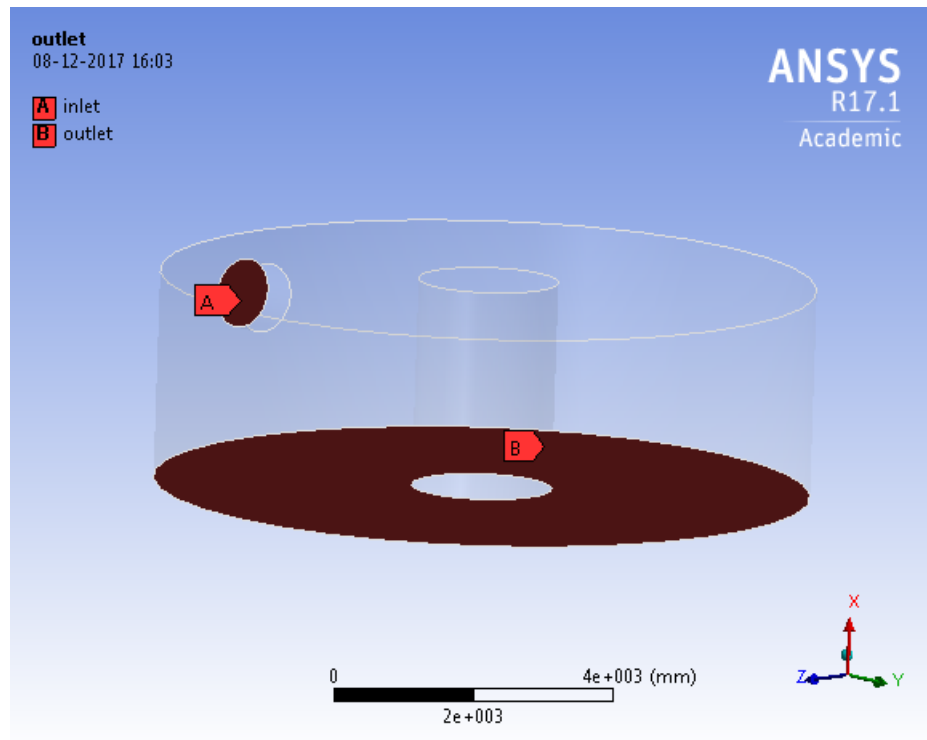


Figura 5.12: Condiciones de borde feedwell abierto

Las condiciones de borde son:

- Entrada: la condición de borde en la entrada del feedwell corresponde a una *velocity-inlet* de  $2.5 [m s^{-1}]$ .
- Salida: la condición de borde a la salida del feedwell corresponde a una *pressure outlet*, la cual corresponde a una presión manométrica de 0 Pa.

### 5.2.5. Caudales

Una vez realizada la simulación, una forma de validar esta es ver la conservación de la masa del problema, a continuación, en la Tabla 5.8 se puede observar el flujo másico de entrada, de salida y el residuo.

Tabla 5.8: Suma de flujos feedwell abierto

Variable	[kg s <sup>-1</sup> ]	[%]
Flujo de entrada	2409.28	100
Flujo de salida	2409.23	99,998
Residuo	0.05	2e-4

### 5.2.6. Streamline

A continuación, en la Figura 5.13 se muestra la streamline de velocidades para el feedwell abierto, en la cual se observa la trayectoria del relave.

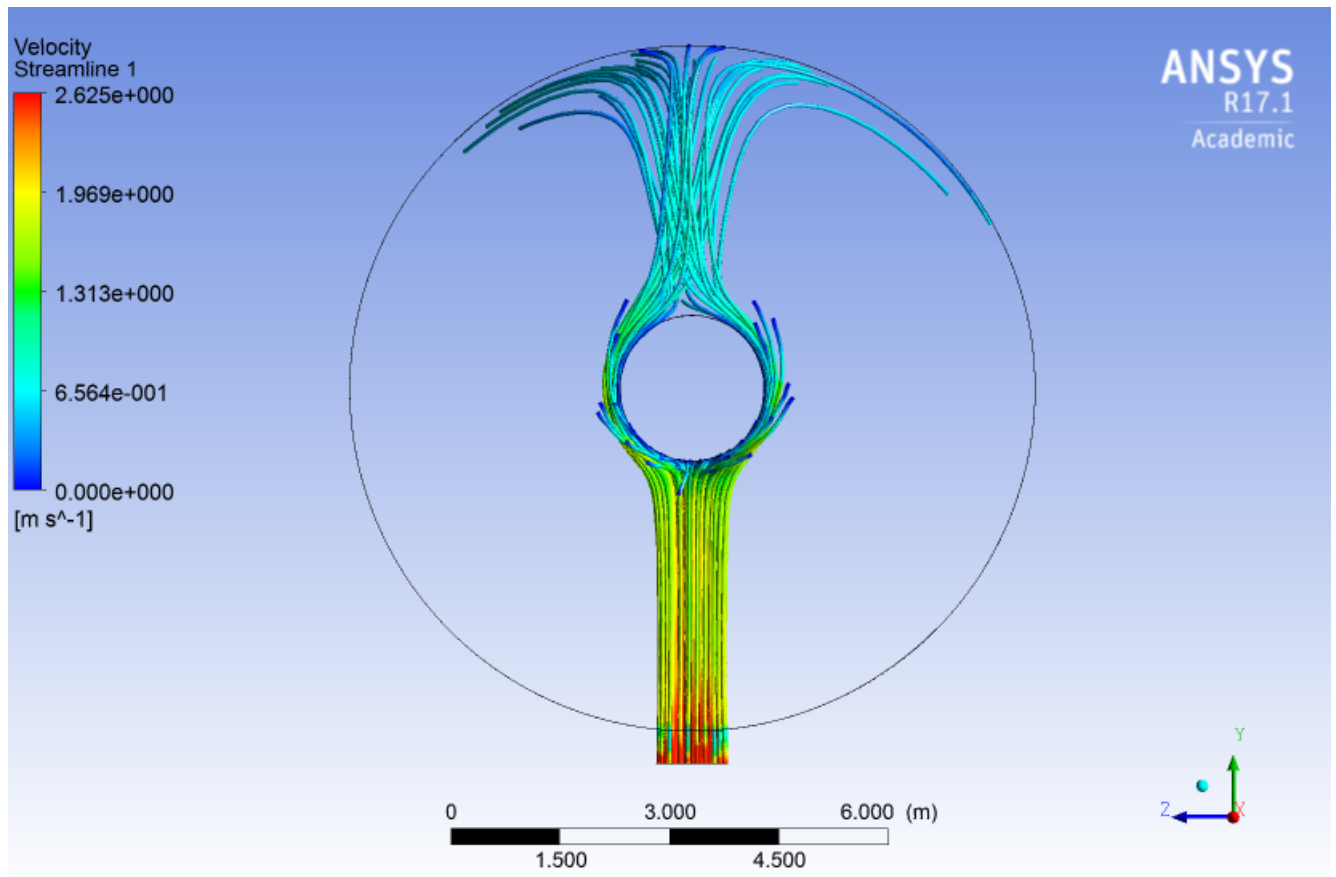


Figura 5.13: Streamline feedwell abierto

### 5.2.7. Partículas

Como se mencionó en el Capítulo 3 Metodología, se desarrollo una simulación DPM para cada una de las geometrías, obteniéndose la Tabla 5.9 la cual muestra el flujo de partículas a la entrada y la salida del feedwell y la Figura 5.14 muestra la streamlines de velocidades de las partículas sólidas inyectadas. Cabe destacar que la trayectoria de algunas de las partículas sólidas no siguen la trayectoria del fluido, ya que chocan con el cilindro interior del feedwell.

Tabla 5.9: Flujos de partículas feedwell abierto

Variable	[kg s <sup>-1</sup> ]	[%]
Flujo de partículas a la entrada	1575	100
Flujo de partículas a la salida	1575	100
Residuo	0	0

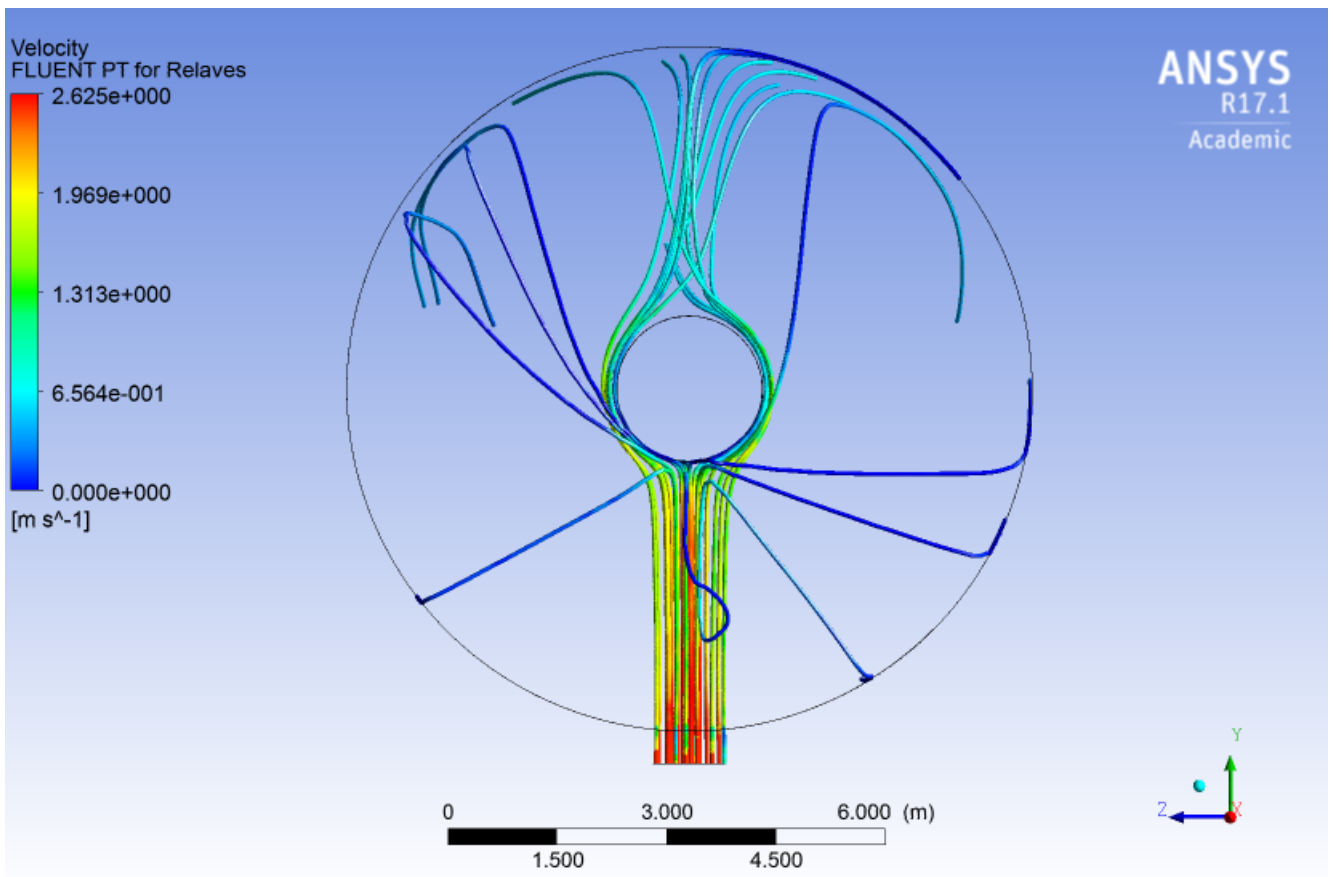


Figura 5.14: Streamline partículas feedwell abierto

### 5.2.8. Campo de velocidades a la salida del feedwell

En la Figura 5.15 se muestra el plano de distribución de velocidades a la salida del feedwell, del cual se obtienen los datos para posterior análisis numérico. Además, se puede apreciar claramente que no existe una distribución de velocidades homogénea en la salida del feedwell.

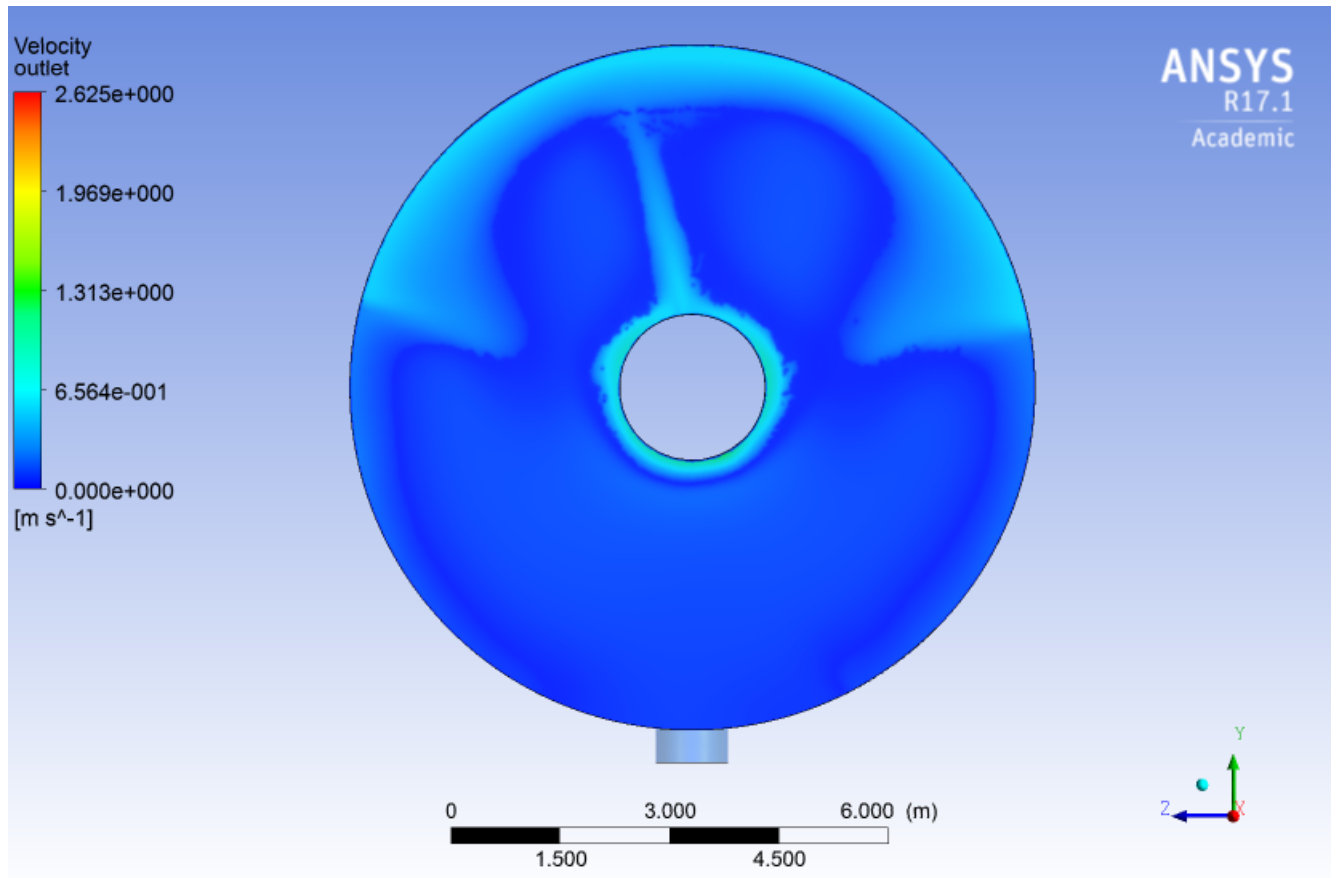


Figura 5.15: Campo de velocidades a la salida del feedwell abierto

### 5.2.9. Energía cinética turbulenta a la salida del feedwell

En la Figura 5.16 se muestra el plano de distribución de la energía cinética turbulenta a la salida del feedwell, del cual se obtienen los datos para posterior análisis numérico.

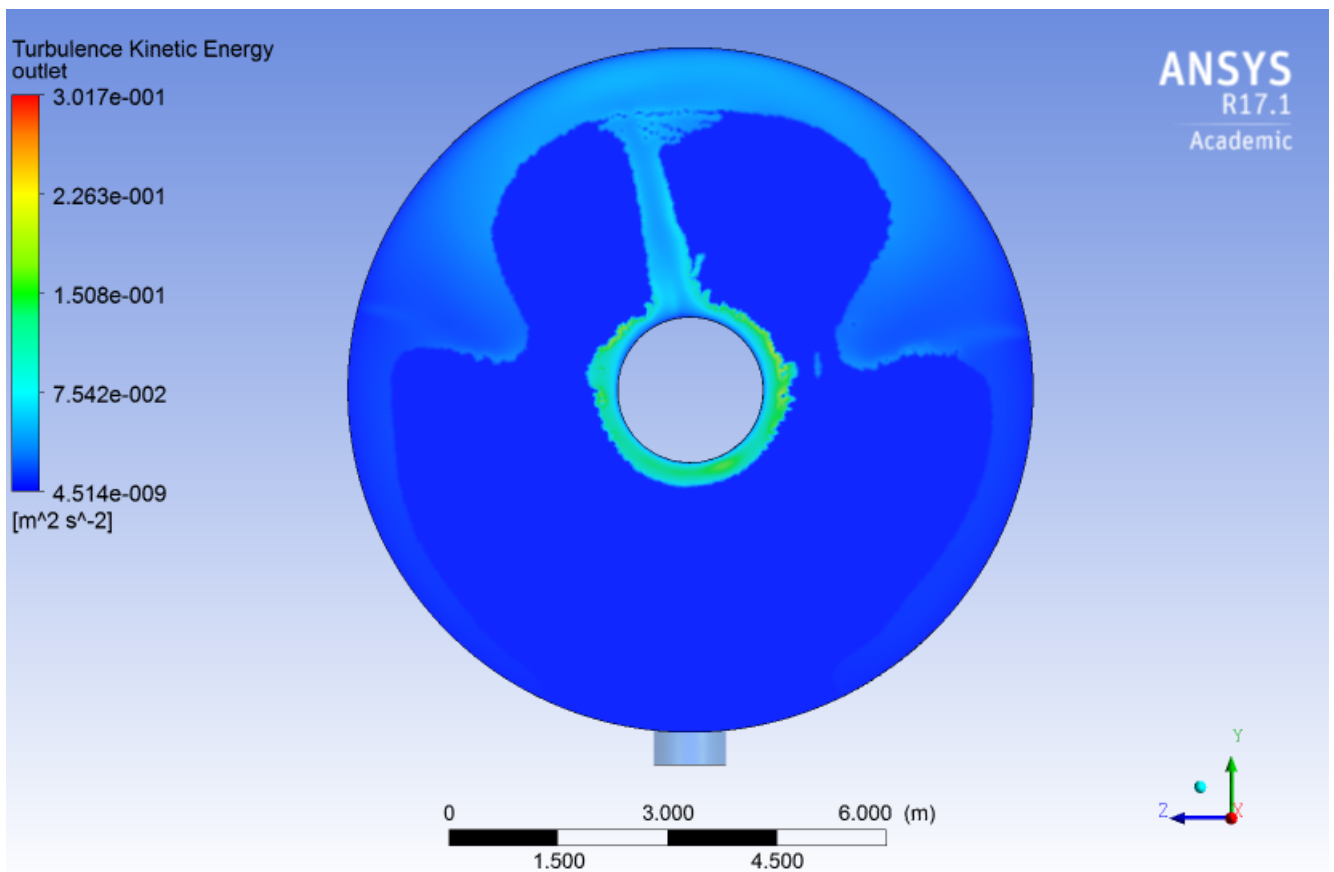


Figura 5.16: Energía cinética turbulenta a la salida del feedwell abierto

Al igual que el plano de velocidad a la salida del feedwell, tampoco se ve una distribución homogénea de la energía cinética turbulenta.

## 5.3. Caso 2: feedwell abierto tangencial

### 5.3.1. Geometría

Como se mencionó en el Capítulo 3 Metodología, la geometría del feedwell abierto tangencial fue desarrollado mediante el software CAD Autodesk Inventor 2017 cuyas dimensiones son las típicas encontradas en un feedwell. En las Figuras 5.17 y 5.18 se muestra el feedwell abierto tangencial con sus respectivas dimensiones.

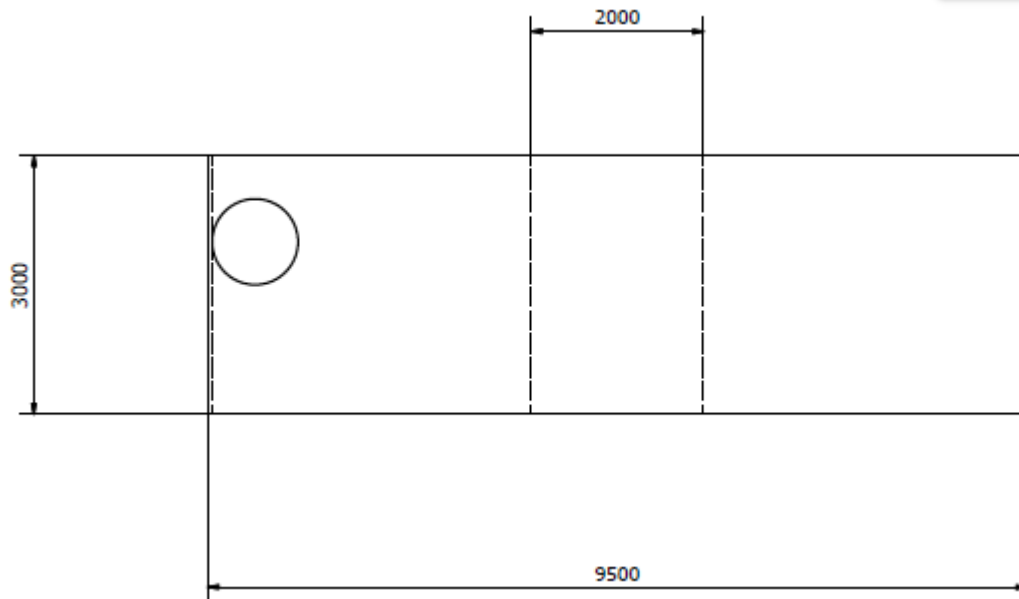


Figura 5.17: Feedwell abierto con alimentación tangencial vista frontal

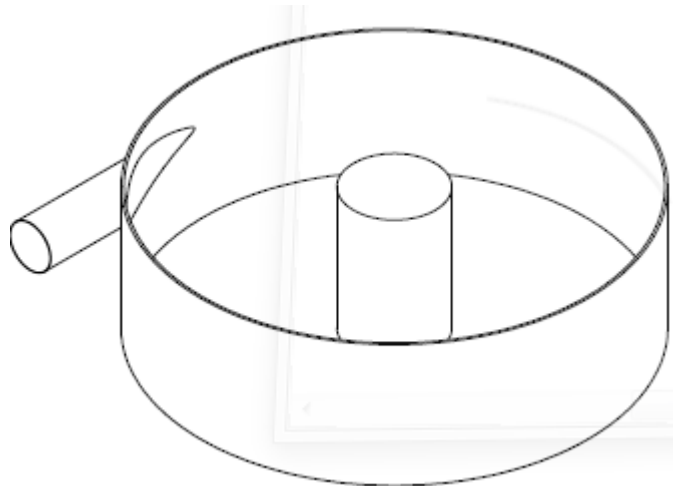


Figura 5.18: Feedwell abierto con alimentación tangencial vista isométrica

### 5.3.2. Volumen de control

La geometría desarrollada en Autodesk Inventor 2017, se importa en ANSYS fluent v17 y se genera el volumen de control mediante las funciones fill y boolean, en la Figura 5.19 se puede observar el volumen de control generado para el feedwell abierto.



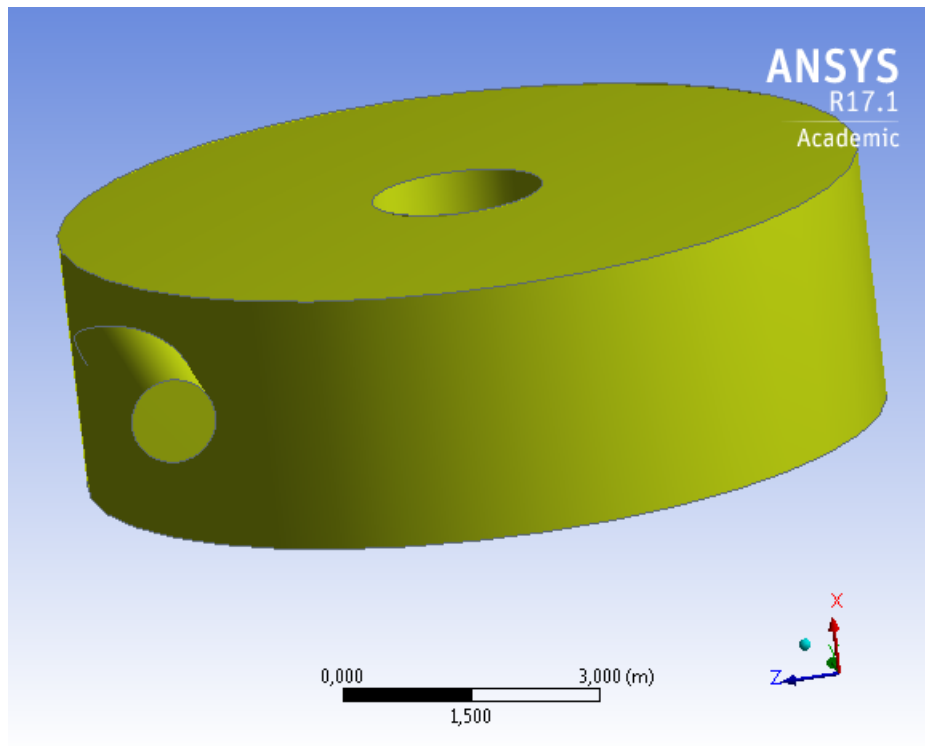


Figura 5.19: Volumen de control feedwell abierto tangencial

### 5.3.3. Mallado

Como se mencionó en la metodología, para la simulación del feedwell abierto tangencial se utiliza un mallado con elementos tetraédricos, dónde se utilizó *size function curvature* y *relevance center medium*, además se realizó un *face sizing*, la cual permite definir el tamaño del elemento en la cara seleccionada, este se genera en la entrada y salida del feedwell con un tamaño de 30 mm y 100 mm respectivamente. En la Figura 5.20 se muestra el mallado utilizado para el feedwell abierto.

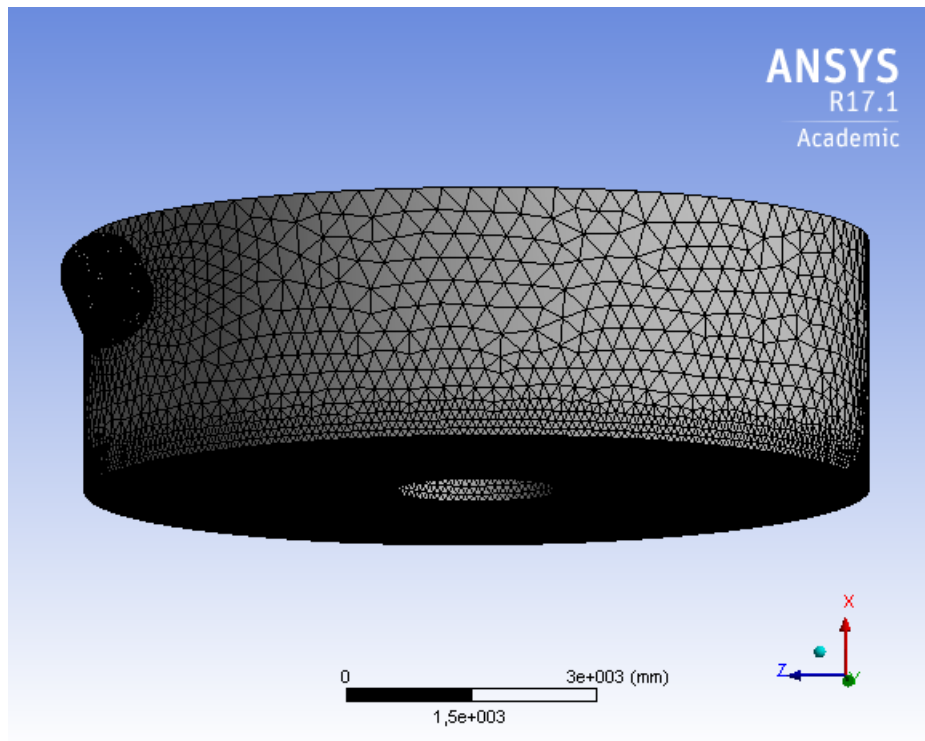


Figura 5.20: Malla feedwell abierto tangencial

En la sección 4.2, se mencionó que es posible validar la calidad de la malla mediante los parámetros *skewness* y *orthogonal quality*, en las Tablas 5.10 y 5.11 se detallan las características de la malla y los parámetros mencionados anteriormente para cuantificar su calidad. Cabe destacar que el valor promedio del *skewness* es de 0,2275 y del *orthogonal quality* de 0,8594, por los valores representativos para el *skewness* es cercano a cero mientras que para el *orthogonal quality* el promedio es cercano a uno, por lo que la calidad de la malla es adecuada.

Tabla 5.10: Características de la malla feedwell abierto tangencial

Tipo de feedwell	Abierto tangencial
N° nodos	49.001
N° elementos	254.407

Tabla 5.11: Calidad malla feedwell abierto tangencial

Tipo de feedwell		Abierto
Skewness	Mínimo	$5,94e^{-5}$
	Máximo	0,8285
	Promedio	0,2275
Orthogonal Quality	Mínimo	0,2177
	Máximo	0,9956
	Promedio	0,8594

### 5.3.4. Condiciones de borde

En la Figura 5.21 se muestra el volumen de control donde se tienen condiciones de borde (inlet (A) y outlet (B)).

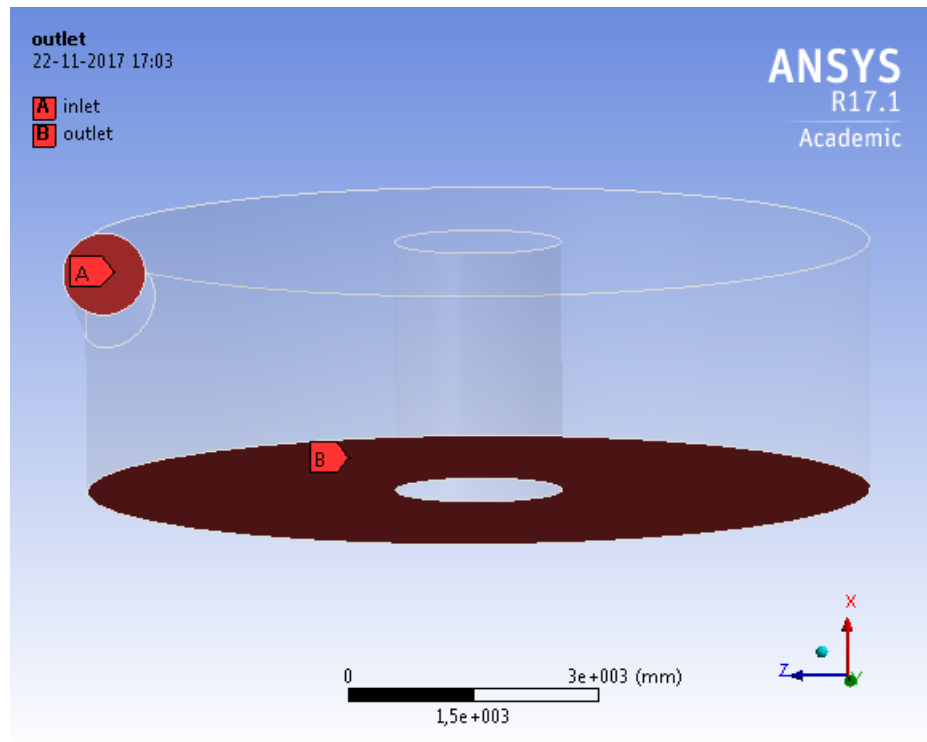


Figura 5.21: Condiciones de borde feedwell abierto tangencial

Las condiciones de borde son:

- Entrada: la condición de borde en la entrada del feedwell corresponde a una *velocity-inlet* de  $2.5 [ms^{-1}]$ .
- Salida: la condición de borde a la salida del feedwell corresponde a una *pressure outlet*, la cual corresponde a una presión manométrica de 0 Pa.

### 5.3.5. Caudal

Una vez realizada la simulación, una forma de validar esta es ver la conservación de la masa del problema, a continuación, en la Tabla 5.12 se puede observar el flujo másico de entrada, de salida y el residuo.

Tabla 5.12: Suma de flujos feedwell abierto tangencial

Variable	[kg s <sup>-1</sup> ]	[%]
Flujo de entrada	2409.28	100
Flujo de salida	2409.27	99,99
Residuo	0.01	4e-4

### 5.3.6. Streamline

A continuación, en la Figura 5.22 se muestra la streamline de velocidades para el feedwell abierto tangencial, en la cual se observa la trayectoria del relave.

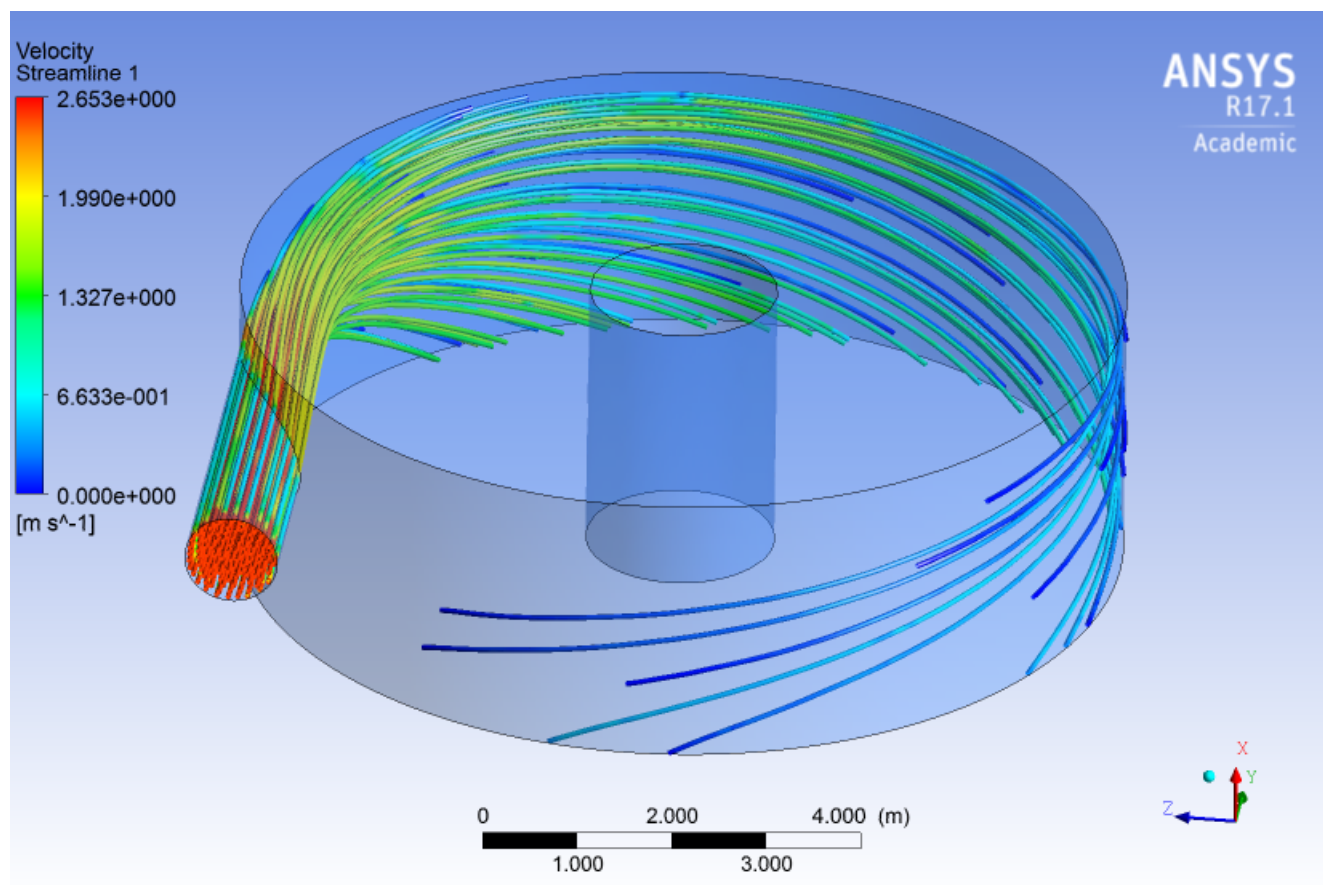


Figura 5.22: Streamline feedwell abierto tangencial

### 5.3.7. Partículas

Mediante la simulación DPM para el feedwell abierto tangencial, se obtiene la Tabla 5.13 la cual muestra el flujo de partículas a la entrada y la salida del feedwell y la Figura 5.23 que muestra la streamlines de velocidades de las partículas sólidas inyectadas. Se puede apreciar que la trayectoria de las partículas sigue la misma trayectoria tangencial del fluido, la cual se comporta de la manera esperada debido al tamaño de partículas.

Tabla 5.13: Flujos de partículas feedwell abierto tangencial

Variable	[kg s <sup>-1</sup> ]	[%]
Flujo de partículas a la entrada	1575	100
Flujo de partículas a la salida	1575	100
Residuo	0	0

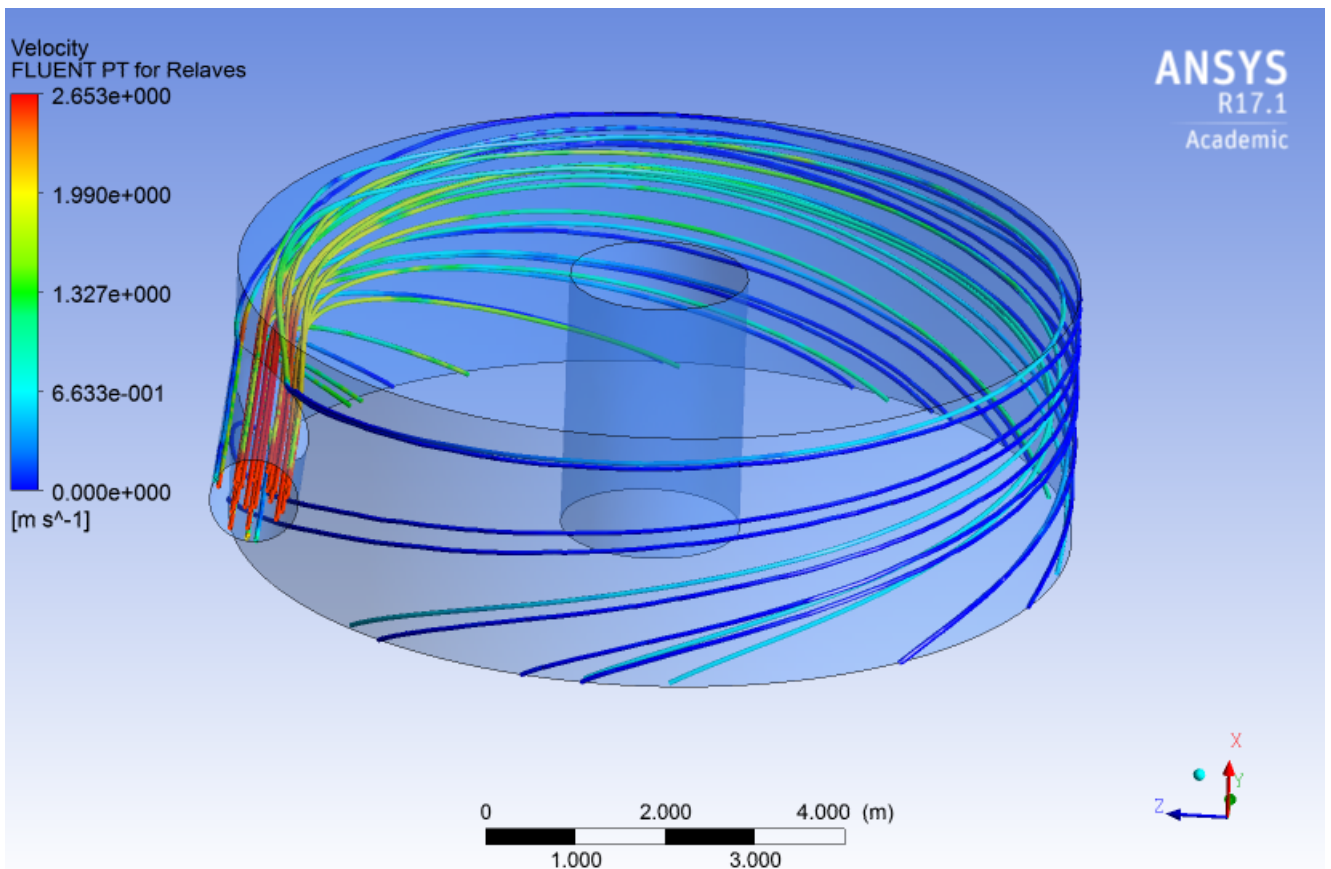


Figura 5.23: Streamline partículas feedwell abierto tangencial

### 5.3.8. Campo de velocidades a la salida del feedwell

En la Figura 5.24 se muestra el plano de distribución de velocidades a la salida del feedwell, del cual se obtienen los datos para posterior análisis numérico.

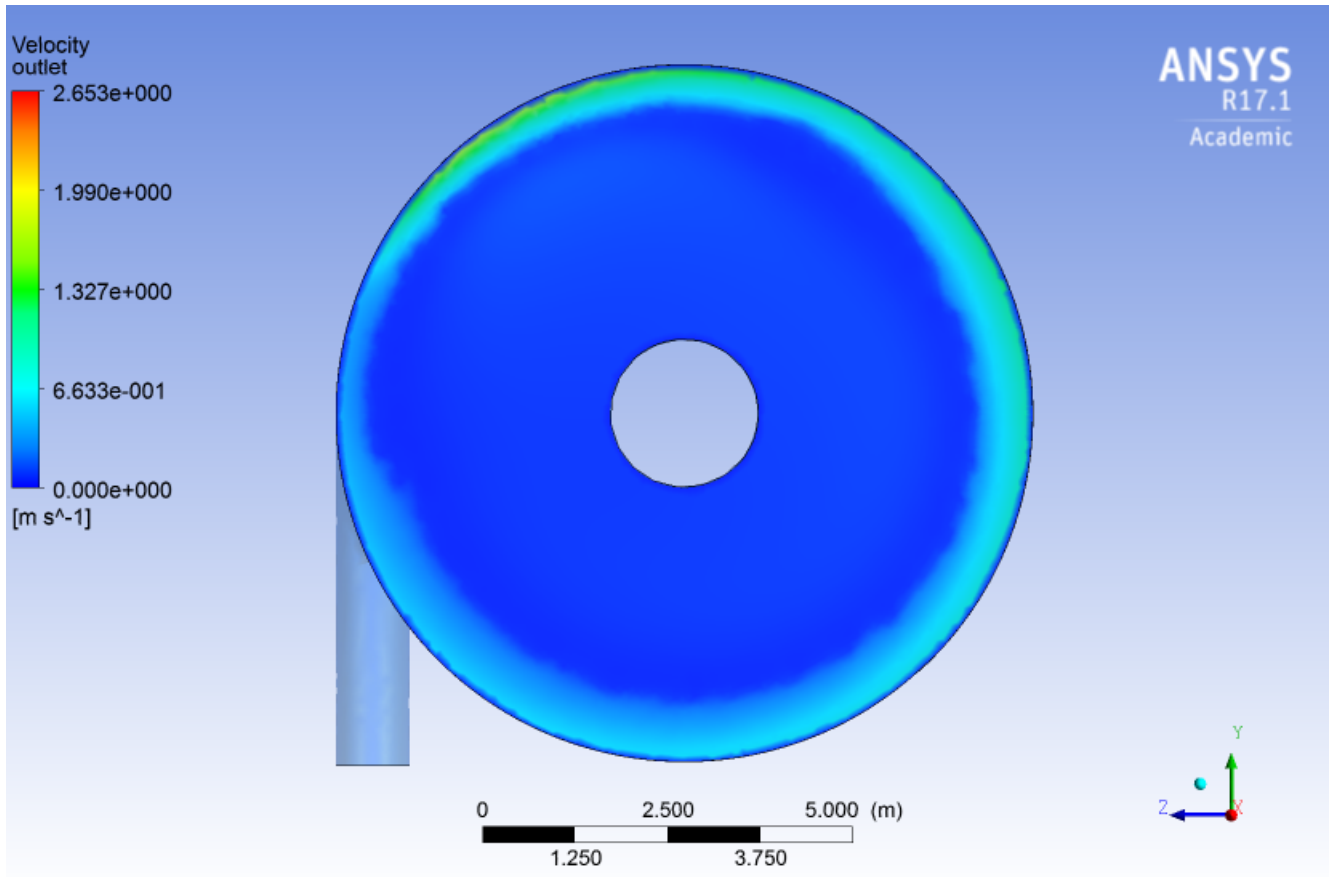


Figura 5.24: Campo de velocidades a la salida del feedwell abierto tangencial

Se puede apreciar una distribución de velocidades más homogénea que en el caso anterior, sin embargo existen ciertos peaks en la zona superior de la Figura 5.24

### 5.3.9. Energía cinética turbulenta a la salida del feedwell

En la Figura 5.25 se muestra el plano de distribución de la energía cinética turbulenta a la salida del feedwell, del cual se obtienen los datos para posterior análisis numérico.

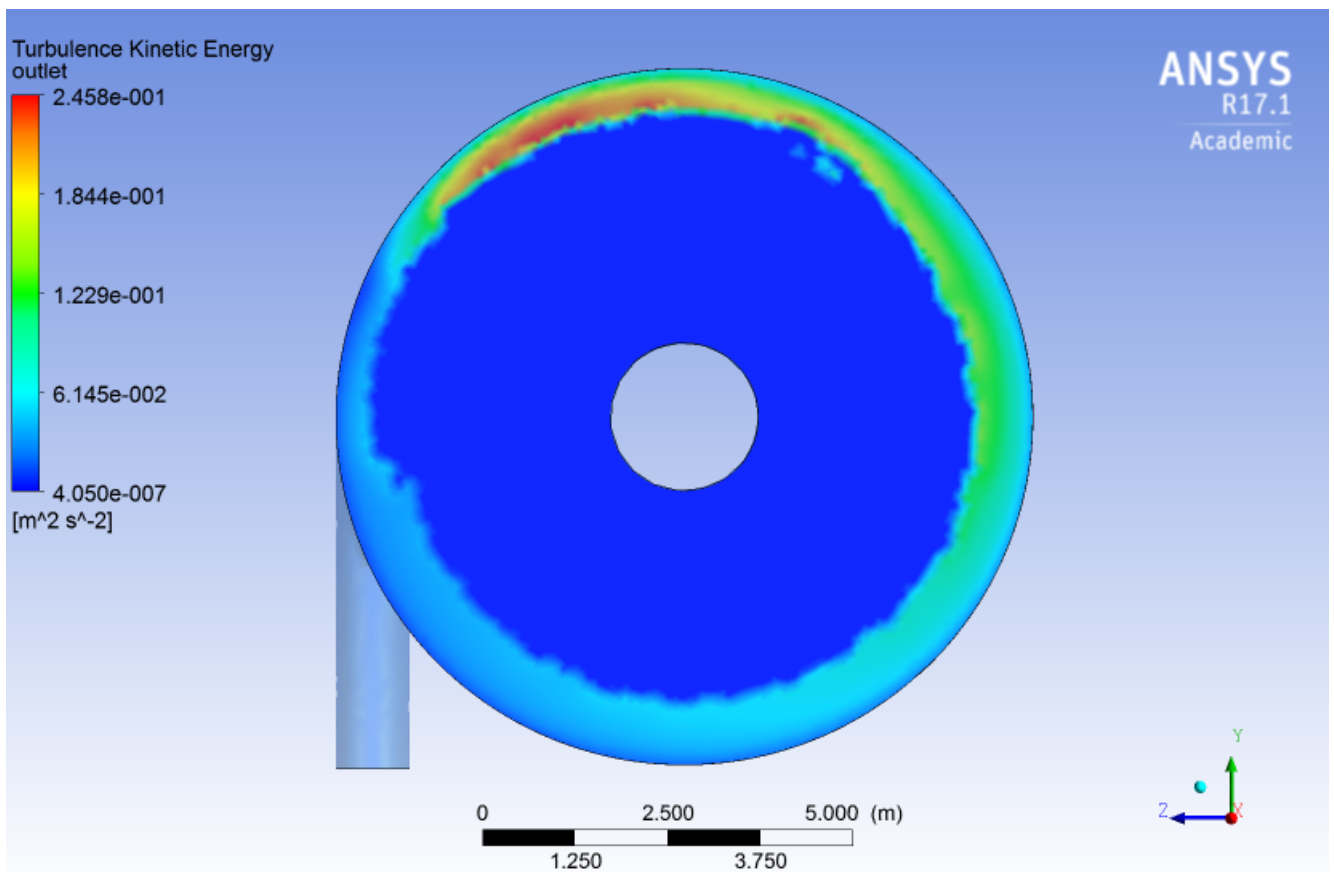


Figura 5.25: Energía cinética turbulenta a la salida del feedwell abierto tangencial

Al igual que en el plano de velocidades, se puede apreciar una distribución más homogénea que en el caso anterior, sin embargo los peaks mencionados en la sección anterior se acentúan aún más en el plano de energía cinética turbulenta.

## 5.4. Caso 3: Feedwell Cerrado

### 5.4.1. Geometría

Como se mencionó en el Capítulo 3 Metodología, la geometría del feedwell cerrado fue desarrollada mediante el software CAD Autodesk Inventor 2017 cuyas dimensiones son las típicas encontradas en un feedwell. En las Figuras 5.26 y 5.27 se muestra el feedwell abierto tangencial con sus respectivas dimensiones.

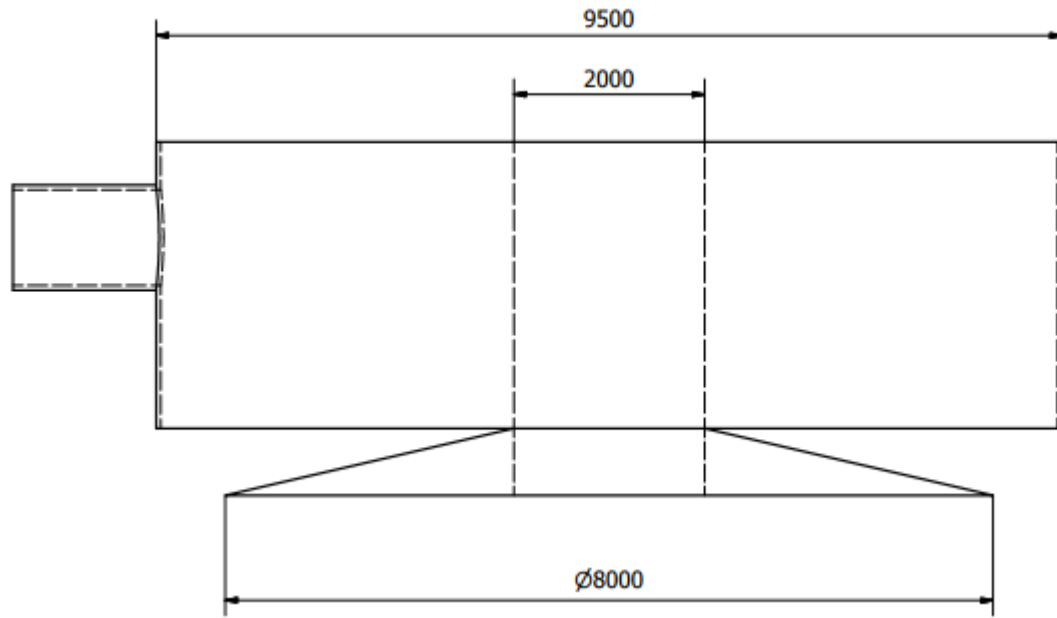


Figura 5.26: Feedwell cerrado vista frontal

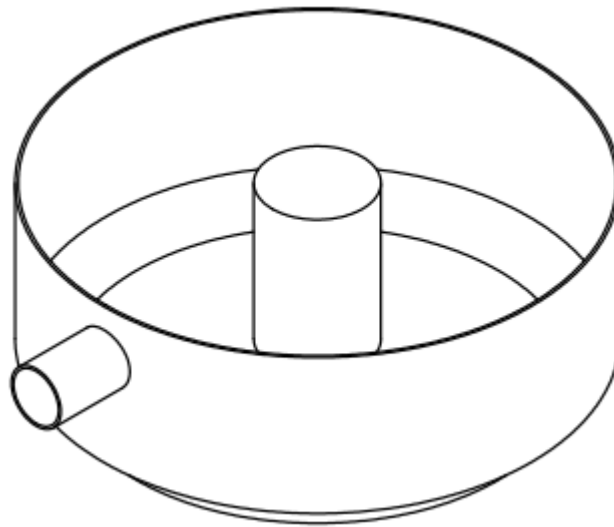


Figura 5.27: Feedwell cerrado vista isométrica

#### 5.4.2. Volumen de control

La geometría desarrollada en Autodesk Inventor 2017, se importa en ANSYS fluent v17 y se genera el volumen de control mediante las funciones fill, boolean y split, en la Figura 5.28 se puede observar el volumen de control generado para el feedwell cerrado. Cabe destacar que a diferencia de los casos anteriores, el volumen de control se extiende hasta la superficie del cono debido a la diferencia geométrica que posee con respecto a los feedwells abiertos.



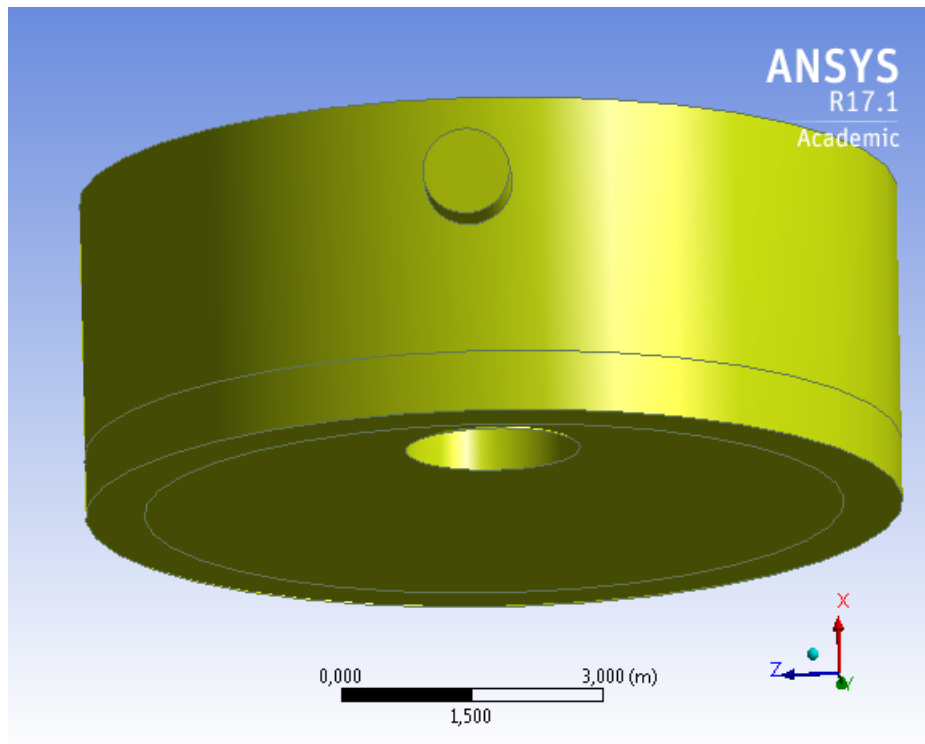


Figura 5.28: Volumen de control feedwell cerrado

### 5.4.3. Mallado

Como se mencionó en la metodología, para la simulación del feedwell abierto tangencial se utiliza un mallado con elementos tetraédricos, donde se utilizó *size function curvature* y *relevance center fine*, además se realizó un *face sizing*, la cual permite definir el tamaño del elemento en la cara seleccionada, este se genera en la entrada y salida del feedwell con un tamaño de 30 mm y 80 mm respectivamente. En la Figura 5.29 se muestra el mallado utilizado para el feedwell abierto.

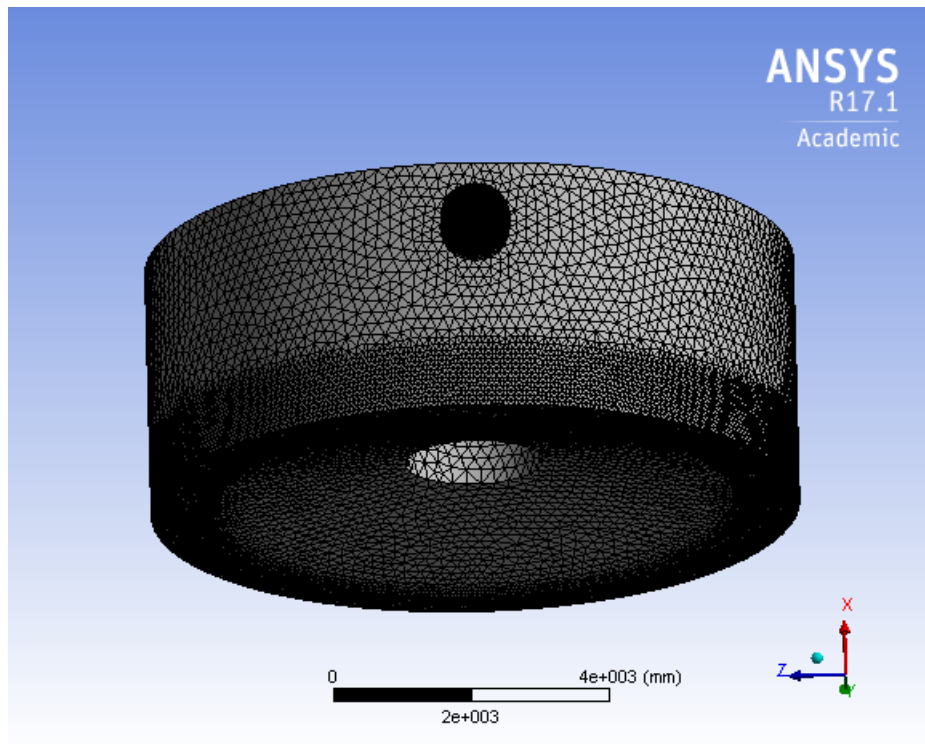


Figura 5.29: Malla feedwell cerrado

En la sección 4.2, se mencionó que es posible validar la calidad de la malla mediante los parámetros *skewness* y *orthogonal quality*, en las Tablas 5.14 y 5.15 se detallan las características de la malla y los parámetros mencionados anteriormente para cuantificar su calidad. Cabe destacar que el valor promedio del *skewness* es de 0,2277 y del *orthogonal quality* de 0,8588, por los valores representativos para el *skewness* es cercano a cero mientras que para el *orthogonal quality* el promedio es cercano a uno, por lo que la calidad de la malla es adecuada.

Tabla 5.14: Características de la malla feedwell cerrado

Tipo de feedwell	Cerrado
N° nodos	51.186
N° elementos	303.928

Tabla 5.15: Calidad malla feedwell cerrado

Tipo de feedwell		Cerrado
Skewness	Mínimo	$1,26e^{-9}$
	Máximo	0,8306
	Promedio	0,2277
Orthogonal Quality	Mínimo	0,2276
	Máximo	0,9946
	Promedio	0,8588

#### 5.4.4. Condiciones de borde

En la Figura 5.30 se muestra el volumen de control donde se tienen condiciones de borde (inlet (A), outlet1 (B) y outlet 2 (C)).

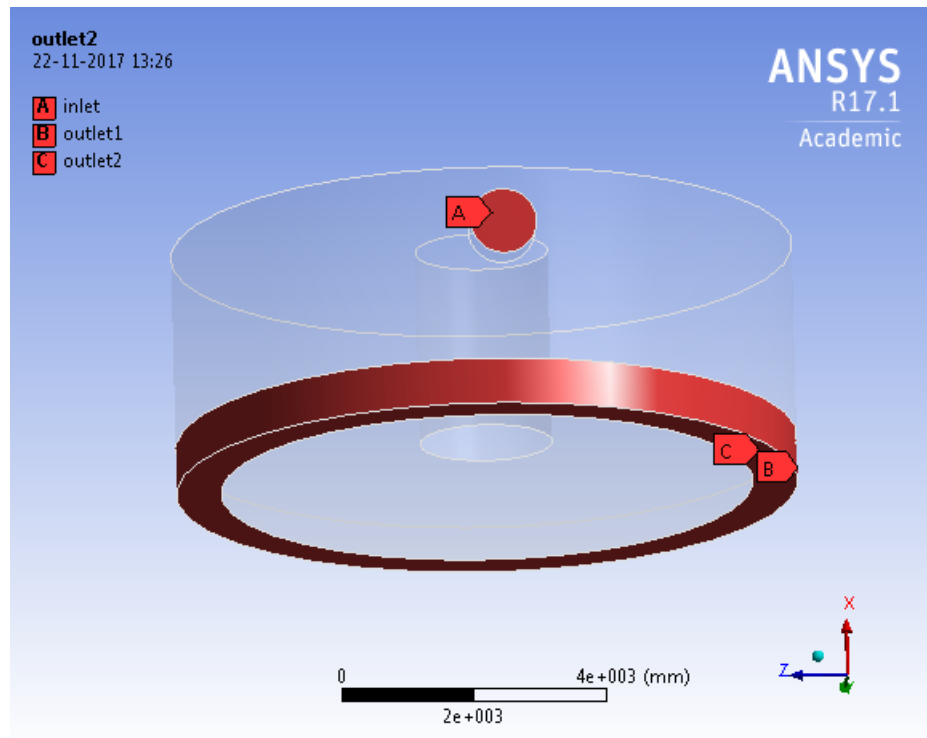


Figura 5.30: Condiciones de borde feedwell cerrado

Las condiciones de borde son:

- Entrada: la condición de borde en la entrada del feedwell corresponde a una *velocity-inlet* de  $2.5 [m s^{-1}]$ .
- Salida 1 y 2: la condición de borde a la salida del feedwell corresponde a una *pressure outlet*, la cual corresponde a una presión manométrica de 0 Pa.

### 5.4.5. Caudal

Una vez realizada la simulación, una forma de validar esta es ver la conservación de la masa del problema, a continuación, en la Tabla 5.16 se puede observar el flujo másico de entrada, de salida y el residuo.

Tabla 5.16: Suma de flujos feedwell cerrado

Variable	[kg s <sup>-1</sup> ]	[%]
Flujo de entrada	2409.28	100
Flujo de salida	2409.076	99,991
Residuo	0.204	8e-3

### 5.4.6. Streamline

A continuación, en la Figura 5.31 se muestra la streamline de velocidades para el feedwell abierto tangencial, en la cual se observa la trayectoria del relave.

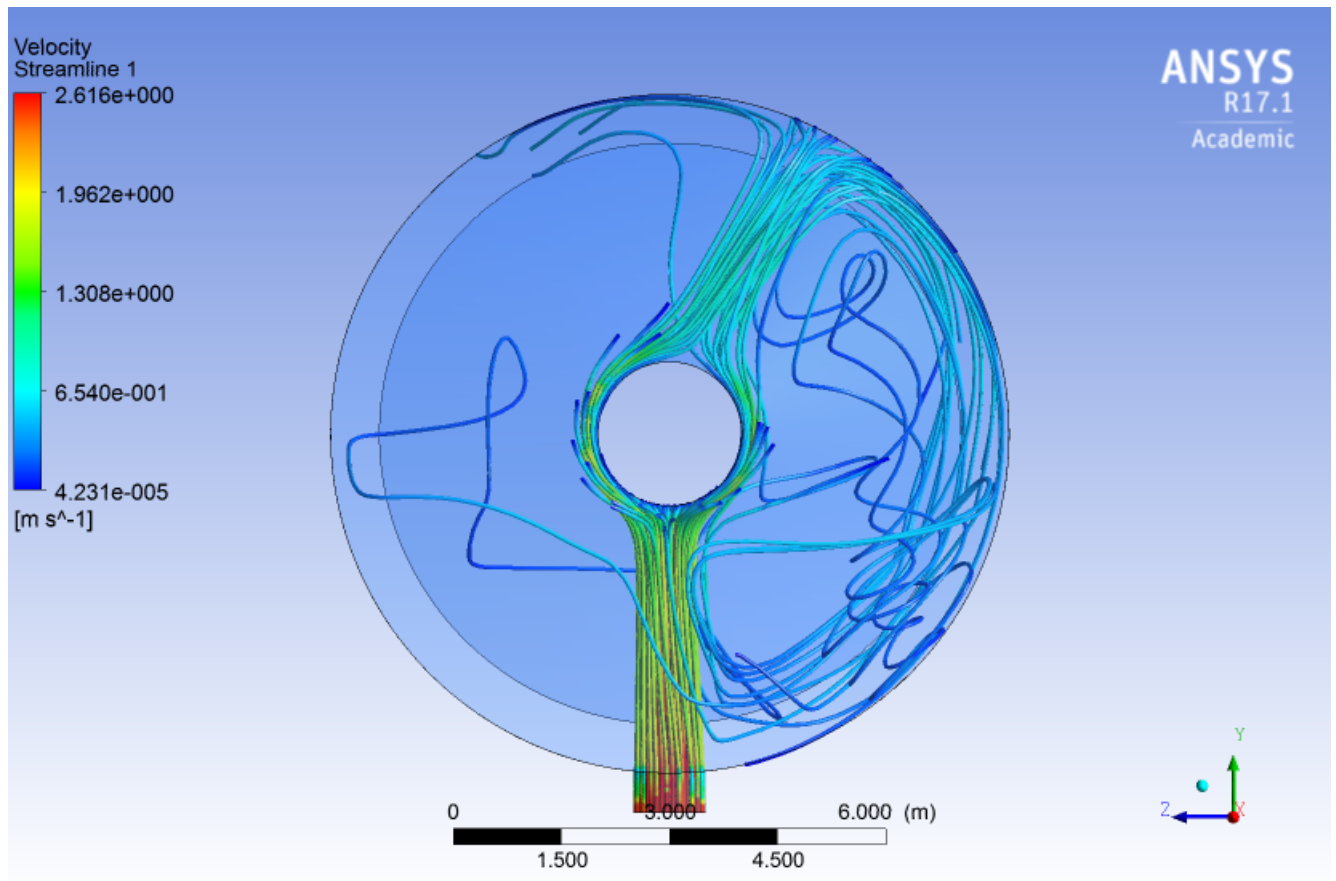


Figura 5.31: Streamline feedwell cerrado

### 5.4.7. Partículas

Mediante la simulación DPM para el feedwell abierto tangencial, se obtiene la Tabla 5.17 la cual muestra el flujo de partículas a la entrada y la salida del feedwell y la Figura 5.32 que muestra la streamlines de velocidades de las partículas sólidas inyectadas. Al igual que el feedwell abierto las partículas chocan con el cilindro interior del feedwell y algunas de ellas no siguen la trayectoria del fluido.

Tabla 5.17: Flujos de partículas feedwell cerrado

Variable	[kg s <sup>-1</sup> ]	[%]
Flujo de partículas a la entrada	1575	100
Flujo de partículas a la salida	1575	100
Residuo	0	0

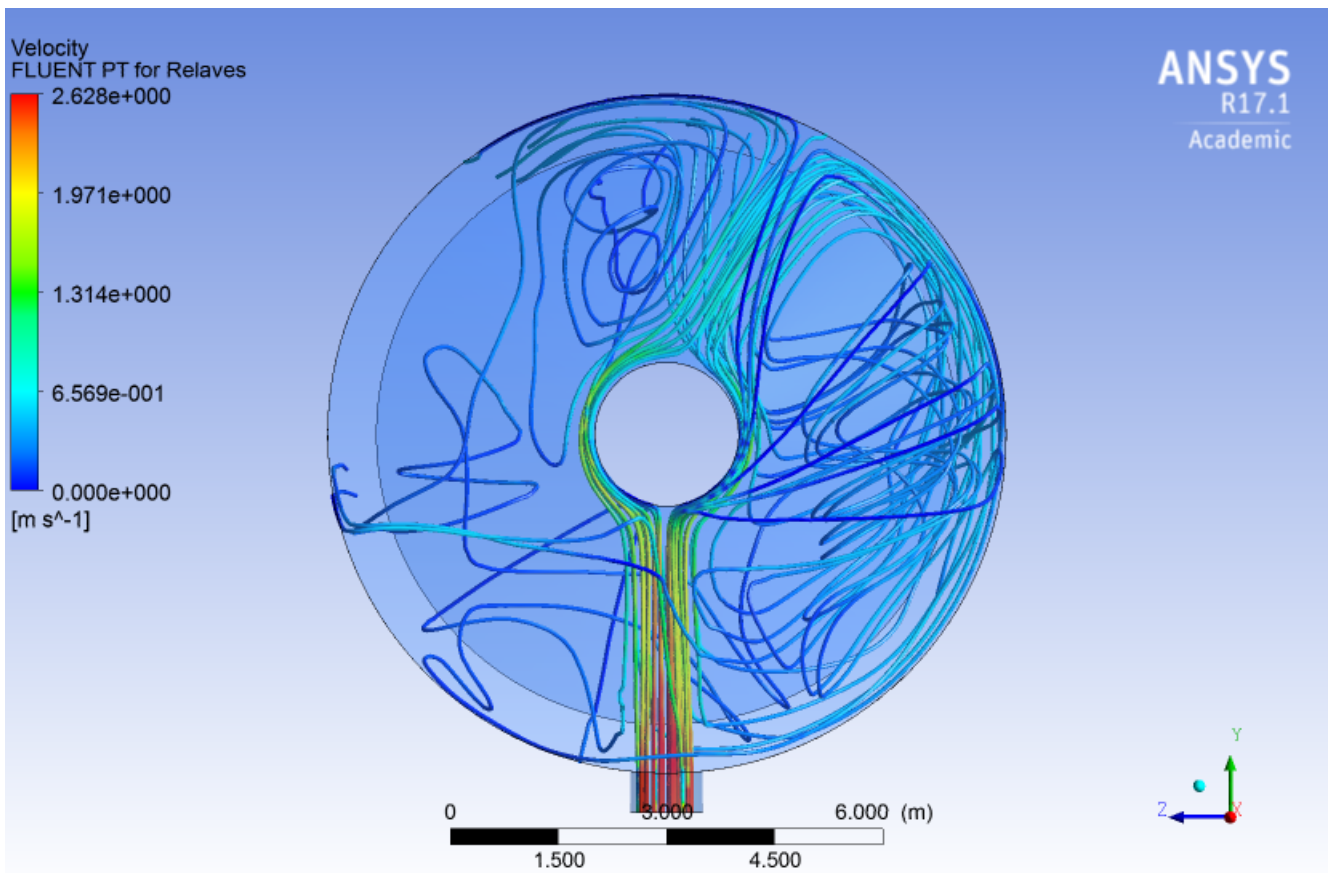


Figura 5.32: Streamline partículas feedwell cerrado

### 5.4.8. Campo de velocidades a la salida del feedwell

En la Figura 5.33 se muestra el plano de distribución de velocidades a la salida del feedwell, del cual se obtienen los datos para posterior análisis numérico. Además, al igual que para el caso del feedwell abierto se aprecia que en la zona superior de la imagen se poseen altas velocidades, esto debido a el tipo de alimentación, sin embargo el añadir un cono de distribución, los peaks de velocidad son menores.

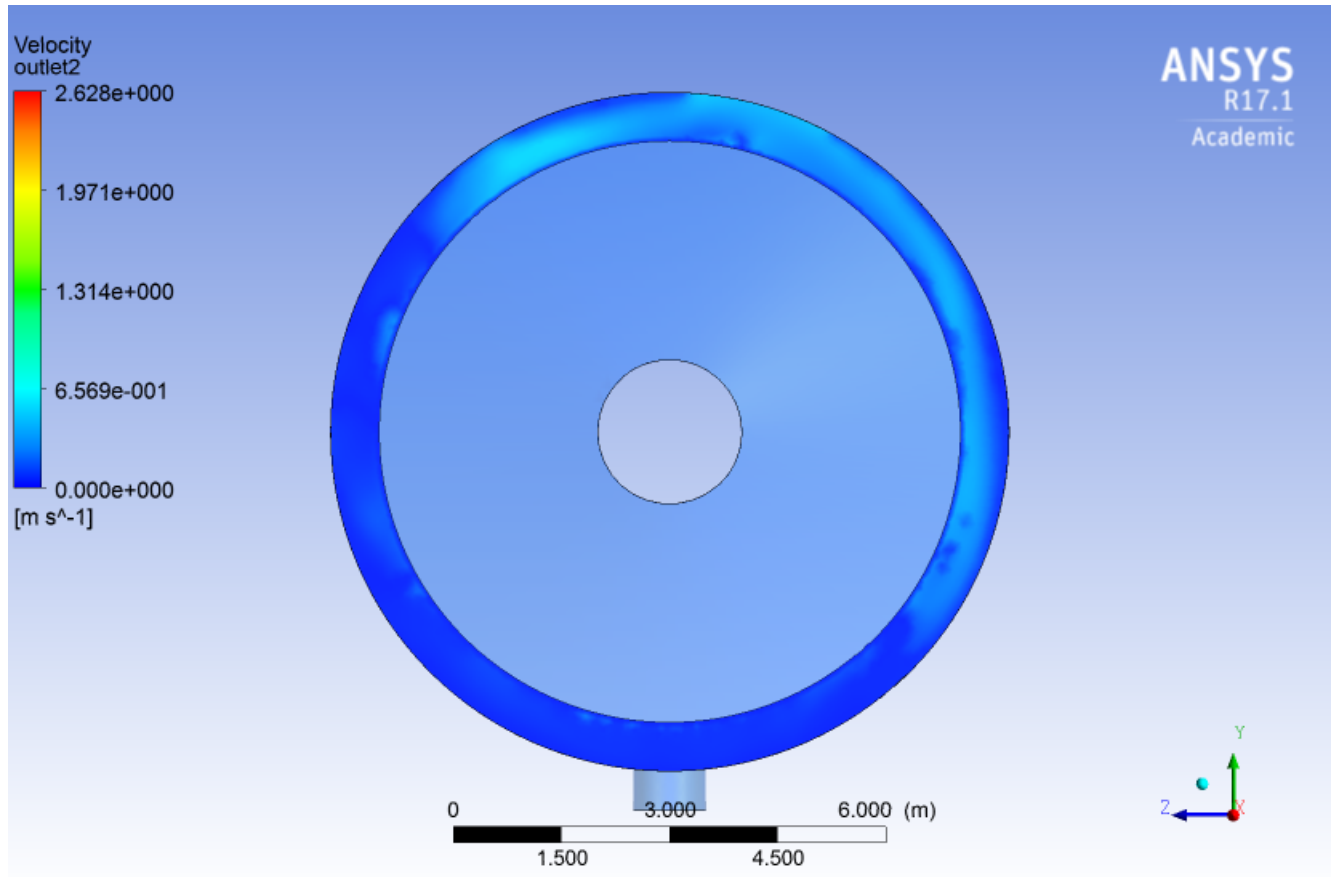


Figura 5.33: Campo de velocidades a la salida del feedwell cerrado

### 5.4.9. Energía cinética turbulenta a la salida del feedwell

En la Figura 5.34 se muestra el plano de distribución de la energía cinética turbulenta a la salida del feedwell, del cual se obtienen los datos para posterior análisis numérico.

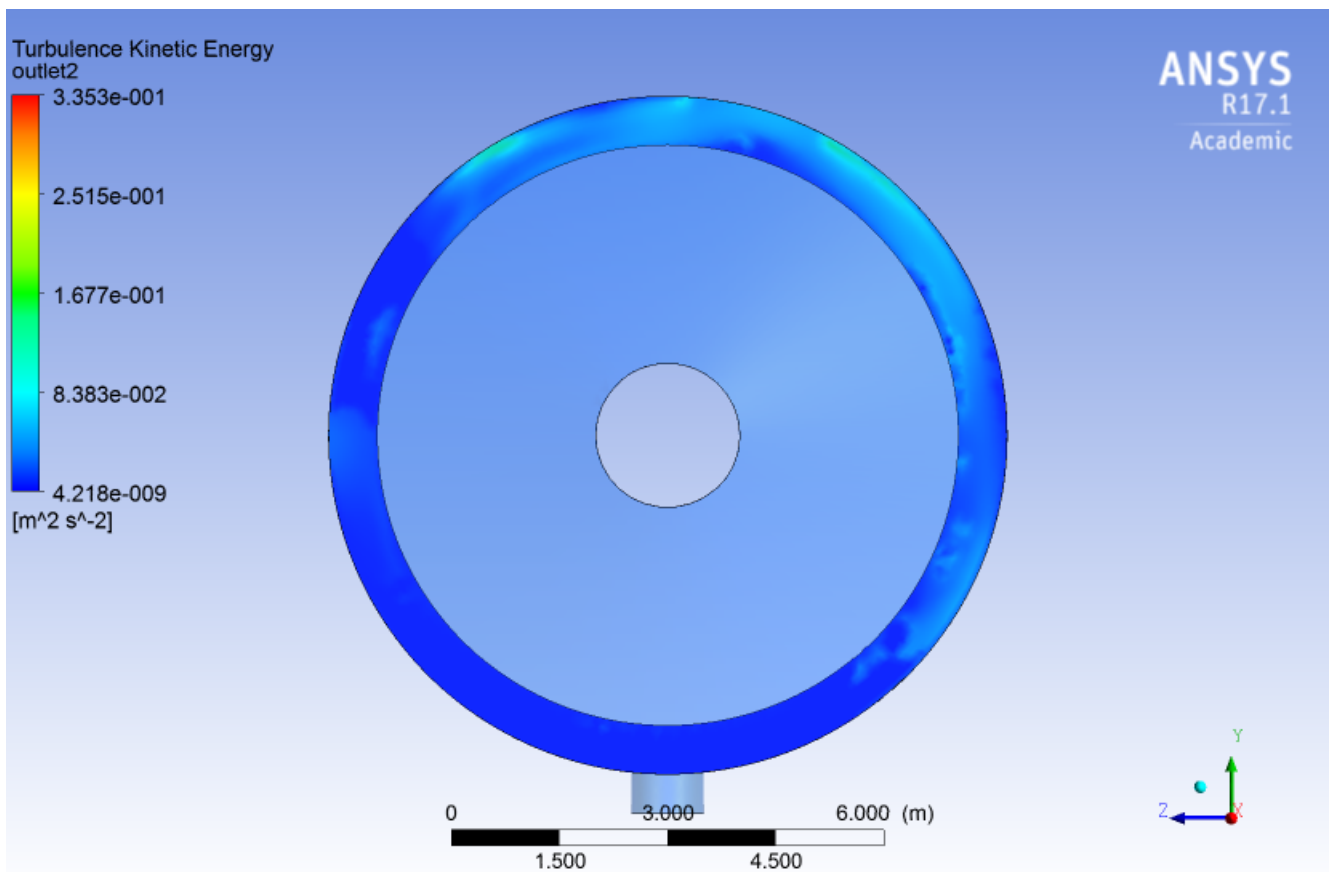


Figura 5.34: Energía cinética turbulenta a la salida del feedwell cerrado

Al igual que en el plano de velocidad, la energía cinética turbulenta se comporta de la misma forma, sin embargo los peaks desarrollados para esta variable son más altos.

## 5.5. Caso 4: feedwell cerrado tangencial

### 5.5.1. Geometría

Como se mencionó en el Capítulo 3 Metodología, la geometría del feedwell cerrado tangencial fue desarrollada mediante el software CAD Autodesk Inventor 2017 cuyas dimensiones son las típicas encontradas en un feedwell. En las Figuras 5.35 y 5.36 se muestra el feedwell abierto tangencial con sus respectivas dimensiones.

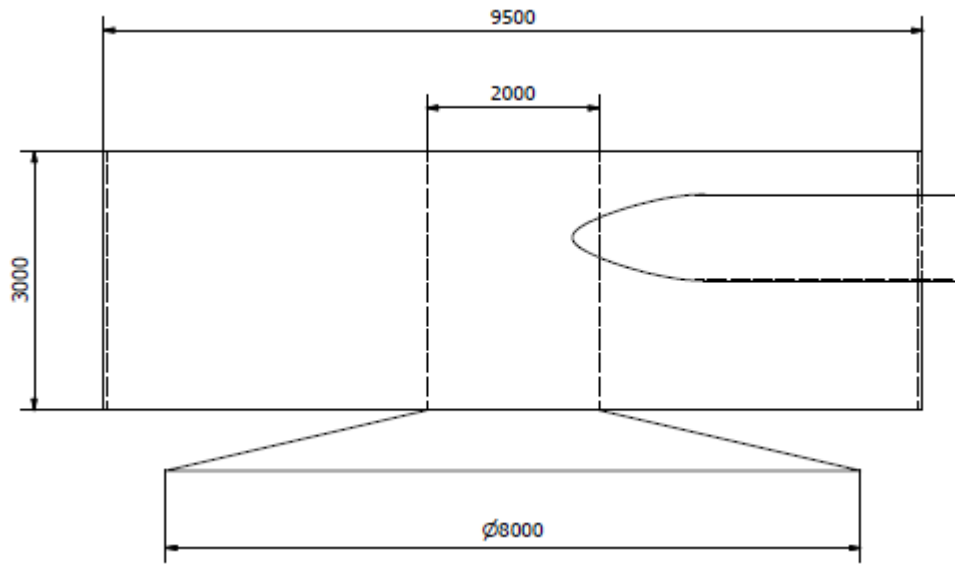


Figura 5.35: Feedwell cerrado con alimentación tangencial vista frontal

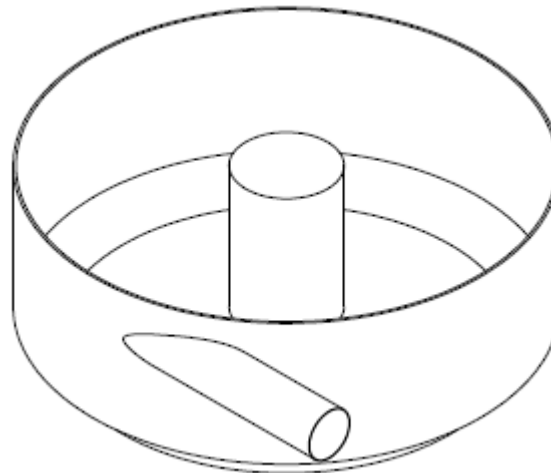


Figura 5.36: Feedwell cerrado con alimentación tangencial vista isométrica

## 5.5.2. Volumen de control

La geometría desarrollada en Autodesk Inventor 2017, se importa en ANSYS fluent v17 y se genera el volumen de control mediante las funciones *fill*, *boolean* y *split*, en la Figura 5.37 se puede observar el volumen de control generado para el feedwell cerrado. Cabe destacar que al igual que el caso anterior, el volumen de control se extiende hasta la superficie del cono debido a la diferencia geométrica que posee con respecto a los feedwells abiertos.



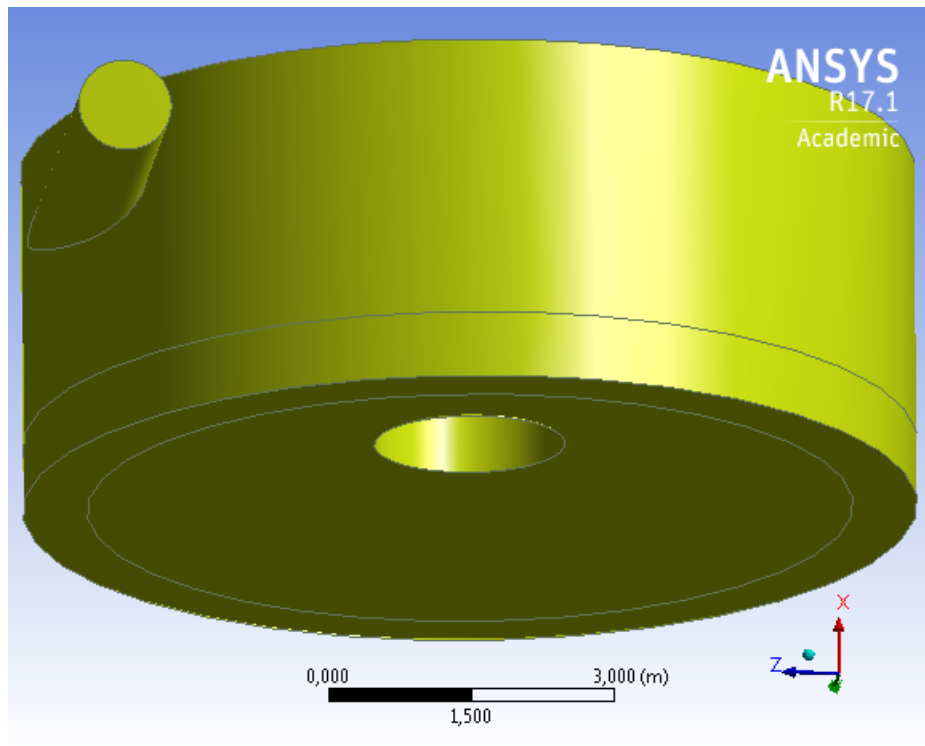


Figura 5.37: Volumen de control feedwell cerrado tangencial

### 5.5.3. Mallado

Como se mencionó en la metodología, para la simulación del feedwell cerrado tangencial se utiliza un mallado con elementos tetraédricos, dónde se utilizó *size function curvature* y *relevance center medium*, además se realizó un *face sizing*, la cual permite definir el tamaño del elemento en la cara seleccionada, este se genera en la entrada y salida del feedwell con un tamaño de 30 mm y 20 mm respectivamente. En la Figura 5.38 se muestra el mallado utilizado para el feedwell abierto.

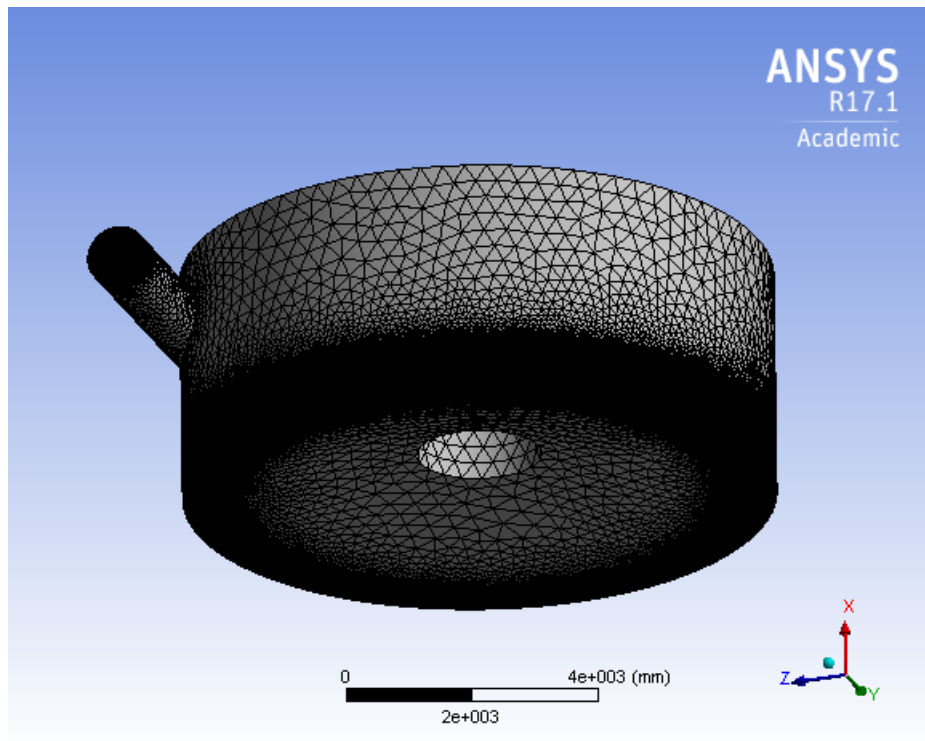


Figura 5.38: Malla feedwell cerrado tangencial

En la sección 4.2, se mencionó que es posible validar la calidad de la malla mediante los parámetros *Skewness* y *orthogonal quality*, en las Tablas 5.18 y 5.19 se detallan las características de la malla y los parámetros mencionados anteriormente para cuantificar su calidad. Cabe destacar que el valor promedio del skewness es de 0,2275 y del orthogonal quality de 0,8594, por los valores representativos para el skewness es cercano a cero mientras que para el orthogonal quality el promedio es cercano a uno, por lo que la calidad de la malla es adecuada.

Tabla 5.18: Características de la malla feedwell cerrado tangencial

Tipo de feedwell	Cerrado tangencial
N° nodos	589.626
N° elementos	3.137.971

Tabla 5.19: Calidad de la malla feedwell cerrado tangencial

Tipo de feedwell		Cerrado tangencial
Skewness	Mínimo	$5,22e^{-13}$
	Máximo	0,8465
	Promedio	0,2263
Orthogonal Quality	Mínimo	0,2183
	Máximo	0,9982
	Promedio	0,8603

#### 5.5.4. Condiciones de borde

En la Figura 5.21 se muestra el volumen de control donde se tienen condiciones de borde (inlet (A), outlet1 (B) y outlet2 (C)).

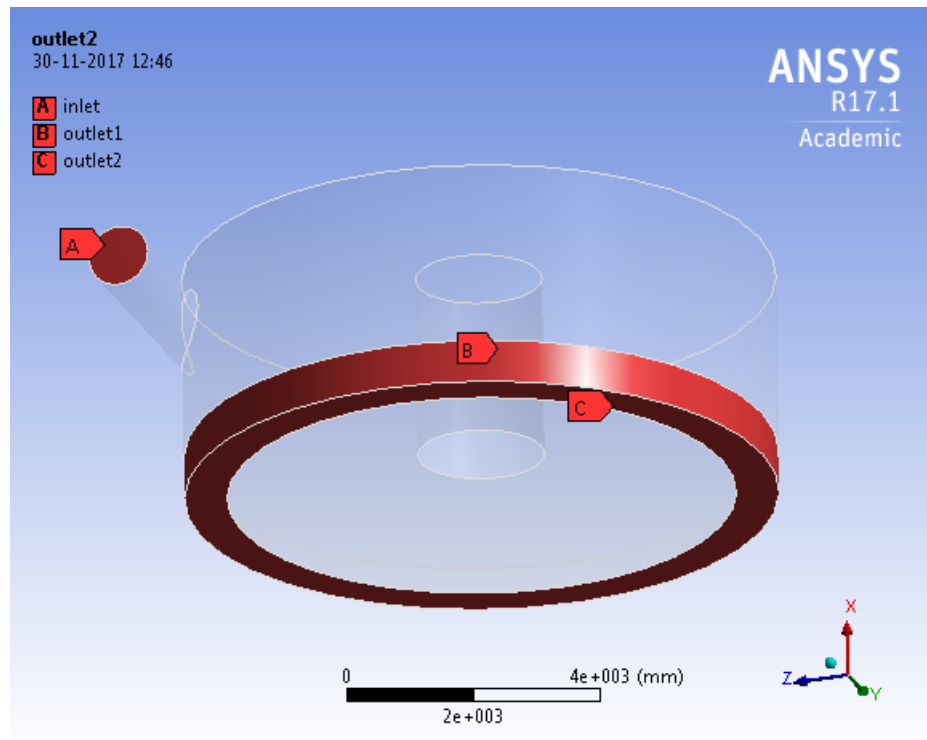


Figura 5.39: Condiciones de borde feedwell cerrado tangencial

Las condiciones de borde son:

- Entrada: la condición de borde en la entrada del feedwell corresponde a una *velocity-inlet* de  $2.5 [ms^{-1}]$ .
- Salida 1 y 2: la condición de borde a la salida del feedwell corresponde a una *pressure outlet*, la cual corresponde a una presión manométrica de 0 Pa.

### 5.5.5. Caudal

Una vez realizada la simulación, una forma de validar esta es ver la conservación de la masa del problema, a continuación, en la Tabla 5.20 se puede observar el flujo másico de entrada, de salida y el residuo.

Tabla 5.20: Suma de flujos feedwell cerrado tangencial

Variable	[kg s <sup>-1</sup> ]	[%]
Flujo de entrada	2409.28	100
Flujo de salida	2409.21	99,998
Residuo	0.07	3e-4

### 5.5.6. Streamline

A continuación, en la Figura 5.40 se muestra la streamline de velocidades para el feedwell abierto tangencial, en la cual se observa la trayectoria del relave.

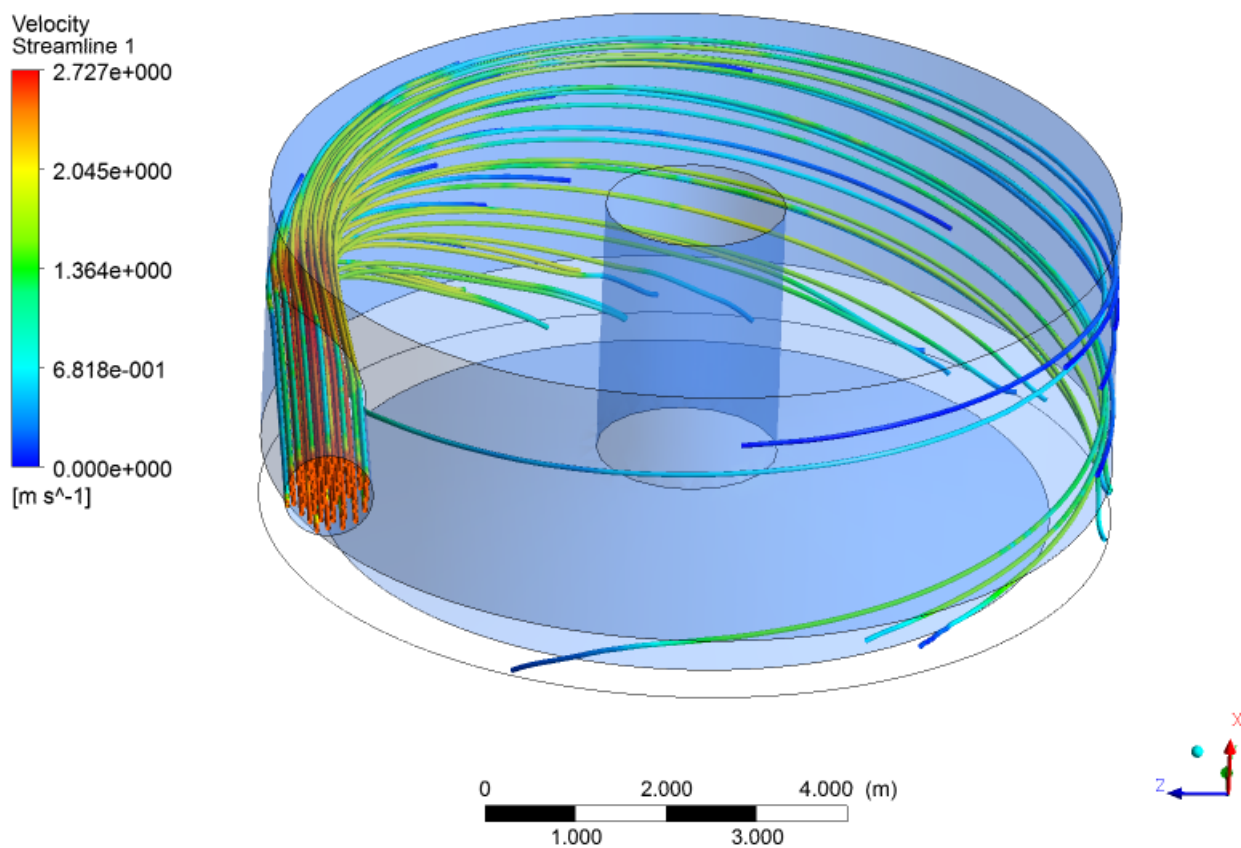


Figura 5.40: Streamline feedwell cerrado tangencial

### 5.5.7. Partículas

Mediante la simulación DPM para el feedwell cerrado tangencial, se obtiene la Tabla 5.21 la cual muestra el flujo de partículas a la entrada y la salida del feedwell y la Figura 5.41 que muestra la streamlines de velocidades de las partículas sólidas inyectadas. Al igual que el caso del feedwell abierto con alimentación tangencial, las partículas siguen la misma trayectoria que el fluido, el cual es un resultado que se espera.

Tabla 5.21: Flujos de partículas feedwell cerrado tangencial

Variable	[kg s <sup>-1</sup> ]	[%]
Flujo de partículas a la entrada	1575	100
Flujo de partículas a la salida	1575	100
Residuo	0	0

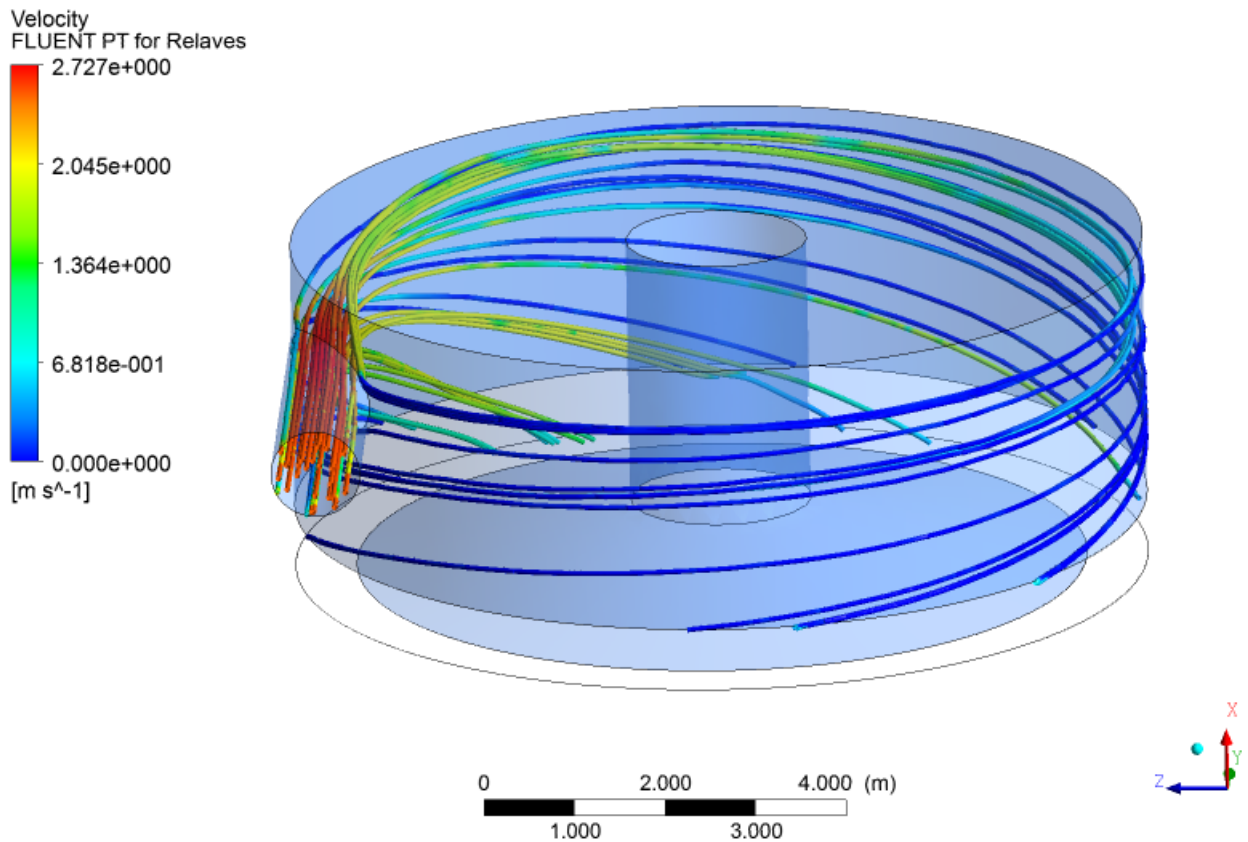


Figura 5.41: Streamline partículas feedwell cerrado tangencial

### 5.5.8. Campo de velocidades a la salida del feedwell

En la Figura 5.42 se muestra el plano de distribución de velocidades a la salida del feedwell, del cual se obtienen los datos para posterior análisis numérico. Además, se puede apreciar una distribución más homogénea que en los casos anteriores, y lo que más destaca en comparación a estos, es que los peaks son más bajos que en el caso de los feedwells abiertos, debido al cono de distribución añadido.

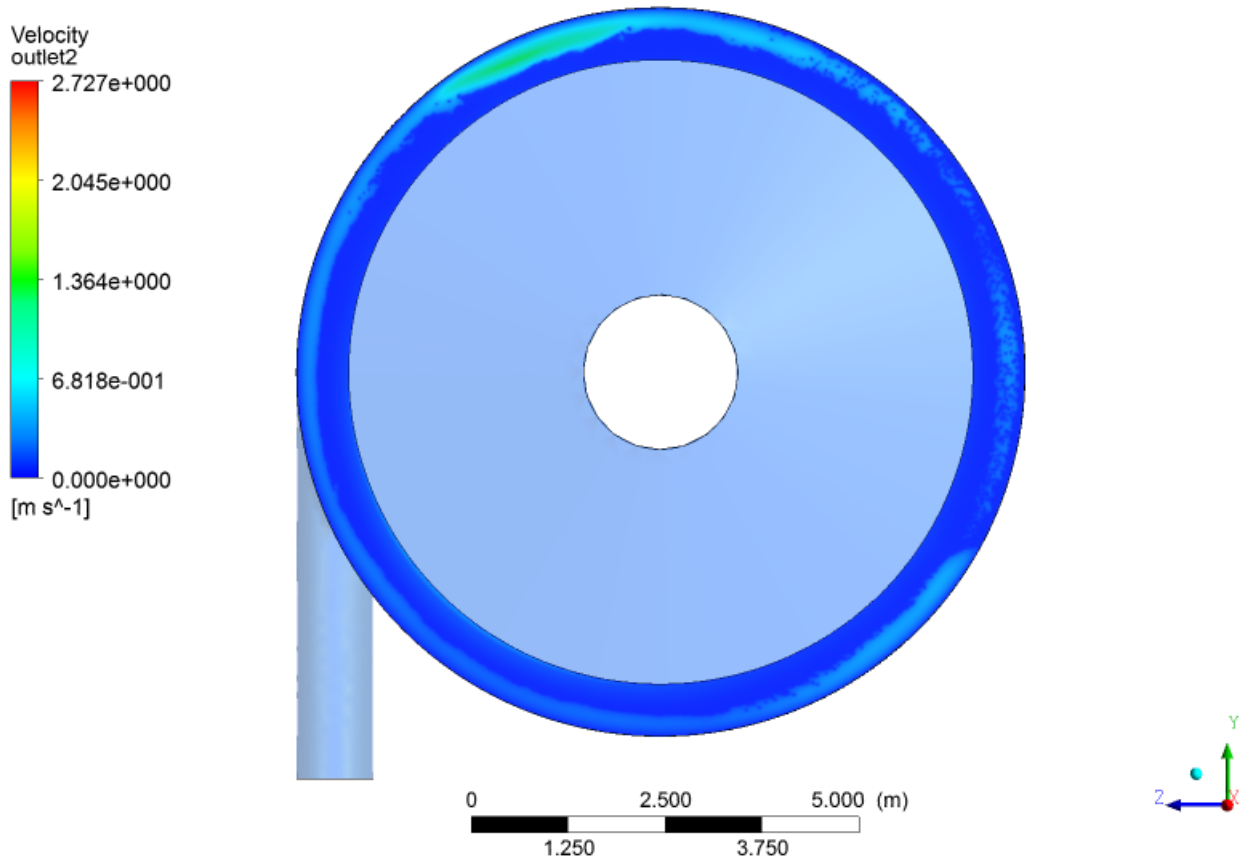


Figura 5.42: Campo de velocidades a la salida del feedwell cerrado tangencial

### 5.5.9. Energía cinética turbulenta a la salida del feedwell

En la Figura 5.43 se muestra el plano de distribución de la energía cinética turbulenta a la salida del feedwell, del cual se obtienen los datos para posterior análisis numérico.

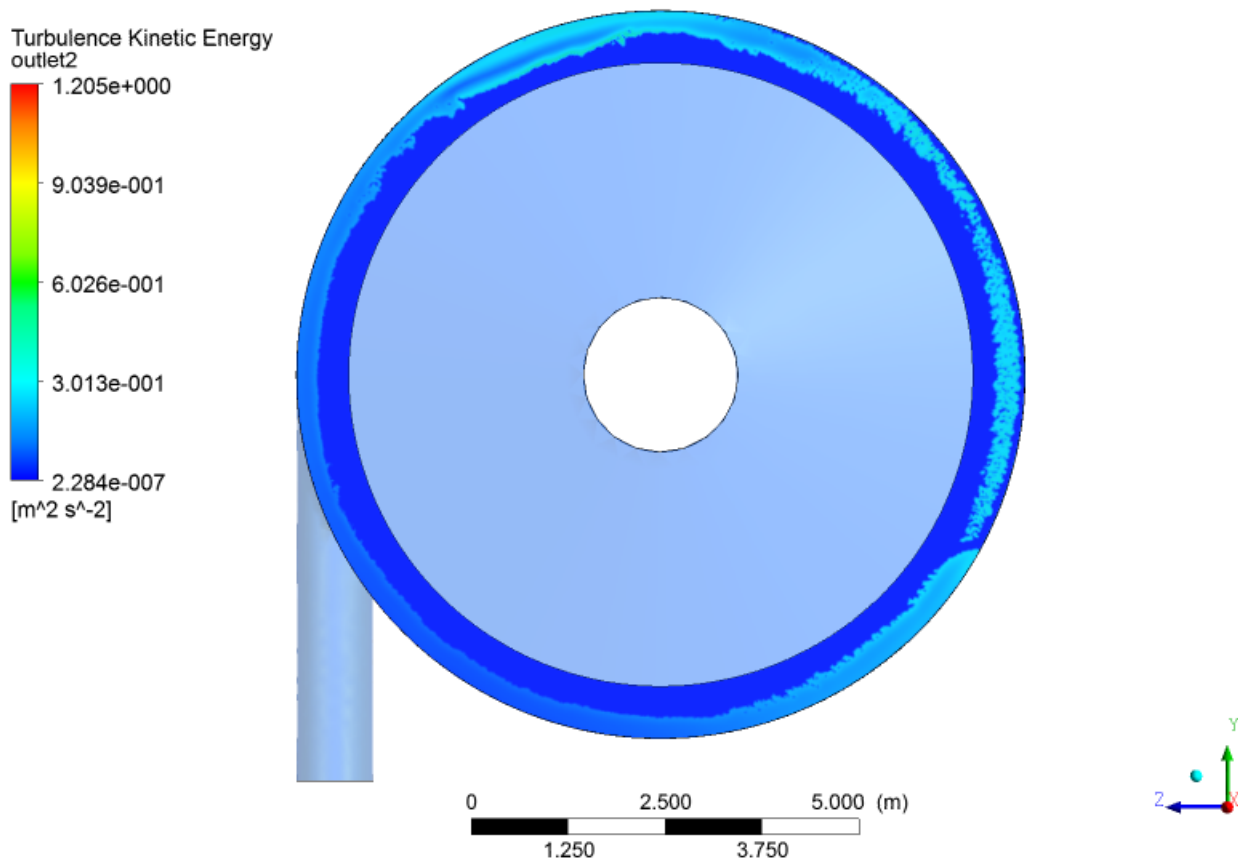


Figura 5.43: Energía cinética turbulenta a la salida del feedwell cerrado tangencial

Al igual que en el caso del plano de velocidad, se aprecia una distribución bastante homogénea de la energía cinética, además los peaks son bastante menores que en los casos de los feedwell abiertos y esto se atribuye al cono de distribución.

## 5.6. Caso 5: Feedwell con baffle

### 5.6.1. Geometría

Como se mencionó en el Capítulo 3 Metodología, la geometría del feedwell abierto tangencial fue desarrollada mediante el software CAD Autodesk Inventor 2017 cuyas dimensiones son las típicas encontradas en un feedwell. En las Figuras 5.44, 5.45 y 5.46 se muestra el feedwell con baffle con sus respectivas dimensiones.

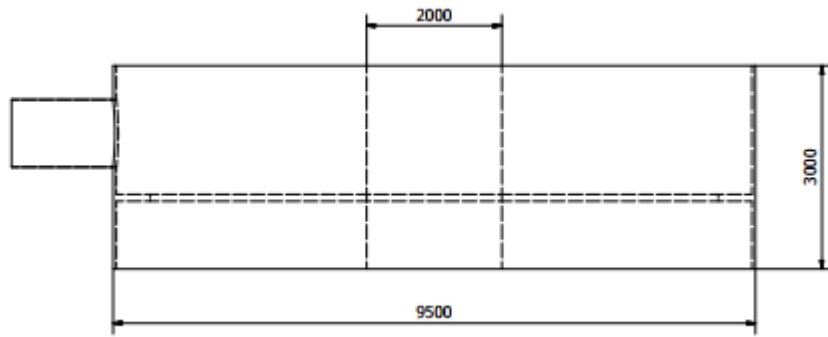


Figura 5.44: Feedwell con baffle vista frontal

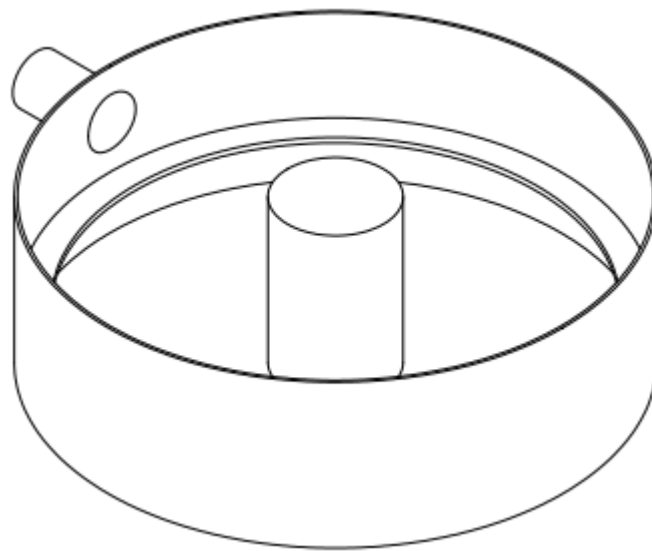


Figura 5.45: Feedwell con baffle vista isométrica



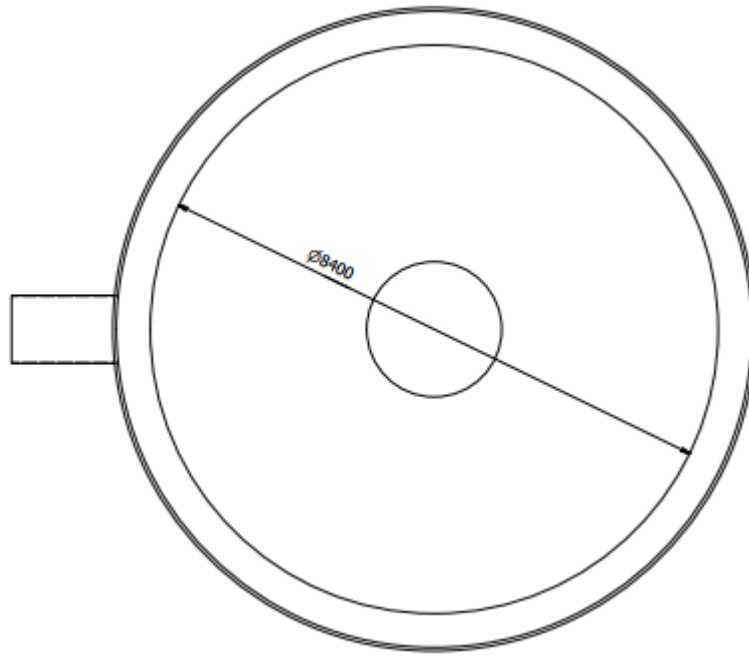


Figura 5.46: Feedwell con baffle vista superior

### 5.6.2. Volumen de control

La geometría desarrollada en Autodesk Inventor 2017, se importa en ANSYS fluent v17 y se genera el volumen de control mediante las funciones *fill* y *boolean*, en la Figura 5.47 se puede observar el volumen de control generado para el feedwell con baffle.

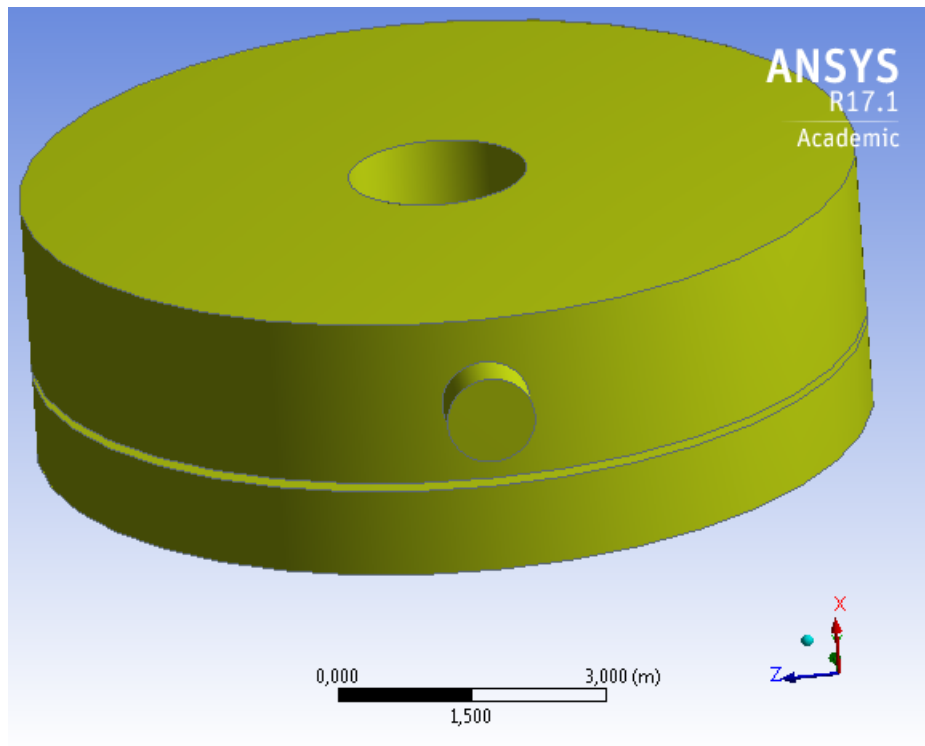


Figura 5.47: Volumen de control feedwell con baffle

### 5.6.3. Mallado

Como se mencionó en la metodología, para la simulación del feedwell con baffle se utiliza un mallado con elementos tetraédricos, dónde se utilizó *size function curvature* y *relevance center fine*, además se realizó un *face sizing*, la cual permite definir el tamaño del elemento en la cara seleccionada, este se genera en la entrada y salida del feedwell con un tamaño de 30 mm y 80 mm respectivamente. En la Figura 5.48 se muestra el mallado utilizado para el feedwell con baffle.

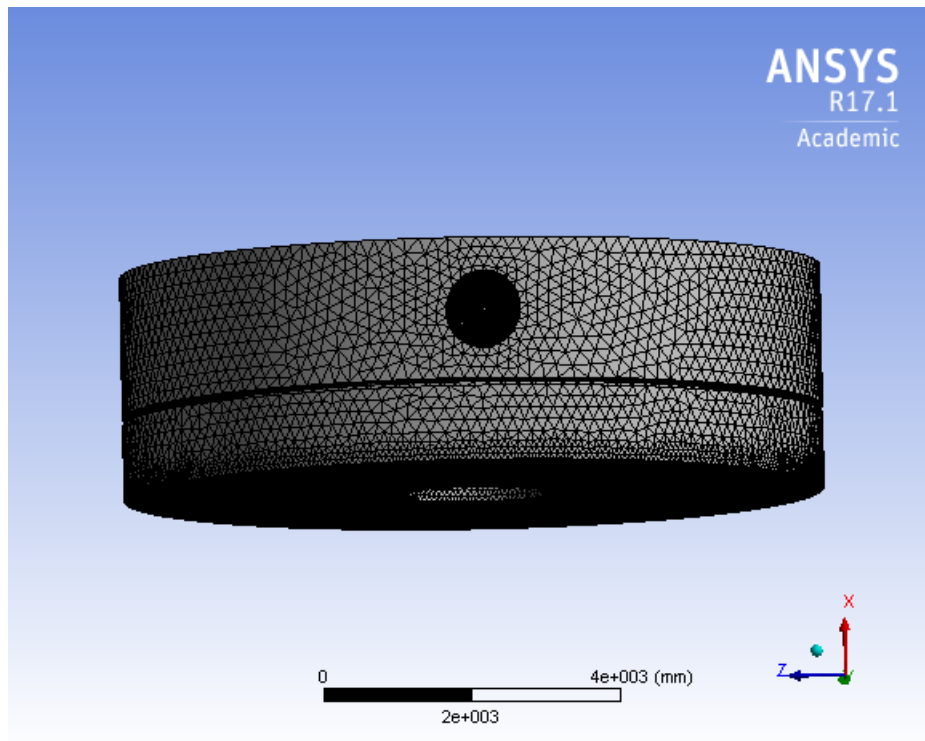


Figura 5.48: Malla feedwell con baffle

En la sección 4.2, se mencionó que es posible validar la calidad de la malla mediante los parámetros *skewness* y *orthogonal quality*, en las Tablas 5.22 y 5.23 se detallan las características de la malla y los parámetros mencionados anteriormente para cuantificar su calidad. Cabe destacar que el valor promedio del *skewness* es de 0,2313 y del *orthogonal quality* de 0,8572, por los valores representativos para el *skewness* es cercano a cero mientras que para el *orthogonal quality* el promedio es cercano a uno, por lo que la calidad de la malla es adecuada.

Tabla 5.22: Características de la malla feedwell con baffle

Tipo de feedwell	Con baffle
N° nodos	69.157
N° elementos	355.463

Tabla 5.23: Calidad de la malla feedwell con baffle

Tipo de feedwell		Con baffle
Skewness	Mínimo	$4,71e^{-4}$
	Máximo	0,8233
	Promedio	0,2313
Orthogonal Quality	Mínimo	0,2361
	Máximo	0,9952
	Promedio	0,8572

#### 5.6.4. Condiciones de borde

En la Figura 5.21 se muestra el volumen de control donde se tienen condiciones de borde (inlet (A) y outlet (B)).

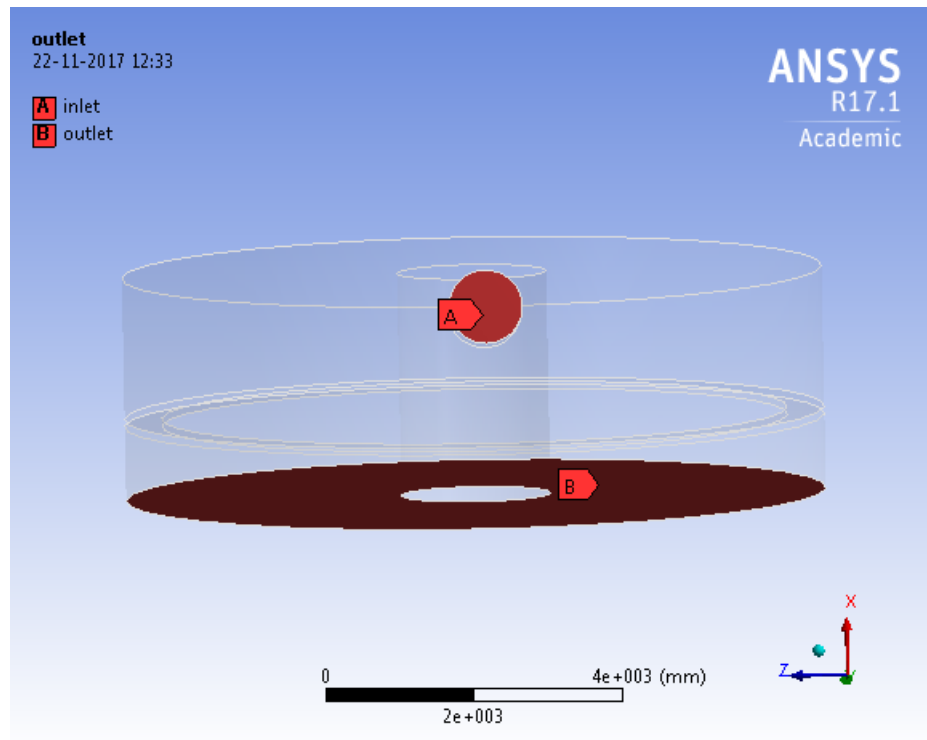


Figura 5.49: Condiciones de borde feedwell con baffle

Las condiciones de borde son:

- Entrada: la condición de borde en la entrada del feedwell corresponde a una *velocity-inlet* de  $2.5 [m s^{-1}]$ .
- Salida: la condición de borde a la salida del feedwell corresponde a una *pressure outlet*, la cual corresponde a una presión manométrica de 0 Pa.

### 5.6.5. Caudal

Una vez realizada la simulación, una forma de validar esta es ver la conservación de la masa del problema, a continuación, en la Tabla 5.24 se puede observar el flujo másico de entrada, de salida y el residuo.

Tabla 5.24: Suma de flujos feedwell con baffle

Variable	[kg s <sup>-1</sup> ]	[%]
Flujo de entrada	2409.28	100
Flujo de salida	2408.85	99,98
Residuo	0.43	0.017

### 5.6.6. Streamline

A continuación, en la Figura 5.22 se muestra la streamline de velocidades para el feedwell abierto tangencial, en la cual se observa la trayectoria del relave.

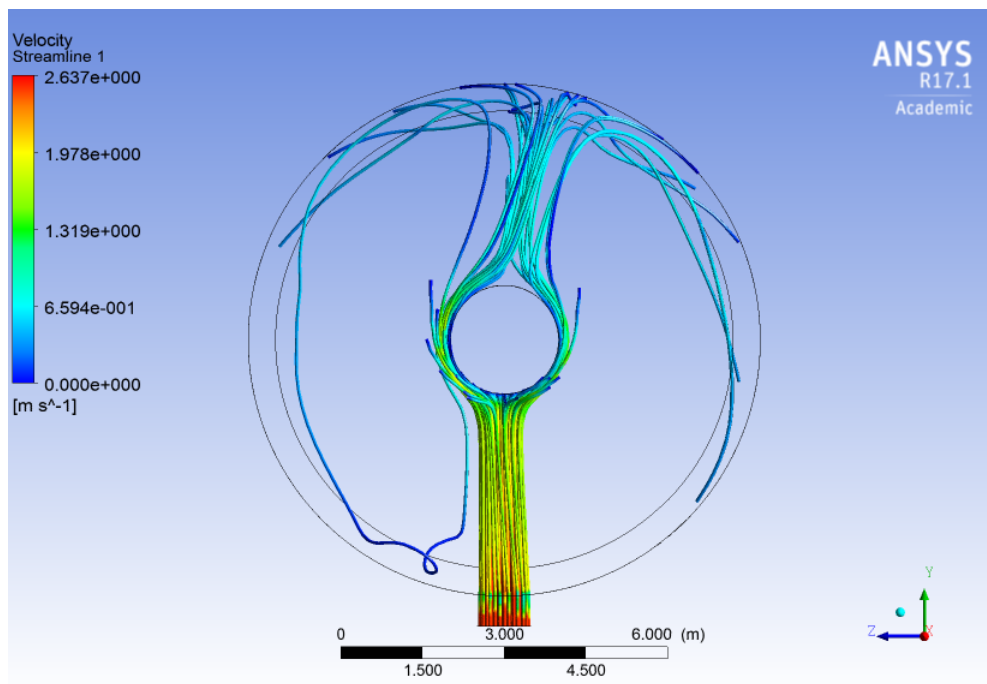


Figura 5.50: Streamline feedwell con baffle

### 5.6.7. Partículas

Mediante la simulación DPM para el feedwell con baffle, se obtiene la Tabla 5.25 la cual muestra el flujo de partículas a la entrada y la salida del feedwell y la Figura 5.51 que muestra la streamlines de velocidades de las partículas sólidas inyectadas. Además, cabe destacar que

la trayectoria de algunas de las partículas chocan con el cilindro interior del feedwell, la cual no parece ser la misma trayectoria del fluido como se esperaría.

Tabla 5.25: Flujos de partículas feedwell con baffle

Variable	[kg s <sup>-1</sup> ]	[%]
Flujo de partículas a la entrada	1575	100
Flujo de partículas a la salida	1575	100
Residuo	0	0

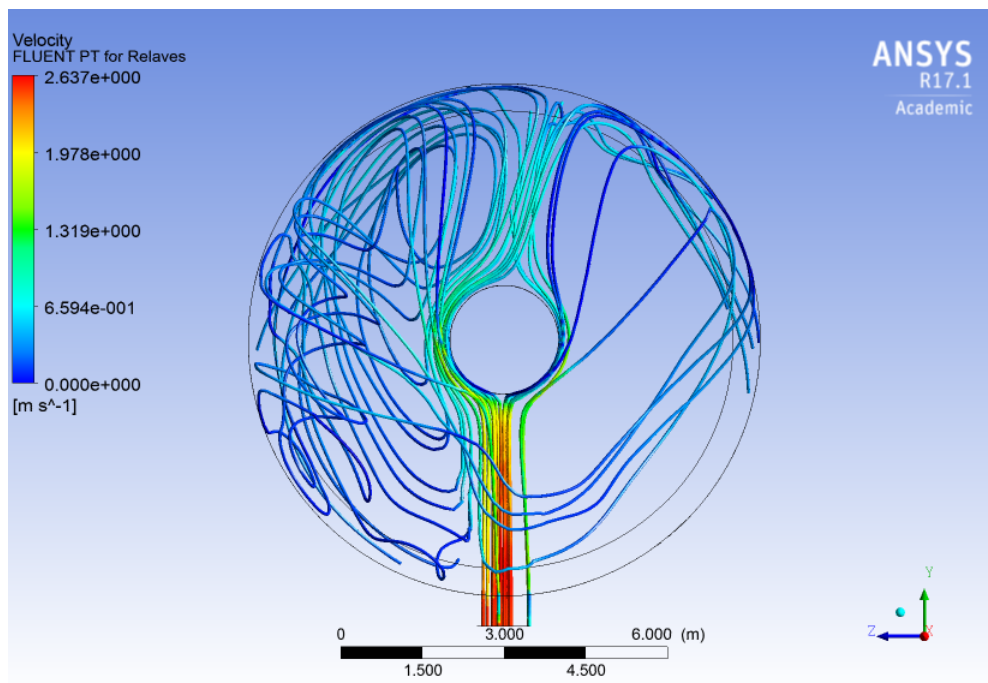


Figura 5.51: Streamline partículas feedwell con baffle

### 5.6.8. Campo de velocidades a la salida del feedwell

En la Figura 5.52 se muestra el plano de distribución de velocidades a la salida del feedwell, del cual se obtienen los datos para posterior análisis numérico.

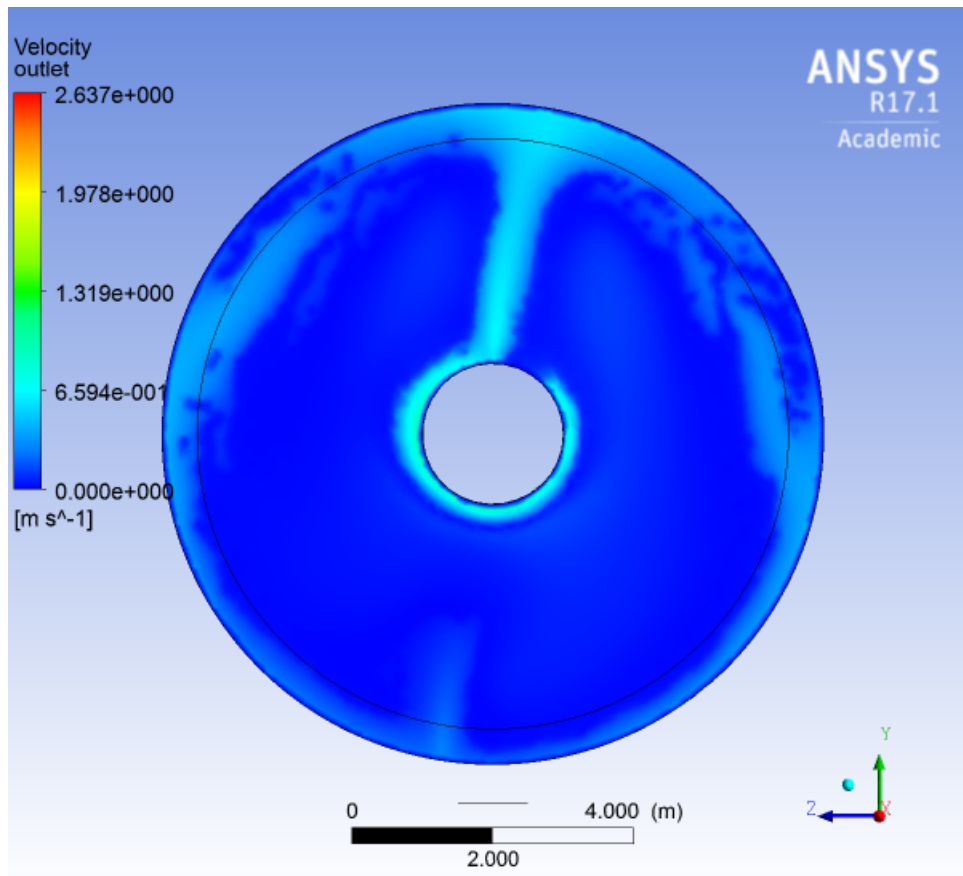


Figura 5.52: Campo de velocidades a la salida del feedwell con baffle

Al igual que en el caso del feedwell abierto y cerrado, al no poseer una alimentación tangencial, la distribución de velocidades a la salida del feedwell es heterogénea y esto se aprecia claramente en la Figura 5.52.

### 5.6.9. Energía cinética turbulenta a la salida del feedwell

En la Figura 5.53 se muestra el plano de distribución de la energía cinética turbulenta a la salida del feedwell, del cual se obtienen los datos para posterior análisis numérico.

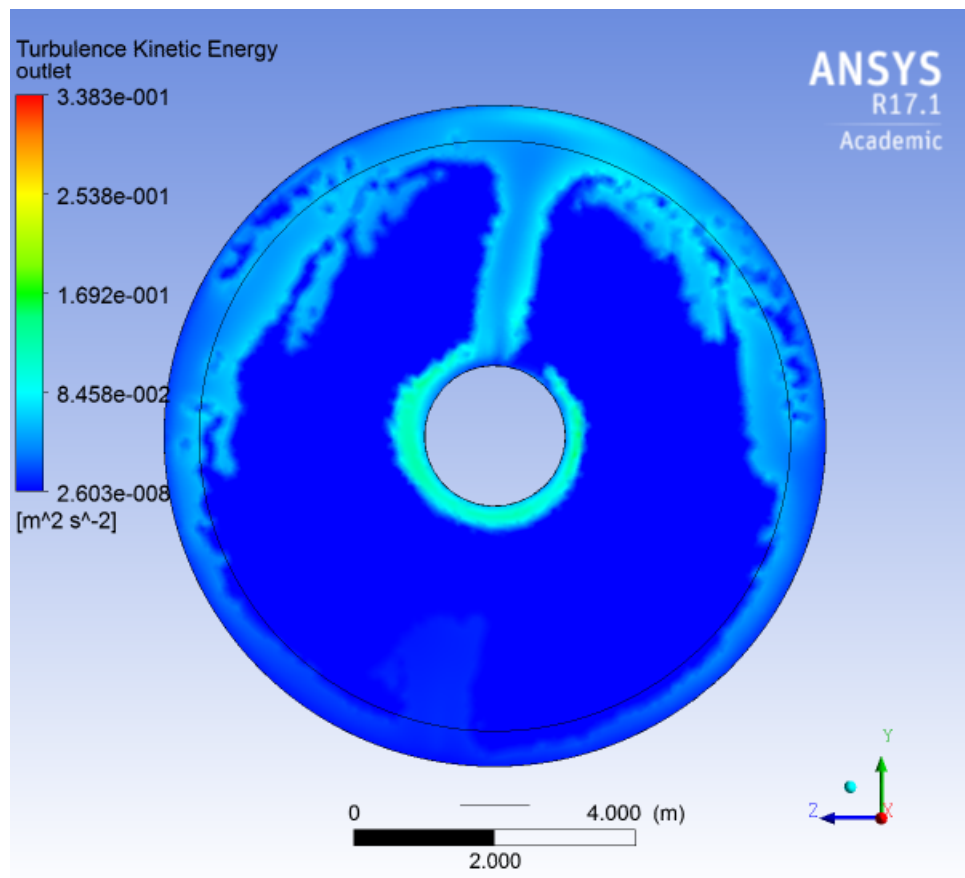


Figura 5.53: Energía cinética turbulenta a la salida del feedwell con baffle

Al igual que en el caso del plano de velocidad, se aprecia una distribución heterogénea para la energía cinética turbulenta.

## 5.7. Caso 6: feedwell con baffle y alimentación tangencial

### 5.7.1. Geometría

Como se mencionó en el Capítulo 3 Metodología, la geometría del feedwell con baffle tangencial fue desarrollada mediante el software CAD Autodesk Inventor 2017 cuyas dimensiones son las típicas encontradas en un feedwell. En las Figuras 5.54, 5.55 y 5.56 se muestra el feedwell con baffle tangencial con sus respectivas dimensiones.



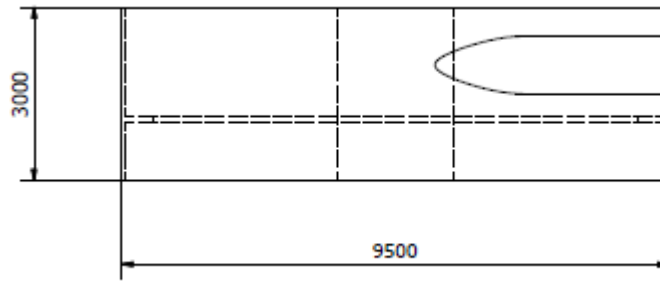


Figura 5.54: Feedwell con baffle y alimentación tangencial vista frontal

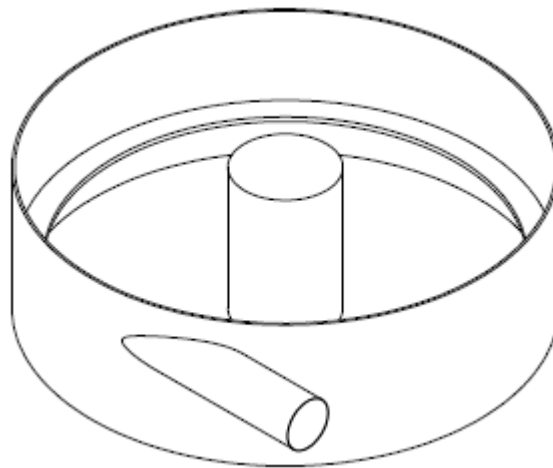


Figura 5.55: Feedwell con baffle y alimentación tangencial vista isométrica

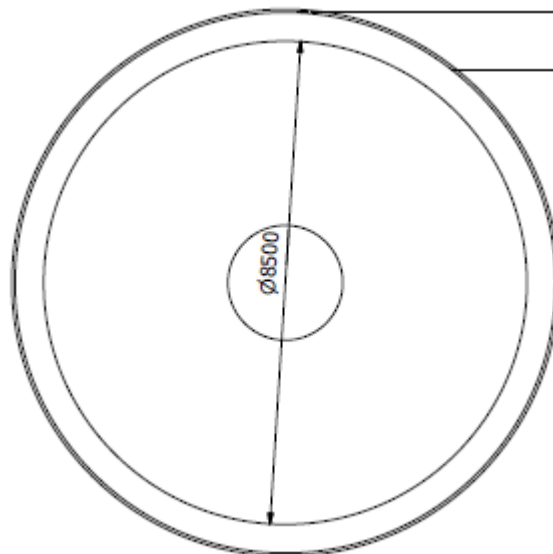


Figura 5.56: Feedwell con baffle y alimentación tangencial vista superior

### 5.7.2. Volumen de control

La geometría desarrollada en Autodesk Inventor 2017, se importa en ANSYS fluent v17 y se genera el volumen de control mediante las funciones fill y boolean, en la Figura 5.57 se puede observar el volumen de control generado para el feedwell con baffle tangencial.

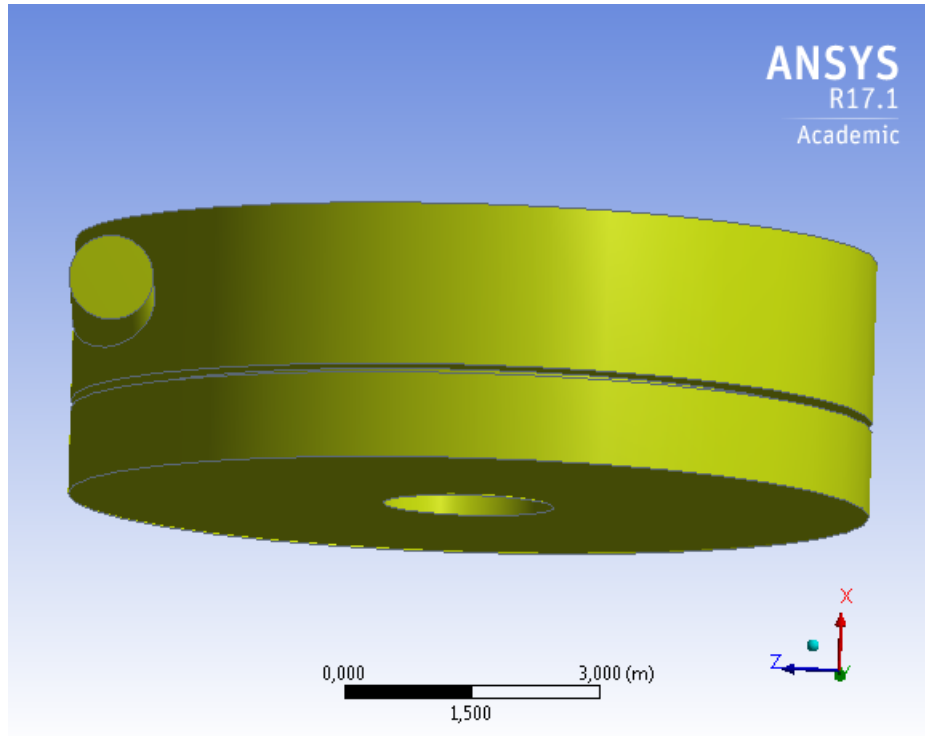


Figura 5.57: Volumen de control feedwell con baffle tangencial

### 5.7.3. Mallado

Como se mencionó en la metodología, para la simulación del feedwell con baffle tangencial se utiliza un mallado con elementos tetraédricos, dónde se utilizó *size function curvature* y *relevance center medium*, además se realizó un *face sizing*, la cual permite definir el tamaño del elemento en la cara seleccionada, este se genera en la entrada del feedwell con un tamaño de 30 mm. En la Figura 5.58 se muestra el mallado utilizado para el feedwell con baffle tangencial.

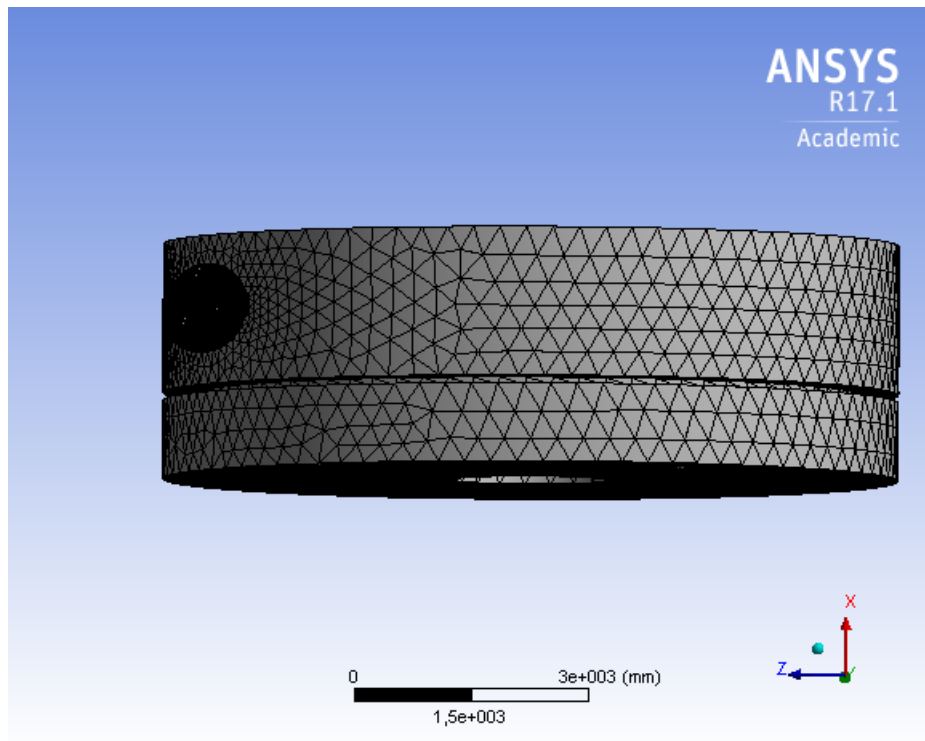


Figura 5.58: Malla feedwell con baffle tangencial

En la sección 4.2, se mencionó que es posible validar la calidad de la malla mediante los parámetros *skewness* y *orthogonal quality*, en las Tablas 5.26 y 5.27 se detallan las características de la malla y los parámetros mencionados anteriormente para cuantificar su calidad. Cabe destacar que el valor promedio del *skewness* es de 0,2297 y del *orthogonal quality* de 0,8571, por los valores representativos para el *skewness* es cercano a cero mientras que para el *orthogonal quality* el promedio es cercano a uno, por lo que la calidad de la malla es adecuada.

Tabla 5.26: Características de la malla feedwell con baffle tangencial

Tipo de feedwell	Con baffle tangencial
N° nodos	16.070
N° elementos	80.436

Tabla 5.27: Calidad malla feedwell con baffle tangencial

Tipo de feedwell		Con baffle tangencial
Skewness	Mínimo	$4,53e^{-7}$
	Máximo	0,8367
	Promedio	0,2297
Orthogonal Quality	Mínimo	0,3090
	Máximo	0,9940
	Promedio	0,8571

#### 5.7.4. Condiciones de borde

En la Figura 5.59 se muestra el volumen de control donde se tienen condiciones de borde (inlet (A) y outlet (B)).

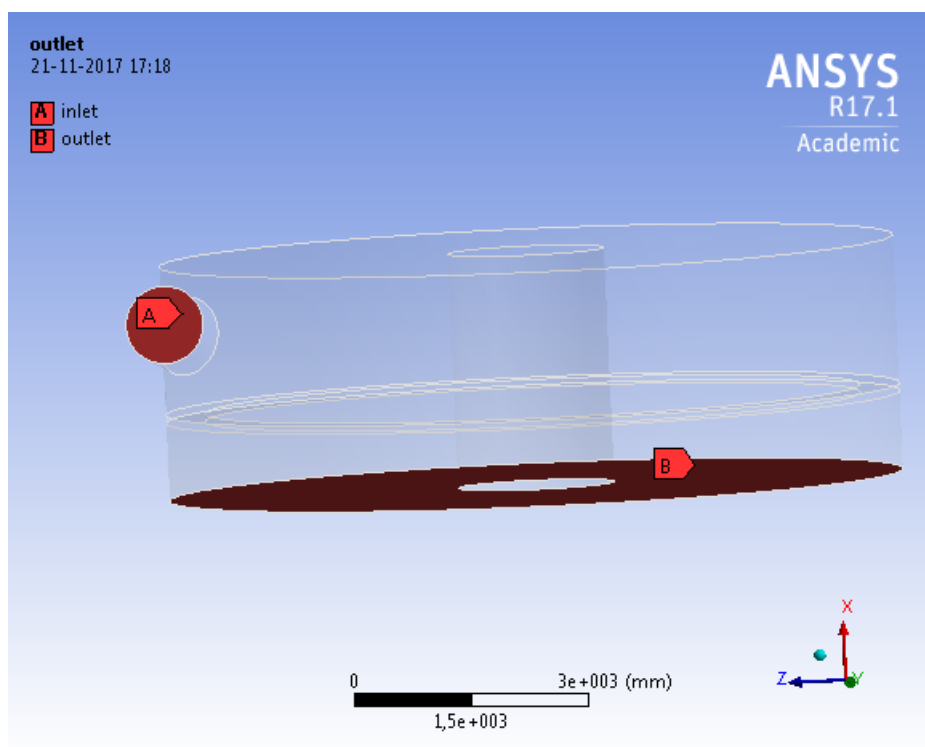


Figura 5.59: Condiciones de borde feedwell con baffle tangencial

Las condiciones de borde son:

- Entrada: la condición de borde en la entrada del feedwell corresponde a una *velocity-inlet* de  $2.5 [ms^{-1}]$ .
- Salida: la condición de borde a la salida del feedwell corresponde a una *pressure outlet*, la cual corresponde a una presión manométrica de 0 Pa.

### 5.7.5. Caudal

Una vez realizada la simulación, una forma de validar esta es ver la conservación de la masa del problema, a continuación, en la Tabla 5.12 se puede observar el flujo másico de entrada, de salida y el residuo.

Tabla 5.28: Suma de flujos feedwell con baffle tangencial

Variable	[kg s <sup>-1</sup> ]	[%]
Flujo de entrada	2409.28	100
Flujo de salida	2409.26	99,99
Residuo	0.02	8e-4

### 5.7.6. Streamline

A continuación, en la Figura 5.60 se muestra la streamline de velocidades para el feedwell abierto tangencial, en la cual se observa la trayectoria del relave.

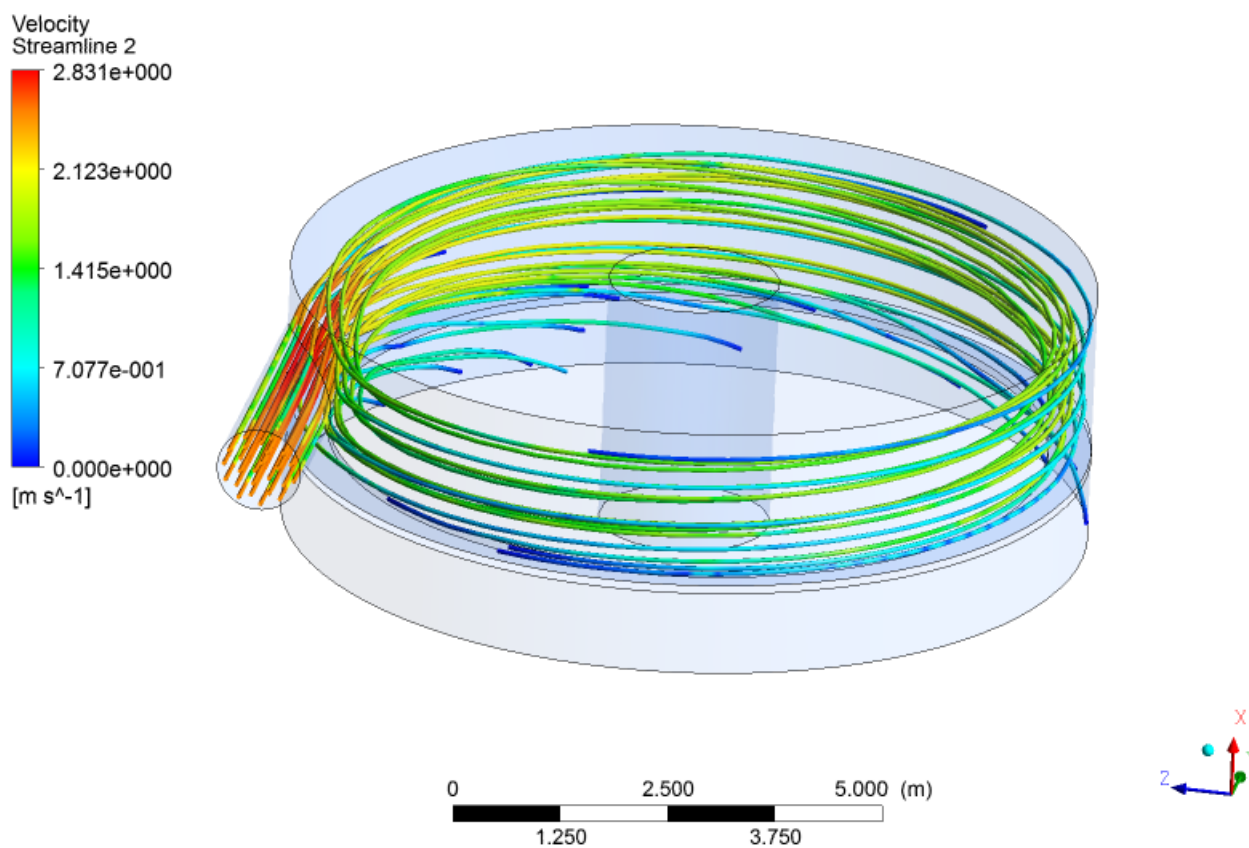


Figura 5.60: Streamline feedwell con baffle tangencial

### 5.7.7. Partículas

Mediante la simulación DPM para el feedwell abierto tangencial, se obtiene la Tabla 5.29 la cual muestra el flujo de partículas a la entrada y la salida del feedwell y la Figura 5.61 que muestra la streamlines de velocidades de las partículas sólidas inyectadas. Además, al igual que en el caso de los feedwell con alimentación tangencial las partículas siguen la misma trayectoria que el fluido.

Tabla 5.29: Flujos de partículas feedwell con baffle tangencial

Variable	[kg s <sup>-1</sup> ]	[%]
Flujo de partículas a la entrada	1575	100
Flujo de partículas a la salida	1575	100
Residuo	0	0

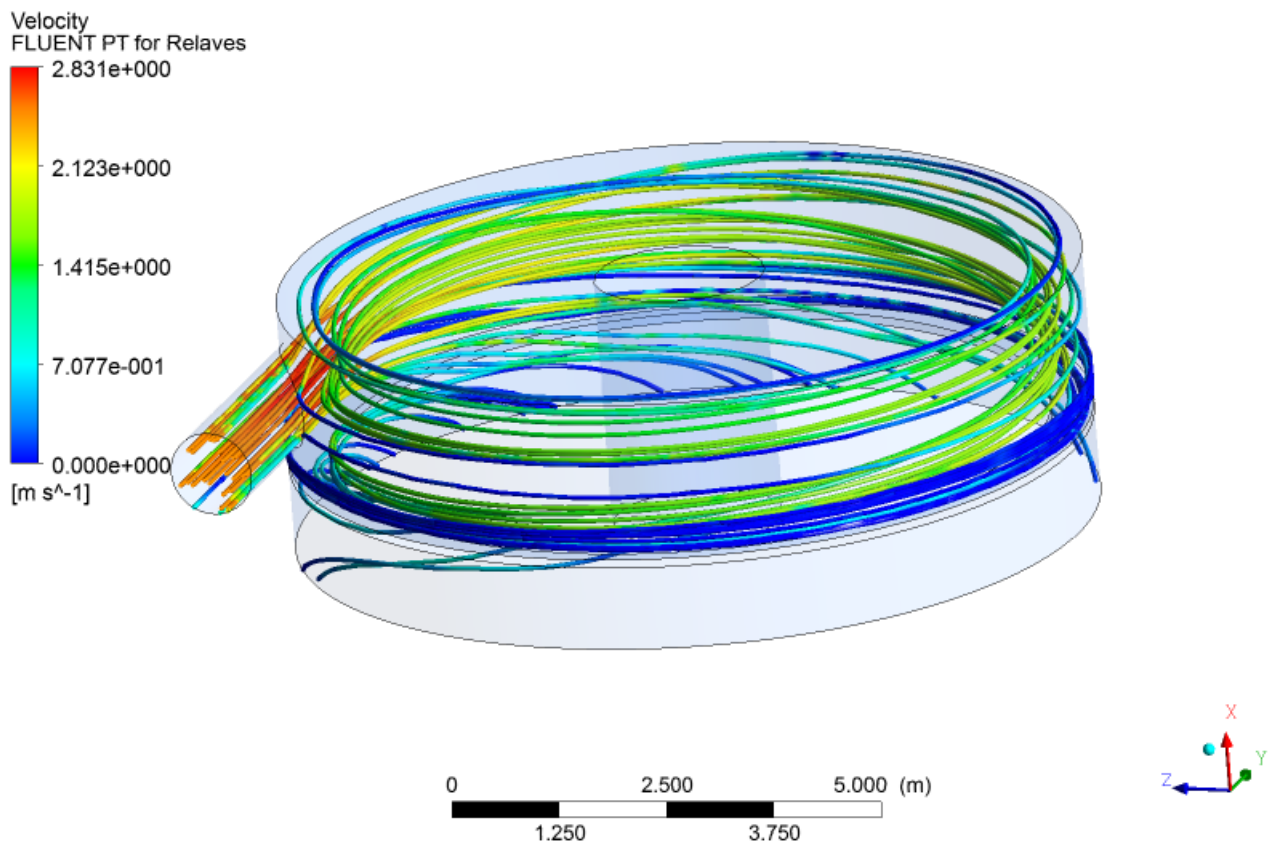


Figura 5.61: Streamline partículas feedwell con baffle tangencial

### 5.7.8. Campo de velocidades a la salida del feedwell

En la Figura 5.62 se muestra el plano de distribución de velocidades a la salida del feedwell, del cual se obtienen los datos para posterior análisis numérico.

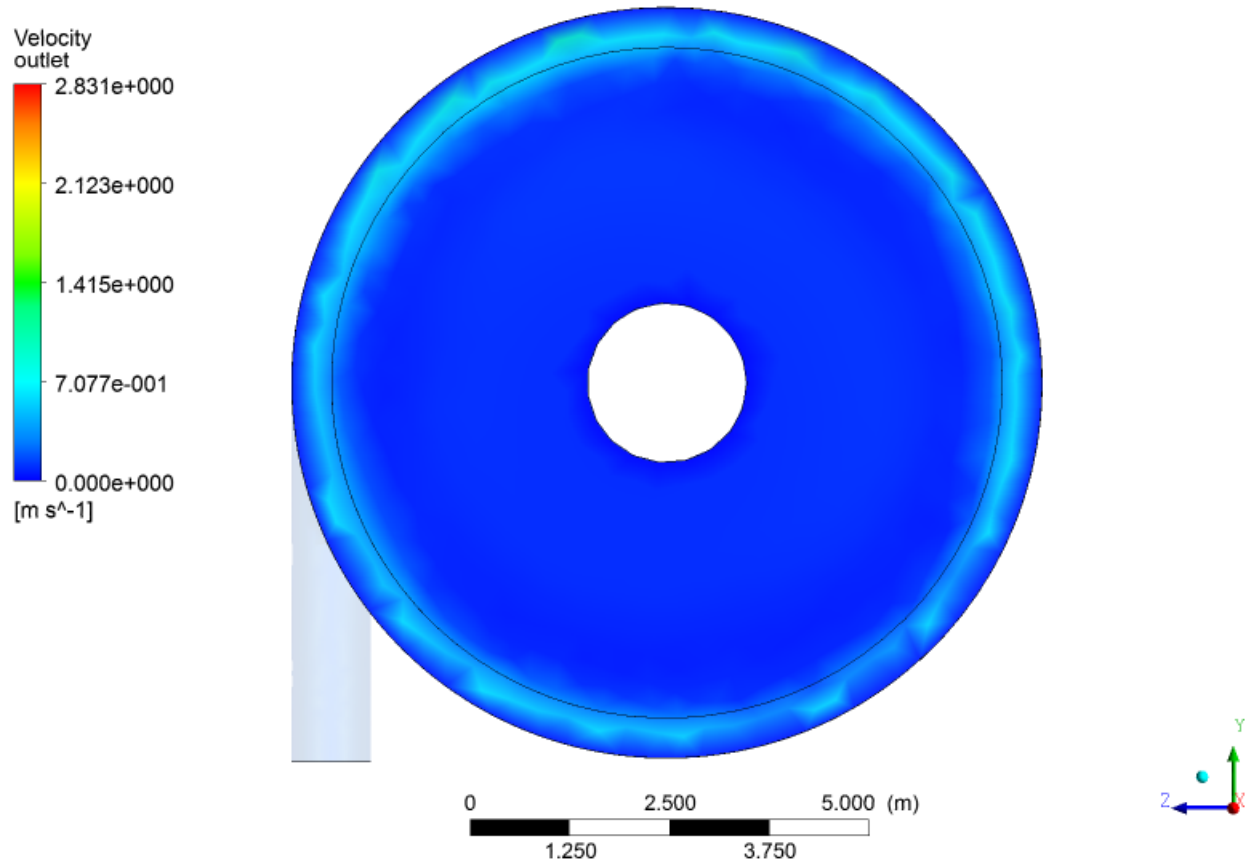


Figura 5.62: Campo de velocidades a la salida del feedwell con baffle tangencial

Al igual que los casos de los feedwell con alimentación tangencial, se ve una distribución más homogénea, además se aprecia que no existen peaks en este feedwell como en el caso del feedwell abierto con alimentación tangencial, sin embargo no se puede comparar de buena manera con el feedwell cerrado con alimentación tangencial.

### 5.7.9. Energía cinética turbulenta a la salida del feedwell

En la Figura 5.63 se muestra el plano de distribución de la energía cinética turbulenta a la salida del feedwell, del cual se obtienen los datos para posterior análisis numérico.

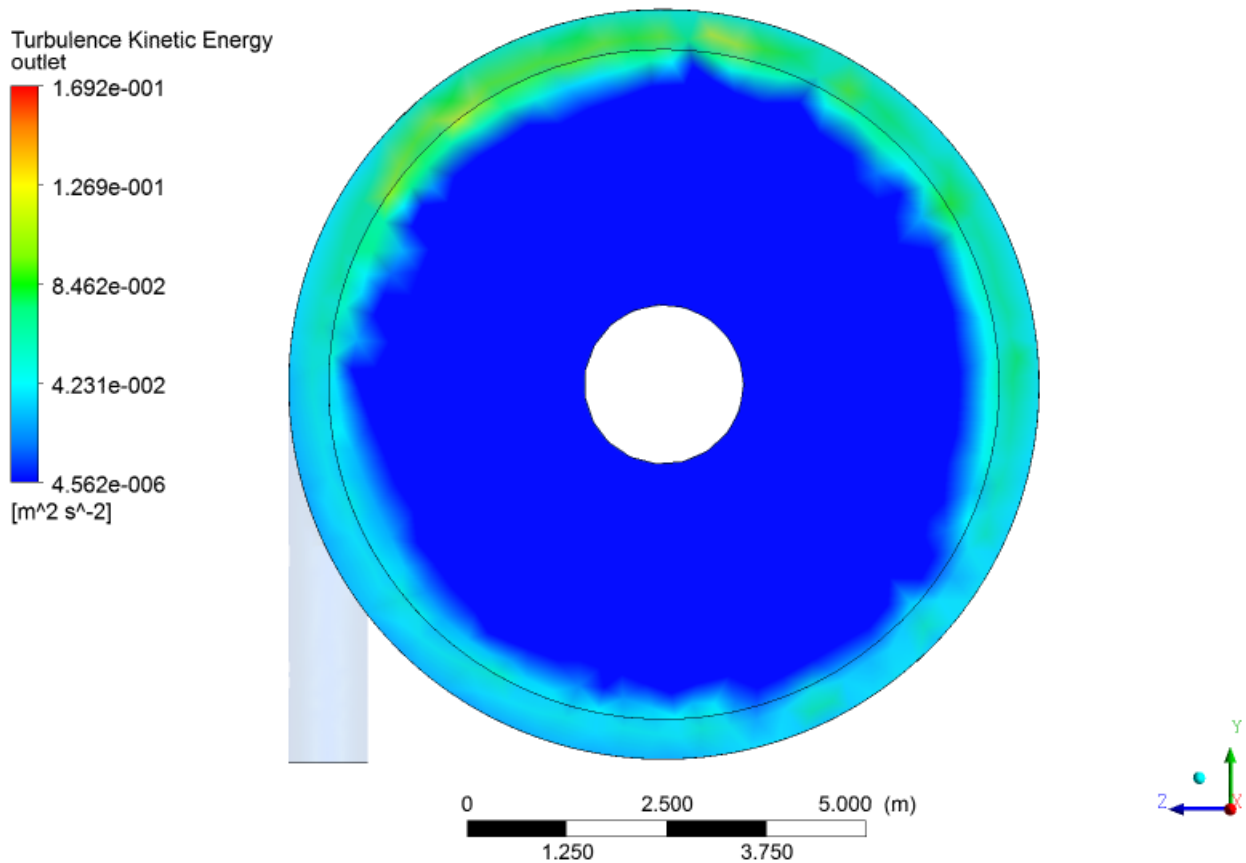


Figura 5.63: Energía cinética turbulenta a la salida del feedwell con baffle tangencial

Al igual que en el caso de la velocidad la distribución de energía cinética turbulenta se ve más homogénea que en el caso de los feedwells abiertos, pero se notan peaks que no se aprecian en la distribución de velocidades.

## 5.8. Caso 7: feedwell cerrado con baffle

### 5.8.1. Geometría

Como se mencionó en el Capítulo 3 Metodología, la geometría del feedwell cerrado con baffle fue desarrollada mediante el software CAD Autodesk Inventor 2017 cuyas dimensiones son las típicas encontradas en un feedwell. En las Figuras 5.64 y 5.65 se muestra el feedwell cerrado con baffle con sus respectivas dimensiones.



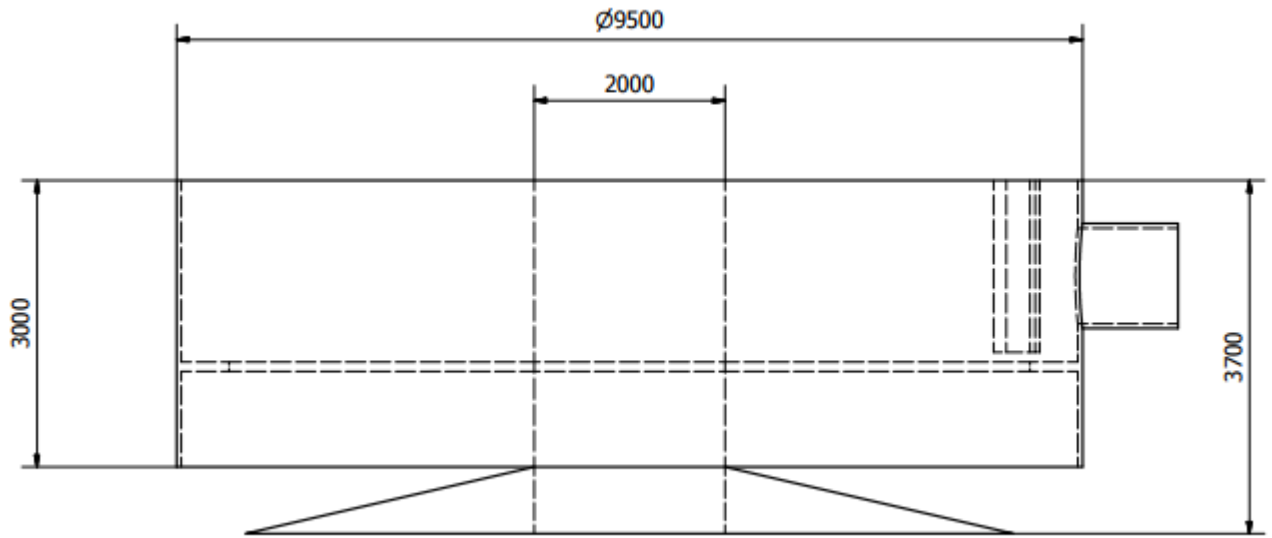


Figura 5.64: Feedwell cerrado con baffle vista frontal

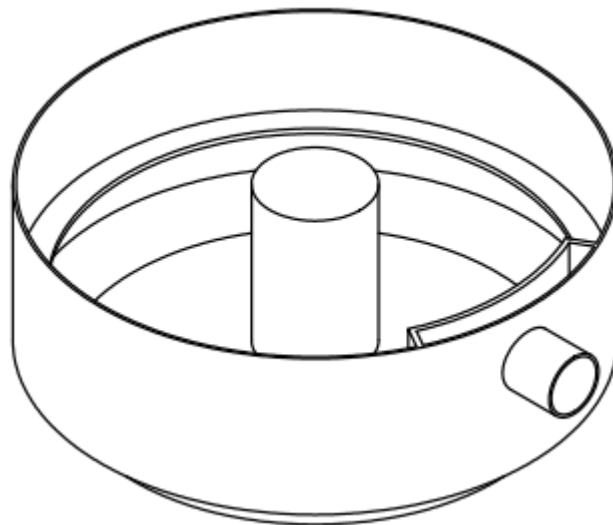


Figura 5.65: Feedwell cerrado con baffle vista isométrica

### 5.8.2. Volumen de control

La geometría desarrollada en Autodesk Inventor 2017, se importa en ANSYS fluent v17 y se genera el volumen de control mediante las funciones *fill*, *boolean* y *split*, en la Figura 5.28 se puede observar el volumen de control generado para el feedwell cerrado con baffle. Cabe

destacar que a diferencia de los feedwells abiertos, el volumen de control se extiende hasta la superficie del cono debido a la diferencia geométrica que posee con respecto a estos.

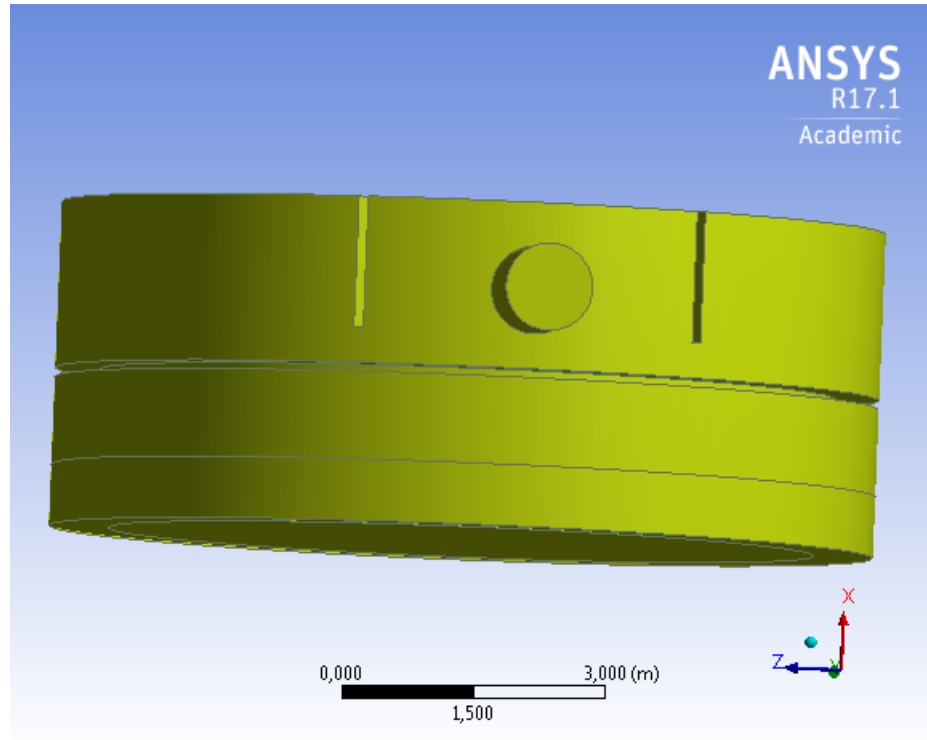


Figura 5.66: Volumen de control feedwell cerrado con baffle

### 5.8.3. Mallado

Como se mencionó en la metodología, para la simulación del feedwell cerrado con baffle se utiliza un mallado con elementos tetraédricos, dónde se utilizó *size function curvature* y *relevance center medium*, además se realizó un *face sizing*, la cual permite definir el tamaño del elemento en la cara seleccionada, este se genera en la entrada y salida del feedwell con un tamaño de 30 mm y 100 mm respectivamente. En la Figura 5.67 se muestra el mallado utilizado para el feedwell abierto.

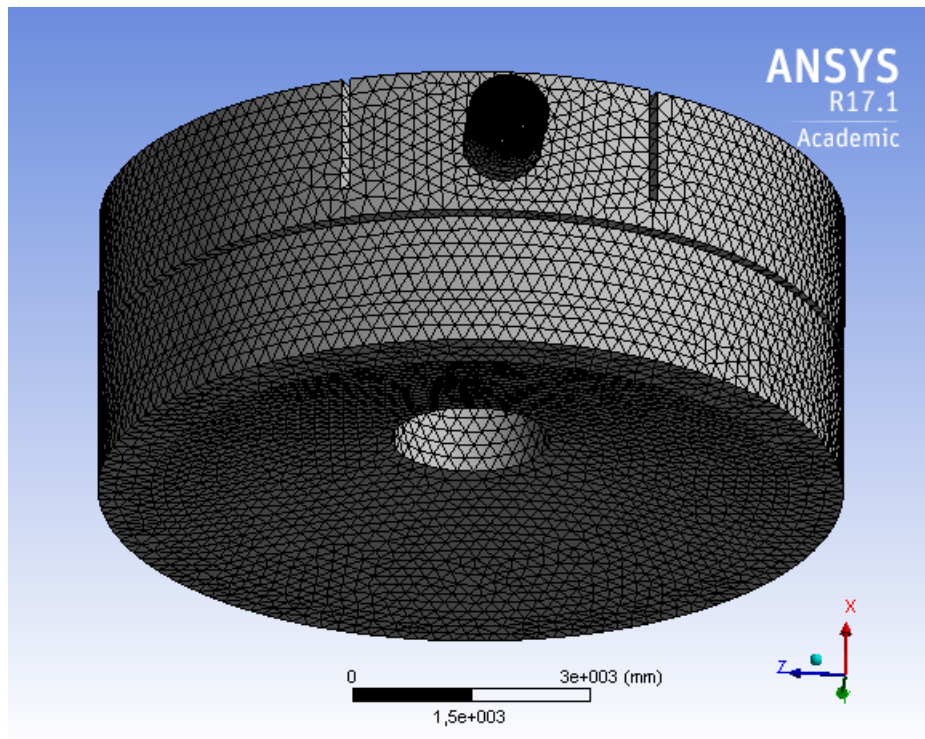


Figura 5.67: Malla feedwell cerrado con baffle

En la sección 4.2, se mencionó que es posible validar la calidad de la malla mediante los parámetros *skewness* y *orthogonal quality*, en las Tablas 5.30 y 5.31 se detallan las características de la malla y los parámetros mencionados anteriormente para cuantificar su calidad. Cabe destacar que el valor promedio del *skewness* es de 0,2262 y del *orthogonal quality* de 0,8593, por los valores representativos para el *skewness* es cercano a cero mientras que para el *orthogonal quality* el promedio es cercano a uno, por lo que la calidad de la malla es adecuada.

Tabla 5.30: Características de la malla feedwell cerrado con baffle

Tipo de feedwell	Cerrado con baffle
N° nodos	47.157
N° elementos	240.483

Tabla 5.31: Calidad de la malla feedwell cerrado con baffle

Tipo de feedwell		Cerrado con baffle
Skewness	Mínimo	$2,09e^{-7}$
	Máximo	0,8075
	Promedio	0,2262
Orthogonal Quality	Mínimo	0,2536
	Máximo	0,9957
	Promedio	0,8593

#### 5.8.4. Condiciones de borde

En la Figura 5.68 se muestra el volumen de control donde se tienen condiciones de borde (inlet (A), outlet1 (B) y outlet2 (C)).

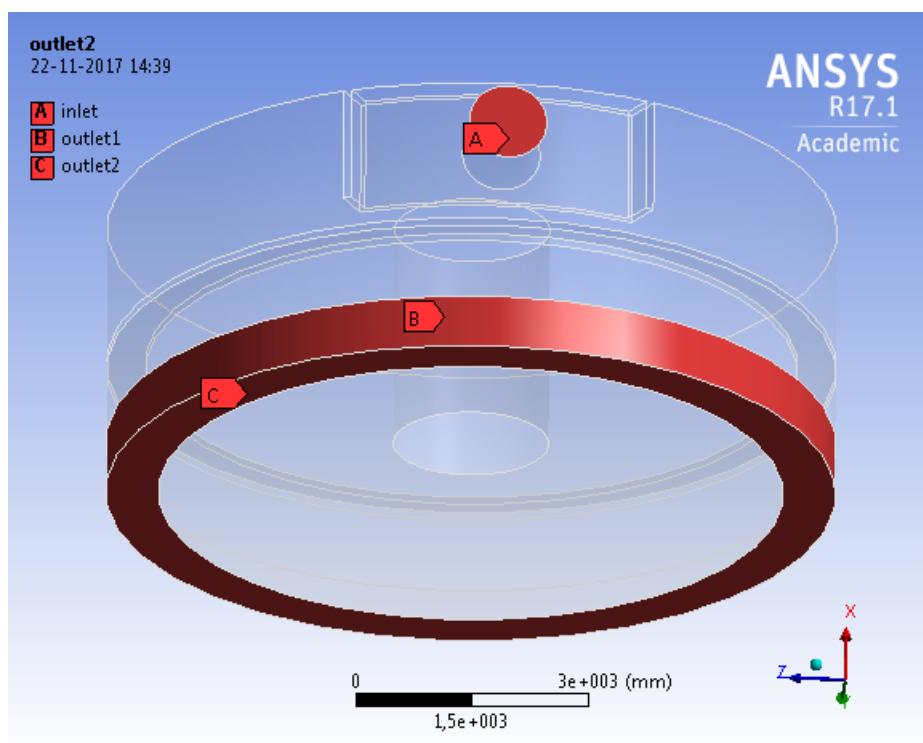


Figura 5.68: Condiciones de borde feedwell cerrado con baffle

Las condiciones de borde son:

- Entrada: la condición de borde en la entrada del feedwell corresponde a una *velocity-inlet* de  $2.5 [ms^{-1}]$ .
- Salida 1 y 2: la condición de borde a la salida del feedwell corresponde a una *pressure-outlet*, la cual corresponde a una presión manométrica de 0 Pa.

### 5.8.5. Caudal

Una vez realizada la simulación, una forma de validar esta es ver la conservación de la masa del problema, a continuación, en la Tabla 5.12 se puede observar el flujo másico de entrada, de salida y el residuo.

Tabla 5.32: Suma de flujos feedwell cerrado con baffle

Variable	[kg s <sup>-1</sup> ]	[%]
Flujo de entrada	2409.28	100
Flujo de salida	2409.278	99,999
Residuo	0.002	8e-5

### 5.8.6. Streamline

A continuación, en la Figura 5.69 se muestra la streamline de velocidades para el feedwell cerrado con baffle, en la cual se observa la trayectoria del relave.

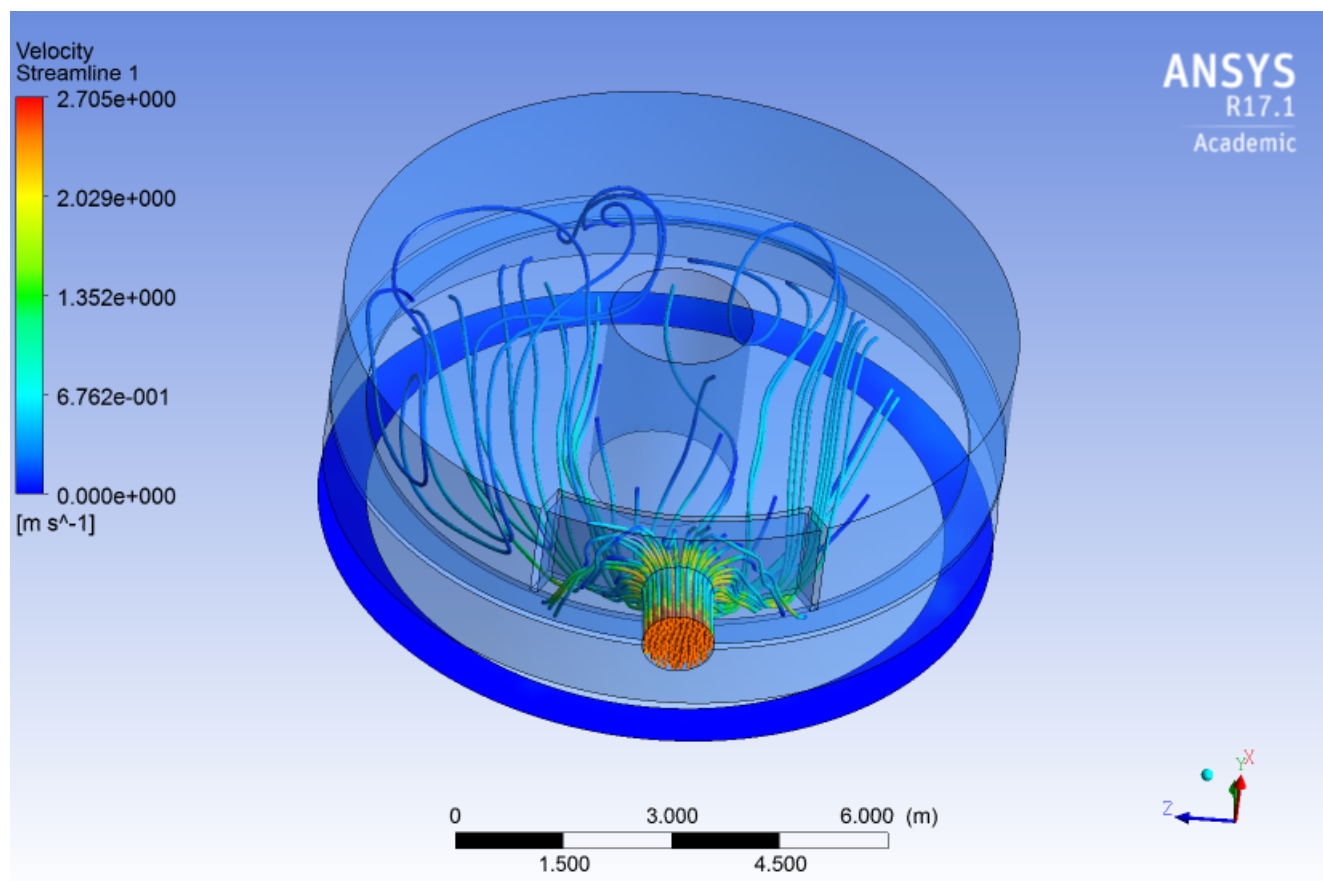


Figura 5.69: Streamline feedwell cerrado con baffle

### 5.8.7. Partículas

Mediante la simulación DPM para el feedwell abierto tangencial, se obtiene la Tabla 5.33 la cual muestra el flujo de partículas a la entrada y la salida del feedwell y la Figura 5.70 que muestra la streamlines de velocidades de las partículas sólidas inyectadas. Además se aprecia que las partículas chocan con la pared y el cilindro interior por lo que parece no ser la adecuada, ya que no siguen la misma trayectoria que el fluido.

Tabla 5.33: Flujos de partículas feedwell cerrado con baffle

Variable	[kg s <sup>-1</sup> ]	[%]
Flujo de partículas a la entrada	1575	100
Flujo de partículas a la salida	1575	100
Residuo	0	0

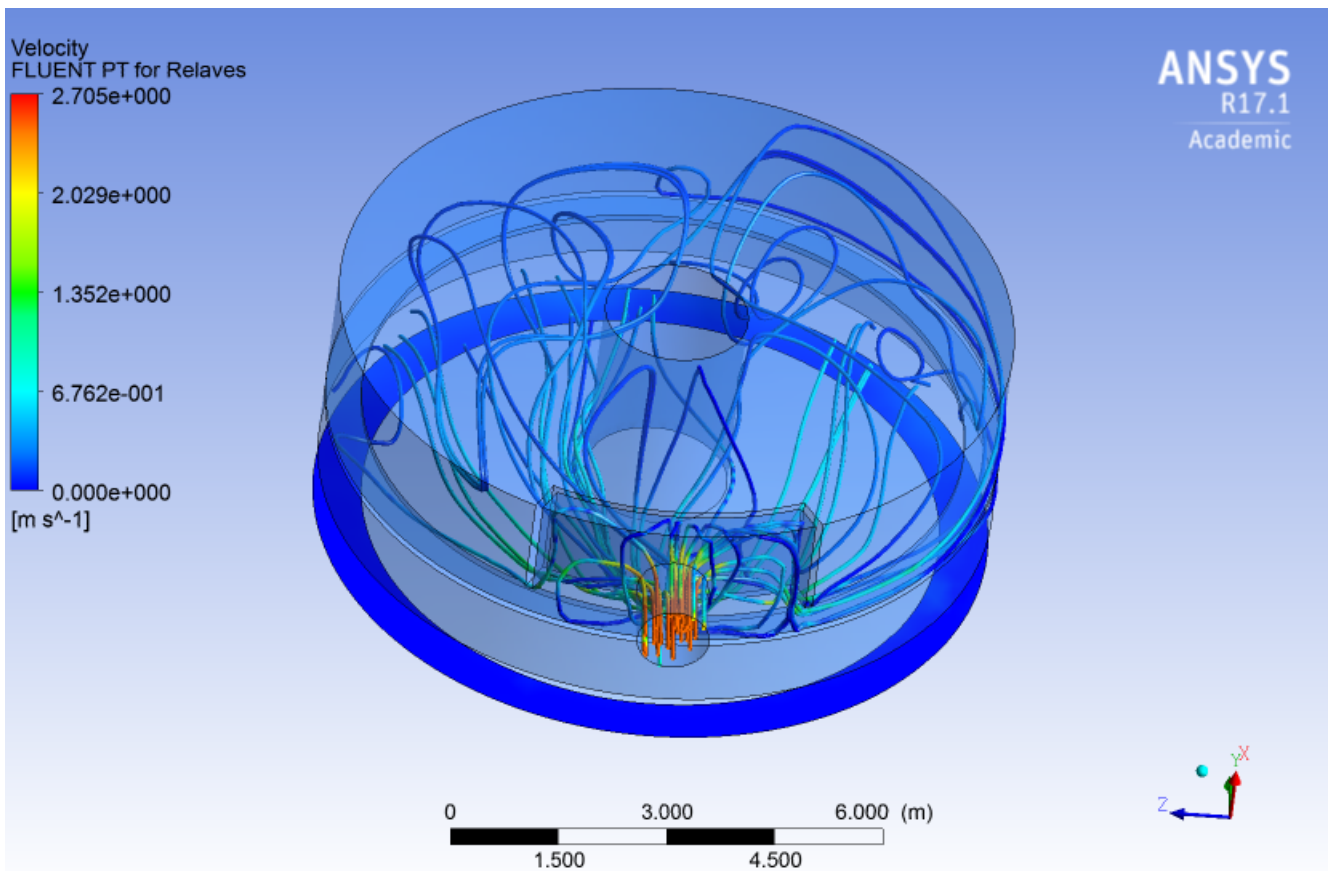


Figura 5.70: Streamline partículas feedwell cerrado con baffle

### 5.8.8. Campo de velocidades a la salida del feedwell

En la Figura 5.71 se muestra el plano de distribución de velocidades a la salida del feedwell, del cual se obtienen los datos para posterior análisis numérico. Además, se observa que los peaks de velocidad se ubican en la zona superior de la imagen, sin embargo los peaks son menores que los que se aprecian en el feedwell abierto y feedwell con baffle.

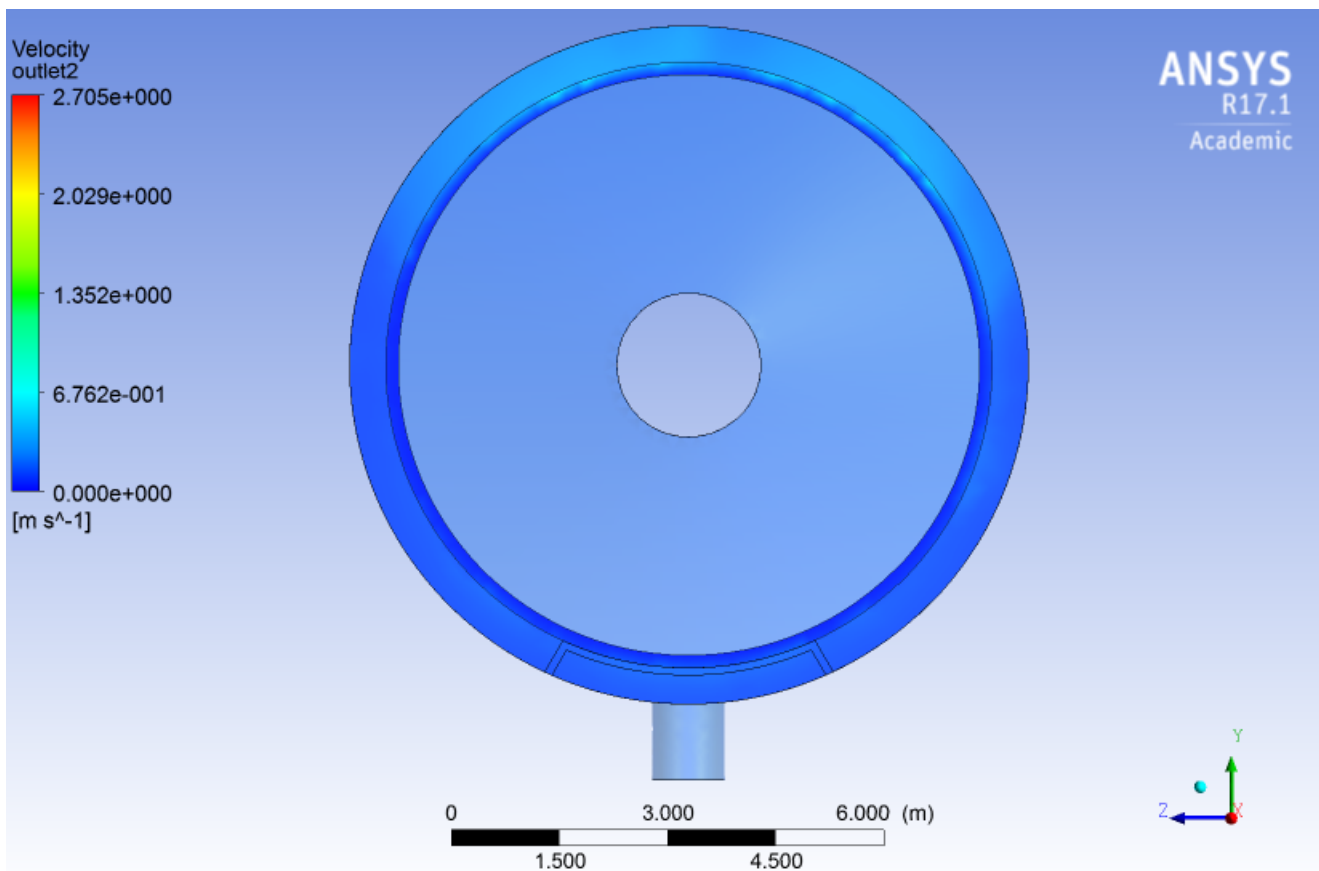


Figura 5.71: Campo de velocidades a la salida del feedwell cerrado con baffle

### 5.8.9. Energía cinética turbulenta a la salida del feedwell

En la Figura 5.72 se muestra el plano de distribución de la energía cinética turbulenta a la salida del feedwell, del cual se obtienen los datos para posterior análisis numérico.

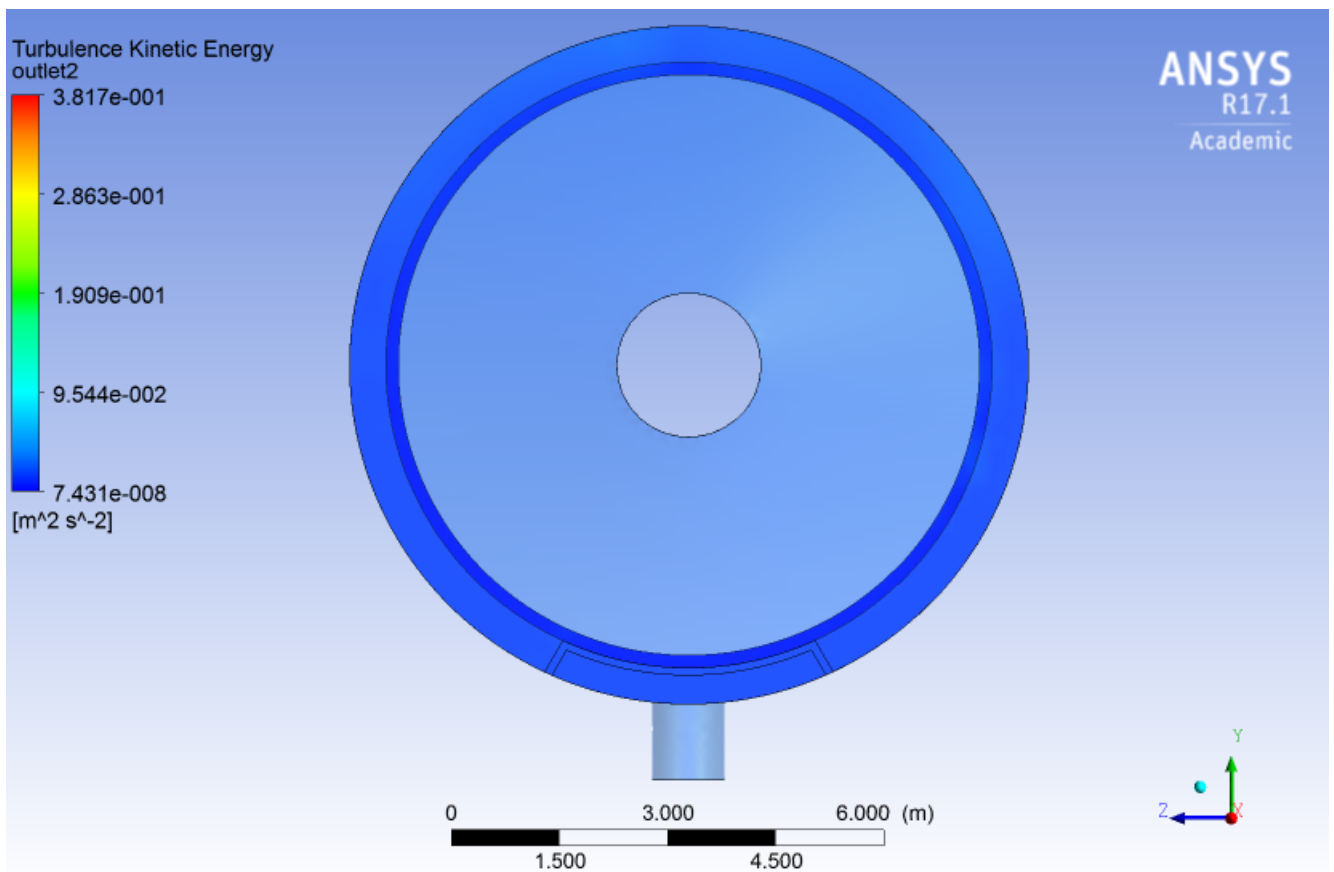


Figura 5.72: Energía cinética turbulenta a la salida del feedwell cerrado con baffle

Se puede apreciar que para la energía cinética turbulenta no se ven muchas diferencias entre sus valores.

## 5.9. Caso 8: feedwell cerrado con baffle y alimentación tangencial

### 5.9.1. Geometría

Como se mencionó en el Capítulo 3 Metodología, la geometría del feedwell con baffle cerrado tangencial fue desarrollada mediante el software CAD Autodesk Inventor 2017 cuyas dimensiones son las típicas encontradas en un feedwell. En las Figuras 5.73 y 5.74 se muestra el feedwell cerrado con baffle tangencial con sus respectivas dimensiones.



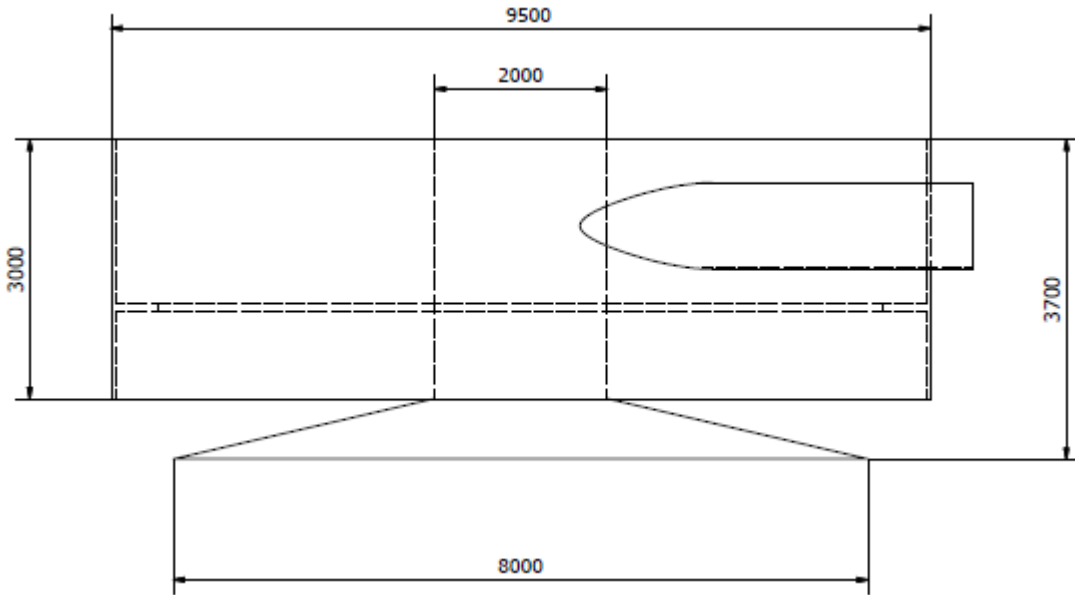


Figura 5.73: Feedwell cerrado con baffle y alimentación tangencial vista frontal

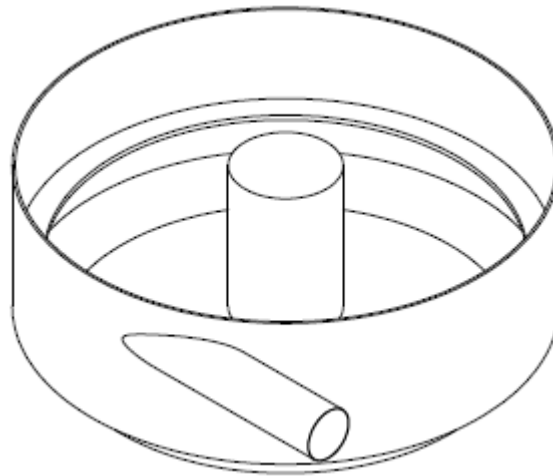


Figura 5.74: Feedwell cerrado con baffle y alimentación tangencial vista isométrica

### 5.9.2. Volumen de control

La geometría desarrollada en Autodesk Inventor 2017, se importa en ANSYS fluent v17 y se genera el volumen de control mediante las funciones fill, boolean y split, en la Figura 5.75 se puede observar el volumen de control generado para el feedwell cerrado con baffle tangencial. Cabe destacar que a diferencia de los feedwells abiertos, el volumen de control se extiende hasta la superficie del cono debido a la diferencia geométrica que posee con respecto a estos.

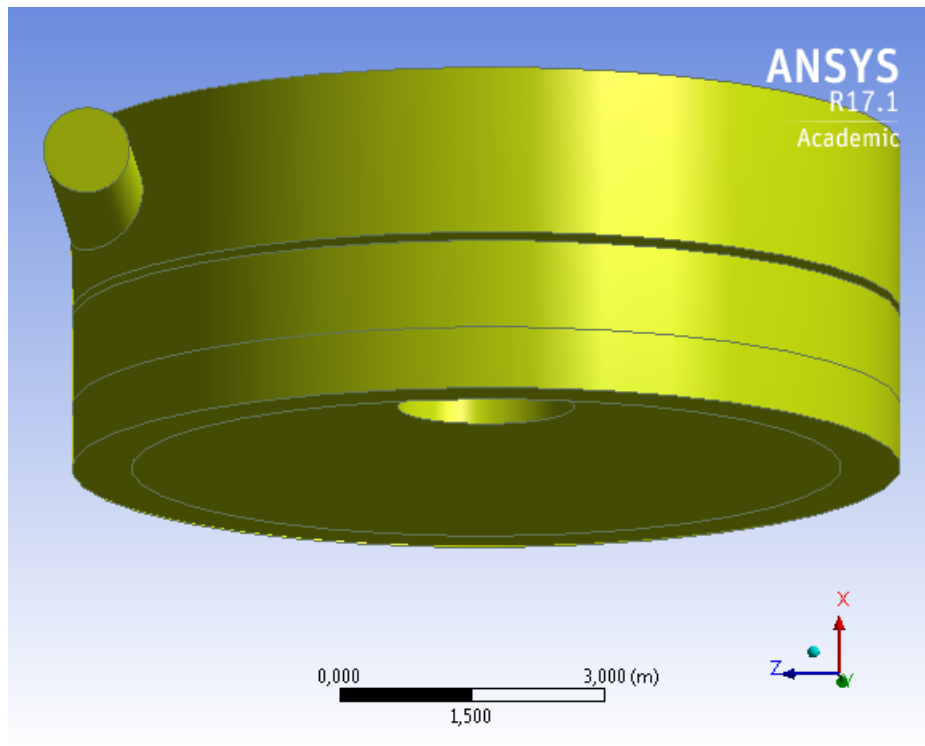


Figura 5.75: Volumen de control feedwell cerrado con baffle tangencial

### 5.9.3. Mallado

Como se mencionó en la metodología, para la simulación del feedwell cerrado con baffle tangencial se utiliza un mallado con elementos tetraédricos, dónde se utilizó *size function curvature* y *relevance center fine*, además se realizó un *face sizing*, la cual permite definir el tamaño del elemento en la cara seleccionada, este se genera en la entrada y salida del feedwell con un tamaño de 30 mm y 20 mm respectivamente. En la Figura 5.76 se muestra el mallado utilizado para el feedwell cerrado con baffle tangencial.

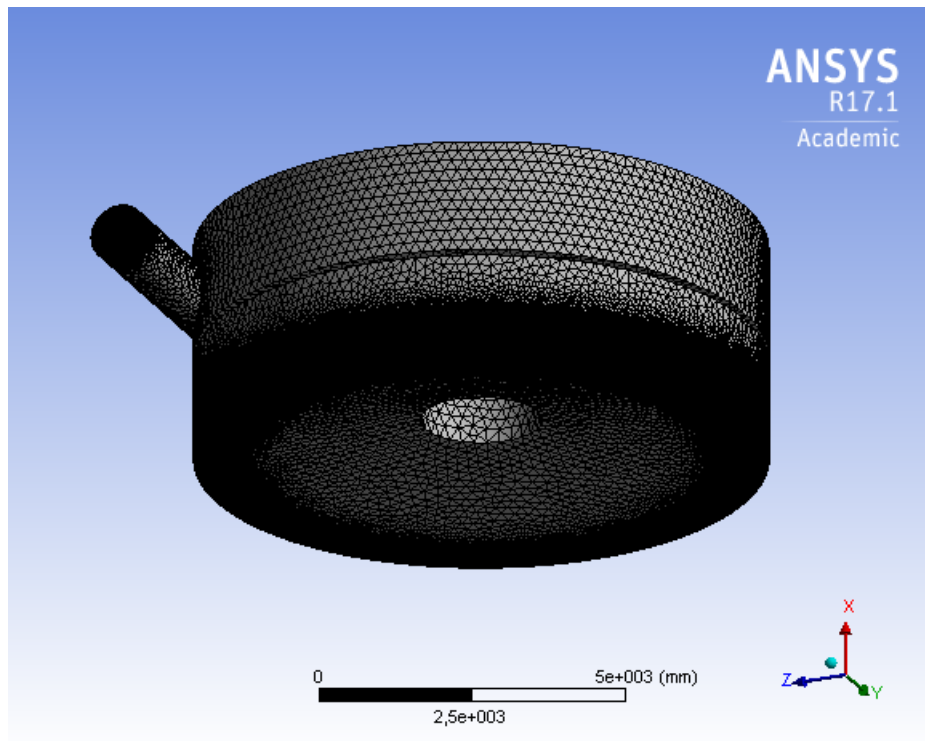


Figura 5.76: Malla feedwell cerrado con baffle tangencial

En la sección 4.2, se mencionó que es posible validar la calidad de la malla mediante los parámetros *skewness* y *orthogonal quality*, en las Tablas 5.34 y 5.35 se detallan las características de la malla y los parámetros mencionados anteriormente para cuantificar su calidad. Cabe destacar que el valor promedio del *skewness* es de 0,2262 y del *orthogonal quality* de 0,8604, por los valores representativos para el *skewness* es cercano a cero mientras que para el *orthogonal quality* el promedio es cercano a uno, por lo que la calidad de la malla es adecuada.

Tabla 5.34: Características de la malla feedwell cerrado con baffle tangencial

Tipo de feedwell	Cerrado con baffle tangencial
N° nodos	601.391
N° elementos	3.198.303

Tabla 5.35: Calidad de la malla feedwell cerrado con baffle tangencial

Tipo de feedwell		Cerrado con baffle tangencial
Skewness	Mínimo	$8,77e^{-13}$
	Máximo	0,8482
	Promedio	0,2262
Orthogonal Quality	Mínimo	0,2102
	Máximo	0,9972
	Promedio	0,8604

#### 5.9.4. Condiciones de borde

En la Figura 5.77 se muestra el volumen de control donde se tienen condiciones de borde (inlet (A), outlet1 (B) y outlet2 (C)).

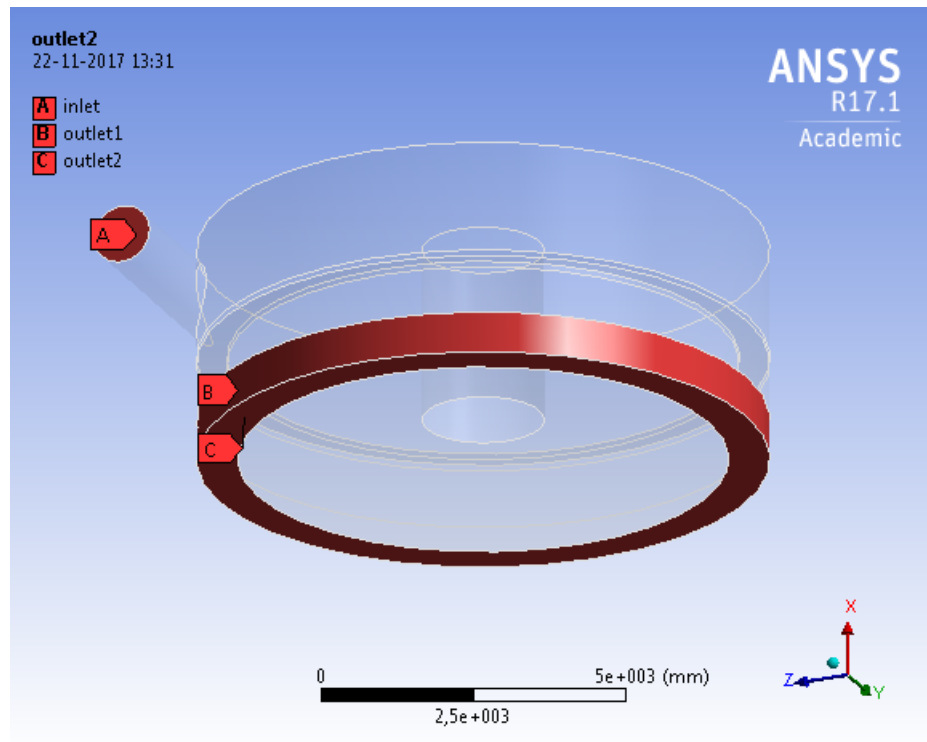


Figura 5.77: Condiciones de borde feedwell cerrado con baffle tangencial

Las condiciones de borde son:

- Entrada: la condición de borde en la entrada del feedwell corresponde a una *velocity-inlet* de  $2.5 [ms^{-1}]$ .
- Salida: la condición de borde a la salida del feedwell corresponde a una *pressure outlet*, la cual corresponde a una presión manométrica de 0 Pa.

### 5.9.5. Caudal

Una vez realizada la simulación, una forma de validar esta es ver la conservación de la masa del problema, a continuación, en la Tabla 5.36 se puede observar el flujo másico de entrada, de salida y el residuo.

Tabla 5.36: Suma de flujos feedwell cerrado con baffle

Variable	[kg s <sup>-1</sup> ]	[%]
Flujo de entrada	2409.28	100
Flujo de salida	2409.239	99,998
Residuo	0.041	0,0017

### 5.9.6. Streamline

A continuación, en la Figura 5.78 se muestra la streamline de velocidades para el feedwell abierto tangencial, en la cual se observa la trayectoria del relave.

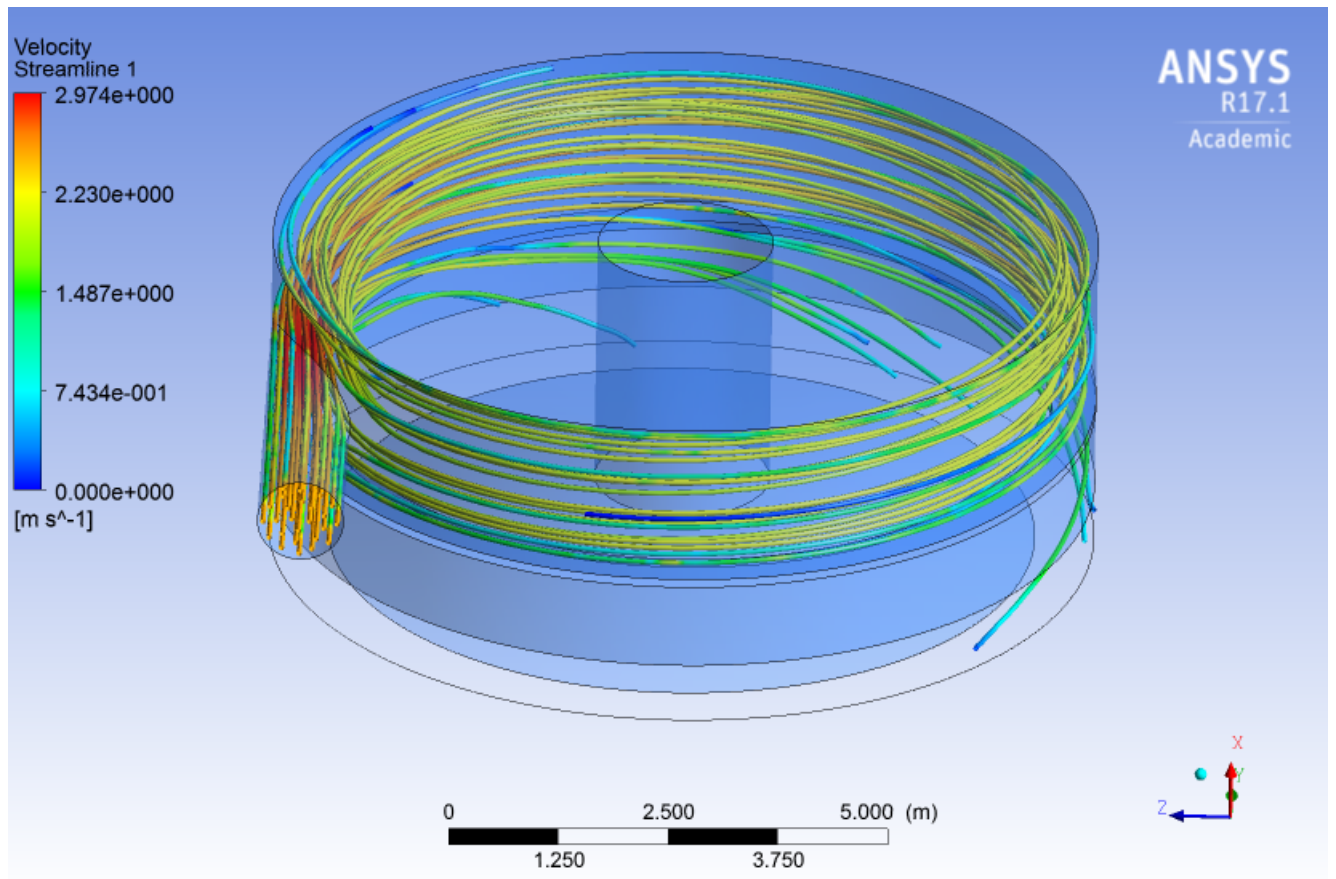


Figura 5.78: Streamline feedwell cerrado con baffle tangencial

### 5.9.7. Partículas

Mediante la simulación DPM para el feedwell abierto tangencial, se obtiene la Tabla 5.37 la cual muestra el flujo de partículas a la entrada y la salida del feedwell y la Figura 5.79 que muestra la streamlines de velocidades de las partículas sólidas inyectadas. Además, se aprecia que al igual que en todos los feedwells con alimentación tangencial las partículas siguen la misma trayectoria que el fluido, lo cual es esperado debido al tamaño de partículas.

Tabla 5.37: Flujos de partículas feedwell cerrado con baffle tangencial

Variable	[kg s <sup>-1</sup> ]	[%]
Flujo de partículas a la entrada	1575	100
Flujo de partículas a la salida	1575	100
Residuo	0	0

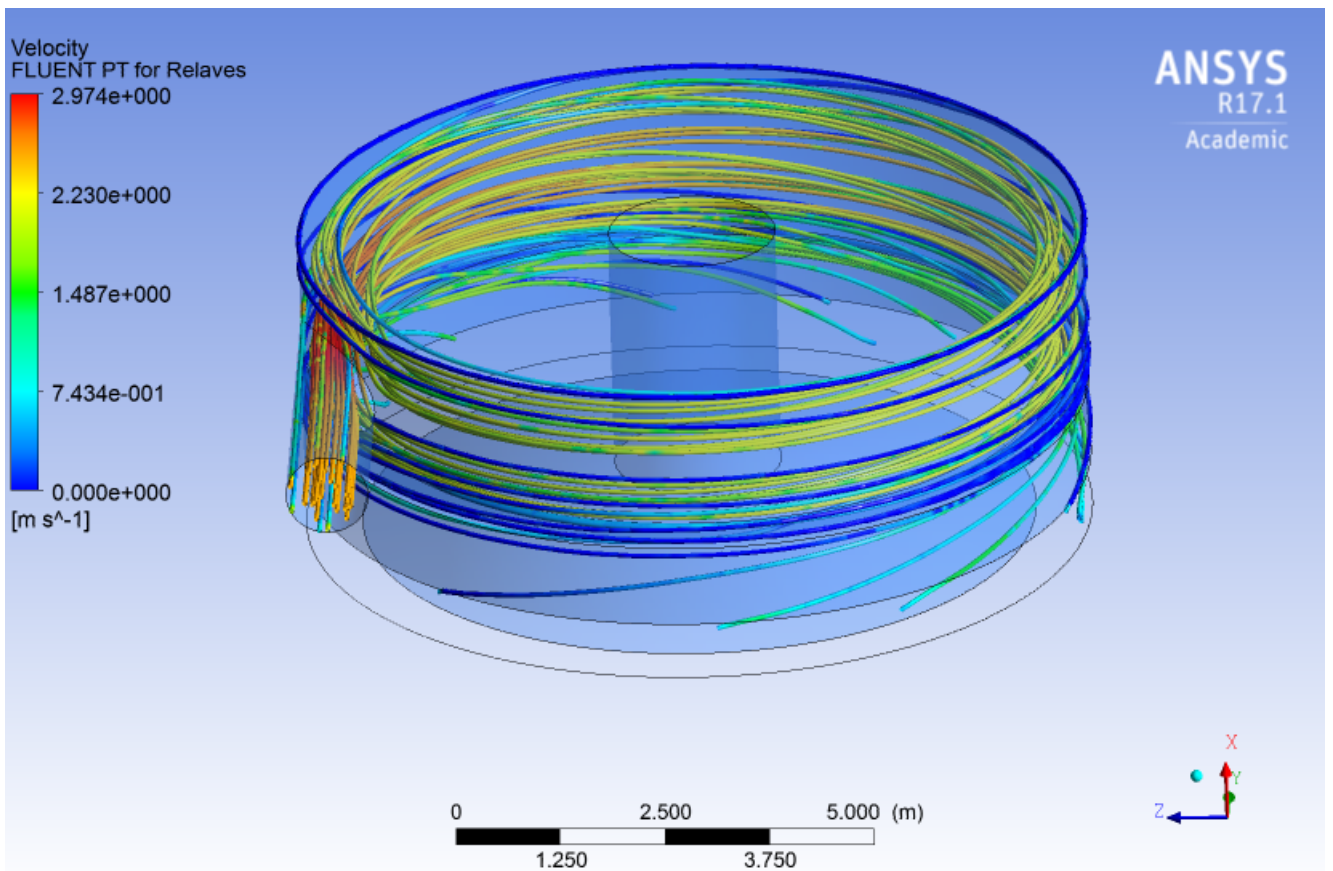


Figura 5.79: Streamline partículas feedwell cerrado con baffle tangencial

### 5.9.8. Salida del feedwell plano de velocidad

En la Figura 5.80 se muestra el plano de distribución de velocidades a la salida del feedwell, del cual se obtienen los datos para posterior análisis numérico. Además, se puede apreciar que la distribución de velocidades es bastante homogénea en comparación a los casos donde no existe una alimentación tangencial, sin embargo no se puede distinguir con el feedwell cerrado tangencial o el feedwell con baffle tangencial.

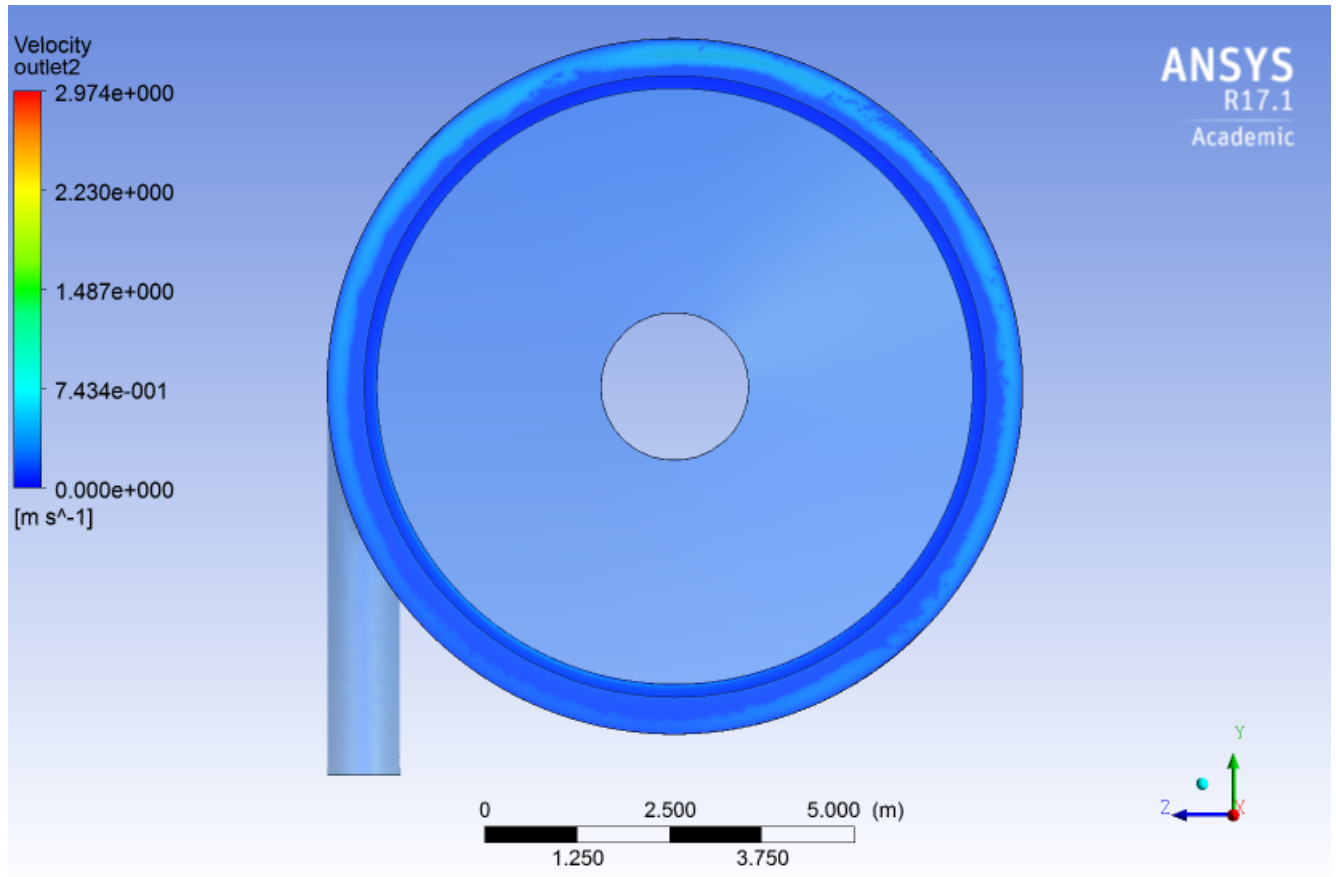


Figura 5.80: Campo de velocidades a la salida del feedwell cerrado con baffle tangencial

### 5.9.9. Energía cinética turbulenta a la salida del feedwell

En la Figura 5.81 se muestra el plano de distribución de la energía cinética turbulenta a la salida del feedwell, del cual se obtienen los datos para posterior análisis numérico.

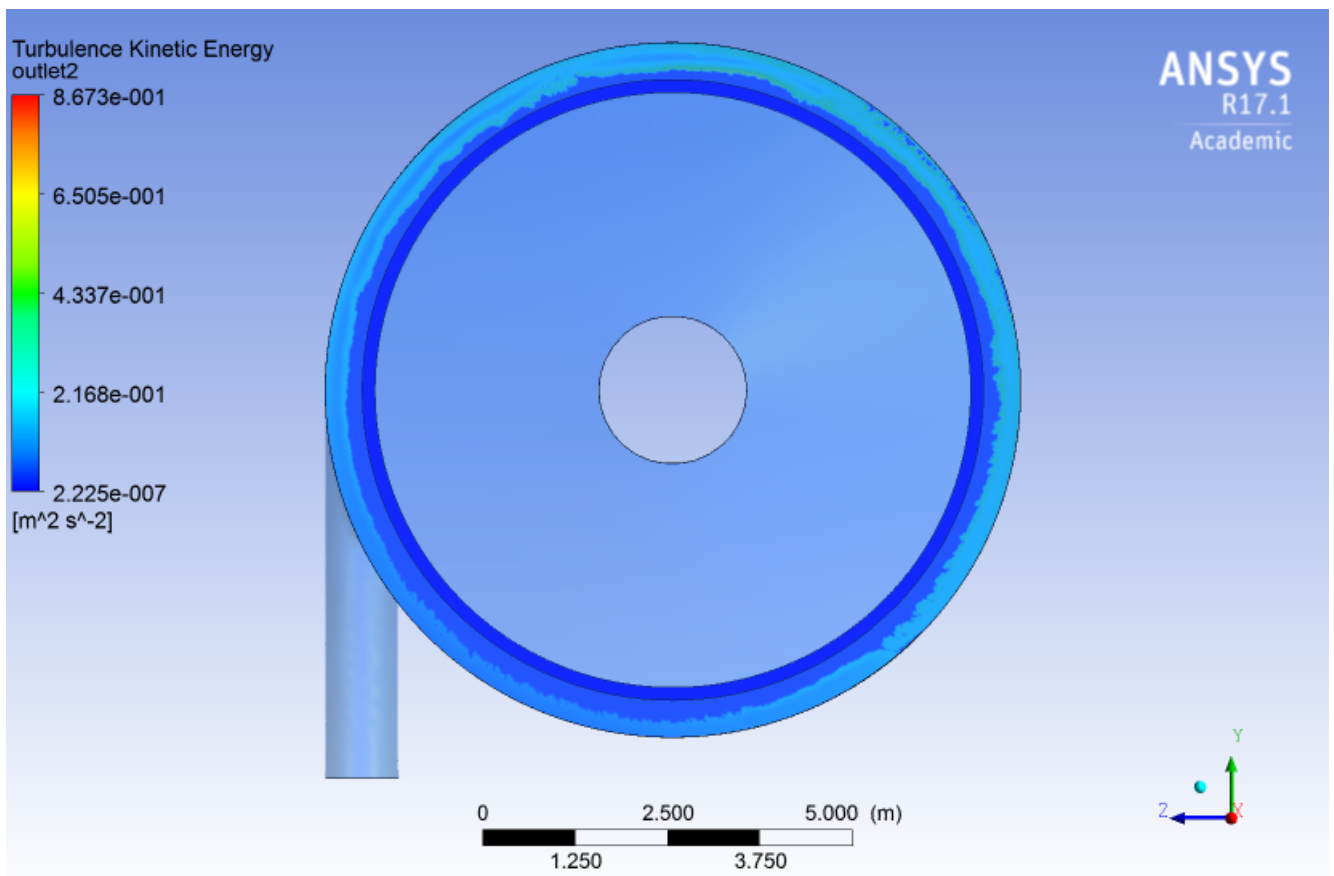


Figura 5.81: Energía cinética turbulenta a la salida del feedwell cerrado con baffle tangencial

Al igual que en el caso de la velocidad, la energía cinética turbulenta posee una distribución similar, sin embargo, con la información que nos entrega solo esta figura, no es posible saber cual de las geometrías posee una mejor distribución.



# Capítulo 6

## Análisis de resultados

### 6.1. Validación de los resultados

Como se mencionó en los antecedentes, la validación se realizó en base a los datos del paper [2]. Esta se llevo a cabo con éxito, debido a que los planos de velocidad que se observan en la Figura 5.7 son similares a los planos de velocidad obtenidos en [10] (figura 2.9). Por otro lado, los caudales de entrada y salida para cada una de estas simulaciones son similares lo que indica que las simulaciones realizadas son adecuadas. En base a esto, se pueden considerar las mismas condiciones de simulación para las geometrías estudiadas en la memoria.

### 6.2. Conservación de la masa

En las Tablas 5.8, 5.12, 5.16, 5.20, 5.24, 5.28, 5.32 y 5.36, se presentan los flujos máxicos de entrada y salida para cada una de las simulaciones, donde en todos los casos son bastante similares, cumpliendo así la conservación de la masa, por lo que la solución para cada una de las geometrías estudiadas es correcta en este aspecto .

En el Capítulo 5 (Resultados), se muestra la trayectoria de las partículas inyectadas para los 8 casos estudiados. Como se puede observar en las figuras 5.14,5.23,5.32,5.41,5.51,5.61,5.70 y 5.79 las partículas inyectadas siguen un recorrido muy similar al que realiza el fluido en el interior del feedwell (figuras 5.13,5.22,5.31,5.40,5.50,5.60,5.69 y 5.78). Esto infiere que las partículas siguen la trayectoria del relave.

En las Tablas 5.9, 5.13, 5.17, 5.21, 5.25, 5.29, 5.33 y 5.37 se observa que la totalidad de las partículas en cada una de las simulaciones realizadas salen del feedwell. El cual es un resultado esperado debido al tamaño de partículas utilizado.

### 6.3. Análisis numérico

De los datos a la salida del feedwell tanto de velocidad como de energía cinética turbulenta se obtiene el promedio y la desviación estándar para cada uno de ellos, en las Figuras 6.1, 6.2, 6.3 y 6.4 se tienen los valores representativos para cada tipo de feedwell.

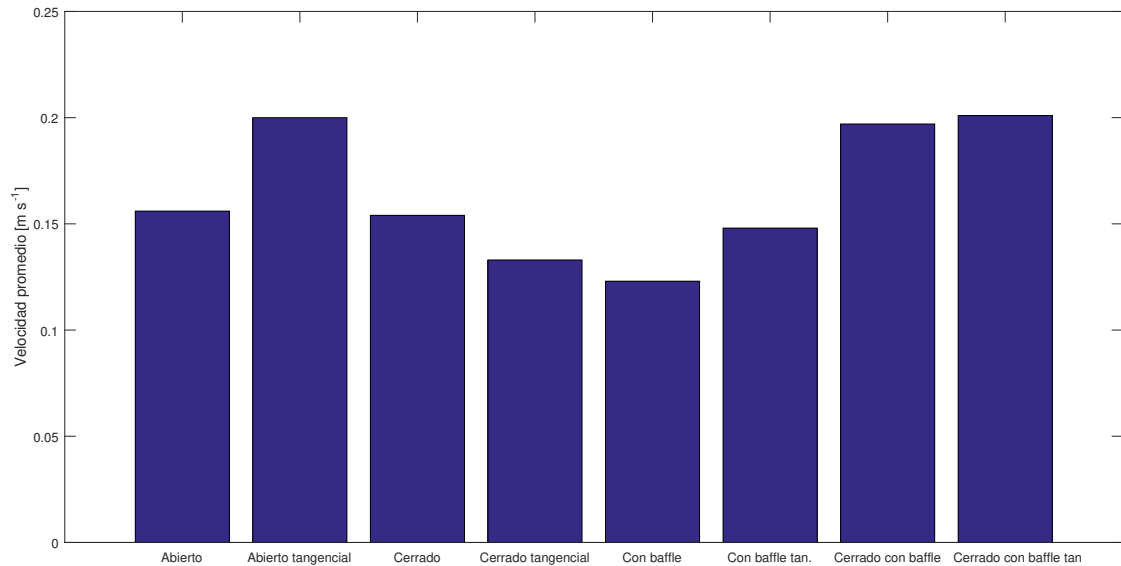


Figura 6.1: Promedio de las velocidades a la salida del feedwell

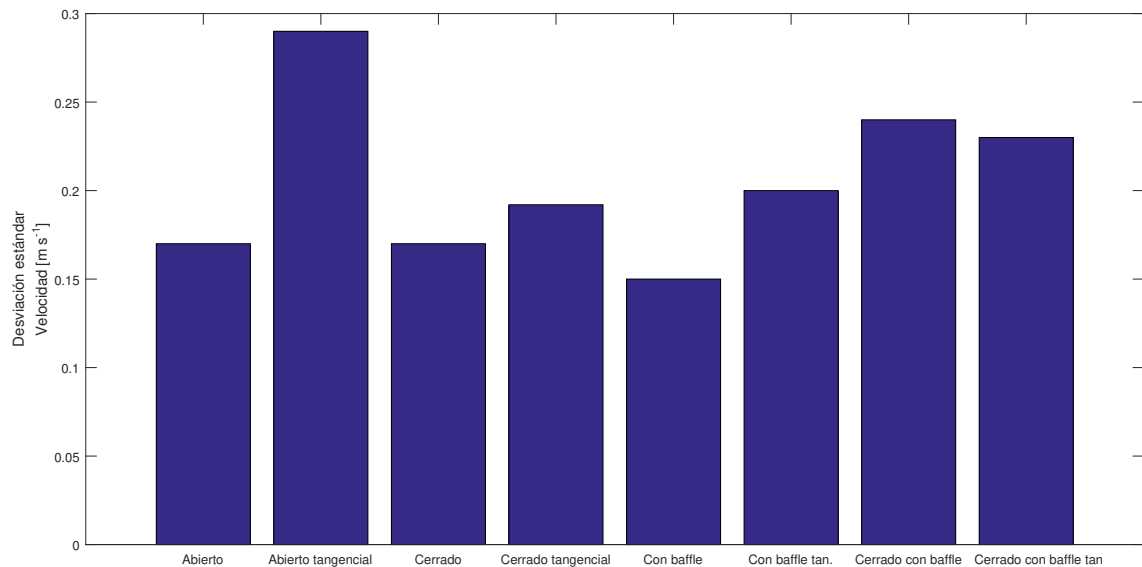


Figura 6.2: Promedio de la energía cinética turbulenta a la salida del feedwell

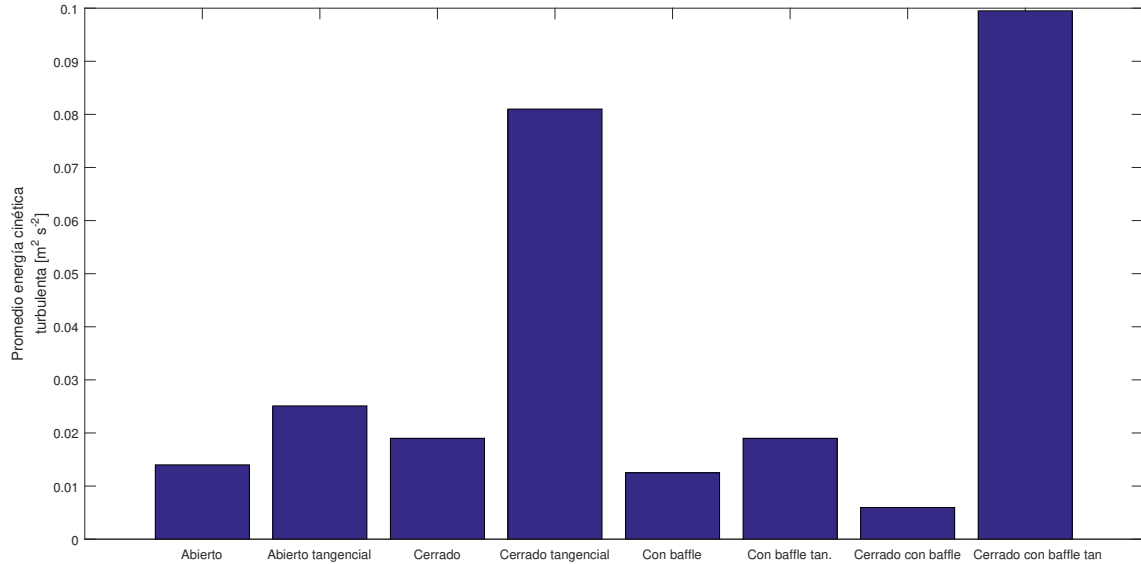


Figura 6.3: Desviación estándar de la energía cinética turbulenta a la salida del feedwell

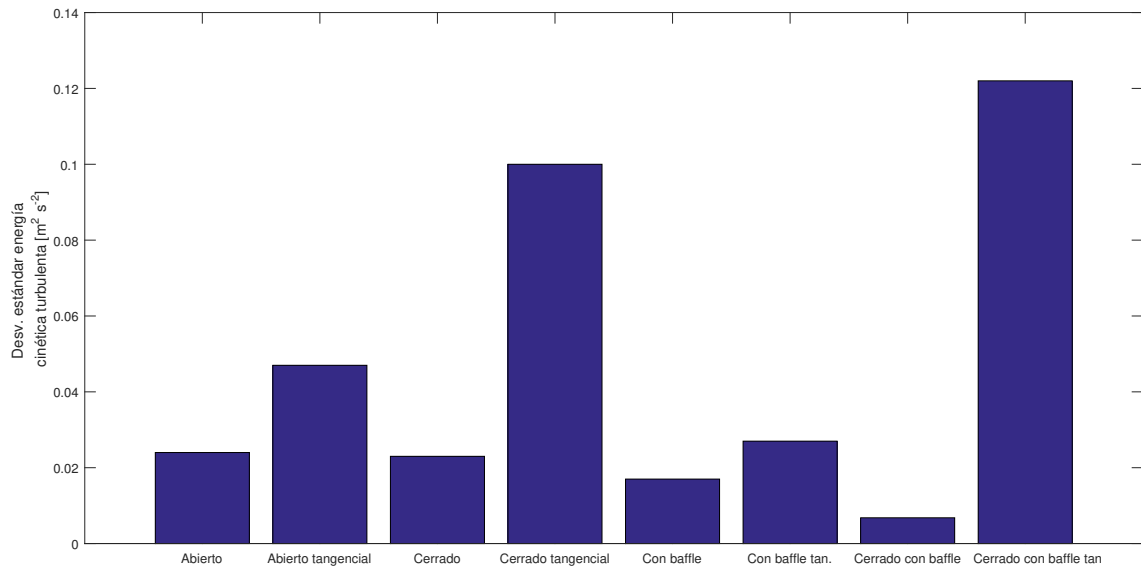


Figura 6.4: Desviación estándar de las velocidades a la salida del feedwell

Al observar las Figuras 6.1, 6.2, 6.3 y 6.4 nos dice que la desviación estándar de la energía cinética turbulenta para el feedwell cerrado con baffle tangencial corresponde al peor caso, siendo que este posee las tres mejoras (alimentación tangencial, baffle y cono de distribución). Además, el feedwell con mejor desviación estándar (velocidad) corresponde al caso del feedwell con baffle, y en la Figura 5.52 se ve claramente una distribución no homogénea del caso. Entonces, los resultados obtenidos a partir de la estadística básica no son suficientes

para realizar un análisis profundo y poder concluir cual tipo de feedwell genera una mejor alimentación al espesador, es por esto que se desarrolló la nueva metodología descrita en la sección 3.1 .

En la sección 3.1 (Metodología para análisis numérico), se especificó que para poder comparar los distintos feedwells en base a uno de los criterios de diseño como lo es la distribución de velocidades a la salida de estos, se realizaron los pasos detallados en esta sección, obteniéndose la Figura 6.5 dónde se muestra la curva de distribución para cada una de las geometrías simuladas.

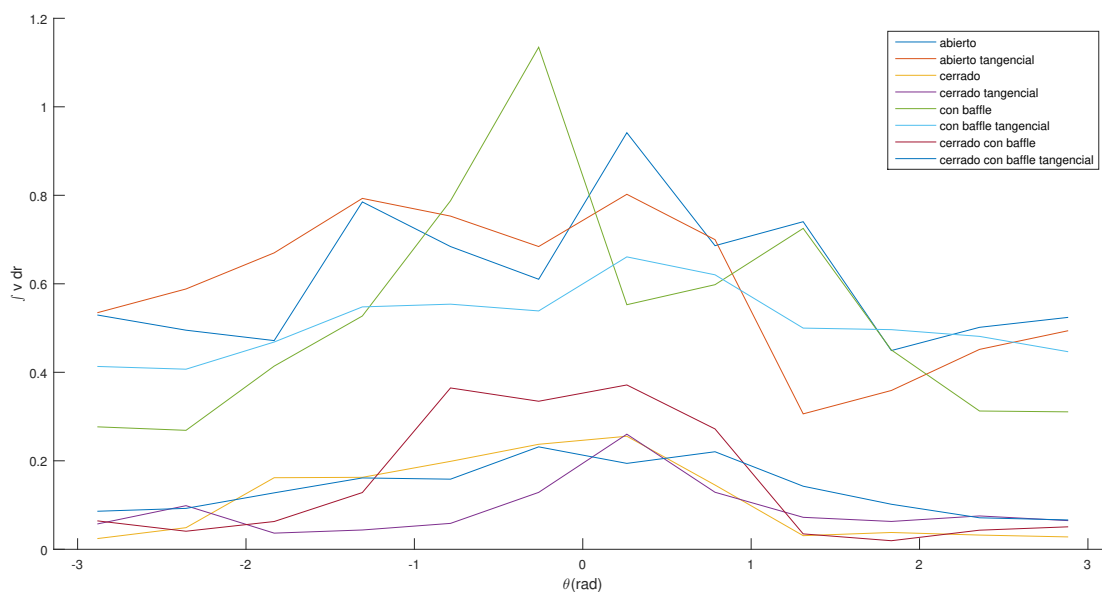


Figura 6.5: Curva de distribución velocidades

En la Figura 6.5 se puede observar que existe una separación de las curvas para los feedwells cerrados y los feedwells abiertos, lo que nos plantea que la velocidad a la salida de los feedwells cerrados es menor que en el caso de los abiertos, ya que la integral de la curva de velocidades para cada ángulo es menor. Además, la Tabla 6.1 muestra la desviación estándar de la curva de distribución, este valor representa que mientras más cercano sea a 0, la curva de distribución es más homogénea y por lo tanto la distribución de velocidades a la salida del feedwell es más uniforme.

Tabla 6.1: desviación estándar curva de distribución de velocidades

Tipo de feedwell	Desviación estándar
Abierto	0.1513
Abierto tangencial	0.1666
Cerrado	0.0890
Cerrado tangencial	0.0610
Con baffle	0.1686
Con baffle tangencial	0.0774
Cerrado con baffle	0.1424
Cerrado con baffle tangencial	0.0568

De la Tabla 6.1 y la Figura 6.5 se puede observar que al añadir una alimentación tangencial mejora la distribución de velocidades a la salida del feedwell, esto se observa para el caso del feedwell cerrado tangencial, con baffle tangencial y cerrado con baffle tangencial.

También se observa que al añadir un cono de distribución (feedwell cerrado), el plano de velocidades a la salida del feedwell es más uniforme, lo mismo se observa cuando se añade un baffle, siendo más significativo el cono de distribución. Cabe destacar que las dos mejoras son compatibles, ya que el caso del feedwell cerrado con baffle tangencial posee la distribución más homogénea de las geometrías estudiadas.

En el Capítulo 5 (Resultados), se puede observar que los planos de energía cinética turbulenta a la salida del feedwell (figuras 5.16, 5.25, 5.34, 5.43, 5.53, 5.63, 5.72 y 5.81) no son apropiados para ver la distribución, esto debido a que los valores son muy bajos y se observan máximos locales que no permiten obtener un buen análisis, como si lo permiten los planos de velocidad ( figuras 5.15, 5.24, 5.33, 5.42, 5.52, 5.62, 5.71 y 5.80) analizados anteriormente.

# Capítulo 7

## Conclusiones

A continuación se exponen las principales conclusiones de esta memoria:

- Se logra simular el relave con las mismas condiciones de operación que en el paper [10] generando resultados similares y cumpliendo con la validación, la cual permite utilizar las mismas condiciones de simulación para cada una de las geometrías estudiadas.
- En el totalidad de las simulaciones se cumple con la conservación de la masa, el cual es un resultado que nos permite afirmar que la simulación es correcta.  
El modelo de fase discreta, muestra que las partículas siguen la misma trayectoria que el relave, lo cual concuerda con lo esperado debido al tamaño de partículas simulado.
- Se generan las 8 geometrías con sus respectivas simulaciones, bajo las mismas condiciones de operación y simulación.
- Se establecen los criterios de comparación y se realiza un posterior análisis numérico de los resultados con el fin de poder comparar las geometrías simuladas en base a los criterios establecidos.
- Se logra concluir que al añadir un baffle, una alimentación tangencial o un cono de distribución, se obtiene una distribución de velocidades más homogénea a la salida del feedwell, lo cual concuerda con la bibliografía estudiada.
- Mediante el análisis numérico, se logra establecer que la geometría que cumple de mejor manera los criterios de diseños, corresponde al feedwell cerrado con baffle y alimentación tangencial.

# Bibliografía

- [1] N. Morandé, *Guía técnica de control y operación de depósitos de relaves*. 2007.
- [2] A. Casali, *Análisis de Sistemas Particulados*. 2011.
- [3] Y. A. Çengel, J. M. Cimbala, and S. F. Sknarina, *Mecánica de fluidos: fundamentos y aplicaciones*, vol. 1. McGraw-Hill, 2006.
- [4] E. L. Ibarrola, “Introducción a los fluidos no newtonianos,” *Cátedra de Mecánica de Fluidos. UNCor*, 2009.
- [5] B. E. Abulnaga, *Slurry systems handbook*. McGraw-Hill, 2002.
- [6] L. E. P. Farrás, “Teoría de la sedimentación,” *Area de hidráulica, Cátedra de Hidráulica Aplicada a la Ingeniería Sanitaria*, 2005.
- [7] P. Benoit, “Metalliferous mining - processing thickening resource book,”
- [8] P. Fawell, J. Farrow, A. Heath, T. Nguyen, A. Owen, D. Paterson, M. Rudman, P. Scales, K. Simic, D. Stephens, *et al.*, “Years of amira p266 “improving thickener technology”- how has it changed the understanding of thickener performance,” in *12th International Seminar on Paste & Thickened Tailings*, pp. 21–24, 2009.
- [9] T. Nguyen, J. Farrow, J. Smith, and P. Fawell, “Design and development of a novel thickener feedwell using computational fluid dynamics,” *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, vol. 112, no. 11, pp. 939–948, 2012.
- [10] A. H. Tuan NGUYEN and P. WITT, “Population balance – cfd modelling of fluid flow, solids distribution and flocculation in thickener feedwells,” *Parker Centre for Integrated Hydrometallurgy Solutions (CSIRO Minerals) Clayton, Victoria 3169, AUSTRALIA*, 2006.
- [11] *Lecture2:RANS Turbulence Models in ANSYS Fluent*. 2017.
- [12] *ANSYS FLUENT 18.0 Theory Guide*. 2009.