SOBRE LA ESPECIFICACION DE LA FUNCION DE DEMANDA DE DINERO

Daniel Tapia

Introducción

Desde hace algún tiempo el estudio de la demanda de dinero ha sido uno de los temas que han centrado la atención de los economistas en Chile. Diversos artículos han comprobado en el país la validez de la teoría del comportamiento de los saldos monetarios reales ante las variaciones de sus determinantes más próximos: el costo de poseerlos y la restricción presupuestaria a las tenencias máximas.

La importancia de haber logrado determinar una función de demanda de dinero estable (es decir, que no fluctúa errática e impredeciblemente, sino sólo ante fluctuaciones en las variables que la determinan) consiste en que permite la aplicación de una política monetaria eficaz.

Los diversos estudios sobre demanda de dinero, que de algún modo han ido representando un avance progresivo en los métodos de estimación, han omitido, sin embargo, hasta ahora un aspecto: no han tenido una base sólida para preferir un tipo de ajuste con respecto a cualquier otro. Las alternativas se han planteado en términos de tres funciones tipo: una lineal total, una logarítmica total, y una función mixta: logarítmica en el ingreso y lineal en el costo de mantener dinero. Las preferencias se han inclinado, un poco aprioristicamente, por esta última.

A la luz de estos antecedentes se han desarrollado modelos que permiten discernir, con un criterio de máxima verosimilitud, cual es la forma funcional más adecuada para la demanda de dinero. Al interior de estos modelos se pueden generar infinitas formas funcionales, estando representadas las tres formas principales aludidas anteriormente por valores específicos del continuo.

Este artículo, tras breves palabras sobre la teoría de la demanda de dinero, expone la derivación matemática de los modelos generadores de funciones aludidas. Posteriormente se realiza la estimación empírica de los mismos con los datos existentes en Chile.

Los resultados alcanzados, un poco provisorios aún, principalmente por problemas de especificación de variables, permiten decir que, en general, para estos datos, la forma funcional que se escoja no influye significativamente en la calidad del ajuste, bajo el criterio escogido.

I. LA DEMANDA DE DINERO

I.1. Los determinantes de la demanda de dinero

La función de demanda de dinero es una de las pocas categorías macroeconómicas cuya teoría ha podido ser confirmada por el estudio empírico.

Es especialmente relevante la evidencia de que en Chile, país caracterizado por períodos discontinuos de inflación, se hayan podido ajustar con cierto éxito diversas funciones de demanda de dinero.[1]

Aunque los datos disponibles de las variables pertinentes abarcan un período en el que, además, se han producido grandes cambios en la distribución del ingreso, apertura de nuevos sectores a la economía monetaria y, en general, cambios de índole no cuantitativa pero que afectan la estabilidad de la función, es notable el grado de explicación que han tenido las funciones ajustadas.

La teoría implícita en el ajuste de estas funciones es que las unidades económicas adoptan un determinado comportamiento de sus tenencias de saldos monetarios, en relación a la trayectoria de ciertas variables.

Se pretende que la determinación de la demanda de dinero es parte de una teoría de la preferencia entre activos, según la cual las personas maximizan su utilidad mediante ajustes en su cartera.

El dinero es uno de los componentes de esta cartera. Es un activo líquido cuya mantención no reporta ningún be-

[1] Deaver (1960), Ossa (1964), Reichmann (1965), Hynes (1967), Cortés y Tapia (1970).

neficio, salvo uno no pecuniario de proteger contra los riesgos de iliquidez, e involucra una probable pérdida de poder adquisitivo en función del alza en los precios.

Las personas deben decidir la proporción de la cartera que mantienen en este activo de características especiales, contra otros activos menos líquidos y que presumiblemente reportan tasas de interés reales positivas.

Esta atractiva disyuntiva planteada a las unidades económicas permite que la demanda de dinero pueda ser tratada por diversos enfoques de tipo estadístico-matemático.[2]

Las personas, al buscar la estructura de cartera que maximice su utilidad, hacen consideraciones de los beneficios y costos de mantener dinero, como con cualquier otro bien. Igualmente, una categoría definirá las tenencias máximas de dinero que puedan mantener: esta es la restricción presupuestaria. De modo análogo, no estarán ausentes los gustos y preferencias en la elección de los individuos.

I.1.1. Costos y beneficios de mantener dinero

Los beneficios de mantener dinero son aquellas características que lo definen esencialmente como tal. Esto es: su universal e inmediato poder de compra y su calidad de reserva de valor.

El costo de mantener dinero puede descomponerse en dos partes. Una es la pérdida de interés por mantener di-

---

[2]El problema esbozado podría ser solucionado maximizando funciones de utilidad, mediante trayectorias óptimas de los saldos monetarios a través de modelos de ajustes en el dinero, como lo hizo Hynes (1967) o mediante el tratamiento menos sofisticado que han tenido las otras estimaciones que se han hecho en Chile.

nero en lugar de otros activos. En este sentido, si se pudiese hablar de una tasa de interés de mercado "única" que reflejase al conjunto de tasas de interés de la economía, ésta sería la relevante.

Suele asociarse a esta tasa de interés aquella que redituaría un título seguro de largo plazo (en países donde existan estos títulos), como bonos del gobierno (Bailey, 1962).

La otra categoría que define el costo de mantener dinero es la pérdida de poder adquisitivo que puede experimentar en términos de bienes y servicios: la tasa esperada de variación en los precios. Esto equivale a decir que en la medida que el dinero no cumpla su característica de reserva de valor, se hace mucho más costoso poseerlo; es un beneficio negativo.

En países como Chile, con una vasta experiencia inflacionaria y ausencia de alternativas financieras que reditúen tasas reales de interés,[3] el costo de mantener dinero estará definido principalmente por la tasa esperada de variación en los precios.

I.1.2. La restricción presupuestaria

No existe consenso unánime si la demanda de dinero depende del ingreso, de la riqueza, o de ambos. No obstante, existen ciertas opiniones.

Si los saldos monetarios son principalmente mantenidos por su función de medio de pago y por las discontinuidades en la recepción de ingresos y gastos, entonces serán

[3] La reajustibilidad de las cuentas de ahorro del Banco del Estado data sólo de 1966 (ley 16.407), y la emisión de certificados de ahorro reajustables del mismo año.

función de una demanda de transacciones, representada usualmente por el ingreso (Jones, 1965).

Si se considera el papel de activo productivo del dinero y se centra la atención en el equilibrio de cartera, la asignación de los activos y los servicios que presta el dinero, la riqueza sería la restricción adecuada (Meltzer, 1963).

La riqueza (R) ha sido definida por Friedman (1956) como el valor actualizado de todos los flujos de ingreso futuro (Y). Si se considera, para simplificar, un ingreso constante y una tasa de interés única (i), esta actualización daría orígen a la identidad.

$$R = \frac{Y}{i}$$

La restricción presupuestaria adecuada sería la riqueza, pero a falta de esta información, una estimación del ingreso la sustituye.

El ingreso relevante, sin embargo, no es el ingreso medido, el cual está afectado por variaciones transitorias, sino un ingreso de más largo plazo o "esperado". El comportamiento de los saldos monetarios de los individuos estaría determinado por el ingreso permanente, y no por los ingresos transitorios.

I.1.3. Otros factores

Existen otros factores determinantes de la demanda de dinero, como los gustos, la incertidumbre, y variables que toman en consideración variaciones en la distribución de la riqueza y el ingreso.

Estos factores no son sistemáticos, y no se les incluye en la estimación empírica por no considerarse relevantes y/o no ser medibles.

Sin embargo, de ser cuantitativamente significativos, su exclusión hará que el modelo esté mal especificado.

I.2. La estimación empírica de la demanda de dinero

En un estudio anterior (Cortés y Tapia, 1970) se intentó principalmente estimar una función que fuera comparable con las estimaciones de demanda de dinero que servían de base para la elaboración del Programa Monetario del Banco Central. Estas funciones eran la de Ossa (1964) y la de Ossa reformada por Bardón (1965).

La forma funcional de estas regresiones era la siguiente:

$$\ln m_t = a_0 + a_1 \ln y_t + a_2 p_t^* + \varepsilon_t \qquad (1)$$

donde m_t = cantidad de dinero real per cápita del año t.
y_t = ingreso real per cápita del año, como medida de la restricción presupuestaria.
p_t^* = expectativas de variación de los precios del año t, como medida del costo de mantener dinero.

Aceptando este tipo de función[4] (con elasticidad – ingreso constante y elasticidad–expectativas variable) la función estimada en dicho estudio (1970) introducía una modificación en el modo de calcular las expectativas, con respecto a los estudios que servían de base de comparación.

Ossa (1964), Reichmann (1965) y Bardón (1965) calcularon las expectativas de variación en los precios como promedio ponderado simple de las variaciones de precios efectivas de los últimos períodos.[5]

---

[4]Reichmann (1965) también utiliza esta forma, aunque su estimación no es directamente comparable por ser trimestral.

[5]Es decir, $p_t^* = ap_t + bp_{t-1} + cp_{t-2} + dp_{t-3} + ep_{t-4}$

donde $a + b + c + d + e = 1$ y $a>b>c>d>e>0$.

El valor p_t^* así obtenido se introducía en la función (1) para efectuar la regresión. Las ponderaciones se daban a priori, y el conjunto de ponderaciones escogido era aquel que maximizaba la explicación de la regresión y la significación de los parámetros de (1).

La diferencia fundamental del estudio posterior (Cortés y Tapia) estaba en que a la forma funcional (1) se introducía adicionalmente un modelo de ajuste de expectativas, en el cual las ponderaciones no se daban a priori como resultado de un proceso iterativo, sino que se obtenían implícitamente de la regresión.[6]

Este modelo, desarrollado originalmente por Cagan (1956) en un estudio sobre hiperinflaciones, considera el ajuste en las expectativas como una fracción del error cometido en el período anterior, es decir,

$$p_t^* = p_{t-1}^* + \beta(p_{t-1} - p_{t-1}^*) \qquad (2)$$

lo que es equivalente a proponer que las expectativas de un período (o cambio esperado de variación en los precios, p_t^*) son un promedio ponderado exponencialmente de las variaciones de precios efectivas pasadas.[7]

Se consideró razonable incluir la variación de precios efectiva del período (como lo habían hecho Deaver, Ossa y Reichmann) como determinante de las expectativas, principalmente porque (1) aplicado a períodos discretos de longitud de un año perdía gran parte del sentido original pro-

[6] También se sugirieron modelos de ajuste para el ingreso y los saldos monetarios, intentando introducir un concepto de ingreso de largo plazo y una trayectoria eficiente de los stocks de dinero, pero no tuvieron tan buen resultado.

[7] Pues desarrollando (2) deriva en:

$$p_t^* = \beta p_{t-1} + \beta(1-\beta)\, p_{t-2} + \beta(1-\beta)^2 p_{t-3} + \ldots \qquad (2.1)$$

puesto por Cagan.

Esto dio origen al modelo de ajuste

$$p_t^e = p_{t-1}^e + \beta(p_t - p_{t-1}^e) \tag{3}$$ [8]

Al combinar (1) con (3.1) se obtiene

$$\ln m_t = a_0 + a_1 \ln y_t + a_2 (\beta p_t + \beta(1-\beta) p_{t-1} + \beta(1-\beta)^2 p_{t-2} + \ldots) + \epsilon_t \tag{1,3.1}$$

Aplicando la transformación de Koyck al modelo (1, 3.1) se obtiene finalmente[9]

$$\ln m_t = a_0 \beta + a_1 \ln y_t - a_1(1-\beta) \ln y_{t-1} + a_2 \beta p_t + (1-\beta) \ln m_{t-1} \tag{4}$$

Los resultados de regresionar esta ecuación dieron una explicación cercana a 85 por ciento, parámetros significativos, y ausencia de correlación residual, medida a través de un estadígrafo de Durbin (1969).

Esta ecuación, al introducir rezagos, plantea un problema de identificación de los parámetros, dado que (4) tiene cinco parámetros reducidos y sólo cuatro incógnitas (a_0, a_1, a_2, β).

Esta dificultad, que se obviaría con un programa no lineal de regresiones, no tiene mayor importancia si el objetivo principal de la función es la predicción, como lo era en dicho estudio.

---

[8] Que es equivalente a

$$p_t^e = \beta p_t + \beta(1-\beta) p_{t-1} + \beta(1-\beta)^2 p_{t-2} + \ldots \tag{3.1}$$

[9] Transformación que consiste en restar de (1, 3.1) la misma ecuación, rezagada en un período y multiplicada por $(1-\beta)$, con el objeto de eliminar los infinitos rezagos en p. Esto hace que las demás variables queden rezagadas en un período, y plantea un problema con los residuos: si estos eran no correlacionados en la ecuación (1), lo serán en (4). Se ha dejado de lado el error para simplificar.

El objetivo de la presente estimación de la demanda de dinero es de, aprovechando los resultados anteriores (1970),[10] plantear un conjunto de modelos que permitan testear, *desde un punto de vista estadístico*, cuál es la forma funcional de la demanda de dinero más adecuada para los datos disponibles en Chile.[11]

1.2.1. Los modelos

Si bien desde un punto de vista económico no existen razones suficientes[12] para establecer la forma funcional más adecuada de un modelo de demanda de dinero,[13] desde un punto de vista estadístico pueden establecerse criterios. Uno de estos criterios es el método de estimación de máxima verosimilitud.

El objeto de esta sección es encontrar la función más adecuada según este criterio, entre un amplio conjunto de funciones posibles. Este conjunto de funciones se ha logrado desarrollando variaciones sobre un modelo propuesto por Zarembka (1968).

---

[10] Desde el punto de vista del modelo de ajuste y de la definición de las variables.

[11] Reichmann (1970) cita la presencia de heterocedasticidad en modelos lineales en la tasa esperada de variación en los precios y el dinero, para regresiones con datos trimestrales. Esta desaparecería en la forma exponencial, si bien persistiría la autocorrelación residual.

[12] Se podría decir que en cierto modo hay una razón para estar a favor de $\log m_t = f(p_t, \ldots)$ y es intuitivamente la siguiente. Si se adopta $\log m_t = f(\log p_t, \ldots)$ se tiene que un cambio porcentual dado en la tasa de inflación produce el mismo cambio porcentual en M/P. Sin embargo, debería esperarse que el efecto de un aumento del 5 al 10 por ciento en la tasa de inflación fuese distinto de un aumento del 20 al 40 por ciento, aun cuando en ambos casos el aumento porcentual es de 100 por ciento. Este punto fue sugerido por Hernán Cortés.

[13] "La teoría, como está siendo interpretada en la actualidad, no sostiene ninguna especificación particular para una función de demanda de dinero, ni aun una clase única de funciones... El análisis de regresión, bajo los métodos existentes, genera buenas

Zarembka estableció un modelo de la forma

$$M_t^{\lambda} = a_0 + a_1 Y_t^{\lambda} + a_2 r_t^{\lambda} \qquad (5)$$

que representa una transformación potencial (con parámetro λ) de las variables dinero (M_t), ingreso (Y_t) y tasa de interés (r_t). Esta última representa el costo de mantener dinero. A esta forma potencial la llamó "forma generalizada de la demanda de dinero" (F.G.I.).

Este nombre obedece a que si el parámetro λ es uno, la ecuación (5) representa la forma lineal de la demanda de dinero. Si el parámetro es cero, se tiene, mediante una transformación adecuada de la función, una forma logarítmica total (ver nota 17).

Para un valor dado de λ, la forma (5) maximizará la función de verosimilitud. Si esta es más cercana a una logarítmica o a una lineal total lo dirá la prueba empírica.[14]

Evidentemente, esta forma no permite testear la forma semilogarítmica empleada en los estudios en Chile,[15] en otras palabras, si esta forma es conveniente estadísticamente.

La función empleada en Chile considera una elasticidad ingreso constante (a_1) y una elasticidad-expectativas o elasticidad-interés variable ($a_2 r_t$), es decir, adopta la forma (1):

...ajustes para una variedad de clases de especificación de modelos... No parece haber base para pensar que una aplicación continuada de esta metodología guíe hacia una convergencia a una teoría válida". (Culbertson, 1968).

[14] Zarembka encontró que en Estados Unidos el valor de λ no había cambiado significativamente a través del tiempo (1869-1963), y que era aproximadamente 0,42 y distinta de cero para una definición de dinero que incluyera los depósitos a plazo, y -0,08, no significativamente distinta de cero, para la definición tradicional, en regresiones para el período 1915-1963.

[15] Ossa (1964), Reichmann (1965), Bardón (1965), Cortés y Tapia (1970).

$$\ln m_t = a_0 + a_1 \ln y_t + a_2 r_t \qquad (1)$$

De modo de determinar la "bondad" de esta función de una manera análoga a la empleada por Zarembka, es necesario encontrar modelos que permitan obtener esta función como asimismo la lineal y la logarítmica.

Esto se ha resuelto con dos nuevos modelos que comparan la ecuación (1) con la ecuación logarítmica y con la lineal total, respectivamente.

El conjunto, estos dos modelos más el de Zarembka, permite abarcar un rango mucho más amplio de funciones, y determinar cuál de ellos maximiza la función de verosimilitud.[16]

Función generalizada II

La función que permite obtener un amplio rango de funciones, entre las cuales están la semilogarítmica empleada en Chile y la lineal, es la siguiente:

$$M_t^{\lambda} = a_0 + a_1 Y_t^{\lambda} + a_2 \lambda r_t \qquad (6)$$

La función (6) se transforma en una lineal cuando $\lambda = 1$ y en la semilogarítmica (1) en el límite cuando $\lambda \to 0$.

Prueba: La función debe escribirse de una forma que sea continua en $\lambda = 0$;[17] reescribiendo (6) como:

$$M_t^{\lambda} - 1 = (a_0 + a_1 - 1) + a_1 (Y_t^{\lambda} - 1) + a_2 \lambda r_t$$

---

[16] No se ha considerado el caso de una función lineal en el ingreso y logarítmica en el costo de mantener dinero, porque multiplica el número de alternativas a comparar, y parece no ser relevante

[17] La prueba que la función F.G.I. es una logarítmica cuando $\lambda = 0$ es similar a la que sigue.

y dividiendo por :

$$\frac{M_t^{\lambda}-1}{\lambda}=\frac{a_0^{\lambda}-1}{\lambda}+a_1\frac{(Y_t^{\lambda}-1)}{\lambda}+a_2 r_t \qquad (6')$$

para algún a_0', aplicando límite:

$$\lim_{\lambda\to 0}\frac{(M_t^{\lambda}-1)}{\lambda}=\lim_{\lambda\to 0}\left(\frac{(a_0^{\lambda}-1)}{\lambda}+a_1\frac{(Y_t^{\lambda}-1)}{\lambda}+a_2 r_t\right)$$

Por L'Hospital, y aplicando que el límite de una suma es igual a la suma de los límites si estos existen, se tiene:

$$\lim_{\lambda\to 0}\frac{M_t^{\lambda}\ln M_t}{1}=\lim_{\lambda\to 0}\frac{a_0^{\lambda}\ln a_0}{1}+\lim_{\lambda\to 0}a_1\frac{Y_t^{\lambda}\ln Y_t}{1}+a_2 r_t$$

y resolviendo el límite se tiene la ecuación (1):

$$\ln M_t=\ln a_0'+a_1\ln Y_t+a_2 r_t$$

Función generalizada III[18]

La tercera forma generalizada que permite, en conjunto con las otras dos (F.G.I. y F.G.II), abarcar un rango de funciones que comprende las tres en estudio y su comparación relativa, es la siguiente:

$$M_t^{\lambda(1-\lambda)}=a_0+a_1 Y_t^{\lambda(1-\lambda)}+a_2(1-\lambda)\, r_t^{\lambda} \qquad (7)$$

La función (7) se transforma en una logarítmica total cuando $\lambda\to 0$ y en la función semilogarítmica (1) cuando $\lambda\to 1$.

Prueba: a) $\lambda\to 0$:

Reescribiendo la función (7) como

$$M_t^{\lambda(1-\lambda)}-1=(a_0+a_1+a_2(1-\lambda)-1)+a_1(Y_t^{\lambda(1-\lambda)}-1)+a_2(1-\lambda)(r_t^{\lambda}-1)$$

---

[18] Encontrada por el profesor Luis Corvalán.

y dividiendo por λ:

$$\frac{M_t^{\lambda(1-\lambda)}-1}{\lambda} = \frac{(a_0'^{\lambda}-1)}{\lambda} + a_1\,\frac{(Y_t^{\lambda(1-\lambda)}-1)}{\lambda} + a_2\,\frac{(1-\lambda)(r_t^{\lambda}-1)}{\lambda} \qquad (7')$$

para algún a_0'

Aplicando el límite:

$$\lim_{\lambda\to 0}\frac{M_t^{\lambda(1-\lambda)}-1}{\lambda} = \lim_{\lambda\to 0}\left(\frac{a_0'^{\lambda}-1}{\lambda} + a_1\,\frac{(Y_t^{\lambda(1-\lambda)}-1)}{\lambda} + a_2\,\frac{(1-\lambda)(r_t^{\lambda}-1)}{\lambda}\right)$$

Por L'Hospital:

$$\lim_{\lambda\to 0}\frac{M_t^{\lambda(1-\lambda)}\ln M_t(1-2\lambda)}{1} = \lim_{\lambda\to 0}\frac{a_0'^{\lambda}\ln a_0'}{1} + \lim_{\lambda\to 0}\frac{a_1 Y_t^{\lambda(1-\lambda)}\ln Y_t(1-2\lambda)}{1} +$$

$$+ \lim_{\lambda\to 0}\frac{a_2 r_t^{\lambda}\ln r_t}{1} - \lim_{\lambda\to 0} a_2\,(r_t^{\lambda}-1)$$

y se tiene:

$$\ln M_t = \ln a_0' + a_1 \ln Y_t + a_2 \ln r_t \qquad (1)$$

b) $\lambda \to 1$

$$M_t^{\lambda(1-\lambda)}-1 = (a_0'^{(1-\lambda)}-1) + a_1\,(Y_t^{\lambda(1-\lambda)}-1) + a_2\,(1-\lambda)(r_t^{\lambda}-1)$$

dividiendo por $(1-\lambda)$

$$\frac{M_t^{\lambda(1-\lambda)}-1}{1-\lambda} = \frac{a_0'^{(1-\lambda)}-1}{1-\lambda} + a_1\,\frac{(Y_t^{\lambda(1-\lambda)}-1}{1-\lambda} + a_2\,\frac{(1-\lambda)(r_t^{\lambda}-1)}{1-\lambda} \qquad (7'')$$

aplicando el límite:

$$\lim_{\lambda\to 1}\frac{(M_t^{\lambda(1-\lambda)}-1}{1-\lambda} = \lim_{\lambda\to 1}\frac{a_0'^{(1-\lambda)}-1}{1-\lambda} + \lim_{\lambda\to 1}\frac{a_1 Y_t^{(1-\lambda)}-1}{1-\lambda} + \lim_{\lambda\to 1} a_2\, r_t^{\lambda}$$

mediante L'Hospital

$$\lim_{\lambda\to 1}\frac{M_t^{\lambda(1-\lambda)}\ln M_t(1-2\lambda)}{-1} = \lim_{\lambda\to 1}\frac{a_0'^{(1-\lambda)}\ln a_0'(-1)}{-1} + \lim_{\lambda\to 1} a_1\,\frac{Y_t^{\lambda(1-\lambda)}\ln Y_t(1-2\lambda)}{-1} +$$

$$+ \; a_2\, r_t$$

y se tiene la ecuación (1)

$$\ln M_t = \ln a_0' + a_1 \ln Y_t + a_2\, r_t \qquad (1)$$

I. 2. 2. Derivación de las funciones de verosimilitud

Con el objeto de cuantificar el valor de la función de verosimilitud para distintos valores del parámetro λ, en la presente sección se deducen las funciones de verosimilitud de F.G.II y F.G.III.

a) Función de verosimilitud de F.G.II. El modelo debe usarse según la forma indicada por (6'), que es continua en $\lambda = 0$.

El modelo estocástico supondrá, como es usual, que el término aleatorio[19] o error es aditivo.

El modelo queda, por consiguiente, expresado como

$$\frac{M_t^{\lambda} - 1}{\lambda} = \frac{a_0'^{\lambda} - 1}{\lambda} + a_1 \frac{(Y_t^{\lambda} - 1)}{\lambda} + a_2 r_t + \epsilon_t$$

que se puede simplificar como

$$M_t(\lambda) = a_0' + a_1 Y_t(\lambda) + a_2 r_t + \epsilon_t$$

donde (λ) representa la transformación de las variables.

La función de verosimilitud en términos de la T observaciones originales es:

$$L(\theta/\text{observaciones}) = f(\epsilon_1; a_0', a_1, a_2, \sigma^2, \lambda) \ldots f(\epsilon_T; a_0', a_1, a_2, \sigma^2, \lambda)$$

donde $\theta = (a_0', a_1, a_2, \sigma^2, \lambda)$

---

[19] Bajo las hipótesis del modelo de regresión múltiple, el error tiene las siguientes características:

i. $E(\epsilon\, \epsilon') = \sigma^2 I$ varianza constante y covarianza nula

ii. $\epsilon_t \sim N(0, \sigma)$ normalmente distribuido con media nula y varianza σ^2

Dado que $f(\epsilon_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \cdot e^{-\frac{1}{2}(\epsilon/\sigma)^2}$

entonces

$$L(\theta/\text{obs}) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{T}{2}}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\sigma^2 \sum_{t=1}^{T} (M_t(\lambda) - a_0' - a_1 Y_t(\lambda) - a_2 r_t)^2} \; J$$

donde J es el jacobiano de la matriz de transformación

$$\frac{M_{t-1}}{\lambda} \longrightarrow M_t$$

La matriz de transformación es:

$$\begin{bmatrix} \frac{\delta M(\lambda)_1}{\delta M_1} & \cdots\cdots & \frac{\delta M(\lambda)_1}{\delta M_T} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\delta M(\lambda)_T}{\delta M_1} & & \frac{\delta M(\lambda)_T}{\delta M_T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_1^{\lambda-1} & 0 & \cdots \\ 0 & M_2^{\lambda-1} & \\ \vdots & \vdots & \\ 0 & \cdots\cdots & M_T^{\lambda-1} \end{bmatrix}$$

pues $\frac{\delta M(\lambda)_i}{\delta M(\lambda)_j} = \begin{cases} 0 \text{ para } i \neq j \\ M_i^{\lambda-1} \text{ para } i = j \end{cases}$

luego $J = \det [\;\;] = \prod_{t}^{T} M_t^{\lambda-1}$

Para obtener estimadores máximo verosímiles, hay que sacar logaritmo y derivar respecto a los parámetros.[20]

$$\ln L(\theta) = -\frac{T}{2}\ln 2\pi - \frac{T}{2}\ln\sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} \cdot \Sigma(M_t(\lambda) - a_0' - a_1 Y_t(\lambda) - a_2 r_t)^2 + (\lambda - 1)\Sigma \ln M_t$$

[20] Desde aquí en adelante, se reemplazará el logaritmo de la función de verosimilitud ($\ln L\theta$) por la expresión L.

reemplazando el valor de σ^2 por el estimador máximo verosímil $\hat{\sigma}^2(\lambda)$ se tiene:[a/]

$$L\ \text{máx}(\lambda) = \left(-\frac{T}{2}\ln 2\pi - \frac{T}{2}\right) - \frac{T}{2}\ln \hat{\sigma}^2(\lambda) + (\lambda - 1)\sum_1^T \ln M_t \quad (8)$$

Al cuantificar esta función para distintos valores de λ se obtiene una función de verosimilitud máxima para algún $\hat{\lambda}$, y en el punto de máximo se obtienen estimadores de a_0', a_1 y a_2.

b) **Funciones de verosimilitud para F.G. III.** El modelo (7) que permite comparar la función semilogarítmica (1) con la logarítmica total es:

$$M_t^{\lambda(1-\lambda)} = a_0 + a_1 Y_t^{\lambda(1-\lambda)} + a_2(1-\lambda)\, r_t^{\lambda} \quad (7)$$

Para trabajar con este modelo hay que derivar dos funciones de verosimilitud, pues es continuo en $\lambda = 0$ y $\lambda = 1$ bajo dos formas distintas.

i. para $\lambda = 0$; la forma continua es:

$$\frac{M_t^{\lambda(1-\lambda)}-1}{\lambda} = \frac{a_0^{(\lambda}-1}{\lambda} + \frac{a_1(Y_t^{\lambda(1-\lambda)}-1)}{\lambda} + \frac{a_2(1-\lambda)(r_t^{\lambda}-1)}{\lambda} + \varepsilon_t \quad (7')$$

o, en otros términos:

$$M_t(\lambda) = a_0' + a_1 Y_t(\lambda) + a_2 r_t(\lambda) + \varepsilon_t$$

---

a/ Como se deriva a continuación

$$\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \sigma^2} = -\frac{T}{2}\cdot\frac{1}{\sigma^2} + \frac{1}{2\sigma^4}\sum_1^T \left(M_t(\lambda) - a_0' - a_1 Y_t(\lambda) - a_1 r_t\right)^2 = 0$$

de donde

$$\hat{\sigma}^2(\lambda) = \frac{\sum \left(M_t(\lambda) - a_0' - a_1 Y_t(\lambda) - a_2 r_t\right)^2}{T} = \frac{\sum_1^T v_t^2(\lambda)}{T}$$

La función de verosimilitud será:

$$\iota(\theta/\text{obs}) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{T/2}} \cdot e^{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_1^T |M_t(\lambda) - a_0' - a_1 Y_t(\lambda) - a_2 r_t(\lambda)|^2} \cdot J$$

J es el jacobiano de la matriz de transformación

$$\frac{M_t{}^{\lambda(1-\lambda)} - 1}{\lambda} \rightarrow M_t$$

$$J = \prod_{t=1}^{T} \frac{\delta M_t(\lambda)}{\delta M_t} = (1-\lambda)^T \cdot \prod_1^T M_t{}^{\lambda(1-\lambda)-1}$$

operando el logaritmo:

$$\ln \iota(\theta) = -\frac{T}{2}\ln 2\pi - \frac{T}{2}\ln \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2}\sum_1^T \varepsilon_t^2(\lambda) + T\ln(1-\lambda) + (\lambda(1-\lambda)-1)\sum_1^T \ln M_t$$

por lo tanto, la función de máxima verosimilitud es:

$$L\,\text{máx}(\lambda) = \left(-\frac{T}{2}\ln 2\pi - \frac{T}{2}\right) - \frac{T}{2}\ln \hat{\sigma}^2(\lambda) + T\ln(1-\lambda) + (\lambda(1-\lambda)-1)\sum^T \ln M_t \quad (9)$$

donde
$$\hat{\sigma}^2(\lambda) = \frac{\sum_1^T v_t^2(\lambda)}{T}$$

ii. para $\lambda = 1$ la forma continua es:

$$\frac{M_t{}^{\lambda(1-\lambda)} - 1}{1-\lambda} = a_0 + a_1 \frac{Y_t^{\lambda(1-\lambda)} - 1}{1-\lambda} + a_2 p_t^{\lambda} + \varepsilon_t \quad (7')$$

Esta es simétrica con (7'), luego la función de verosimilitud a cuantificar es:

$$L\,\text{máx}(\lambda) = \left(-\frac{T}{2}\ln 2\pi - \frac{T}{2}\right) - \frac{T}{2}\ln \hat{\sigma}^2(\lambda) + T\ln\lambda + (\lambda(1-\lambda)-1)\sum_1^T \ln M_t \quad (10)$$

donde $\hat{\sigma}^2(\lambda) = \dfrac{\sum_1^T v_t^2(\lambda)}{T}$

c) **Función de verosimilitud para F.G.I.** El modelo (5) que permite comparar una función lineal total con una logarítmica total es el siguiente:[22]

$$M_t^{\lambda} = a_0 + a_1 Y_t^{\lambda} + a_2 r_t^{\lambda} \qquad (5)$$

Para convertirlo en una forma continua en $\lambda = 0$ se reescribe como:

$$\frac{M_t^{\lambda} - 1}{\lambda} = a_0' + a_1 \left(\frac{Y_t^{\lambda} - 1}{\lambda} \right) + a_2 \left(\frac{r_t^{\lambda} - 1}{\lambda} \right) + \varepsilon_t \qquad (5')$$

incluyendo el término aleatorio.

Mediante un proceso de derivación semejante al presentado para la ecuación (3), se deduce que la función de máxima verosimilitud L máx (λ) es:

$$L\,\text{máx}\,(\lambda) = \left(-\frac{T}{2} \ln 2\pi - \frac{T}{2}\right) - \frac{T}{2} \ln \hat{\sigma}^2 (\lambda) + (\lambda - 1) \sum_{t=1}^{T} \ln M_t \qquad (11)$$

$$\text{donde } \hat{\sigma}^2(\lambda) = \frac{\sum_{1}^{T} v_t^2(\lambda)}{T}$$

I. 2. 3. **Resumen de las estimaciones**

Las estimaciones se hicieron mediante dos programas de computación. En el primero se entregaron las series originales de dinero, ingreso y precios. El programa convirtió este conjunto de series originales en series transformadas según los modelos planteados, efectuando la regresión para cada valor de lambda, a medida que calculaba las series correspondientes.

En el segundo programa se calcularon las funciones de verosimilitud, empleando el valor de la varianza de los residuos obtenida de las regresiones.

---

[22] Zarembka (1968).

De modo de resumir *las* estimaciones hechas, se reescribirán a continuación los modelos con las características de cada cual:

Forma generalizada I

-compara la logarítmica (en $\lambda = 0$) y la lineal (en $\lambda = 1$).
-modelo estimado:

$$\frac{M_t^{\lambda} - 1}{\lambda} = k_0 + k_1 \frac{Y_t^{\lambda} - 1}{\lambda} + k_2 \frac{r_t^{\lambda} - 1}{\lambda} + \epsilon_t$$

-*función* de verosimilitud:

$$L^2_{máx}(\lambda) = \left(-\frac{T}{2}\ln 2\pi - \frac{T}{2}\right) - \frac{T}{2}\ln \hat{\sigma}^2(\lambda) + (\lambda - 1)\sum_1^T \ln M_t$$

donde $\hat{\sigma}^2(\lambda) = \dfrac{\sum_1^T v_t^2}{T}$

rango de lambda: $-0.95 \leq \lambda \leq 1.35$

Forma generalizada II

-compara la semilogarítmica (en $\lambda = 0$) y la lineal (en $\lambda = 1$).
-modelo estimado:

$$\frac{M_t^{\lambda} - 1}{\lambda} = k_0 + k_1 \left(\frac{Y_t^{\lambda} - 1}{\lambda}\right) + k_2 r_t + \epsilon_t$$

-función de verosimilitud:

$$L^1_{máx}(\lambda) = \left(-\frac{T}{2}\ln 2\pi - \frac{T}{2}\right) - \frac{T}{2}\ln \hat{\sigma}^2(\lambda) + (\lambda - 1)\sum_1^T \ln M_t$$

donde $\hat{\sigma}^2(\lambda) = \dfrac{\sum_1^T v_t^2}{T}$

-rango de lambda: $-0.95 \leq \lambda \leq 1.35$

Forma generalizada III

-compara la logarítmica (en $\lambda = 0$) y la semilogarítmica (en $\lambda = 1$), y está compuesta por dos submodelos:

-modelos estimados:

$$\frac{M_t^{\lambda(1-\lambda)}-1}{\lambda} = \quad + k_1 \frac{(Y_t^{\lambda(1-\lambda)}-1)}{\lambda} + k_2 \frac{(1-\lambda)(r_t^{\lambda}-1)}{\lambda} + u_t$$

$$\frac{M_t^{\lambda(1-\lambda)}-1}{1-\lambda} = k_0 + k_1 \frac{(Y_t^{\lambda(1-\lambda)}-1)}{1-\lambda} + k_2 r_t^{\lambda} + e_t$$

-funciones de verosimilitud respectivas:

$$L^{3.1}_{\text{máx}}(\lambda) = \left(-\frac{T}{2}\ln 2\pi - \frac{T}{2}\right) - \frac{T}{2}\ln \hat{\sigma}^2(\lambda) + T\ln(1-\lambda) + \{\lambda(1-\lambda)-1\}\sum_1^T \ln M_t$$

$$L^{3.2}_{\text{máx}}(\lambda) = \left(-\frac{T}{2}\ln 2\pi - \frac{T}{2}\right) - \frac{T}{2}\ln \hat{\sigma}^2(\lambda) + T\ln\lambda + \{\lambda(1-\lambda)-1\}\sum_1^T \ln M_t$$

donde $\hat{\sigma}^2(\lambda) = \dfrac{\sum_1^T v_t^2}{T}$

-rangos de lambda respectivos: $-0.95 \leq \lambda \leq 0.95$

$0.05 \leq \lambda \leq 1.35$

En la definición de las variables se aceptaron los resultados del estudio de Cortés y Tapia (1970), con series de tiempo de 1914 a 1969.

El dinero se definió como circulante más depósitos a la vista, netos de canje, per cápita y deflactados a escudos de 1965 por el deflactor del producto nacional bruto, valores anuales obtenidos con el promedio de los saldos a fines de cada mes (m_1).

El ingreso definido corresponde al concepto de ingreso nacional per cápita, en escudos de 1965 de las cuentas nacionales de CORFO y ODEPLAN (y).

El costo de mantener dinero consiste en las variaciones del deflactor del producto nacional bruto (r).

Con el objeto de apreciar la diferencia que pudiera significar distintas definiciones, se incluyeron los depósitos a plazo en la definición de dinero (m_2) manteniendo el mismo costo de mantener dinero. Asimismo, se utilizó el costo de mantener dinero que empleara Ossa ($\bar{r}$),[23] combinándolo con m_1 e y. Los modelos expuestos fueron completados con el modelo de ajuste de las expectativas planteado en la sección III. 2. Esto solamente significa añadir un término rezagado al dinero y al ingreso en las regresiones, permaneciendo sin variaciones las funciones de verosimilitud. Por esta razón, no se han anotado las ecuaciones, si bien se expondrán los resultados.

En lo sucesivo, se llamará selección 1 a aquellas regresiones que resultan de los modelos simples, y selección 2 a aquellas con términos rezagados en el ingreso y el dinero, vale decir, que suponen un ajuste en las expectativas.

---

[23] La definición es una ponderación de 5 años (incluido el período en curso: 0.30; 0.25; 0.15; 0.10) de 1/3 del índice de precios al consumidor y 2/3 del índice de precios al por mayor.

II. RESULTADOS EMPIRICOS

Lo que el análisis teórico desarrollado buscaba encontrar, eran funciones de verosimilitud[24] con valores variables, dependiendo del parámetro λ, que crecieran en forma decreciente y continua hasta alcanzar un máximo para algún λ dentro del dominio (-0.95, 1.35), y que a partir de este punto decrecieran continuamente. El valor de λ que maximizara la función de verosimilitud de los parámetros estaría definiendo la "mejor" especificación de la demanda de dinero. A este valor puntual de λ podría agregársele una región de confianza, mediante la aplicación del test de la razón de verosimilitud.[25]

El objeto primordial de este desarrollo era escoger la mejor de tres tipos de funciones conocidas: logarítmica, lineal, y semilogarítmica, a través de seleccionar aquélla que determinase un mayor valor para la función de verosimilitud que las demás. De modo secundario, si el λ que maximizara esta función no correspondiese a ninguna de estas tres funciones, se estaría determinando la mejor especificación alternativa en cada modelo.

Los resultados alcanzados quedan expuestos en el cuadro I.

En este cuadro aparece en primer lugar la definición de las variables. A continuación se identifica a qué tipo de modelo pertenece. Cuando se trata de la selección 1, se refiere a la regresión simple de m_t, en y_t y r_t. Al intro-

---

[24] Hay que destacar que la notación $L(\lambda)$ representa el logaritmo de la función de verosimilitud. Se trabaja con el logaritmo, y no con la función original, porque ésta está acotada entre 0 y 1, y por lo tanto, sus variaciones no son muy significativas. En cambio, el logaritmo permite apreciar mejor las pequeñas diferencias.

[25] Ver Apéndice.

ducir un modelo de ajuste en las expectativas[26] y por ende ajustar m_t a una regresión en y_t, y_{t-1}, r_t y m_t, se habla de la Selección 2.

En las columnas sucesivas se anotan los distintos tipos de función de verosimilitud, según la nomenclatura recientemente planteada; el valor de λ que hace máxima cada una de estas funciones; el valor máximo de las L máx (λ), y el valor que toman en las vecindades de los puntos críticos ($\lambda = 0$ y $\lambda = 1$).

Del estudio de los valores de las L máx (λ) pueden extraerse diversas conclusiones:

1. Con respecto a las selecciones 1. en la estimación puntual, se prueba claramente que la función lineal determina un valor superior para la función de verosimilitud que la semilogarítmica, y ésta un valor superior que la logarítmica. Los valores de λ que determinan el máximo, son los mismos para m_1 que para m_2. En ambos casos la gráfica que dibuja los valores de L^3 máx (λ) tiene la forma prevista, con un sólo máximo, antes del cual la función es continuamente creciente y después del cual es continuamente decreciente (gráfico 1). Este máximo coincide en $\lambda = 0,75$. Para L^1 y L^2 la función es totalmente creciente dentro del rango de λ escogido, coincidiendo el valor má-

[26] Esta aparente arbitrariedad se debe a la ya planteada aceptación de los resultados del estudio de Cortés y Tapia (1970). En este estudio se aceptó la forma reducida de un modelo de demanda de dinero con ajuste en las expectativas. Si bien tal modelo plantea una serie de problemas de índole econométrica (ver dicho estudio), se empleó porque eliminaba la autocorrelación residual (que es índice de fallas en la especificación) y aumentaba la explicación del modelo. No se ha planteado aquí un modelo de errores autoregresivos (que redundarían en agregar un término resagado r_{t-1} a la selección 2) porque también se testeó en dicho estudio y fue rechazado (ver Cortés y Tapia, Apéndice B).

CUADRO I

Defi-nición	Selec-ción	Transfor-mación		λ máx.	Máx. valor índic.	Valor de índic en: λ =-0.05	λ =0.05	λ =0.95	λ =1.05
m_1, r, r	1	$L^1_{máx}$	(λ)	1.35	-125.100	-126.075	-126.340	-125.[illegible]	-125.307
		$L^1_{máx}$	(λ)	1.35	-125.203	-125.[illegible]	-125.911	-[illegible]	-125.325
		$L^{3.1}_{máx}$	(λ)	0.75	-125.[illegible]	-[illegible].077	-126.330	-[illegible]	-
		$L^{3.1}_{máx}$	(λ)	0.75	-125.[illegible]	-	-[illegible]	-[illegible]	-[illegible]
	2	$L^1_{máx}$	(λ)	0.[illegible]	-[illegible]	-111.670	-[illegible]	-112.0[illegible]	-112.0[illegible]
		$L^1_{máx}$	(λ)	-0.[illegible]	-[illegible]	-12[illegible].675	-111.145	-111.[illegible]	-112.982
		$L^{3.1}_{máx}$	(λ)	0.45	-[illegible]	-[illegible]	-112.[illegible]	-110.[illegible]	-
		$L^{3.2}_{máx}$	(λ)	0.[illegible]	-[illegible]	-	-111.[illegible]	-110.[illegible]	-110.[illegible]
m_2, r, r	1	$L^1_{máx}$	(λ)	1.35	-12[illegible]	-1[illegible]	-[illegible]	-12[illegible]	-127.[illegible]
		$L^1_{máx}$	(λ)	1.35	-127.1[illegible]	-[illegible]	-[illegible]	-127.[illegible]	-127.[illegible]
		$L^{3.1}_{máx}$	(λ)	0.75	-120.940	-12[illegible]	-[illegible]	-[illegible]	-
		$L^{3.1}_{máx}$	(λ)	0.75	-120.940	-	-120.[illegible]	-12[illegible]	-12[illegible].142
	2	$L^1_{máx}$	(λ)	0.05	- [illegible]	-113.620	-112.[illegible]	-10[illegible].7[illegible]	-[illegible]
		$L^1_{máx}$	(λ)	0.35	- 76.[illegible]	-112.504	-111.333	-10[illegible].050	-10[illegible]
		$L^{3.1}_{máx}$	(λ)	0.[illegible]	-101.[illegible]	-113.634	-113.403	-112.4[illegible]	-
		$L^{3.1}_{máx}$	(λ)	0.45	-101.[illegible]	-	-111.4[illegible]	-112.4[illegible]	-112.[illegible]
$m_1, r, \bar{r}$	1	$L^1_{máx}$	(λ)	1.35	-121.310	-124.005	-123.777	-121.[illegible]	-121.7[illegible]
		$L^2_{máx}$	(λ)	1.35	-121.035	-122.007	-122.[illegible]	-121.[illegible]	-121.[illegible]
		$L^{3.1}_{máx}$	(λ)	0.05	-122.147	-124.[illegible]	-123.770	-122.147	-
		$L^{3.2}_{máx}$	(λ)	1.35	-121.720	-	-123.7[illegible]	-[illegible]	-[illegible]

ximo de las funciones de verosimilitud con el extremo del intervalo (λ =1.35). Esto sugiere evidentemente la posibilidad de ampliar el rango en estudio, habiéndose cumplido, sin embargo, el objetivo principal de testear las funciones conocidas.[27]

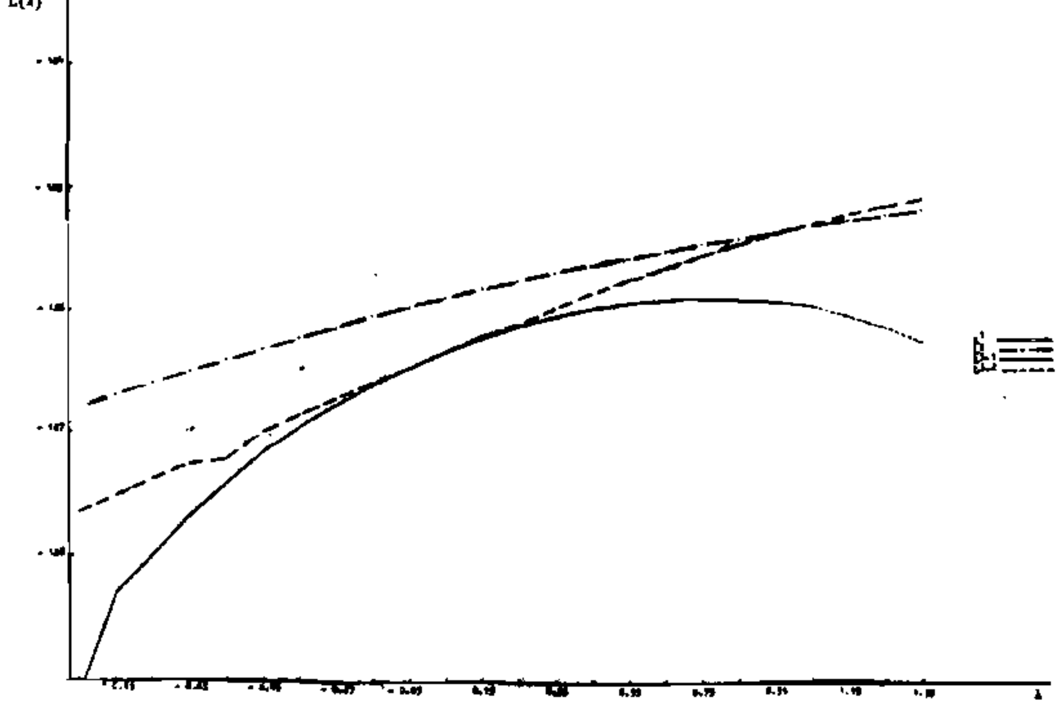
Al definir el costo de mantener dinero como F, los valores máximos de los L^i máx (λ) coinciden con los extremos del intervalo de λ. Las funciones graficadas son aquí totalmente crecientes, coincidiendo en indicar superioridad de una función lineal sobre una semilogarítmica, y de ésta sobre la logarítmica.

2. Al incluir el modelo de ajuste en las expectativas, hay cambios sustanciales. En primer lugar, la gráfica de los L^i máx (λ) no tiene una sola concavidad hacia abajo sino que presenta varios máximos, y a veces es incluso creciente hacia ambos extremos del rango de λ. Esta inestabilidad sugiere que hay algo que no es válido en los modelos, sea su especificación o las variables utilizadas. Con respecto al modelo simple, se ha perdido el componente sistemático en la computación de la función de verosimilitud (gráfico 2), siendo factores ajenos a los modelos, los determinantes del comportamiento de la misma.

De aceptarse los resultados, se tendría un cambio en la importancia relativa de las tres funciones. Al definir el dinero como m_1, se evidencia en la selección 2 que la función semilogarítmica es superior a la logarítmica, y ésta es superior a la lineal. Esto se ve porque L^1 tiene un valor superior en la vecindad de λ=0 que de λ=1 (logarítmica superior a la lineal); L^2 tiene un valor superior en la vecindad de λ=0 que de λ = 1, (semilogarítmica superior a la lineal, mientras que las L^j tienen

[27] En todo caso, no se podría determinar cuál de los máximos de las tres funciones es el máximo maximorum, dado que los modelos son distintos y por lo tanto, el valor de las funciones de verosimilitud no estaría referido a una misma base. Por este motivo, la única inferencia correcta que se puede hacer de este conjunto de modelos es comparar las funciones conocidas: lineal, semilogarítmica y logarítmica. La determinación de la función apropiada sólo se puede hacer al interior de cada modelo.

Gráfica 1. Logaritmo de las funciones de verosimilitud en regresiones tipo $m_1 = f(y, r)$



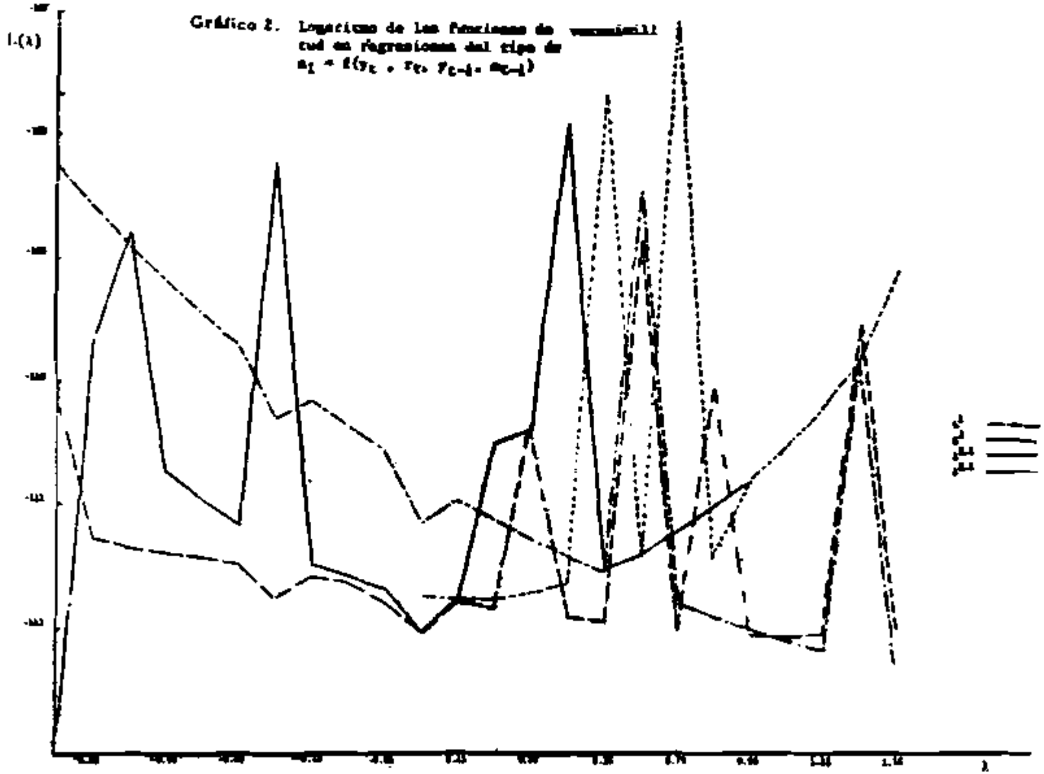


Gráfico 2. Logaritmo de las funciones de verosimilitud en regresiones del tipo de $m_t = f(y_t, r_t, y_{t-1}, m_{t-1})$

un valor superior en la vecindad de $\lambda = 1$ que de $\lambda = 0$ (semilogarítmica superior a logarítmica). Al introducir los depósitos a plazo definiendo el dinero como m_2, se mantiene la relación anotada para toda la selección 1; la lineal es superior a la semilogarítmica, y ésta a la logarítmica. Conviene destacar igualmente, que se cumple la transitividad en la relación L máx., para las funciones conocidas. Este es un antecedente que confiere cierta validez a los modelos.

3. Es interesante anotar que, salvo en un caso, todos los valores de $L^{3.1}$máx (λ) y $L^{3.2}$máx (λ) coinciden en los puntos críticos $\lambda = 0.05$ y $\lambda = 0.95$. Asimismo, coinciden estos valores en su punto máximo para la selección 1 de las definiciones m_1 y m_2, igualdad que se rompe al introducir términos resagados o al emplear precios ponderados.

En los cuadros II, III y IV aparecen los resultados de las regresiones, para distintas definiciones de las variables, para el valor λ que maximiza la función de verosimilitud de cada forma generalizada y para el valor λ crítico (0.05 ó 0.95) que la maximiza con respecto al otro valor crítico.

En las columnas aparecen los coeficientes de regresión, y entre paréntesis los test Student de los mismos. Las columnas posteriores indican la correlación múltiple y el test "F". El test de Durbin-Watson ha sido calculado solamente para la forma conocida que maximiza la función de verosimilitud.[28] Para aquellas selecciones que incluyen rezagos en la variable dependiente, se ha incluído el test "h" de Durbin (1969) de autocorrelación residual, dado que en estos casos el test D-W no se puede aplicar.[29]

[28] El programa de regresiones empleado no incluía este test.

[29] Cuando se incluye una variable endógena resagada como regresor, la estadística de Durbin-Watson es asintóticamente sesgada hacia un valor de 2.0 (Nerlove y Wallis, 1966).

CUADRO 11 *

Ecuación base: [illegible]

Definición	Selección	F.G.	λ	a_1	a_2	a_3	a_4	correlac. críticos	F	DW	h
a_3,Y,P	1	I	1.35	0.003	-	-	-317.74	0.325	1.[illegible]		
				(0.34)	-	-	(- 1.76)				
			0.9[illegible]	0.003	-	-	- [illegible].4[illegible]	0.[illegible]	1.34		
				(0.13)			(- 1.[illegible])				
		II	1.3[illegible]	0.002	-	-	-217.[illegible]	0.[illegible]	1.[illegible]		
				(0.[illegible])			(- 1.73)				
			0.9[illegible]	0.003	-	-	- [illegible].06	0.[illegible]	1.[illegible]	0.[illegible]	
				(0.1[illegible])	-	-	(- 1.73)				
		III.1	0.7[illegible]	-0.021	-	-	- 0.41[illegible]	0.[illegible]	1.[illegible]		
				(-0.1[illegible])			(- 1.[illegible])				
			0.[illegible]	-0.019	-	-	- 0.35[illegible]	0.2[illegible]	1.2[illegible]		
				(-0.1[illegible])			(- 1.[illegible])				
		III.2	0.75	-0.021	-	-	- 0.412	0.[illegible]	1.1[illegible]		
				(-0.12)			(- 1.[illegible])				
			0.[illegible]	-0.019	-	-	- 0.2[illegible]	0.[illegible]	1.[illegible]		
				(-0.14[illegible])			(- 1.[illegible])				
	[illegible]	I	[illegible]	-0.0[illegible]	0.7[illegible]	-0.0[illegible]	- [illegible]	0.[illegible]	34.[illegible]		
				(-1.77)	([illegible])	(-1.[illegible])	(- [illegible])				
			0.[illegible]	-0.[illegible]	0.[illegible]	-0.[illegible]	- 0.[illegible]	0.[illegible]	2[illegible]		
				(-0.[illegible])	(6.[illegible])	(-1.[illegible])	(- 0.[illegible])				
		II	-0.[illegible]	-2.07[illegible]	0.[illegible]	-2.00[illegible]	- 0.007	0.[illegible]	17.[illegible]		
				(-[illegible])	(7.[illegible])	(-3.7[illegible])	(- 3.[illegible])				
			0.[illegible]	-0.[illegible]	0.[illegible]	-0.[illegible]	- 0.161	0.[illegible]	12.20		
				(-1.[illegible])	(6.7[illegible])	(-1.70)	(- 1.5[illegible])				
		III.1	0.4[illegible]	-0.07[illegible]	0.77[illegible]	-0.1[illegible]	- 0.[illegible]	0.[illegible]	[illegible]		
				(-[illegible])	(7.2[illegible])	(-1.[illegible])	(- 3.[illegible])				
			0.9[illegible]	-0.1[illegible]	0.[illegible]	-0.120	- 0.[illegible]	0.023	12.[illegible]	0.[illegible]	[illegible]
				(-2.05)	(6.[illegible])	(-1.[illegible])	(- 1.95)				
		III.2	0.75	-0.0[illegible]	0.700	-0.1[illegible]	- 0.742	0.[illegible]	17.[illegible]		
				(-2.45)	(7.31)	(-1.91)	(- 3.[illegible])				
			0.9[illegible]	-0.1[illegible]	0.[illegible]	-0.12[illegible]	- 0.1[illegible]	0.0[illegible]	1[illegible]		
				(-2.0[illegible])	(6.[illegible])	(-1.[illegible])	(- 1.9[illegible])				

* entre paréntesis el test Student de los coeficientes.

[illegible]*

[illegible]

[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	1	[illegible]	1.35	0.011	-	-	-[illegible]	0.[illegible]	4.13	
				(1.32)			(- 1.[illegible])			
			0.[illegible]	0.0[illegible]	-	-	- 41.[illegible]	0.4[illegible]	3.34	
				(1.0[illegible])			(- 1.[illegible])			
		[illegible]	1.3[illegible]	0.011	-	-	-3[illegible]	0.4[illegible]	3.[illegible]	
				(1.[illegible])			(- 1.0[illegible])			
			0.[illegible]	[illegible]	-	-	- [illegible].72	0.4[illegible]	3.3[illegible]	0.[illegible]
				([illegible])			(- 1.37)			
		III.[illegible]	0.71	0.0[illegible]	-	-	- [illegible]	0.4[illegible]	2.[illegible]	
				([illegible].61)	-	-	(- 2.0[illegible])			
			0.[illegible]	0.077	-	-	- 0.4[illegible]	0.43[illegible]	2.[illegible]	
				(0.3[illegible])			(- 2.47)			
		[illegible]	0.75	0.0[illegible]	-	-	- 0.4[illegible]	0.4[illegible]	2.[illegible]	
				([illegible])			(- 2.4[illegible])			
			0.[illegible]	0.077	-	-	- 0.4[illegible]	0.4[illegible]	2.[illegible]	
				(0.[illegible])			(- 2.47)			
	2	1	[illegible]	0.[illegible]	0.[illegible]	0.[illegible]	1.[illegible]	[illegible]	[illegible]	
				(0.44)	([illegible])	([illegible])	(2.0[illegible])			
			[illegible]	[illegible]	0.[illegible]	0.[illegible]	- 1.170	0.[illegible]	20.37	
				(7.[illegible])	(7.[illegible])	([illegible])	(- 0.3[illegible])			
		[illegible]	0.[illegible]	0.[illegible]	0.[illegible]	0.[illegible]	- 0.375	0.4[illegible]	17.93	
				([illegible])	(7.[illegible])	(2.1[illegible])	(- 0.9[illegible])			
			0.[illegible]	0.077	0.[illegible]	0.[illegible]	- 0.267	0.[illegible]	20.37	0.31 5.37
				(7.64)	(7.22)	(3.0[illegible])	(- 0.4[illegible])			
		[illegible]	0.[illegible]	0.[illegible]	0.337	0.479	0.115	0.935	41.4[illegible]	
				(3.0[illegible])	(11.93)	(0.42)	(2.69)			
			0.[illegible]	0.3[illegible]	0.73[illegible]	0.118	- 0.091	0.4[illegible]	17.[illegible]	
				(4.3[illegible])	(7.75)	(1.6[illegible])	(- 1.11)			
		[illegible]	0.4[illegible]	0.174	0.936	0.227	0.116	0.9[illegible]	40.37	
				(6.33)	(11.45)	(0.35)	(1.41)			
			0.[illegible]	0.1[illegible]	0.7[illegible]	0.118	- 0.4[illegible]	0.[illegible]	37.3[illegible]	
				(4.[illegible])	(7.[illegible])	(1.63)	(- 1.33)			

entre paréntesis el test Student de los coeficientes.

CUADRO IV *

Ecuación base: $u_t = a_0 + a_1 Y_t + a_2 \bar{Y}_t$

Definición	Selección	F.C.		a_1	a_2	Correlac. múltiple	F	DW
$u_1, Y, \bar{Y}$	I	I	1.3%	-0.002 (-0.23)	-751.80 (- 3.50)	0.558	5.87	
			0.9%	-0.009 (-0.67)	- 58.12 (- 3.30)	0.534	5.20	
		II	1.3%	-0.002 (-0.36)	-474.90 (- 3.40)	0.535	5.21	
			0.9%	-0.009 (-0.56)	- 62.23 (- 3,42)	0.530	5.20	0.45
		III.1	0.9%	-0.108 (-1.00)	- 0.588 (- 3.48)	0.544	5.48	
		III.2	1.3%	-0.374 (-1.16)	- 0.072 (- 3.87)	0.570	6.35	
			0.9%	-0.108 (-1,00)	- 0.590 (- 3.43)	0.544	5.47	

* entre paréntesis el test Student de los coeficientes.

Entre los resultados, cabe anotar los siguientes:

1. El coeficiente del ingreso no resulta significativo en ninguna regresión del tipo selección 1. En cambio en las selecciones 2, resulta altamente significativo en casi todos los casos.

Con respecto a la variabilidad de los coeficientes, no resulta extraña, dado que para cada valor de λ se está definiendo un modelo distinto. Resulta extraño el hecho de que los coeficientes del ingreso en la selección 2 sean negativos al definir dinero como M_1, y que resulten positivos al incluir a esta definición los depósitos a plazo. Aparentemente esta anomalía no tiene justificación, salvo suponer que M_2 es una mejor definición de dinero que M_1. Esta última hipótesis puede ser reafirmada observando que los coeficientes resultan más significativos en la definición amplia de dinero, y la explicación superior.

2. El coeficiente de la variable de precios resulta positivo para algunos valores de lambda, en la definición amplia de dinero, Selección 2. Sin embargo, en el resto de las regresiones muestra el signo negativo esperado. Al respecto, cabe anotar que este coeficiente no es significativo en ninguna regresión para la definición M_1 de dinero, cuando la variable de precios es el deflactor del producto nacional bruto. Al cambiar la definición del costo de mantener dinero a una de precios ponderados, el parámetro se hace altamente significativo. En cambio, al regresionar M_2 con el deflactor del producto nacional bruto, éste deja de ser significativo al incluir el modelo de formación de expectativas (selección 2), pasando a ser significativo el ingreso, que no lo era en el modelo simple (selección 1).

3. El test "F" indica que la selección 1 (cuadro II), con las variables (m_1, y, r), genera un modelo cuyos parámetros no son significativamente distintos de cero, vale decir debe ser reespecificado o redefinidas las variables.

Al redefinir la variable precios (cuadro IV) se logra una mayor explicación y parámetros de dicha variable significativos. Al redefinir el modelo (selección 2) tambien mejoran los indicadores de la regresión.

4. Los test D-W y h coinciden en indicar autocorrelación residual. El test de Durbin-Watson debería ser cercano a 2 para señalar independencia, mientras que el test h de Durbin, que se docima como una normal estándar debiera estar en el rango (-1.96, 1.96) para señalar idéntico resultado. Queda abierta, en consecuencia, la posibilidad de probar un modelo de autocorrelación residual (ver Cortés y Tapia, 1978, apéndice B), cuya variación con los modelos expuestos consiste en añadir un término rezagado r_{t-1} a la selección 1.

5. El gráfico indica que es posible aplicar el test de la razón de verosimilitud en la transformación 3 de la selección 1 (ver apéndice). El máximo de la función de verosimilitud se encuentra en $\lambda = 0.75$, con un valor -125.9 para el logaritmo de la misma.

La aplicación del test es la siguiente: se sabe que $-2 \ln \Lambda$ en este caso sigue una chi cuadrado con un grado de libertad, donde

$$\Lambda = \frac{\mathcal{L}(\lambda)}{\mathcal{L}(0.75)}$$

La región de confianza, para un nivel de significación de 5 por ciento, por consiguiente queda caracterizada por la probabilidad

$$P(0 < -2L(\hat{\lambda}) + 2L(0.75) < 5.02) = 0.95$$

donde $L(\hat{\lambda}) = \ln \mathcal{L}(\hat{\lambda})$ (Ver nota 20).

Con el valor conocido $L(0.75) = -125.9$, se tiene que la región de confianza para λ está en los puntos tales que $L(\hat{\lambda}) > -128.06$.

Por el Gráfico 1 se puede apreciar que este determina un rango para λ que abarca los valores críticos importantes 0 y 1, y va mucho más allá de ellos.

Para las transformaciones 1 y 2, que aún no encuentran su máximo en el rango en estudio (-0.95, 1,35), es evidente que la región de confianza de λ será aún mucho más amplia.

La conclusión inmediata es que en regresiones anuales del modelo restringido no tiene relevancia el valor de λ para determinar la "mejor" forma funcional. En otros términos, no son significativamente distintos, bajo este criterio, los distintos ajustes posibles.

Permanece en pie que es mejor un ajuste que determina un mayor valor para la función de verosimilitud, pero con la salvedad de que, dentro de un vasto rango, no hay diferencias estadísticamente significativas respecto a otros.

Los resultados obtenidos con el modelo ampliado a cinco variables indican que es conveniente reestudiarlo.

Dentro de los cambios que pueden ser importantes está el de redefinir las variables, y el de aumentar el número de observaciones. Esto último puede también reducir el rango de variación de lambda, o en otras palabras, darle mayor concavidad a las gráficas de los $L(\lambda)$. Este sólo hecho podría introducir significación estadística al parámetro λ (dado que rangos amplios de λ indican que esta variable no es importante en la especificación de la demanda de dinero, o en otro términos, la forma del ajuste no es importante).

Conclusión

Si bien los resultados no aparecen totalmente satisfactorios, ha quedado en pie que el conjunto de modelos planteados permite abarcar un amplio rango válido de funciones de demanda de dinero y, entre los tipos conocidos, lineal, semilogarítmico y logarítmico, discernir cuál maximiza la función de verosimilitud de los parámetros. Aparece igualmente como obvio que otra definición de la variable ingreso, en el sentido de tender a un ingreso de "largo plazo" o esperado, puede mejorar apreciablemente los resultados.

La mala especificación de la selección 1 con los valores observados de la variable de precios y la definición M_1 de dinero resulta previsible, dado que tal variable difícilmente representaba el costo esperado de mantener dinero. Lo que es significativo es que al incluir los depósitos a plazo en el dinero, y con el valor observado de la variación en los precios, los resultados mejoran apreciablemente. Esto puede deberse a que el componente depósitos a plazo de M_2 tiene una gran responsividad ante cambios en la tasa de inflación. Los depósitos a la vista estarían compuestos principalmente por dinero para transacciones, y como tal mostrarían cierta rigidez en el corto plazo ante cambios en los precios. Los depósitos a plazo, en cambio, estarían fuertemente influidos por presiones especulativas, transformándose en activos físicos cuando la tasa de inflación se acelera. Esto es consecuente con suponer que una variable costo de mantener dinero definida como promedio de variaciones pasadas, y por lo tanto suavizando los cambios en la tasa de inflación, habrá de producir una respuesta significativa en la definición restringida de dinero (cuadro IV).[30]

[30] Cabe señalar que el valor de λ también afecta la significación de los parámetros, para una misma definición de las variables. Esto indica que modelos que pueden ser aceptados o rechazados cuando se limita el valor de λ a cero o uno, pueden no serlo en el modelo generalizado en que varía λ.

La inclusión de un modelo de autocorrelación de residuos, así como la definición de las variables aparecen como las modificaciones más inmediatas que pueden hacerse en la parte empírica. Ohviamente, permanece en pie la posibilidad de un sesgo de ecuaciones simultáneas.

APENDICE

La descripción de este test es la siguiente:

Sea $X_1, X_2, \ldots X_n$ una muestra de tamaño n con función de densidad.

$f(X; \theta_1, \theta_2, \ldots \theta_n)$

y se testea la hipótesis nula
$H_0 : f(X; \theta_1, \theta_2, \ldots \theta_k) \quad \epsilon \quad \omega \subset \Omega$

donde Ω es todo el espacio paramétrico.

Entonces la función de verosimilitud de la muestra $L = \prod f(X_i; \theta_1, \theta_2, \ldots \theta_k)$ tendrá un máximo en la medida que los parámetros se hagan variar sobre todo el espacio paramétrico

Sea este máximo $L(\hat{\theta}_1; \hat{\theta}_2; \hat{\theta}_3 \ldots \hat{\theta}_k) = L(\hat{\Omega})$

En el subespacio ω también habrá un máximo $L(\hat{\omega})$

La razón de verosimilitud es el cuociente de los dos máximos.

$$\lambda = \frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} \qquad 0 < \lambda \leq 1$$

La región crítica apropiada para testear H_0 es un intérvalo $0 < \lambda < A$, donde A se determina por la distribución de λ y la probabilidad deseada de cometer error tipo I, es decir

$$\int_0^A g(\lambda)\, d\lambda = P \text{ (error tipo I)}$$

Si bien no se conoce la distribución de Λ , cuando H_0 es verdadera, se sabe que $-2\ln \Lambda$ está distribuído aproximadamente como una X^2 con (k-r) grados de libertad, donde k y r son las dimensiones de Ω y ω respectivamente (Mood, 1950).

REFERENCIAS

1. M. Bailey (1962)	National Income and the Price Level, Mc Graw Hill, N. York, 1962.
2. A. Bardón (1965)	Proyección de la demanda de dinero. Dpto. de Estudios. Banco Central de Chile, memo. 1965.
3. Ph. Cagan (1956)	"The Monetary Dynamics of Hyperinflation", en M. Friedman, ed., *Studies in the Quantity Theory of Money*, 1956
4. H. Cortés y D. Tapia (1970)	"La demanda de dinero: Un informe preliminar", en Estudios Monetarios II, Banco Central de Chile, 1970
5. J. Culbertson (1968)	Macroeconomic Theory and Stabilization Policy, New York, Mc Graw Hill, 1968
6. J. Deaver (1960)	"The Chilean Inflation and the Demand for Money", Ph. D. *Dissertation, Department of* Economics. University of Chicago, mimeo. 1960.
7. J. Durbin (1969)	"Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression when some of the Regressors are Lagged Dependent Variables", London School of Economics, mimeo, 1969. Publicado en Econométrica, 1970.

8. M. Friedman (1965) — "The Quantity Theory of Money: A Restatement" en M. Friedman, ed., Studies in the Quantity Theory of Money, 1956.

9. A. Hynes (1967) — "La demanda de dinero y los ajustes monetarios en Chile", mimeo, Banco Central, traducido de The Review of Economic. Studies, julio, 1967.

10. D. Jones (1965) — "The Demand for Money: A Review of Empirical Literature", Staff Economic Studies, Board of Governors of the Federal Reserve System, 1965.

11. A. Meltzer (1963) — "The Demand for Money: The Evidence from the Times series". Journal of Political Economy, junio, 1963.

12. A. Mood (1950) — Introduction to the Theory of Statistics, Mc Graw Hill, N. York, 1950.

13. M. Nerlove y K. Wallis (1966) — "Use of the Durbin-Watson Statistics in Inappropriate Situations", Econometrica, N°1, 1966.

14. C. Ossa (1964) — "Política monetaria y programación del desarrollo económico", Cuadernos de Economía, N° 3, 1964.

15. T. Reichmann (1965) — "La demanda de dinero: Un intento de cuantificación", Publicaciones del Instituto de Economía, N°73, Universidad de Chile, 1965.

16. T, Reichmann (1970) "Inflación y Política Monetaria en Chile, 1956-1969". Publicaciones del Instituto de Economía, N°121, Universidad de Chile, 1970.

17. P. Zarembka (1968) "Functional Form in the Demand for Money", Journal of the American Statistical Association, junio, 1968.