Una Teoría para la Solución de Polinomios Infinitos

Segunda Parte - Análisis y/o Comprobaciones Empíricas

" Para ver un Mundo en un grano de Arena

y un Paraíso en una Flor Silvestre ...

Sostened el Infinito en la palma de la mano,..

y la Eternidad,.. en una hora...

William Blake "

Julio de 2016

Bruno A. Savron

Indice.:

1. *Cálculo de los límites del parámetro de la función de Solución para un Polinomio infinito.*

Bruno A. Savron

Julio de 2016

*Esta publicación-Ensayo se relaciona con la **Teoría de la Conexión o Relación entre el Espacio de Polinomios y las Series Infinitas**. Y se refiere específicamente al Cálculo de los límites superiores e inferiores para el parámetro p de la función hipotética que rige las raíces de un polinomio infinito en estudio.*

Como habíamos visto en la Sección referida al método hipotético para la solución de un polinomio infinito ,es decir

$$\lim_{n\to\infty} \boldsymbol{Pn}(\boldsymbol{x})$$

*Aplicamos el **Criterio de la Integral** ,para encontrar el parámetro de la función hipotética,que es la función estimada como posible solución de nuestro polinomio en estudio,Es Decir,que consideramos que las raíces están regidas o relacionadas entre sí por medio de una función f(n)*

$\boldsymbol{f(n)}$: N → R *Donde,..*

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{f(n)} = 0$$

***Suponemos conocido nuestro límite** que en este estudio es el límite para la inversa de la función exponencial con exponente p=2 y p=3*

*Es decir ,comprobamos los posibles valores para el exponente p ,Conociendo el límite **L=pn= Factor de Relación***

Sabemos por definición $p_n = \frac{a_1}{a_0} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{r_i}$

***(** Con $\boldsymbol{a_1}$, $\boldsymbol{a_0}$ coeficientes del polinomio* $P(x)_n = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$

*y $r_1, r_2, \cdots, r_n$ raíces del polinomio.**)***

Donde nuestra hipótesis de solución está definida por la función

f(x,p) = x^p *y* g(x,p) = $\frac{1}{f(X,P)}$

Es decir…

$$\lim_{x\to\infty} \sum_{x=1}^{x} g(x,p) = \lim_{n\to\infty} p_n = \boldsymbol{L}$$

1. *El límite conocido como* ***Problema de Basilea*** *,y que ya lo presentamos en la sección 4 (Familias de Convergencia de Polinomios)*

$$\delta(2) = \sum_{x=1}^{\infty} \frac{1}{x^2} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + = \frac{\pi^2}{6} = 1.649\ldots$$

Sabemos que

$$\lim_{x\to\infty} \sum_{1}^{x} g(x,p) = \lim_{n\to\infty} p_n = \boldsymbol{L}$$

Donde nuestro valor para L es entonces L=1.649

De nuestro método Basado en el ***Criterio de la Integral****,planteamos la desigualdad para k=1*

$$\int_{\boldsymbol{k}}^{\infty} g(x)dx \leq \sum_{n=k}^{\infty} g_n \leq g_{\boldsymbol{1}} + \int_{k}^{\infty} g(x)dx$$

(De Ejemplo 5.1) Sabemos ,la integral de la función g(x,p) =1/ f(x,p) donde f(x,p) = x^p

$$\int_{x=1}^{\infty} g(x)dx = \frac{1}{p-1} \qquad p > 1$$

Conocemos Nuestro Límite ,Donde g(n)=1/n^p *con p=2*

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{n=1}^{n} g(n) = \boldsymbol{L}$$

Tenemos Entonces.

$$\frac{1}{p-1} \leq \lim_{n\to\infty} p_n = \boldsymbol{L}$$

Nuestro Límite, expresado por la Relación de los Coeficientes. ***Pn***

Entonces

$$\boldsymbol{p \geq \left(\frac{1}{L} + 1\right)}$$

Reemplazando valores ,tenemos

$$p \geq \left(\frac{1}{1.649} + 1\right) = 1.606$$

Ahora obtendremos el límite Superior.

$$\sum_{n=1}^{\infty} g_n \ \leq \ g_1 + \int_{\mathbf{1}}^{\infty} g(x)dx$$

Donde

$$g_1 = g(1) = \frac{1}{f(1)} = \frac{1}{1^2} = 1$$

Entonces Tenemos,

$$L \leq 1 + \frac{1}{p-1}$$

Donde

$$p \leq \left(\frac{L}{L-1}\right)$$

Y Reemplazando Tenemos,

$$L \leq \frac{1.649}{1.649 - 1} = 2.5408$$

Por lo Tanto ,Nuestros límites son,

$$[\mathbf{1.606} \leq \boldsymbol{p} \leq \mathbf{2.5408}\,]$$

2.*Ahora calcularemos los límites de p, para la* ***Constante de Apéry***

$$\boldsymbol{\delta}(3) = \sum_{\boldsymbol{x=1}}^{\infty} \frac{1}{x^3} = 1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \cdots += 1.202056$$

Donde nuestro valor para L es entonces L=1.202056

Límite Inferior,

$$\boldsymbol{p} \geq \left(\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{L}} + \mathbf{1}\right)$$

Reemplazando ,

$$p \geq \left(\frac{1}{1.20205} + 1 = 1.8319\right)$$

Límite Superior,

$$p \leq \left(\frac{L}{L-1}\right)$$

Remplazando, valores tenemos

$$p \leq \left(\frac{1.202056}{1.202056 - 1}\right) = \mathbf{5.95}$$

Por lo Tanto ,Nuestros límites son,

$$\left[\mathbf{1.83 \leq \boldsymbol{p} \leq 5.95}\ \right]$$

2. *An Estimate of the parameters limits for the hypothetical function that is solution of infinite polynomes*

Bruno A. Savron

July of 2016

This publication-test relates to the ***Theory of connection or relationship between the Polynomials Space and the Infinite Series***

And it refers specifically to the Calculation of the top and low limits (upper and lower limits) for the ***p*** *parameter of the hypothetical function That relates the roots of an infinite polynomial in study.*

As we had seen in the Section referred to the hypothetical method for the Solution of an infinite polynomial, It is to say (i.e.)

$$\lim_{n\to\infty} Pn(x)$$

We apply the ***Criterion Integral*** *to find the parameter of the hypothetical function, wich is the function estimated as a possible solution of our polynomial in study, That is, we believe that the roots are governed or related to each other by means of a function f(n).*

$$f(n): N \to R \quad \text{Where,..}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{f(n)} = 0$$

We assume known our limit *, in this study is the limit for the inverse of the exponential function with exponent p=2 and p=3*

I.e., ***We check the possible values for the exponent p, knowing the limit*** **L=pn= Relation Factor**

We Know by definition $p_n = \frac{a_1}{a_0} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{r_i}$

(*With* $\boldsymbol{a_1}$, $\boldsymbol{a_0}$ *coefficients of the polynomial* $P(x)_n = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$

and $r_1, r_2, \cdots, r_n$ *roots of the polynomial.* **)**

Where our solution hypothesis is defined by the Function

$$f(x,p) = x^p \qquad y \quad g(x,p) = \frac{1}{f(X,P)}$$

I.e.,…

$$\lim_{x\to\infty} \sum_{x=1}^{x} g(x,p) = \lim_{n\to\infty} p_n = \boldsymbol{L}$$

1. *The limit known as* ***Basel Problem****, and we have already presented in Section 4 (Families of converging polynomials), This limit corresponds to the* ***Riemann Zeta function***

$$\delta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$$

with parameter s = 2

$$\delta(2) = \sum_{x=1}^{\infty} \frac{1}{x^2} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + = \frac{\pi^2}{6} = 1.649\ldots$$

We know that

$$\lim_{x\to\infty} \sum_{1}^{x} g(x,p) = \lim_{n\to\infty} p_n = \boldsymbol{L}$$

Where our value for L is then L=1.649

From our method based on the ***Integral Criterion****,We raise the inequality for k=1*

$$\int_{\boldsymbol{k}}^{\infty} g(x)dx \leq \sum_{\boldsymbol{n=k}}^{\infty} g_{\boldsymbol{n}} \leq g_{\boldsymbol{1}} + \int_{k}^{\infty} g(x)dx$$

(Example 5.1) We know the Integral of the function g(x,p) =1/ f(x,p) where f(x,p) = x^p

$$\int_{\boldsymbol{x=1}}^{\infty} g(x)dx = \frac{1}{p-1} \qquad p > 1$$

We know our Limit, Where g(n)=1/n^p *con p=2*

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{n=1}^{n} g(n) = \boldsymbol{L}$$

Then,We have.

$$\frac{1}{p-1} \leq \lim_{n\to\infty} p_n = \boldsymbol{L}$$

Our Limit , expressed by the Ratio Coefficients. ***Pn***

Then

$$\boldsymbol{p \geq \left(\frac{1}{L} + 1\right)}$$

Substituting values, we have

$$p \geq \left(\frac{1}{1.649} + 1\right) = 1.606$$

Now we get the Upper limit.

$$\sum_{n=1}^{\infty} g_n \leq g_1 + \int_{\mathbf{1}}^{\infty} g(x)dx$$

Where

$$g_1 = g(1) = \frac{1}{f(1)} = \frac{1}{1^2} = 1$$

Then We have,

$$L \leq 1 + \frac{1}{p-1}$$

Where

$$p \leq \left(\frac{L}{L-1}\right)$$

And replacing, we have

$$L \leq \frac{1.649}{1.649 - 1} = 2.5408$$

Therefore, Our Limits are,

$$[\mathbf{1.606} \leq \boldsymbol{p} \leq \mathbf{2.5408}\,]$$

2.*Now we are going to calculate the p limits for the* ***Apéry Constant***

This Limit límite corresponds to the ***Riemann Zeta function*** $\delta(s)$,*with parameter s = 3*

$$\boldsymbol{\delta}(3) = \sum_{\boldsymbol{x=1}}^{\infty} \frac{1}{x^3} = 1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \cdots += 1.202056$$

Where our value for L is then L=1.202056

Upper Limit

$$\boldsymbol{p} \geq \left(\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{L}} + \mathbf{1}\right)$$

Replacing

$$p \geq \left(\frac{1}{1.20205} + 1 = 1.8319\right)$$

Lower Límit.

$$p \leq \left(\frac{L}{L-1}\right)$$

Replacing values We Have,

$$p \leq \left(\frac{1.202056}{1.202056 - 1}\right) = \mathbf{5.95}$$

Therefore, Our Limits are,

$$[\mathbf{1.83} \leq \boldsymbol{p} \leq \mathbf{5.95}\,]$$

Notas Especiales.:

En esta nota se realiza una comprobación de la **teoría de la conexión del espacio de polinomios y las Series Infinitas**,en concreto el cálculo de los límites del parámetro de la función de solución hipotética para un polinomio infinito(de infinitas raices ! Pn con n-> infinito),para los límites conocidos como constante de Basilea (calculado por Euler) y la constante de Apéry.

Bien, aquí el estudio

https://www.dropbox.com/s/vcuopznpoiq4f98/Esta%20publicaci%C3%B3n%20se%20refiere%20al%20Calculo%20delos%20l%C3%ADmites%20superiores%20e%20inferiores%20para%20el%20par%C3%A1metro%20%20p%20de%20la%20funci%C3%B3n%20hipot%C3%A9tica%20%20que%20rige%20las%20ra%C3%ADces%20de%20un%20polinomio%20infinito2.pdf?dl=0

Nota:el estudio original ,de esta Teoría ya publicada en Junio de 2015,sobre la Relación del espacio de polinomios y las Series infinitas,Considera e incluye el concepto de variables relacionadas por medio de una función.es decir ,las raíces del Espacio de polinomios están definidas/relacionadas por medio de una función.(teoría de variables relacionadas)

http://teoriadelarelaciondeloscoeficientes.blogspot.cl/

Atte.:Bruno Savron

3. *Relación Entre las Series Armónicas y el Espacio de Polinomios*
***Límites del Factor de Relación - Relación con la Hipótesis de Riemann*.**

Estudiaremos en esta sección ,La Solución para un polinomio Infinito considerando los límites del factor de relación pn=L

Para los casos

$$1.\ \lim_{n\to\infty} p_n = \boldsymbol{L} \to 0$$

$$2.\ \lim_{n\to\infty} p_n = \boldsymbol{L} \to \infty$$

Para este Análisis Consideramos la Interesante Familia de convergencia que hemos venido estudiando Hasta ahora y Que está dada por la función

$$f(x,s) = x^{-s} = \frac{1}{x^s}$$ *Con s > 1*

Primera Parte: Límites del Factor de Relación - Relación con la Hipótesis de Riemann.

La Magia de esta Sección consiste en plantear como hipótesis..y Explicar lo que Ocurre cuando..

1. *Mantenemos las Hipótesis 1,2 de nuestra sección Anterior,.Es decir el espacio o conjunto solución (Curva Solución) esta definido por una función monótona creciente.*

   Como lo planteamos ,: $g(x,s) = x^s = \frac{1}{f(x,s)}$*; s > 1*

2. *Nos Planteamos Ante el primer caso ,..es decir*

$$\lim_{n\to\infty} p_n = \boldsymbol{L} \to 0$$

Entonces Nos planteamos ,..Que Ocurre Cuando ?,..

$$1.\ \lim_{n\to\infty} p_n = \lim_{n\to\infty} \left(\frac{a_1}{a_0}\right)_n = 0\ \ldots!$$

Es decir ,tenemos prácticamente que ***L = 0***

Si Aplicamos nuestro esquema teórico de Solución ,Tenemos que ,..

$$s \geq \left(\frac{\mathbf{1}}{L} + 1\right)$$ *Y Reemplazamos* ***L = 0***

Llegamos a $s \to \infty$ *inconmensurable,...!*

*El factor **L=0** ,Equivale a plantear la expresión*

$$\delta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \cdots + = 0$$

*Y Nuestra interrogante es,.**Cual es o son los valores de s**(Ceros No Triviales) **para los cuales esta función es = 0**,..*

*La Solución a esta Interrogante nos Conecta y conduce a la **Hipótesis de Riemann.***

- La Expresión (Ecuación- Función)

$$\delta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \cdots$$

*es conocida como la Función Zeta de **Euler-Riemann**. Tb. se Redefine esta función como la **función Armónica Generalizada.***

Antecedentes Históricos en Relación a esta Función.

***- Un número complejo** z,es un Número que se expresa como la suma de un **número real (x),y otro imaginario** (iy) ,($z=x+iy$ donde $i=\sqrt{-1}$).*

*Son una extensión de los números reales (**R** incluído en **C**) y forman el mínimo cuerpo algebraicamente cerrado.(Es decir que todo polinomio tiene solución en este Cuerpo)*

*- Antes de Riemann : La función Z se define solo Para $s \in \mathbb{R}$ **,**Es Decir **s** se define solamente en el conjunto de los Números Reales.*

$$\delta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \cdots$$

*- En **1730, L. Euler** comenzó su trabajo sobre la función zeta de Riemann. Esta función está definida para aquellos valores de la **variable real s > 1***

*- Ya en el Año 1350 **N. Oresme** demostró que la Serie Armónica (s=1) Es Divergente*

$$\delta(\mathbf{1}) \rightarrow \infty$$

*- En 1650, **P. Mengoli** planteó el problema de evaluar la serie*

$$\delta(s=2) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots$$

En caso de que esta fuera convergente.

*- **Euler en 1737** demostró que* $\delta(s=2) = \frac{\pi^2}{6}$

*- 100 Años después,A mediados del siglo XIX, **Bernhard Riemann** consideró la **función Zeta** como una **función de Variable Compleja**, Ampliando de esta manera el Dominio de Definición de esta función del Cuerpo de los Reales al Cuerpo de los números Complejos..*
Al permitir Riemann que el argumento de la función zeta tomara valores complejos, se abrió un mundo de posibilidades que la capacidad visionaria de Riemann pudo vislumbrar con claridad y que aún hoy en día, 150 Años después, todavía no acabamos de explorar.

La función Zeta después de Riemann,se define concrétamente ..

*Para $s \in \mathbb{C}$ **: Re(s) > 1***

$$\delta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \cdots$$

*La **Genial Idea de Riemann**,fué **extender la función a todo el plano complejo a excepción del punto singular s=1** obteniendo valores adicionales para la función Zeta y por medio de ellos intentó probar el Teorema de Los números Primos en su Manuscrito "Sobre el número de primos menores que una cantidad Dada",En dicho manuscrito Riemann determinó que la **distribución de los números primos estaba íntimamente relacionada***

con la distribución de los Ceros No Triviales de la función Zeta *y cuya localización se encuentra en la franja crítica comprendida entre*

$$0 < Re(s) < 1.$$

Para Avanzar en su estudio Riemann Conjetura que la parte No Trivial de la función Zeta es 1/2 con lo que , ***los ceros no triviales deberían encontarse en la línea crítica***

$$s = 1/2 + it \qquad \text{donde } i = \sqrt{-1}$$

No siendo esencial para el propósito de su estudio,Riemann No dió una demostración de esta Idea-Conjetrura.

En 1896 **Hadamard y De La Valleé Poussin** *, probaron en forma independiente que ,Ningún Cero podía estar sobre la recta* ***Re(s)=1***

En 1914 **Hardy** *prueba demuestra que Existe un número infinito de ceros sobre la* **línea Crítica** *con* ***Re(s)=1/2,*** *Sin Embargo todavía es posible que exista un número infinito de ceros No Triviales que se encuentren en algún otro lugar dentro de la* **Banda Crítica***,posiblemente la Mayoría de Ellos*

Descripciones Gráficas y Notas Teóricas de Interés.

Gráfico de la Función Zeta para para valores Reales de s >1 (Eje Horizontal)

Importante es ,Observar la "Abrupta Caída !" ,..Rápida pendiente Negativa o nivel de convergencia a partir de valores para

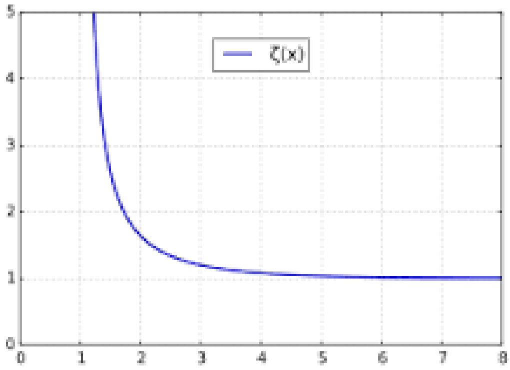
$\boldsymbol{s} > (\mathbf{1}, \mathbf{2}\,]$ $\quad \mathbf{1} < \boldsymbol{s} \leq \mathbf{2}$

y Valores Mas Definidos de Convergencia(Tendencia Definida)

para $\boldsymbol{2} \leq \mathbf{s} \rightarrow \infty$

Además ,podemos observar que, $\delta(s)$ *No se anula,para ningún valor de s, perteneciente a los Números Reales,*

Es Decir **,** $\boldsymbol{\delta}(\boldsymbol{s}) > 0 \;\; \forall\, \boldsymbol{s} \in \boldsymbol{R}$ *,.. Y No hay Raíces o Ceros en* R *.*



Paisajes de Riemann.

Gráfico de la función Zeta de Riemann. Distribución de los ceros No triviales...puntos oscuros...En el Paisaje de Riemann.

Consideramos la variable compleja s(t) =1/2+it,que es el parámetro o variable independiente de la función Zeta de Riemann

$$\delta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$$

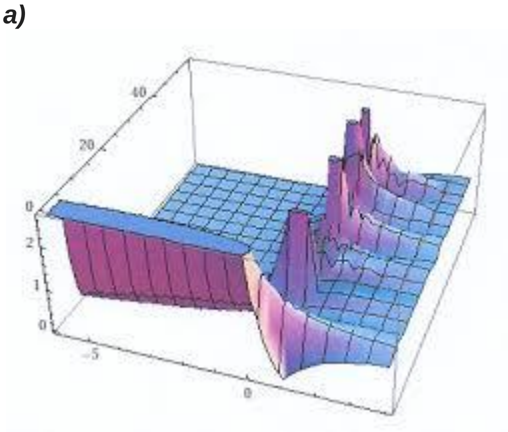
Con su parte Real *R(s) = ½*

e Imaginaria *I(s) = it ; t∈ R*

En los Sgtes Gráficos ,El ***eje x*** *representa la parte real ,El* ***eje y*** *la parte Imaginaria y la* ***altura z*** *representa el valor de la función Zeta de Riemann* $z = \delta(s) \quad s \in \mathbf{C}$

Notamos que en la parte Real el valor x=1/2 es la recta donde se distribuyen los Ceros(Puntos Oscuros) No Triviales de la Función Zeta

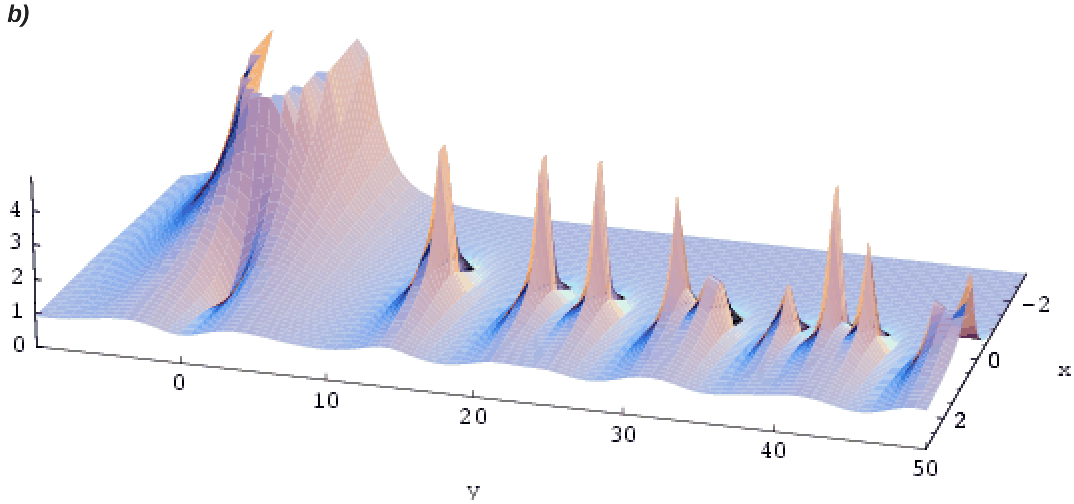
a)



Ref.:http://www.eg.bucknell.edu/~ncr006/talks/rh_150.pdf

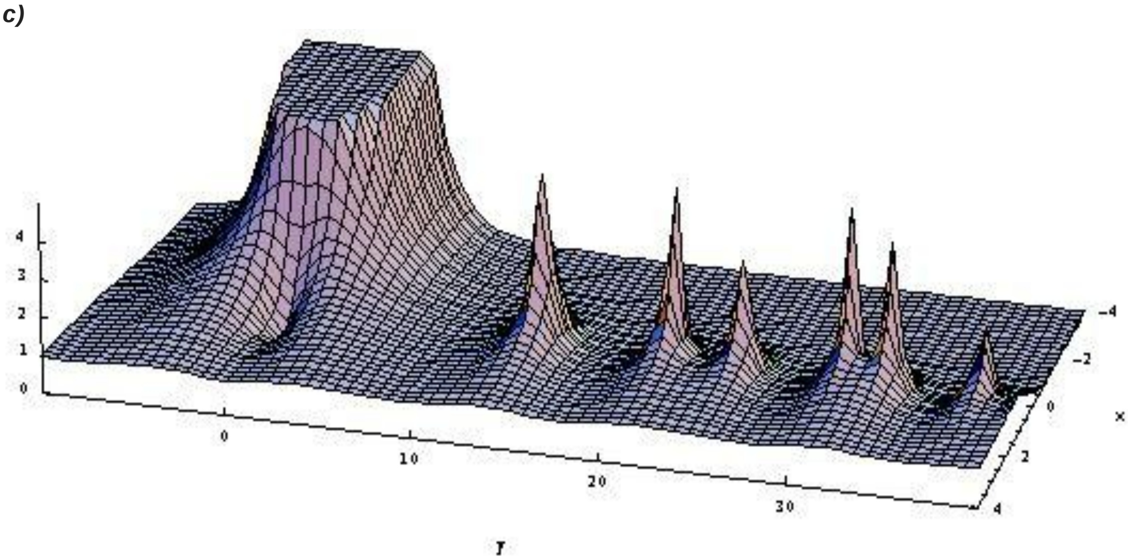
En este Gráfico notamos el valor x=1/2 en el eje x (recta frontal de valores -5 - 0 - …) ,el eje y (valores 0 ,20 ,40 , …) y la Altura (Sombra que se proyecta en el plano y-z) el eje z (valores 0 ,1 ,2 …) Representa el valor de la Función Zeta $z = \delta(s)$

En los Siguientes Gráficos Aplicamos las mismas definiciones. b),c),d),e) *b)*



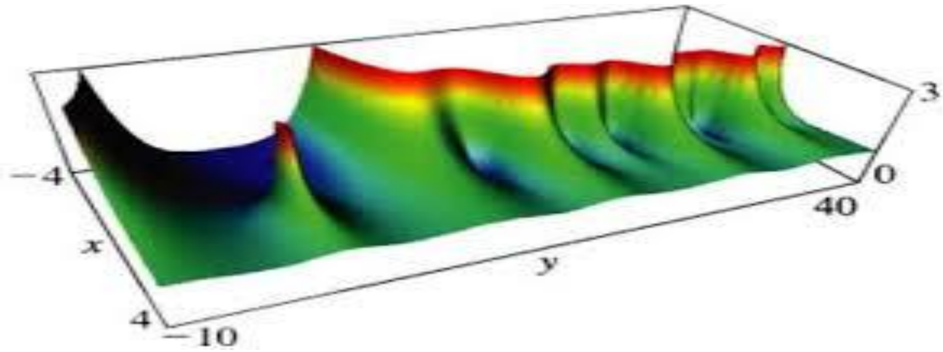
Eje x frontal (valores …2 – 0 -2 …) , Eje y Profundidad (valores 0 - 50 …) Eje z Altura(valores …0 1 2 3 4…)
Ref.: http://maddmaths.simai.eu/divulgazione/una-versione-elementare-della-congettura-di-riemann/

c)



Ref.: math.gmu.edu

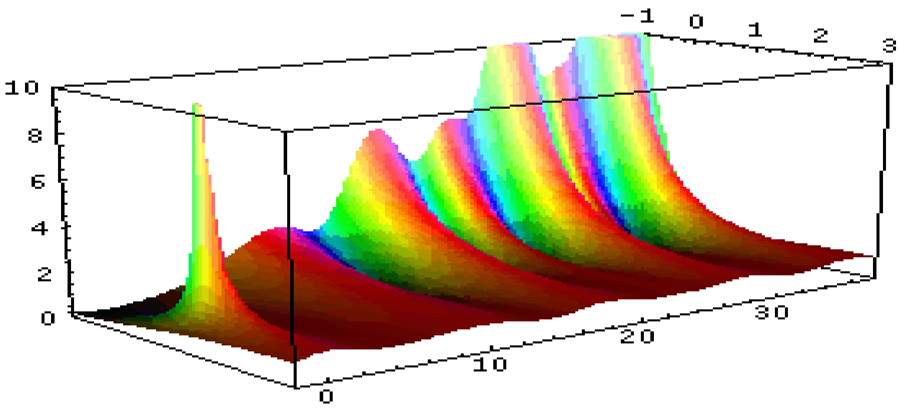
d)



Módulos - Valores de la Función Zeta de Riemann |ζ(x+iy)| -4 ≤x≤ 4, −10 ≤y≤ 40

Ref.: *http://dlmf.nist.gov/25.3*

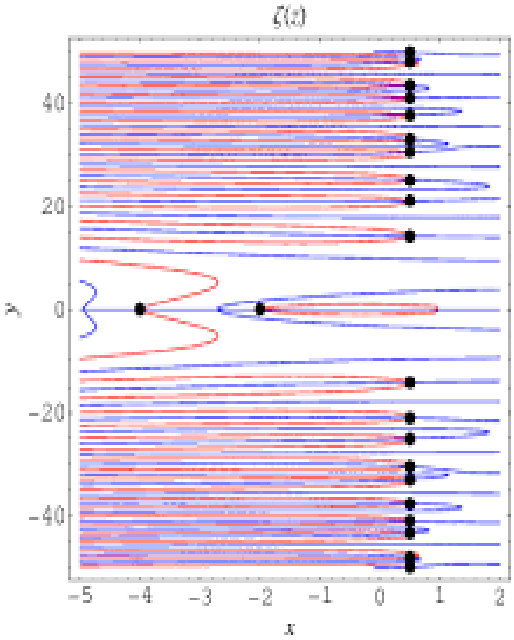
e)



Ref.: *www.mathematica-journal.com*

Planos de Riemann

En estas imagenes se puede ver cómo los ceros no triviales parecen estar alineados en la recta x=1/2 Pero falta hacer una demostración general, y es esto por lo que el Instituto Clay ofrece su premio

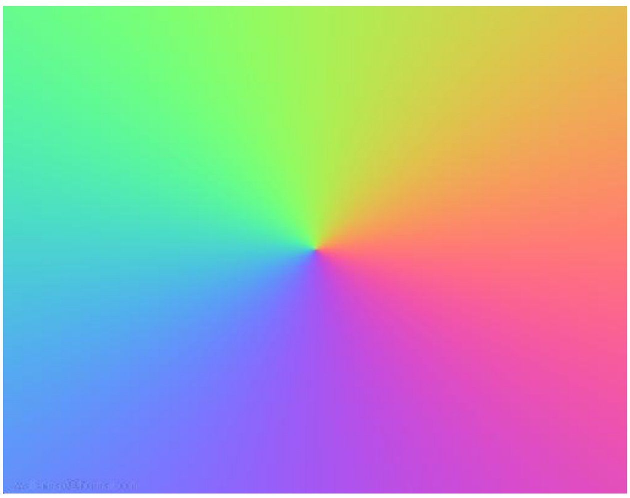


Ref.:http://www.migui.com/ciencias/matematicas/enfrentandose-a-la-hipotesis-de-riemann.html

Gráfico de Definición de Color para la Función de Riemann.

Obviamente una representación gráfica estática de una función compleja no puede literalmente ser vista ya que toda función compleja transforma un número complejo z = (a, b) en otro distinto z'= (a',b'). Es decir, se necesitaría al menos un espacio de cuatro dimensiones para poder visualizar tal gráfica funcional. Pero, es posible, mediante algunos trucos visualizar en un único plano (2D) tales gráficas de funciones complejas. Una de ella es mediante códigos de color en el plano. Puesto que una función de variable compleja transforma un número complejo en otro, Podemos ver cómo los puntos de un plano son re-ubicados con otras coordenadas si cada punto posee un color (pixel).

Ref.: https://tardigrados.wordpress.com/2014/03/07/representacion-grafica-de-funciones-complejas/



Plano Complejo Coloreado (PCC)

En el plano complejo coloreado(PCC) el Tono(color que se identifica con los colores primarios Rojo ,Verde ,Azul) Representa el Argumento o ángulo con respecto a la abscisa del número complejo y la Luminosidad o Claridad Representa al Valor Absoluto(r).

Recordemos que un número complejo se puede representar en forma Polar

$$z = re^{iArgz}$$

Con r = $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ *; Arg z =* $arctan\left(\frac{y}{x}\right)$ *; z=x + iy*

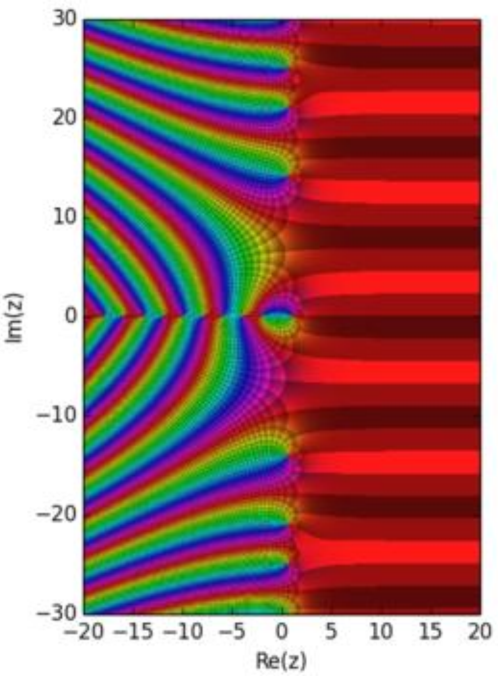
*Los colores primarios **Rojo,Verde y Azul** aparecen en los ángulos **0 , 2π/3 , 4π/3***

***z=0** es o corresponde al color el color negro ,por lo tanto ,los ceros de una función compleja*

*serán **Negros,*** $\{\boldsymbol{z}\colon \boldsymbol{f}(\boldsymbol{z}) = \boldsymbol{0}\}$***,*** *(Como sutilmente se aprecia en el gráfico del PCC y Gráficos de Espacios y Planos de Riemann)*

*Al punto ∞ se le Asocia el color Blanco, y por tanto ,a los **Polos** de una*

*función compleja se le asocia el Color **Blanco.***



Ref.:Wikipedia: The Riemann Function

Gráfico de Color de la función Zeta de Riemann.Donde los ceros se distribuyen en la Recta x=1/2

Serie de Dirichlet

- Una importante función relacionada es la ***Serie de Dirichlet****.La función Zeta es un* ***caso Especial*** *de la Serie de Diricihlet*

Una Serie de Dirichlet es una serie del tipo

$$\delta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \, e^{-\gamma_n s}$$

Donde $(a_n)_n$ *es una sucesión de números complejos, Donde*

s es un número complejo y, $(\gamma_n)_n$ *es una sucesión Real ,Creciente y Divergente.*

Para $\gamma_n = ln\, n$ *Se obtiene la Serie Simplificada de Dirichlet.*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n^s}$$

*Donde ,**s** y* $\boldsymbol{a_n}$ *son números complejos*

Si consideramos a la Serie de Dirichlet tal que $a_n = 1 \quad \forall\, n \in N$

Obtenemos la conocida función Zeta de Riemann.

Producto de Euler – Relación con los números Primos

*- La Siguiente Relación es la Conexión entre la función Zeta de Riemmann y los Números Primos,desarrollada por Euler en 1737 y conocida como el **Producto de Euler** para la función Zeta de Riemann,Donde se observa que el producto se extiende sobre todos los números primos p=1,3,5,7...*

$$\delta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = \prod_{p}^{m} \frac{1}{1 - p^{-s}}$$

p=1,3,5,7........m m = Extensión de los números primos.

- En la Región {s ∈ ***C*** **|** *Re(s) > 1}, esta serie converge y define una función que es Analítica en Esta región(función analítica es aquella que es derivable y puede expresarse como una serie de potencias convergente).*

-Si s es un número complejo tal que Re(s) > 1 el miembro de la derecha (el que se está cribando), tiende a 1.

$$s \to \infty \quad => \quad \delta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = \prod_{p}^{m} \frac{1}{1-p^{-s}} \to 1$$

Donde $p^{-s} = \frac{1}{p^s}$ *Por lo tanto,..*

$$\lim_{s\to\infty} \frac{1}{p^s} = 0$$

- Esta factorización de la función zeta, le permitió a Euler dar una nueva demostración del resultado clásico de que existen infinitos primos...

En la fórmula del producto de Euler, haciendo s -> 1 tenemos la serie armónica

$$\delta(1) = \prod_{p}^{m} \frac{1}{1-\frac{1}{p}}$$

*El echo de que la serie armónica **sea divergente***

indica que el producto (del lado derecho) de la ecuación de Euler,No puede tender a infinito, ***si la cantidad de números primos fuese finita,***

*Entonces para que **tienda a infinito es necesario que existan infinitos números primos**.*

Esquema de Solución para polinomios infinitos donde $L \to 0$

De nuestro análisis y estudio previo podemos concluir que la Función Hipotética de Solución o Curva Solución para los Polinomios Infinitos donde el Factor de Relación tiende a Cero,(Es Decir $\boldsymbol{L \to 0}$*),*
Viene Dado por una función Exponencial de Exponente Complejo (*g(x,s)y su correspondiente inversa f(x,s)****),de múltiples valores-multivalórica***

De la forma $\boldsymbol{g(x, s(t)) = x^{(1/2+it)}}$ *con* $\boldsymbol{s = (1/2 + it)}$; $\boldsymbol{t \in R}$

$s \in \boldsymbol{C}$ $g(x, s(\boldsymbol{t})) = x^{(1/2+it)} = e^{s\, ln\, x}$; $x \neq 0$

$$= e^{\left(\frac{1}{2}+it\right)lnx} = e^{\frac{1}{2}lnx+itlnx}$$

$$= e^{ln\sqrt{x}} \cdot e^{itlnx}$$

Sabemos que $e^{ln\sqrt{x}} = \sqrt{x}$ *, entonces*

$$= \sqrt{x} \cdot e^{itlnx}$$

Aplicamos la ***Fórmula de Euler*** $e^{ix} = cos\, x + i\, sin\, x$

$$= \sqrt{x}\ (\, cos(tlnx) + i\, sin(tlnx)\,)$$

Es Decir ,Nuestra Curva Solución es una Función Compleja, de período $\boldsymbol{2\pi i}$

$$\boxed{\begin{array}{l} g : \boldsymbol{C} \to \boldsymbol{C} \\ g(x, s(\boldsymbol{t})) = \sqrt{x}\ (\, cos(tlnx) + i\, sin(tlnx)\,) \end{array}}$$

Donde por Definición Podemos Expresar $cos(tlnx) = \frac{e^{itlnx} + e^{-itlnx}}{2}$

$$sin(tlnx) = \frac{e^{itlnx} - e^{-itlnx}}{2i}$$

Análisis de g(x,s(t))

Sabemos que la función exponencial es periódica de período ***2n π i****,*

Es Decir ,Dada una función Exponencial $f(z) = e^{z} = e^{z+2n\pi i}$ *donde n es un entero cualquiera ,.*

Esta característica Nos aporta útil información en la creación de la gráfica de esta curva de solución ,la que se extiende en el plano Complejo.

Def.:Función holomorfa : Dado un abierto no vacío Ω ⊂ C, decimos que f ∈ F(Ω) es una función holomorfa en Ω, cuando f es derivable en todo punto $de\ \Omega$. *Denotamos por* $F(\Omega)$ *al conjunto de todas las funciones holomorfas en* Ω

Sea A Un Subconjunto Abierto No vacio de C y f $\in F(A)$ *Donde A Incluído en C*

Definimos f(z) = u(x,y) +iv(x,y)   donde z = x+iy   u=Re(f(z)) y v = Im(f(z))

Entonces Si,…

- ***f*** *es Derivable en A*

- ***u****,y* ***v*** *son Contínuas y Diferenciables en A*

- *Se cumplen las Ecuaciones de* ***Cauchy – Riemann***

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \qquad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$$

Entonces Diremos que la función ***f es Holomorfa(Analítica)*** *en A*

Obs*.:Estas Ecuaciones se deducen del echo de que el límite*

$$\lim_{\Delta x \to 0}\left(\frac{\Delta f}{\Delta z}\right)_y = \lim_{\Delta y \to 0}\left(\frac{\Delta f}{\Delta z}\right)_x$$

Ya que z=x+iy ,tenemos el incremento $\Delta z = \Delta x + i\Delta y$ *, si tenemos que* $\Delta z \to 0$ *entonces*

$\Delta x\ y\ \Delta y \to 0$ *,y nos enfrentamos a un doble límite en el caso de una variable*

compleja ,A fin de que la derivada de una función f(z) Exista en un punto z=(x,y)

el cuociente $\frac{f(z+\Delta z)-f(z)}{\Delta z}$ *Debe tener el mismo valor del límite o el mismo límite*

ya sea cuando $\Delta x \to 0$ *o cuando/para* $\Delta y \to 0$.

Volviendo a nuestra función $g(x, s(t)) = \sqrt{x}\ (\ cos(tlnx) + i\,sin(tlnx)\ )$

Tenemos que $u\ (x,t) = \sqrt{x}\,(cos(tlnx)$

$V(x,t) = \sqrt{x}\,(sin(tlnx)$

Realizamos las Derivadas tanto para x como para y, y obtenemos los Sgtes. Resultados.

$$u_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{2}\ x^{-1,5}\ t\ sin(tlnx)$$

$$u_t\ = \frac{\partial u}{\partial t} = -\sqrt{x}\ ln\, x\ \ sin(tlnx)$$

$$v_x = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{2}\ x^{-\frac{1}{2}}\ lnx\ \ sin(tlnx)$$

$$v_t\ = \frac{\partial v}{\partial t} = \ \sqrt{x}\, lnx\ cos(tlnx)$$

Entonces nos planteamos ante las condiciones mencionadas ,es decir ,si se cumplen las

Condiciones de Cauchy – Riemann.

Observamos que $u_x \neq v_t$, *Por otra parte tb. observamos que*

$$u_t\ \neq -v_x$$

Y por consiguiete ,Deducimos que la función g(x,t) es No Holomorfa y *solo se cumplen las*

condiciones para ***z=(0,0)***

Otro teorema que se relaciona con la condición necesaria para definir la condicón de función Holomorfa es la condición de Laplace

Teorema de Laplace :Una Condición necesaria para que f(z) = u+vi sea analítica (holomorfa)en una Región A,Es que en A u y v satisfagan las ***Ecuaciones de Laplace***

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\ = 0$$

Y

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\ = 0$$

tb. se definen u y v como ***funciones Armónicas*** *en la región A si u y v son de clase* C^2 *(I.E. Tienen derivadas parciales e órden 2 y son continuas en A y cumplen las Ecuaciones de Laplace.*

***Segunda Parte:* Límites del Factor de Relación - Relación con la Serie Armónica.**

3. En Este Punto, Haremos el Análisis para el Segundo caso,..es decir

$$\lim_{n\to\infty} p_n = \boldsymbol{L} \to \infty$$

Entonces Nos planteamos ,..Que Ocurre Cuando ?,..

$$1.\lim_{n\to\infty} p_n = \lim_{n\to\infty} \left(\frac{a_1}{a_0}\right)_n \boldsymbol{L} \to \infty \ldots!$$

*Es decir ,tenemos prácticamente que **L** → ∞*

Si Aplicamos nuestro esquema teórico de Solución ,Tenemos que ,..

$$s \geq \left(\frac{\boldsymbol{1}}{L} + 1\right)$$ *Y Reemplazamos **L** → ∞*

Llegamos a $s \geq 1$

*El factor **L** → ∞,Equivale a plantear la expresión*

$$\delta(s=1) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \to \infty$$

Es Decir que Solo para s=1 obtenemos la condición de Divergencia y en ese caso ,

*Nos Encontramos y/o Obtenemos la conocida **Serie Armónica Divergente**.*

*Donde la función o curva Solución es **Única** y corresponde a la **función Identidad***

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}^{\boldsymbol{s=1}} = \boldsymbol{x}$$

La solución por Aproximación se define para valores de s > = (0,1],…(Ver Sección,..

;- Gráfico de la Función Zeta para para valores Reales de s >1 (Eje Horizontal))

4.Referencias Bibliográficas

El Documento original y Referencias de este Estudio puedes encontrarlo en el Sgte. Enlace

http://teoriadelarelaciondeloscoeficientes.blogspot.cl/

Atte.:Bruno A. Savron **Julio de 2016**

Ω ∸ Ω