



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

DETECCIÓN DE DAÑO EN LOSAS COLABORANTES

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL MECÁNICO

ISRAFEL ALI SALAZAR REYES

PROFESOR GUÍA:
VIVIANA MERUANE NARANJO

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
RAFAEL RUIZ GARCÍA
ERICK SAAVEDRA FLORES

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por proyecto Fondecyt 1170535

SANTIAGO DE CHILE
2018

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MECÁNICO
POR: ISRAFEL ALI SALAZAR REYES
FECHA: 2018
PROF. GUÍA: VIVIANA MERUANE NARANJO

DETECCIÓN DE DAÑO EN LOSAS COLABORANTES

Determinar el daño en estructuras y edificios luego de ocurrido un desastre natural, como puede ser un terremoto, es de crucial importancia para poder iniciar acciones de respuesta frente a emergencias de manera eficaz y que eviten el generar mayores pérdidas. Es por esta razón que se tornan necesarias herramientas predictivas fiables basadas en tecnologías de ingeniería moderna para evaluar las estructuras dañadas y ayudar a las autoridades a tomar mejores decisiones.

La losa colaborante o Steel Deck, hoy en día tiene un importante rol en la construcción de losas de entrepiso en edificios y construcciones alrededor del mundo. En Latinoamérica, su uso es cada vez más común en grandes construcciones y Chile ha tomado un papel protagónico en su masificación, implementándolas en una gran cantidad de obras de construcción ya sea para edificios industriales, habitacionales, educacionales, estacionamientos y de servicio. El creciente interés se debe a las propiedades que entrega su estructura compuesta de chapas o láminas de acero las cuales funcionan como encofrado que soporta hormigón vertido. Se comporta entonces como una estructura mixta de acero-hormigón con características como buena resistencia estructural en poco peso, larga durabilidad y bajo costo.

El objetivo de esta investigación es desarrollar y evaluar la utilización de tres algoritmos de detección de daños al utilizarlos en una losa colaborante los cuales funcionan en base a los cambios en sus modos de vibración y frecuencias naturales. Para esto se estudian diversos métodos de detección de daño mediante vibraciones y de esta forma determinar si existe falla, su ubicación y la magnitud el daño.

El estudio comprende la preparación de modelos computacionales de losa colaborante con distintos escenarios de daño, sobre los cuales se realizará un análisis de las propiedades de vibración mediante software de ingeniería asistida para determinar sus modos de vibración y frecuencias naturales. Una vez obtenidos los modos de vibración se aplicarán los algoritmos de identificación de daño para poder estudiar su efectividad en los diferentes escenarios.

Se espera poder determinar según los resultados, cuales son los alcances y limitaciones de cada método de identificación. Se estudiará la efectividad de cada uno según la calidad de la detección, la posibilidad de determinar la localización del daño y el grado de daño.

Dedico esta memoria a mis Padres

Agradecimientos

En primer lugar quiero agradecer a mi Familia que siempre me brindó apoyo en toda mi vida escolar. Mis papás quienes se preocuparon de entregarme no solo las mejores herramientas sino que desde pequeño la motivación y confianza para poder emprender cualquier desafío por más complejo que pareciera. Les agradezco por los consejos que me han brindado durante todo este tiempo y por todo el cariño que he recibido en esta etapa. Agradezco a mi Tía Llaya que siempre ha sido un pilar fundamental entregando su apoyo, cariño y preocupación. Y a mis hermanos que siempre estuvieron presentes para cuando necesité una distracción de los estudios.

Agradezco a mi colegio, que no solo me entrego los conocimientos para poder entrar a la Universidad sino que también me dejó muy buenos amigos. Y a estos, en especial a tres de ellos, Carlos, Felipe y Álvaro les agradezco todas las risas que hemos tenido. Sé que cuento con ustedes en las buenas y en las malas.

Agradezco también a Oliver, Vivi y Felipe sin quienes la universidad no hubiese sido lo mismo. Los momentos que brindaron fueron de los mejores que he tenido. El estudio hubiese sido mucho más difícil sin ustedes. Siempre valorare los momentos en que terminábamos entregando un trabajo a las 23.59 cuando se entregaba a las 00.00, algo muy similar con lo ocurrido con el presente trabajo. La mejor compañía durante estos años. Sé que será así para todas las demás etapas de mi vida.

Le agradezco a la gente increíble que he podido conocer en estos seis años. A la Macka, sin duda de las mejores amigas que me he topado. Al equipo completo de Difusión, que siempre fueron una guía y permitieron desarrollarme como persona. Mención especial a Pili, Mane, Rodri, Vale, Braian, Diana y Pauli.

Le agradezco también a Richard quién me recibió en mi pasantía, dentro de las mejores experiencias universitarias. Le agradezco a Bea quién tan amorosamente me acogió como parte de su familia.

Agradezco a Constanza quién me brindó no solo ánimo y ayuda para poder terminar este trabajo sino que también cariño durante esta etapa.

Le agradezco también a la profesora Viviana, quién siempre estuvo en el proceso de esta memoria atenta y presta a ayudar en cualquier consulta que se presentara y finalmente le agradezco a Dios por todas estas personas que me permitió conocer durante estos años y que aportaron en mi formación.

Tabla de Contenido

Introducción	1
Objetivos	3
1. Antecedentes	5
1.1. Losas Colaborantes	5
1.2. Vibraciones Mecánicas	8
1.2.1. Sistemas de un grado de libertad.	8
1.2.2. Sistema con Múltiples Grados de Libertad	9
1.2.3. Vectores Modales.	11
1.2.4. Función Respuesta en Frecuencia	12
1.3. Detección de daño mediante vibraciones	14
1.4. Algoritmos de detección de daño	16
1.4.1. Curvatura de modos de vibración	16
1.4.2. Superficie de carga uniforme	18
1.4.3. Método de energía de deformación	20
1.5. Mediciones Experimentales	21
1.5.1. Sensor de Proximidad	21
1.5.2. Sensor Sísmico de Velocidad.	22
1.5.3. Acelerómetro Piezoeléctrico.	23
1.6. Reducción de ruido en datos experimentales	24
1.7. Correlación modal	27
2. Metodología	28
2.1. Muestra	29
2.1.1. Modelo de daño	30
2.2. Programación de métodos de detección de daño	32
2.2.1. Diferencias Finitas	32
2.2.2. Algoritmos	33
2.3. Desarrollo Modelos Computacionales	34
2.3.1. Diseño y Propiedades	34
2.3.2. Mallado	36
2.4. Parámetros Experimentales	39
2.4.1. Condiciones de Borde	39
2.4.2. Sensores	40
2.4.3. Posicionamiento de Sensores	41

2.5. Extracción de modos de vibración	44
3. Resultados y Análisis	51
3.1. Correlación Modal	51
3.2. Resultados MSC	56
3.3. Resultados ULS	59
3.4. Resultados SEM	62
3.5. Análisis de resultados	65
Conclusión	67
Bibliografía	70
Anexos	72
Anexo A. Plano de losa Colaborante	73
Anexo B. Código Calculo de Curvatura	74
Anexo C. Código MSC	77
Anexo D. Código ULS	78
Anexo E. Código SEM	79

Índice de Tablas

2.1. Dimensiones Losa Colaborante	29
2.2. Propiedades materiales losa	29
2.3. Porcentaje de daño y disminución de E en los modelos.	30
3.1. Frecuencias Naturales de Modos Correlacionados.	55

Índice de Ilustraciones

1.1. Esquema de losa colaborante instalada. [2]	6
1.2. Diseño de losa. [14]	6
1.3. Sistema de un grado de libertad. [11]	8
1.4. Sistema de múltiples grados de libertad. [11]	10
1.5. Sistema de múltiples grados de libertad. [11]	13
1.6. Sistema de múltiples grados de libertad. [11]	13
1.7. Sensor de Proximidad. [11]	22
1.8. Sensor Sísmico de Velocidad. [11]	22
1.9. Acelerómetro Piezoeléctrico. [11]	23
1.10. Suavizado automático de datos de dos dimensiones ruido y pérdida de datos. (A). Datos con ruido. (B). Datos con aumento de ruido y pérdida de información. (C). Datos suavizados a partir de B. (D). Error medio en el suavizado 1.52. [6]	26
1.11. Representación 2-D de valores MAC. [1]	27
1.12. Representación 3-D de valores MAC. [1]	27
2.1. Diagrama del desarrollo de la memoria.	28
2.2. Daño en losas. La superficie en celeste indica el daño en la estructura.	31
2.3. Ejemplo de vecindad utilizada para calcular las derivadas por diferencias finitas. [21]	33
2.4. Simplificación perfil de losa.	35
2.5. Malla Tetraédrica.	36
2.6. Malla Hexagonal.	37
2.7. Malla hexagonal losa dañada.	38
2.8. Restricción de desplazamiento en viga de soporte.	40
2.9. Desplazamiento modal normalizado losa sin daño.	41
2.10. Posición de sensores losa intacta.	42
2.11. MAC entre modos obtenidos por elementos finitos y sensores en malla.	43
2.12. Modos de Vibración y sus Frecuencias para la Losa Intacta.	45
2.13. Modos de Vibración y sus Frecuencias para la Losa 1.	46
2.14. Modos de Vibración y sus Frecuencias para la Losa 2.	47
2.15. Modos de Vibración y sus Frecuencias para la Losa 3.	48
2.16. Modos de Vibración y sus Frecuencias para la Losa 4.	49
2.17. Modos de Vibración y sus Frecuencias para la Losa 5.	50
3.1. MAC Losa Intacta - Losa 1.	52

3.2. MAC Losa Intacta - Losa 2.	52
3.3. MAC Losa Intacta - Losa 4.	53
3.4. MAC Losa Intacta - Losa 5.	53
3.5. MAC Losa Intacta - Losa 6.	54
3.6. Resultados para MSC según cambio de tamaño del daño - 0% Ruido.	56
3.7. Resultados para MSC según cambio grado del daño - 0% Ruido.	57
3.8. Detección de daño con diferentes grados de ruido y severidad de daño algoritmo MSC.	58
3.9. Resultados para ULS según cambio de tamaño del daño - 0% Ruido.	59
3.10. Resultados para ULS según cambio grado del daño - 0% Ruido.	60
3.11. Detección de daño con diferentes grados de ruido y severidad de daño algoritmo ULS.	61
3.12. Resultados para SEM según cambio de tamaño del daño - 0% Ruido.	62
3.13. Resultados para SEM según cambio grado del daño - 0% Ruido.	63
3.14. Detección de daño con diferentes grados de ruido y severidad de daño algoritmo SEM.	64

Introducción

La ingeniería se encuentra en una continua búsqueda de nuevos materiales que ofrezcan mejores propiedades disminuyendo parámetros como el peso estructural, los costos y dificultad de utilización. Los materiales compuestos han sido de gran relevancia durante el último tiempo debido a cumplir con estos requisitos. Esto los ha llevado a estar presente en diversas áreas, la construcción ha sido una de ellas.

Los materiales compuestos son una agrupación de dos o más materiales que al utilizarse en conjunto mejoran las propiedades mecánicas complementando también las falencias de cada uno. Dentro de esta categoría se encuentran las losas colaborantes, estas son losas de concreto soportadas sobre una lámina de acero utilizadas principalmente en la estructura de edificaciones.

Este compuesto de acero y concreto ha sido de gran interés para diversos autores durante los últimos años, los cuales destacan sus buenas propiedades mecánicas en especial la alta relación resistencia-peso [19][15]. Estas propiedades, sumadas a que presenta una rápida y económica construcción han permitido una gran popularidad en el sector de la construcción siendo utilizada como suelos de edificios [9][12]. Sin embargo, el daño estructural en el material, ya sea presente como grietas en el concreto o delaminación en el contacto de este con el acero, cuya presencia disminuye la resistencia de la estructura, se hace difícil de determinar por métodos de detección convencionales. La introducción de esta tecnología dentro de países con una gran actividad sísmica, como es el caso de Chile en el cual varios edificios han sido fabricados utilizando este tipo de piso, hacen importante encontrar métodos de determinación de daño eficaces que permitan anticiparse a posibles catástrofes.

Cuando ocurre daño estructural en un material, las propiedades físicas de este, como son la masa, la rigidez y amortiguamiento, se ven directamente afectadas. Estas a su vez afectan las características modales de las estructuras, frecuencias naturales, modos de vibración y amortiguamiento modal. Esta relación ha permitido el desarrollo de una amplia variedad de técnicas de detección de daño en estructuras denominadas métodos de detección de daño basados en vibraciones [4]. Este tipo de técnicas no destructivas permite la posibilidad de realizar experimentaciones en el lugar de uso y la detección de daños no perceptibles a simple vista además de indicar la localización y grado del daño sobre la estructura.

La implementación de estos métodos se realiza encontrando las características de vibración de los materiales mediante sensores. La frecuencia y los modos de vibración son utilizados como input para algún algoritmo que permita la identificación de daño mediante la comparación de estos con los casos sin daño. Dependiendo del tipo del algoritmo empleado

es posible obtener información sobre el daño, su ubicación en el material y la gravedad de este.

Una clasificación general para estos algoritmos depende en la forma en que comparan las características de vibración. Es así como se definen los métodos basados en modelos y no basados en modelos. Los métodos de detección de daño mediante vibración basados en modelos necesitan de una muestra de material dañado y un modelo computacional en elementos finitos del material. Realizan una correlación de los datos experimentales con el modelo lo que permite identificar el daño en el material. El beneficio de este tipo de métodos es en la amplia posibilidad de estudios una vez realizada la correlación permitiendo estudiar el comportamiento del material en diferentes configuraciones experimentales mediante el modelo validado. Sin embargo, la efectividad de estos se encuentra sujeta a que tan fiel es la representación del material mediante el modelo en elementos finitos, representación que se ve afectada por simplificaciones realizadas en el modelo y acotada por la capacidad de los recursos computacionales.

Por otro lado, los métodos no basados en modelos utilizan la comparación directa de los datos experimentales de una muestra dañada y una muestra sin daño, con la cuales se calcula un índice de daño. Diferentes trabajos han sido desarrollados utilizando distintas características de vibración. Los primeros estudios se centraron en los parámetros como las frecuencias naturales, MAC y COMAC lo cuales no eran capaces de entregar la suficiente información. Últimos estudios se han centrado en la curvatura de los modos de vibración, parámetros que han demostrado ser más sensibles a los cambios estructurales.

Varios métodos centrados en el estudio de la curvatura de los modos de vibración han sido desarrollados. La curvatura es la segunda derivada con respecto a la posición de los modos y ha mostrado ser efectiva en la detección de cambios en las propiedades físicas de los materiales. El estudio de Pandey et al. [13] mostró su efectividad en estructuras unidimensionales y su método ha sido correctamente extendido a estructuras tipo placa utilizando la aproximación de diferencias centrales para su cálculo.

Otro de los algoritmos diseñados en base a la curvatura es el método ULS (*Uniform Load Surface*). El ULS se define como el vector deflexión de la estructura cuando esta se encuentra en bajo el efecto de una carga uniforme. El índice se obtiene a partir de la segunda derivada de la matriz de flexibilidad y sus resultados mostraron ser eficientes para la detección de daño y su localización. Además debido a que la matriz de flexibilidad se obtiene sumando en todos los modos de vibración es menos sensible a error experimentales producidos al momento de realizar la toma de datos. Por su parte, el algoritmo SEM (*Strain Energy Method*), utiliza la energía de deformación para poder obtener un índice de daño. El estudio realizado por Conrwell et al. [5] muestra como se comporta para diferentes escenarios de daño en placas de dos dimensiones. Los resultados sin embargo, muestran dificultad del algoritmo para detectar daños múltiples y con diferente grado de severidad.

El estudio de estos algoritmos implementados en diferente escenarios de daño para distintos materiales permite validar su utilización como métodos de detección. Es necesario determinar la capacidad de cada uno de ellos para poder identificar el daño y cuales son los alcances de cada uno al trabajar con un material en específico. A pesar de los buenos resultados que han mostrado los estudios mencionados, una de las principales limitaciones de los métodos no

basados en modelos se encuentra la poca flexibilidad en la configuración de los experimentos en conjunto con la dificultad de encontrar un material perfectamente intacto.

El presente trabajo consiste en evaluar los algoritmos de detección de daño basados en vibraciones no basados en modelos antes descritos aplicándolos sobre modelos computacionales de losas colaborantes dañadas y sin daño. Se estudiarán diferentes escenarios de daño con el fin de determinar la capacidad de los algoritmos ante el cambio de tamaño y tipo de la falla y como se ven afectados estos métodos con el ruido experimental muy característico de la toma de datos.

Objetivos

Objetivo General

El objetivo principal de este trabajo es desarrollar, implementar y evaluar distintos métodos de detección de daño basados en el análisis de la respuesta a vibraciones en una losa colaborante o Steel Deck, utilizando modelos computacionales del material para simular diferentes escenarios de daño. Para lograr lo planteado se definen los siguientes objetivos específicos:

Objetivos Específicos

- Realizar diferentes modelos computacionales que permitan simular los diferentes escenarios de falla.
- Determinar las frecuencias naturales de los modelos y junto con esto los modos de vibración característicos asociados a cada escenario de falla.
- Implementar los algoritmos desarrollados en un inicio sobre los resultados para determinar la efectividad de cada uno en cuanto a la detección de localización y magnitud.
- Evaluar los alcances de los diferentes métodos según los resultados obtenidos.

Capítulo 1

Antecedentes

1.1. Losas Colaborantes

Las losas colaborantes son una estructura de emergente utilización en construcción. Compuesta de chapas o láminas de acero que funcionan como encofrado soportando hormigón vertido, se comporta como una estructura mixta de acero-hormigón cuyas características estructurales han favorecido su utilización en una amplia cantidad de edificaciones como losas de entrepiso [3].

Dentro de las características que posee este material se puede resaltar las siguientes:

- Dada la buena resistencia a compresión del hormigón y la buena resistencia a tracción del acero, un entrepiso compuesto aprovechará en conjunto estas dos propiedades disminuyendo el material necesario para soportar las cargas.
- La sección compuesta aumenta la rigidez y disminuye la flexión comparadas con los elementos individuales.
- Utilizar el conjunto hormigón-acero permite disminuir el espesor del hormigón en las losas de entrepiso disminuyendo el peso de la estructura lo que genera un ahorro en costos debido a material y estructura.
- El diseño compuesto permite disminuir además el peso de las vigas metálicas de soporte.

La relación resistencia-peso es lo que causa mayor interés en este tipo de material. Esto principalmente se debe a que hereda propiedades del acero y el hormigón entregando un mejor comportamiento que los elementos por separado. En comparación con otros tipos de losas, además de las ventajas físicas se encuentra también la facilidad de transporte de los materiales que la conforman, su rápido montaje y el ahorro de materiales como madera para formar el encofrado lo que disminuye tiempos de construcción, mejora la seguridad dentro de las obras de construcción civil y genera un impacto ambiental positivo.

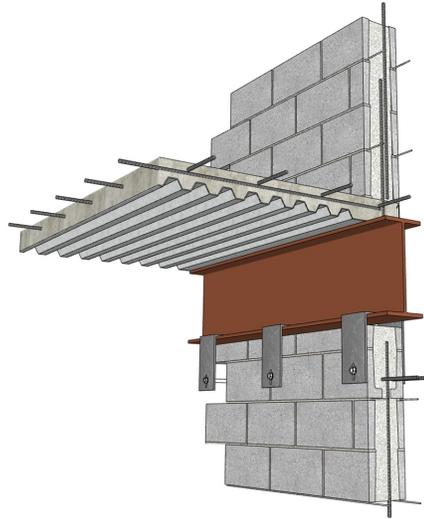


Figura 1.1: Esquema de losa colaborante instalada. [2]

La Figura 1.1 muestra la instalación habitual de una losa colaborante como parte de una construcción. Como se puede apreciar, consta de una parte de concreto que en su parte superior trabaja a compresión, el cual es soportado sobre una placa de acero la cual ejerce tracción en la parte inferior. Esto se complementa generalmente con una malla de acero en medio del concreto para entregar mayor estabilidad pues actúa repartiendo las cargas sobre toda la estructura. Finalmente la estructura es montada sobre vigas de acero las cuales soportan la losa. Para mantener todos los elementos en contacto, se utilizan pernos que atraviesan la estructura desde la viga hasta el concreto como se puede observar en Figura 1.2.

Como se ha mencionado, su principal uso hoy en día es formar la losa de entrepiso en construcciones, utilizándose en diferentes proyectos a lo largo de Chile y el mundo. Entre estos destaca su uso dentro del proyecto Costanera Center, edificio más alto de Chile, en el cual las losas colaborantes de metal-deck son soportadas sobre vigas de acero en disposición radial para conformar los pisos del edificio.

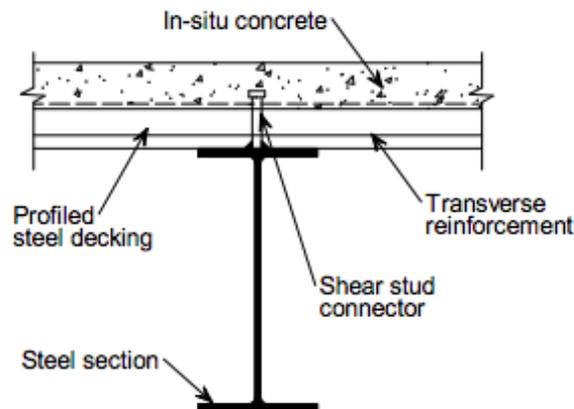


Figura 1.2: Diseño de losa. [14]

Las falla en este tipo de material son producidas por flexión o por efectos cortantes en sentido longitudinal o vertical. La forma más común de colapso de la estructura inicia con esfuerzos cada vez mayores en los conectores, los que luego forman pequeñas grietas dentro del concreto las cuales comienzan a crecer gradualmente con el uso. El fallo de los elementos cortantes generan un deslizamiento del concreto terminando en fisuras de gran tamaño que separan la losa del acero perdiendo las propiedades de material compuesto.

Dada su masificación en una gran cantidad de proyectos dentro del país, la confiabilidad de estas estructuras es un tema de gran interés por lo que es importante conocer el comportamiento estático, dinámico y así también los tipos de falla. Grietas en el concreto pueden bajar drásticamente la resistencia de la losa provocando su colapso al ejercer fuerzas sobre ella. Siendo Chile un país altamente sísmico, se hace necesario estudiar un método de detección de daño que permita la identificación de fallas en este tipo de las losas de manera eficiente y efectiva.

Dentro de los desafíos de la detección de daño en este tipo de losas, se encuentran las dimensiones. Una losa ya fabricada es una estructura maciza de gran tamaño lo que hace muy complejo trasladarla a un laboratorio para realizar pruebas. Junto con esto, detectar pequeñas fallas en el interior del material no es posible para ciertos métodos de detección de daño, pasando por alto fallas estructurales que pueden disminuir la resistencia y confiabilidad de la losa.

1.2. Vibraciones Mecánicas

1.2.1. Sistemas de un grado de libertad.

Un modelo sencillo para poder estudiar los fenómenos de vibración en sistemas de un grado de libertad es como el que se puede revisar en la Fig. 1.3. En este se tiene un carro que mediante un resorte y un amortiguador se encuentra fijo mediante una restricción y además es excitado con un fuerza. Esta sección se basa en el trabajo realizado por Viviana Meruane [11].

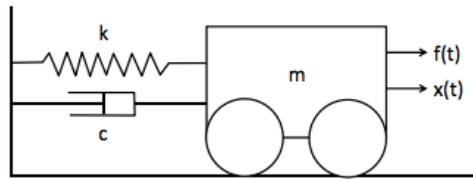


Figura 1.3: Sistema de un grado de libertad. [11]

Para este sistema la ecuación que describe el movimiento se muestra en la Ec. 1.1.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(x) \quad (1.1)$$

En donde m es la masa, c es el factor de amortiguamiento, k es la rigidez del resorte, $f(t)$ la fuerza de excitación en el tiempo t y \ddot{x} , \dot{x} y x son la aceleración, la velocidad y la posición respectivamente.

Si se transforma la ecuación al dominio de Laplace imponiendo condiciones iniciales iguales a cero, se puede obtener lo siguiente:

$$(mp^2 + cp + k)X(p) = F(x) \quad (1.2)$$

Lo que se puede reescribir como,

$$Z(p)X(p) = F(x) \quad (1.3)$$

En esta última ecuación $Z(p)$ es la rigidez dinámica. Si se invierte cualquiera de las ecuaciones 1.2 o 1.3, y se define $H(p) = Z(p)^{-1}$ se obtiene

$$X(p) = H(p)F(x) \quad (1.4)$$

$$H(p) = \frac{1/m}{p^2 + (c/m)p + (k/m)} \quad (1.5)$$

El denominador de la Ec. 1.5 se denomina ecuación característica del sistema. Las raíces quedan determinadas por la Ec. 1.6

$$\lambda_{1,2} = \frac{-c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (1.6)$$

Desde esta ecuación se desprenden diversos conceptos importantes en el estudio de las vibraciones mecánicas. Si se asume un sistema sin amortiguamiento ($c = 0$) el sistema es conservativo. Se puede definir desde ahí la frecuencia natural según

$$w_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1.7)$$

En el caso no conservativo, los polos del sistema quedan determinados por,

$$\lambda = \sigma + jw_d \quad (1.8)$$

$$\lambda^* = \sigma - jw_d \quad (1.9)$$

En donde σ es el factor de amortiguamiento, w_d es la frecuencia natural del sistema con amortiguamiento y $*$ representa el complejo conjugado. Con estos polos, es posible reescribir la Ec. 1.5 como sigue

$$H(p) = \frac{1/m}{(p - \lambda)(p - \lambda^*)} \quad (1.10)$$

Que mediante fracciones parciales se puede escribir la función de transferencia para un grado de libertad como:

$$H(p) = \frac{A}{(p - \lambda)} + \frac{A^*}{(p - \lambda^*)}, \text{ con } A = \frac{1/m}{2jw_d} \quad (1.11)$$

En donde A y A^* se denominan *Residuos*.

1.2.2. Sistema con Múltiples Grados de Libertad

Debido a que la mayoría de los problemas posee más grados de libertad, es necesario expandir el procedimiento anterior a sistemas con múltiples grados de libertad como el mostrado en la Fig. 1.4

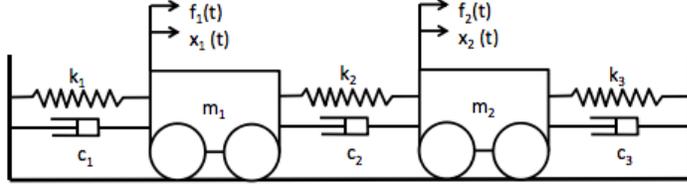


Figura 1.4: Sistema de múltiples grados de libertad. [11]

El movimiento del sistema en este caso quedará determinado por la Ec. 1.12,

$$\mathbf{M}\{\ddot{x}\} + \mathbf{C}\{\dot{x}\} + \mathbf{K}\{x\} = \{f\} \quad (1.12)$$

En donde \mathbf{M} es la matriz de masa, \mathbf{C} es la matriz de amortiguamiento, \mathbf{K} la matriz de rigidez, y $\{f\}$, $\{\ddot{x}\}$, $\{\dot{x}\}$, $\{x\}$ son los vectores de fuerza de excitación, de aceleración, de velocidad y de posición respectivamente. Esta matriz es capaz de describir sistemas de más grados de libertad en donde solo cambiará la dimensión de las matrices. De la misma manera que para el caso de un grado de libertad se puede reescribir de la forma

$$(\mathbf{M}p^2 + \mathbf{C}p + \mathbf{K}) = F(p) \quad (1.13)$$

$$Z(p)X(p) = F(x) \quad (1.14)$$

Invirtiendo la Ec. 1.14 es posible obtener la función de transferencia para múltiples grados de libertad $H(p)$

$$X(p) = H(p)F(x) \quad (1.15)$$

$$H(p) = Z(p)^{-1} = \frac{\text{adj}(Z(p))}{|Z|} \quad (1.16)$$

En la Ec. 1.16, $\text{adj}(Z(p))$ es la matriz adjunta de $Z(p)$ y $|Z|$. La ecuación característica del sistema, el denominador de la función transferencia, será en este caso el determinante de $Z(p)$. Para encontrar los polos del sistema se utiliza la identidad mostrada en la Ec. 1.17, lo que se conoce comúnmente como problema de valores propios.

$$(p\mathbf{M} - p\mathbf{M})\{x\} = 0 \quad (1.17)$$

De donde si se combinan las Ecs. 1.13 y 1.17 se obtiene,

$$(p\mathbf{A} + \mathbf{B})\{y\} = \{f'\} \quad (1.18)$$

Donde:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & M \\ M & C \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} -M & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix}, \quad \{y\} = \begin{Bmatrix} px \\ x \end{Bmatrix}, \quad \{f'\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ f \end{Bmatrix} \quad (1.19)$$

Los polos satisfacen entonces

$$|p\mathbf{A} + \mathbf{B}| = 0 \quad (1.20)$$

Las raíces de esta ecuación son las mismas que del determinante de la Ec.1.16. Esta ecuación genera $2n$ valores propios complejos, en donde n es el número de grados de libertad del sistema. Esto se puede expresar de la manera,

$$[\Delta] = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & \lambda_n & & & \\ & & & \lambda_1^* & & \\ & 0 & & & \ddots & \\ & & & & & \lambda_n^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1 + j\omega_1 & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & \sigma_n + j\omega_n & & & \\ & & & \sigma_1 - j\omega_1 & & \\ & 0 & & & \ddots & \\ & & & & & \sigma_n - j\omega_n \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

Al igual que en el caso de un grado de libertad, la parte real del polo, σ_i , será el factor de amortiguamiento, mientras que la parte imaginaria, ω_i , será la frecuencia natural amortiguada.

1.2.3. Vectores Modales.

A cada valor propio del sistema, le corresponde un vector propio. En presencia de un sistema de múltiples grados de libertad, estos vectores propios definen los que se denominan modos normales. Estos modos representan el movimiento relativo entre los grados de libertad para una frecuencia dada. De esta manera, la información que contienen los vectores modales son desplazamientos con valores complejos. Se cumple que para un valor propio λ_i ,

$$(\mathbf{M}\lambda_i^2 + \mathbf{C}\lambda_i + \mathbf{K})\phi_i = 0 \quad (1.22)$$

Se puede establecer una relación entre la matriz de función de transferencia y los vectores modales utilizando los residuos, al igual que para el caso de un grado de libertad. Si se reescribe la Ec. 1.16 se obtiene,

$$Z(p)adj(Z(p)) = |Z| [I] \quad (1.23)$$

Evaluando para $p = \lambda_i$

$$Z(\lambda_i)adj(Z(\lambda_i)) = 0 \quad (1.24)$$

Si se considera una columna cualquiera de $adj(Z(\lambda_i))$ se cumple la siguiente propiedad,

$$Z(\lambda_i)\{adj(Z(\lambda_i))\}_k = 0 \quad (1.25)$$

Ecuación que es equivalente a la Ec. 1.22, de donde se desprende que las columnas de $adj(Z(\lambda_i))$ son proporcionales al i -ésimo vector modal. Si se considera además que la matriz $adj(Z(\lambda_i))$ es simétrica, las filas también cumplirían la misma proporción. De esta forma la matriz $adj(Z(\lambda_i))$ es del tipo,

$$adj(Z(\lambda_i)) = R_i \phi_i \phi_i^T = R_i \begin{bmatrix} \phi_{i,1}\phi_{i,1} & \phi_{i,1}\phi_{i,2} & \cdots & \phi_{i,1}\phi_{i,n} \\ \phi_{i,2}\phi_{i,1} & \phi_{i,2}\phi_{i,2} & \cdots & \phi_{i,2}\phi_{i,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{i,n}\phi_{i,1} & \phi_{i,n}\phi_{i,2} & \cdots & \phi_{i,n}\phi_{i,n} \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

En donde R_i es una constante. De esto se puede obtener que el residuo será

$$[A]_i = Q_i \phi_i \phi_i^T \quad (1.27)$$

Quedando la matriz de transferencia de la siguiente manera:

$$H(p) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{Q_i \phi_i \phi_i^T}{(p - \lambda_i)} + \frac{Q_i^* \phi_i^* \phi_i^{*T}}{p - \lambda_i^*} \right) \quad (1.28)$$

1.2.4. Función Respuesta en Frecuencia

La función de respuesta en frecuencia o FRF, es la función de transferencia evaluada en el eje de frecuencias ($j\omega$):

$$H(j\omega) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{Q_i \phi_i \phi_i^T}{(j\omega - \lambda_i)} + \frac{Q_i^* \phi_i^* \phi_i^{*T}}{j\omega - \lambda_i^*} \right) \quad (1.29)$$

Generalmente la parte compleja de la FRF es despreciable en comparación con la parte real. Tanto para el caso de uno o múltiples grados de libertad, los *peaks* de la Ec. 1.29 muestran las frecuencias de resonancia del sistema. Estas tienen el mismo valor para todas las FRF pues son propiedades globales del material. Los valles de la función indican las antiresonancias, estos varían para cada FRF pues es una propiedad local del material. En la Fig. 1.5 y 1.6 se muestra este fenómeno para un sistema de dos grados de libertad como el referenciado en la Fig. 1.4. Se observa como se mantienen constantes las frecuencias de resonancia mientras las frecuencias de antiresonancia varían en cada caso.

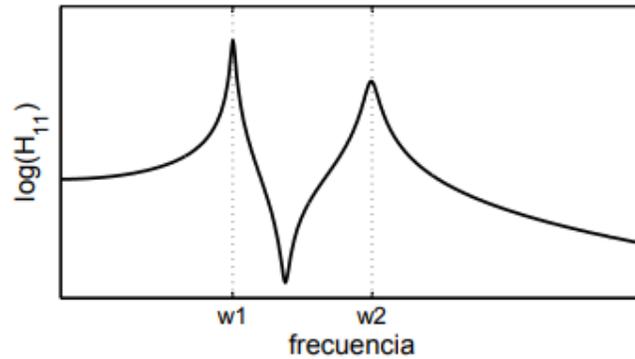


Figura 1.5: Sistema de múltiples grados de libertad. [11]

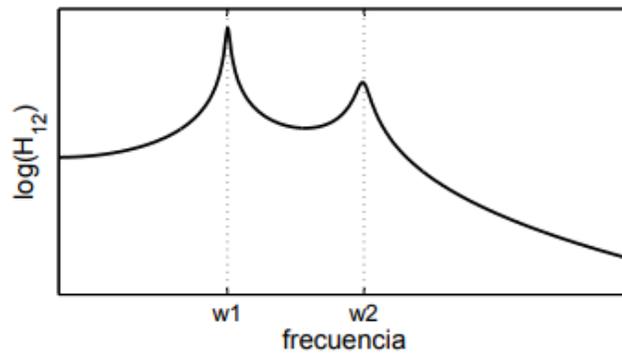


Figura 1.6: Sistema de múltiples grados de libertad. [11]

1.3. Detección de daño mediante vibraciones

Uno de los desafíos de la ingeniería moderna es determinar el daño en los materiales. En los de tipo compuesto, la detección de existencia, ubicación y magnitud de una falla es particularmente compleja en especial cuando ocurre en el interior de uno de los materiales o en las uniones de estos. El daño en estos materiales, puede no ser visible durante años mostrándose solo en forma de colapso de la estructura. Dentro de los diferentes métodos existentes, los métodos basados en vibraciones se han vuelto objeto de investigación debido que son de inspección no destructiva y debido al avance tecnológico, ha sido posible desarrollar equipos que permiten monitorear estructuras tanto en laboratorios como mientras se encuentran en uso, abriendo la posibilidad realizar pruebas en terreno a estructuras de diferentes. [20]

La idea detrás de estos métodos se basa en que las propiedades de vibración son una función de las propiedades físicas de los materiales. Esto implica que cualquier efecto que cambie estas últimas afectará directamente sobre las primeras. El daño en un material provoca cambios en las propiedades físicas, como son la masa, la rigidez o el amortiguamiento, lo que a su vez tiene un impacto directo en las características de vibración como la frecuencia natural, los modos de vibración y los modos de amortiguamiento. Por lo tanto, realizando un trabajo retrospectivo, si al medir estas últimas se encuentran anomalías, es posible inferir un cambio en las propiedades físicas del material lo que se traduce en un daño de la estructura. [10]

Una primera clasificación de estos métodos, realizada por Rytter [7], es según el nivel de identificación de daño que logran detectar. Esta consta de cuatro niveles:

- Primer nivel: Determinar presencia de daño en la estructura.
- Segundo nivel: Nivel 1 más determinar la localización del daño.
- Tercer nivel: Nivel 2 más determinar la severidad del daño.
- Cuarto nivel: Nivel 3 más predicción del tiempo restante de uso de la estructura.

Se han estudiado diferentes características modales para la identificación de daño. Primeros estudios realizados con métodos basados en vibraciones, realizados entre los 70's y 80's, no obtuvieron resultados muy esperanzadores en donde la falta de tecnología necesaria jugó un rol principal. La utilización de sensores de gran tamaño para la obtención de datos cambiaban las propiedades de los materiales impidiendo así resultados experimentales acertados.

A pesar de los resultados, se logró comprobar que la frecuencias naturales de los materiales se veía disminuida al encontrarse daño en estos. Desde entonces se ha mostrado los diferentes alcances de la frecuencia como medio para identificar daño. Sin embargo, existen limitantes con respecto a su uso. Primeramente, la frecuencia al ser una característica global del material es un parámetro que permite determinar solo el primer nivel de daño. Además, la poca sensibilidad de la frecuencia al daño implica mediciones muy precisas o una cantidad de daño muy severa para poder determinarlo. Esta también se puede tomar como ventaja pues la hace poco variable frente a errores aleatorios en la toma de datos.

Debido a que muchas veces es necesarios un mayor nivel de información del daño, se comenzaron a estudiar otros parámetros modales para poder realizar. La técnica del MAC

(*Modal Assurance Criteria*), estudiada por West [17], muestra una forma de utilizar los modos de vibración para la detección del daño. En esta se comparan los modos de un material con daño y uno sin daño determinando el nivel de correlación entre ellos. Este método entregó resultados de nivel 2, sin embargo se mostró que para barras dañadas con corte al técnica era insensible al daño.

Otro de los parámetros usados para identificar daño ha sido la curvatura de los modos de vibración. Esta se obtiene derivando los modos y se encuentra directamente relacionada con la cantidad de deformación en el material. De esta forma es posible obtener datos experimentales mediante el uso de acelerómetros, utilizando así los modos y luego calculando la curvatura para estos métodos o sensores de deformación en donde se usaría directamente estos valores. Junto a estos métodos la matriz de flexibilidad también ha sido utilizada para la identificación de daño en donde ha mostrado ser nivel 3 al igual que los métodos basados en curvatura y dada la forma en la que se calcula converge a solución utilizando un bajo número de modos de vibración.

Todos estos métodos revisados anteriormente corresponden a una clasificación de métodos de detección de daño no basados en modelos. Los métodos no basados en modelos utilizan la comparación de resultados experimentales para un material en estado normal y uno dañado. Como se puede observar existe una gran cantidad de parámetros a observar que permiten obtener diferencias entre el material dañado y el intacto. Por su parte, los métodos basados en modelos utilizan modelos numéricos para poder localizar y cuantificar el daño. Dentro de sus ventajas se encuentra la capacidad de cambiar las condiciones de carga prediciendo el comportamiento del material en diversas condiciones de operación. Sin embargo, estos métodos quedan sujetos al desarrollo del modelo numérico del material. Si este no es lo suficientemente coherente con la realidad los resultados tampoco lo serán.

Para hacer los modelos más fiables, se realiza un *model updating*. Este procedimiento consiste en realizar pruebas experimentales obteniendo los modos de vibración los cuales luego son correlacionados con los obtenidos mediante el modelo ajustando las diferencias mediante el cambio en las propiedades físicas del modelo. El resultado es un modelo fiable del material a representar en el cual es posible realizar diferentes configuraciones experimentales con el fin de determinar como estas afectarían al material en sí.

Últimamente, métodos más elaborados han sido implementados en el análisis de vibraciones. Sin embargo estas generalmente han sido utilizadas para estructuras unidimensionales. Dentro de los estudios en dos dimensiones se encuentra el de F. Seguel y V. Meruane [16] que utilizan tres parámetros para medir la delaminación en placas tipo sándwich, el método de curvatura de modos de vibración [13], el método de energía de deformación [5], métodos basados en la curvatura y el método de superficie de carga uniforme [18], basado en la matriz de flexibilidad.

En las losas colaborantes, el análisis de vibraciones se presenta como una opción efectiva a la hora de estudiar la vida útil de estas estructuras. Pequeñas fracturas en el concreto que no pueden ser detectadas por otros métodos de identificación de daño quedarían en evidencia al estudiar las propiedades modales de las placas. A esto se suma la facilidad de transporte de los equipos necesarios para realizar las pruebas experimentales con lo que no es necesario trasladar las losas, que una vez fabricadas son de gran envergadura.

1.4. Algoritmos de detección de daño

Como se revisó en la sección anterior, se ha desarrollado una gran cantidad de estudios utilizando diferentes características de vibración para poder determinar daños estructurales. Sin embargo, no siempre es sencillo obtener resultados correctos utilizando simplemente los parámetros modales o la información obtenida no logra determinar el daño o el nivel de detección que entrega la característica utilizada no es suficiente para la utilización requerida, como puede ser determinar la localización o intensidad, ha sido necesario desarrollar algoritmos de detección que permitan obtener mayor información de la estructura y además permitan filtrar las señales que son realmente útiles para el estudio entregando con el fin de entregar mayor confiabilidad en los resultados.

Dentro de los algoritmos que se han desarrollado, los basados en la curvatura de los modos de vibración han mostrado los mejores resultados. La curvatura resulta sensible a diferencias en los modos de vibración provocadas por cambios en las propiedades de los materiales debido a fallas, presentándose como una superficie suave en condiciones normales mientras muestra severas discontinuidades en las cercanías de daño. Utilizando esta característica de la curvatura se han desarrollado diferentes algoritmos.

Se presentarán en este trabajo tres algoritmos basados en el cambio de la curvatura de los modos, el método de la curvatura, ULS (*Uniform Load Surface*) y SEM (*Strain Energy Method*). Comprender la teoría detrás de estos métodos se hace relevante para poder analizar los resultados obtenidos en pruebas con materiales. V. Meruane y F. Seguel [16] presentaron la utilización de estos tres métodos y sus resultados aplicándolos en un material compuesto tipo honeycomb utilizando una ampliación para dos dimensiones. En esta sección se revisará el desarrollo de estos tres algoritmos en su extensión a materiales bidimensionales.

1.4.1. Curvatura de modos de vibración

Una manera de determinar la existencia de daño es la presentada por Pandey et al. [13] la cual utiliza directamente la curvatura de los modos de vibración. La curvatura es una superficie suave que en presencia de daño muestra cambios abruptos en forma de discontinuidades. Las discontinuidades en la curvatura ocurren en los alrededores de la falla, este es un cambio local con lo que no solo permite determinar el daño sino que también la localización de este.

La curvatura se obtiene como al segunda derivada de los modos de vibración. Esta queda determinada mediante la Ec. 1.30. Realizando un análisis de esta ecuación se desprende que, dado que el efecto del daño se puede observar como una disminución en la rigidez lo cual genera una disminución en el término EI , la curvatura incrementará su valor en donde el daño se produzca. Es importante notar además que el grado del daño afectará proporcionalmente el valor de la curvatura, lo que puede permitir estudiar la severidad del daño.

$$v'' = \frac{M}{EI} \tag{1.30}$$

En donde v'' es la curvatura, M es el momento flector, E el módulo de elasticidad e I el segundo momento de área.

Si se tienen valores discretos, es posible calcular la curvatura utilizando la aproximación de diferencias centrales para una dimensión según la Ec. 1.31.

$$\frac{\partial^2 \phi_r(x_i)}{\partial x^2} = \frac{\phi_r(x_{i+1}) - 2\phi_r(x_i) + \phi_r(x_{i-1}))}{h_x^2} \quad (1.31)$$

En donde el índice de daño se obtiene como la diferencia absoluta entre la curvatura del material dañado y la del material intacto.

$$d_r(x_i) = \left| \frac{\partial^2 \phi_r^D(x_i)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \phi_r^U(x_i)}{\partial x^2} \right| \quad (1.32)$$

Es posible extender la metodología de las ecuaciones anteriores a dos dimensiones. Utilizando valores discretos para materiales bidimensionales, curvatura se puede calcular mediante la misma aproximación de diferencias centrales pero esta vez sobre un mallado. Se utiliza un esquema central de segundo orden para poder obtener los puntos internos de la malla, Ecs. 1.33 y 1.34 donde se calcula la curvatura del punto (x_i, y_i) para cada dirección de la placa según el modo de vibración r – *ésimo* utilizando los puntos de los alrededores. En los puntos ubicados en los extremos de la malla se utilizan las técnicas de *backward/foward* derivadas de Taylor para poder obtener los valores.

$$\frac{\partial^2 \phi_r(x_i, y_j)}{\partial x^2} = \frac{\phi_r(x_{i+1}, y_j) - 2\phi_r(x_i, y_j) + \phi_r(x_{i-1}, y_j))}{h_x^2} \quad (1.33)$$

$$\frac{\partial^2 \phi_r(x_i, y_j)}{\partial y^2} = \frac{\phi_r(x_i, y_{j+1}) - 2\phi_r(x_i, y_j) + \phi_r(x_i, y_{j-1}))}{h_y^2} \quad (1.34)$$

Donde $\phi_r(x_i, y_i)$ es el r -ésimo modo de vibración en el punto (x_i, y_i) y h_x y h_y son las dimensiones del mallado de la placa en los ejes x e y respectivamente, en donde se asume una partición equidistante.

Si se calcula la curvatura para una placa que presente daño y para una intacta, se puede calcular un índice de daño realizando la diferencia absoluta entre las curvaturas en x e y . La Ec. 1.35 muestra como obtener el índice de daño, $d_r(x_i, y_i)$, calculado para el modo r -ésimo en el punto (x_i, y_i) en donde el supraíndice D hace referencia a los valores correspondientes a la placa dañada mientras que U indica valores correspondientes a la placa intacta.

$$d_r(x_i, y_j) = \left(\left| \frac{\partial^2 \phi_r^D(x_i, y_j)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \phi_r^U(x_i, y_j)}{\partial x^2} \right| + \left| \frac{\partial^2 \phi_r^D(x_i, y_j)}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \phi_r^U(x_i, y_j)}{\partial y^2} \right| \right)^2 \quad (1.35)$$

Finalmente, si el estudio comprende m diferentes modos de vibración, el índice de daño total para el punto (x_i, y_i) utilizando el algoritmo de curvatura se puede calcular según

$$d(x_i, y_i) = \sum_{i=1}^m d_r(x_i, y_i) \quad (1.36)$$

1.4.2. Superficie de carga uniforme

Este algoritmo se basa en el cálculo de la curvatura de la superficie de carga uniforme, ULS por sus siglas en ingles (*Unifor Load Surface*) la cual es la primera derivada de la matriz de flexibilidad modal [18]. Esta última, se calcula para un sistema con n grados de libertad mediante la Ec. 1.37.

$$\mathbf{F} = \mathbf{\Phi} \mathbf{\Lambda}^{-1} \mathbf{\Phi}^T = \sum_r^n \frac{\phi_r \phi_r^T}{w_r^2} \quad (1.37)$$

Donde $\mathbf{\Phi}$ y $\mathbf{\Lambda}$ son los vectores propios y matriz de valores propios, ϕ_r y w_r son el r -ésimo modo de vibración y su frecuencia natural correspondiente. Como se puede observar, los modos de alta frecuencia no generan aportes muy significativos a la matriz de flexibilidad, la cual converge rápidamente con los primeros modos de vibración. Esto abre la posibilidad de aproximar con bastante precisión la matriz utilizando unos pocos modos mientras estos sean de baja frecuencia, lo cual es bastante útil teniendo en cuenta que para resultados experimentales los mejores datos corresponden a modos de baja frecuencia.

De esta manera, si se cuenta con m modos de vibración, la matriz de flexibilidad se puede aproximar según

$$\mathbf{F}_T = [f_{l,k}] = \sum_r^m \frac{\phi_r \phi_r^T}{w_r^2} \quad (1.38)$$

En donde la flexibilidad modal, $f_{k,l}$ en el punto k bajo la carga unitaria ubicada en el punto l es la sumatoria del producto de dos coeficientes modales relacionados para los m modos de vibración disponibles:

$$f_{k,l} = \sum_{r=1}^m \frac{\phi_r(k) \phi_r(l)}{w_r^2} \quad (1.39)$$

Si se tiene un sistema lineal, la deflexión modal en un punto k bajo una carga uniforme sobre toda la superficie se puede aproximar mediante

$$u(k) = \sum_{l=1}^n f_{k,l} = \sum_{r=1}^m \frac{\phi_r(k) \sum_{l=1}^n \phi_r(l)}{\omega_r^2} \quad (1.40)$$

Definiendo así la Superficie de Carga Uniforme, como el vector deflexión modal de la estructura bajo una carga uniforme.

$$U_T = u(k) = F_T \cdot L \quad (1.41)$$

Donde $L = 1, \dots, 1_{1 \times n}^T$ es el vector unitario que representa la carga unitaria actuando sobre la estructura. Se desprenden de las Ecs. 1.39 y 1.40 dos ventajas de la ULS en comparación con la flexibilidad modal. En primer lugar, como se trata de una suma de todos los coeficientes modales para el modo correspondiente es mucho menos sensible a la medición de ruido. El término $\sum_{l=1}^n \phi_r(l)$ en Ec. 1.40 se encarga de promediar el error en cada medición. En segundo lugar, la ULS converge a una solución más rápido que la flexibilidad modal. Esto también es debido a la suma de los coeficientes modales para cada modo. Dado que estos coeficientes tienden a cancelarse entre los modos más altos, los coeficientes de los modos menores contribuyen mucho más en el valor de la ULS. Esta cancelación no ocurre al calcular la flexibilidad modal. Estas dos características de la ULS, hacen que sea un método estable y sensible al momento de estudiar el daño en algún material [22].

Al igual que en el algoritmo anterior. La superficie descrita por la ULS de un material sin daño se presenta suave. Sin embargo al ocurrir un daño en el material esta genera una discontinuidad la cual afecta la forma de los modos de vibración los que varían el valor de la ULS. El algoritmo consiste en calcular la curvatura de la ULS utilizando datos experimentales utilizando diferencias centrales.

Calculando la segunda derivada para obtener la curvatura se puede definir un índice de daño comparando los valores entregados por una placa dañada y una intacta. Realizando la diferencia absoluta entre estos valores se obtiene la Ec. 1.42, en donde el supraíndice D indica los datos para la placa dañada y U los datos para la placa intacta.

$$\delta(k) = \left(\left| \frac{\partial^2 ULS^D(k)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 ULS^U(k)}{\partial x^2} \right| + \left| \frac{\partial^2 ULS^D(k)}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 ULS^U(k)}{\partial y^2} \right| \right)^2 \quad (1.42)$$

1.4.3. Método de energía de deformación

Este algoritmo se basa en el cálculo de la energía de deformación para poder definir un índice de daño. El método ha sido ampliamente estudiado y aplicado exitosamente en una gran cantidad de materiales unidimensionales. Cornwell et al. [5] extendió este método para ser utilizado en estructuras de dos dimensiones tipo placas. Este utiliza la curvatura de los modos para obtener la energía de deformación y ha mostrado ser un buen indicador del daño mostrando resultados para la detección, localización y nivel de daño.

De la energía de deformación para una estructura de dos dimensiones se puede obtener que para un modo de vibración particular la energía de deformación asociada es la presentada en la Ec. 1.43. Donde $D = Eh^3/12(1 - \nu^2)$ es la rigidez a la flexión, a y b las dimensiones de la placa.

$$U_r = \frac{D}{2} \int_0^b \int_0^a \left(\frac{\partial \phi_r}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi_r}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \left(\frac{\partial \phi_r}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial \phi_r}{\partial y^2} \right) + 2(1 - \nu) \left(\frac{\partial \phi_r}{\partial x \partial y} \right)^2 dx dy \quad (1.43)$$

Realizando un mallado, se puede obtener que para el sector jk para el r -ésimo modo la energía asociada por deformación cumple

$$U_{r,jk} = \frac{D_{jk}}{2} \int_{b_k}^{b_{k+1}} \int_{a_j}^{a_{j+1}} \left(\frac{\partial \phi_r}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi_r}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \left(\frac{\partial \phi_r}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial \phi_r}{\partial y^2} \right) + 2(1 - \nu) \left(\frac{\partial \phi_r}{\partial x \partial y} \right)^2 dx dy \quad (1.44)$$

Por lo tanto la energía total de la superficie se puede reescribir según la Ec. 1.45.

$$U_r = \sum_{j=1}^{N_x} \sum_{k=1}^{N_y} U_{r,jk} \quad (1.45)$$

En donde N_x y N_y son las divisiones totales realizadas en la malla para x e y respectivamente. Junto con esto, se puede obtener la energía fraccional para la región jk la cual queda determinada por

$$F_{r,jk} = \frac{U_{r,jk}}{U_r} \quad (1.46)$$

Si el estudio comprende m modos de vibración, entonces se puede escribir el índice de daño como

$$\beta_{jk} = \sum_{i=1}^m F_{r,jk}^D / \sum_{i=1}^m F_{r,jk} \quad (1.47)$$

1.5. Mediciones Experimentales

Si bien en esta memoria se utilizarán datos de modelos computacionales para testear los algoritmos antes presentados en diferentes escenarios de daño, estos algoritmos han sido diseñados para poder utilizarse con datos experimentales. En la actualidad existe una amplia variedad de formas de obtener las propiedades de vibración de los materiales. El avance tecnológico ha permitido determinar nuevas formas de medición de vibraciones, como por ejemplo el método DIC (*High-Speed Three-Dimensional Digital Image Correlation*), que permite obtener las propiedades de todo el material en un instante y ha mostrado muy buenos resultados en determinación de daño [8]. Sin embargo este avance en las tecnologías también ha permitido mejorar la precisión de los métodos tradicionalmente utilizados y sus dimensiones, lo que ha aumentado la confiabilidad en la precisión del daño.

Se revisarán en esta sección tres de los equipos más utilizados para registrar las mediciones de vibración de los materiales. Estas se adjuntan, debido a que mediante la utilización de los software de ingeniería asistida, es posible definir el tipo de sensor y sus parámetros de medición con los cuales se extraen las propiedades de vibración de los modelos. Por lo tanto, entender el funcionamiento de estos permite comprender como extraídos los datos de los modelos computacionales realizados.

Entre los equipos más frecuentes para poder determinar la vibración se encuentran los transductores. Estos son sensores que transforman la vibración mecánica en una señal eléctrica analógica, la cual es luego procesada y analizada. Se presentarán en este capítulo tres diferentes tipos de transductores: los sensores de proximidad, sensores sísmicos de velocidad y los acelerómetros piezoeléctricos. La velocidad destaca en utilización dada su directa relación con el esfuerzo y el desgaste del sistema. Esta puede ser medida directamente con un sensor de velocidad o se puede utilizar un acelerómetro para luego calcularla. La aceleración por otra parte entrega una señal más útil para estudiar sistemas de alta frecuencias y es la mejor alternativa para estudiar la fuerza relacionada con cada vibración.

1.5.1. Sensor de Proximidad

Un sensor de proximidad o proxímetro es un sensor que capta el desplazamiento entre un objeto y el propio sensor. Este se utiliza para mediciones de baja frecuencias, en un rango de 0-1000 Hz en sistemas rotatorios. En estos sistemas se utiliza para medir el desplazamiento radial y axial del eje con respecto al anclaje del sensor. La Fig. 1.7 muestra un proxímetro funcionando mediante la proximidad inductiva. En este, una bobina electromagnética se utiliza para detectar la distancia del objetivo. Como se puede intuir este tipo de sensor funciona solo con elementos metálicos.

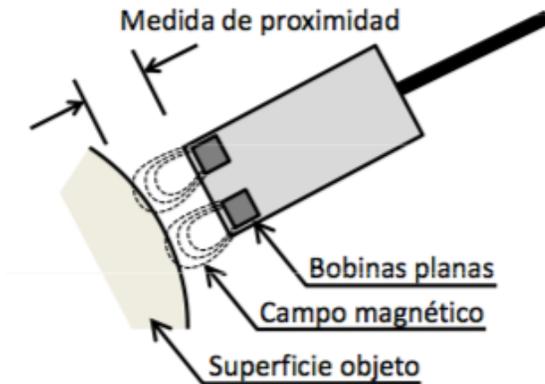


Figura 1.7: Sensor de Proximidad. [11]

1.5.2. Sensor Sísmico de Velocidad.

Estos sensores se utilizan en sistemas con altos niveles de vibración. Están compuestos por un imán permanente el cual se encuentra en el medio de una bobina de cobre. La ley de Faraday indica que el movimiento entre el imán y la bobina inducirán una tensión proporcional a la velocidad del movimiento lo cual se utiliza para registrar las vibraciones de los materiales. La ventaja de la utilización de este tipo de sensores es que se obtiene directamente la velocidad que, como se menciona anteriormente es proporcional a la severidad de vibración. Sin embargo, las dimensiones de este equipo son relativamente grandes, lo que al situarlo en los materiales afecta las propiedades físicas de estos generando variaciones en las mediciones. Es recomendable utilizar este tipo de sensores en sistemas que se encuentren entre los 10-1000 Hz. La Fig. 1.8 muestra un esquema de este tipo de sensor.

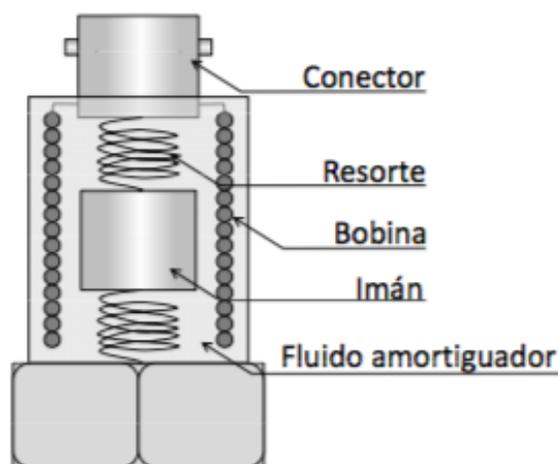


Figura 1.8: Sensor Sísmico de Velocidad. [11]

1.5.3. Acelerómetro Piezoeléctrico.

Este tipo de sensor utiliza la presión ejercida por las vibraciones sobre una placa de cristal piezoeléctrico para transformar esta tensión en aceleración. Son ideales para captar señales a altas frecuencias, trabajando en un rango entre los 10-15000 Hz, en donde hay desplazamientos muy pequeños pero esfuerzos muy grandes. Es posible combinar este tipo de sensor con un integrador lógico, obteniendo directamente la velocidad. Esto aprovecha el amplio rango de trabajo de un acelerómetro, mucho mayor que el sensor sísmico. Las partes de este sensor son ilustradas en la Fig. 1.9

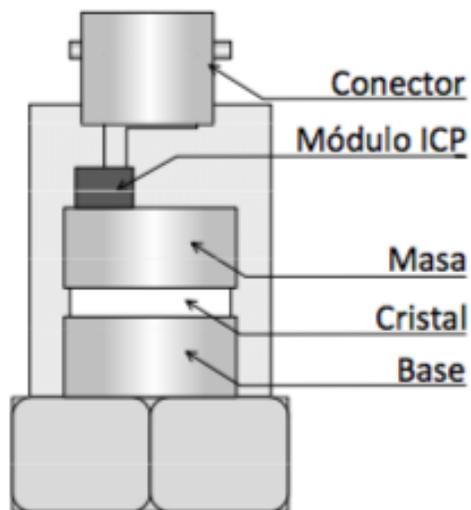


Figura 1.9: Acelerómetro Piezoeléctrico. [11]

1.6. Reducción de ruido en datos experimentales

Uno de los factores importantes a la hora de analizar datos experimentales, es el ruido. La precisión con la cual los algoritmos detectan el daño depende de que tan afectados se ven los datos por este factor. Los datos obtenidos de modelos computacionales no presentan ruido y es por esto que utilizarlos directamente no permite vislumbrar un real comportamiento de los algoritmos en casos reales. Es necesario entonces trabajar los datos computacionales para simular el ruido experimental.

Por otro lado, mejorar los datos experimentales disminuyendo el efecto del ruido es de suma importancia para poder analizar correctamente las propiedades de vibración. Típicamente se utilizan métodos de suavizado los cuales se encargan de eliminar errores aleatorios y datos fuera de la media, pero manteniendo los valores importantes. Para modelar el ruido, supóngase que se tiene una señal con ruido y la cual se descompone en \hat{y} , la señal sin ruido y ε el ruido de la señal. Se puede escribir entonces y

$$y = \hat{y} + \varepsilon \quad (1.48)$$

Aquí, ε representa una señal de ruido gaussiana con media igual a cero y varianza desconocida e \hat{y} es una función continua con más de dos derivadas continuas. Suavizar los datos experimentales, corresponde a encontrar la mejor aproximación para la función \hat{y} . La suavización de datos se lleva a cabo generalmente utilizando métodos paramétricos o no paramétricos. La regresión paramétrica requiere un conocimiento *a priori* de la función de regresión, nombre que se le da a la función que representa de manera correcta los datos. Sin embargo, es poco frecuente que todos los datos sean parametrizables con lo que la opción mas utilizada es la suavización no paramétrica. Para este caso, existen diferentes metodologías que intentan disminuir el rango de error, la más utilizada es la regresión de mínimos cuadrados penalizada. Esta técnica se basa en minimizar el valor del residuo de la suma de los cuadrados penalizando con (P) la rugosidad de los datos.

$$F(\hat{y}) = RSS + sP(\hat{y}) = \|\hat{y} - y\|^2 + sP(\hat{y}) \quad (1.49)$$

En donde $\| \cdot \|$ es la norma Euclidiana. El parámetro s es un valor real positivo que controla que tan suavizada se buscan los datos de manera directamente proporcional. Es posible expresar el ruido de los datos usando la derivada dividida de segundo orden, la cual se puede escribir como,

$$P(\hat{y}) = RSS + sP(\hat{y}) = \|D\hat{y}\|^2 \quad (1.50)$$

En donde D es una matriz diagonal definida por,

$$D_{i,i-1} = \frac{2}{h_{i-1}(h_{i-1} + h_i)}, D_{i,i} = \frac{-2}{h_{i-1}h_i}, D_{i-1,i} = \frac{2}{h_i(h_{i-1} + h_i)} \quad (1.51)$$

El sistema planteado en la Eq 1.58 se resuelve de manera mucho más sencilla que el planteado en la Eq 1.52. Este desarrollo fue planteado por García D. [6] quién además liberó una función para MATLAB, *smoothn()*, que permite suavizar datos la cual se puede revisar en su publicación.

Se adjunta en la Fig. 1.10 una muestra de la utilización de esta función. La imagen consiste en una matriz realizada con la función *"peak"* de MATLAB, a la cual se le agregó un ruido Gaussiano con media igual a cero, como se plantea en el inicio de esta demostración. También se quita un sector de los datos para probar el alcance de la función. Como se puede observar esta función permitió recuperar completamente la imagen con un error medio menor al 5% (*ver cita*).

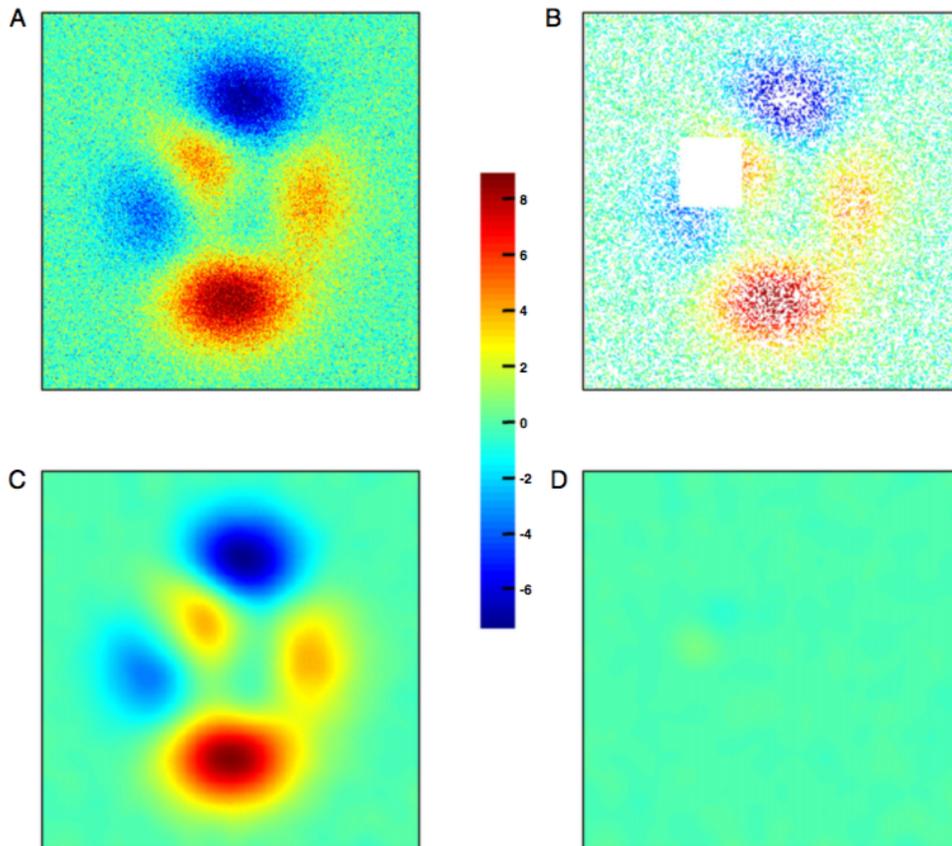


Figura 1.10: Suavizado automático de datos de dos dimensiones ruido y pérdida de datos. (A). Datos con ruido. (B). Datos con aumento de ruido y pérdida de información. (C). Datos suavizados a partir de B. (D). Error medio en el suavizado 1.52. [6]

1.7. Correlación modal

Como se revisa en la sección de algoritmos, en todos los casos es necesario tener una correlación entre los modos intactos y los modos dañados. Dentro sus diversas utilidades, el coeficiente MAC (*Modal Assurance Criterion*)[1][17], permite correlacionar dos modos distintos entregando una medida confiable de similaridad entre estos. La Ec. 1.59 muestra como se obtiene el MAC entre los modos $\phi_{d,i}$ y $\phi_{u,j}$.

$$MAC_{i,j} = \frac{(\phi_{d,i}^T \phi_{u,i})^2}{(\phi_{d,i}^T \phi_{d,i})(\phi_{u,i}^T \phi_{u,i})} \quad (1.59)$$

Si el valor del $MAC_{i,j}$ es cercano a 0, quiere decir que los dos modos no son consistentes. En otras palabras los vectores modales no están relacionados lo que implica que son ortogonales. Por el contrario si los valores son cercanos a la unidad, entonces estos dos vectores serán consistentes. Dado que el criterio puede presentar ciertos errores, generalmente se acepta que los modos i, j se encuentran correlacionados si el $MAC_{i,j} \geq 0,8$.

El coeficiente puede ser representado mediante la matriz mostrada en la Fig. 1.11 que muestra un ejemplo de correlación entre dos conjuntos de modos. Aquí la diagonal representa la correlación total entre dos modos pertenecientes uno a cada set. En la Fig. 1.12 se observa una representación 3D que permite ver de manera más clara los distintos valores del MAC.

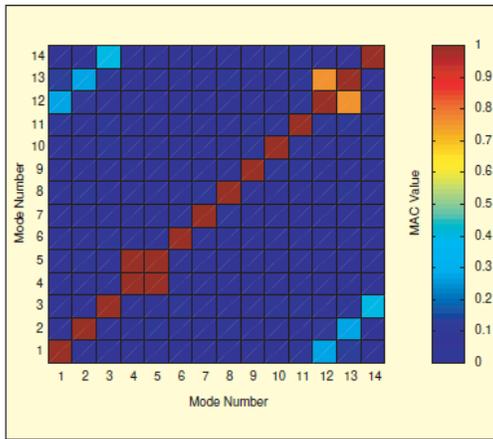


Figura 1.11: Representación 2-D de valores MAC. [1]

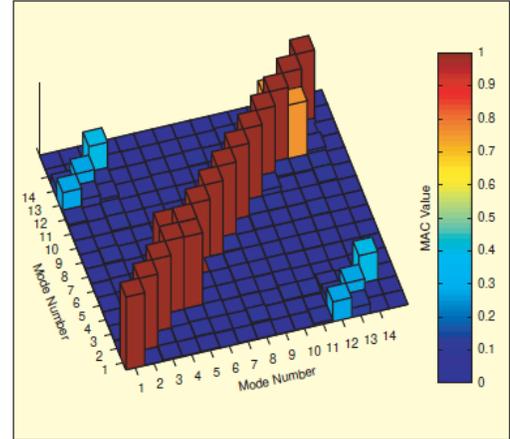


Figura 1.12: Representación 3-D de valores MAC. [1]

Capítulo 2

Metodología

Se presenta en este capítulo la metodología implementada para poder desarrollar el tema de esta memoria. Se describe la losa colaborante de muestra en la que se basan los modelos a utilizar en conjunto de los diferentes modelos diseñados. Se agrega además el desarrollo realizado para poder extraer las propiedades modales y sus valores. Finalmente se muestra el post-procesamiento de los modos para poder integrarlos en los algoritmos de detección de daño.

Para poder lograr el objetivo buscado se dividió el trabajo a realizar en siete etapas diferentes. Cada etapa de la metodología se puede observar en la Fig. 2.1, la cual servirá de guía para esta sección.

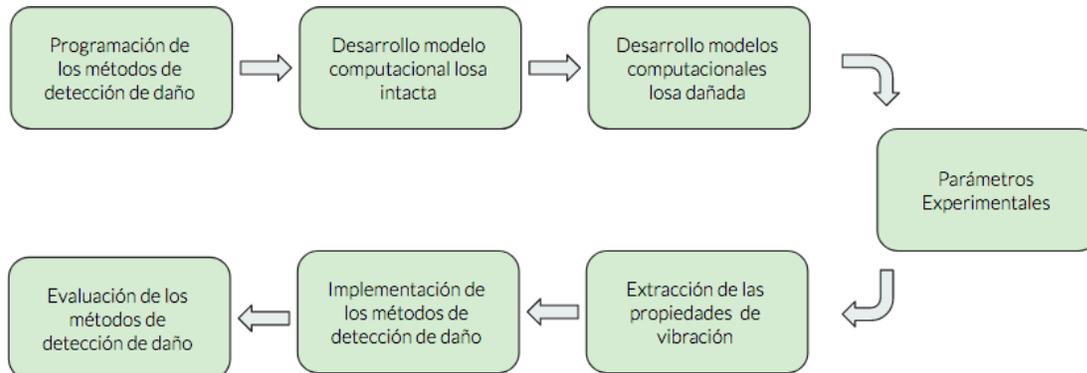


Figura 2.1: Diagrama del desarrollo de la memoria.

2.1. Muestra

Esta memoria utilizará el resultado de modelos computacionales para poder obtener resultados. Sin embargo, se busca que en trabajos futuros los modelos desarrollados puedan ser correlacionados con datos experimentales de una losa real. El diseño de la losa colaborante que servirá de modelo y posteriormente de material de pruebas experimentales se adjunta en el plano del Anexo A. Las medidas de esta se resumen en las Tablas 2.1 y 2.2. La losa está compuesta por una viga en I con un grosor de 8[mm] en el centro y 13[mm] en las aletas. La lámina de acero se eligió con un grosor de 8[mm] y el concreto consta de 17[mm] de espesor.

Tabla 2.1: Dimensiones Losa Colaborante

Dimensiones Concreto	
Largo	5.5 [m]
Ancho	1.3 [m]
Espesor	0.17 [m]
Dimensiones Lámina Acero	
Largo	5.5 [m]
Ancho	1.3 [m]
Espesor	0.008 [m]

Tabla 2.2: Propiedades materiales losa

Propiedades del Acero	
Módulo de Young	2.1E11 [Pa]
Densidad	7850 [kg/m^3]
Coef. Poisson	0.3
Concreto	
Módulo de Young	2.3875E10 [Pa]
Densidad	2400 [kg/m^3]
Coef. Poisson	0.2

El objetivo de esta memoria es evaluar el comportamiento de los algoritmos de detección de daño en una losa colaborante. En este estudio no se utilizarán datos experimentales, pero las dimensiones de los modelos computacionales serán basados en una losa real construida por la Universidad de Santiago con dimensiones según el plano adjunto en el ANEXO A. Los pasos necesarios para la fabricación de la losa se enumeran a continuación.

- **Estructura de soporte.** Primeramente es necesario calcular y montar los soportes en donde será situada la losa. Comúnmente se utilizan vigas de acero para esta función.
- **Instalación de placa de acero.** Se sitúan las láminas de acero que serán la base para construir la losa colaborante. Las placas de acero utilizadas pueden cambiar de forma pero su función principal es la misma.
- **Instalación de pernos conectores.** La siguiente etapa consiste en situar pernos en

distintas partes de la lamina de acero. Esto con el fin de que luego, al rellenar con hormigón, aseguren el contacto y den soporte entre ambos materiales.

- **Instalación de malla.** Se sitúa la malla dentro de la lámina. Este es un accesorio opcional, sin embargo es muy recomendado pues como se menciona anteriormente distribuye las cargas sobre la losa mejorando sus propiedades.
- **Vertido del concreto.** Finalmente se vierte el concreto sobre la lámina de acero terminando así la construcción de la losa.

2.1.1. Modelo de daño

Se busca en este estudio poder evaluar la efectividad y alcances de utilizar métodos de detección de daño mediante vibraciones para poder evaluar la existencia de falla en losas colaborantes. El diseño general de las losas se basa en la muestra descrita anteriormente. Para poder estudiar los algoritmos y la capacidad de estos de detectar daño, es necesario evaluarlos en distintos escenarios. Los modelos computacionales facilitan este proceso pues no es necesaria la fabricación de diferentes losas para poder cambiar las propiedades del material.

Se desarrollan seis distintos modelos computacionales para poder evaluar la capacidad de los algoritmos. Como los métodos a implementar se basan en comparar las respuestas a vibraciones entre una losa dañada y una intacta, una de las losas se modela sin daño y con las propiedades mostradas anteriormente. Los modelos con daño se clasifican en dos grupos. En el primer grupo, compuesto por dos losas, el daño se aplica en un sector en forma de delaminación variando el porcentaje de área dañada sin variar las propiedades del material mientras que en un segundo grupo, compuesto de tres losas, se mantiene el tamaño del daño pero se varían las propiedades del material en la zona de falla, lo que busca simular grietas en el concreto.

La Fig. 2.2 muestra el esquema del primer grupo de losas con daño. La Tabla 2.3 muestra el cambio en las propiedades del segundo grupo. En las siguientes secciones se hará referencia de las losas tal como se muestra en esta sección. El daño en el segundo grupo de losas se aplicará sobre un sector de ubicación y tamaño como el de la losa 1 del primer grupo. (véase Fig. 2.2)

Tabla 2.3: Porcentaje de daño y disminución de E en los modelos.

Modelo	Tamaño Daño	% Reducción Módulo Young	% de Área Dañada
Losa 1	0,232x0,5 [m]	0 %	1.6 %
Losa 2	0,092x0,3 [m]	0 %	0.38 %
Losa 3	0,232x0,5 [m]	15 %	1.6 %
Losa 4	0,232x0,5 [m]	60 %	1.6 %
Losa 5	0,232x0,5 [m]	75 %	1.6 %

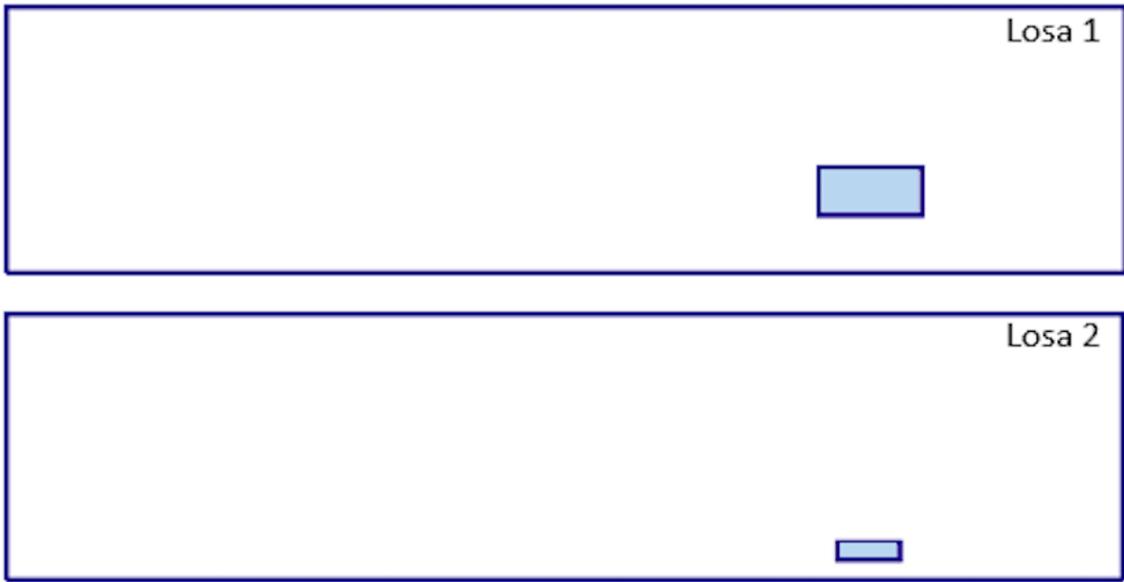


Figura 2.2: Daño en losas. La superficie en celeste indica el daño en la estructura.

2.2. Programación de métodos de detección de daño

El primer paso para poder comenzar el estudio es desarrollar los métodos de detección falla. Estos pueden ser programados en cualquier lenguaje de programación. Para esta memoria se utiliza el software computacional MATLAB para crear un código capaz de implementar estos algoritmos sobre datos extraídos tanto computacional como experimentalmente.

Gran parte del desarrollo de los algoritmos comprende el plasmar los distintos métodos documentados en la Sección 1.4 en códigos de programación que permitan ejecutarlos sobre los datos extraídos. Sin embargo, es necesario preparar los datos y ordenarlos con el fin de que puedan ser analizados por los algoritmos programados y los resultados entregados por estos sean efectivamente los resultados buscados.

En esta sección se presenta brevemente como fueron diseñados los algoritmos de detección de daño y se presenta el funcionamiento del código general que permite comparar los modos de vibración.

2.2.1. Diferencias Finitas

Como todos los algoritmos de detección de daño a utilizar en este estudio funcionan en base a la curvatura de los modos de vibración, determinarla es una de las partes importantes a desarrollar para llevarlo a cabo. Como se menciona en la Sección 1.4 y Eq. 1.30, la curvatura de los modos normales es la segunda derivada del desplazamiento. Para poder obtenerla mediante datos experimentales es necesario buscar un método que permita realizar derivadas discretas.

Se utilizó el algoritmo de diferencias finitas para poder calcular el valor de la curvatura partiendo desde los modos de vibración. Este método aproxima las derivadas utilizando los valores de la localidad cercana al punto de estudio. Para poder utilizarlo es necesario contar con una estructura de datos tipo malla. Para esto, se reordenan los valores de los modos de vibración, en matrices donde valor $a_{(i,j)}$ representa el desplazamiento en el punto (i, j) . Para calcular la derivada por elementos finitos se dividió la malla en nueve secciones diferentes. Las cuatro esquinas, los cuatro bordes sin extremos y el centro.

Las Ecs. 1.33 y 1.34, muestran el desarrollo de diferencias centrales. Estas fueron programadas para poder obtener los resultados de la segunda derivada en la zona central de la malla. Sin embargo, no es posible aplicar estas ecuaciones para los bordes con lo que es necesario utilizar otra forma de aproximación para los puntos en estos sectores. Los métodos utilizados para esos casos son el *Backward/Foward* en donde, en vez de aproximar en la vecindad de puntos, se aproxima utilizando solo los puntos siguientes o anteriores. La Fig. 2.3 muestra un ejemplo de las vecindades que se utilizan para poder calcular la derivada en la malla.

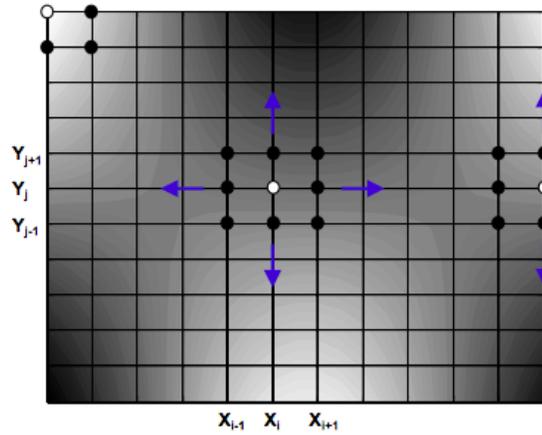


Figura 2.3: Ejemplo de vecindad utilizada para calcular las derivadas por diferencias finitas. [21]

2.2.2. Algoritmos

Una vez calculada la curvatura, se programan los tres métodos antes revisados en la Sección 1.4 para dos dimensiones, utilizando las ecuaciones presentadas. En el desarrollo de estos, se fueron realizando pruebas para poder evaluar el funcionamiento utilizando un modelo en elementos finitos para un material *honeycomb* desarrollado por V. Del Fierro y V. Meruane [10].

Para el desarrollo de esta investigación los inputs a estos métodos serán obtenidos mediante modelos computacionales los cuales se desarrollaron utilizando ANSYS y FEMTools. El desarrollo y obtención de los datos de entrada se describe en la sección siguiente. Es posible revisar los algoritmos en la sección Anexos B, C, D y E.

2.3. Desarrollo Modelos Computacionales

Como se menciona, los algoritmos a implementar funcionan mediante la comparación entre los datos de material dañado y material intacto. Para poder extraer los datos en este estudio se desarrollaron diferentes modelos computacionales en los cuales es posible simular la respuesta a excitaciones de una losa real. Se muestra en esta sección el procedimiento para poder obtener los diferentes modelos utilizados.

2.3.1. Diseño y Propiedades

Para desarrollar el modelo tanto de la losa intacta como de las dañadas, se utiliza como base la losa colaborante mencionada en la Sección 2.1. Esto con el fin de que en futuros trabajos se pueda utilizar la losa real para realizar una correlación entre un estudio experimental y este trabajo numérico.

Para el modelo computacional se utilizaron los programas ANSYS y FEMtools. ANSYS permite crear un modelo 3D del material a estudiar, editando propiedades y dimensiones. Es posible además realizar el estudio de elementos finitos una vez realizado el modelo sin embargo la visualización de los resultados no es la más favorable para el estudio que se busca realizar. Por esta razón se utiliza FEMTools que entrega un análisis mucho más completo e intuitivo de las propiedades modales.

Al realizar un modelo de algún material, cualquiera sea este, un factor importante a tener en cuenta es que no solo las propiedades deben coincidir entre el modelo y el material real sino también la geometría de este. Muchas geometrías pueden ser complejas de modelar mediante software con lo que utilizar simplificaciones de esta tiende a parecer una opción bastante atractiva. Sin embargo, el uso de simplificaciones de forma puede hacer variar las propiedades de los materiales dado que muchas de estas dependen de como se reparte la masa en el espacio.

La geometría usual de las láminas de acero y la cara de la losa de concreto que se encuentra en contacto con estas, presenta un problema para los programas de análisis de ingeniería debido a la gran cantidad de elementos de área que agrega al realizar el modelo. Buscar una simplificación del perfil de la losa colaborante puede facilitar el diseño y además permitir un mejor funcionamiento de los software de análisis mecánico.

Para que el modelo continúe siendo valido después del cambio de geometría, es necesario utilizar el concepto de área equivalente. Un área equivalente es un área para la cual al cargar el material con una carga establecida, el esfuerzo sobre esa área es el mismo que para área original. Esto asegura que el área simplificada tenga las mismas propiedades que la original y se basa en la conservación del término EI . El modelo de la losa colaborante se simplificó según la Fig. 2.4.

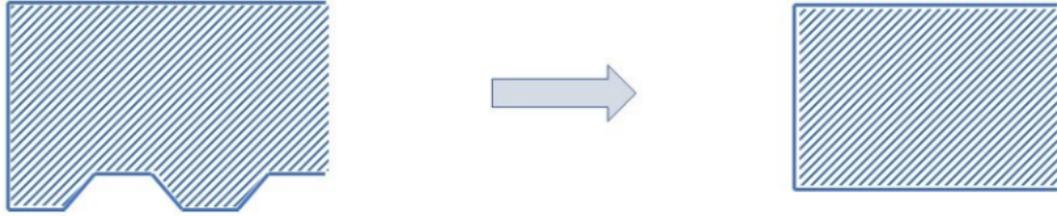


Figura 2.4: Simplificación perfil de losa.

Para determinar las dimensiones de la nueva geometría se busca el área garantice la igualdad de la Ec. 2.1

$$E_1 I_1 = E_2 I_2 \quad (2.1)$$

Dado que el modulo de Young utilizado es el mismo, se puede simplificar la ecuación anterior quedando una igualdad de las inercias.

$$I_1 = I_2 \quad \Rightarrow \quad \int_{A_1} y^2 da = \int_{A_2} y^2 da \quad (2.2)$$

Calculando la integral para el caso real y manteniendo el largo de la losa original se puede despejar la altura que debe tener el perfil del modelo simplificado. Realizando el calculo para las propiedades de la losa mostrada en la Sección 2.1 se obtiene una altura del concreto de 0.16 [m].

Con todas las dimensiones determinadas se puede modelar la losa utilizando la sección *model* de ANSYS, en la que se diseña la losa utilizando coordenadas cartesianas. Para esto se sitúan todos los puntos del modelo y luego se crean los elementos de área y de volumen. La viga y la placa de acero se modelan simplemente como áreas que luego se modelan como Shell, mientras que el concreto se modela como un volumen utilizando el elemento Solid.

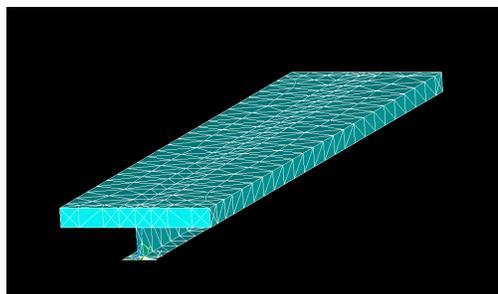
Para poder estudiar el alcance de los métodos de detección de daño, las propiedades físicas de los modelos serán las mencionadas en la sección 2.1. La delaminación se simula despegando el volumen de concreto del acero en el lugar de la falla mientras que se disminuye el Módulo de Young del concreto para poder simular grietas en el.

2.3.2. Mallado

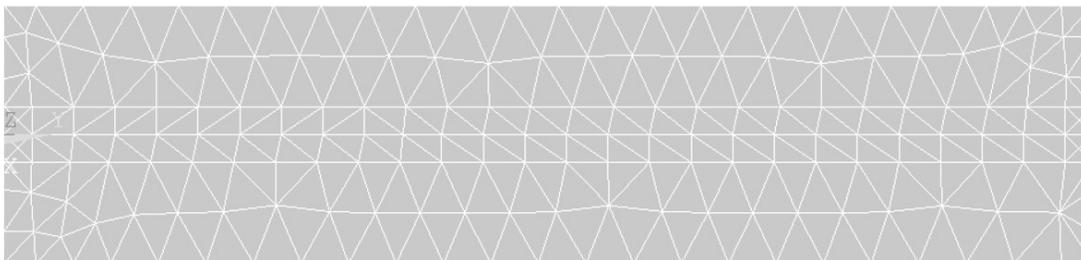
En el desarrollo de modelos de elementos finitos, uno de los tópicos de mayor importancia para poder obtener buenos resultados es el mallado. El cálculo realizado utilizando este método se obtienen dividiendo las estructuras en pequeños elementos para los cuales se realiza una aproximación de las propiedades de interés. Esto implica, que una buena selección de estos elementos ayudará a obtener una buena aproximación de los resultados. Por esta razón, al desarrollar los modelos de las losas colaborantes a estudiar se buscó realizar una malla que fuese lo más uniforme posible, ya sea en geometría como en orientación. Con este objetivo en mente, se seleccionó el tipo de elemento a utilizar comparando entre tetraedros y bloques rectangulares.

El mallado se desarrolló utilizando el ambiente *meshing* de ANSYS en el cual se comienza seleccionando las propiedades y secciones para cada material. Luego se elige el tamaño máximo de los elementos. En este punto es importante escoger un tamaño óptimo, un tamaño muy grande implica pocos elementos y por ende una gran aproximación entre las propiedades para cada elemento, por el contrario tamaños muy pequeños sobreexigen al modelo sin obtener muchas mejoras en los resultados y en algunos casos, los resultados pueden no converger.

El tamaño de elemento escogido para las losas es de 0.01 m tanto para la malla tetraédrica como hexagonal. Luego se realiza el mallado comenzando con las áreas de acero y terminando con el volumen de concreto. Las Figs.2.5 y 2.6 muestran el resultado para estas dos mallas distintas aplicadas sobre la losa sin daño.

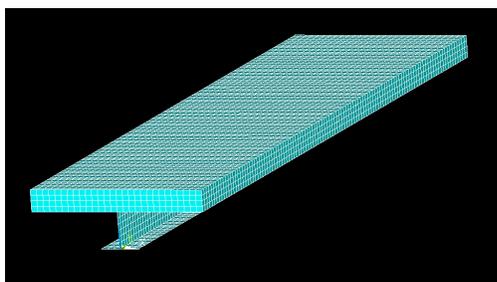


(a) Vista 3D

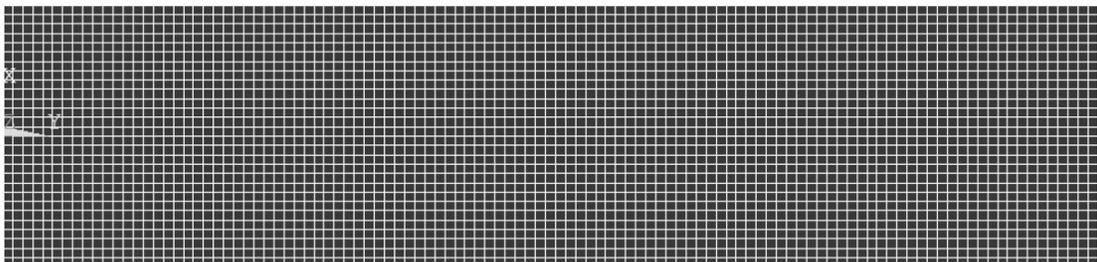


(b) Vista superior malla en hormigón.

Figura 2.5: Malla Tetraédrica.



(a) Vista 3D



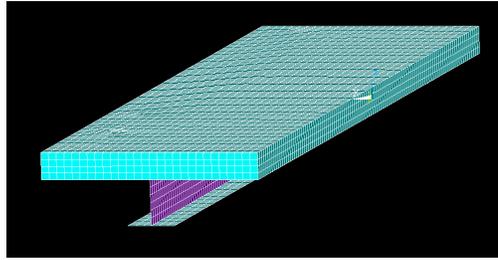
(b) Vista superior malla en hormigón.

Figura 2.6: Malla Hexagonal.

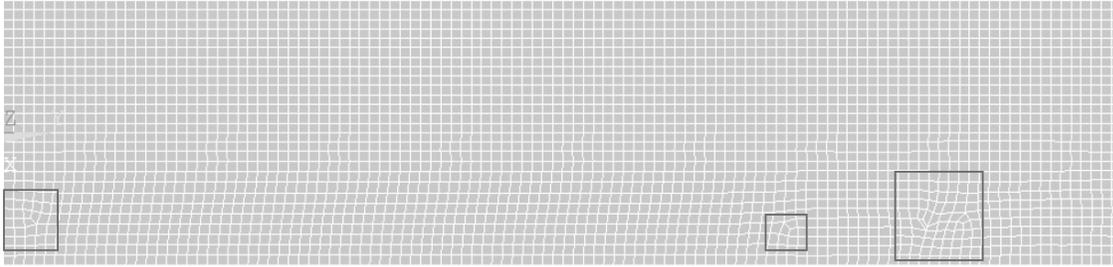
Dada que la geometría de la losa intacta es bastante uniforme, obtener una malla también uniforme no es muy complejo. Sin embargo, como se puede observar en las figuras anteriores, los elementos en tetraedro tienden a diferir en tamaño sobre el concreto y generando una malla desordenada. Por otro lado, al utilizar una malla hexagonal, se logra un tamaño único sobre el hormigón. Como en el desarrollo experimental solo se busca situar los sensores sobre el concreto, es importante que sobre esta superficie los elementos se encuentren lo más ordenados posible, lo que hace a la malla hexagonal mucho más apropiada a este caso. Además, esta malla concuerda de mejor manera con la malla experimental de sensores lo que en un futuro estudio simplificaría la correlación entre los resultados experimentales y los resultados numéricos.

El caso de las muestras con daño es un poco más complejo. El daño sobre una superficie genera una discontinuidad en el material y en los modelos por lo que la malla tiende a desordenarse en los alrededores de la falla. Sumado a esto, el cambio drástico en las propiedades puede afectar en la aproximación realizada por los elementos finitos. Es por esta razón que se debe tener especial cuidado al realizar el mallado en las superficies que presentan la falla.

El desarrollo del mallado en estos casos se realizó tomando en cuenta estas consideraciones. Al igual que en el caso anterior se malla primero las áreas de acero pues estas no presentan diferencias. Sin embargo, al mallar el volumen de concreto, este no se toma como un único cuerpo sólido sino que se malla primero el sector dañado, pues es un volumen acotado en el cual las propiedades son las mismas y resto del volumen se malla de manera posterior. En la Fig. 2.7 se puede ver el resultado del mallado utilizando hexaedros.



(a) Vista 3D



(b) Vista superior malla en hormigón.

Figura 2.7: Malla hexagonal losa dañada.

Como se puede observar, al igual que en el caso de la muestra sin daño, la geometría hexagonal entrega una malla mucho más uniforme en tamaño y en orientación, siendo además más similar a la malla experimental escogida. En la Fig. 2.7b son indicados los sectores con distorsiones para la malla hexagonal.

Se utiliza entonces, malla de tipo hexagonal tanto para el caso intacto, en donde la malla es perfectamente uniforme, como para el caso que presenta daño. En este último se pueden observar distorsiones en la malla, sin embargo, estas son pequeñas y no afectan el cálculo de resultados.

2.4. Parámetros Experimentales

Determinar las condiciones en las que serán obtenidos los datos es parte importante en el desarrollo tanto de los modelos computacionales como en los modelos experimentales, sobre todo si se busca facilitar posteriores unificaciones entre ambos. En esta sección se resumen los parámetros a fijar para poder realizar la toma de datos, se revisarán las condiciones de borde del modelo desarrollado, el posicionamiento de sensores y finalmente el desarrollo de la malla experimental.

2.4.1. Condiciones de Borde

Idealmente para realizar los estudios de vibración se busca que los materiales se encuentren sin restricciones en el espacio. Fijarlos implica un cambio en el sistema a estudiar por lo que los resultados no serán del todo correspondientes al material. Lograr esta condición en la práctica es complejo y se hace necesario buscar otras formas de realizar la experimentación sin que la toma de datos se vea muy afectada.

En el caso de las losas colaborantes, las dimensiones de estas, hacen difícil su manipulación. Su fijación para el estudio debe ser lo suficientemente firme como para soportar la losa completa pero además debe ejercer poca influencia en la respuesta en vibración. Debido al elevado peso de la estructura, apoyar la viga de soporte sobre el piso genera una restricción completa sobre toda la losa lo que cambia drásticamente los desplazamientos en las vibraciones.

Considerando lo mencionado anteriormente se propuso sostener la viga mediante dos apoyos simples en los extremos de esta. Estos permiten rotación en todas las direcciones pero limitan el desplazamiento. Esta configuración es posible realizarla tanto computacional como experimentalmente, lo que facilitará futuras correlaciones entre los modelos.

Para agregar esta restricción a los modelos, se utiliza el ambiente *Solution >Define loads* de ANSYS, en donde se agrega la restricción de desplazamiento para cada uno de los ejes en los puntos deseados. En este caso, se restringen los desplazamientos sobre las líneas inferiores de los extremos de la viga cuyo resultado se muestra en la Fig. 2.8.

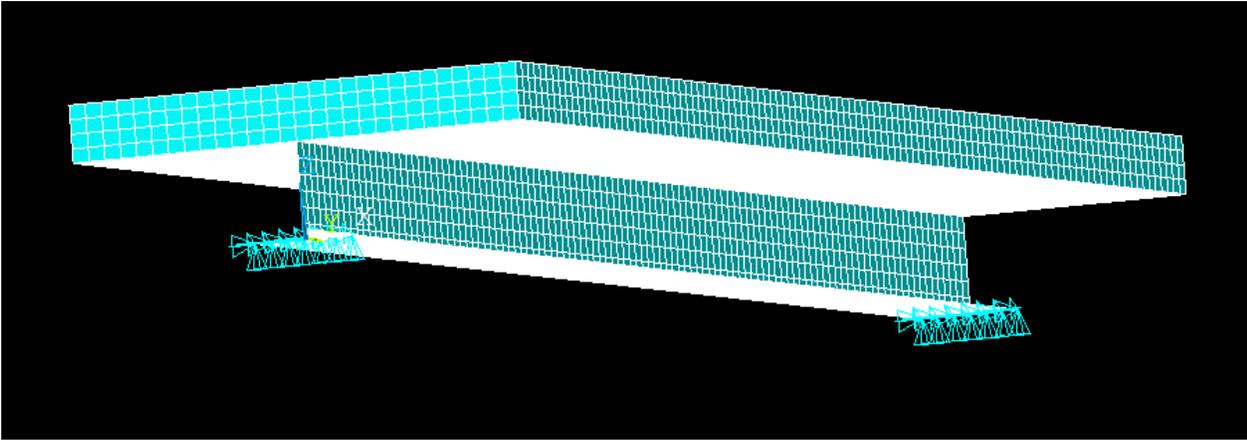


Figura 2.8: Restricción de desplazamiento en viga de soporte.

2.4.2. Sensores

La obtención de modos de vibración se realiza mediante el análisis de la respuesta en frecuencia a excitaciones sobre el material. Para poder registrar la respuesta es necesario situar sensores, como los descritos en la Sección 1.5, sobre la superficie a estudiar, los cuales registren desplazamiento, velocidad o aceleración provocada en respuesta a la excitación.

La posición de cada uno de los sensores a utilizar no se realiza de manera arbitraria. La cantidad de modos posibles a detectar en el material dependen en gran parte de la ubicación de estos. Es necesario conocer los puntos de máximo y mínimo desplazamiento para poder determinar la ubicación su ubicación óptima.

Una vez terminados los modelos, es posible importarlos al software FEMTools, el cual es un programa CAE (*Computer-aided Engineering*), el cual permite simular estudios de vibraciones. Para poder determinar la cantidad y posición de los sensores primero se extraen los modos de vibración del material utilizando el mallado realizado en elementos finitos. Estos modos son calculados sobre la superficie completa de la losa.

Para este estudio se utilizaran los primeros 15 modos de vibración. Estos se extraen en todos los modelos diseñados. Una vez obtenidos los modos se puede calcular el desplazamiento máximo promedio el cual indica que tanto se desplaza cada nodo de la malla teniendo en consideración todos los modos de vibración. La Fig. 2.9 muestra el resultado para la placa intacta.

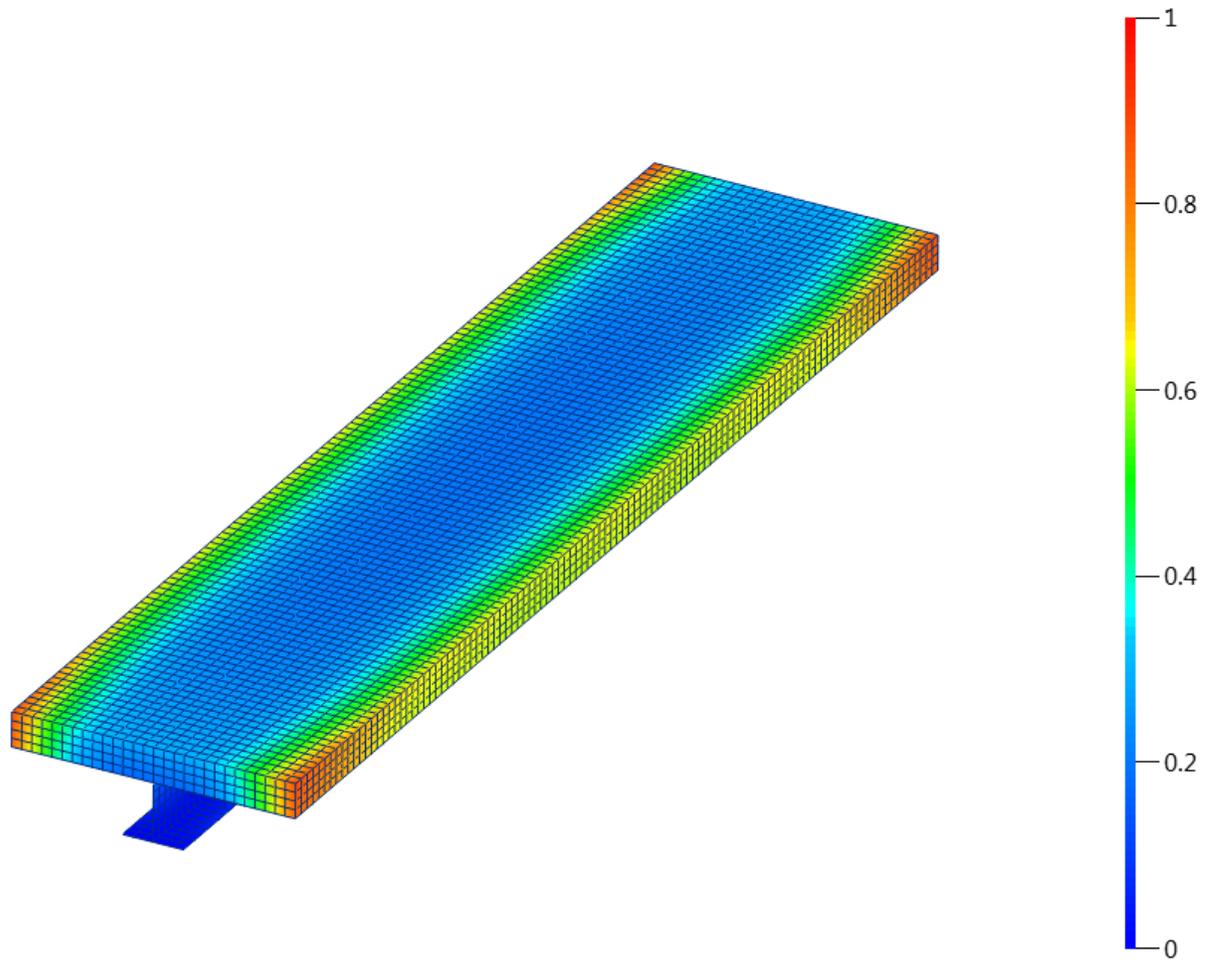


Figura 2.9: Desplazamiento modal normalizado losa sin daño.

Como se puede observar, los bordes del concreto son los que se ven más afectados con las vibraciones teniendo un desplazamiento máximo en las esquinas de la losa. Es recomendable situar los sensores sobre los sectores de la placa que tienen mayor cantidad de desplazamiento en los modos. Esto puesto que son mayormente excitados con cada modo permitiendo registrar datos de mejor calidad y además determinar de mejor manera los diferentes modos. Al contrario, la fuerza o excitación es recomendable realizarla en los sectores con menores desplazamientos pues es más sencillo modelar el impulso.

2.4.3. Posicionamiento de Sensores

Si bien con la malla realizada en elementos finitos es posible obtener los modos de vibración con bastante detalle, al realizar pruebas experimentales, tomar datos para una malla con una cantidad de nodos tan elevada llevaría mucho tiempo y las mejoras con respecto a una malla más sencilla no son tan importantes. Diseñar una malla que permita obtener la mayor cantidad de información utilizando el mínimo de nodos es parte del trabajo necesario a la

hora de preparar la configuración experimental.

Dado que en este estudio se busca modelar de la manera más fidedigna posible la toma de datos experimentales, se hace necesario tomar los datos simulando que estos fueran realizados mediante una malla con sensores reales. Esto, además de permitir tener el comportamiento de los algoritmos de daños en un escenario muy similar al real, permite que en un futuro estudio la correlación sea más sencilla.

Para poder discriminar cuales deben ser las dimensiones de la malla y donde se deben ubicar sus nodos, se utiliza el MAC, mencionado en la sección 1.7, en conjunto con el resultado del análisis de desplazamiento máximo promedio. Dadas las dimensiones de la placa y los resultados para los sectores donde se encuentra el desplazamiento máximo, se diseña una malla de 72 nodos, 12 en el eje y y 6 en el eje x . Estos se sitúan de manera equidistante sobre la superficie del concreto. Los sensores medirán solo en una dirección que en este caso será el sentido positivo del eje z .

La Fig. 2.10 muestra los sensores posicionados sobre el modelo de la losa intacta. Como se puede observar esta malla sitúa una gran cantidad de sensores en los sectores con gran desplazamiento pero además incluye algunos en los sectores con menos desplazamiento lo que permite discriminar entre un modo y otro. Se puede ver también en la Fig. 2.11 el resultado de comparar los modos de vibración utilizando la malla del modelo en elementos finitos y la malla experimental. Se puede ver que de los 15 modos extraídos, es posible discriminar correctamente nueve modos. Es importante mencionar que los modos que no se logran reconocer completamente involucran movimiento en la viga de soporte desplazamiento que no será medido para este estudio.

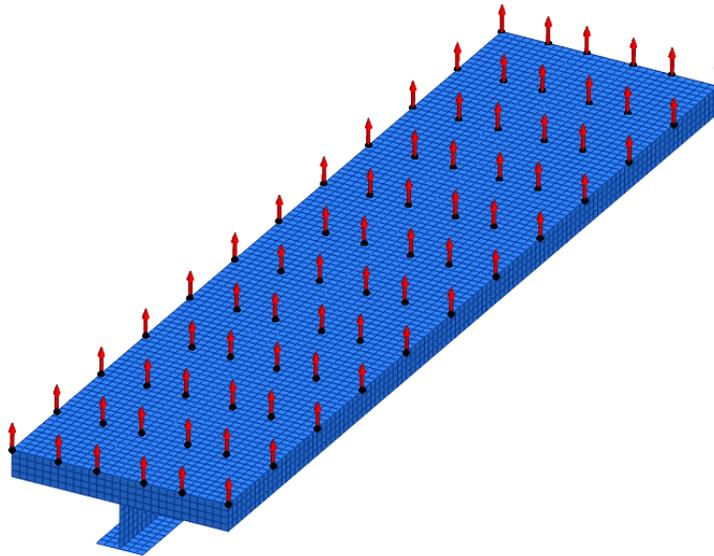
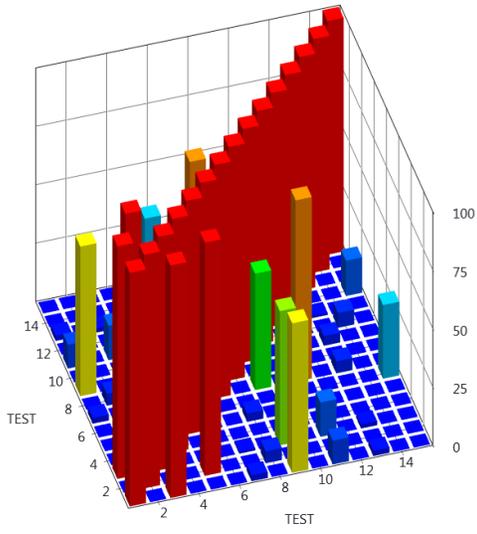
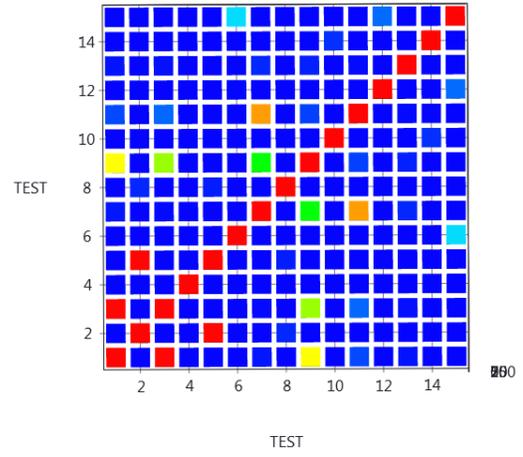


Figura 2.10: Posición de sensores losa intacta.



(a) Vista 3D MAC



(b) Vista superior MAC.

Figura 2.11: MAC entre modos obtenidos por elementos finitos y sensores en malla.

2.5. Extracción de modos de vibración

Con la utilización de FEMTools, se puede obtener el resultado del desplazamiento para cada uno de los modos tanto en la malla desarrollada para el modelo computacional como para la experimental. Los valores de estos desplazamientos para los 15 modos de vibración a estudiar son exportados en un archivo en formato *.unv*, el cual puede ser importado a MATLAB y del mismo modo que si fuesen datos experimentales tomados con sensores reales se pueden utilizar como input para los algoritmos antes programados.

A continuación, se presentan los modos de vibración obtenidos al leer sobre la malla para la losa intacta en primer lugar y luego para las losas con los distintos grados de daño. Se puede observar la diferencia en la frecuencia natural de cada modo, lo que indica la presencia de daño. Es importante volver a recalcar que la fijación de los apoyos simples en los extremos afecta la medición de los diferentes modos de vibración, sin embargo, este no afecta a la detección de daño pues es una anomalía en los modos se exhibirá tanto en las losas con daño como en la intacta no así las fallas.

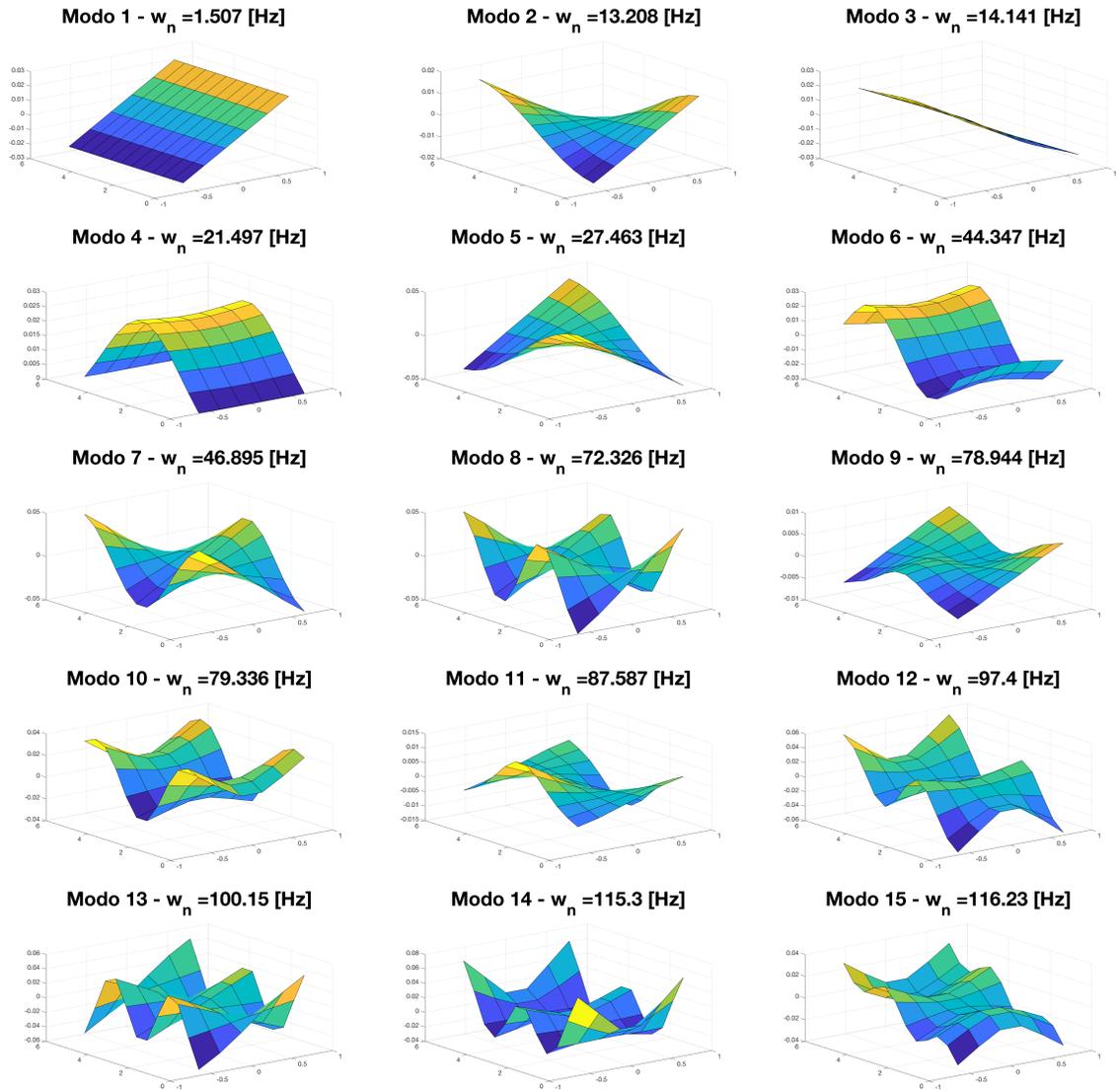


Figura 2.12: Modos de Vibración y sus Frecuencias para la Losa Intacta.

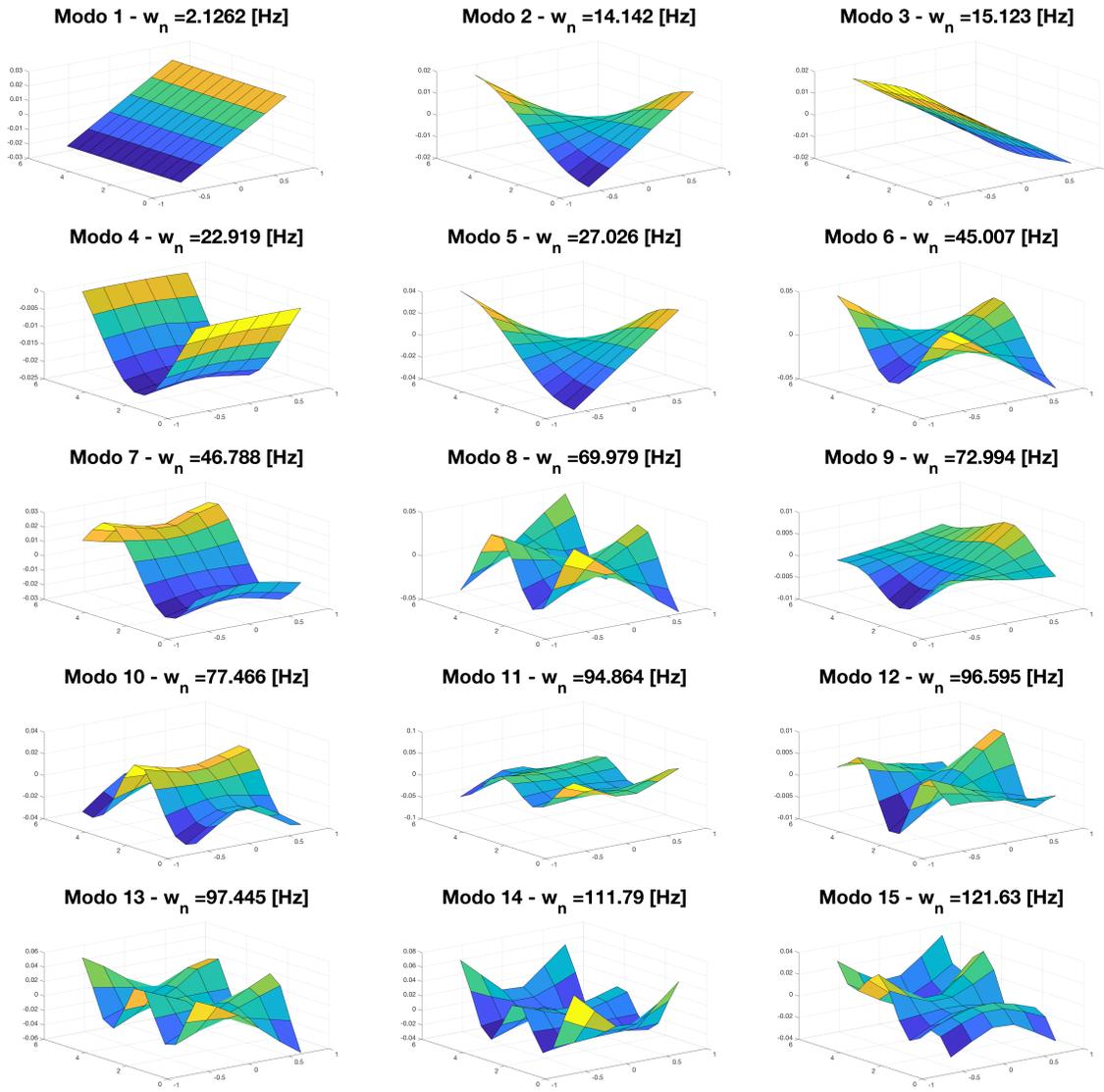


Figura 2.13: Modos de Vibración y sus Frecuencias para la Losa 1.

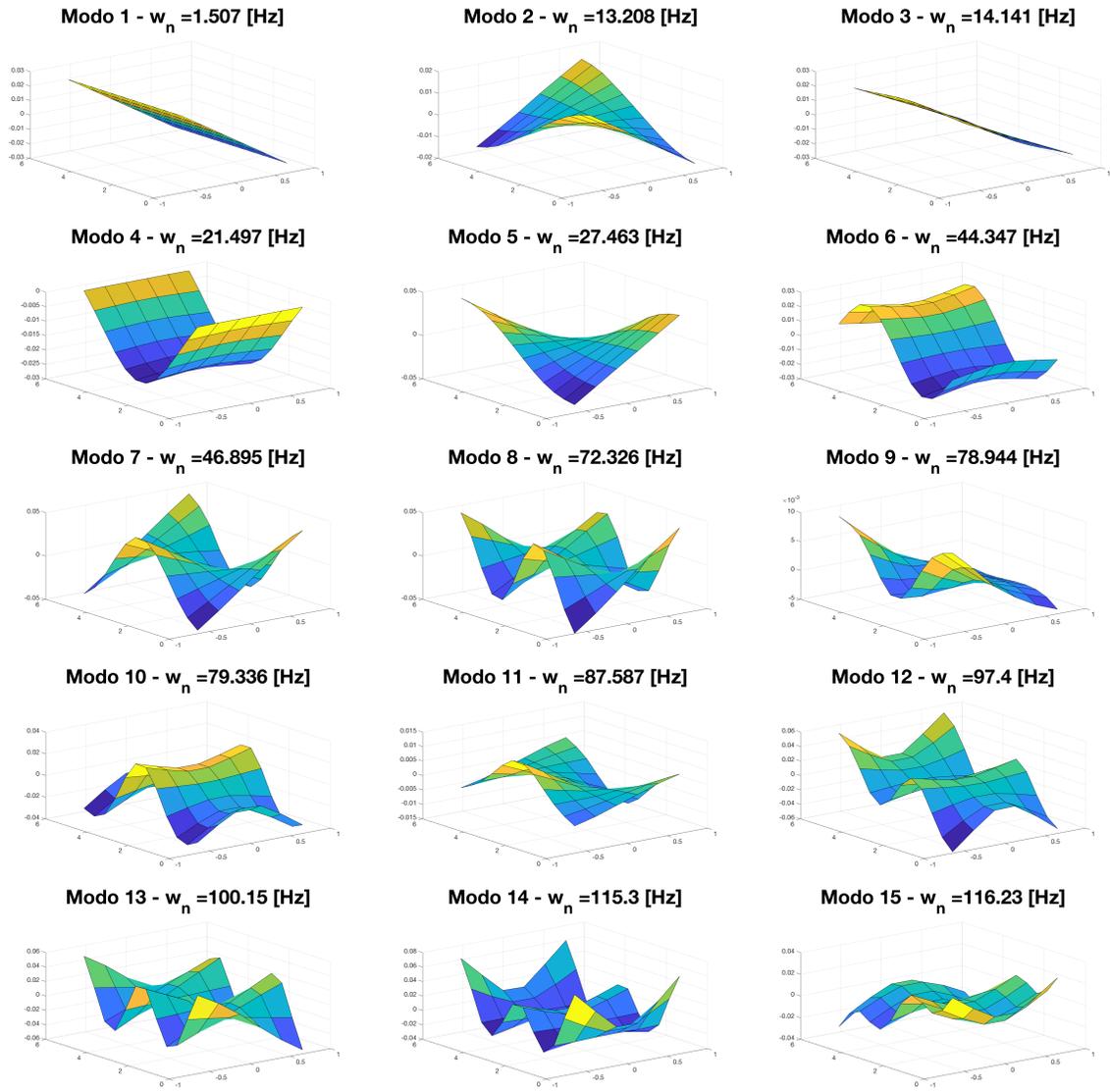


Figura 2.14: Modos de Vibración y sus Frecuencias para la Losa 2.

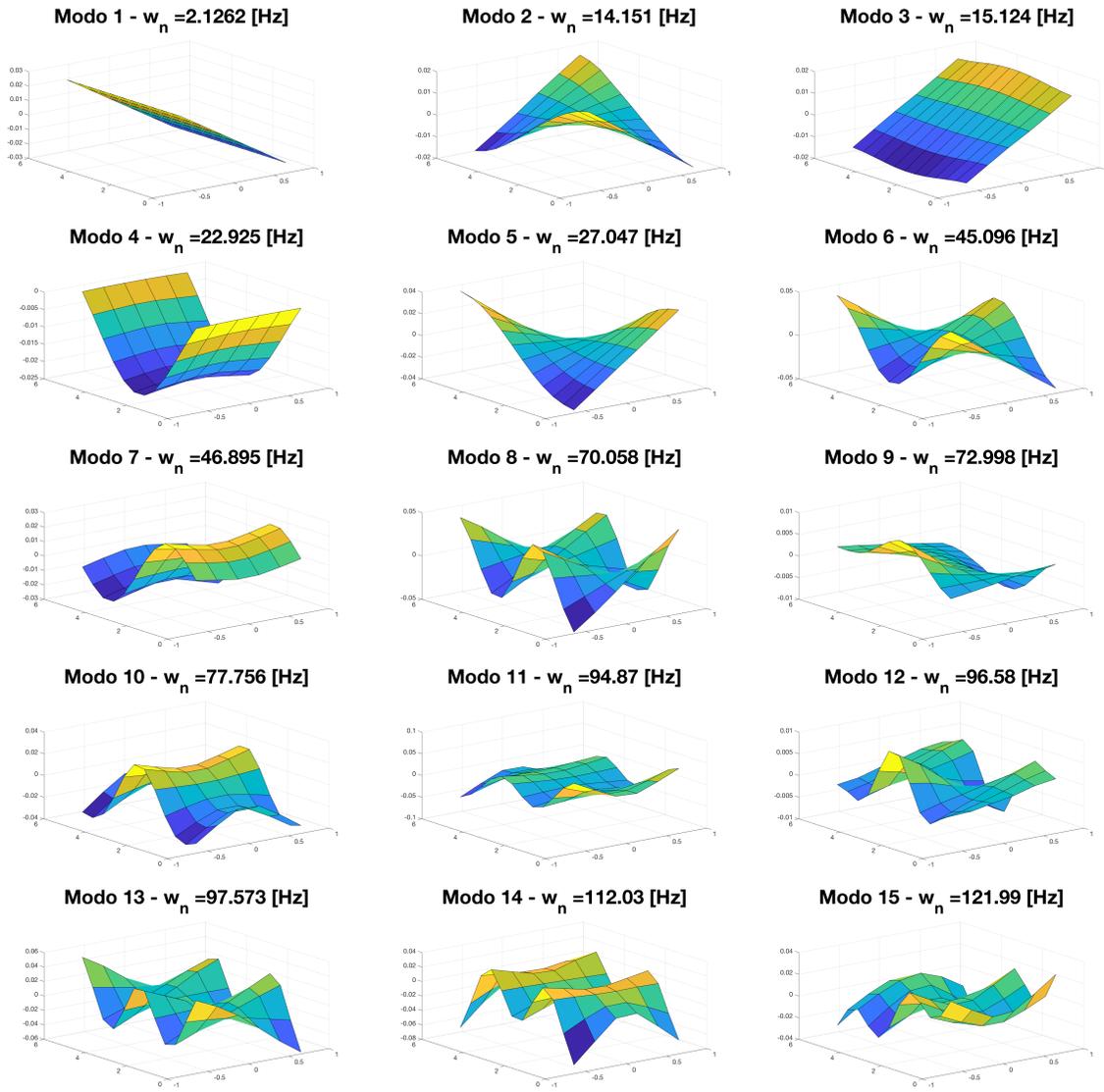


Figura 2.15: Modos de Vibración y sus Frecuencias para la Losa 3.

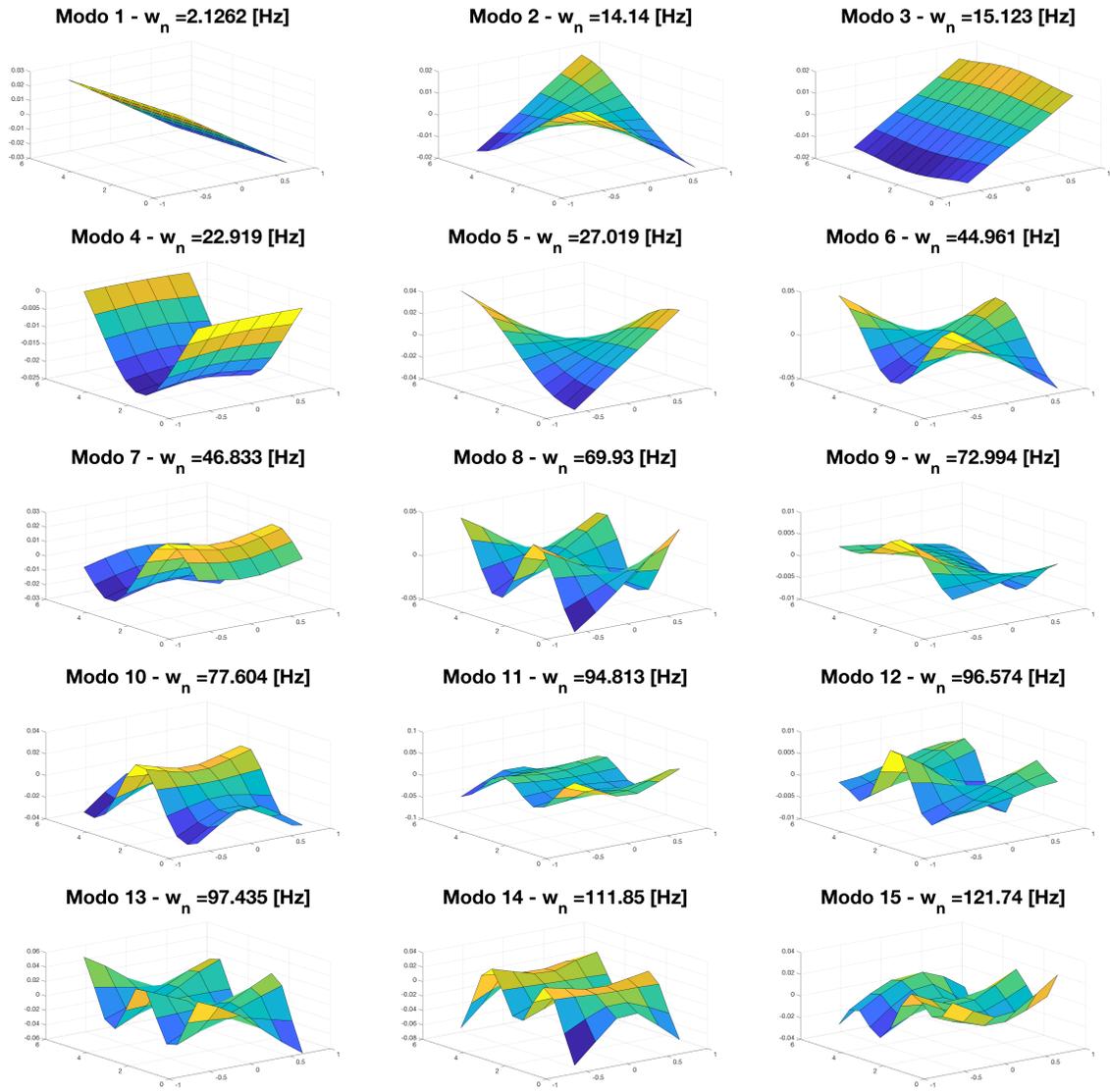


Figura 2.16: Modos de Vibración y sus Frecuencias para la Losa 4.

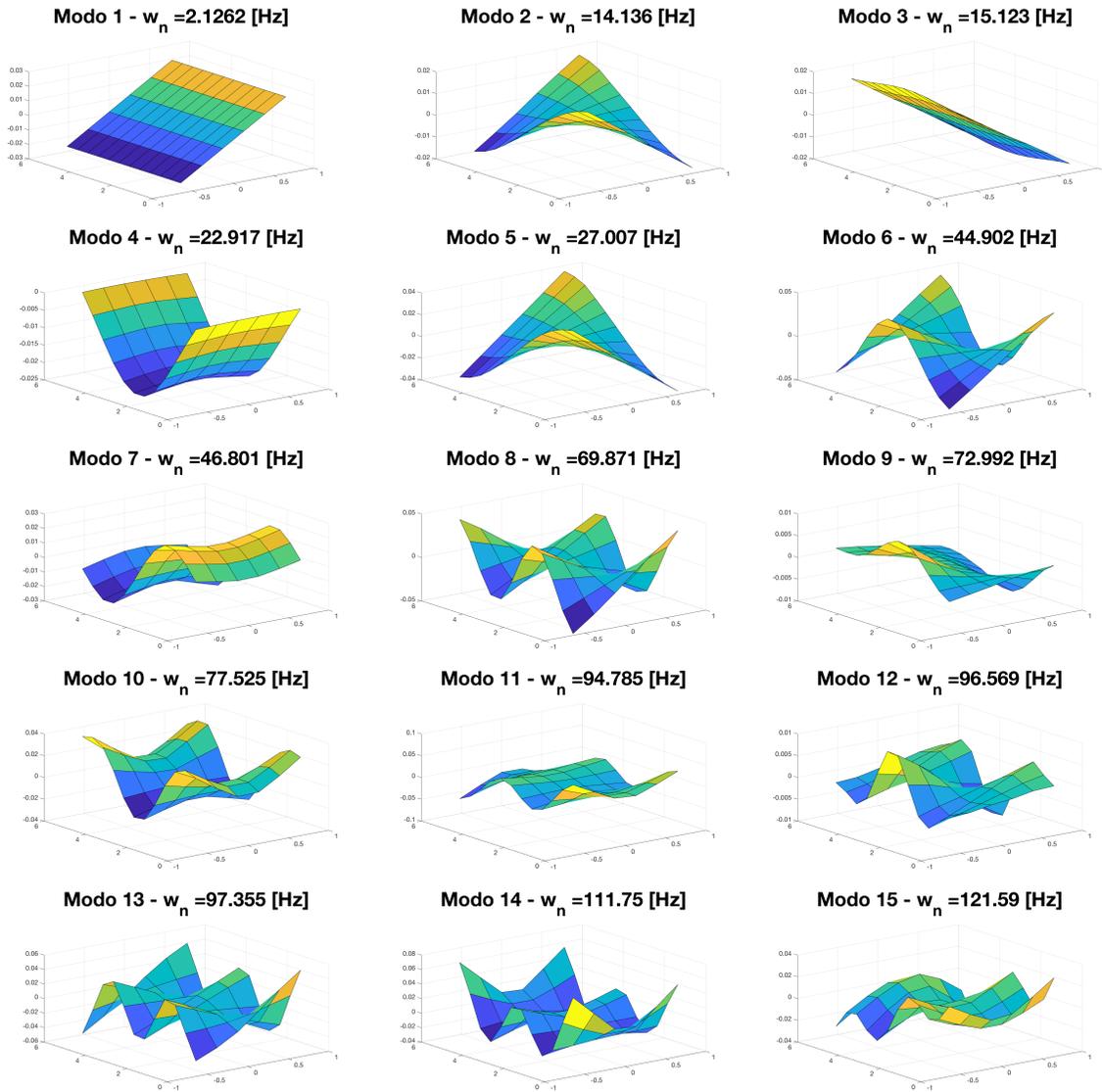


Figura 2.17: Modos de Vibración y sus Frecuencias para la Losa 5.

Capítulo 3

Resultados y Análisis

3.1. Correlación Modal

Es necesario realizar un post-procesamiento de los datos con el fin de que los algoritmos funcionen de la manera correcta. Uno de los primeros requisitos, es que los modos sean entregados en una matriz donde cada valor (i, j) corresponda al valor de desplazamiento para un modo m el nodo (i, j) de la grilla. Esta matriz debe ser equidistante para todos los puntos y dado que la toma de datos se realiza sobre los nodos de la malla de elementos finitos la cual, como se revisó en la sección 2.3.2, posee distorsiones generadas por los daños. Para poder obtener los valores correctos, se realiza una aproximación cúbica entre los valores más cercanos.

Al ser algoritmos que utilizan la comparación entre dos sets de modos de vibración, en este caso de la losa intacta y la dañada, es necesario poder ordenarlos de tal manera que se correspondan. Se utiliza la función MAC para lograr este objetivo. El MAC compara todos los modos de ambos sets y entregando un valor entre $[0-1]$, donde 0 corresponde a nula correlación y 1 máxima correlación. Luego se realiza un reordenamiento de los sets dependiendo del valor de MAC obtenido. Una vez ordenados, se utiliza la función MSF (*Modal Scale Factor*) para poder escalarlos y orientarlos con el fin de que la comparación sea precisa.

Para poder utilizar los algoritmos de detección de daño, es necesario contar con un set de modos de vibración del material intacto y un set correspondiente de modos del material con daño. Ambos conjuntos deben poseer los mismos modos, estar ordenados y escalados para que la comparación sea correcta. Para esto se realiza la correlación modal, en donde utilizando el MAC, se comparan los modos de vibración y se ordenan dependiendo de que tan similares son entre sí. La comparación se realiza entre la losa intacta y cada una de las losas dañadas obteniendo así seis resultados distintos para la matriz del MAC. Las Fig. 3.1 - 3.5 muestran los resultados para cada una de las placas.



Figura 3.1: MAC Losa Intacta - Losa 1.

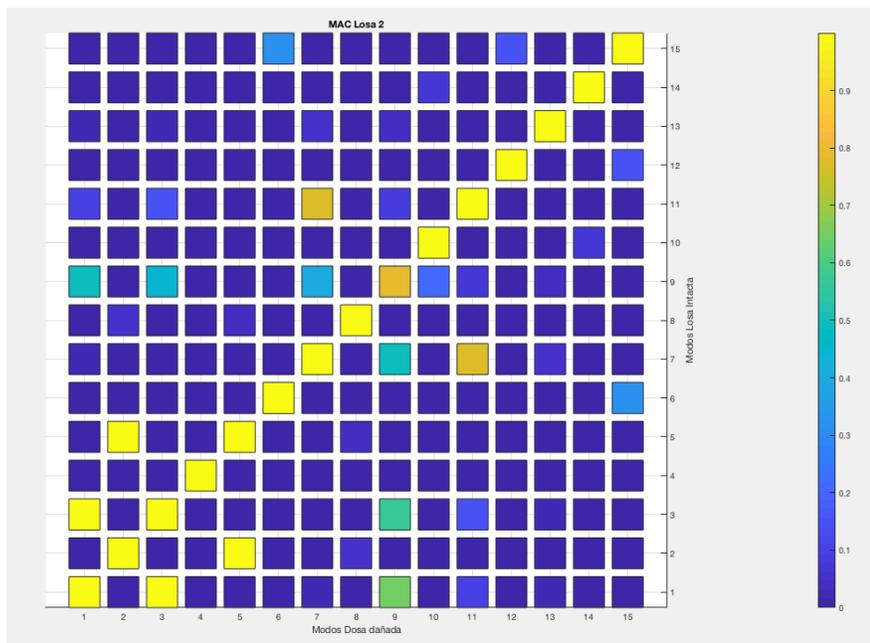


Figura 3.2: MAC Losa Intacta - Losa 2.

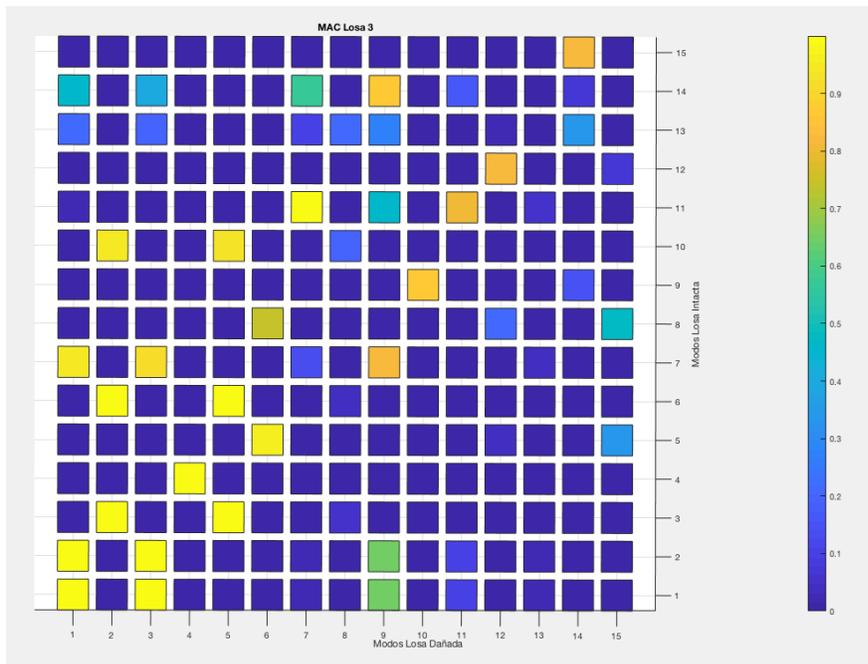


Figura 3.3: MAC Losa Intacta - Losa 4.

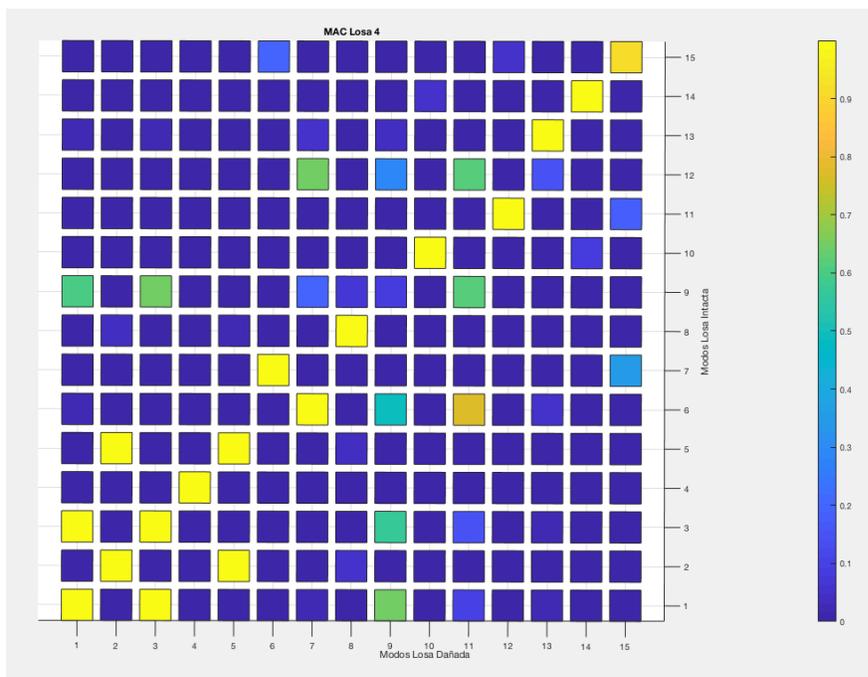


Figura 3.4: MAC Losa Intacta - Losa 5.

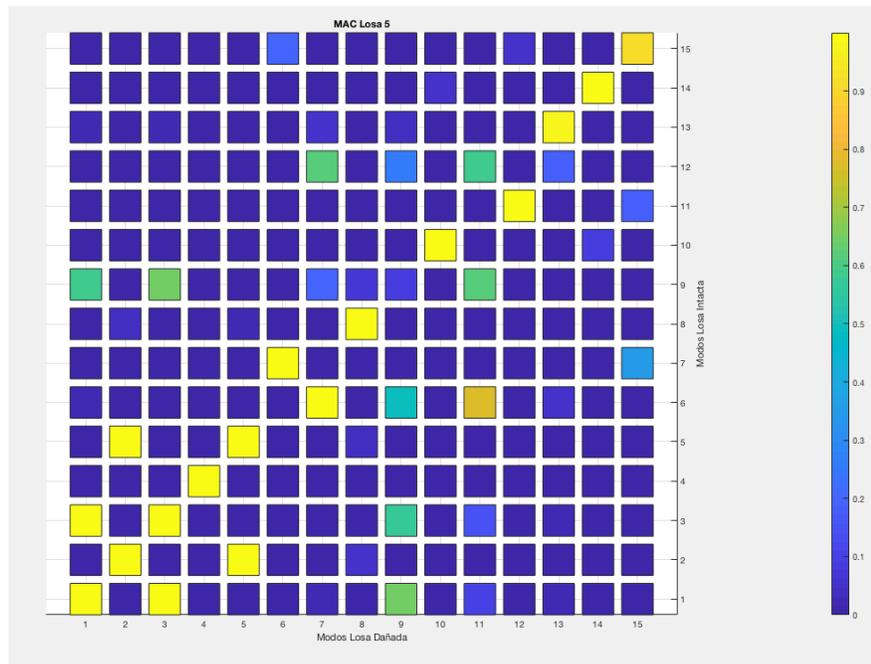


Figura 3.5: MAC Losa Intacta - Losa 6.

Como se puede observar en las figuras, no todos los modos de vibración tienen una única correlación. En todas las losas, por ejemplo los modos 1, 3 son indistinguibles entre sí, ocurriendo lo mismo para otros modos. Utilizar los datos sin un previo filtro puede implicar un bajo desempeño de los métodos de detección de daño pues se realiza una comparación sobre modos de vibración que no son iguales. Para poder llevar a cabo la detección, se exigió que los modos fuesen correlacionados con un MAC mayor al 0.6, dejando fuera los modos que no cumplían con este requisito, y en el caso de modos similares se utilizó la frecuencia para poder realizar la correlación.

A pesar de lo antes mencionado, se puede observar en las figuras que se alcanza el MAC máximo para la mayoría de los modos en la diagonal, lo que implica una correcta correlación entre un modo y su símil entre la losa intacta y dañada para la mayoría de los nodos. En la Tabla 3.1 se muestran los resultados de las frecuencias de vibración respectivas para los modos correlacionados una vez realizado el filtro del MAC bajo las consideraciones descritas. En la tabla se muestran todas las frecuencias naturales de la losa sana y solo las que se correlacionan de las losas dañadas.

Tabla 3.1: Frecuencias Naturales de Modos Correlacionados.

Freq. Losa Intacta w_u [Hz]	Freq. Losa 1 w_{d1} [Hz]	Freq. Losa 2 w_{d2} [Hz]	Freq. Losa 3 w_{d3} [Hz]	Freq. Losa 4 w_{d4} [Hz]	Freq. Losa 5 w_{d5} [Hz]
1.507	2.126	1.507	2.126	2.126	2.126
13.227	14.142	13.208	14.151	14.140	14.136
14.143	15.123	14.141	15.124	15.123	15.123
21.503	22.919	21.497	22.925	22.919	22.917
27.527	27.026	27.463	27.047	27.019	27.007
44.388	-	44.347	-	-	-
47.248	-	46.895	-	-	-
72.693	69.979	72.326	70.058	69.930	69.871
78.971	-	78.944	-	-	-
79.445	77.466	79.336	77.756	77.604	77.525
87.603	-	87.587	-	-	-
97.604	-	97.400	-	-	-
100.400	97.445	100.150	97.573	97.435	97.355
115.540	111.79	115.300	112.030	111.850	111.750
116.290	121.630	116.230	121.990	121.740	121.590

Se puede observar en la Tabla 3.1 como la frecuencia natural de los modos de vibración se ve afectada al dañar la losa. La tabla comprueba lo mencionado en la Sección 1.3, si bien la frecuencia es susceptible al daño en el material es poco sensible a este. Esto se ve reflejado en la poca variación de frecuencias naturales observadas para las distintas losas. Se comprueba además que la frecuencia, al ser una propiedad global de la estructura, es una herramienta de detección de daño solo de primer nivel pues solo entrega información acerca de la existencia o no de falla.

Para testear los algoritmos y la capacidad de detección de daño se estudiará el efecto del tamaño de daño, con el primer grupo de losas, el efecto del cambio en las propiedades del concreto a un tamaño de daño constante, con el segundo grupo de losas y también, el efecto del ruido en ambos casos. Se aplicará el ruido en tres grados diferentes. En las siguientes secciones se presentan los resultados obtenidos con cada uno de los diferentes métodos

3.2. Resultados MSC

El algoritmo de Curvatura de los Modos Normales (*Mode Shape Curvature*,) revisado en la Sección 1.4.1, calcula la curvatura para cada uno de los modos entregados al algoritmo. Este método necesita tanto los datos del material sano como los del material dañado, comparando la curvatura calculada para un modo específico de cada losa. Para obtener el índice de daño se realiza una suma de todas las diferencias calculadas. De esto se desprende que para los sectores sin daño, el valor de la diferencia de la curvatura de los modos y por ende del índice de daño, debería ser cero y los sectores con daño deberían presentar un valor distinto de cero que indique la diferencia entre la curvatura de los modos en ese sector.

La Fig. 3.6 muestra los resultados de la aplicación de este algoritmo a la Losa 1, Fig. 3.6a, y Losa 2, Fig. 3.6b. Se puede ver que la curvatura presenta un *peak* en la zona del daño para ambas estructuras. Tanto el daño en la Losa 1, de un 1.6% del área total, como el daño en la Losa 2, 0.38% de área dañada, son completamente reconocibles. Sin embargo, es apreciable una disminución en el valor del punto máximo para la losa con menor área de daño. Junto con esto otras diferencias entre los modos, específicamente en los bordes donde el cálculo de la curvatura es más complejo debido a las aproximaciones, comienzan a tomar importancia. Para daños de menor superficie, la diferencias producidas por el daño en los modos de vibración no logran ser distinguidas entre las diferencias aleatorias de las losas.

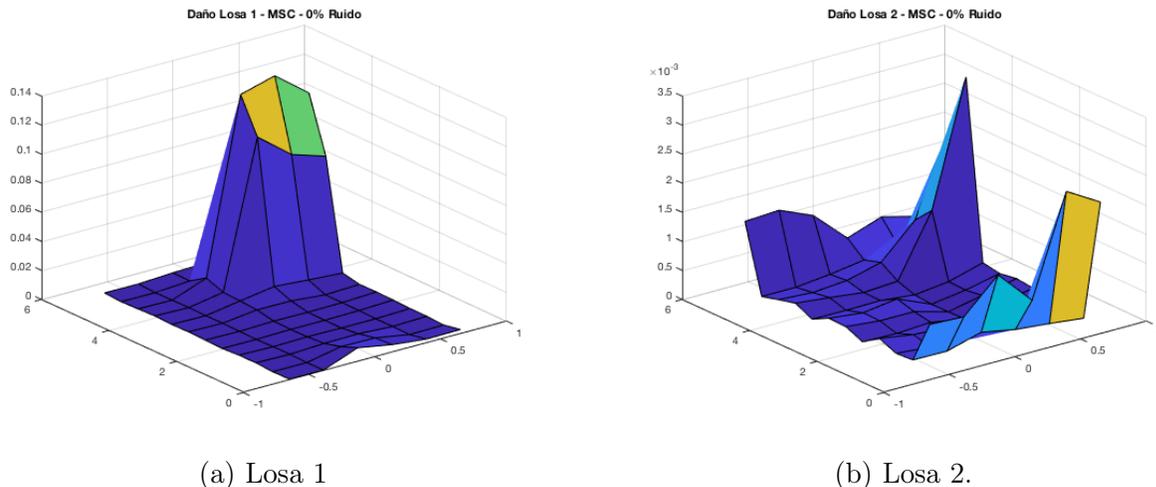


Figura 3.6: Resultados para MSC según cambio de tamaño del daño - 0% Ruido.

Se muestra también, en las Fig. 3.7 los resultados para las losas con grado de daño variable. En estas se puede observar como la curvatura entrega buenos resultados para todos los casos. En las imágenes, el grado de daño va aumentando de modo que la Fig. 3.7a presenta la menor disminución del Módulo de Young en el concreto, por ende menor grado de daño y la Fig. 3.7c presenta el máximo de daño con una disminución mayor en el Módulo de Young. Se observa que la diferencia máxima entre la curvatura varía en forma directamente proporcional a la severidad del daño. Esto indica que el algoritmo es capaz, no solo de identificar y localizar el daño, sino que también de detectar la severidad con la cual se encuentra dañado un material.

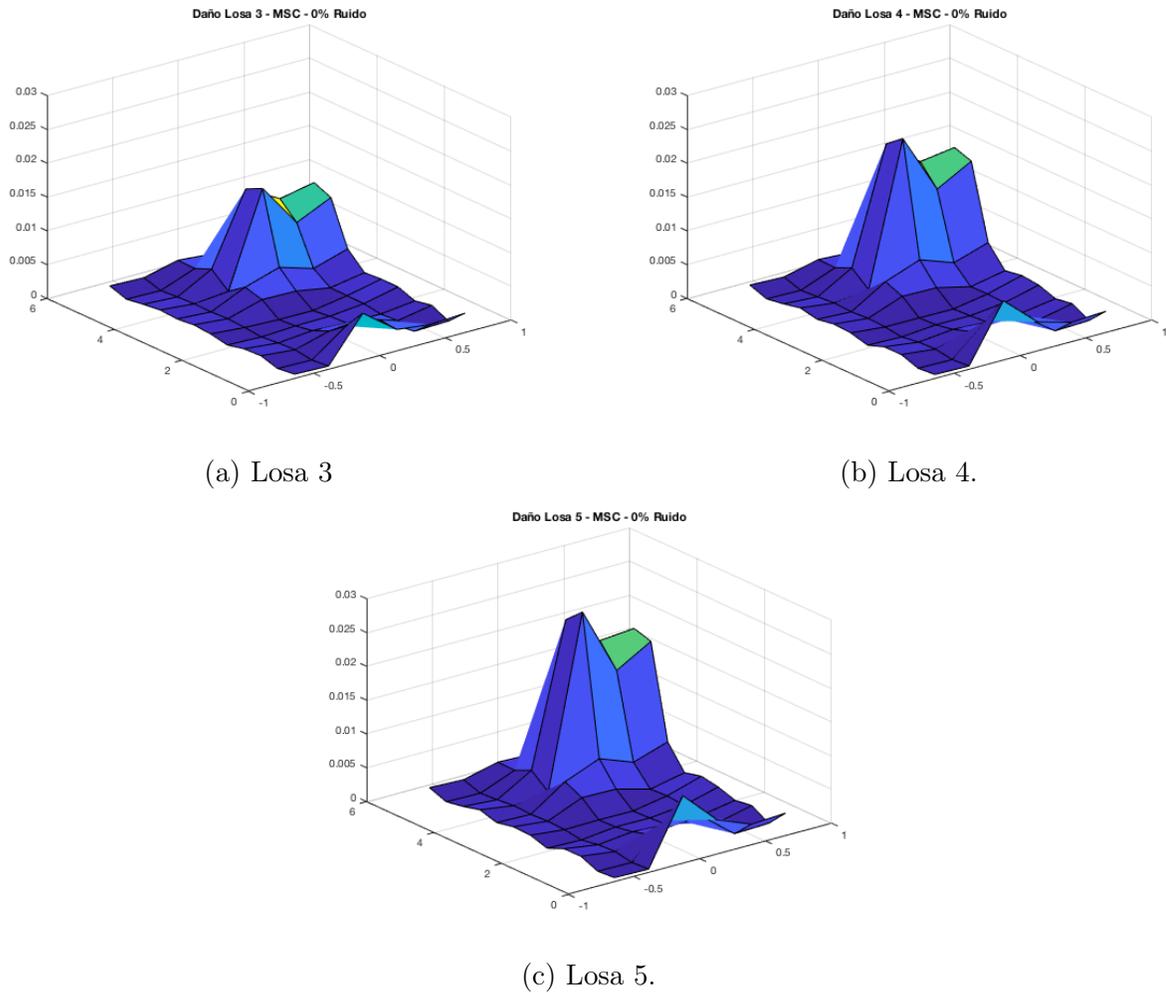


Figura 3.7: Resultados para MSC según cambio grado del daño - 0% Ruido.

Se agregan tres niveles de ruido a los modos de vibración y luego se calculan los resultados para los tres distintos casos en donde se varía la severidad del daño utilizando el algoritmo MSC. Los resultados son mostrados en la Fig. 3.8. De manera rápida se puede ver que el algoritmo sigue entregando la localización del daño, en especial para los casos con menor cantidad de ruido. Para el caso máximo, en donde se utiliza un ruido del 10% se puede ver que el algoritmo comienza a perder eficiencia en donde los bordes toman una mayor importancia. Al comparar los resultados sobre este nivel de ruido, se observa que para el caso de mayor daño, Fig. 3.8i, la diferencia en las esquinas, que para las otras losas con menor severidad es más importante que el daño en sí, en este caso es casi del mismo valor que para el daño. En general el daño se puede distinguir en la mayoría de los casos pero sin conocimiento *a priori*, en los casos con cantidad de ruido máximo, no se podría asegurar que es el único lugar que presente daños.

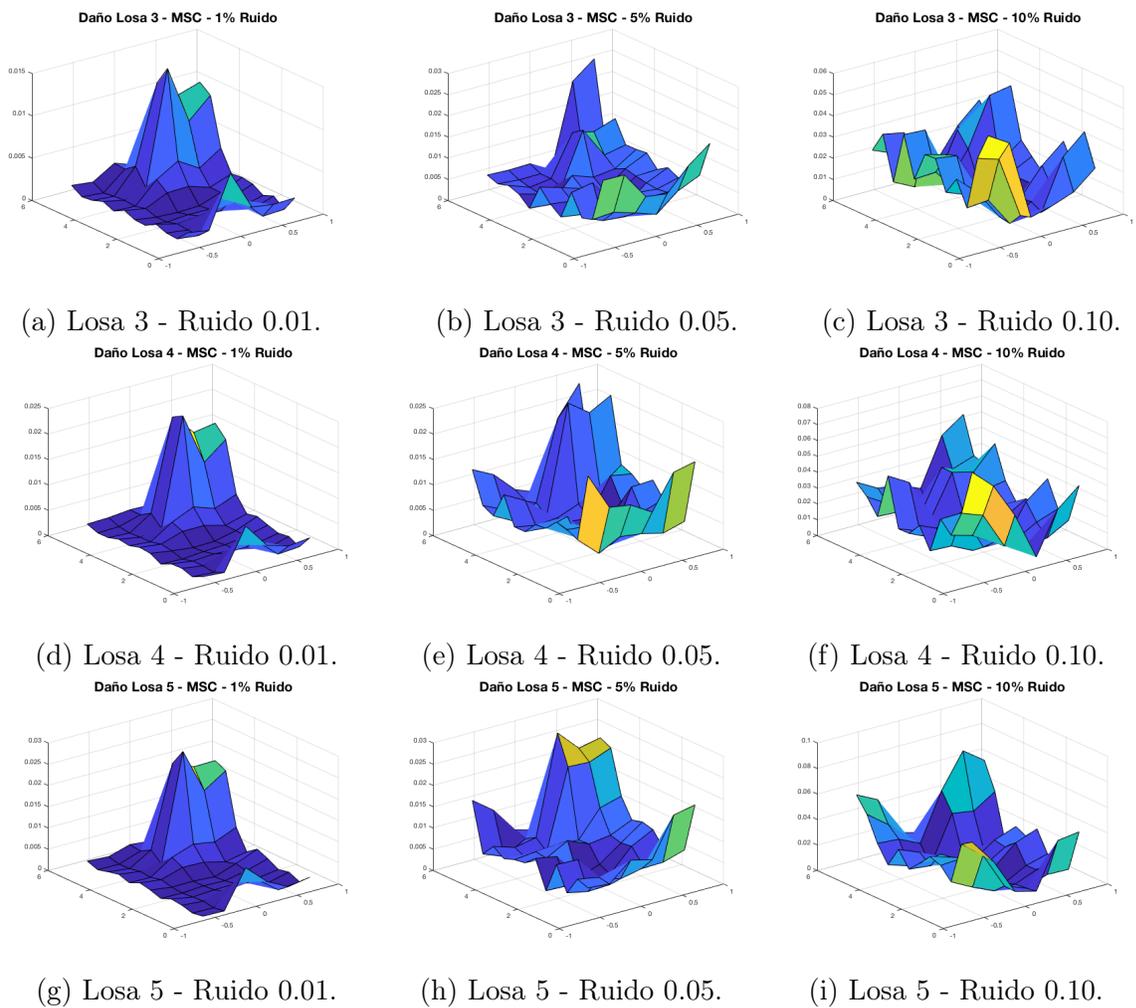


Figura 3.8: Detección de daño con diferentes grados de ruido y severidad de daño algoritmo MSC.

3.3. Resultados ULS

El método de detección de daño mediante la superficie de carga uniforme, también requiere los modos de vibración tanto de la losa sana como la losa con daño. Este método funciona en base a la matriz de flexibilidad y al cálculo de su curvatura. La ventaja de este método, es que la matriz se obtiene con un promedio de todos los modos de vibración lo que disminuye errores aleatorios. Una vez obtenida la matriz de flexibilidad para la losa dañada y la losa intacta, se calcula la curvatura. El índice de daño se obtiene mediante la diferencia absoluta entre ambas curvaturas.

Las imágenes agrupadas en la Fig. 3.9 muestran como se ve afectado el algoritmo al cambiar el área dañada. Se observa que en el caso de la Losa 1, Fig. 3.9a, el daño es completamente detectable y su localización con una gran deformación. Para el caso de menor superficie dañada, Fig. 3.9b, la deformación es mucho menor al igual que el valor del máximo peak. Sin embargo se observa una mejora en comparación al algoritmo anterior en donde otras diferencias en los modos comenzaban a ser de mayor importancia bajando el nivel de detección. El hecho de que el valor del máximo peak se vea disminuido permite establecer una relación entre el valor de la diferencia entre los modos y el área afectada por el daño aumentando el nivel de información entregada por el algoritmo.

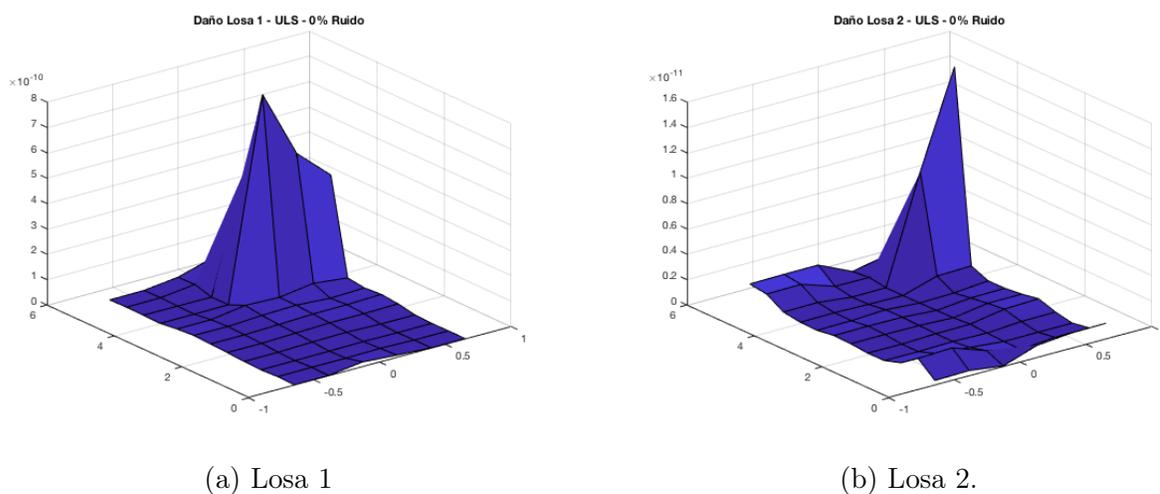


Figura 3.9: Resultados para ULS según cambio de tamaño del daño - 0% Ruido.

En el caso de las losas que presentan un grado de daño variable, los resultados fueron los presentados en la Fig. 3.10. Utilizando el método de la ULS se logró detectar y localizar el daño. Se observa que el área de la losa involucrada en la detección es reducida, esto es, que el sector de la superficie de carga uniforme que ve afectado por el daño es reducido en comparación con el método anterior traduciéndose en un peak delgado que indica el daño. Como resultado de comparar las tres imágenes, se puede ver como aumenta el valor máximo de la diferencia al ir aumentando el grado de daño en la losa. Esto indica que el método es sensible al grado de daño de manera directa permitiendo establecer al algoritmo ULS como un método de detección de daño nivel 2.

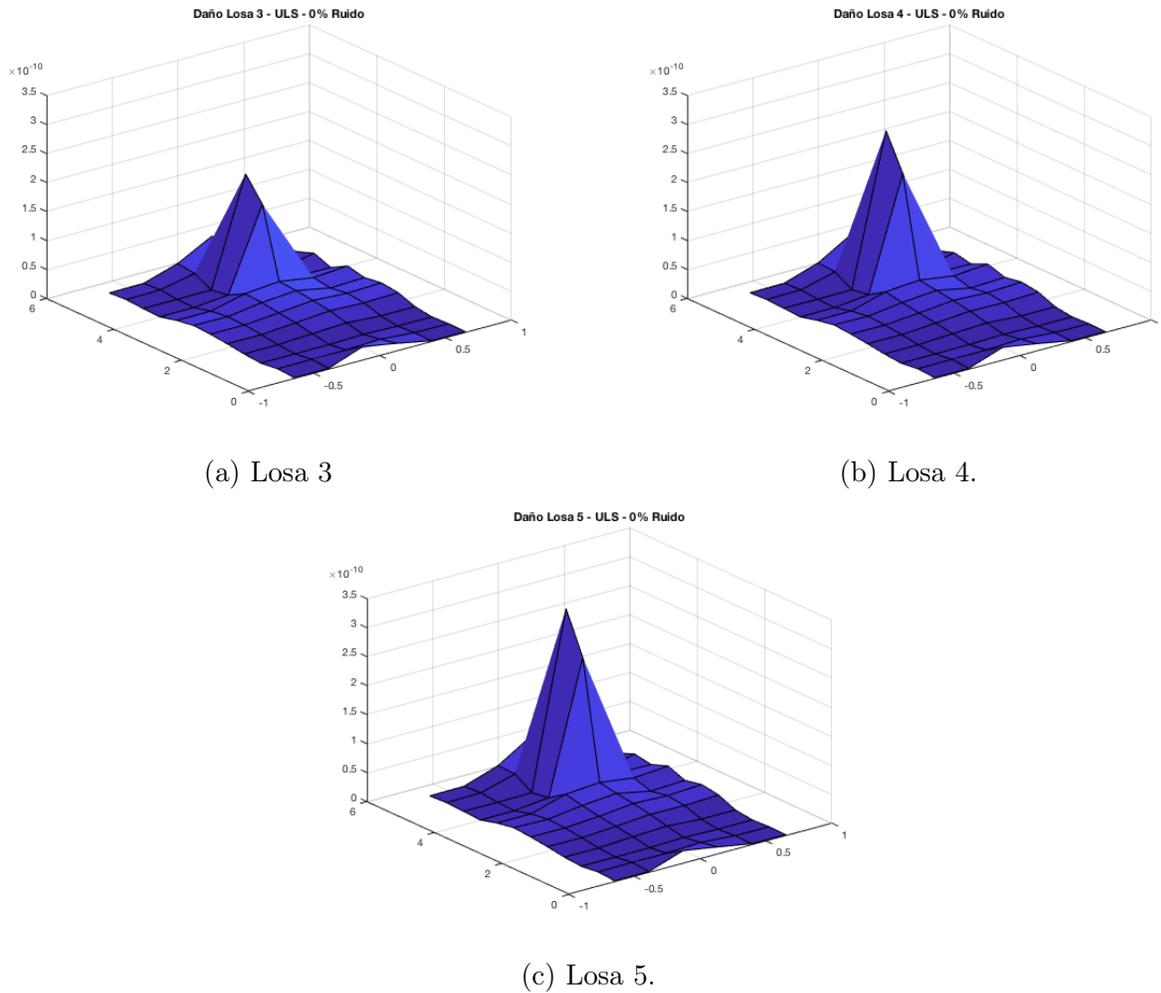


Figura 3.10: Resultados para ULS según cambio grado del daño - 0% Ruido.

En la Fig. 3.11 se muestran los resultados para la detección de daño utilizando el algoritmo ULS sobre las losas que presentan diferencias en la severidad de daño cuyos modos además presentan los tres distintos niveles de ruido. En las imágenes se puede observar como el ruido afecta grandemente la detección del daño haciendo irreconocible la localización del daño en las losas estudiadas. Como se podría esperar los mejores resultados se logran para la losa con un mayor daño, en donde es reconocible el sector de daño en las losa, sin embargo el ruido en los modos de vibración genera otros peaks en el índice de daño, generando falsos positivos. Para las losas con daños de menor grado, al algoritmo fue incapaz de identificar y localizar el daño.

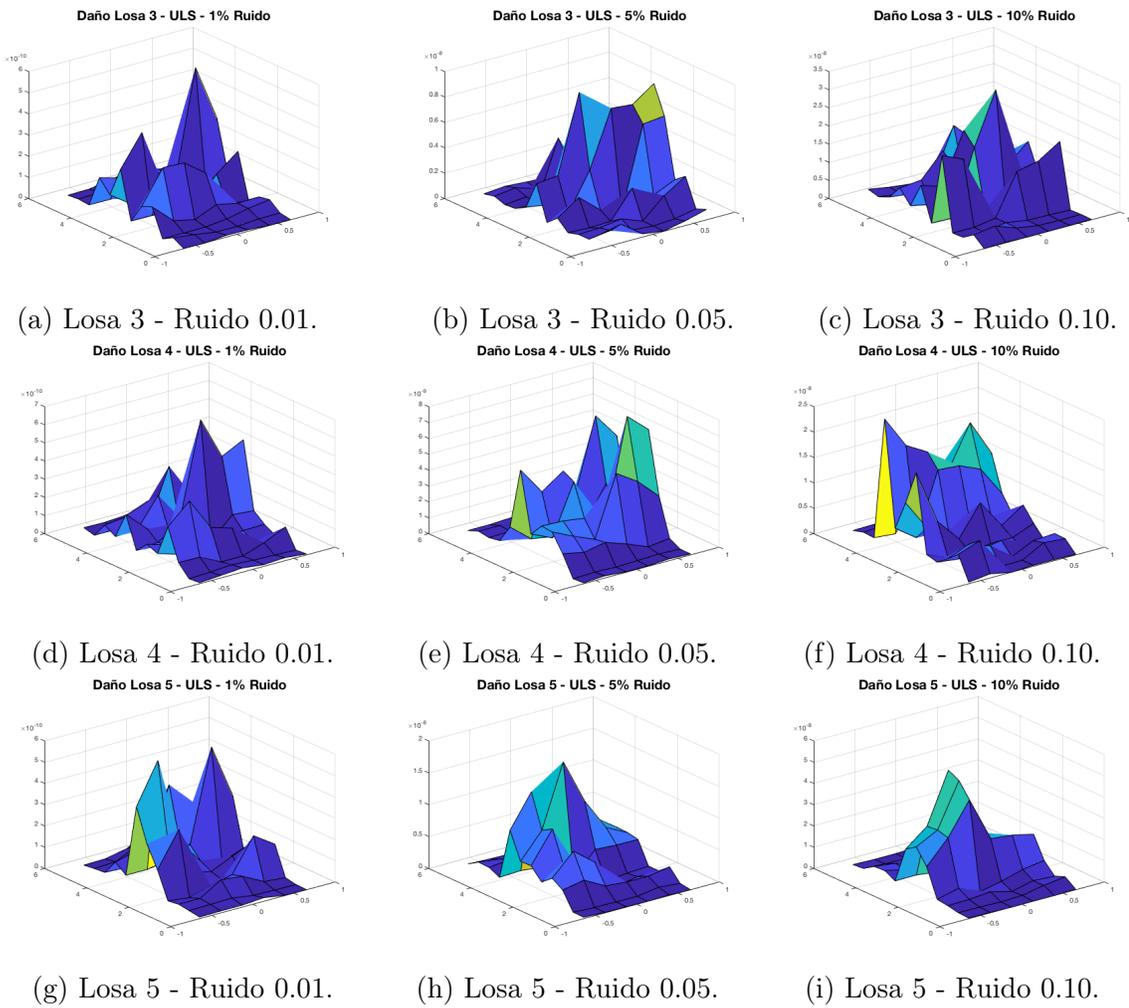


Figura 3.11: Detección de daño con diferentes grados de ruido y severidad de daño algoritmo ULS.

3.4. Resultados SEM

Este algoritmo esta basado en la energía de deformación de los materiales al ser sometidos a una excitación. El índice es calculado mediante el cociente entre las energías de deformación tanto del material dañado como del material intacto. De esta manera es necesario contar con los datos de ambas losas para poder realizar la comparación y además, se puede desprender de la forma en la que se obtiene el índice de daño, que a diferencia de los dos métodos revisados anteriormente, en donde el índice de daño es obtenido de una diferencia absoluta provocando que los sectores sin daño se traduzcan en sectores con índice valor 0, en el caso del algoritmo SEM, los sectores sin daño son indicados con un índice con valor 1.

Otra particularidad del algoritmo SEM, es que la energía es calculada mediante una integral. Al realizar la integral de manera discreta, el tamaño del data set se ve reducido en uno para cada dimensión. Es decir, si se cuenta con datos de dimensiones $n \times m$, los resultados del índice SEM serán de dimensiones $n - 1 \times m - 1$.

La Fig. 3.12 muestra el desempeño del algoritmo para detectar el daño cuando este cambia el tamaño del área afectada. Se observa que para la Losa 1, Fig. 3.12a, el algoritmo es bastante efectivo, identificando el daño y su localización. Sin embargo al observar la Fig. 3.12b, en donde el daño es aplicado sobre un área pequeña, es imposible identificar el daño en la superficie resultante. En este caso no se observa un peak en la ubicación del daño y se observa que otras variaciones en la superficie de energía de deformaciones se vuelven más determinantes en el índice.

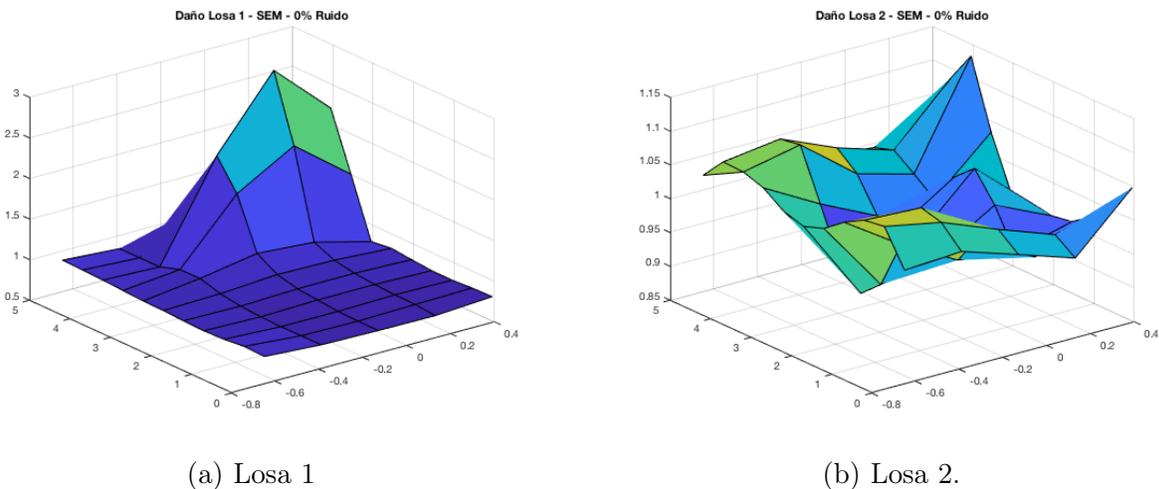


Figura 3.12: Resultados para SEM según cambio de tamaño del daño - 0% Ruido.

Los resultados para la detección de severidad de daño se pueden apreciar en la Fig. 3.13. Lo primero que llama la atención de las imágenes es la dimensión del área afectada. En comparación con el método anterior, en donde el peak era bastante delgado, el área afectada por el daño en el modulo SEM parece ser mucho mayor. Además se puede ver que en todos los casos el daño es identificado en conjunto con su localización. La severidad también es evidenciada en los resultados de la misma manera que en los algoritmos anteriores, como

una variación en el máximo del índice de detección de daño. Se observa como la Losa 3, Fig. 3.13a, tiene un índice menor que la Losa 4, Fig. 3.13b y este a su vez que la Losa 5, Fig. 3.13c.

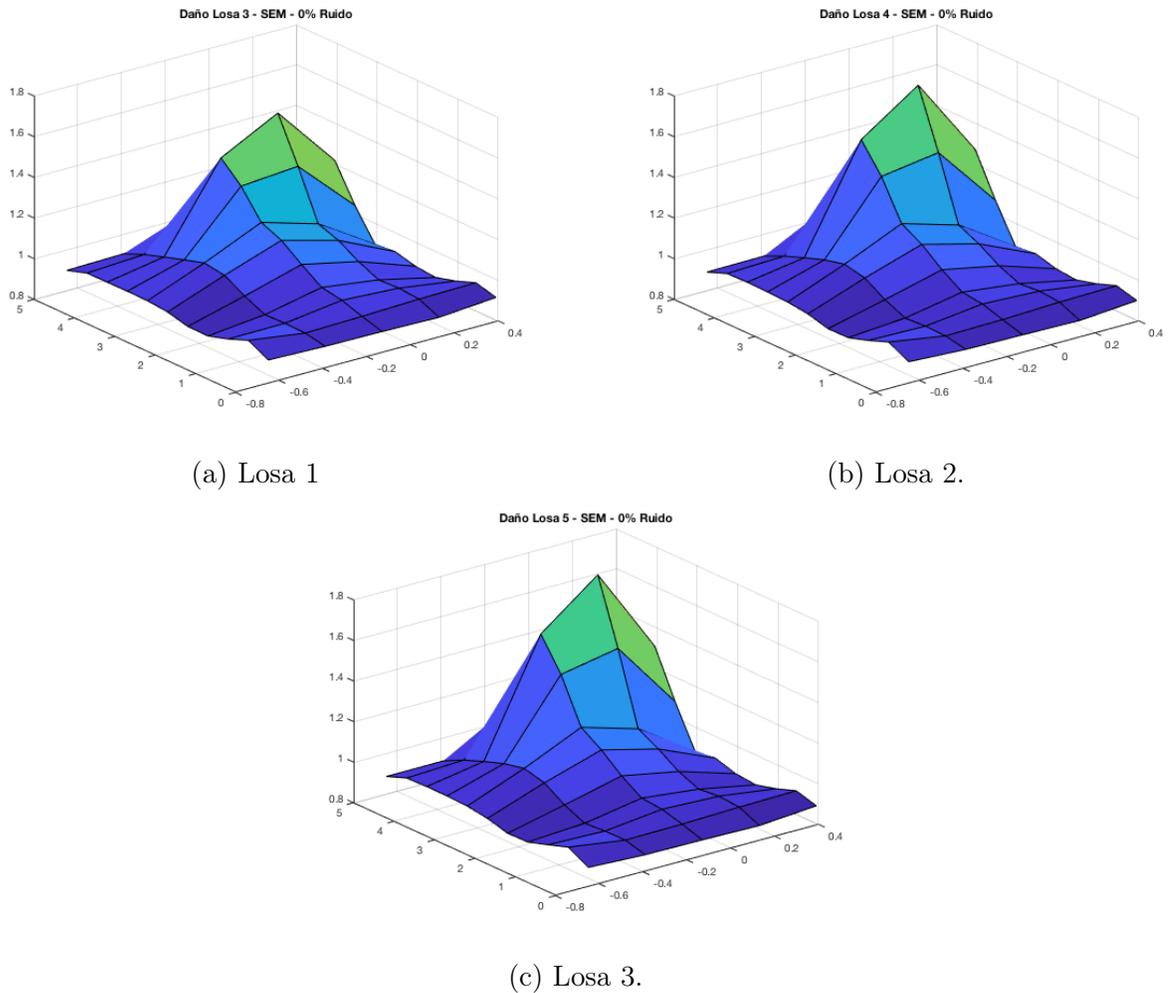
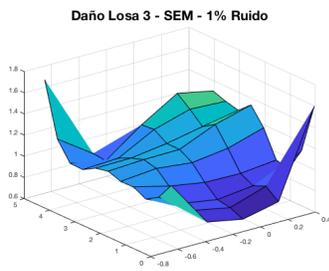
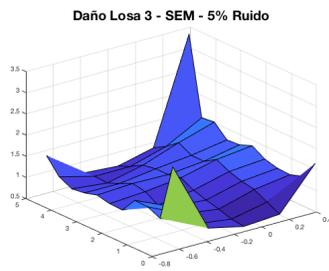


Figura 3.13: Resultados para SEM según cambio grado del daño - 0 % Ruido.

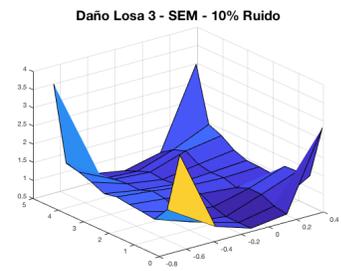
El efecto del ruido en el algoritmo SEM, se puede observar en al Fig. 3.14. Si bien el ruido agrega diferencias en la energía de deformación de los modos, se puede observar en la mayoría de las imágenes que la zona dañada presenta la deformación mayor. Esta deformación se vuelve de menor importancia en los casos donde el ruido alcanza un 10 %. Sin embargo, para los casos con una menor cantidad de ruido el sector dañado es identificable. De la misma manera que para el caso utilizando el algoritmo MSC, la losa para la cual mejor se puede identificar el daño, a pesar del ruido agregado, es la que posee una mayor severidad del daño.



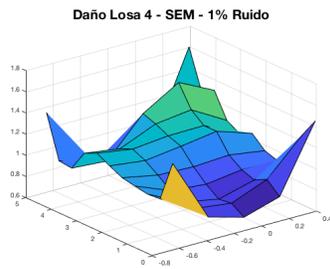
(a) Losa 3 - Ruido 0.01.



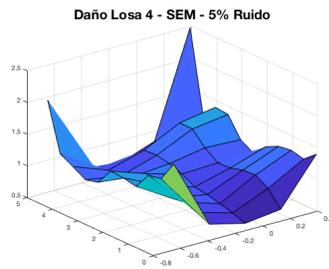
(b) Losa 3 - Ruido 0.05.



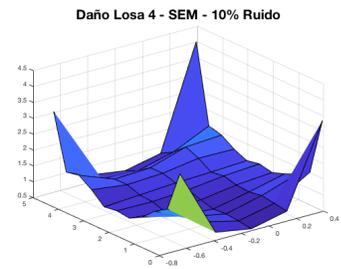
(c) Losa 3 - Ruido 0.10.



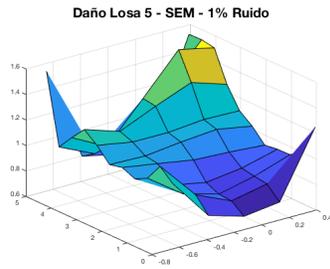
(d) Losa 4 - Ruido 0.01.



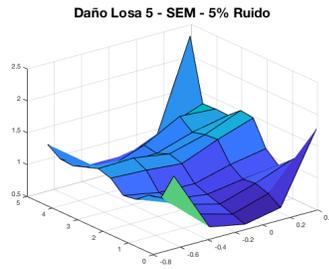
(e) Losa 4 - Ruido 0.05.



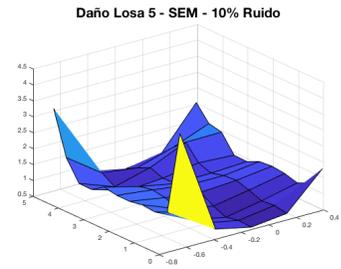
(f) Losa 4 - Ruido 0.10.



(g) Losa 5 - Ruido 0.01.



(h) Losa 5 - Ruido 0.05.



(i) Losa 5 - Ruido 0.10.

Figura 3.14: Detección de daño con diferentes grados de ruido y severidad de daño algoritmo SEM.

3.5. Análisis de resultados

En el desarrollo de este trabajo se buscó estudiar como se comportan tres distintos algoritmos de detección de daño basados en la curvatura de los modos de vibración al utilizarlos sobre una losa colaborante. Para lograr este objetivo se utilizaron modelos computacionales con los cuales fue posible diseñar diferentes escenarios de daño para verificar los alcances de los distintos algoritmos propuestos. Se buscó desarrollar esta investigación simulando un estudio experimental en favor de obtener datos que fuesen lo más cercano a la obtención de datos reales de la losa y además para facilitar futuros estudios que permitan una correlación entre los modelos computacionales desarrollados en esta memoria y datos obtenidos experimentalmente. Es por esta razón que los datos de vibración de los modelos de las losas se obtuvieron simulando sensores de desplazamiento dispuestos sobre la superficie de concreto de la losa, mismos sensores que se utilizarían en un estudio experimental. Con estos se determinó una malla en dos dimensiones la cual posee 72 nodos en un arreglo de 6×12 sensores en los ejes x e y respectivamente.

La extracción de modos mediante modelos computacionales, entrega el desplazamiento preciso en el punto donde se encuentra ubicado el sensor. Al obtener las propiedades de vibración en los materiales, siempre los datos se vienen con ruido experimental el cual es producido por diversos factores. Si bien existen técnicas para poder suavizar los datos y eliminar el ruido, esto nunca es posible del todo. Utilizar los datos tal como se presentan en una vez obtenidos desde FEMTools, software utilizado para poder analizar las propiedades de vibración de las losas modeladas computacionalmente, no modela del todo la situación real. En el estudio realizado, los modos de vibración se utilizaron limpios para poder ver la respuesta de los algoritmos a cambios en el área de daño, intercambiando entre un daño en un área del 1.6 % y un 0.38 % de daño, y además para determinar la capacidad de detección de severidad del daño sobre un área determinada, en donde se redujo en tres diferentes casos el Módulo de Young de un sector del material el cual poseía un área de 1.6 % del área total. Sin embargo, como se deseaba estudiar el desempeño de estos algoritmos en casos reales, se agrego ruido aleatorio a los modos de vibración obtenidos para simular el ruido experimental y se observo como se comportaban los algoritmos al ir variando la severidad del daño. Se testearon los métodos con tres diferentes porcentajes de ruido en los datos, 1 %, 5 % y 10 %.

Los algoritmos programados para poder detectar daños en este tipo de material, son métodos de detección de daño mediante vibraciones no basados en modelos. Los tres métodos, MSC, ULS y SEM detectan el daño estableciendo una comparación entre las propiedades de vibración de un material que se encuentre sano y un material que presente falla. Todos los algoritmos se basan en la curvatura de los modos de vibración la cual ha sido una propiedad bastante estudiada en los últimos años pues permite obtener generalmente detecciones de nivel 2, en donde se logra determinar la existencia, localización y severidad del daño presente en los materiales. Dado que los algoritmos necesitan de diferencias entre los mismos modos de vibración, es necesario ordenarlos de manera que estos se correspondan entre los de la losa sana y dañada. Para esto se utiliza el método de comparación MAC, el cual se fija para esta investigación en 0.6, lo cual significa que para que dos modos sean reconocidos como correspondientes deben poseer un MAC superior a esta cota. Si más de dos modos podían ser correlacionados con una cota mayor a esta, entonces se concluía que estos no eran reconocibles

entre ellos con lo que se apartaban del estudio. De esta manera de los 15 modos extraídos mediante el software de ingeniería asistida para los algoritmos se utilizaron 9 modos. Esta cantidad de todas maneras es bastante optimista en comparación con la cantidad de modos que se pueden obtener experimentalmente de manera correcta y es un parámetro importante a la hora de decidir cual de los métodos debe utilizarse para la detección de daño pues algunos de ellos convergen de manera más rápida con menor número de modos.

Los resultados para el método de curvatura de los modos de vibración utiliza directamente el calculo de la curvatura para poder obtener un índice de daño. Este método se desarrollo en base a los trabajos realizados por Pandey [13] y V.Meruane [16]. En el primero se estudió la efectividad de esta propiedad de vibración para poder detectar el daño estudiando la característica en estructuras unidimensionales. En la segunda referencia, se extiende el estudio para estructuras bidimensionales. El cálculo de la curvatura es realizado mediante el método de diferencias centrales para el centro de los modos de vibración y el método *Backward/Foward* para los bordes de estos. Dentro de los resultados obtenidos, este método muestra ser de los más robustos a la hora de determinar el daño. Se observa en las imágenes de la Fig. 3.8, que el algoritmo fue capaz de reconocer el lugar determinado del daño. Sin embargo cuando el ruido era máximo, 10 %, el daño comenzaba a ser menos detectable debido a la creación de otros peaks en el índice de daño creados aleatoriamente por el ruido. Efecto similar ocurre en la Fig. 3.6b en donde, al ser tan pequeña el área afectada con daño, errores en los bordes generan diferencias en la curvatura que se traduce en índices de daño más altos que toman importancia cuando el daño es muy pequeño.

El algoritmo de la ULS se desarrolla según se menciona en el articulo de D. Wu y S.S Law [18]. En este se calcula la curvatura de la matriz de flexibilidad para poder obtener un índice de daño. El cálculo de la matriz de flexibilidad implica un promedio de los modos de vibración lo cual hace que este método sea menos sensible a los errores aleatorios producidos en la toma de datos. Además, dada la obtención de la superficie de carga uniforme, los modos de menor frecuencia son los que más aportan a la obtención de esta, con lo que es necesario de relativamente pocos modos para obtener resultados correctos. Los resultados obtenidos evidencian el método de cálculo pues en ausencia de ruido, el daño es detectado con mucha precisión. El índice de daño presenta diferencias entre la losa dañada y la sana solo en el sector con daño mientras que en los demás sectores casi no presenta alteraciones, mostrando de mejor manera que los otros dos métodos utilizados. Esto se debe principalmente a la acción del promedio de los modos pues se eliminan la mayoría de las diferencias aleatorias no producidas por el daño, con lo que este se puede identificar de mejor manera. Sin embargo, al aplicar ruido este método tiene el peor desempeño. Esto se explica mediante la misma razón. Como se agrega ruido, la cantidad de errores aleatorios aumenta y la diferencia entre los modos producida por el daño se comienza a asimilar cada vez más a un error aleatorio. Esto produce que el algoritmo no sea capaz de identificar entre los ruidos aleatorios y el daño real. Esto queda en evidencia en las imágenes que componen la Fig.3.11 en donde el daño es irreconocible incluso para el menor ruido y máximo daño.

El método de energía de deformación presentado para elemento bidimensionales por Cornwell [5] se basa en el calculo de esta propiedad la cual se obtiene mediante una integral en la cual se emplea la curvatura de los modos de vibración. El índice de daño de este método se calcula mediante un cociente entre la energía para la placa dañada y la sana con lo que el

valor del índice cuando no hay presencia de daño se mantiene en 1 y no en 0 como en los casos anteriores. Esto se puede observar en las figuras de las Sección 3.4. Este método en general obtuvo buenos resultados, sin embargo para el caso en donde el área dañada era pequeña, un 0.38 % del área total, el método no fue capaz de indicar el daño, siendo el único algoritmo incapaz de detectar el daño para este nivel. Dentro de las razones se puede deber que la cantidad de puntos utilizados para calcular las integrales y derivadas discretas no fueron los suficientes. Como se puede ver en los resultados para este método, el sector que indica el daño es mucho más grande que en los otros dos métodos. Esto se debe principalmente a la utilización de la integral en donde se cuatro nodos son necesarios para calcular un sector de resultado. Esto implica que una mayor cantidad de puntos se verán afectadas por la presencia de daño generando una superficie mayor. El efecto del ruido sobre este algoritmo, que se puede observar en la Fig. 3.14, muestra que si bien el daño es identificable en la mayoría de los casos, otras diferencias comienzan a tomar importancia disminuyendo la precisión en la detección. Por la misma razón anterior se observa como la inserción de ruido en los modelos, genera un aumento en la superficie de daño.

A pesar de los puntos negativos mencionados para cada método, es importante notar que todos los algoritmos fueron capaces de determinar en nivel 2 el daño en las losas. Para el cambio de tamaño del daño, se puede ver como los método MSC y ULS entregan buenos resultados en ambas losas. El método SEM se encuentra con problemas al tratar de detectar el daño en superficies muy pequeñas pero esto puede deberse principalmente a las aproximaciones que se realizan en el cálculo de la integrales y derivadas discretas utilizadas en la obtención de ese índice. Sin embargo cuando el área es lo suficientemente grande todos los métodos utilizados presentan una buena detección.

Al comparar entre detección de la severidad del daño, se puede observar que todos los métodos son sensibles al cambio en el grado de este. Esto se hace presente en todos de la misma manera aumentando el valor del índice de daño a medida que aumenta la severidad del daño. En las Figs. 3.7, 3.10 y 3.13 se puede ver que todos los algoritmos determinan tanto existencia, localización y grado de daño. Se aprecia que el método de la ULS presenta la mejor precisión en relación al área dañada pues el promedio que se utiliza para su calculo disminuye los errores aleatorios. Por el contrario el método SEM abarca mayor superficie que la dañada.

Por último al evaluar los métodos bajo el efecto del ruido, las Figs 3.8, 3.11 y 3.14 muestran como el método de la ULS se vuelve completamente ineficiente al trabajar con datos no completamente limpios. Por su parte los métodos SEM y MSC muestran un buen comportamiento en estos casos. Sin embargo, en ambos métodos diferencias más pequeñas ocasionadas por errores aleatorios, en este caso simulados con el ruido agregado comienzan a tener más preponderancia lo que baja la precisión con la cual se puede determinar el daño.

Conclusión

En el trabajo presentado se mostró que los métodos de detección de daño mediante vibraciones basados en la utilización de la curvatura como propiedad de vibración son aptos para identificar el daño en losas colaborantes. Se estudiaron tres métodos, con los cuales se buscó localizar el daño en losas con diferentes escenarios de daño. El estudio se realizó utilizando modelos computacionales simulando las condiciones de un ensayo experimental.

Las losas colaborantes cada vez más atractivas en su uso para edificios presentan complicaciones a la hora de detectar daño tras algún evento catastrófico que dañe sus propiedades. En este estudio se demostró que las propiedades de vibración de las losas son útiles para poder llevar a cabo la detección de daño en ellas. La simulación realizada con sensores de acelerómetro en una dirección, permiten validar la utilización de estos sensores en la detección experimental, facilitando la toma de datos en el lugar de ubicación de la placa sin necesidad de trasladarla a un centro de estudios.

Los algoritmos utilizados entregaron en general un buen nivel de detección de daño. Tanto con MSC, ULS y SEM se logró identificar la existencia, localización y severidad del daño en las losas. Con esto, se alcanza un nivel 2 de detección de daño.

El algoritmo MSC resultó ser el más robusto de los tres estudiados. Este método tuvo una buena respuesta al cambiar el tamaño del área dañada y presentó muy buenos resultados al aplicar ruido a los modos de vibración. Sin embargo, se puede observar una gran cantidad de ruido en el cálculo del índice que se hace más notorio al disminuir el área dañada en donde, sin información *a priori*, el daño puede llegar a ser confundido con un error aleatorio más. Esto es exactamente lo que ocurre en los casos donde el ruido es más extremo y el daño es muy pequeño.

Por su parte el algoritmo ULS, al calcular su índice de daño mediante un promedio de los modos de vibración disminuye las diferencias de los modos entregando datos más precisos del área dañada y sin la contaminación en los sectores donde no se encuentra daño. Sin embargo, este mismo punto a favor se torna en contra al momento de utilizar este método en datos que se encuentren contaminados con ruido. En presencia de ruido el método no es capaz de identificar el daño de los errores aleatorios generados, con lo que su efectividad se reduce a casi nula.

El algoritmo SEM, demostró ser una buena opción a la hora de determinar el daño en las losas. Sin embargo, cuando el daño es muy pequeño, el método no puede llegar a un buen resultado, debido a la gran cantidad de aproximaciones que realiza. Es importante entonces

si se desea utilizar este método, contar con una buena cantidad de puntos experimentales que ayuden a un buen desempeño incluso cuando el área de daño es muy pequeña. Su desempeño frente al ruido, permite detectar el daño, sin embargo la precisión baja pues comienzan a tomar relevancia pequeñas diferencias generadas por el ruido agregado.

Los resultados obtenidos para los algoritmos de detección de daño basados en vibraciones, entregan un panorama positivo para la utilización de estos en las losas colaborantes. Se demostró que los tres algoritmos utilizados lograban identificar el daño, su localización y presentaban sensibilidad al grado de la falla. Realizando una comparación general entre los tres algoritmos se puede concluir que el método de la forma de la curvatura entrega una mayor estabilidad en todos los casos. El método de ULS presenta una buena precisión al trabajar los datos sin ruido sin embargo es incapaz de detectar el daño en presencia de ruido y el método SEM, es bastante robusto al igual que el de curvatura, sin embargo se ve limitado por el tamaño de la falla a estudiar.

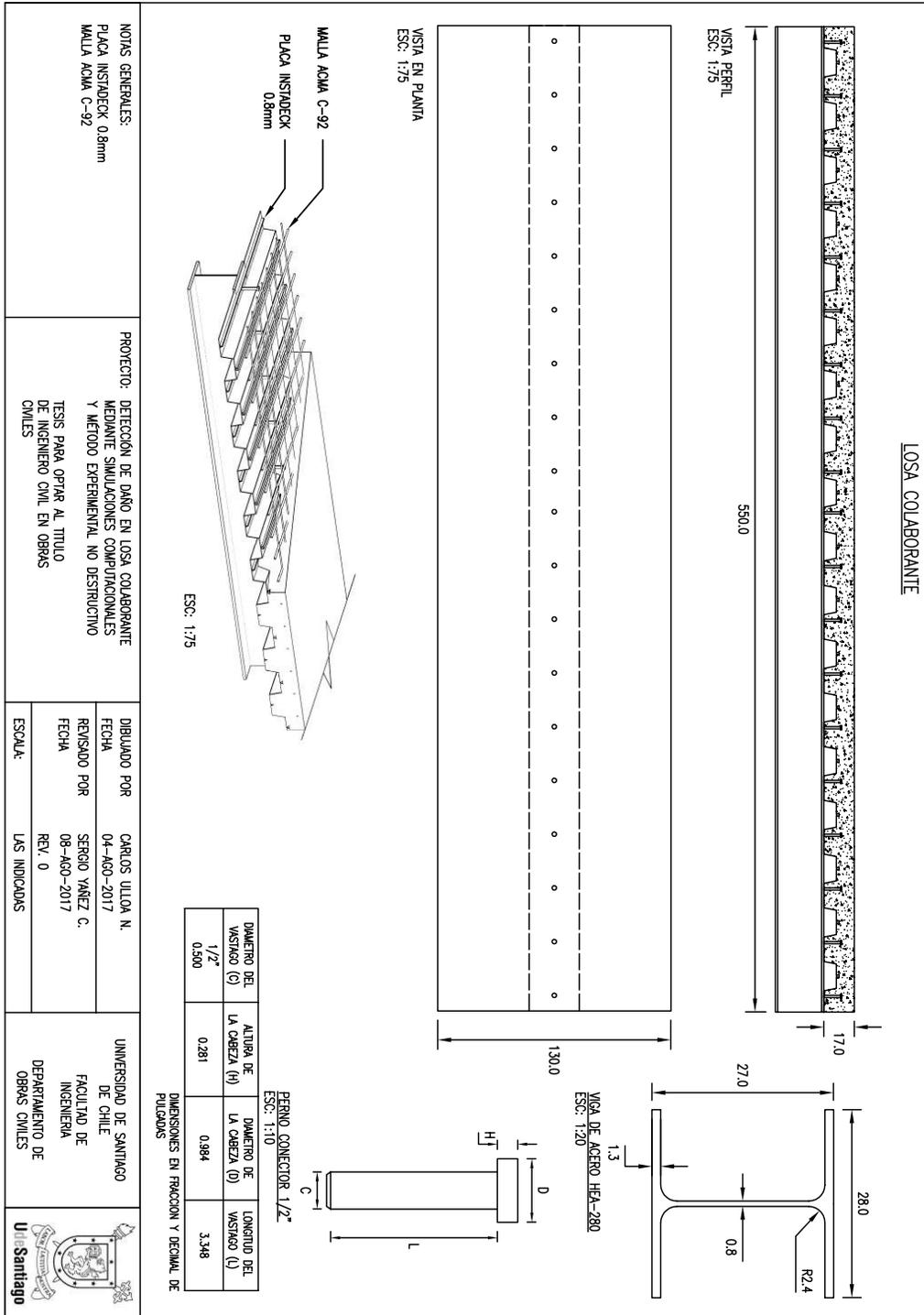
Bibliografía

- [1] Randall J. Allemang. «The modal assurance criterion - Twenty years of use and abuse». En: *Sound and Vibration* 37.8 (2003), págs. 14-21. ISSN: 15410161. DOI: 10.1016/j.chemgeo.2006.02.014. arXiv: arXiv:1011.1669v3. URL: <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-0141958862%7B%5C%7DpartnerID=tZ0tx3y1>.
- [2] Architizer. *12 Common Construction Details Fully Modeled in SketchUp*. Mar. de 2018. URL: <https://architizer.com/blog/practice/tools/free-construction-details/>.
- [3] Melchor López Ávila, Rafael Larrúa Quevedo y Carlos Recarey Morfa. «Un nuevo sistema de diseño de embuticiones en láminas de acero para maximizar resistencia de losas compuestas». En: *Revista Ingenieria de Construccion* 22.3 (2007), págs. 145-156. ISSN: 07185073. DOI: 10.4067/S0718-50732007000300001.
- [4] E Peter Carden y Paul Fanning. «Vibration Based Condition Monitoring: A Review». En: *Structural Health Monitoring* 3.4 (2004), págs. 355-377. ISSN: 1475-9217. DOI: 10.1177/1475921704047500.
- [5] P. Cornwell, S. W. Doebling y C. R. Farrar. «Application of the strain energy damage detection method to plate-like structures». En: *Journal of Sound and Vibration* 224.2 (1999), págs. 359-374. ISSN: 0022460X. DOI: 10.1006/jsvi.1999.2163.
- [6] Damien Garcia. «Robust smoothing of gridded data in one and higher dimensions with missing values». En: *Computational Statistics and Data Analysis* 54.4 (2010), págs. 1167-1178. ISSN: 01679473. DOI: 10.1016/j.csda.2009.09.020. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.csda.2009.09.020>.
- [7] J.W. He, M Y; Hutchinson y col. «A Summary Review of Vibration-Based Damage Identification Methods». En: *Journal of Applied Mechanics* 111.2 (1998), págs. 270-78. ISSN: 0583-1024. DOI: 10.1177/058310249803000201. URL: <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-0032023438%7B%5C%7DpartnerID=40%7B%5C%7Dmd5=%7B%5C%7D5Cnhttp://vibration.ex.ac.uk/doc/10176720.pdf%7B%5C%7D5Cnhttp://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.57.9721>.
- [8] Mark N Helfrick y col. «3D digital image correlation methods for full-field vibration measurement». En: *Mechanical Systems and Signal Processing* 25.3 (2011), págs. 917-927. ISSN: 08883270. DOI: 10.1016/j.ymsp.2010.08.013. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ymsp.2010.08.013>.
- [9] Zhi Xue Li, Yu Wen Dai y Ruo Lin Hu. «Application and Research Development of Steel-Concrete Composite Bridge». En: *Advanced Materials Research* 756-759 (2013), págs. 37-40. ISSN: 1662-8985. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMR.756-759.37. URL: <http://www.scientific.net/AMR.756-759.37>.

- [10] V. Meruane y V. Del Fierro. «An inverse parallel genetic algorithm for the identification of skin/core debonding in honeycomb aluminium panels». En: *Structural Control and Health Monitoring* 22.12 (2015), págs. 1426-1439. ISSN: 15452263. DOI: 10.1002/stc.1756.
- [11] Viviana Meruane. *Vibraciones Mecánicas*. Mar. de 2010. URL: <http://viviana.meruane.com/me4701.pdf>.
- [12] P. Nádaský. «Steel-concrete composite beams for slim floors - Specific design features in scope of steel frames design». En: *Procedia Engineering* 40.0 (2012), págs. 274-279. ISSN: 18777058. DOI: 10.1016/j.proeng.2012.07.093. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.proeng.2012.07.093>.
- [13] A.K. Pandey, M. Biswas y M.M. Samman. «Damage detection from changes in curvature mode shapes». En: *Journal of Sound and Vibration* 145.2 (1991), págs. 321-332. ISSN: 0022460X. DOI: 10.1016/0022-460X(91)90595-B. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0022460X9190595B%7B%5C%7D5Cnhttp://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-0026419519%7B%5C%7DpartnerID=tZ0tx3y1>.
- [14] J W Rackham, G H Couchman y S J Hicks. *Composite Slabs and Beams using Steel Decking: Best Practice for Design and Construction*. Vol. 13. 13. 2009, págs. 54-72. ISBN: 9781859421840. URL: https://www.steelconstruction.info/images/b/b8/SCI%7B%5C_%7DP300.pdf.
- [15] S. Sandun De Silva y David P. Thambiratnam. «Dynamic characteristics of steel-deck composite floors under human-induced loads». En: *Computers and Structures* 87.17-18 (2009), págs. 1067-1076. ISSN: 00457949. DOI: 10.1016/j.compstruc.2009.04.005. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruc.2009.04.005>.
- [16] F. Seguel y V. Meruane. «Damage assessment in a sandwich panel based on full-field vibration measurements». En: *Journal of Sound and Vibration* 417 (2018), págs. 1-18. ISSN: 0022460X. DOI: 10.1016/j.jsv.2017.11.048. URL: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0022460X17308283>.
- [17] W.M. West. «Illustration of the use of Model Assurance Criterion to detect structural changes in an orbit test specimen, in: Proceedings of Air Force Conference on Aircraft Structural Integrity». En: (1984), págs. 1-6. ISSN: 02731177. DOI: H.
- [18] D. Wu y S. S. Law. «Damage localization in plate structures from uniform load surface curvature». En: *Journal of Sound and Vibration* 276.1-2 (2004), págs. 227-244. ISSN: 0022460X. DOI: 10.1016/j.jsv.2003.07.040.
- [19] Y Xiao, B S Choo y D A Nethercot. «Composite Connections in Steel and Concrete .1. Experimental Behavior of Composite Beam-Column Connections». En: *Journal of Constructional Steel Research* 31.1 (1994), págs. 3-30. ISSN: 0143974X. DOI: 10.1016/0143-974x(94)90021-3.
- [20] Y. J. Yan y col. «Development in vibration-based structural damage detection technique». En: *Mechanical Systems and Signal Processing* 21.5 (2007), págs. 2198-2211. ISSN: 08883270. DOI: 10.1016/j.ymsp.2006.10.002.
- [21] M. K. Yoon y col. «Local damage detection using the two-dimensional gapped smoothing method». En: *Journal of Sound and Vibration* 279.1-2 (2005), págs. 119-139. ISSN: 0022460X. DOI: 10.1016/j.jsv.2003.10.058.
- [22] Z. Zhang y A. E. Aktan. «Application of modal flexibility and its derivatives in structural identification». En: *Research in Nondestructive Evaluation* 10.1 (1998), págs. 43-61. ISSN: 14322110. DOI: 10.1080/09349849809409622.

Anexos

Anexo A. Plano de losa Colaborante



Anexo B. Código Calculo de Curvatura

```
hx = L/(Nx-1);
hy = h/(Ny-1);
a = hx^2;
b = hy^2;
c = hx*hy;

%zone 1: Central difference x y
for i = 2:(Nx-1)
    for j = 2:(Ny-1)
        CDx(j,i) = (phi(j,i+1)+phi(j,i-1)-2*phi(j,i))/a;
        CDy(j,i) = (phi(j+1,i)+phi(j-1,i)-2*phi(j,i))/b;
        CDxy(j,i) = (phi(j+1,i+1)-phi(j-1,i+1)-phi(j+1,i-1)+phi(j-1,i-1))/(4*c);
    end
end

%zone 2: Upper left corner/ Foward x y
CDx(1,1) = (phi(1,3)-2*phi(1,2)+phi(1,1))/a;
CDy(1,1) = (phi(3,1)-2*phi(2,1)+phi(1,1))/b;    %Taylor expansion
u0 = -3*phi(1,1)+4*phi(2,1)-phi(3,1);
u1 = -3*phi(1,2)+4*phi(2,2)-phi(3,2);
u2 = -3*phi(1,3)+4*phi(2,3)-phi(3,3);
CDxy(1,1) = (3*u0-4*u1+u2)/(4*c);

%zone 3: Upper central line/ Central x foward y
for i = 2:(Nx-1)
    CDx(1,i) = (phi(1,i+1)+phi(1,i-1)-2*phi(1,i))/a;
    CDy(1,i) = (phi(3,i)-2*phi(2,i)+phi(1,i))/b;
    u0 = -3*phi(1,i-1)+4*phi(2,i-1)-phi(3,i-1);
    u1 = -3*phi(1,i+1)+4*phi(2,i+1)-phi(3,i+1);
    CDxy(1,i) = (u1-u0)/(4*c);
end

%Cambiar de signo
CDxy(1,2) = -CDxy(1,2);
CDxy(1,Nx-1) = -CDxy(1,Nx-1);

%zone 4: Upper right corner /Backward x foward y
CDx(1,Nx) = (phi(1,Nx-2)-2*phi(1,Nx-1)+phi(1,Nx))/a;    %Taylor expansion
CDy(1,Nx) = (phi(3,Nx)-2*phi(2,Nx)+phi(1,Nx))/b;
u0 = -3*phi(1,Nx)+4*phi(2,Nx)-phi(3,Nx);
u1 = -3*phi(1,Nx-1)+4*phi(2,Nx-1)-phi(3,Nx-1);
u2 = -3*phi(1,Nx-2)+4*phi(2,Nx-2)-phi(3,Nx-2);
CDxy(1,Nx) = (-3*u0+4*u1-u2)/(4*c);
```

```

%zone 5: Left side line/Foward x central y
for j = 2:(Ny-1)
    CDx(j,1) = (phi(j,3)-2*phi(j,2)+phi(j,1))/a;
    CDy(j,1) = (phi(j+1,1)+phi(j-1,1)-2*phi(j,1))/b;
    u0 = phi(j-1,1)-phi(j+1,1);
    u1 = phi(j-1,2)-phi(j+1,2);
    u2 = phi(j-1,3)-phi(j+1,3);
    CDxy(j,1) = (3*u0-4*u1+u2)/(4*c);
end

%Cambio de signo
CDxy(2,1) = -CDxy(2,1);
CDxy(Ny-1,1) = -CDxy(Ny-1,1);

%zone 6: Right side line/Backward x central y
for j = 2:(Ny-1)
    CDx(j,Nx) = (phi(j,Nx-2)-2*phi(j,Nx-1)+phi(j,Nx))/a;
    CDy(j,Nx) = (phi(j+1,Nx)+phi(j-1,Nx)-2*phi(j,Nx))/b;
    u0 = phi(j-1,Nx)-phi(j+1,Nx);
    u1 = phi(j-1,Nx-1)-phi(j+1,Nx-1);
    u2 = phi(j-1,Nx-2)-phi(j+1,Nx-2);
    CDxy(j,Nx) = (-3*u0+4*u1-u2)/(4*c);
end

%Cambio de signo
CDxy(2,Nx) = -CDxy(2,Nx);
CDxy(Ny-1,Nx) = -CDxy(Ny-1,Nx);

%zone 7: Down left corner/Forward x backward y
CDx(Ny,1) = (phi(Ny,3)-2*phi(Ny,2)+phi(Ny,1))/a;
CDy(Ny,1) = (phi(Ny-2,1)-2*phi(Ny-1,1)+phi(Ny,1))/b;
u0 = 3*phi(Ny,1)-4*phi(Ny-1,1)+phi(Ny-2,1); %CAMBIO
u1 = 3*phi(Ny,2)-4*phi(Ny-1,2)+phi(Ny-2,2); %CAMBIO
u2 = 3*phi(Ny,3)-4*phi(Ny-1,3)+phi(Ny-2,3); %CAMBIO
CDxy(Ny,1) = (3*u0-4*u1+u2)/(4*c); %CAMBIO

%zone 8: Down central line/Central x backward y
for i = 2:(Nx-1)
    CDx(Ny,i) = (phi(Ny,i+1)+phi(Ny,i-1)-2*phi(Ny,i))/a;
    CDy(Ny,i) = (phi(Ny-2,i)-2*phi(Ny-1,i)+phi(Ny,i))/b;
    u0 = 3*phi(Ny,i-1)-4*phi(Ny-1,i-1)+phi(Ny-2,i-1);
    u1 = 3*phi(Ny,i+1)-4*phi(Ny-1,i+1)+phi(Ny-2,i+1);
    CDxy(Ny,i) = (u1-u0)/(4*c);
end

%Cambio de signo
CDxy(Ny,2) = -CDxy(Ny,2);

```

```

CDxy(Ny,Nx-1) = -CDxy(Ny,Nx-1);

%zone 9: Down right corner/Backward x y
CDx(Ny,Nx) = (phi(Ny,Nx-2)-2*phi(Ny,Nx-1)+phi(Ny,Nx))/a;
CDy(Ny,Nx) = (phi(Ny-2,Nx)-2*phi(Ny-1,Nx)+phi(Ny,Nx))/b;
u0 = 3*phi(Ny,Nx)-4*phi(Ny-1,Nx)+phi(Ny-2,Nx);
u1 = 3*phi(Ny,Nx-1)-4*phi(Ny-1,Nx-1)+phi(Ny-2,Nx-1);
u2 = 3*phi(Ny,Nx-2)-4*phi(Ny-1,Nx-2)+phi(Ny-2,Nx-2);
CDxy(Ny,Nx) = (-3*u0+4*u1-u2)/(4*c);

Dphix = CDx;
Dphiy = CDy;
Dphixy = CDxy;

end

```

Anexo C. Código MSC

```
%Curvature calculation for each mode
for i = 1:m
    [dphix(:,:,i),dphiy(:,:,i),dphixy(:,:,i)] = CD(dphi(:,:,i),Nx,Ny,L,h);
    [uphix(:,:,i),uphiy(:,:,i),uphixy(:,:,i)] = CD(uphi(:,:,i),Nx,Ny,L,h);
end

%Damage index
for i = 1:m
    for k = 1:Nx
        for j = 1:Ny
            dm(j,k,i) = (abs(dphix(j,k,i)-uphix(j,k,i))+abs(dphiy(j,k,i)
                -uphiy(j,k,i)))^2;
        end
    end
end

d = zeros(Ny,Nx);
for k = 1:Nx
    for j = 1:Ny
        for i = 1:m
            d(j,k) = d(j,k)+dm(j,k,i);
        end
    end
end

%Output
dCOSx = dphix;
dCOSy = dphiy;
uCOSx = uphix;
uCOSy = uphiy;
Dm = dm;
D = d;

end
```

Anexo D. Código ULS

```
%Flexibility matrix Ft
n = Nx*Ny; %Grados de libertad
F = zeros(n,n);
Fd = F;

for i=1:m
    Phi = uphi(:,:,i);
    Phic = Phi(:);
    Ft = Phic*Phic';
    F = F+Ft/wu(i)^2;
end
for i=1:m
    Phid = dphi(:,:,i);
    Phicd = Phid(:);
    Ftd = Phicd*Phicd';
    Fd = Fd+Ftd/wd(i)^2;
end

%Uniform Load Surface
L0 = ones(n,1);
uu = F*L0;
ud = Fd*L0;

uu = reshape(uu,Ny,Nx);
ud = reshape(ud,Ny,Nx);

[uux,uuy,uuxy] = CD(uu,Nx,Ny,L,h);
[udx,udy,udxy] = CD(ud,Nx,Ny,L,h);

for k = 1:Nx
    for j = 1:Ny
        d(j,k) = (abs(udx(j,k)-uux(j,k))+abs(udy(j,k)-uuy(j,k)))^2;
    end
end
Damage = d;
```

Anexo E. Código SEM

```
dphix = zeros(Ny,Nx,m); dphiy = zeros(Ny,Nx,m); dphixy = zeros(Ny,Nx,m);
uphix = zeros(Ny,Nx,m); uphiy = zeros(Ny,Nx,m); uphixy = zeros(Ny,Nx,m);
for i = 1:m
    [dphix(:,:,i),dphiy(:,:,i),dphixy(:,:,i)] = CD(dphi(:,:,i),Nx,Ny,L,h);
    [uphix(:,:,i),uphiy(:,:,i),uphixy(:,:,i)] = CD(uphi(:,:,i),Nx,Ny,L,h);
end

for i = 1:m
    a1(:,:,i) = uphix(:,:,i).^2; b1(:,:,i) = uphiy(:,:,i).^2;
    c1(:,:,i) = uphix(:,:,i).*uphiy(:,:,i); d1(:,:,i) = uphixy(:,:,i).^2;
    a2(:,:,i) = dphix(:,:,i).^2; b2(:,:,i) = dphiy(:,:,i).^2;
    c2(:,:,i) = dphix(:,:,i).*dphiy(:,:,i); d2(:,:,i) = dphixy(:,:,i).^2;
end

fu = zeros(Ny,Nx,m); fd = zeros(Ny,Nx,m);
for i = 1:m
    fu(:,:,i) = a1(:,:,i)+b1(:,:,i)+2*nu*c1(:,:,i)+2*(1-nu)*d1(:,:,i);
    fd(:,:,i) = a2(:,:,i)+b2(:,:,i)+2*nu*c2(:,:,i)+2*(1-nu)*d2(:,:,i);
end

uu = zeros(Ny,Nx,m); ud = zeros(Ny,Nx,m);
for i = 1:m
    for k = 1:(Nx-1)
        for j = 1:(Ny-1)
            xi = [x(k) x(k+1)];
            yi = [y(j) y(j+1)];
            fui = [fu(j,k,i) fu(j,k+1,i);fu(j+1,k,i) fu(j+1,k+1,i)];
            fdi = [fd(j,k,i) fd(j,k+1,i);fd(j+1,k,i) fd(j+1,k+1,i)];
            uu(j,k,i) = trapz(yi,trapz(xi,fui));
            ud(j,k,i) = trapz(yi,trapz(xi,fdi));
        end
    end
end

for i = 1:m
    Uu(i) = sum(sum(uu(:,:,i)));
    Ud(i) = sum(sum(ud(:,:,i)));
end

df = zeros(Ny-1,Nx-1,m); uf = zeros(Ny-1,Nx-1,m);
for i = 1:m
    for k = 1:(Nx-1)
        for j = 1:(Ny-1)
            uf(j,k,i) = uu(j,k,i)/Uu(i);
        end
    end
end
```

```

        df(j,k,i) = ud(j,k,i)/Ud(i);
    end
end
end

Fu = zeros(Ny-1,Nx-1); Fd = zeros(Ny-1,Nx-1);
for k = 1:(Nx-1)
    for j = 1:(Ny-1)
        for i = 1:m
            Fu(j,k) = Fu(j,k)+uf(j,k,i);
            Fd(j,k) = Fd(j,k)+df(j,k,i);
        end
    end
end

for k = 1:(Nx-1)
    for j = 1:(Ny-1)
        b(j,k) = Fd(j,k)/Fu(j,k);
    end
end

[xm,ym] = meshgrid(x(1:length(x)-1),y(1:length(y)-1));
Xm = xm;
Ym = ym;
%Output
Beta = b;

end

```