



**UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL**

**MODELO TERMODINÁMICO PARA EVALUAR LA EVOLUCIÓN A
LARGO PLAZO DE UNA LAGUNA SOMERA CON APLICACIÓN EN
LAGUNA CARÉN, CHILE**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

GUSTAVO ADOLFO FABIÁN ROMERO SEPÚLVEDA

PROFESOR GUÍA:

ALBERTO DE LA FUENTE STRANGER

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:

YARKO NIÑO CAMPOS

ALDO TAMBURRINO TAVANTZIS

SANTIAGO DE CHILE

2018

RESUMEN DE LA MEMORIA
PARA OPTAR EL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL
POR: GUSTAVO ROMERO SEPÚLVEDA
FECHA: 06 DE MARZO DE 2018
PROF. GUÍA: ALBERTO DE LA FUENTE

MODELO TERMODINÁMICO PARA EVALUAR LA EVOLUCIÓN A LARGO PLAZO DE UNA LAGUNA SOMERA CON APLICACIÓN EN LAGUNA CARÉN, CHILE

Mediciones recientemente realizadas en la laguna Carén, ubicada en la comuna de Pudahuel, muestran que este cuerpo de agua somero tiene importantes variaciones intradiarias de la temperatura del fluido, debido a la dinámica producida por las condiciones atmosféricas de la zona y la estratificación natural propia de ambientes lénticos. El presente trabajo de título tiene como objetivo diseñar e implementar un modelo termodinámico para la estructura térmica de la columna de agua, que incluya el efecto de los sedimentos sobre un cuerpo de agua somero, con aplicación en la laguna Carén, y que además pueda reproducir la evolución de largo plazo (50-70 años), para lograr evidenciar los efectos del cambio climático. Para lo anterior se requiere estudiar cuál es el impacto que poseen estos sedimentos en las variaciones de la temperatura de una laguna de este tipo. Para esto, se formula un modelo unidimensional para la vertical que acople los flujos de calor entre los sedimentos y el agua que incluya la mayor cantidad de información acerca de esta laguna. Los resultados obtenidos muestran un flujo de calor importante a escala intradiaria con los sedimentos, además de un aumento en las temperaturas máximas anuales y una disminución en las temperaturas mínimas anuales para los últimos 69 años, tanto en la superficie de la laguna como en el fondo de esta. Adicionalmente se evidencia un descenso considerable con respecto a la evaporación tal como se determinó para el caso del salar del Huasco por de la Fuente y Meruane (2016). Estos resultados si bien prueban un efecto de cambio climático, deben considerarse con moderación pues el modelo es unidimensional y no considera el efecto de corrientes laterales.

*Dedicado a mi familia
y a los amantes de las ciencias
y el buen fútbol*

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, agradecer a mi madre por ser un ejemplo constante de esfuerzo y dedicación, y a mi padre por ser el maestro y amigo que he necesitado a mi lado. Espero algún día poder devolverles una pequeña parte de lo que he recibido de ustedes. Gracias a mi familia en general por las alegrías y los desafíos, y en particular a mi abuelo por enseñarme que no existen los límites y a mi hermana por ser mi gran motivación.

Agradecer a todos quienes estuvieron a mi lado durante la etapa universitaria e hicieron esta experiencia aún más enriquecedora y entretenida. Gracias a mis amigos de la universidad y del colegio por ser una distracción y por aprender juntos lo que está más allá de un libro y una sala de clases.

Agradecer al Peter en particular por la compañía que nos hicimos durante la última etapa, por todas esas conversaciones profundas a la hora del almuerzo, por el humor y por el interés mutuo en el trabajo del otro.

Gracias Jacqueline por la preocupación y la humanidad entregada en un momento clave, las cargas emocionales lamentablemente se arrastran donde quiera que vamos.

Muchas gracias Karla por la buena disposición en el INH, por las invitaciones a conocer las instalaciones y por la preocupación. Gracias al profesor Luis Zamorano por la ayuda entregada en el proceso.

Finalmente quiero agradecer a mi profesor guía Alberto de la Fuente por su gran disponibilidad y preocupación. Gran parte del ingenio plasmado en este trabajo y lo aprendido los últimos 6 meses se lo debo a él. Agradecer también al profesor Yarko Niño por la importancia y seriedad entregada durante el E y a la Universidad de Chile en general por ser un foco de conocimiento y experiencia.

TABLA DE CONTENIDO

CAPÍTULO 1 – INTRODUCCIÓN	1
1.1 Motivación.....	1
1.2 Objetivos.....	2
1.3 Organización del informe	2
CAPÍTULO 2 - REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	3
2.1 Antecedentes Generales.....	3
2.2 Modelo de transporte de calor y energía	4
2.2.1 Modelo de transferencia de calor.....	5
2.2.2 Modelo energía cinética turbulenta $K - \epsilon$	8
2.2.3 Condiciones de borde	10
2.2.3.1 Interfaz agua-superficie	11
2.2.3.2 Interfaz agua-sedimentos.....	13
2.3 Modelación numérica	18
CAPÍTULO 3 – METODOLOGÍA.....	20
3.1 Punto de estudio	20
3.2 Variables de entrada del modelo	21
3.3 Desarrollo modelo numérico $K - \epsilon$ -Temperatura.....	22
3.3.1 Modelo de turbulencia $K - \epsilon$	24
3.3.2 Modelo de transporte de calor	27
CAPÍTULO 4 – RESULTADOS	29
4.1 Parámetros y calibración del modelo.....	29
4.2 Validación del modelo.....	33
4.3 Temperatura en los sedimentos	35
4.4 Coeficiente de Difusión turbulenta vertical.....	37

4.5 Máxima frecuencia boyante	43
4.6 Análisis de sensibilidad	46
4.7 Resultados a largo plazo	48
CAPÍTULO 5 – ANÁLISIS DE RESULTADOS	56
5.1 Calibración y Validación del modelo	56
5.2 Temperatura en los sedimentos	58
5.3 Coeficiente de difusión turbulenta vertical y máxima frecuencia boyante	59
5.4 Resultados a largo plazo	60
CAPÍTULO 6 – CONCLUSIONES	62
BIBLIOGRAFÍA	64
ANEXOS	67

CAPÍTULO 1 – INTRODUCCIÓN

1.1 Motivación

Los cuerpos de agua naturales como lagos y embalses poseen una estratificación térmica estacional que ocurre en ciertos períodos del año donde es posible distinguir dos zonas a diferentes temperaturas denominadas epilimnio e hipolimnio. Sin embargo, para salares y lagunas con profundidades de entre algunos centímetros y metros, es posible observar bruscas variaciones en el transcurso de tan solo un día, junto a una alta variabilidad de los procesos de estratificación y mezcla vertical (Baladrón, 2011). Es en este contexto donde los sedimentos resultan ser los encargados de entregar un flujo de calor tal que impide un descenso abrupto en la temperatura de estas lagunas someras durante las noches, e impide que la temperatura aumente fuertemente durante el día (de la Fuente & Meruane, 2017a). Para el caso de la laguna Carén, se han evidenciado importantes diferencias de temperatura durante algunos días, lo cual apunta a que debe existir un aporte y almacenamiento de calor por parte de los sedimentos (Román, 2017).

Estudios previos realizados en este ámbito destacan la dinámica del proceso de intercambio de calor entre los sedimentos y el agua en cuerpos de agua someros. En ellos, se han desarrollado modelos numéricos apoyados en diferentes supuestos. Fang y Stefan (1996) presentaron un modelo unidimensional, impermanente para estudiar el efecto de los sedimentos en los flujos de calor utilizando un término fuente H_w que representa una fuente de calor que incluye el intercambio de calor con la atmósfera, el intercambio de calor con los sedimentos y la radiación solar absorbida en función de la profundidad de la laguna. De esta manera, concluyeron que los flujos de calor entre los sedimentos y el agua poseen una gran dinámica en ambos sentidos a lo largo de todo un año. Por otra parte, Xing et al (2012), determinaron la importancia de los flujos de calor dentro de un determinado cuerpo de agua para entender la estratificación térmica de la misma, a una escala de tiempo diaria.

La importancia del estudio de la temperatura del agua en cuerpos de agua someros radica en que éstos son fuentes propicias para la generación de ecosistemas, siendo la temperatura uno de los factores más influyentes en el desarrollo de la vida en ellos. De esta manera, al conocer el comportamiento termodinámico de una fuente de agua dulce somera, es posible determinar, entre otros factores, en qué condiciones ambientales se encuentra (Baladrón, 2011). Además, la estratificación de la columna de agua determinada por medio de las variaciones verticales de la temperatura posee una relación directa en, por ejemplo, el oxígeno disuelto dentro de la misma (Mitsch & Gosselink, 2015). De esta manera, el efecto de los sedimentos resulta de vital importancia, cuyo rol se puede calificar como de reservorio energético, el cual, le permite a este cuerpo de agua mantenerse dentro de un rango de temperaturas que logran establecer condiciones óptimas para el desarrollo de la vida (Román, 2017).

1.2 Objetivos

El objetivo principal del presente trabajo de título es diseñar e implementar un modelo numérico termodinámico para la evolución a largo plazo de la temperatura en una laguna somera, y aplicarlo a la laguna Carén.

Específicamente se definen los siguientes objetivos a realizar:

1. Reunir mediciones e información procedente de la laguna Carén que permitan conocer las condiciones climáticas de esta laguna, con el fin de utilizarlas como datos de entrada para un modelo numérico.
2. Definir un sistema de ecuaciones de transporte de calor 1-D para la vertical tal que, sea capaz de integrar el fluido de la laguna y los sedimentos ubicados en el fondo de esta con el fin de estudiar su comportamiento termodinámico a largo plazo.
3. Implementar un modelo numérico a partir de las ecuaciones determinadas en el punto anterior y aplicarlo para el estudio termodinámico de la laguna Carén.

1.3 Organización del informe

Los contenidos de esta memoria se dividen en 6 capítulos detallados a continuación:

El capítulo 1 “Introducción” incluye el tema en que se enmarca esta memoria, una breve revisión bibliográfica donde se exponen algunos estudios realizados con respecto a este tema y la motivación para desarrollar el trabajo de título.

El capítulo 2 “Revisión bibliográfica” presenta una discusión acerca de la información publicada con respecto al tema de estudio.

El capítulo 3 “Metodología” expone una breve caracterización de la zona de estudio y detalla los procedimientos utilizados para conseguir los resultados finales.

El capítulo 4 “Resultados” muestra los resultados obtenidos a partir del modelo desarrollado.

El capítulo 5 “Análisis de resultados” presenta un estudio acerca de los resultados obtenidos centrado en el tema de esta memoria.

El capítulo 6 “Conclusiones” resume las principales conclusiones y comentarios generales a partir del trabajo realizado, incluyendo las ventajas de este y las propuestas para perfeccionar el desarrollo de trabajos similares en el futuro.

CAPÍTULO 2 - REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

2.1 Antecedentes Generales

Los humedales son considerados como uno de los ecosistemas más importantes dentro de la Tierra, ya que principalmente albergan un espacio para el desarrollo de la vida silvestre (Mitsch & Gosselink, 2015). Los humedales son capaces de actuar como reservorios de flujos acuáticos provenientes de fuentes tanto naturales como humanas. Además, logran estabilizar los suministros en períodos de sequías e inundaciones, recargan acuíferos de aguas subterráneas y limpian aguas contaminadas (Mitsch & Gosselink, 2015). Son conocidos como “supermercados naturales” debido a su rica biodiversidad pues proveen de un hábitat para una gran variedad de flora y fauna (Mitsch & Gosselink, 2015). Históricamente, en el período Carbonífero, estos ambientes fueron sepultados a gran presión originando las fuentes de combustible fósiles que hoy en día utilizamos a diario (Mitsch & Gosselink, 2015).

Las fuentes de aguas someras sufren naturalmente de una estratificación térmica estacional asociada a las estaciones del año producto de la radiación solar. De esta forma, en el verano se genera en la superficie un volumen de fluido a mayor temperatura, y por ende a menor densidad, conocido como epilimnio. En contraste, en el fondo, se encuentra un fluido a menor temperatura conocido como hipolimnio (García, 1996). Al observar la distribución de temperaturas en la vertical, es posible observar un cambio brusco que pareciera indicar una franja delgada donde se presencia el máximo gradiente vertical, este lugar se conoce como termoclina. Durante esta estratificación estacional, se generan bajos niveles de oxígeno disuelto en el hipolimnio debido a las demandas de oxígeno requeridas para la degradación de la materia orgánica sedimentada y a la poca reoxigenación de esta zona pues no logra recibir el oxígeno presente en la atmósfera (García, 1996). Las condiciones anaeróbicas que se generan en esta zona imposibilitan la descomposición de materiales orgánicos y se generan aportes de nitrógeno y fósforo que inducen la eutroficación del lago (García, 1996).

La temperatura del agua, que varía producto de las condiciones climáticas, posee una gran influencia dentro de estos ecosistemas, pues controla la solubilidad del oxígeno disuelto, el metabolismo y la respiración de animales y plantas (Fang & Stefan, 1996). Datos históricos hidroclimáticos sobre la Tierra evidencian un aumento tanto en la temperatura del aire como en la temperatura del agua (Sahoo et al., 2015). A su vez, los modelos climáticos señalan un aumento e incluso una posible aceleración de esta tendencia producto del cambio climático afectando de gran manera estos ambientes (Sahoo et al., 2015).

Producto de las diferentes temperaturas que toman los cuerpos de aguas someros a lo largo del año, es posible concluir que se producen flujos de calor tanto en la interfaz agua-atmósfera, dentro del fluido y en la interfaz agua-sedimentos (Fang & Stefan, 1996). Si bien, estos flujos de calor son realmente apreciables durante las estaciones del año, la dirección del flujo de calor varía con gran frecuencia a una escala diaria (Fang & Stefan, 1996). Se han demostrado variaciones de temperatura de entre 20°C y 30°C en un día para lagunas extremadamente someras de centímetros de profundidad, donde los sedimentos logran

almacenar parte de este calor durante el día y posteriormente lo liberan en la noche amortiguando los bruscos cambios de temperatura de la zona (de la Fuente et al., 2015). Estos cambios también se aprecian en menor amplitud para el caso de la Laguna Carén, donde las variaciones de la temperatura del aire son mucho mayores a las variaciones de la temperatura del agua, lo que se explica en parte por el alto calor específico del agua (Román, 2017). Por otra parte, en el fondo de la laguna se observan temperaturas menores que aumentan el gradiente de calor en la dirección vertical, producto de la absorción de calor de los sedimentos (Román, 2017).

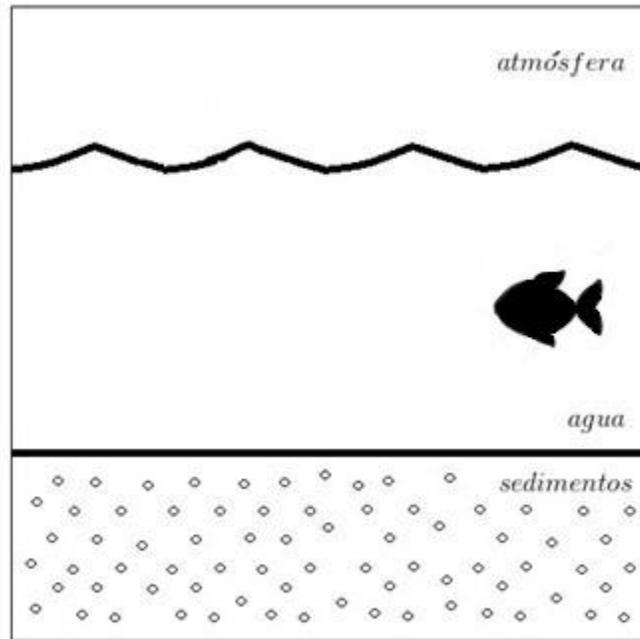


Figura 1.- Esquema interacción atmósfera-agua-sedimentos. Fuente: Elaboración propia.

2.2 Modelo de transporte de calor y energía

Resolver un problema de transferencia de calor resulta relativamente sencillo a partir de la ecuación de transporte de esta propiedad. Sin embargo, con el objetivo de representar de mejor manera la dinámica del problema, es necesario considerar los efectos de términos fuentes y la turbulencia del fluido asociada al movimiento aleatorio de las partículas.

Para el caso de estudiar el movimiento de un fluido, para incluir la turbulencia, bastaría con solucionar las ecuaciones RANS (Reynolds averaged Navier-Stokes equations) junto con alguna ecuación de cierre de turbulencia para elementos de tamaño infinitesimal comparado con el dominio estudiado, pues es a esta escala donde ocurren los efectos de turbulencia (Rodi, 1984). Como es de esperar, la exigencia computacional para estos casos es extrema y es debido a esta razón que surge la necesidad de aplicar un sistema de ecuaciones que permita resolver el problema de turbulencia de una manera más sencilla, conocido como modelo de turbulencia $k - \epsilon$ para este caso (Rodi, 1984).

2.2.1 Modelo de transferencia de calor

En primer lugar, para este caso, se debe identificar que existen dos interfaces en las cuales se originarán los diferentes flujos de calor: una interfaz agua-atmósfera y una interfaz agua-sedimentos. El modelo de transferencia de calor descrito a continuación hace referencia en una primera parte al cuerpo de agua y finalmente al caso de los sedimentos. Para el caso de la atmósfera, no se plantea un modelo matemático, sino que se considera un balance radiativo, el cual, como se mencionó en la sección 1.1 para una escala temporal pequeña (diaria), debiese entregar un comportamiento oscilatorio. La transferencia de calor con los sedimentos se produce a través del fenómeno de conducción, esencialmente en la dirección vertical. Debido a esto, puede ser suficiente un modelo unidimensional para poder representar el transporte de calor (Fang & Stefan, 1996). Para poder plasmar la dinámica de transferencia de calor con la atmósfera y, en particular, la penetración de la radiación solar de onda corta, se requiere utilizar un término fuente de calor asociado a la absorción de radiación solar en la columna de agua (Fang & Stefan, 1996).

La ecuación de transporte de calor que permite modelar la distribución de temperaturas dentro de una laguna somera se presenta a continuación.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z A \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{H_W}{\rho c_p} \quad 1$$

donde:

T : Temperatura del agua [$^{\circ}C$]

z : Profundidad dentro de la columna de agua [m]

t : Variable independiente temporal [seg]

A : Área horizontal en función de la profundidad “ z ” [m^2]

k_z : Coeficiente de difusión turbulenta y molecular de calor para el agua [$\frac{m^2}{seg}$]

ρc_p : Capacidad calórica por unidad de volumen [$\frac{J}{m^3 \cdot ^{\circ}C}$]

H_W : Término fuente que representa fuente o sumidero de calor por unidad de volumen asociado a la radiación de onda corta que puede penetrar la superficie del agua [$\frac{J}{m^3 \cdot seg}$]

El detalle de la representación del término fuente se presenta junto a las condiciones de borde en la sección 2.2.3.1, debido a la influencia de la radiación solar sobre él, la cual a su vez es utilizada para deducir el flujo de calor ubicado en la interfaz agua-atmósfera.

El transporte de calor en los sedimentos se puede interpretar como un fenómeno difusivo impermanente, gracias a esto, nuevamente se utiliza la ecuación de transporte de calor para modelar la distribución de temperatura en ellos, considerando un área fija y un coeficiente de difusión ambos uniformes en la vertical (de la Fuente & Meruane, 2017a). Para este caso, la ecuación no posee una fuente o sumidero de calor pues la distancia de la zona fótica no alcanza las profundidades de esta laguna. A causa de esto, la solución a este problema es

mucho más sencilla y requiere simplemente de reconocer las condiciones de borde propias del problema.

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = k_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial z^2} \quad 2$$

donde:

T_s : Temperatura de los sedimentos [$^{\circ}C$]

k_s : Coeficiente de difusión térmica para los sedimentos [$\frac{m^2}{seg}$]

La importancia de los sedimentos radica en poder determinar el intercambio de la variable en estudio entre el agua y los sedimentos en su interfaz. Esta variable puede ser el calor, como es en este caso, o puede ser también la concentración de oxígeno disuelto u otro tipo de concentración. En particular, el flujo de oxígeno disuelto en la interfaz es controlado por la producción primaria béntica, respiración y reacciones bioquímicas en los sedimentos, además del transporte turbulento propio de la columna de agua (de la Fuente et al., 2016). Chalhoub et al (2017), utilizaron la ecuación de difusión de calor con un propósito diferente, para evaluar la evolución de temperaturas del suelo con el objetivo de mejorar las configuraciones de intercambiadores de calor geotérmico.

Con el propósito de identificar la importancia de los sedimentos, se identifica un primer número adimensional que da cuenta de la influencia de los sedimentos en el balance de calor y representa la relación que existe entre la inercia termal de los sedimentos y la inercia termal de la columna de agua (de la Fuente & Meruane, 2017a).

$$\Pi_1 = \frac{(\rho C_p)_{sed}}{(\rho C_p)_w} \cdot \frac{1}{2h\alpha_n} \quad 3$$

donde:

h : Altura de la columna de agua [m].

α_n : Término que corresponde al inverso de la longitud de escala asociada a la penetración de calor en los sedimentos [m^{-1}].

Para cuantificar la influencia del transporte turbulento de la columna de agua sobre el flujo de calor de los sedimentos, se define un segundo número adimensional, entendido como la relación entre la escala temporal asociada a cambios en la forzante externa y la escala temporal requerida para alcanzar el equilibrio térmico en la interfaz (de la Fuente & Meruane, 2017a).

$$\Pi_2 = \frac{k_t}{\omega_n h} \quad 4$$

donde:

ω_n : Frecuencia del n-ésimo término de la expansión de Fourier [seg^{-1}].

k_t : Velocidad de transferencia de calor o coeficiente de transferencia de calor [m/s].

Como se puede apreciar en las ecuaciones (1) y (2), el primer término del lado derecho representa la difusión turbulenta y molecular de calor, o simplemente la difusión térmica, caracterizada por el coeficiente de difusión turbulenta y molecular de calor k_z para el agua y k_s para los sedimentos. La diferencia entre ambos coeficientes radica simplemente en que para el caso del agua este coeficiente varía tanto en la profundidad como en el tiempo y para los sedimentos se considera constante y uniforme en la vertical. En particular, para la ecuación de transporte de calor de la columna de agua, se puede observar que el coeficiente de difusión turbulenta varía a lo largo de la columna de agua pues depende de la viscosidad turbulenta que es propiedad del flujo y no del fluido, a diferencia del coeficiente de difusión molecular:

$$k_z = \frac{\nu_t}{\sigma_t} + D_m \quad 5$$

En este caso, ν_t representa la viscosidad turbulenta vertical [m^2/seg] y su relevancia se detalla en las secciones posteriores. Por otro lado, σ_t representa el número de Prandtl turbulento para el transporte de calor turbulento (Rodi, 1984). Finalmente, el término D_m corresponde al coeficiente de difusión molecular de calor.

Aunque el transporte de calor en los sedimentos también se ve afectado por la advección producida por el movimiento de aguas subterráneas y puede llegar a ser importante. Para este caso, solo se considera el transporte por difusión y conducción vertical de calor, como se puede evidenciar en la ecuación de transporte de calor presentada (Fang & Stefan, 1998).

La solución para la ecuación (2) se encuentra atada a las condiciones de temperatura del fluido. Debido a la oscilación térmica propia de estos ambientes, es posible considerar que este problema corresponde al segundo problema de Stokes exclusivamente para el caso de los sedimentos, cuya solución analítica es la presentada a continuación:

$$T_s(z, t) = T_0 e^{-z \sqrt{\frac{n}{2k_s}}} \cos \left(nt - z \sqrt{\frac{n}{2k_s}} \right) \quad 6$$

donde:

n : Corresponde a la frecuencia de oscilación del sistema [$\frac{1}{seg}$]

Esta solución identifica a cierta distancia de la interfaz una temperatura fija similar al promedio anual de temperaturas de la capa superior de la columna de agua y depende en gran medida del régimen de temperaturas del lago (Fang & Stefan, 2009).

Alternativamente, dada la periodicidad de esta función, es posible trabajar a partir de series de Fourier, en cuyo caso, la solución para la ecuación de difusión de calor es la siguiente (de la Fuente & Meruane, 2017a):

$$T_{s(z,t)} = \sum_{n=-N}^N T_{sn} e^{i\omega_n t} e^{(1+s_n t)\alpha_n z} \quad 7$$

donde:

T_{sn} : Amplitud n-ésima de temperatura en la interfaz agua-sedimentos [$^{\circ}\text{C}$].

s_n : Signo del término n-ésimo.

$$\omega_n = \frac{2\pi n}{\Delta t(2N + 1)} \quad 8$$

$$\alpha_n = \sqrt{\frac{\text{abs}(\omega_n)}{2k_s}} \quad 9$$

donde:

Δt : Paso de tiempo para la discretización temporal [seg].

N : La función expandida en serie de Fourier posee un total de $2N+1$ términos.

De esta manera, se cuenta con un sistema de ecuaciones capaces de entregar la distribución de temperaturas tanto para la laguna como para los sedimentos dadas las condiciones de borde propias de este caso. Sin embargo, aún no se han considerado los efectos de turbulencia generados por la estratificación térmica de la laguna.

2.2.2 Modelo energía cinética turbulenta $K - \varepsilon$

En la mayoría de los estudios hidráulicos, el flujo con el que se trabaja posee una componente turbulenta, esto quiere decir que el movimiento del fluido es aleatorio, impermanente y tridimensional (Rodi, 1984), es por esta razón que, para el caso de estudiar la dinámica de la estratificación y posterior mezcla completa de una laguna somera, se debe considerar un coeficiente de difusión turbulento.

Una forma de representar la turbulencia del sistema acuático es mediante un modelo $K - \varepsilon$ unidimensional para la componente vertical. Solo se considera una dimensión pues, en la mayoría de los casos para cuerpos de agua de pequeño y mediano tamaño, las variaciones de temperatura horizontales no logran ser significativas comparadas con las variaciones verticales (Goudsmit et al., 2002).

El modelo presentado a continuación representa la energía cinética turbulenta K [$m^2 seg^{-2}$] y la disipación de energía cinética turbulenta ε [$m^2 seg^{-3}$], respectivamente:

$$\frac{\partial K}{\partial t} + U_i \frac{\partial K}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{v_t}{\sigma_k} \frac{\partial K}{\partial x_i} \right) + P + G - \varepsilon \quad 10$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{K} (P + G) \cdot (1 + C_{3\varepsilon} \cdot R_f) - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{K} \quad 11$$

Los términos del lado izquierdo de las ecuaciones (10) y (11) corresponden a la variación temporal y al transporte producto de la velocidad media del flujo respectivamente. El primer término del lado derecho corresponde a la resultante del transporte difusivo, P representa la producción de energía cinética turbulenta, G indica la producción debido a la estabilidad térmica de la columna de agua y ε corresponde a la disipación de energía.

Para este caso, no se cuenta con alguna fuente de producción energética P , esto es, despreciando los efectos de vegetación de la zona y otros. Por lo tanto, el modelo $K - \varepsilon$ requerido es el siguiente (modificado de (Baladrón, 2011)).

$$\frac{\partial K}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(k_k \frac{\partial K}{\partial z} \right) - \left(k_k \cdot \beta \cdot g \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) - \varepsilon \quad 12$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(k_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{K} \left(k_\varepsilon \cdot \beta \cdot g \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{K} \quad 13$$

Como es posible apreciar, se incluye un término G que representa la boyancia generada por los gradientes de temperatura en el sistema. Este término es conocido como frecuencia boyate o frecuencia de Brunt-Väisälä y puede ser interpretado en términos físicos como un movimiento vertical del fluido debido a las diferencias verticales de densidad experimentadas a causa de los cambios de temperatura producto de los flujos de calor imperantes en el sistema estudiado.

En este caso, el término de difusión turbulenta para K y ε queda representado por:

$$k_k = \frac{v_t}{\sigma_k} \quad 14$$

$$k_\varepsilon = \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \quad 15$$

$$v_t = c_\mu \frac{K^2}{\varepsilon} \quad 16$$

donde:

K : Energía cinética turbulenta (m^2/seg^2).

ε : Disipación de energía cinética turbulenta (m^2/seg^3).

k_k : Coeficiente de difusión turbulenta vertical (m^2/seg).

k_ε : Coeficiente de difusión para la energía cinética turbulenta (m^2/seg).

ν_t : Viscosidad turbulenta vertical (m^2/seg).

β : Coeficiente de expansión térmica; $2.2 \cdot 10^{-4}$ ($1/^\circ C$).

g : Aceleración de gravedad (m/seg^2).

T : Temperatura ($^\circ C$).

σ_k : Coeficiente de Schmidt turbulento para K .

σ_ε : Coeficiente de Schmidt turbulento para ε .

Los valores recomendados para las constantes del modelo $K - \varepsilon$ fueron presentados por Launder y Spalding (1974) y se encuentran en la siguiente tabla (Rodi, 1984):

Tabla 1.1.- Constantes modelo de turbulencia.

Constante	Valor
c_μ	0.09
$C_{1\varepsilon}$	1.44
$C_{2\varepsilon}$	1.92
σ_k	1.00
σ_ε	1.30

Las ecuaciones presentadas son claramente no lineales, al igual que las ecuaciones de Navier-Stokes. Por tanto, para poder resolver este sistema de ecuaciones es necesario aplicar un método de resolución numérica. Sin embargo, aún no se cuenta con un sistema completo capaz de resolver este problema, pues las condiciones de borde no han sido detalladas.

2.2.3 Condiciones de borde

Para resolver las ecuaciones descritas anteriormente se requieren aplicar diferentes condiciones de borde, las cuales se encuentran ubicadas en las distintas interfaces. Además, es necesario definir una expresión que permita determinar el término fuente de la ecuación de transporte de calor. Esto se debe a que los procesos que controlan la temperatura del agua en el lago son: el intercambio de calor ocurrido en la superficie del agua, el intercambio de calor con los sedimentos y el intercambio de calor a través de procesos de difusión turbulenta (Fang & Stefan, 2009).

Existen dos tipos de condiciones de borde; del tipo Dirichlet y del tipo Neumann. En el primer caso, simplemente existe una expresión capaz de evaluar la variable de estudio en la frontera del dominio. En el caso de las condiciones del tipo Neumann, se cuenta con una expresión capaz de evaluar el gradiente de la variable en la frontera.

2.2.3.1 Interfaz agua-superficie

Para definir una condición de borde en esta interfaz, se requiere conocer la fuente de calor superficial llamada H^* , esta puede representarse por medio de un balance radiativo en la superficie del humedal el cual considera la radiación solar de onda corta reflejada e incidente, la radiación solar de onda larga emitida e incidente y los flujos turbulentos de calor sensible y calor latente (de la Fuente & Niño, 2010).

$$H^* = (1 - \alpha)H_{oc} + H_{ol_{aire}} - H_{ol_{agua}} - H_s - H_l \quad 17$$

En esta ecuación α corresponde al albedo de la laguna e indica la radiación de onda corta reflejada en el sistema. H_{oc} representa la radiación de onda corta incidente. H_{ol} es la radiación de onda larga, ya sea la emitida por el cuerpo de agua o la emitida por la atmósfera hacia el cuerpo de agua. En cuanto a H_s , este término corresponde al calor sensible y H_l corresponde al calor latente.

H_{oc} es un factor medible y del cual pueden encontrarse mediciones, al igual que el valor del albedo, cuyo valor suele depender del tipo de superficie y en este caso del tipo de laguna.

La radiación de onda larga del aire $H_{ol_{aire}}$ puede obtenerse por medio de la ecuación de Stefan y Boltzman considerando la humedad ambiental y la nubosidad.

$$H_{ol_{aire}} = \left(0.7 + 5.95 \cdot 10^{-5} e_a e^{\frac{1500}{T_a + 273.25}} \right) \sigma \varepsilon_{aire} (T_{aire} + 273.25)^4 - 0.3 \sigma \varepsilon_{aire} C (T_{aire} + 273.25)^4 \quad 18$$

donde:

σ : Constante de Stefan-Boltzman [-]

ε_{aire} : Emisividad del aire [-]

T_{aire} : Temperatura del aire [°C]

e_a : Presión parcial de vapor [milibares]

C : Fracción de cielo cubierto [-]

En la última ecuación presentada, el primer término del lado derecho corresponde a la corrección establecida por Idso (1981). En cuanto al segundo término, este corresponde a la corrección de cielo cubierto propuesta en los apuntes de Garreaud y Meruane (2005).

Para resolver la ecuación anterior, es necesario conocer el valor de la presión parcial de vapor, el cual es posible obtener a partir de la definición de humedad relativa.

$$HR = \frac{e_a}{e_{as}} \quad 19$$

donde:

e_{as} : Presión parcial de vapor para el aire saturado [milibares]

El término e_{as} se obtiene de la ecuación de Clausius-Clapeyron:

$$e_{as} = 6.11 \exp\left(\frac{17.27 T_{aire}}{T_{aire} + 237.3}\right) \quad 20$$

Con respecto a la radiación de onda larga del agua $H_{ol_{agua}}$, esta se puede obtener a partir de la siguiente expresión (de la Fuente & Niño, 2010).

$$H_{ol_{agua}} = \sigma \varepsilon_{agua} (T_{agua} + 273.25)^4 \quad 21$$

donde:

ε_{agua} : Emisividad del agua (0.97) [-]

T_{agua} : Temperatura del agua [$^{\circ}C$]

El calor sensible H_s se puede calcular a partir de la siguiente expresión obtenida por medio de la ley de Fick (Román, 2017):

$$H_s = -\left(\frac{100}{P}\right)^{0.285} (\rho c_p)_{aire} \kappa^2 u_{wind} \frac{T_{agua} - T_{aire}}{\ln\left(\frac{z_{wind}}{z_0}\right) \ln\left(\frac{z}{z_{0e}}\right)} \quad 22$$

donde:

u_{wind} : Velocidad del viento a la altura z_{wind} [$\frac{m}{seg}$]

P : Presión atmosférica [hPa]

ρc_p : Capacidad calórica del aire [$\frac{J}{kg^{\circ}C}$]

κ : Constante de Von Karman, aproximadamente igual a 0.41 [-]

z_{wind} : Altura donde se mide el viento [m]

z_0 : Rugosidad de la superficie donde se mide el esfuerzo de corte [m]

z_{0e} : Rugosidad de la superficie asociada a la evaporación [m]

Según Garrat (1994), z_{0e} corresponde a una fracción de z_0 igual a:

$$z_{0e} = \frac{z_0}{7.389} \quad 23$$

El calor latente H_l depende de la evaporación del agua como muestra la siguiente ecuación:

$$H_l = EL_w \rho_{aire} \quad 24$$

donde:

E : Tasa de evaporación [$\frac{m}{seg}$]

L_w : Calor latente de evaporación del agua [$\frac{J}{kg}$]

$$E = -0.622 \frac{1}{P} \kappa^2 u_{wind} \frac{e(z) - e_0}{\ln\left(\frac{z_{wind}}{z_0}\right) \ln\left(\frac{z}{z_{0e}}\right)} \quad 25$$

donde:

ρ_{aire} : Densidad promedio del aire $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$

P : Presión atmosférica [hPa]

$e(z)$: Presión de vapor medido en z [hPa]

e_0 : Presión de vapor medido en $z = z_{0e}$ [hPa]

A partir de la radiación de onda corta, es posible determinar el flujo de calor H_W que aplica a la laguna y que depende explícitamente del coeficiente de extinción k .

$$H_{sup}(z) = (1 - \alpha) H_{oc} \cdot e^{-k(H-z)} \quad 26$$

$$H_W = -\frac{\partial H_{sup}}{\partial z}(z) = k \cdot (1 - \alpha) H_{oc} \cdot e^{-k(H-z)} \quad 27$$

El término H_W representa el calor interno en el sistema debido a la penetración de calor generada por la radiación solar en este caso.

El valor del albedo en cuerpos de agua depende principalmente de la eutroficación de la laguna y de los sólidos en suspensión que se encuentren presentes (Baladrón, 2011).

Dado que, el término fuente considera el efecto de la radiación de onda corta, se redefine el flujo de calor en la interfaz agua-atmósfera H^* :

$$H^* = H_{ol_{aire}} - H_{ol_{lagua}} - H_s - H_l \quad 28$$

Finalmente, se define una condición de borde del tipo Neumann apropiada para esta interfaz y que considere el balance radiativo influyente en la distribución de temperaturas de la laguna.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{H_W}{\rho c_p} \quad \left\{ \begin{array}{l} -k_z \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=H} = H^* \end{array} \right. \quad 29$$

Notar que se considera un área transversal unitaria independiente de la profundidad z en la que se encuentre. Esto implica que el modelo estudiado es una representación de la columna de agua por medio de un prisma de área unitaria y no considera la batimetría propia de la laguna.

2.2.3.2 Interfaz agua-sedimentos

El intercambio de calor en la interfaz agua-sedimento se modela como un flujo de calor difusivo cuyas características de magnitud y dirección dependen del gradiente de temperatura, las condiciones turbulentas en la columna de agua y de la difusión molecular en los sedimentos (de la Fuente, 2014).

En esta interfaz, nuevamente se puede deducir que se generan flujos de calor en ambos sentidos producto de los gradientes de temperatura que ocurren entre los sedimentos y la columna de agua.

A continuación, se presentan dos formas de abordar este problema. El primer caso, corresponde a solucionar la ecuación de transporte de calor en los sedimentos y acoplarla con la solución encontrada para la columna de agua. Para esto, se requiere encontrar un coeficiente de difusión térmico en la interfaz.

El flujo de calor para la interfaz agua-sedimentos, desde el cuerpo de agua ($z = 0^+$), queda representado considerando solo efectos difusivos y un comportamiento lineal para el gradiente de temperaturas en la subcapa difusiva (de la Fuente et al. 2015).

$$H_{sed} = -(\rho C_p)_W \cdot k_W \frac{2(T_W - T_{IAS})}{\Delta z_W} \quad 30$$

donde:

H_{sed} : Flujo de calor interfaz agua-sedimentos [W/m^2].

$(\rho C_p)_W$: Capacidad calórica del agua [$\frac{J}{m^3 \cdot ^\circ C}$] ($\approx 4.4 \cdot 10^6$ [$\frac{J}{m^3 \cdot ^\circ C}$]).

k_W : Coeficiente de difusión térmica vertical para el agua [m^2/seg].

Δz_W : Tamaño nodo volumen de control para la columna de agua [m].

T_W : Temperatura del agua [$^\circ C$].

T_{IAS} : Temperatura en la interfaz agua-sedimentos [$^\circ C$]

Para el caso de los sedimentos ($z = 0^-$), el flujo de calor en la interfaz también depende del gradiente de temperaturas y se calcula a partir de la siguiente ecuación (de la Fuente et al. 2015).

$$H_{sed} = -(\rho C_p)_{sed} \cdot k_{sed} \cdot \left. \frac{\partial T_s}{\partial z} \right|_{z=0^-} \quad 31$$

donde:

$(\rho C_p)_{sed}$: Capacidad calórica del agua [$\frac{J}{m^3 \cdot ^\circ C}$].

k_{sed} : Coeficiente de difusión térmica vertical para los sedimentos [m^2/seg].

Considerando válida una aproximación de Taylor lineal de primer orden, es posible modificar la última ecuación de flujo de calor.

$$H_{sed} = -(\rho C_p)_{sed} \cdot k_{sed} \cdot \frac{2(T_{IAS} - T_s)}{\Delta z_s} \quad 32$$

El factor 2 de las ecuaciones (30) y (32) proviene de la estructura propia del esquema numérico volúmenes finitos. Por otra parte, el flujo de calor centrado en $z = 0$ queda expresado como:

$$H_{sed} = -D_{IAS} \cdot \frac{2(T_w - T_s)}{(\Delta z_s + \Delta z_w)} \quad 33$$

Igualando las ecuaciones (28), (30) y (31) se define el coeficiente de difusión en la interfaz.

$$D_{IAS} = \frac{D_w \cdot D_s \cdot (\Delta z_w + \Delta z_s)}{D_s \cdot \Delta z_w + D_w \cdot \Delta z_s} \quad 34$$

$$D_w = (\rho C_p)_w \cdot k_w \quad 35$$

$$D_s = (\rho C_p)_{sed} \cdot k_{sed} \quad 36$$

De esta forma, es posible calcular el flujo de calor en la interfaz con la expresión que incluye el coeficiente de difusión D_{IAS} , no obstante, como se mencionó anteriormente, es necesario solucionar además la ecuación de transporte de calor para los sedimentos. Con este fin, debe aplicarse la condición de borde adiabática para $z = -\infty$ (de la Fuente et al; 2015), la cual queda representada por la siguiente ecuación:

$$\left. \frac{\partial T_s}{\partial z} \right|_{z=-\infty} = 0 \quad 37$$

Así, es posible plantear la ecuación de transporte de calor para los sedimentos junto con sus condiciones de borde, como se presenta a continuación:

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = k_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial z^2} \quad \left\{ \begin{array}{l} \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=-\infty} = 0 \\ -k_{sed} \left. \frac{\partial T_s}{\partial z} \right|_{z=0} = \frac{H_{sed}}{(\rho C_p)_{sed}} \end{array} \right. \quad 38$$

Una segunda alternativa corresponde a calcular el flujo de calor desde los sedimentos por medio de la utilización de la transformada discreta de Fourier y su inversa.

Al reemplazar la solución del segundo problema de Stokes en la ecuación (31) se obtiene una nueva forma de calcular el flujo de calor H_{sed} :

$$H_{sed} = -k_{sed} (\rho C_p)_{sed} \sum_{n=-N}^N \alpha_n T_{sn} e^{i\omega_n t} (1 + s_n i) \quad 39$$

Para este caso, el problema radica en encontrar las amplitudes de la temperatura en la interfaz con los sedimentos T_{sn} . Como primera aproximación es posible considerar que la temperatura en la interfaz es igual a la temperatura del último nodo de la columna de agua $T_{IAS} = T_w$, lo cual implica un transporte turbulento desde la columna de agua muy eficiente. Para encontrar los valores formales de T_{sn} se presenta la siguiente ecuación (de la Fuente & Meruane, 2017a):

$$T_{sn} = \frac{k_t \cdot (\rho C_p)_w}{k_t \cdot (\rho C_p)_w + (1 + i_{sn}) \cdot (\rho C_p)_{sed} k_s} \quad 40$$

El término k_t depende del flujo de calor en la interfaz H_{sed} y los promedios de temperatura en la interfaz \bar{T}_{IAS} y en la columna de agua \bar{T}_b (Le & Papavassiliou, 2006):

$$k_t = \frac{H_{sed}}{(\rho C_p)_w \cdot (\bar{T}_b - \bar{T}_{IAS})} \quad 41$$

De esta manera, se define una segunda condición de borde para la ecuación de transporte de calor en la columna de agua:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{H_w}{(\rho C_p)_w} \quad \left\{ \begin{array}{l} -k_z \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=H} = \frac{H^*}{(\rho C_p)_w} \\ -k_z \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{H_{sed}}{(\rho C_p)_w} \end{array} \right. \quad 42$$

2.2.3.3 Transporte de energía cinética

Para el caso del modelo de turbulencia $K - \varepsilon$ también es necesario definir las condiciones de borde apropiadas para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales. Estas condiciones de borde, como es de esperar, nuevamente se presentan en las interfaces.

El flujo de energía cinética K puede considerarse como nulo para el caso de la interfaz agua-sedimentos, tal como se presenta a continuación (Burchard & Petersen, 1999):

$$k_k \frac{\partial K}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0 \quad 43$$

Por otro lado, para la interfaz con el aire, la ecuación de continuidad del esfuerzo de corte logra entregar una nueva condición de borde (Baladrón, 2011).

$$\tau_{aire} = \tau_{agua} \quad 44$$

$$\rho_{agua} \cdot u_{*agua}^2 = \rho_{aire} \cdot C_{D10} u_{10}^2 \quad 45$$

$$u_{*agua} = \sqrt{\frac{\rho_{aire} \cdot C_{D10} u_{10}^2}{\rho_{agua}}} \quad 46$$

$$K|_{z=H} = \frac{u_{*agua}^2}{\sqrt{c_\mu}} \quad 47$$

donde:

τ : Esfuerzo de corte [$kg \cdot m/seg^2$].

ρ : Densidad [kg/m^3].

u_* : Velocidad del fluido en la superficie [m/seg].

u_{10} : Velocidad del viento medida a diez metros desde la superficie del agua [m/seg].

C_{D10} : Coeficiente de arrastre del aire medido a diez metros de altura.

El valor del coeficiente de arrastre se puede encontrar en la literatura y corresponde a $1.3 \cdot 10^{-3}$ (Meruane, 2005).

Por otra parte, para el caso de la disipación de energía cinética ε , es posible definir una condición de borde de tipo Dirichlet en la interfaz con la atmósfera (Burchard & Peterson, 1999):

$$\varepsilon|_{z=H} = \frac{u_{*agua}^3}{\kappa(\tilde{z} + z_0)} \quad 48$$

donde:

\tilde{z} : Distancia desde la superficie hasta el primer nodo [m].

z_0 : Longitud de rugosidad para la superficie [m].

Imponer una condición de Dirichlet en la interfaz puede ocasionar problemas numéricos a causa de los fuertes gradientes que pueden generarse en la cercanía de la interfaz. Por esta razón puede resultar aconsejable utilizar una condición del tipo Neumann, generada simplemente derivando la ecuación anterior (Burchard & Peterson, 1999).

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial z}|_{z=H} = -\frac{u_{*agua}^3}{\kappa(\tilde{z} + z_0)^2} \quad 49$$

La condición de borde en contacto con los sedimentos puede utilizarse de forma idéntica al caso anterior considerando que \tilde{z} representa la distancia desde el fondo al primer nodo de ε y z_0 la longitud de rugosidad del fondo (Goudsmit et al; 2002). Una manera alternativa es considerar un flujo nulo de disipación de calor, tal como para el caso de la energía cinética K (Baladrón, 2011).

$$\left. \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \quad 50$$

De esta forma, ya se cuenta con un sistema completo para la resolución del modelo de turbulencia $K - \varepsilon$.

$$\frac{\partial K}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(k_k \frac{\partial K}{\partial z} \right) - \left(k_k \cdot \beta \cdot g \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) - \varepsilon \quad \left\{ \begin{array}{l} K|_{z=H} = \frac{u_*^2 \text{agua}}{\sqrt{c_\mu}} \\ k_k \frac{\partial K}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0 \end{array} \right. \quad 51$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(k_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{K} \left(k_\varepsilon \cdot \beta \cdot g \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{K} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \Big|_{z=H} = - \frac{u_*^3 \text{agua}}{\kappa(\tilde{z} + z_0)^2} \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0 \end{array} \right. \quad 52$$

Finalmente es importante mencionar que la resolución de este problema requiere imponer un valor mínimo límite para la energía cinética, con el objetivo de incluir el efecto de quiebres internos en capas estratificadas (Burchard & Peterson, 1999).

2.3 Modelación numérica

La solución de problemas de mecánica de fluidos utilizando leyes de conservación de energía, momentum u otros, se complejiza fácilmente al incluir diferentes términos fuentes, otras dimensiones espaciales y al resolver un sistema de ecuaciones acoplado entre las variables de estado del problema. La resolución analítica de estos problemas puede llegar a ser prácticamente imposible como para el caso de las ecuaciones de Navier-Stokes, que describen el movimiento de un fluido. Debido a esto, nace la necesidad de aplicar métodos numéricos con el objetivo de poder resolver estos complejos desafíos.

La resolución en general se realiza mediante la dinámica de fluidos computacional o CFD, que corresponde al análisis de sistemas compuestos por diferentes fenómenos físicos tales como la transferencia de calor o el movimiento de fluidos. Esta técnica requiere el uso de sistemas computacionales capaces de resolver los sistemas de ecuaciones propuestos para cada caso (Versteeg & Malalasekera, 1995).

Un método numérico reconoce como incógnitas a un número finito de posiciones en las que se encuentra la variable dependiente, a esto se le conoce como *malla numérica*. La tarea ingenieril propiamente tal, corresponde a identificar un conjunto de ecuaciones algebraicas capaces de encontrar una solución consistente con la física y generar un código computacional capaz de resolver este sistema de ecuaciones (Patankar, 1980).

Como métodos de resolución numérica se reconocen el método de diferencias finitas, volúmenes finitos, elementos finitos y SPH (smoothed-particle hydrodynamics). La ecuación de calor (1) fue resuelta por Fang y Stefan (1999) utilizando un método de diferencias finitas junto con un método de resolución Gaussiana con un paso de tiempo de un día. Adicionalmente, al ser un fenómeno dinámico, resulta de gran importancia definir un esquema de solución, el cual dependerá del factor de peso que se le entregue al valor de la variable dependiente en el paso de tiempo siguiente. Fang y Stefan (1999) utilizaron un esquema implícito (el factor de peso en este caso corresponde a $f = 1$), el cual resulta ser bastante aconsejable por dos sencillas razones; es consistente con la segunda regla de Patankar (coeficientes positivos) y en algunos casos logra entregar soluciones más físicamente acertadas que otros esquemas (Patankar, 1980).

$$\int_t^{t+\Delta t} T_P \cdot dt = \begin{cases} \textit{Explícito} & T_P^1 \cdot \Delta t \\ \textit{Implícito} & T_P^0 \cdot \Delta t \\ \textit{Crank - Nicolson} & (0.5 \cdot T_P^1 + 0.5 \cdot T_P^0) \cdot \Delta t \end{cases}$$

Figura 2.- Variación de la integral temporal de la variable de estado según el esquema utilizado.

Para este caso, con respecto a la ecuación de difusión de calor se utilizó un esquema implícito. Con respecto a las ecuaciones de turbulencia $K - \varepsilon$, se aplicó un esquema de Crank-Nicolson pues entregó mejores resultados que el esquema implícito.

En la Figura 2 se muestra la diferencia entre estos 3 esquemas. Para el caso del esquema implícito, la integral de la variable dependiente con respecto al tiempo, entre “ t ” y “ $t + \Delta t$ ” queda representada simplemente por el valor de la variable de estado evaluada en el tiempo “ $t + \Delta t$ ” (T_P^1) multiplicada por el paso temporal “ Δt ”. De manera similar para el esquema explícito, esta integral temporal queda representada por el valor de la variable de estado evaluada en el tiempo “ t ” (T_P^0) multiplicada por el paso temporal “ Δt ”. Finalmente, para el caso del esquema Crank-Nicolson el valor de la integral temporal se considera igual al promedio de la variable de estado entre el tiempo “ t ” y “ $t + \Delta t$ ” multiplicada por el paso temporal “ Δt ”.

CAPÍTULO 3 – METODOLOGÍA

3.1 Punto de estudio

La aplicación del modelo termodinámico desarrollado se realizó en la Laguna Carén ubicada en la comuna de Pudahuel de la Región Metropolitana, Chile. Dado que el modelo creado es unidimensional, representa un punto específico de este cuerpo de agua (Figura 3, punto rojo) con coordenadas UTM 328046 E y 6299168 N. La altura de la laguna es de 460 [msnm].

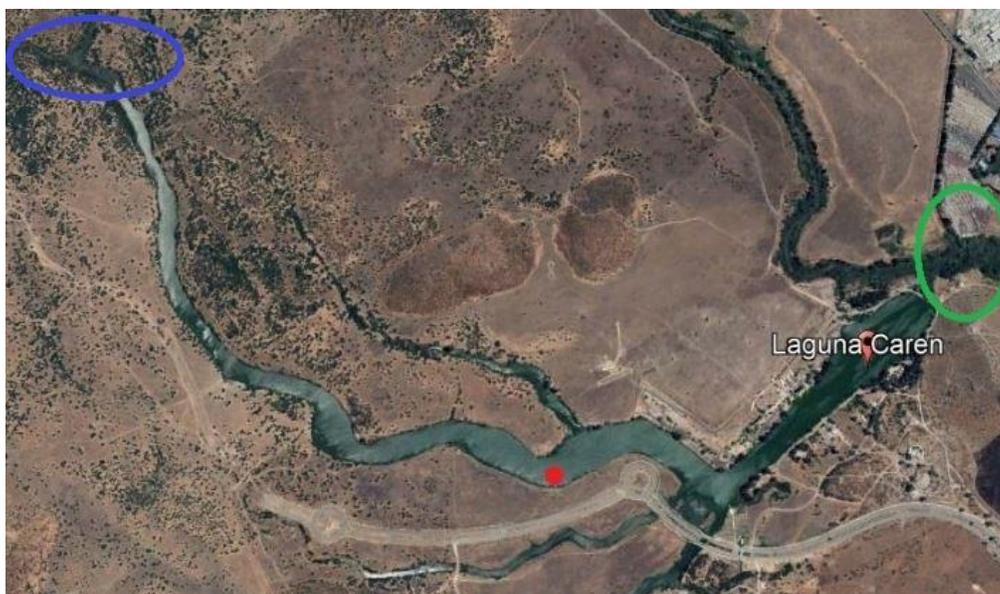


Figura 3.- Mapa Laguna Carén. Ubicación del punto de estudio.

La laguna Carén recibe sus aguas desde el estero Carén (en azul) y descarga sobre el estero Lampa (en verde). Su régimen es principalmente pluvial, tiene una superficie de $0.225 [km^2]$ y se considera que posee un clima mediterráneo donde las temperaturas ambientales presentan una variación estacional marcada. La temperatura media es de $14\text{ }^\circ\text{C}$ al año y las precipitaciones alcanzan los $356.2 [mm]$ como media anual. La flora propia de la laguna consiste fundamentalmente en bosques de eucaliptus, algarrobos, espinos y maitenes (VisitChile, 2018).

Este espacio será sede del “*Proyecto Académico Laguna Carén*”, este proyecto pretende albergar centros de investigación y docencia. Distintas universidades e instituciones se encuentran involucradas con este proyecto. Se espera que se convierta en uno de los puntos de investigación a nivel internacional más importantes del país.

El punto de estudio de la laguna tiene una profundidad de $2.5 [m]$. En este lugar se realizaron 3 campañas de mediciones hidrodinámicas, todas durante más de 15 días seguidos tomando tanto datos medioambientales, como mediciones de temperatura en la columna de agua (Román, 2017). A partir de estos datos se desarrolla la posterior calibración y validación del modelo.



Figura 4.- Imagen Laguna Carén. Fuente: VisitChile, 2018.

3.2 Variables de entrada del modelo

Para poder aplicar el modelo numérico, se requiere de ciertas variables a partir de las cuales se pueda calcular el flujo de calor superficial y el término fuente de la ecuación de transporte de calor. Dada la forma de abordar este problema, se requiere solo de 5 variables, las cuales son: radiación solar de onda corta, humedad relativa, temperatura del aire, velocidad del viento y presión atmosférica.

Sin duda, mientras más variables medidas incluya el modelo, la solución encontrada será de mejor calidad, dado que representará de mejor manera lo que ocurre en el punto de estudio. Por ejemplo, en este estudio no se incluye la cobertura nubosa, la cual, según la ecuación (18), es una variable que afecta directamente el valor de la radiación solar de onda larga incidente.

En este estudio se cuenta con dos fuentes de información, una corresponde a 3 períodos de medición realizados in situ en una estación de monitoreo con continuidad de alrededor de 1 mes (Román, 2017) y por otra parte se cuenta con los datos NCEP/NCAR Reanalysis cuyo acceso es liberado y cuenta con datos desde el 1 de enero de 1948 hasta la fecha.

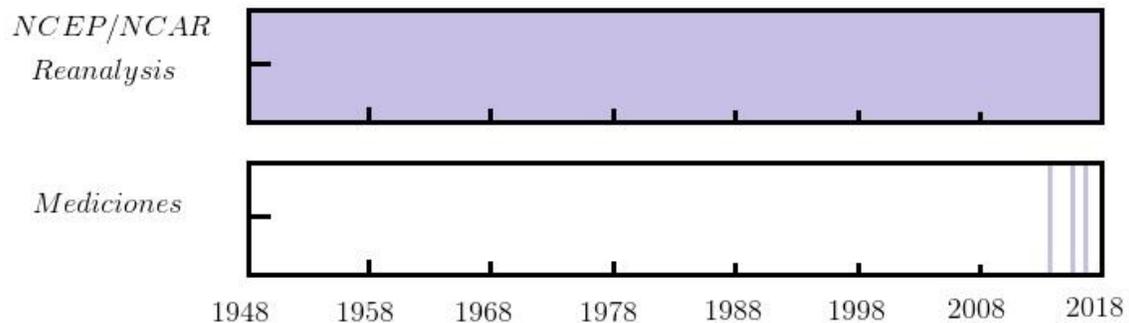


Figura 5.- Información disponible.

Las mediciones realizadas con la estación de monitoreo se tomaron cada 5 minutos. Dado que se pretende obtener resultados con el modelo cada una hora, simplemente se promediaron las mediciones obtenidas para ser consistente con el paso temporal seleccionado. Por el contrario, si en algún caso, se intentase estudiar que ocurre para un paso temporal mucho menor, es posible en algunos casos interpolar linealmente los datos medidos. Un subconjunto grande de los datos adquiridos gracias al NCEP/NCAR reanalysis posee mediciones cada 6 horas, debido a esto, se deben interpolar linealmente cada una hora.

Los datos obtenidos desde NCEP/NCAR reanalysis se obtienen espacialmente en forma de grilla. Para transformar esta grilla en una serie de datos aplicables al punto de estudio se siguió la misma metodología que la utilizada por de la Fuente y Meruane (2017b)

El modelo creado finalmente utiliza las mediciones para su validación. Luego de considerarse válido el modelo, se utilizan los datos de NCEP/NCAR reanalysis (NOAA Earth System Research Laboratory, 2018) para obtener los resultados finales.

3.3 Desarrollo modelo numérico $K - \epsilon$ -Temperatura

El método escogido para plantear el modelo numérico corresponde al método de los volúmenes finitos. Este método consiste en generar una malla de elementos de fluido. Al tratarse de un problema unidimensional, debe considerarse que estos elementos tienen simplemente una cara superior (cara norte) y una cara inferior (cara sur). En el centro de este elemento se encuentra un nodo que representa el valor de la variable dependiente para ese punto. Dado que el sistema posee una evolución temporal, entonces se deberá generar una malla nueva en cada tiempo. Esta operación se realiza de igual manera para las 3 variables dependientes.

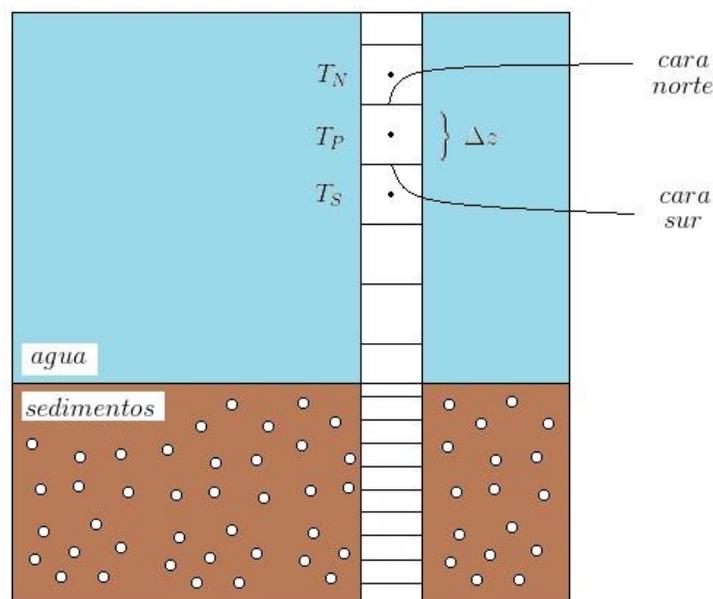


Figura 6.- Malla volúmenes finitos para la temperatura.

En particular para este caso, el tamaño de los volúmenes generados en la malla es uniforme en la columna de agua, tanto para la temperatura como para el modelo de turbulencia, sin embargo, para el caso de los sedimentos, si bien el tamaño de estos volúmenes también es uniforme, no necesariamente posee la misma medida que los generados en la columna de agua.

Para la columna de agua, parece lógico utilizar los mismos nodos para todas las variables de estado del sistema, no obstante, puede resultar más cómodo definir los nodos asociados a la turbulencia en las caras de los volúmenes asociados a la temperatura, a esto se le conoce como malla escalonada. La ventaja de este método radica en dos puntos: si la energía cinética y la temperatura actúan en el mismo punto, un campo de temperaturas altamente no uniforme puede actuar como un campo uniforme en las ecuaciones discretizadas para la turbulencia. Por otra parte, la discretización de las ecuaciones evidencia que, al poseer una configuración escalonada, la resolución de este sistema se simplifica de gran manera (Versteeg & Malalasekera, 1995).

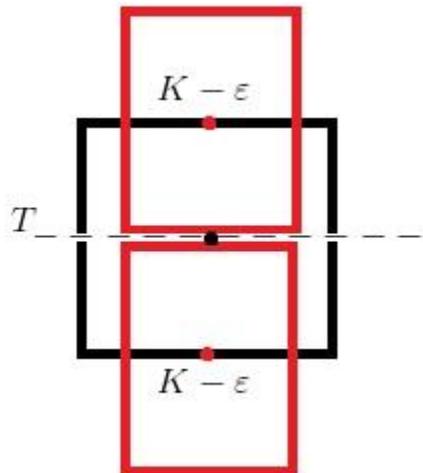


Figura 7.- Malla escalonada.

Un claro aporte de esta malla se puede identificar para las ecuaciones de turbulencia. En ellas, el término boyante requiere conocer el gradiente de temperaturas en el centro del volumen de control, dada la configuración, este gradiente puede expresarse a través de un paso lineal entre dos nodos de temperatura.

A continuación, se deben discretizar las ecuaciones con el propósito de transformar las ecuaciones en derivadas parciales, en un sistema de ecuaciones algebraicas, para esto se deben integrar estas ecuaciones en el volumen de control correspondiente a cada variable.

3.3.1 Modelo de turbulencia $K - \varepsilon$

Integrando en el tiempo y espacio las ecuaciones (51) y (52):

$$\int_s^n \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial K}{\partial t} dt dz = \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(k_k \frac{\partial K}{\partial z} \right) - \left(k_k \cdot \beta \cdot g \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) - \varepsilon \right] dz dt \quad 53$$

$$\int_s^n \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} dt dz = \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(k_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{K} \left(k_\varepsilon \cdot \beta \cdot g \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{K} \right] dz dt \quad 54$$

Las integrales del sector izquierdo de las ecuaciones son sencillas de resolver y basta con considerar que la variable en estudio prevalece en todo el volumen de control (Versteeg & Malalasekera, 1995).

$$\int_s^n \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial \phi}{\partial t} dt dz = \Delta z \cdot (\phi_P^1 - \phi_P^0) \quad 55$$

donde:

ϕ : Variable de estado.

Δz : Tamaño nodo volumen de control.

Los superíndices 1 y 0 indican que la variable de estado corresponde al tiempo “ $t + \Delta t$ ” y “ t ” respectivamente. Los subíndices N, P y S indican que la variable de estado se encuentra en el nodo superior (norte), en el nodo de estudio y en el nodo inferior (sur) respectivamente.

En el lado derecho de la ecuación (51) existen 3 términos. El primero de ellos hace referencia al transporte difusivo. El proceso de integración de este término es sencillo pues para la integral espacial basta con evaluar la primitiva de este término en las caras del volumen de control. El gradiente generado se aproxima con un paso lineal entre los nodos vecinos, sin embargo, los términos k_K y k_ε , los cuales son responsable de la no linealidad de esta ecuación, requieren un trabajo adicional.

Evaluar k_K (análogo para k_ε) requiere encontrar un coeficiente de viscosidad turbulenta vertical equivalente ν_t^{eq} , el cual dependa de los valores vecinos al volumen de control evaluado. El método más aconsejable es utilizar un promedio armónico, de esta forma sean las viscosidades turbulentas vecinas ν_t^{sup} y ν_t^{inf} , se define:

$$\nu_t^{eq} = 2 \frac{\nu_t^{sup} \cdot \nu_t^{inf}}{\nu_t^{sup} + \nu_t^{inf}} \quad 56$$

Finalmente, la integral temporal se realiza simplemente como una combinación de los valores en el tiempo t y en el tiempo $t + \Delta t$ por medio de un factor de peso f cuyo valor representa el tipo de esquema utilizado.

$$\int_t^{t+\Delta t} \phi_p dt = [\phi_p^1 \cdot f + \phi_p^0 \cdot (1 - f)] \Delta t \quad 57$$

Por simplicidad se considera que el término de viscosidad equivalente v_t^{eq} es explícito, es decir $f = 0$. Esto quiere decir que puede salir de la integral temporal y utilizar los valores calculados en el tiempo anterior.

De esta manera la primera integral del lado derecho puede resolverse de manera más sencilla, del mismo modo puede integrarse el término asociado a la boyancia considerando que todos los valores prevalecen en todo el volumen de control.

Aplicando nuevamente esta metodología es posible integrar el tercer y último término de ambas ecuaciones obteniendo el siguiente resultado:

$$\begin{aligned} & \Delta z \cdot (K_p^1 - K_p^0) \\ = & \left[\left[\frac{v_t^{eq,n} K_N^1 - K_p^1}{\sigma_k \Delta z} - \frac{v_t^{eq,s} K_p^1 - K_S^1}{\sigma_k \Delta z} \right] f \right. \\ & \left. + \left[\frac{v_t^{eq,n} K_N^0 - K_p^0}{\sigma_k \Delta z} - \frac{v_t^{eq,s} K_p^0 - K_S^0}{\sigma_k \Delta z} \right] (1 - f) \right] \Delta t - \frac{v_t^{eq}}{\sigma_k} \cdot \beta \cdot g \\ & \cdot (T_{sup}^1 - T_{inf}^1) \cdot f \Delta t - \frac{v_t^{eq}}{\sigma_k} \cdot \beta \cdot g \cdot (T_{sup}^0 - T_{inf}^0) \cdot (1 - f) \Delta t - (\varepsilon_p^1 \\ & \cdot f + \varepsilon_p^0 \cdot (1 - f)) \cdot \Delta t \cdot \Delta z \end{aligned} \quad 58$$

$$\begin{aligned} & \Delta z \cdot (\varepsilon_p^1 - \varepsilon_p^0) = \left[\left[\frac{v_t^{eq,n} \varepsilon_N^1 - \varepsilon_p^1}{\sigma_\varepsilon \Delta z} - \frac{v_t^{eq,s} \varepsilon_p^1 - \varepsilon_S^1}{\sigma_\varepsilon \Delta z} \right] f \right. \\ & \left. + \left[\frac{v_t^{eq,n} \varepsilon_N^0 - \varepsilon_p^0}{\sigma_\varepsilon \Delta z} - \frac{v_t^{eq,s} \varepsilon_p^0 - \varepsilon_S^0}{\sigma_\varepsilon \Delta z} \right] (1 - f) \right] \Delta t \\ & + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon_p^1}{K_p^1} \left(\frac{v_t^{eq}}{\sigma_\varepsilon} \cdot \beta \cdot g \cdot (T_{sup}^1 - T_{inf}^1) \right) \cdot f \Delta t \\ & + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon_p^0}{K_p^0} \left(\frac{v_t^{eq}}{\sigma_\varepsilon} \cdot \beta \cdot g \cdot (T_{sup}^0 - T_{inf}^0) \right) \cdot (1 - f) \Delta t - C_{2\varepsilon} \frac{(\varepsilon_p^1)^2}{K_p^1} \\ & \cdot f \Delta t \Delta z - C_{2\varepsilon} \frac{(\varepsilon_p^0)^2}{K_p^0} \cdot (1 - f) \Delta t \cdot \Delta z \end{aligned} \quad 59$$

Como es posible evidenciar, ya se cuenta con un sistema de ecuaciones algebraicas, sin embargo, es necesario que este sea de primer orden y lineal para aplicar el método. Con este fin, los términos cuadráticos y combinaciones de las variables dependientes implícitas deben aproximarse por medio de una aproximación de Taylor de primer orden.

$$\theta^{t+\Delta t}(\phi_i) = \theta^t(\phi_i) + \sum \frac{\partial \theta}{\partial \phi_i} \Big|_t (\phi_i^{t+\Delta t} + \phi_i^t) \quad 60$$

donde:

θ : término de orden superior.

Como resultado final reordenando términos se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} & K_N^1 \left[-v_t^{eq,n} \cdot f \cdot \frac{\Delta t}{\Delta Z^2} \right] \\ & + K_P^1 \left[1 + v_t^{eq,n} \cdot f \cdot \frac{\Delta t}{\Delta Z^2} + v_t^{eq,s} \cdot f \cdot \frac{\Delta t}{\Delta Z^2} + \frac{C_\mu}{\sigma_k} \beta g \frac{2k_p^0 T_{sup}^1 - T_{inf}^1}{\varepsilon_p^0 \Delta Z} \cdot f \right. \\ & \cdot \frac{\Delta t}{\Delta Z} \left. + K_S^1 \left[-v_t^{eq,s} \cdot f \cdot \frac{\Delta t}{\Delta Z^2} \right] \right. \\ & + \varepsilon_P^1 \left[\Delta t \cdot f - \Delta t \frac{C_\mu}{\sigma_k} \beta g \left(\frac{k_p^0}{\varepsilon_p^0} \right)^2 \frac{T_{sup}^1 - T_{inf}^1}{\Delta Z} \cdot f \right] \\ & = K_N^0 \left[v_t^{eq,n} \cdot (1-f) \cdot \frac{\Delta t}{\Delta Z^2} \right] \\ & + K_P^0 \left[1 - v_t^{eq,n} \cdot (1-f) \cdot \frac{\Delta t}{\Delta Z^2} - v_t^{eq,s} \cdot (1-f) \cdot \frac{\Delta t}{\Delta Z^2} \right. \\ & \left. - \frac{C_\mu}{\sigma_k} \beta g \frac{k_p^0 T_{sup}^0 - T_{inf}^0}{\varepsilon_p^0 \Delta Z} \cdot \Delta t (1-f) \right] + K_S^0 \left[v_t^{eq,s} \cdot (1-f) \cdot \frac{\Delta t}{\Delta Z^2} \right] \\ & + \varepsilon_P^0 \left[-(1-f) \Delta t \right] \end{aligned} \quad 61$$

$$\begin{aligned} & \varepsilon_N^1 \left[-v_t^{eq,n} \cdot f \cdot \frac{\Delta t}{\Delta Z^2} \right] + \varepsilon_P^1 \left[1 + v_t^{eq,n} \cdot f \cdot \frac{\Delta t}{\Delta Z^2} + v_t^{eq,s} \cdot f \cdot \frac{\Delta t}{\Delta Z^2} + 2C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon_p^0}{k_p^0} \Delta t \cdot f \right] \\ & + \varepsilon_S^1 \left[-v_t^{eq,s} \cdot f \cdot \frac{\Delta t}{\Delta Z^2} \right] \\ & + K_P^1 \left[-C_{1\varepsilon} \frac{C_\mu}{\sigma_\varepsilon} \beta g \frac{T_{sup}^1 - T_{inf}^1}{\Delta Z} \cdot \Delta t \cdot f - C_{2\varepsilon} \left(\frac{\varepsilon_p^0}{k_p^0} \right)^2 \Delta t \cdot f \right] \\ & = \varepsilon_N^0 \left[v_t^{eq,n} \cdot (1-f) \cdot \frac{\Delta t}{\Delta Z^2} \right] \\ & + \varepsilon_P^0 \left[1 - v_t^{eq,n} \cdot (1-f) \cdot \frac{\Delta t}{\Delta Z^2} - v_t^{eq,s} \cdot (1-f) \cdot \frac{\Delta t}{\Delta Z^2} - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon_p^0}{k_p^0} \Delta t \cdot (1-f) \right. \\ & \left. - f \right] + \varepsilon_S^0 \left[v_t^{eq,s} \cdot (1-f) \cdot \frac{\Delta t}{\Delta Z^2} \right] \\ & + K_P^0 \left[C_{1\varepsilon} \frac{C_\mu}{\sigma_\varepsilon} \beta g \frac{T_{sup}^0 - T_{inf}^0}{\Delta Z} \cdot \Delta t \cdot (1-f) \right] \end{aligned} \quad 62$$

Al aplicar estas ecuaciones a todos los nodos de la malla se obtiene un sistema de ecuaciones matriciales tridiagonal $Ax = b$ tanto para K como para ε .

$$\begin{bmatrix} M_{kk} & M_{ke} \\ M_{ek} & M_{ee} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k^1 \\ e^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_k \cdot k^0 \\ b_e \cdot e^0 \end{bmatrix} \quad 63$$

En particular, la matriz M_{ke} y la matriz M_{ek} son matrices diagonales.

3.3.2 Modelo de transporte de calor

Aplicando la misma metodología que para el caso anterior y considerando que la densidad del fluido no cambia en el tiempo y en el espacio, se obtiene el siguiente resultado:

$$\begin{aligned} \Delta z \cdot (T_P^1 - T_P^0) = & \left[\left[k_z^n \frac{T_N^1 - T_P^1}{\Delta z} - k_z^s \frac{T_P^1 - T_S^1}{\Delta z} \right] f \right. \\ & \left. + \left[k_z^n \frac{T_N^0 - T_P^0}{\Delta z} - k_z^s \frac{T_P^0 - T_S^0}{\Delta z} \right] (1 - f) \right] \Delta t + \frac{H_W|_n - H_W|_s}{(\rho C_p)_W} \cdot \Delta z \Delta t \end{aligned} \quad 64$$

Reordenando los términos se consigue la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} T_N^1 \left[-k_z^n \cdot f \cdot \frac{\Delta t}{\Delta z^2} \right] + T_P^1 \left[1 + k_z^n \cdot f \cdot \frac{\Delta t}{\Delta z^2} + k_z^s \cdot f \cdot \frac{\Delta t}{\Delta z^2} \right] + T_S^1 \left[-k_z^s \cdot f \cdot \frac{\Delta t}{\Delta z^2} \right] \\ = T_N^0 \left[k_z^n \cdot (1 - f) \cdot \frac{\Delta t}{\Delta z^2} \right] \\ + T_P^0 \left[1 - k_z^n \cdot (1 - f) \cdot \frac{\Delta t}{\Delta z^2} - k_z^s \cdot (1 - f) \cdot \frac{\Delta t}{\Delta z^2} \right] \\ + T_S^0 \left[k_z^s \cdot (1 - f) \cdot \frac{\Delta t}{\Delta z^2} \right] + \frac{H_W|_n - H_W|_s}{(\rho C_p)_W} \cdot \Delta t \end{aligned} \quad 65$$

Para el caso de los sedimentos, la ecuación se simplifica aún más, dado que no existe término fuente y el coeficiente de difusión es constante.

$$\begin{aligned} T_N^1 \left[-k_s \cdot f \cdot \frac{\Delta t}{\Delta z_s^2} \right] + T_P^1 \left[1 + 2k_s \cdot f \cdot \frac{\Delta t}{\Delta z_s^2} \right] + T_S^1 \left[-k_s \cdot f \cdot \frac{\Delta t}{\Delta z_s^2} \right] \\ = T_N^0 \left[k_s \cdot (1 - f) \cdot \frac{\Delta t}{\Delta z_s^2} \right] + T_P^0 \left[1 - 2k_s \cdot (1 - f) \cdot \frac{\Delta t}{\Delta z_s^2} \right] \\ + T_S^0 \left[k_s \cdot (1 - f) \cdot \frac{\Delta t}{\Delta z_s^2} \right] \end{aligned} \quad 66$$

En ambos casos el sistema final es una matriz tridiagonal simple.

$$M_T \cdot T^1 = b \cdot T^0 \quad 67$$

Finalmente debe elegirse el esquema de integración temporal, en otras palabras, definir el valor del factor de peso f . Tal como se mencionó en el capítulo anterior el valor más aconsejable es 1, lo que implica un esquema implícito. Este valor se utilizó para resolver la ecuación de difusión de calor. Para el caso de las ecuaciones de turbulencia, se utilizó un factor de peso igual a 0.5, esto es un esquema Crank-Nicolson. La razón de esta diferencia se debe simplemente a que el esquema Crank-Nicolson produjo mejores resultados en la difusión turbulenta que el esquema implícito.

CAPÍTULO 4 – RESULTADOS

El presente capítulo contiene los resultados principales encontrados a partir del modelo termodinámico desarrollado.

4.1 Parámetros y calibración del modelo

Para finalizar la estructura del modelo deben definirse los valores de ciertos parámetros. Para esto, deben realizarse algunas suposiciones, tales como considerar que estos valores serán constantes en el tiempo independiente de los sucesos que ocurran en el intervalo de estudio.

El período de calibración de parámetros comprende desde el día 7 de diciembre del 2016 al día 12 de diciembre del 2016, utilizando los datos entregados por Román (2017). Los parámetros calibrados fueron los siguientes:

- El albedo: depende del grado de eutroficación de la laguna. Considerando un sistema oligotrófico (bajo contenido de nutrientes) se escogió un porcentaje constante e igual al 8%. Esto significa que un 92% de la radiación solar de onda corta incidente se transmite hacia la columna de agua (Baladrón, 2011).
- El coeficiente de extinción k : se puede determinar a partir de mediciones PAR (radiación fotosintéticamente activa). Este coeficiente varía según sea el nivel de turbidez, vegetación, sólidos en suspensión y otros. Para el caso del humedal ciénagas del Name, se determinó un valor de $6 [m^{-1}]$ (Baladrón, 2011). Para este caso se escogió un valor similar, pero considerando que la profundidad de la zona fótica para el caso de la laguna Carén es mayor que para las ciénagas del Name. El valor escogido es igual a $4.8 [m^{-1}]$.
- La capacidad calórica de los sedimentos $(\rho C_p)_{sed}$: se encuentra restringida a un intervalo comprendido entre $1.4 \cdot 10^{-6}$ y $3.8 \cdot 10^{-6} [J m^{-3} \text{ } ^\circ C^{-1}]$ (Fang & Stefan, 1998). Para este caso se escogió un valor igual a $2.3 \cdot 10^{-6} [J m^{-3} \text{ } ^\circ C^{-1}]$, lo que corresponde a un valor promedio.
- El valor mínimo para la energía cinética K y su disipación ε : se define con el propósito de mantener una estabilidad en el método e incluir el efecto de la estratificación estable (Burchard & Petersen, 1999). El valor mínimo para K se encuentra en un margen comprendido entre $1 \cdot 10^{-7} [m^2 s^{-2}]$ y $3 \cdot 10^{-6} [m^2 s^{-2}]$ (Sepúlveda, 2015). Para este caso se escogió el valor intermedio $3 \cdot 10^{-7} [m^2 s^{-2}]$. Para el caso de la disipación de energía, este valor depende del valor de la frecuencia de Brunt-Väisälä, para este caso se escogió un valor fijo igual a $1 \cdot 10^{-10} [m^2 s^{-3}]$, según algunas mediciones observadas (Sepúlveda, 2015) este resulta ser un valor consistente.

En la Tabla 4.1 se presentan los valores utilizados en la calibración de parámetros, incluyendo detalles de la modelación realizada, tales como espaciamientos espaciales y temporales.

Tabla 4.1.- Parámetros y datos utilizados en la calibración del modelo.

Datos modelación	Unidad	Valor
Profundidad de la columna de agua	[<i>m</i>]	2.5
Profundidad de estudio de los sedimentos	[<i>m</i>]	4
Espaciamiento columna de agua	[<i>m</i>]	0.125
Espaciamiento sedimentos	[<i>m</i>]	0.1
Delta temporal	[<i>seg</i>]	3600
Difusión molecular de calor	[<i>m</i> ² <i>seg</i> ⁻¹]	1.39 · 10 ⁻⁷
Parámetros calibrados	Unidad	Valor
Capacidad calórica de los sedimentos	[<i>J m</i> ⁻³ ° <i>C</i> ⁻¹]	2.3 · 10 ⁶
Coefficiente de extinción de la luz en el agua	[<i>m</i> ⁻¹]	4.8
Mínimo valor de energía cinética	[<i>m</i> ² <i>seg</i> ⁻²]	3 · 10 ⁻⁷
Mínimo valor de disipación de energía cinética	[<i>m</i> ² <i>seg</i> ⁻³]	1 · 10 ⁻¹⁰
Albedo superficial	-	0.08

En la Figura 8-a se puede observar la radiación solar de onda corta incidente en la superficie del agua para el período de estudio, esto es considerando el efecto del albedo. Si bien, la medición de la radiación solar se realizó en la estación meteorológica y no en el punto de estudio de la laguna, se consideró que entre ambos puntos las condiciones meteorológicas son bastante similares. La Figura 8-b corresponde a la velocidad del viento medida. En cuanto a la Figura 8-c, esta corresponde al flujo de calor latente asociado a la tasa de evaporación calculada para la laguna. Finalmente, la Figura 8-d representa la distribución espacial y temporal de la temperatura en la laguna. En este gráfico la profundidad *z* igual a cero representa la interfaz agua-atmósfera, por el contrario, la profundidad 2.5 [*m*] representa la interfaz agua-sedimentos.

En la Figura 9 se comparan los resultados del modelo con las mediciones realizadas en la laguna. En el primer caso (Figura 9-a) se comparan las temperaturas en la superficie del agua, esto es en la interfaz agua-atmósfera. En la Figura 9-b se realiza una comparación análoga a la anterior para el caso de la interfaz agua-sedimentos ubicada en el fondo de la laguna.

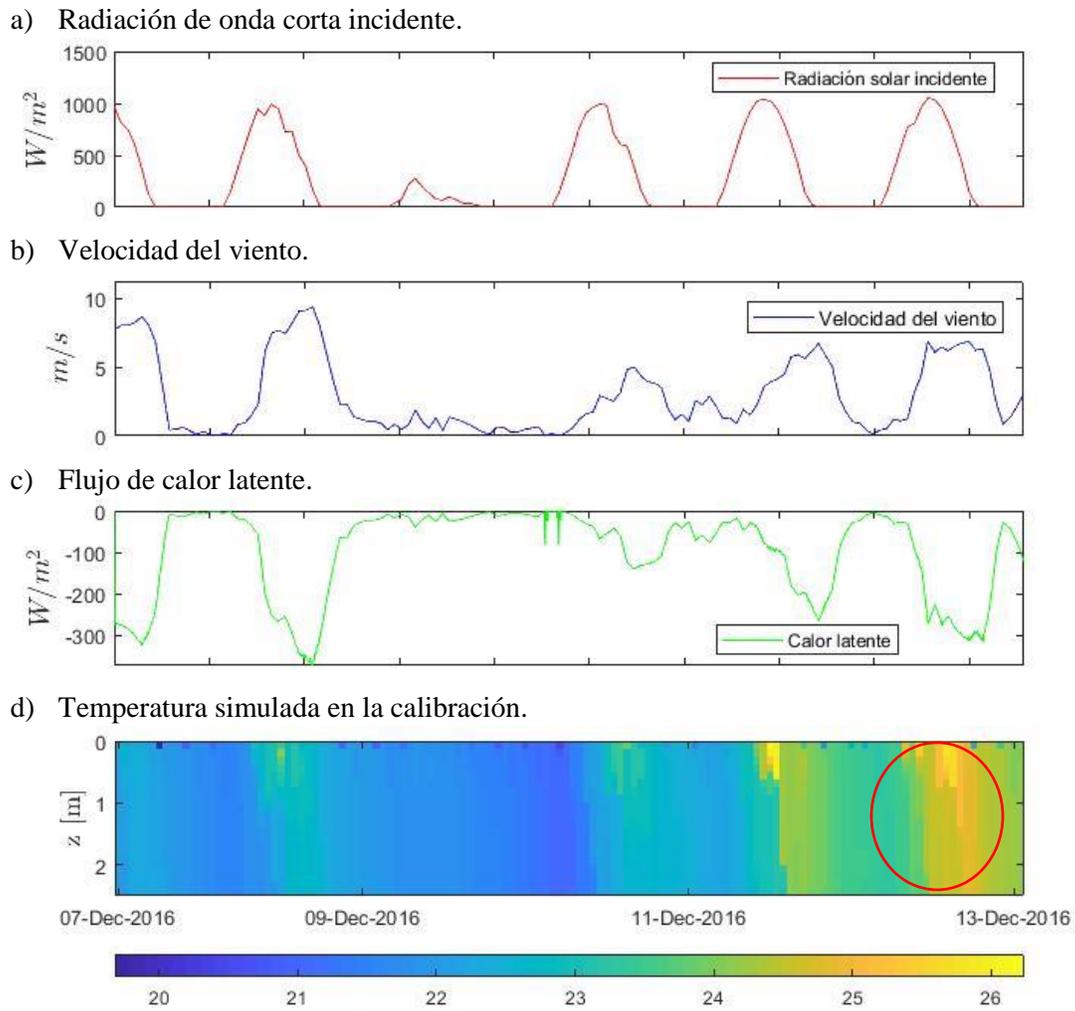
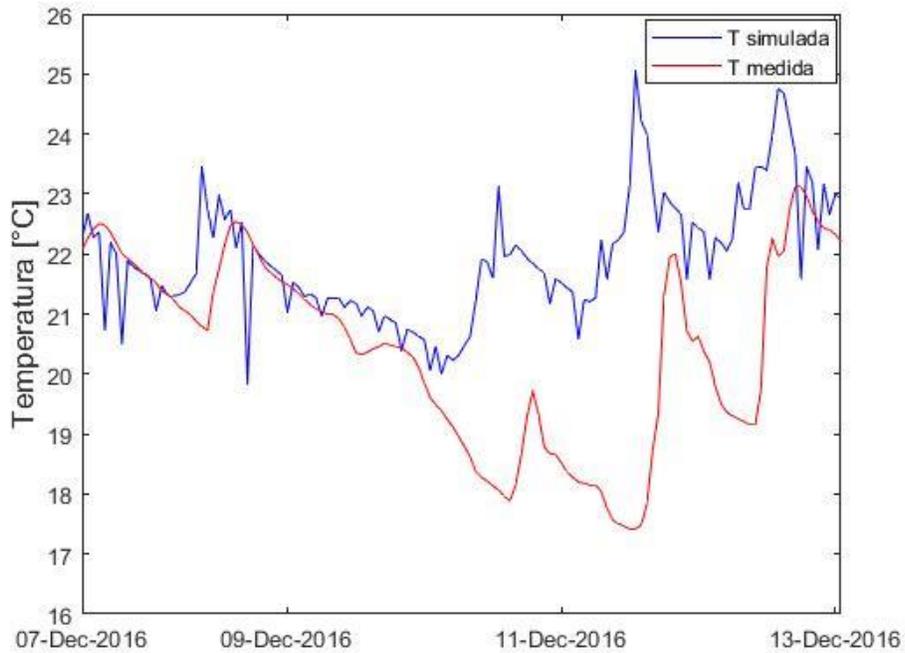


Figura 8.- Calibración de parámetros y registro de medidas, a) Radiación de onda corta incidente; b) Velocidad del viento; c) Flujo de calor latente asociado a la evaporación; d) Simulación de distribución de temperaturas °C.

a) Comparación temperatura superficie, interfaz agua-superficie.



b) Comparación temperatura fondo de la laguna, interfaz agua-sedimentos.

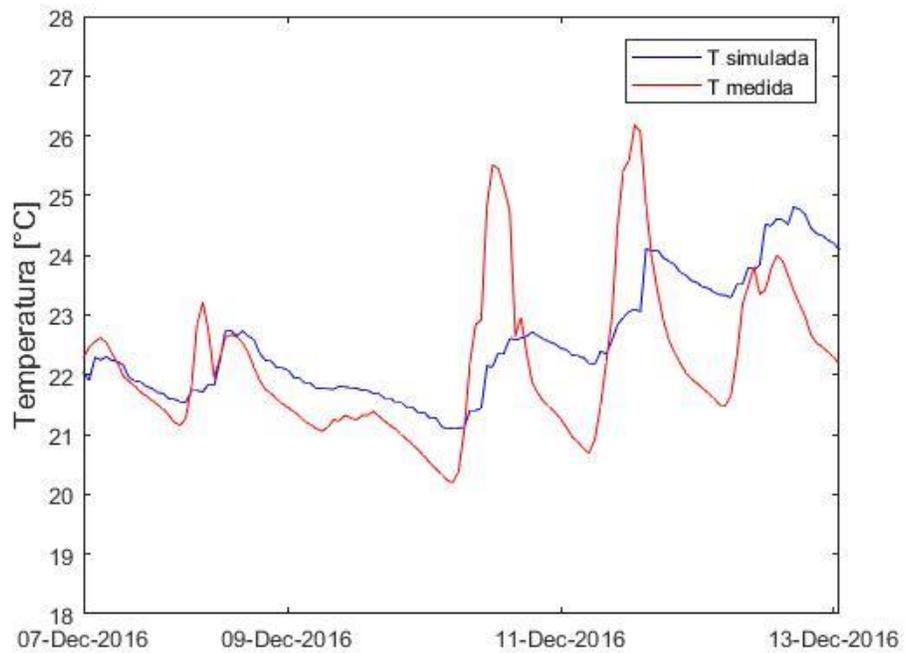


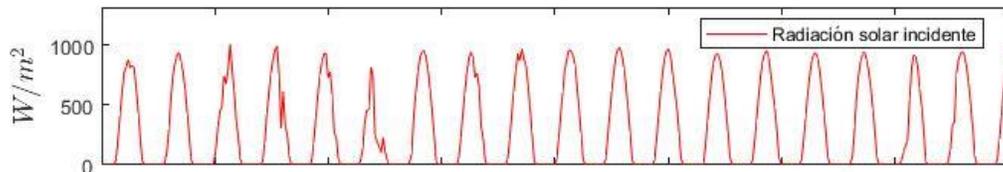
Figura 9.- Comparación temperaturas simuladas y medidas, a) Temperaturas interfaz agua-atmósfera; b) Temperaturas interfaz agua-sedimentos.

4.2 Validación del modelo

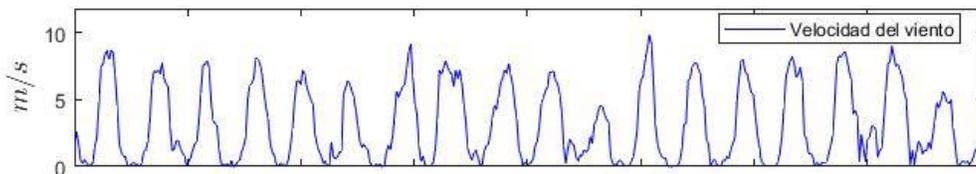
El período utilizado para la validación del modelo correspondió al intervalo entre el día 18 de noviembre del 2016 y el 6 de diciembre del 2016. Al igual que para el caso de la calibración, en esta simulación se utilizaron las condiciones meteorológicas registradas por Román (2017).

Los parámetros utilizados en esta simulación corresponden a los presentados en la Tabla 4.1 y se consideraron nuevamente constantes en el intervalo de tiempo estudiado.

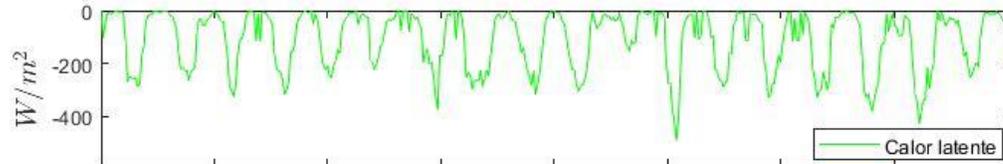
a) Radiación de onda corta incidente.



b) Velocidad del viento.



c) Flujo de calor latente.



d) Temperatura simulada en la validación.

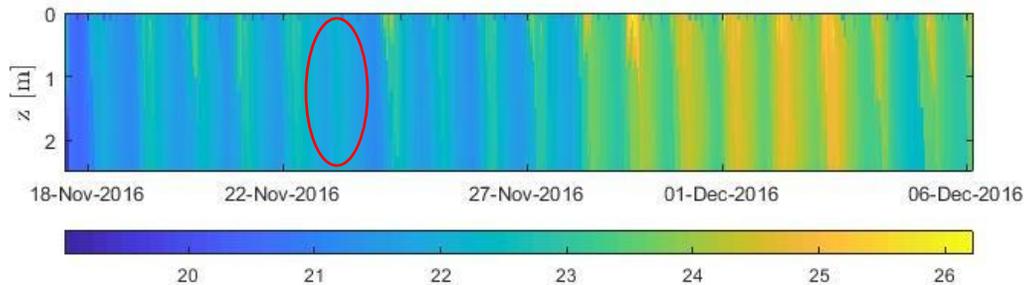
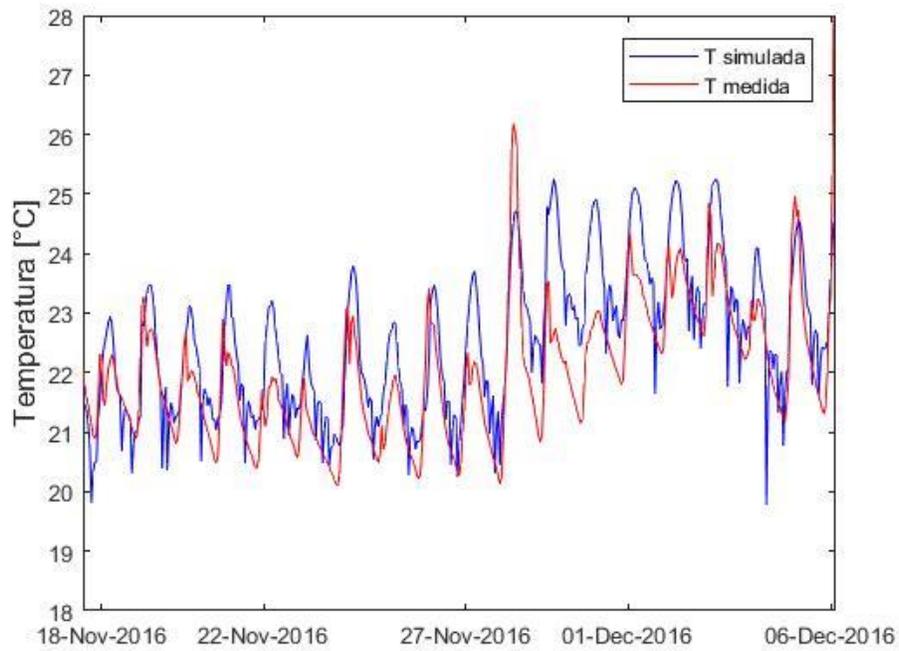


Figura 10.- Validación del modelo y registro de medidas, a) Radiación de onda corta incidente; b) Velocidad del viento; c) Flujo de calor latente asociado a la evaporación; d) Simulación de distribución de temperaturas °C.

a) Comparación temperatura superficie, interfaz agua-superficie.



b) Comparación temperatura fondo de la laguna, interfaz agua-sedimentos.

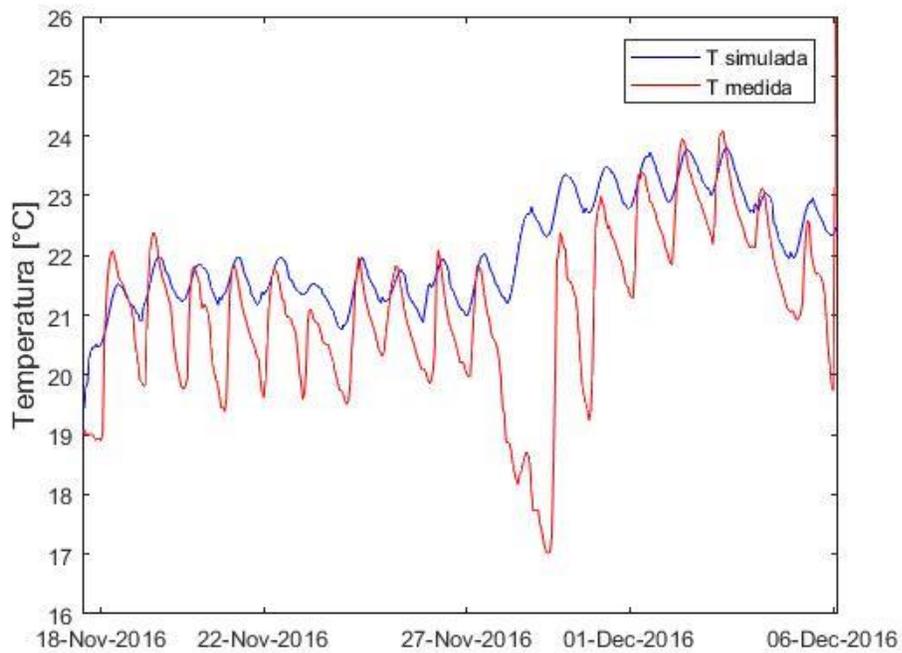


Figura 11.- Comparación temperaturas simuladas y medidas, a) Temperaturas interfaz agua-atmósfera; b) Temperaturas interfaz agua-sedimentos.

En la Figura 10 se presentan los resultados principales obtenidos en el proceso de validación del modelo. Como es posible observar, se presentan las mismas variables de estudio que las presentadas para el proceso de calibración en la Figura 8.

La Figura 11, de igual manera que la Figura 9, presenta una comparación entre las temperaturas en ambas interfaces obtenidas por la simulación y las temperaturas medidas en la columna de agua. El análisis respecto de los resultados obtenidos tanto en la calibración como en la validación se desarrolla en la sección 5.1.

4.3 Temperatura en los sedimentos

La profundidad de estudio de los sedimentos se determina tal que no inflencie la distribución de temperaturas. Dicho de otra manera, tal que la temperatura de equilibrio se encuentre a esa profundidad para cualquier tiempo. Tal y como se mencionó anteriormente, esta temperatura depende de las condiciones térmicas anuales de la laguna. Para este estudio, se determinó que esta temperatura se encuentra entre los 20°C y los 23 °C.

La Figura 12 presenta la distribución de temperaturas en una columna de sedimentos para los diferentes tiempos generada por las variaciones de temperatura en la columna de agua. De forma más general, se observa la solución a la ecuación de difusión de calor para los sedimentos que corresponde a la solución del segundo problema de Stokes, en ella es posible apreciar que el sistema oscila hasta alcanzar una temperatura fija igual a 21.5°C.

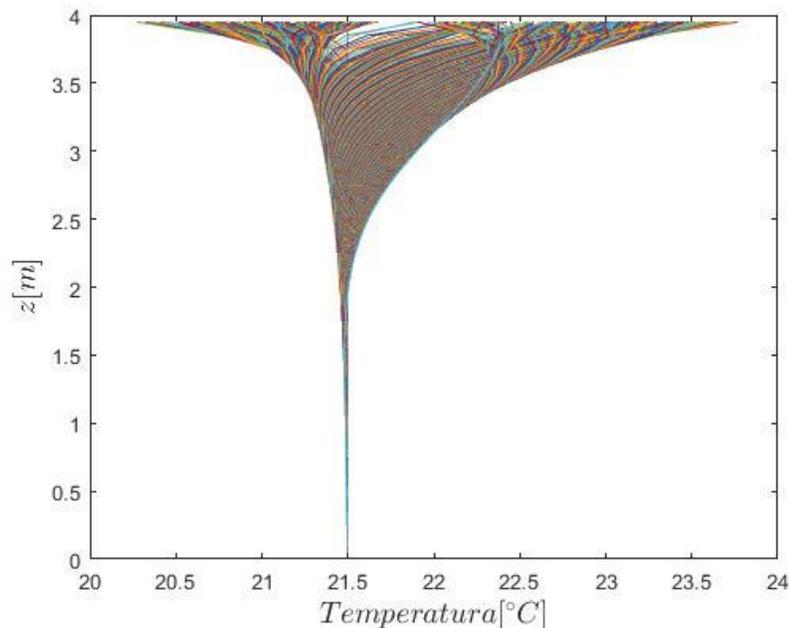
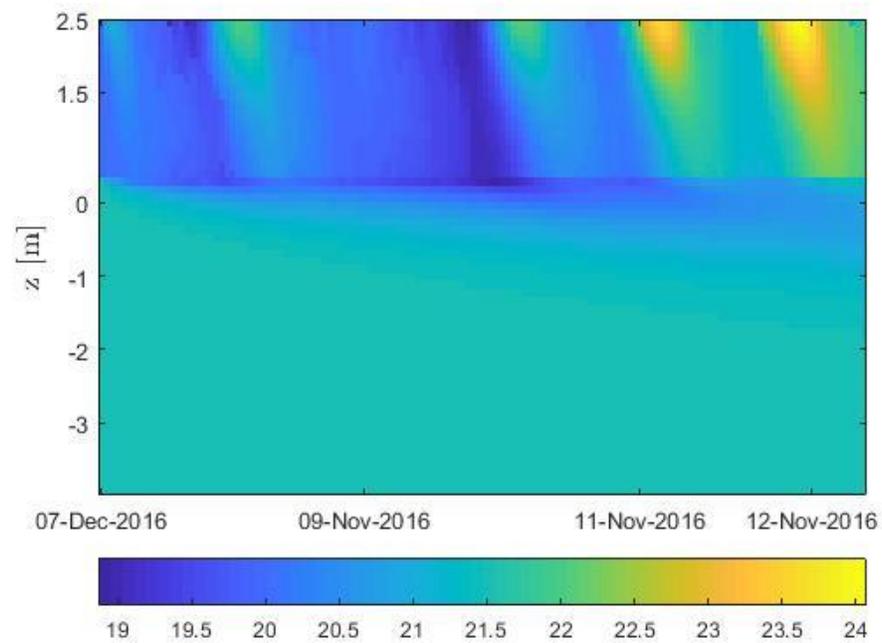


Figura 12.- Temperatura en los sedimentos en función del tiempo, período validación.

En la Figura 13 es posible observar la evolución del perfil de temperaturas tanto en el período de calibración como en el período de validación. Es posible encontrar un análisis de estos resultados en la sección 5.2.

a) Temperatura °C agua-sedimentos período calibración



b) Temperatura °C agua-sedimentos período validación.

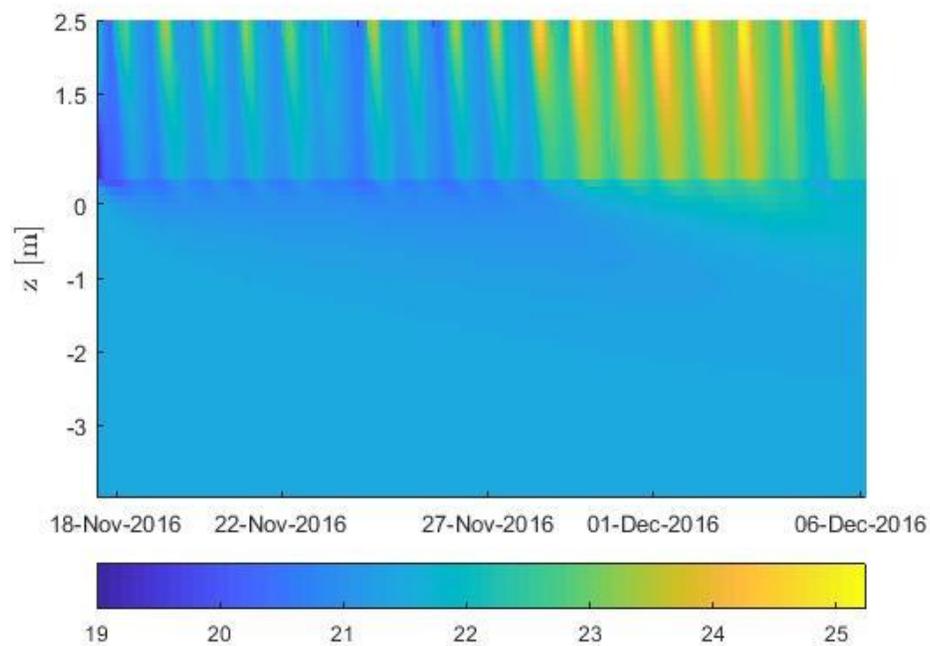


Figura 13.- Simulación perfil de temperaturas en columna de agua y sedimentos, a) Período calibración; b) Período validación.

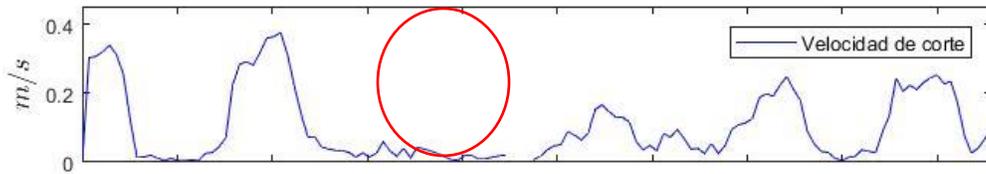
4.4 Coeficiente de Difusión turbulenta vertical

El coeficiente de difusión de calor para la columna de agua se compone del coeficiente de difusión molecular el cual es una propiedad del fluido y del coeficiente de difusión turbulenta. El coeficiente de difusión turbulenta depende de la cinética del sistema, de esta forma, si existe una gran energía cinética, entonces la difusión turbulenta será mayor.

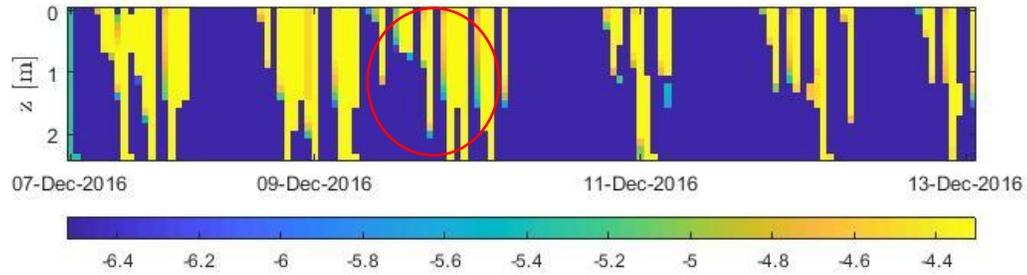
Dadas las ecuaciones de turbulencia, se puede concluir que la energía cinética se ve afectada por los gradientes de temperatura y la velocidad del viento. Si la temperatura en las capas superiores es menor que en las capas inferiores (lo que ocurre durante la noche) aumenta la energía cinética hasta alcanzar una mezcla homogénea, el mismo fenómeno ocurre con la velocidad del viento debido a la continuidad del esfuerzo de corte.

A continuación, se presentan los principales resultados obtenidos que tienen relación con la evolución del coeficiente de difusión turbulenta. En la Figura 14 y 15 se muestran la velocidad de corte calculada, energía cinética, coeficiente de difusión de calor y temperatura simulada para los períodos de calibración y validación respectivamente.

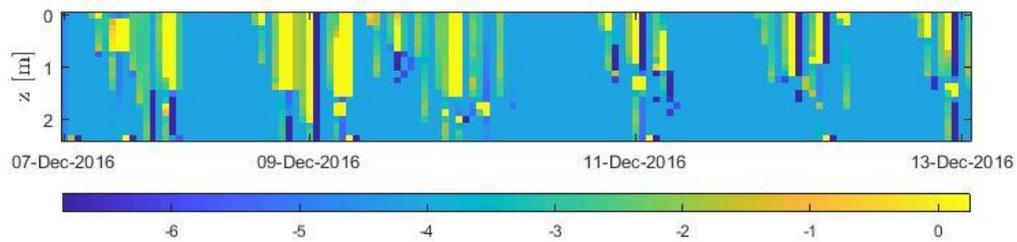
a) Velocidad de corte calculada en la superficie.



b) Energía cinética $\log_{10}(K[m^2seg^{-2}])$.



c) Coeficiente de difusión de calor $\log_{10}(k_z[m^2seg^{-1}])$.



d) Temperatura simulada en el período de calibración.

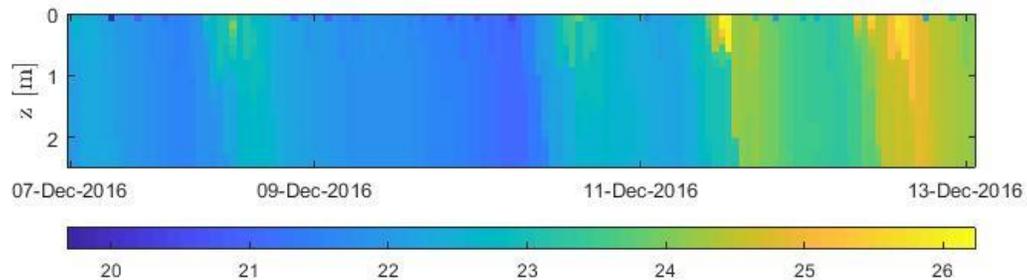
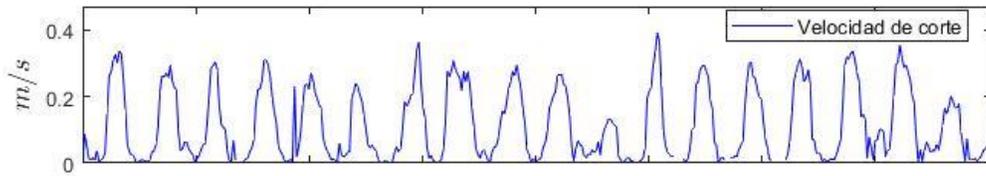
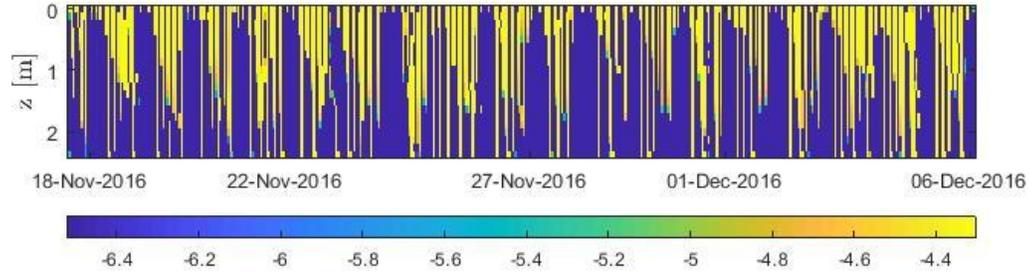


Figura 14.- Período calibración, a) Velocidad de corte en la superficie de la laguna por acción del viento; b) Perfil logarítmico de energía cinética; c) Perfil logarítmico coeficiente de difusión turbulenta k_z ; d) Simulación de distribución de temperaturas $^{\circ}C$.

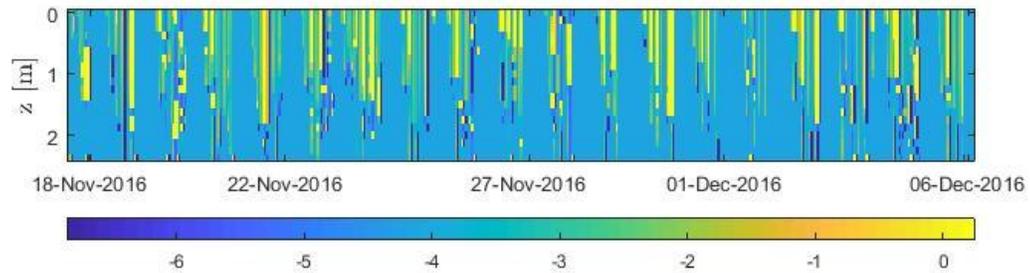
a) Velocidad de corte calculada en la superficie.



b) Energía cinética $\log_{10}(K[m^2seg^{-2}])$.



c) Coeficiente de difusión de calor $\log_{10}(k_z[m^2seg^{-1}])$.



d) Temperatura simulada en el período de validación.

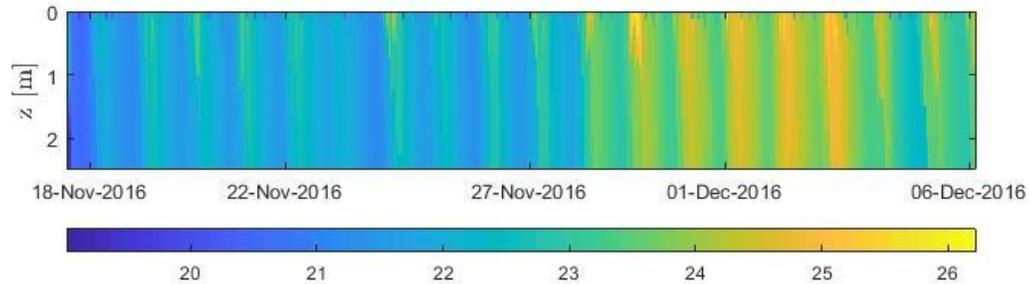


Figura 15.- Período validación, a) Velocidad de corte en la superficie de la laguna por acción del viento; b) Perfil logarítmico de energía cinética; c) Perfil logarítmico coeficiente de difusión turbulenta k_z ; d) Simulación de distribución de temperaturas °C.

En la Figura 15 se recalca el efecto de la velocidad del viento con respecto a la energía cinética, más aun, cuando la velocidad del viento alcanza su valor máximo, el efecto generado logra profundizar a lo largo de toda la columna de agua. Baladrón (2011), llegó a la misma conclusión para el caso del humedal ciénagas del Name. Más precisamente identificó una velocidad del viento ($5 [m/s]$) a partir de la cual la energía cinética logra profundizar en toda la columna de agua. Sin embargo, para comprobar que esto es correcto y presentar una magnitud de velocidad del viento característica para esta laguna, debe realizarse un análisis más preciso.

Para realizar este análisis debe identificarse alguna ventana de tiempo puntual donde se genere mezcla completa dentro de la columna de agua debido a la acción de la velocidad del viento. Dado que, al realizar un análisis horario, la velocidad del viento manifiesta sus valores máximos durante la tarde, esta mezcla completa también debe generarse durante la tarde para así comprobar que efectivamente dada cierta magnitud de la velocidad del viento, la energía cinética aumenta de tal forma que logra generar una mezcla completa dentro de la laguna.

Dentro de todo el período de validación, el día 23 de noviembre del 2016 presenta las condiciones térmicas más similares a las requeridas para este análisis. La Figura 16 presenta la evolución del perfil de temperaturas, radiación solar incidente y velocidad del viento para los días 23 y 24 de noviembre. A modo de comparación, la Figura 17 presenta las mismas variables para un día típico, los días 20 y 21 de noviembre fueron escogidos para este caso. La importancia de la radiación solar radica en que es la principal responsable de la estratificación, de esta manera una radiación considerable puede opacar el efecto de la velocidad del viento.

Al observar los resultados presentados en la Figura 16, es posible concluir que para una velocidad del viento de $6 [m/s]$ se logra generar una pseudo mezcla completa como se observa en el perfil de temperaturas en la Figura 16-b a las 14:00 hrs del día 23 de noviembre. No obstante, en la Figura 17-a se evidencian velocidades del viento de hasta $8 [m/s]$ y se muestra un perfil de temperaturas estratificado (Figura 17-b a las 14:00 hrs ambos días). Esto puede deberse, como se mencionó con anterioridad, a la radiación solar, pues para la Figura 17-a se encuentran valores mayores de radiación que para el caso de la Figura 16-a. Por este motivo, se concluye que no es posible establecer una velocidad del viento fija a la cual la energía cinética logre profundizar en toda la columna de agua, sino que esta dependerá de la radiación solar incidente.

a) Radiación solar incidente y velocidad del viento.



b) Perfil de temperaturas horarias simulado.

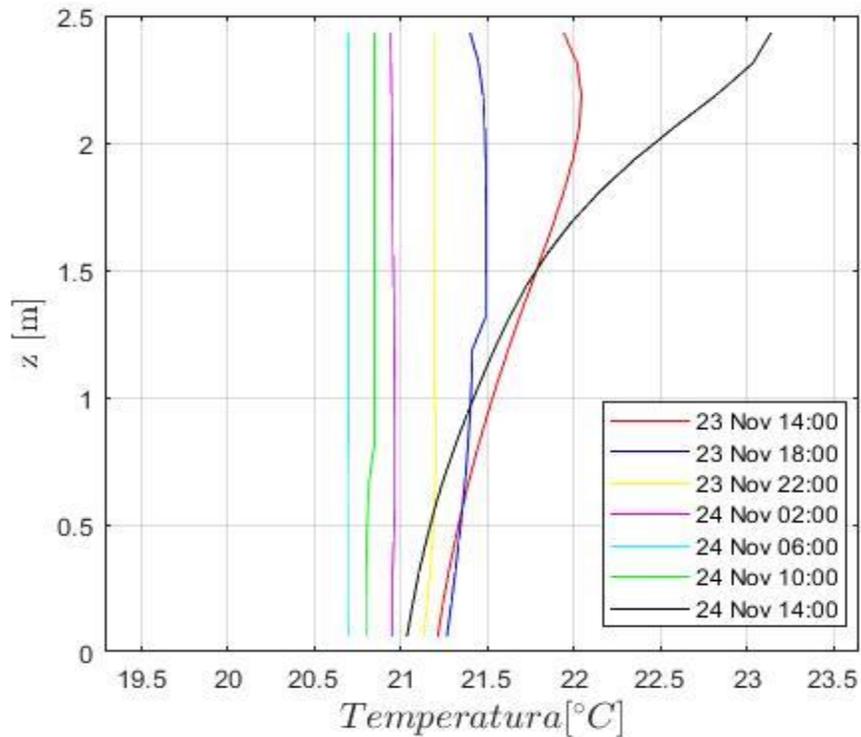
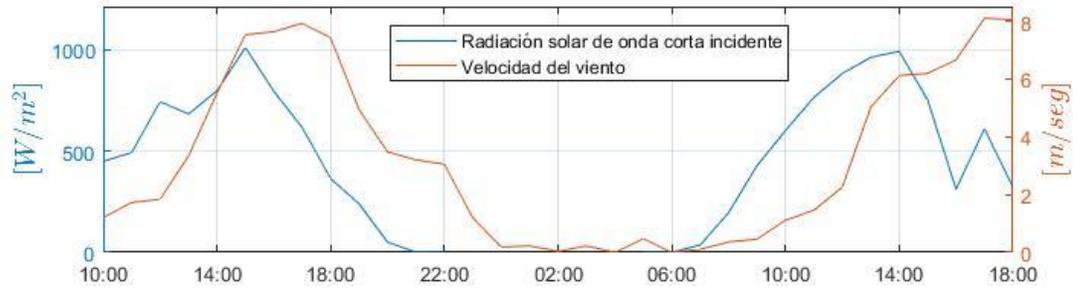


Figura 16.- Resultados horarios 23 y 24 de noviembre del 2016, a) Radiación solar incidente y velocidad del viento medida; b) Perfiles de temperatura simulados en la laguna cada 4 horas.

a) Radiación solar incidente y velocidad del viento.



b) Perfil de temperaturas horario simulado.

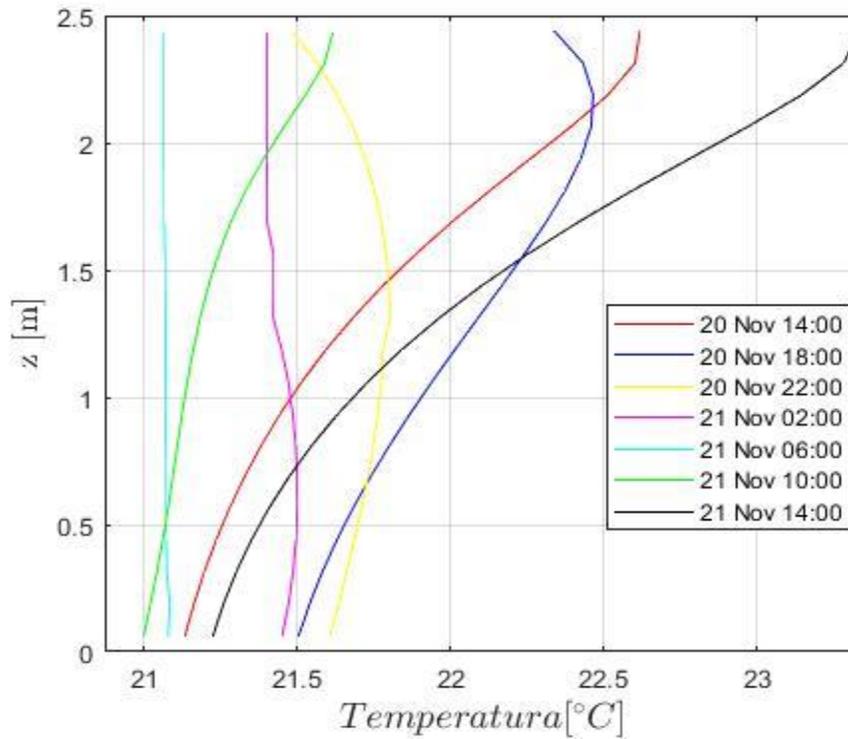


Figura 17.- Resultados horarios 20 y 21 de noviembre del 2016, a) Radiación solar incidente y velocidad del viento medida; b) Perfiles de temperatura simulados en la laguna cada 4 horas.

4.5 Máxima frecuencia boyante

La frecuencia boyante o frecuencia de Brunt-Väisälä corresponde a la frecuencia a la cual un volumen determinado oscilará dentro de un espacio definido debido a las diferencias de densidad del fluido.

$$N = \sqrt{-\frac{g}{\rho_0} \cdot \frac{\partial \rho(z)}{\partial z}} = \sqrt{\beta g \cdot \frac{\partial T(z)}{\partial z}} \quad 68$$

donde:

N : Frecuencia de Brunt-Väisälä [1/seg].

ρ : Densidad del fluido [kg/m^3].

ρ_0 : Densidad de referencia del fluido [kg/m^3].

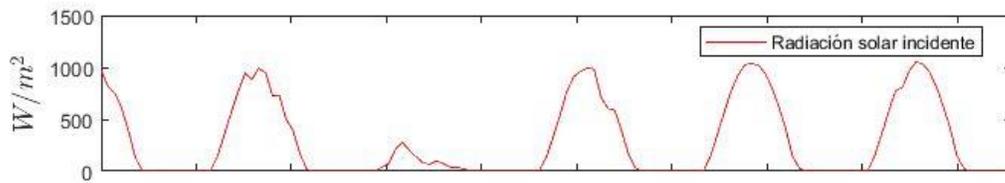
β : Coeficiente de expansión térmica; $2.2 \cdot 10^{-4}$ [$^{\circ}C^{-1}$].

Salvo en ciertas excepciones como el caso del agua dulce entre $0^{\circ}C$ y $4^{\circ}C$, la densidad de un fluido disminuye al aumentar la temperatura, lo cual se puede verificar al analizar la estratificación estable de un cuerpo de agua somero o la estratificación atmosférica, donde se puede comprobar que los fluidos más cálidos se ubican en zonas de mayor altitud. Debido a esto, en la ecuación (68) se observa un cambio de signo dependiendo si se está estudiando la frecuencia de Brunt-Väisälä a partir de un gradiente de temperaturas o un gradiente de densidad del fluido.

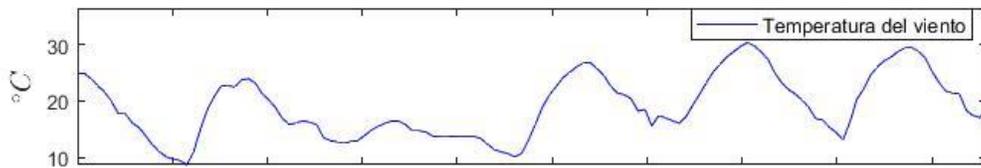
Si el término $\frac{\partial T}{\partial z}$ es positivo quiere decir que la capa superior posee mayor temperatura que la capa inferior, esto genera un valor determinado de frecuencia angular boyante para este escenario estáticamente estable. En este caso, la frecuencia de Brunt-Väisälä es interpretada como la frecuencia vertical producida debido a una perturbación o desplazamiento de una porción de fluido ubicado en una zona estratificada. Por el contrario, si el término $\frac{\partial T}{\partial z}$ es negativo se genera una inestabilidad produciéndose un fenómeno de convección dentro del fluido. Por ende, una solución imaginaria no representa una frecuencia oscilatoria, sino un movimiento generado por esfuerzos convectivos. Además, en las ecuaciones de turbulencia se puede observar que si este término es negativo la energía cinética aumenta como es de esperar dada la inestabilidad.

A continuación, en las Figuras 18 y 19 se presentan las gráficas de radiación solar incidente, temperatura del aire y frecuencia de Brunt-Väisälä máxima horaria para los períodos de calibración y validación respectivamente. En la Figura 20 se muestra un resultado a nivel horario para los días 1, 2 y 3 de diciembre del 2016 y en la Figura 21 se presenta la evolución del perfil de temperaturas de la columna de agua cada 4 horas para los días 1 y 2 de diciembre. El análisis de estos resultados se presenta en la sección 5.3.

a) Radiación solar incidente.



b) Temperatura del aire.



a) Frecuencia boyante máxima horaria.

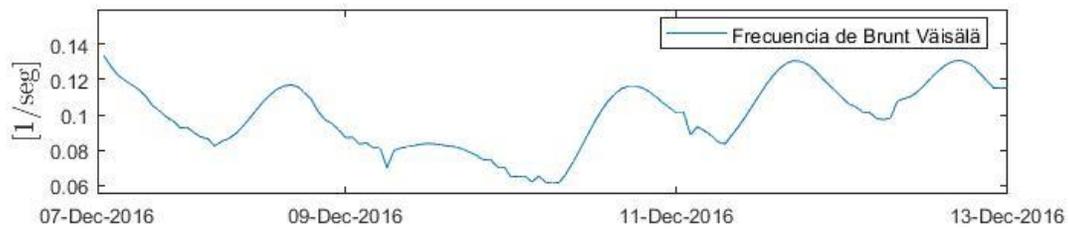
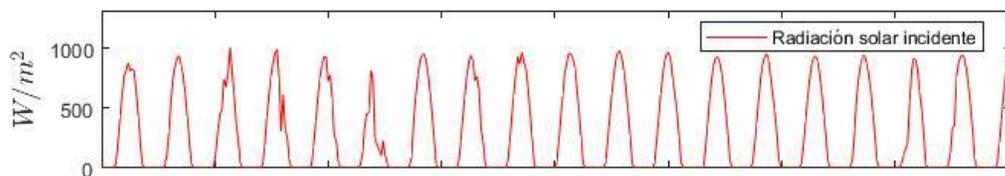
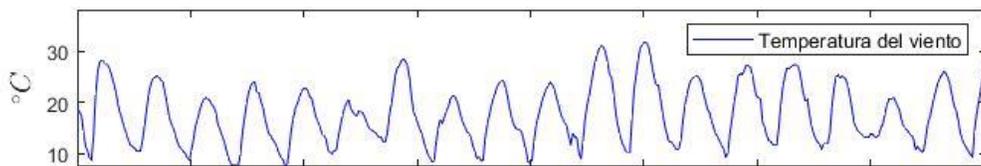


Figura 18.- Período calibración, a) Radiación de onda corta incidente; b) Temperatura del aire; c) Frecuencia de Brunt Väisälä máxima horaria.

a) Radiación solar incidente.



b) Temperatura del aire



c) Frecuencia de boyancia máxima horaria.

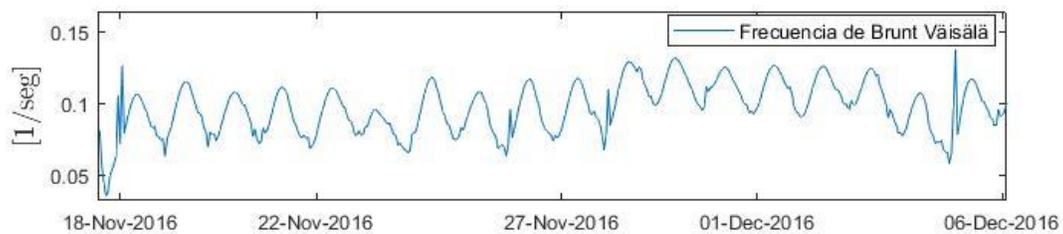
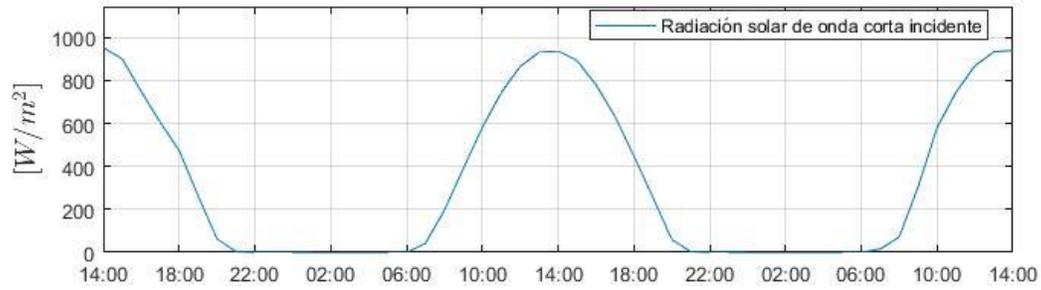
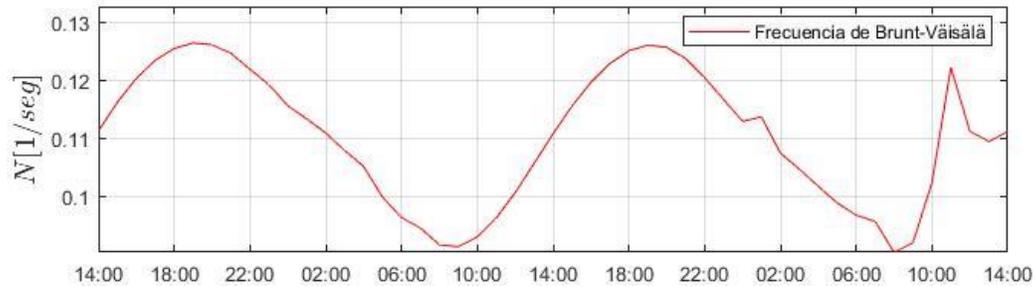


Figura 19.- Período de validación, a) Radiación de onda corta incidente; b) Temperatura del aire; c) Frecuencia de Brunt Väisälä máxima horaria.

a) Radiación solar de onda corta incidente.



b) Frecuencia boyante máxima horaria.



c) Perfil de temperaturas simulado.

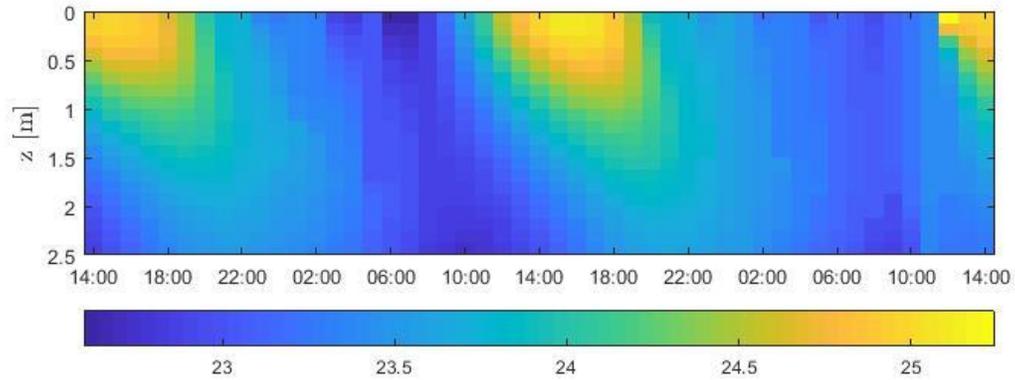


Figura 20.- Resultados horarios 1, 2 y 3 de diciembre del 2016, a) Radiación de onda corta incidente; b) Máxima frecuencia boyante calculada; c) Perfil de temperaturas simulado [$^{\circ}C$].

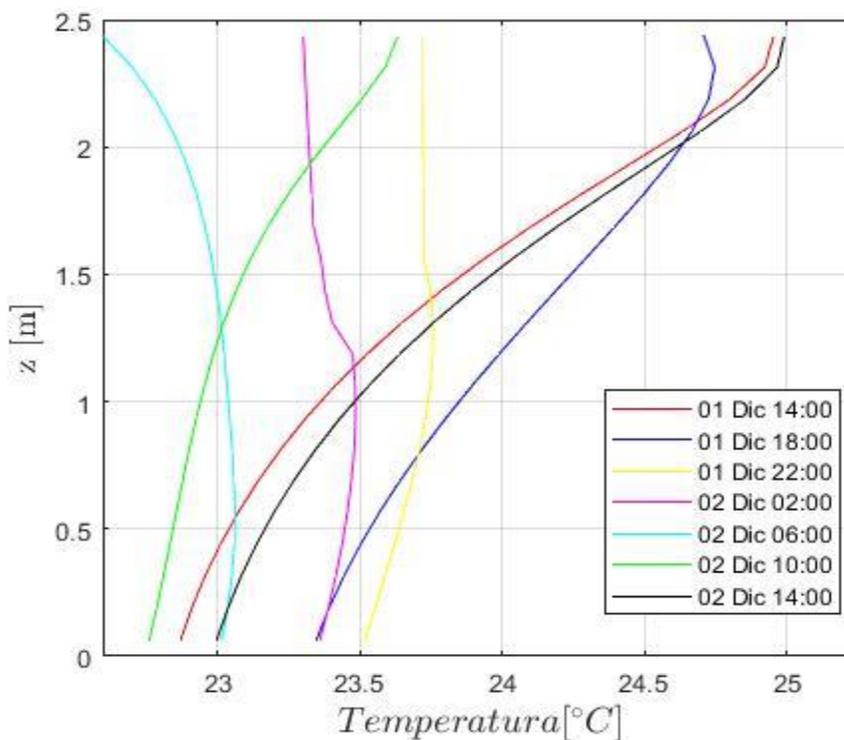


Figura 21.- Perfil de temperaturas simulado en la laguna cada 4 horas para los días 1 y 2 de diciembre del 2016.

4.6 Análisis de sensibilidad

En esta sección se presenta una revisión de aquellas componentes del modelo más sensibles. Estas componentes pueden estar referidas a parámetros, funciones forzantes, valores iniciales de las variables de estado o submodelos a las variables de estado (Jorgensen & Bendoricchio, 2001).

La sensibilidad se expresa con la ecuación presentada por Jorgensen y Benodoricchio (2001) modificada para expresar el cambio en forma de porcentaje (de la Fuente & Meruane, 2017b).

$$\sigma_{i,x_j} = 100 \frac{x_j^*}{\sigma_i^*} \frac{\partial \sigma_i}{\partial x_j} \Big|_{x_j^*} \quad 69$$

Donde σ_{i,x_j} representa el porcentaje de cambio de la variable de estado i dada la modificación del parámetro x_j . σ_i representa la variable de estado en estudio, en este caso corresponde a la temperatura de la columna de agua, x_j^* y σ_i^* son el valor del parámetro modificado y la variable de estado evaluada en el valor modificado respectivamente.

Las componentes del modelo analizadas son el valor mínimo de energía cinética k_{min} , el valor mínimo de disipación de energía e_{min} , profundidad de los sedimentos h_{sed} , condición inicial para la temperatura en los sedimentos y el valor del albedo α . Se realizaron dos análisis diferentes, el primero de ellos realizado en el período de validación y el segundo aplicado a largo plazo, esto quiere decir, un análisis de sensibilidad para una modelación realizada a los últimos 69 años, simulación a partir de la cual, se pretenden obtener los resultados más importantes de esta memoria. Los valores modificados de las componentes escogidas se seleccionaron conforme la incertidumbre que posee el valor de cada parámetro. Para el caso de los valores mínimos de K y ε , el valor modificado fue bastante brusco producto de la gran incertidumbre que poseen ambos valores. El valor de la profundidad de los sedimentos se modificó considerablemente con el objetivo de verificar la influencia que posee este parámetro sobre la temperatura de la columna de agua. Las demás componentes se modificaron bajo el mismo criterio de incertidumbre en $\pm 50\%$. Todos estos valores, se presentan en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2.- Valores de cada componente.

Parámetro	Unidad	Valor utilizado en la calibración	Valor modificado
k_{min}	$[m^2seg^{-2}]$	$3 \cdot 10^{-7}$	$1 \cdot 10^{-6}$
e_{min}	$[m^2seg^{-3}]$	$1 \cdot 10^{-10}$	$5 \cdot 10^{-10}$
h_{sed}	$[m]$	4	1
T_{sed} inicial	$[^{\circ}C]$	21.5	10
α	$[-]$	0.08	0.12

Tabla 4.3.- Resultados análisis de sensibilidad.

Parámetro	Período validación σ_{T,x_j} (%)	Largo plazo σ_{T,x_j} (%)
k_{min}	1.2	3.2
e_{min}	-1.9	-7.4
h_{sed}	-0.3	-0.4
T_{sed} inicial	38.9	0.2
α	-1.9	-7.4

Los valores modificados para el análisis de sensibilidad fueron escogidos dependiendo de cada parámetro según sea el efecto que ocasionan en el resultado de la variable de estado y su incertidumbre. El parámetro modificado con mayor intensidad fue la mínima disipación de energía cinética, la cual aumento en 5 veces su magnitud. Por el contrario, el parámetro modificado con menor intensidad fue el valor del albedo, cuya magnitud corresponde al mínimo valor para aguas eutroficadas (Baladrón, 2011).

A través de la Tabla 4.3 es posible concluir cuales parámetros afectan en mayor medida el resultado de la simulación y cuales son más importante conocer con mayor precisión al realizar una evaluación a largo o corto plazo.

Como es de esperar, el modelo será más sensible a la condición inicial de temperatura en los sedimentos mientras el período de estudio sea cada vez menor. Al realizar una simulación de 69 años, la sensibilidad de esta condición inicial disminuye considerablemente. En cambio, la energía cinética, la disipación de energía y el valor del albedo aumentan su sensibilidad al aumentar el tiempo de evaluación, siendo el albedo el parámetro más sensible, seguido por el valor mínimo de disipación de energía ϵ . Por consiguiente, el parámetro cuyo valor se requiere conocer con mayor precisión para una evaluación de efecto climático, es el albedo, debido a que es el parámetro más sensible en la simulación a largo plazo.

Con todos estos resultados, es posible utilizar el modelo termodinámico desarrollado, con el fin de observar el comportamiento de la temperatura en la columna de agua utilizando datos meteorológicos desde 1948 a 2018. El paso temporal es pequeño e igual a una hora para poder apreciar el efecto de los sedimentos en el transporte de calor.

4.7 Resultados a largo plazo

Antes de realizar una simulación, debe comprobarse que los datos utilizados como variables de entrada del modelo, sean correctos. Para este caso, al contar con dos fuentes de información, es posible comparar los datos de ambas fuentes y corregir aquella que tenga mayor incertidumbre.

En este caso se compararon los resultados arrojados por el modelo en base a los datos medidos por la estación meteorológica utilizada por Román (2017) para el período de validación y los datos obtenidos de NCEP/NCAR Reanalysis para el período comprendido desde 1948 a 2018. Con el objetivo de verificar si los datos utilizados en la modelación a largo plazo son consistentes con las mediciones, se comparan a continuación en la Figura 22 y la Figura 23, los datos de velocidad del viento, temperatura del aire, radiación solar incidente y la razón de mezcla medidos durante el período de validación por la estación meteorológica y los obtenidos de NCEP/NCAR Reanalysis para el mismo período.

La Figura 22 presenta en una primera parte, la relación que existe entre las velocidades del viento medidas por la estación meteorológica desde el día 18 de noviembre del 2016 al 6 de diciembre del 2016, y las velocidades del viento obtenidas de NCEP/NCAR Reanalysis para el mismo período. En una segunda parte, presenta esta misma relación para las mediciones de temperatura del aire. El objetivo es poder verificar la validez de los datos de NCEP/NCAR Reanalysis (con respecto a las mediciones realizadas en la estación meteorológica) y poder realizar una corrección de estos datos de ser necesaria.

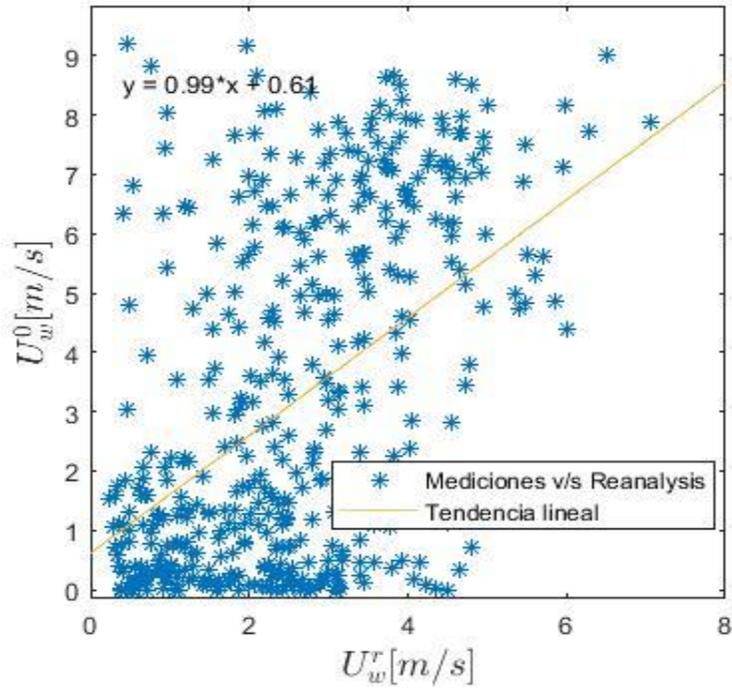
La Figura 23, de manera similar a la Figura 22 presenta la relación existente entre la radiación solar incidente y la razón de mezcla “ q ” medidas por la estación meteorológica y las obtenidas de NCEP/NCAR Reanalysis para el mismo período que la Figura 22. La razón de mezcla es un término adimensional que se define como la masa de vapor de agua contenida por unidad de masa de aire seco y se relaciona directamente con la humedad relativa como se muestra en la siguiente ecuación:

$$q = 0.622 \cdot e_{as} \cdot \frac{HR}{P} \quad 69$$

donde:

q : Razón de mezcla [-]

a) Comparación datos velocidad del viento.



b) Comparación datos Temperatura del aire.

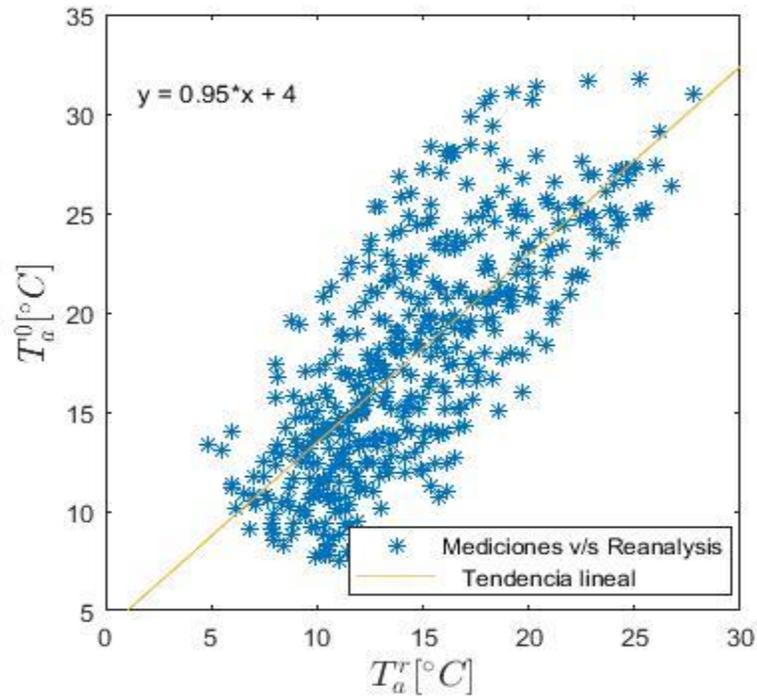
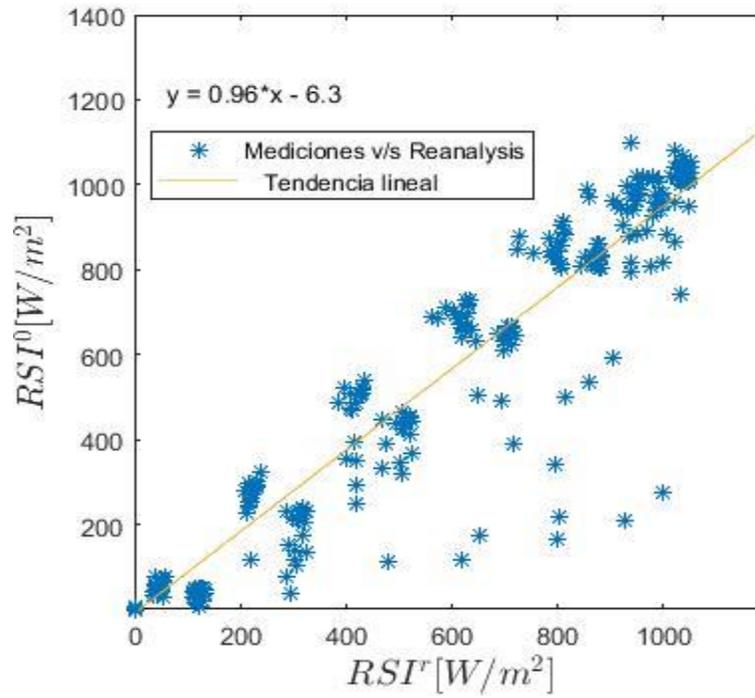


Figura 22.- Comparación datos meteorológicos (U_w^0, T_a^0) vs datos obtenidos desde NCEP/NCAR Reanalysis (U_w^r, T_a^r), a) Velocidad del viento; b) Temperatura del aire.

a) Comparación datos Radiación solar incidente.



b) Comparación datos razón de mezcla.

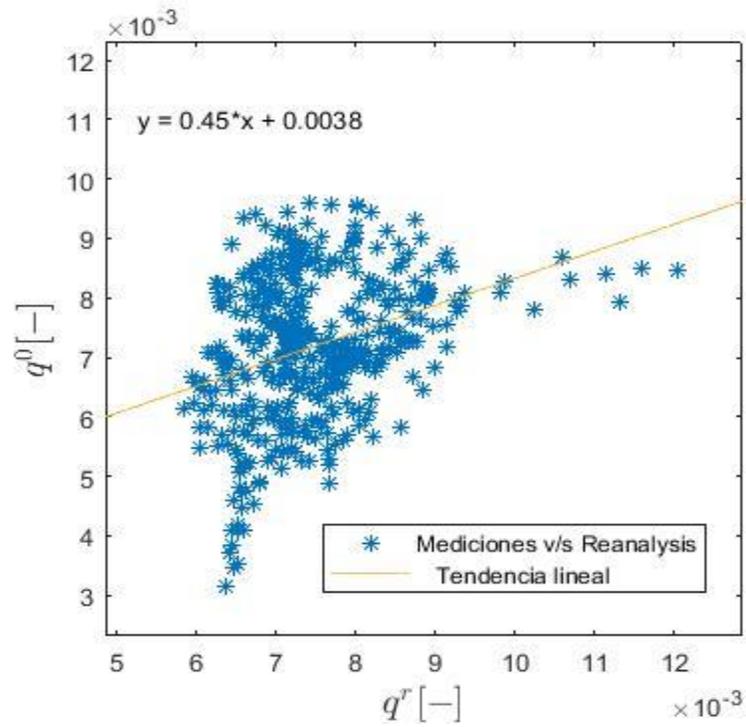


Figura 23.- Comparación datos meteorológicos (RSI^0 , q^0) vs datos obtenidos desde NCEP/NCAR Reanalysis (RSI^r , q^r), a) Radiación solar incidente; b) Razón de mezcla.

Tanto en la Figura 22 como en la Figura 23 se compara la relación lineal que existe entre ambas fuentes de información. Con respecto a la presión atmosférica, estos valores no se corrigieron debido a que la diferencia entre ambas fuentes de información no genera repercusiones relevantes en la modelación.

Gracias a los resultados encontrados, es posible observar que es necesario ajustar los datos obtenidos desde Reanalysis NCEP/NCAR. Para este caso, se ajustaron simplemente de manera lineal respetando algunas consideraciones tales como que la radiación solar no puede ser negativa.

A continuación, se presentan los principales resultados obtenidos para la evaluación termodinámica a largo plazo de la laguna Carén. Los parámetros utilizados en el modelo son nuevamente los presentados en la Tabla 4.1.

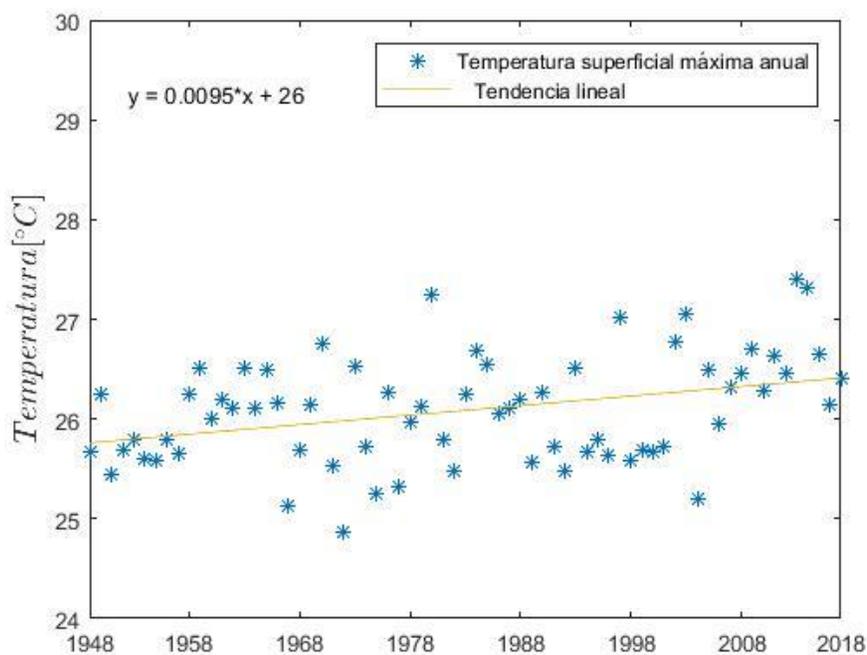


Figura 24.- Temperaturas superficiales máximas anuales (°C).

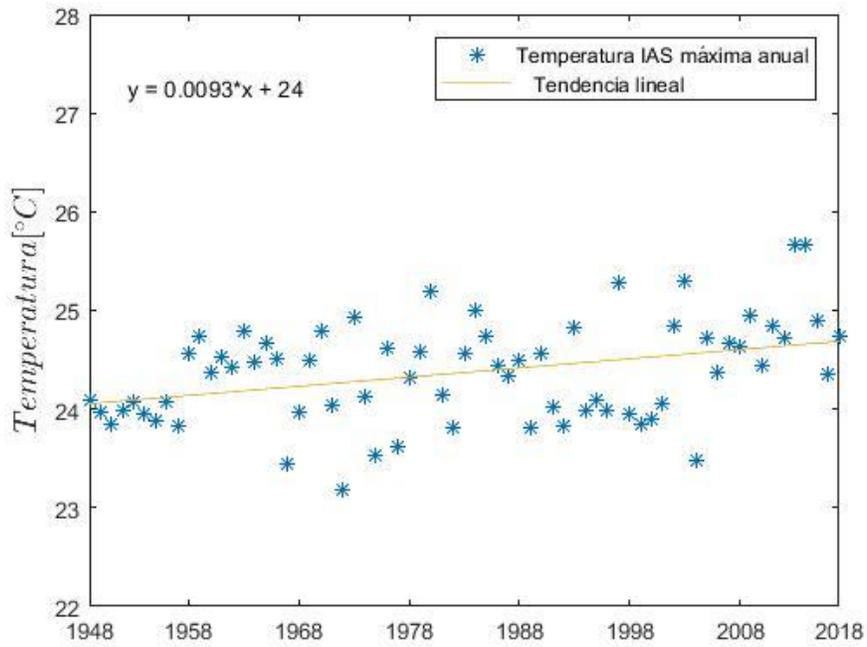


Figura 25.- Temperaturas fondo de la laguna máximas anuales (°C).

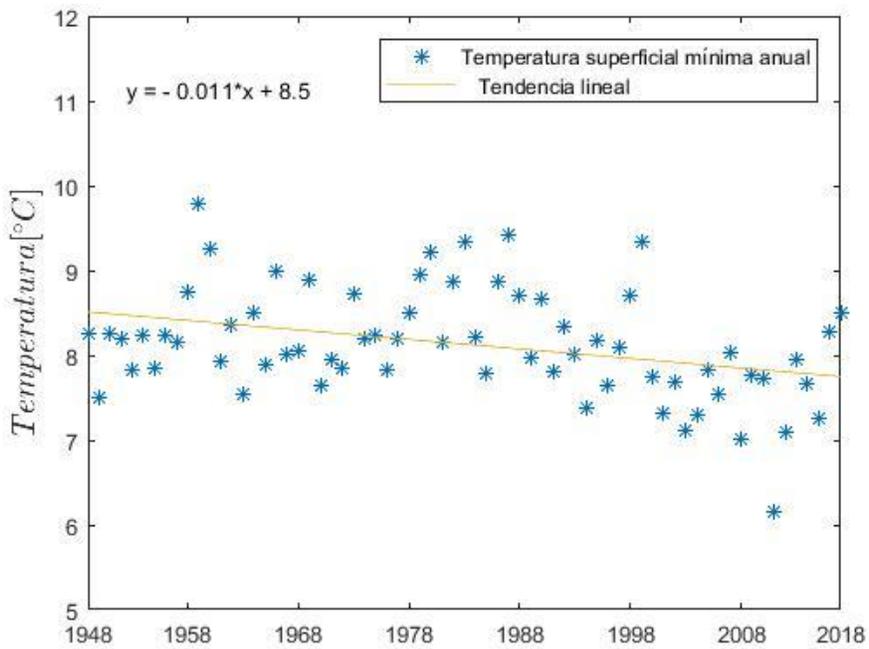


Figura 26.- Temperaturas superficiales mínimas anuales (°C).

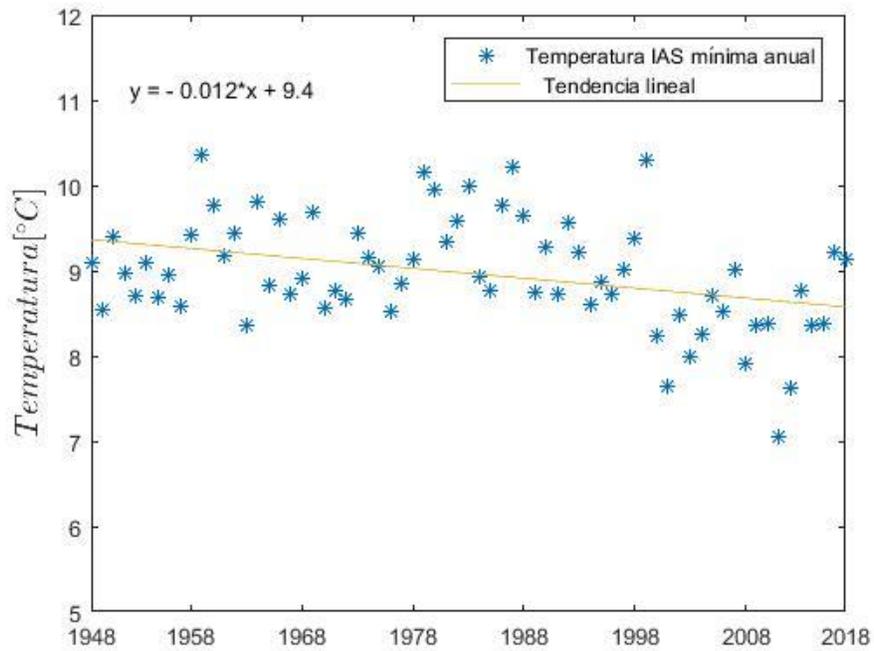


Figura 27.- Temperaturas fondo de la laguna mínimas anuales (°C).

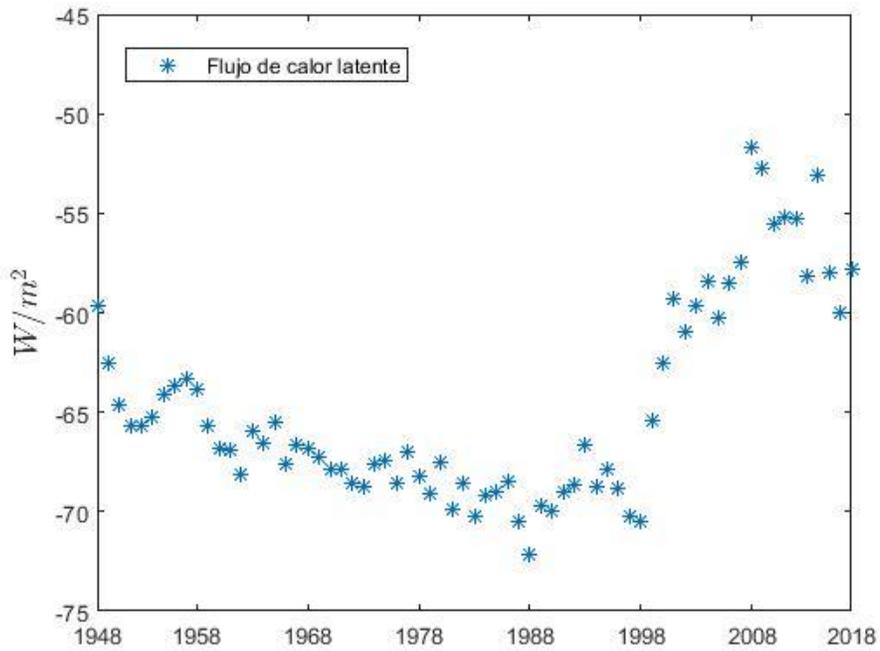


Figura 28.- Flujo de calor latente de evaporación promedio anual.

La Figura 28 representa la evolución del flujo turbulento de calor latente promedio anual. Este flujo de calor se encuentra asociado a la tasa de evaporación por medio de la ecuación (24) a través de las fluctuaciones turbulentas de velocidad vertical y razón de mezcla.

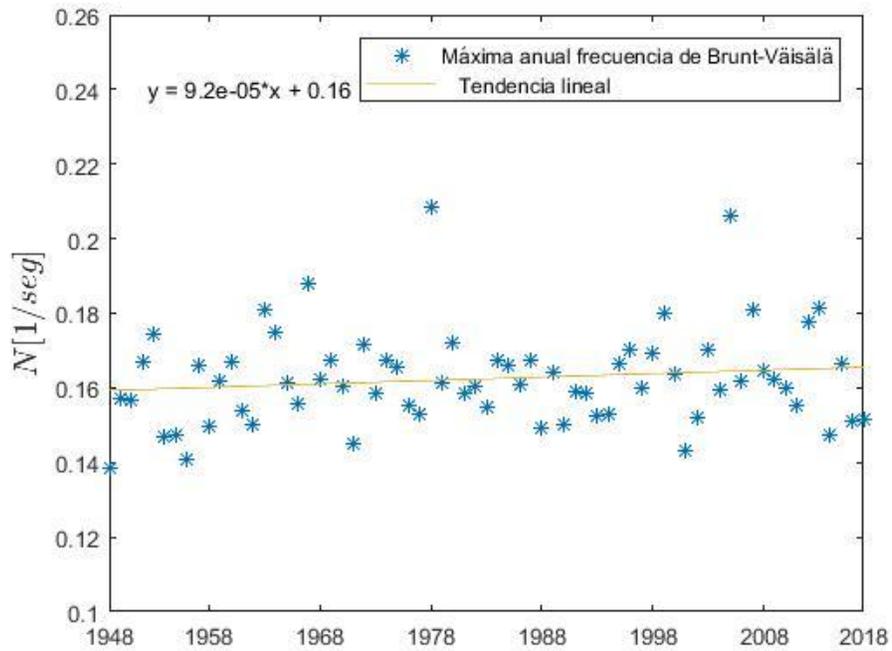


Figura 29.- Frecuencia de Brunt-Väisälä máxima anual.

El análisis respecto a los resultados encontrados en esta sección se presenta en la sección 5.4. A continuación, y a modo de resumen, se presentan los valores característicos de las principales variables meteorológicas utilizadas en las simulaciones.

Tabla 4.4.- Valores meteorológicos característicos.

Variable	Unidad	Promedio	Máximo	Mínimo
Velocidad del viento	[m/seg]	2.59	11.28	0.00
Radiación solar	[W/m^2]	242.28	1020.88	0.00
Temperatura del aire	[$^{\circ}C$]	14.26	34.03	-2.59
Presión atmosférica	[atm]	0.95	0.97	0.93

CAPÍTULO 5 – ANÁLISIS DE RESULTADOS

En el presente capítulo se realiza un análisis de los resultados presentados en el capítulo anterior desde el proceso de calibración hasta la modelación realizada a largo plazo.

5.1 Calibración y Validación del modelo

Realizando un análisis a los resultados encontrados en las secciones 4.1 y 4.2 es posible realizar los siguientes comentarios:

La dinámica de la distribución de temperaturas en la laguna varía a lo largo del día según la hora gracias a los aportes energéticos que generan la velocidad del viento y la radiación solar. Por otra parte, en el fondo de la laguna, también se genera una dinámica de intercambio de calor debido a las diferencias en la capacidad calórica entre el agua y los sedimentos. A primera hora, cuando la radiación solar comienza a afectar el sistema, si esta radiación es lo suficientemente grande, puede observarse un aumento de la temperatura en las primeras horas capaz de generar una estratificación térmica en ella. A medida que transcurre el día, este calor se difunde en la columna de agua, disminuyendo las temperaturas y generándose una mezcla más homogénea (puede observarse con mayor claridad en la Figura 8-d, 12 de diciembre, marcado en rojo). Si la radiación solar incidente no es lo suficientemente importante, sencillamente se observa un sistema homogéneo durante el día. Esto puede observarse por ejemplo para el día 23 de noviembre del 2016 en la Figura 10-d, marcado en rojo. Durante la noche, si no existen aportes energéticos significativos (grandes velocidades del viento), se genera nuevamente un proceso de mezcla completa dominado por el enfriamiento de la superficie y la boyancia propia de los gradientes de temperaturas generados. Este equilibrio de temperaturas puede alcanzarse solo hasta que amanezca donde nuevamente la radiación solar perturbará el sistema creando un nuevo ciclo.

En particular, a partir de la Figura 8 es posible observar una consistencia entre la radiación solar y el flujo de calor latente como es de esperar. El día 9 de diciembre, se observa una disminución de la radiación solar incidente, lo cual repercute directamente tanto en el flujo de calor latente generado en la interfaz con la atmósfera, como en las temperaturas dentro de la laguna.

Las fluctuaciones observadas en la simulación de la Figura 9-a se deben al paso temporal utilizado, con un paso temporal menor, la curva de temperaturas se torna más suave. Si bien la simulación tiene la misma tendencia que los valores medidos, no logra representar fielmente la magnitud de las mismas. En particular para el caso de la interfaz agua-sedimentos, la simulación posee una amplitud mucho menor a la esperada, lo que indica que el flujo de calor en esta interfaz no se logra representar con exactitud. Esto puede deberse a factores no considerados en un modelo unidimensional o a que la temperatura de equilibrio encontrada por el modelo en el fondo de los sedimentos es mayor a la que existe realmente.

La Figura 11 presenta la comparación de los resultados de la simulación con las mediciones. La Figura 11-a muestra resultados más similares a las mediciones que para el caso de la calibración. En la Figura 11-b se puede evidenciar que no se logra representar de forma correcta las temperaturas en la interfaz con los sedimentos pues las variaciones medidas en esta zona presentan una amplitud mucho mayor que las simuladas.

El resultado más preocupante evidenciado en las secciones de calibración y validación del modelo radica en el intercambio de calor con los sedimentos. En ambos períodos de estudio el intercambio de calor con los sedimentos no se logra plasmar de forma correcta. Debido a esta razón y con el objetivo de observar claramente las diferencias entre los resultados de la modelación y las mediciones, se presentan a continuación en las Figura 30 y 31 la diferencia de temperaturas entre los perfiles simulados y medidos para los períodos de calibración y validación respectivamente.

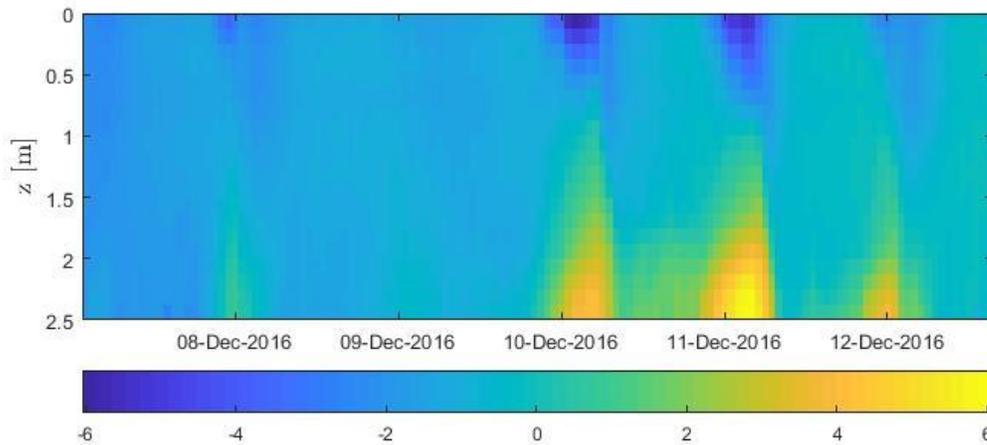


Figura 30.- Comparación de resultados período calibración, gráfico $\Delta T [^{\circ}C] = T_{simulado} - T_{medido}$.

Las fechas presentadas en la Figura 30 representan las 12 horas del día en cuestión.

En la Figura 30 se puede apreciar una diferencia entre los resultados simulados y los medidos en la temperatura de las capas superiores de la columna de agua alcanzadas durante la tarde de los días 10 y 11 de diciembre.

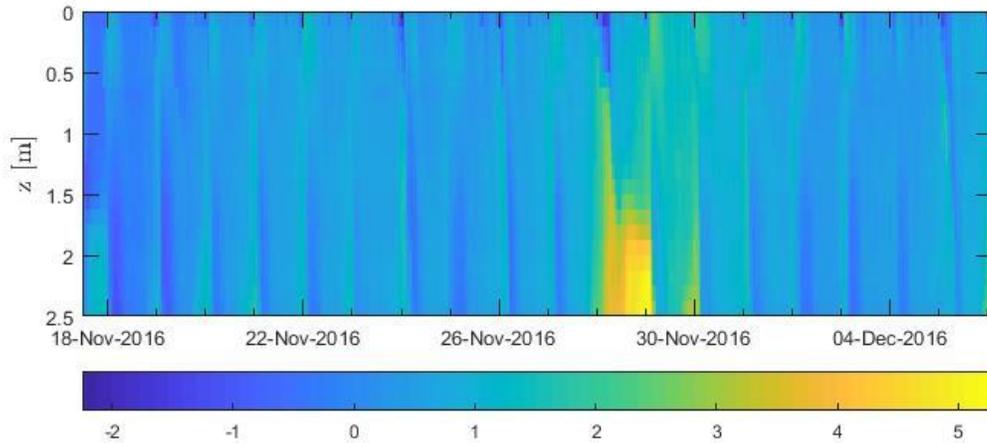


Figura 31.- Comparación de resultados período validación, gráfico $\Delta T [^{\circ}C] = T_{simulado} - T_{medido}$.

Para el caso del período de validación en la Figura 31, la fecha se encuentra establecida nuevamente a las 12 horas del día en estudio.

Tanto en la Figura 30 como en la Figura 31 se puede identificar un enfriamiento (observado en las mediciones) considerable de la columna de agua desde los sedimentos en aquellos momentos cuando se genera un flujo de calor importante desde la atmósfera hacia la laguna, lo cual genera una estabilidad dentro de la estructura térmica de la columna. Esto no se logra observar en los resultados generados por el modelo. Si bien, la Figura 13 evidencia una difusión del calor aportado por la columna de agua hacia los sedimentos, esta difusión no logra generar una estratificación temporal en ella, probablemente debido a que la temperatura de equilibrio de los sedimentos encontrada es demasiado alta.

Con respecto a la distribución de temperaturas evidenciada en los resultados, en ambos casos las temperaturas máximas son las esperadas. Las temperaturas mínimas son menores en las mediciones, esto puede deberse al flujo de calor desde los sedimentos, la boyancia calculada o a corrientes y flujos laterales que no se ven representados en un modelo unidimensional.

5.2 Temperatura en los sedimentos

Con respecto a los resultados presentados para la distribución y evolución de la temperatura en los sedimentos, es posible realizar las siguientes observaciones:

En la Figura 12 es posible observar que se logra obtener una temperatura de equilibrio cerca de los 3 metros de profundidad en los sedimentos para cualquier tiempo en el que se evalúe, esto se debe a la condición de borde adiabática impuesta. En la interfaz con la columna de agua, se observa una oscilación propia de las variaciones intradiarias de la temperatura del agua.

Para la columna de sedimentos, se escogió una profundidad igual a 4 metros para asegurar una independencia de las condiciones de fondo tal que se encuentre dicha temperatura de equilibrio. Esta temperatura fija es alcanzada por el sistema independiente de la condición inicial impuesta. De esta manera, si la condición inicial se encuentra alejada del equilibrio, la temperatura aumentará o disminuirá rápidamente para oscilar en un rango de ± 2 °C en torno al punto de equilibrio, tal como se observa en la Figura 12.

La Figura 13 muestra los perfiles verticales de temperatura para los períodos de calibración y validación. Se puede apreciar la diferencia que existe entre la columna de agua y los sedimentos producto de la capacidad calórica, el coeficiente de difusión térmica (el cual es constante para los sedimentos) y el término fuente (presente solo en la columna de agua). Con respecto a la condición inicial utilizada para los sedimentos, esta depende de cada período de estudio e intenta ajustarse a la temperatura fija alcanzada por los sedimentos en el fondo de ellos, la cual, a su vez, se encuentra controlada por el régimen de temperaturas del lago, que depende de las condiciones climáticas locales y las características físicas del lago, tales como: área superficial, máxima profundidad y transparencia del agua (Fang & Stefan, 2009). Para el caso del período de calibración, se utilizó una condición inicial igual a 20.6°C, para el caso del período de validación se seleccionó una condición inicial igual a 21.5°C. Esta diferencia se debe a las variaciones de las condiciones térmicas de la laguna entre ambos períodos condicionadas por las forzantes meteorológicas.

5.3 Coeficiente de difusión turbulenta vertical y máxima frecuencia boyante

Con respecto a los resultados presentados en la sección 4.4 correspondiente al estudio del coeficiente de difusión turbulenta vertical, es posible realizar las siguientes observaciones:

Las Figuras 14 y 15 muestran las variaciones de la energía cinética y del coeficiente de difusión de calor con la velocidad de corte y la distribución de temperaturas en la columna de agua. En la Figura 14 se puede observar para el caso particular del día 9 de diciembre (marcado en rojo), donde la radiación solar no logró aumentar de forma considerable las temperaturas y la velocidad del viento fue menor a la medida los demás días (Figura 8-a y Figura 8-b), la boyancia jugó un papel fundamental en la evolución de la energía cinética, debido al enfriamiento de las capas superiores de la laguna, aumentando por ende la energía cinética.

Tanto en el período de calibración como en el de validación es posible ver en las Figuras 14 y 15 que el coeficiente de difusión de calor es dominado por la turbulencia y solo en episodios particulares es la difusión molecular la que predomina en este término.

Por otra parte, para los resultados presentados en la sección 4.5 donde se estudia el comportamiento de la frecuencia boyante, es posible realizar el siguiente análisis:

Tanto en la Figura 18 como en la Figura 19 es posible deducir que la frecuencia boyante máxima horaria aumenta conforme aumenta la radiación solar, de este modo, desde el amanecer la frecuencia boyante comienza a aumentar hasta el anochecer, donde la frecuencia comienza a decaer hasta que nuevamente la radiación solar vuelve a perturbar la laguna. Este comportamiento se evidencia de forma más clara en la Figura 20-a y la Figura 20-b.

Al observar la Figura 20-a y la Figura 20-b, se puede apreciar la relación que existe entre la radiación solar y la máxima frecuencia boyante. Sin embargo, también es posible observar que existe un desfase entre la radiación solar y su efecto sobre la frecuencia boyante. De esta manera, la máxima frecuencia boyante del día se obtendrá unas 4 horas posterior a la acción de la máxima radiación solar registrada en el día.

Durante la noche, las capas superiores de fluido se enfrían generando una inestabilidad térmica, esta inestabilidad no se evidencia en los gráficos de frecuencia boyante pues como se mencionó anteriormente, para estos casos no existe una frecuencia de oscilación entorno a una zona estratificada, sino que se generan movimientos del fluido producto de la convección térmica.

Este enfriamiento nocturno puede evidenciarse en la Figura 20-c. Además, en la Figura 21, es posible apreciar con mayor detalle la dinámica de mezcla completa y estratificación dentro de la columna de agua para los días 1 y 2 de diciembre del 2016. Al igual que para la Figura 20-c, en este caso también es posible apreciar un enfriamiento de las capas superiores del fluido durante la noche que genera una inestabilidad térmica.

5.4 Resultados a largo plazo

Las Figuras 24 y 26 demuestran un aumento en las temperaturas máximas anuales y una disminución en las temperaturas mínimas anuales para el caso de la interfaz con la atmósfera. Esta tendencia queda representada por una aproximación lineal en ambos casos, cuya pendiente posee unidades de $[^{\circ}\text{C}/\text{año}]$. De esta manera se observa un aumento en la oscilación térmica en los últimos 69 años. Las Figuras 25 y 27 registran la misma tendencia para la interfaz entre la columna de agua y los sedimentos.

Las temperaturas medias anuales no registran una mayor variación con el transcurso del tiempo, esto se debe a que la amplitud térmica aumenta, pero se mantiene centrada cerca de la misma temperatura.

A partir de la Figura 28 es posible concluir que, si se considera que el modelo logra representar de buena forma la termodinámica de la laguna, entonces existe un cambio brusco en los últimos 20 años que responde a una disminución considerable de las tasas de evaporación de la laguna, producto de un efecto de cambio climático. La Figura 29, por otra parte, no evidencia una variación importante en la frecuencia boyante a lo largo del tiempo.

Como resultados generales del modelo, para el caso de la simulación realizada desde 1948 a 2018, en el anexo A es posible encontrar los resultados correspondientes a la temperatura en la superficie (Figura A1) y en el fondo de la laguna (Figura A2), además de los valores de máxima frecuencia boyante (Figura A3) junto con sus valores característicos (Tabla A1, Tabla A2 y Tabla A3 respectivamente). Por otra parte, con respecto a los datos obtenidos y corregidos de NCEP/NCAR Reanalysis, se presenta la evolución de los promedios anuales desde 1948 a 2018 de radiación solar incidente (Figura A4) y velocidad del viento (Figura A5) junto con sus valores característicos (Tabla A4 y A5 respectivamente).

CAPÍTULO 6 – CONCLUSIONES

El ciclo termodinámico que se genera dentro de la laguna responde al flujo de calor en ambas interfaces y a la boyancia generada, de esta manera durante el amanecer al aumentar la radiación solar y la velocidad del viento, aumenta la temperatura del agua y la cinética generando una difusión turbulenta de calor a lo largo de la columna de agua. Mientras esta difusión se profundiza, a su vez se registran las mayores frecuencias de boyancia promoviendo la estratificación térmica. Durante la noche, la laguna comienza a enfriarse generando un aumento de la energía cinética pese a la poca influencia del viento. Es en esta etapa del ciclo donde el coeficiente de difusión térmica aumenta con mayor fuerza generándose una mezcla completa producto de los esfuerzos convectivos.

Los resultados relacionados con la frecuencia de Brunt-Väisälä indican que el momento de mayor estabilidad de la laguna se registra durante el día, poco después del máximo valor de radiación solar registrado, tal como es de esperar.

Es importante considerar que, en caso de contar con varias fuentes de información, para este caso las mediciones recopiladas a través de una estación meteorológica por Román (2017) y la información obtenida desde NCEP/NCAR Reanalysis, se debe verificar que existe una concordancia entre ambos grupos de datos y corregir de ser necesario la información con el objetivo de obtener una simulación más real. Para este caso, y tal como se puede observar en la Figura 22 y la Figura 23, los datos obtenidos de NCEP/NCAR Reanalysis se ajustaron previo a la modelación para asemejarse a las mediciones realizadas por la estación meteorológica.

Los resultados evidencian que, el modelo desarrollado no logra representar el flujo de calor entre los sedimentos y la columna de agua observado en las mediciones registradas por los sensores térmicos (Román, 2017). Más específicamente, se observa que, no se genera un enfriamiento en las proximidades de la interfaz agua-sedimentos. Este problema puede deberse a tres razones:

1. La primera alternativa corresponde a que los esfuerzos por mantener una estratificación térmica en la columna de agua no se logran modelar bien.
2. La segunda alternativa corresponde a que la temperatura final alcanzada en el fondo los sedimentos, es mucho menor a la encontrada por el modelo, por esta razón, cada vez que la columna de agua intenta estratificarse, los sedimentos le aportan calor pues la temperatura alcanzada en la laguna tiende a ser menor a la temperatura en el fondo de la columna de sedimentos.
3. La tercera alternativa corresponde a que un modelo 1D no es capaz de representar de forma correcta la termodinámica de la laguna debido por ejemplo a corrientes laterales.

Las diferencias entre el flujo de calor en la interfaz agua-sedimentos medido y el modelado repercute, como podría deducirse, en las temperaturas en la misma interfaz, generándose una oscilación térmica intradiaria en ella mucho menor a la observada en las mediciones.

En la modelación realizada, para el caso de los sedimentos, se solucionó la ecuación de difusión de calor con el método de volúmenes finitos. Sin embargo, como se mencionó, de manera alternativa es posible utilizar la transformada de Fourier. Si bien, este desarrollo se realizó, los resultados encontrados no lograron satisfacer las expectativas. Por este motivo y con el objetivo de cumplir con los plazos establecidos se optó por solucionar la ecuación de difusión de calor con el método de volúmenes finitos.

Una gran ventaja del modelo desarrollado en este trabajo es su corto período de modelación. La modelación realizada abarca la columna de agua y una gran profundidad de sedimentos con un paso temporal de 1 hora evaluando los últimos 69 años. Para esta configuración el tiempo de modelación fue alrededor de 13 minutos en un equipo con las siguientes características:

Tabla 5.1 Características equipo utilizado.

Memoria RAM	Total	Libre
	8 GB	2.96 GB
Procesador	Intel Core i7-2600 3.4 GHZ	

El motivo por el cual se realizó una modelación termodinámica de los últimos 69 años radica en la hipótesis de que existe una evidencia de cambio climático que afecta a éste y a otros ecosistemas. Solo observando la evolución en un período tan largo de tiempo es posible realizar conclusiones acerca de este tema.

Los resultados a largo plazo presentados evidencian que existe un aumento de las temperaturas en la laguna, tanto en la superficie como en el fondo de ella, más precisamente es posible concluir que se ha generado un aumento en la oscilación térmica ya que las temperaturas mínimas han disminuido en los últimos años. Cabe mencionar que, en los resultados presentados, esta tendencia se representó de forma lineal, pero ello no quiere decir que el comportamiento seguirá dicha tendencia, pudiendo agudizarse o no, dependiendo de los factores climáticos.

Con respecto a la evaporación promedio anual calculada, representada por el flujo de calor latente, se puede observar una disminución considerable desde el año 2000 con un leve repunte en los últimos años. de la Fuente y Meruane (2016) obtuvieron un resultado similar para el salar del Huasco. Esto sumado a lo anterior permiten concluir que efectivamente existe una evidencia de cambio climático que ha afectado tanto la temperatura de la laguna como las tasas de evaporación, vale decir, la hipótesis propuesta resultó ser correcta.

BIBLIOGRAFÍA

- Baladrón, M. 2011. “Estudio de la Termo-Hidrodinámica del Ecosistema Humedal Ciénagas del Name.” Memoria para optar al título de Ingeniero Civil. Santiago, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. 146p.
- Burchard, H., and Petersen, O. 1999. “Models of turbulence in the marine environment – a comparative study of two-equation turbulence models.” *Journal of Marine Systems* 21: 29-53.
- Chalhoub, M., Bernier, M., Coquet, Yves., and Philippe, M. 2017. “A simple heat and moisture transfer model to predict ground temperature for shallow ground heat exchangers.” *Renewable Energy* 103: 295-307.
- de la Fuente, A., and Niño, Y. 2010. “Temporal and spatial features of the thermohydrodynamics of shallow salty lagoons in northern Chile.” *Limnol. Oceanogr.* 55(1): 279-288.
- de la Fuente, A. 2014. “Heat and dissolved oxygen exchanges between the sediment and water column in a shallow salty lagoon.” *Journal of Geophysical Research* 119: 596-613.
- de la Fuente, A., Meruane, C., and López, S. 2015. “Intercambios de calor entre agua y sedimentos en lagunas extremadamente someras del altiplano.” En: XXII CONGRESO CHILENO de ingeniería hidráulica 2015. Santiago, Chile. Sociedad chilena de ingeniería hidráulica. 12 pp.
- de la Fuente, A., Meruane, C. 2016. “Investigación en el Salar del Huasco: Entendiendo los procesos fundamentales que mantienen a los Salares y que explican la vida en torno a estos ecosistemas altiplánicos.” Proyecto Fondecyt. 39pp.
- de la Fuente, A., Ordóñez, C., and Pérez, R. 2016. “Diffusional mass transfer coefficient at the water-sediment interface for wind-induced flow in very shallow lagoons.” *Environ Fluid Mech* (16): 539-558.
- de la Fuente, A., and Meruane, C. 2017a. “Dimensionless numbers for classifying the thermodynamics regimes that determine water temperature in shallow lakes and wetlands.” *Environ Fluid Mech* 17: 1081-1098.
- de la Fuente, A., and Meruane, C. 2017b. “Spectral model for long-term computation of thermodynamics and potential evaporation in shallow wetlands.” *Water Resources Research* 53: 7696-7715.
- Fang, X., and Stefan, H. 1996. “Dynamics of heat exchange between sediments and water in a lake.” *Water Resources Research* 32(6): 1719-1727.
- Fang, X., and Stefan, H. 1998. “Temperature variability in lake sediments.” *Water Resources Research* 34(4): 717-729.

- Fang, X., and Stefan, H. 1999. "Projections of climate change effects on water temperature characteristics of small lakes in the contiguous U.S." *Climatic Change* (42): 377-412.
- Fang, X., and Stefan, H. 2009. "Simulations of climate effects on water temperature, dissolved oxygen, and ice and snow covers in lakes of the contiguous United States under past and future climate scenarios." *Limnol. Oceanogr.* 54(6): 2359-2370.
- García, M. 1996. "Hidrodinámica ambiental". Santa Fe, Argentina, Universidad Nacional del Litoral. 195p.
- Garratt, J. R. 1994. "The atmospheric boundary layer". Cambridge Atmospheric and Space Science Series, 37: 89–134.
- Garreaud, R., and Meruane, C. 2005. "Flujos Radiativos, módulo 2." Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Departamento de Geofísica. Universidad de Chile.
- Goudsmit, G., Burchard, H., Peeters, F., and Wüest, A. 2002. "Application of k-e turbulence models to enclosed basins: The role of internal seiches." *Journal of Geophysical Research* 107(C12): 3230-3242.
- Idso, S. 1981. "A set of equations for full spectrum and 8- to 14-um and 10.5- to 12.5-um Thermal radiation from cloudless skies". *Water Resources Research*, 17(2): 295-304.
- Jorgensen, S.E., and Bendoricchio, G. 2001. "Fundamentals of Ecological Modelling". 3° ed. Elsevier Sci. 530p.
- Lauder, B.E., and Spalding, D.B. 1974, "The numerical computation of turbulent flows." *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 3: 269-289.
- Le, P., and Papavassiliou, D. 2006. "Turbulent Heat Transfer in Plane Couette Flow". *Journal of Heat Transfer*, 128: 53-62.
- Meruane, C. 2005. "El efecto del viento Puelche sobre la hidrodinámica y calidad de aguas del lago Villarrica". Memoria para optar al título de Ingeniero Civil. Santiago, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. 123p.
- Mitsch, W., Gosselink, J. 2015. "Wetlands." 5° ed. New Jersey, Wiley. 736p.
- NOAA Earth System Research Laboratory, "The NCEP/NCAR Reanalysis Project" [en línea] <<https://www.esrl.noaa.gov/psd/data/gridded/data.ncep.reanalysis.html>> [consulta: Enero 2018]
- Patankar, S. 1980. "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow". McGraw-Hill. 197p.
- Rodi, W. 1984. "Turbulence Models and Their Application in Hydraulics: A State Of The Art Review." 3° ed. Rotterdam, IAHR. 104p.

Román, E. 2017. “Laguna Carén: Estudio de su hidrodinámica y calidad del agua, a partir de la instalación y operación de una estación de monitoreo ambiental.” Memoria para optar al título de Ingeniero Civil. Santiago, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. 98p.

Sahoo, G., Forrest, A., Schladow, S., Reuter, J., Coats, R., and Dettinger, M. 2016. “Climate change impacts on lake thermal dynamics and ecosystem vulnerabilities.” *Limnol. Oceanogr.*, 61: 496-507.

Sepulveda, O. 2015. “Efecto de la circulación baroclínica inducida por el viento en la mezcla vertical del fiordo Comau.” Tesis para optar al grado de Magister en ciencias de la ingeniería, mención recursos y medio ambiente hídrico. Santiago, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. 117p.

Versteeg, H. K., and Malalasekera, W. 1995. “An Introduction to Computational Fluid Dynamics.” Ed. Longman Scientific & Technical. 257p.

VisitChile. 2018. [en línea] <<http://www.visitchile.com/es/parque-laguna-caren/>> [consulta: Febrero 2018].

Xing, Z., Fong, D., Tan, K.M., Lo, E.Y.-M., and Monismith, S. 2012. “Water and heat budgets of a shallow tropical reservoir.” *Water Resources Research* 48: W06532.

ANEXOS

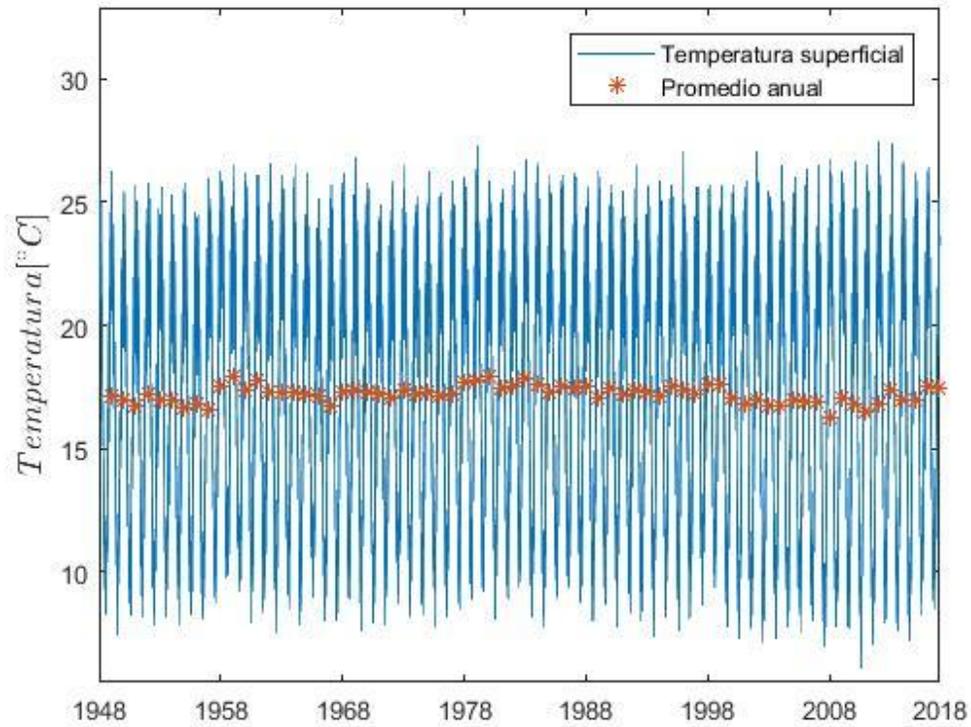


Figura A1.- Simulación temperatura superficial y promedio anual.

Tabla A1.- Valores característicos temperatura superficial.

Variable	Unidad	Promedio	Máximo	Mínimo
Temperatura	[°C]	17.22	27.39	6.15

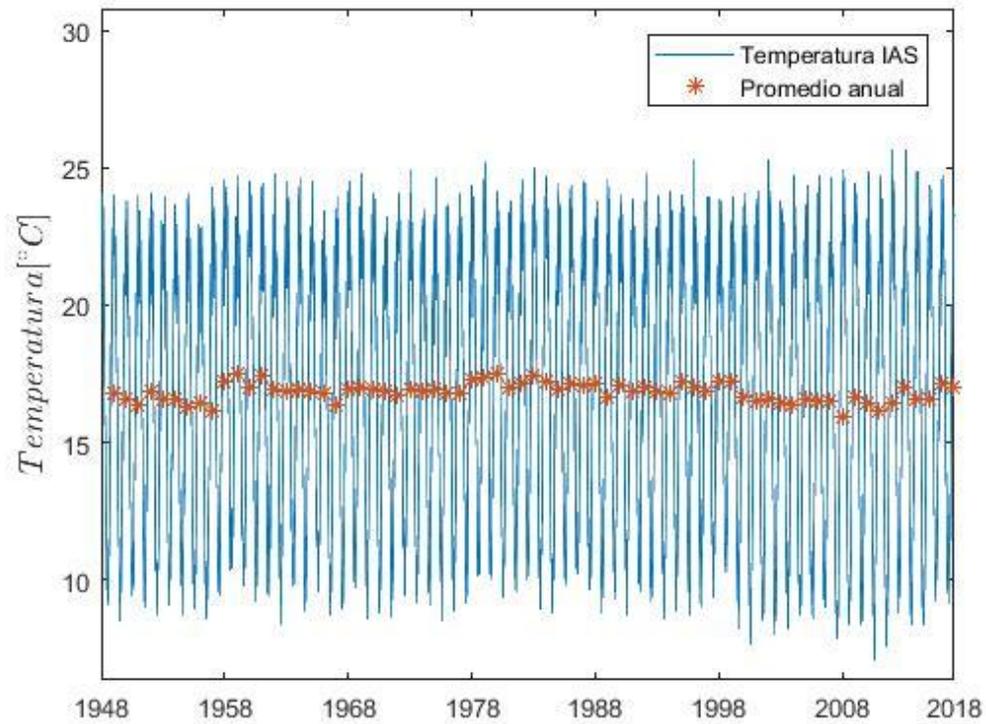


Figura A2.- Simulación temperatura fondo de la laguna y promedio anual.

Tabla A2.- Valores característicos temperatura fondo de la laguna.

Variable	Unidad	Promedio	Máximo	Mínimo
Temperatura	[°C]	16.84	25.66	7.05

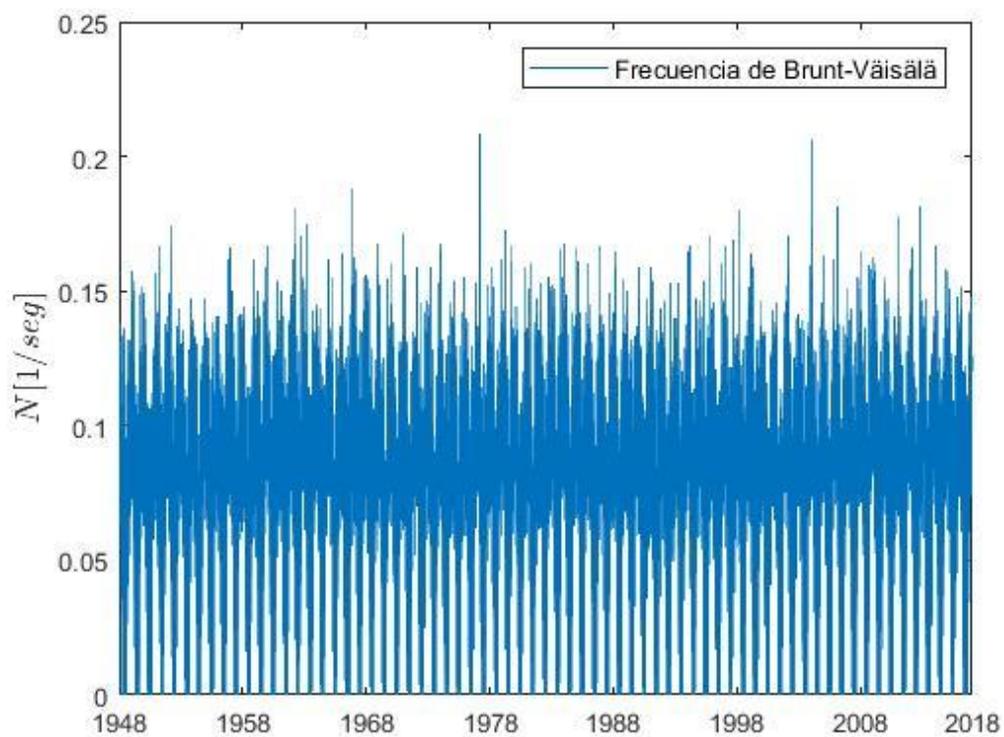


Figura A3.- Frecuencia de Brunt-Väisälä máxima horaria.

Tabla A3.- Valores característicos frecuencia de Brunt-Väisälä.

Variable	Unidad	Promedio	Máximo	Mínimo
Frecuencia boyante	[1/seg]	0.079	0.208	0.000

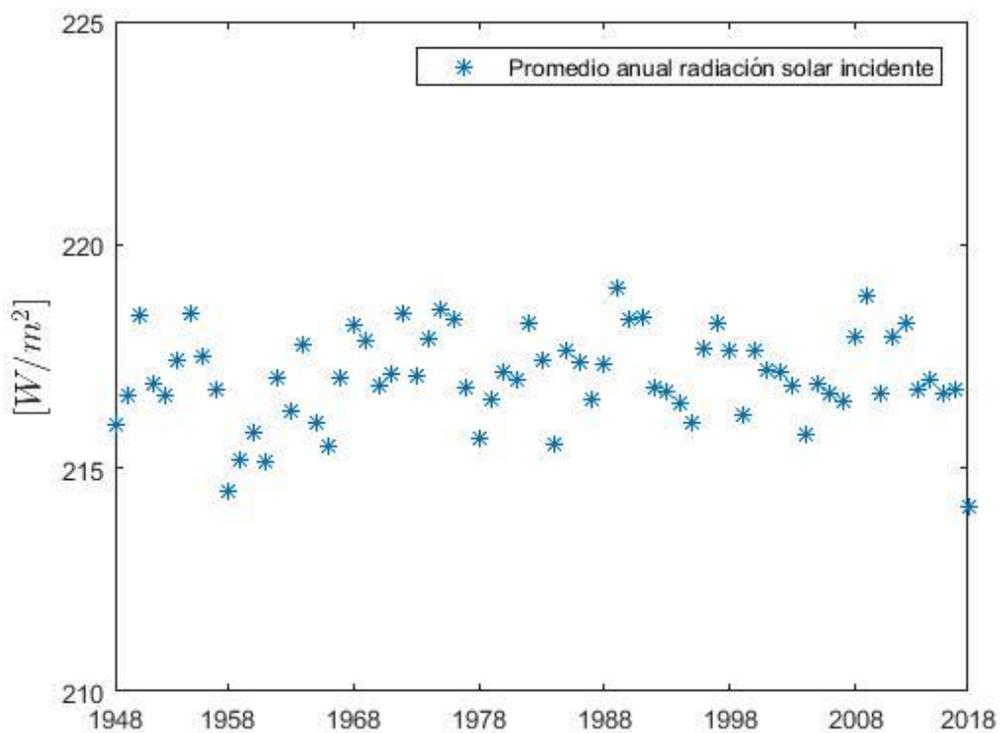


Figura A4.- Radiación solar de onda corta incidente.

Tabla A4.- Valores característicos radiación solar incidente promedio anual.

Variable	Unidad	Promedio	Máximo	Mínimo
Radiación solar	$[W/m^2]$	217.03	219.01	214.13

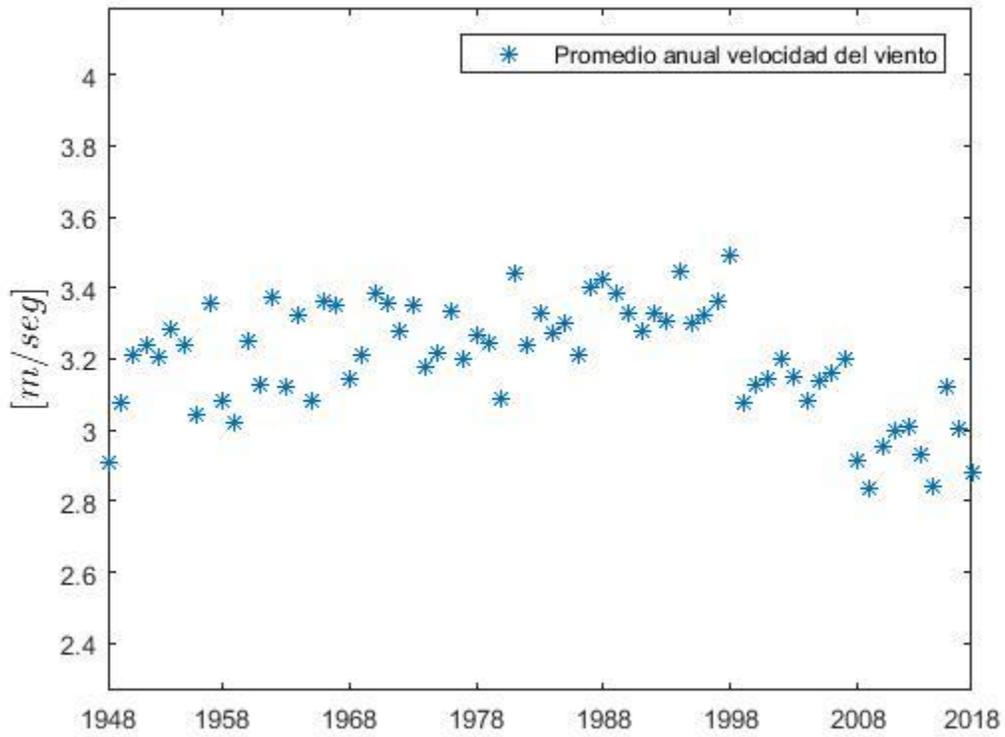


Figura A5.- Evolución velocidad del viento.

Tabla A5.- Valores característicos velocidad del viento promedio anual.

Variable	Unidad	Promedio	Máximo	Mínimo
Velocidad del viento	$[m/seg]$	3.20	3.49	2.83