



# **VALORACIÓN DE PASIVOS GEOLÓGICOS MINEROS POR OPCIONES REALES**

**VALORACIÓN DE EMPRESA PARA OPTAR AL GRADO DE  
MAGÍSTER EN FINANZAS**

**Alumno: Marcos Eduardo Valencia Araya  
Profesor Guía: Arturo Rodríguez**

**Santiago, Diciembre 2017**

## Resumen

La minería es una actividad que genera múltiples beneficios a las personas; de hecho, la mayoría de las actividades humanas cotidianas requieren la existencia de la minería. Ésta actividad genera productos comercializables y, al mismo tiempo, desechos mineros propios de la actividad, tales como relaves, rípios y botaros que aún no son completamente estériles, pero de acuerdo a los procesos actuales no generan beneficio económico y adicionalmente son desechos que se declaran como pasivos mineros.

Procesar pasivos mineros supone demostrar la creación de valor, incorporando incertidumbres y nuevas tecnologías que lo hacen rentable en un proceso de inversión bajo incertidumbre.

Hasta ahora el método tradicional de valoración no es capaz, por su definición, de incorporar las incertidumbres relevantes y capturar su valor en un proceso de inversión bajo incertidumbre. Por otro lado, las metodologías de valoración de opciones financieras han logrado incorporar las incertidumbres de mercado y han demostrado ser eficientes en tal aspecto. La metodología de valoración por Opciones Reales incorpora las fortalezas de ambas metodologías y es capaz de capturar el valor de las incertidumbres relevantes de cada proyecto para poder valorar la flexibilidad que introduce al proyecto las incertidumbres.

En tal sentido, se desarrolla una valoración de un pasivo minero, como por ejemplo un botadero, y se demuestra que la identificación e incorporación de las incertidumbres relevantes crean valor a la explotación de un material geológico definido financiera y contablemente como un pasivo minero.

Así se determinó que las incertidumbres relevantes del proyecto de explotación de un botadero son la cantidad de mineralización contenida en éste y la factibilidad de pre-concentrar partículas de roca. Conocida la cantidad de mineralización contenida en un pasivo minero como lo es un botadero, a través de técnicas geoestadísticas cotidianas en minería, es posible determinar la factibilidad de ser pre-concentrado y beneficiado.

El valor del proyecto por Opciones Reales es de USD \$12.7M, que se realiza incorporando incertidumbre en la inversión. En comparación, el valor del proyecto evaluado determinísticamente que no considera incertidumbre es de USD \$5M. Estos resultados muestran que se cumple la desigualdad de Jensen para funciones convexas como la del VAN y que el valor de la flexibilidad de la incorporación de incertidumbres relevantes se valora en USD \$7.7M

## Dedicatoria

*A mis hijos Paloma, Vicente, Martín y Lucas...*

*por su intenso manantial de amor y*

*haberme elegido como su padre. Mi amor infinito*

*...a mi esposa Katherine*

*por su amor, encanto, por ser mi complemento, a ti mi amor eterno*

*por concurrir en esta vida con nuestro mutuo amor*

*... hasta el infinito y más allá.*

*A mi hermano Julio, por ser mi hermano, amigo de infancia y de vida.*

*A mi hermana Pilar, por ser un ejemplo de amor, voluntad y fortaleza.*

*A mis padres Julio y Elsa por hacernos vivir una hermosa infancia.*

## Agradecimientos

Mis agradecimientos a los señores Cristian Pérez Strutz, por su soporte en realizar las simulaciones que permitieron valorar las incertidumbres relevantes del proyecto.

A mis alumnos Tomás Añazco y Débora Bravo, por su ayuda y crecimiento conjunto en este fascinante tema, ya que su dedicación y persistencia son sus grandes fortalezas que los hacen grandes ingenieros.

Al profesor Arturo Rodríguez, por su constante soporte, apoyo y tiempo para poder desarrollar esta tesis de magister.

A mi esposa Katherine, por su soporte incondicional y apoyo constante en nuestros emprendimientos familiares.

A mi querida hija Paloma, por su soporte en leer y corregir esta tesis desde su gran competencia que es el amor por las letras.

## Índice

Índice de Figuras .....	6
Índice de Tablas.....	8
<b>1 Introducción.....</b>	<b>9</b>
<b>2 Objetivo de la Investigación .....</b>	<b>11</b>
2.1 Objetivo General.....	11
2.2 Objetivos Específicos.....	11
2.3 Alcances.....	11
<b>3 Revisión Bibliográfica .....</b>	<b>12</b>
<b>4 Marco Teórico.....</b>	<b>15</b>
4.1 Introducción.....	15
4.2 Pasivos Geológico Mineros .....	15
4.3 Opciones Financieras .....	19
4.4 Flujos de Caja Descontados.....	21
4.5 Inversión Bajo Incertidumbre.....	23
4.5.1 Identificación de Incertidumbres.....	30
4.5.2 Cuantificación de Incertidumbres .....	34
4.5.3 Identificación de Opciones Reales .....	45
4.5.4 Construcción del Árbol Estratégico .....	49
4.5.5 Valoración por Opciones Reales .....	50
<b>5 Caso de Estudio de Valoración de Pasivos Mineros: Explotación de un Botadero... 53</b>	<b>53</b>
5.1 Introducción.....	53
5.2 Identificación de Incertidumbres.....	54
5.3 Cuantificación de Incertidumbres .....	55
5.3.1 Simulación Condicional Gaussiana Geoestadísticas de las Leyes del Yacimiento.....	56
5.3.2 Simulación No Condicional de Construcción del Botadero.....	57
5.3.3 Factibilidad del Uso de Tecnologías de Separación de Partículas .....	59
5.3.4 Evaluación del Mineral Liberado en el Botadero.....	60
5.4 Identificación de Opciones Reales .....	65
5.5 Construcción de Árbol Estratégico.....	66
5.6 Valoración por Opciones Reales .....	66
<b>6 Discusión.....</b>	<b>69</b>
<b>7 Conclusión .....</b>	<b>71</b>
<b>Bibliografía.....</b>	<b>73</b>

## Índice de Figuras

Figura 1: Relación entre los Resultados de Exploración, Recursos Minerales y Reservas Mineras CRIRSCO (2012).....	16
Figura 3: Ejemplo de Resultados de Exploración, Reserva y Explotación Minera y Relación con Activos y Pasivos Geológico Minero.....	18
Figura 4: Opciones <i>Call</i> (a) y <i>Put</i> (b) en donde $x$ es el precio de la opción e $y$ es el precio de ejercicio.....	20
Figura 5: Cono de Incertidumbre que determina los posibles escenarios futuros de retornos de naturaleza estocástica. ....	27
Figura 6: Del Cono de Incertidumbre se obtiene la función de distribución del Valor del Proyecto (escenario estocástico).....	28
Figura 7: Ilustra el efecto de valorar con Opciones Reales un proyecto, la rotación del cono de incertidumbre indica que al considerar inversiones bajo incertidumbre valorando flexibilidad aumenta el valor del proyecto estocásticamente. ....	29
Figura 8: Diferencias en el Valor del Proyecto al aplicar diferentes metodologías de valoración. El método tradicional es consecuente con sus supuestos de la pérdida de valor del activo subyacente, al contrario de la metodología de Valoración por Opciones Reales.....	30
Figura 9: Triángulo Objetivo para la identificación de Incertidumbres, modificado de Guzmán, J. I. (2011, 2012), en el cual su objetivo es orientar en el proceso de identificación. Los Aspectos Geológicos tienen relación con las incertidumbres geológicas; los Aspectos de Beneficiamiento respecto de aspectos técnicos de recuperación minera y metalúrgica, y los impactos en la Viabilidad Económica. ....	32
Figura 10: Representación del modelo estadístico de una Función de Variable Aleatoria a través de su Función de Densidad de Probabilidad o Histograma y su Distribución de Probabilidad Acumulada o Histograma Acumulado. Con estas dos gráficas es posible asignar a eventos números reales.....	36
Figura 11: Desigualdad de Jensen. Gráficamente se puede comprobar que para la función VAN, convexa, positiva y finita: el VAN $[E(X)] \leq E[VAN (X)]$ . De este modo, si la función es cóncava ocurre lo contrario. ....	41
Figura 12: Triángulo objetivo para de la Identificación de Opciones Reales (Guzmán, J. I., 2011). 47	
Figura 13: Ejemplo de Árbol Estratégico, donde se puede observar la construcción para la valoración de un proyecto (Añazco, T., 2016). ....	50
Figura 14: Incertidumbres identificadas en la explotación de un botadero y están relacionadas a incertidumbres de origen interno, relacionadas la cantidad de mineralización contenida en el botadero y la factibilidad de pre-concentración de partículas de roca. ....	55

Figura 15: Triángulo Objetivo para la Identificación de Incertidumbres, las respuestas de las incertidumbres asociadas al proceso con lleva una evaluación económica cuyo resultado es la Opcionalidad de ambas incertidumbres y es lo que se quiere encontrar. ....	55
Figura 16: Simulación Condicional Geoestadística del Yacimiento para Cobre (100 realizaciones) desarrollada en el software Sgems. ....	56
Figura 17: Simulación No Condicional de Construcción del Botadero, cien (100) realizaciones. ...	58
Figura 18: Secuencia única de construcción del botadero: (a) vista en planta (b) sección transversal. ....	58
Figura 19: Diagrama Conceptual del Proceso de Separación de Partículas, basado en sensores de color y Laser con el fin de capturar características mineralógicas en las partículas. Este proceso se realiza a diferentes tamaños de partícula que van desde ½” a 4”. ....	59
Figura 20: Para poder determinar el contenido de mineral del material particulado en el botadero, se desarrollan los cálculos en su estado pre-tronadura. La ley de entrada o cabeza es de 0.1% CuS. y la ley pre-concentrada final es sobre 2% CuS. ....	60
Figura 21: Cálculo del Tonelaje Liberado, Finos contenidos y ley liberada con el supuesto fuerte definido. ....	61
Figura 22: Función de Densidad Acumulada o Frecuencia Acumulada del VAN de las simulaciones de Botadero, en el cual se muestra el valor de la mediana, que es USD \$12.7M, debido a que las simulaciones son equiprobables.....	64
Figura 23: Impacto de las Incertidumbres para la identificación de Opciones Reales. En la figura se lee que mientras más cerca del vértice es mayor su impacto y ambas tienen un impacto real en el valor del proyecto. ....	65
Figura 24: Árbol Estratégico para la valoración de explotación de un botadero que es pasivo minero. ....	66
Figura 25: Árbol Estratégico y el valor del proyecto que incorpora las incertidumbres en inversión bajo incertidumbre. El Valor estocástico del proyecto es de USD \$12.7M y el Valor determinístico es USD \$5M. ....	67

## Índice de Tablas

Tabla 1: Clasificación de las incertidumbres dependiendo del origen de su naturaleza al interior o exterior de la empresa. ....	33
Tabla 2: Comparación respecto de los enfoques de valoración y características por separado y cuando se combinan ambas metodología en la valoración por Opciones Reales.....	45
Tabla 3: Categoría de Opciones Reales e Incertidumbres Típicas Relacionadas en Minería. ....	48
Tabla 4: Estado del Proyecto e Incertidumbres Típicas Relacionadas.....	48
Tabla 5: Metodologías de Valoración por Opciones Reales (Guzmán, J.I. 2011) .....	51
Tabla 6: Curva de ajuste entre la ley del bloque en el botadero y el porcentaje de tonelaje y ley liberados una vez aplicada la tecnología de pre-concentración.....	61

## **1 Introducción**

La geología económica es la disciplina de las geociencias que se encarga de desarrollar aplicaciones prácticas de los principios, conceptos y técnicas de las ciencias geológicas a las necesidades humanas. Típicamente, la explotación de concentraciones anómalas de minerales es lo que conocemos como minería, la cual basa su funcionamiento en la explotación rentable de diferentes comóditis, utilizando técnicas de explotación selectivas en mayor o menor grado que satisfacen necesidades sustentables de la humanidad sin comprometer necesidades futuras.

La minería satisface necesidades humanas generando productos útiles para su consumo, pero, a la vez, genera residuos que son calificados como pasivos mineros debido a la incapacidad de generar beneficio económico dado las actuales tecnologías y paradigmas culturales de las organizaciones. Producto de las dificultades de poner en producción nuevas minas que vayan satisfaciendo las demandas de consumo de los diferentes comóditis, los pasivos mineros adquieren relevancia como una fuente potencial de transformar estos pasivos en activos mineros, identificando y valorando incertidumbres con la incorporación de nuevas condiciones identificadas como flexibilidades, las cuales tienen un valor que es necesario determinar para dimensionar sus efectos en la valoración del proyecto.

El mundo industrial y académico coincide en que la metodología tradicional de Flujos Descontados de Caja para proyectos de inversión que transitan en la marginalidad, no es el método que puede representar el valor intrínseco dadas ciertas condiciones. Por esta razón, la metodología de Opciones Reales es una alternativa que logra capturar el valor de las flexibilidades; el punto crítico es la implementación para calcular y valorar las incertidumbres asociadas a éstas.

Guzmán, J. I. (2011) propone una metodología basada en la construcción de árboles estratégicos que se caracteriza por su simplicidad en la identificación del proceso de Opciones Reales: si esta se complementa con la aplicación de procedimientos geoestadísticos estándares es posible lograr su valoración, lo que constituye la principal propuesta de esta investigación.

Los Pasivos Mineros son los rechazos de los procesos de beneficiación minera, y entre estos se encuentran los botaderos, relaves y recursos minerales remanentes, los cuales dadas ciertas nuevas condiciones pueden ser transformados desde pasivos a activos mineros.

Por lo tanto, en la valoración de las flexibilidades para cada pasivo minero involucra la introducción de tecnologías existentes, las cuales se integran a procesos mineros que en el pasado no se consideraron. Por esta razón, es necesario explorar y validar esta integración entre procesos y tecnologías que potencialmente solucionan y son una alternativa viable respecto de los métodos tradicionales de beneficiamiento.

Es materia de esta tesis mostrar la aplicación de la metodología propuesta por Guzmán (2011) y proveer una metodología para determinación de las incertidumbres relevantes, utilizando métodos geoestadísticos estándares para la valoración por Opciones Reales.

## **2 Objetivo de la Investigación**

### 2.1 Objetivo General

Describir una metodología de valoración por flujos descontados, identificando y valorando flexibilidades, conocido como Opciones Reales, basada en la construcción de árboles estratégicos y desarrollar cuantificaciones de incertidumbre utilizando métodos geoestadísticos estándares.

### 2.2 Objetivos Específicos

- Describir las integraciones y articulaciones tecnológicas que posibilitan el cambio de estado desde un pasivo a un activo minero
- Describir y aplicar las técnicas que permiten calcular el valor de los pasivos mineros utilizando métodos geoestadísticos estándares y simulaciones simples de procesos
- Describir y aplicar la metodología de valoración utilizando árboles estratégicos

### 2.3 Alcances

La descripción de la metodología de valoración será revisada desde el punto de vista de la aplicación práctica y su utilidad a los pasivos mineros, así como las tecnologías que permiten cambiar su estado a activo serán descritas y aplicadas desde el punto de vista de una valoración estratégica de recursos minerales. Estos ejemplos pertenecen a compañías mineras presentes en Sudamérica y se revisarán sus aplicaciones empíricas.

### 3 Revisión Bibliográfica

La valoración de proyectos de inversión ha sido ampliamente estudiada desde que Samuelson, P. (1937) introduce el concepto del valor monetario de un proyecto, que simplemente consiste en sumar los flujos descontados a una tasa de descuento de los retornos. Ésta es particular para cada empresa, siendo el criterio de valoración más utilizado para proyectos de inversión “bajo certidumbre”, en el cual se asumen conductas humanas de consumo y beneficio creciente al infinito. La tasa de descuento de los flujos, en este caso, pasa a ser propia de cada individuo en función de su costo de oportunidad entre la tasa de descuento de los flujos futuros y la rentabilidad alternativa de las utilidades marginales. Existe una abundante literatura y los proyectos mineros históricamente han sido valorados utilizando esta metodología, la cual tiene la limitante de no poder capturar las incertidumbres y flexibilidades que comunmente se asocian al desarrollo de un proyecto minero y están, además, directamente relacionados a desarrollos tecnológicos que permiten la inclusión de nuevos escenarios en la valoración.

De esta forma, para practicantes de valoraciones por Opciones Reales en recursos naturales, es una lectura fundamental el clásico trabajo de Brennan, M. & Schwartz, E. (1985) “Evaluating Natural Resource Investments”. Allí establecen un marco conceptual al considerar cuales son las fuentes principales de incertidumbre, así como su naturaleza estocástica; cómo estas afectan las decisiones gerenciales en la predicción de los flujos libre de caja debido a que se simplifican las asunciones en las valoraciones, adoptándose valores esperados en vez de funciones de distribuciones de los precios. En este trabajo se muestra los efectos que ésta tiene, en función de que en todo momento se debe buscar y realizar el mejor negocio para una empresa, debido a que ciertos escenarios de precios y las condiciones de marginalidad en que pueden entrar los flujos de caja pueden afectar a cualquier empresa, por lo que les será posible decidir y establecer las condiciones de borde para continuar, suspender o simplemente detener una operación minera o cualquier tipo de explotación de recursos naturales. Por otro lado, la aproximación de equilibrio de mercado es adicionalmente obstaculizada por la dificultad de determinar las propiedades estocásticas de los flujos de caja; flujos que dependen de los procesos estocásticos de los precios de venta. Adicionalmente, se presenta un segundo enfoque que muestra una aproximación sobre la dependencia exógena de la empresa para generar flujos de caja, ya que de acuerdo al enfoque de equilibrio de mercado utilizan portafolios libres de riesgo, en donde la empresa minera o de recursos naturales rentará a la misma tasa que este portafolio, asumiendo una naturaleza homogénea del recurso a ser explotado, que una parte de los costos son conocidos y que la tasa de interés es de naturaleza no estocástica. Esta

lectura entrega un excelente punto de partida en los intentos de valorización en recursos naturales, que ha sido perfeccionada con la inclusión de la noción de incertidumbre en su naturaleza y comportamiento de las variables que construyen la rentabilidad en la explotación de recursos naturales.

Las Opciones Reales han tenido un desarrollo académico importante. Sin embargo, aún y teniendo conciencia de que los procesos geológicos, mineros, metalúrgicos, costos y precios son de naturaleza estocástica, no es el método preferido de valoración en las empresas de explotación de recursos naturales, ya que se desconoce que uno de los fundamentos de la construcción del VAN determinístico, tal como lo conceptualizó Samuelson, es que no existe incertidumbre y los flujos de los períodos son todos positivos. Por estas simples razones, se expone la inconveniencia de valorar proyectos de inversión con la metodología y enfoque tradicional.

Auger, F. y Guzmán, J. I. (2010) realizan un análisis *ex post* sobre las decisiones de inversión en 51 minas de cobre, entre 1951 y 1999, respecto de la racionalidad de las decisiones de inversiones reales versus las óptimas y estimaron que hubo una pérdida del valor respecto al valor potencial basado en dos variables críticas: el tiempo de inversión y la capacidad de mina elegida.

Uno de los aspectos críticos de esta metodología estocástica es poder valorar las Opciones Reales, debido a que se desconoce la capacidad de los métodos geoestadísticos estándares que tienen para generar las funciones de distribución apropiadas para resolver la valoración.

De esta manera, Guzmán, J. I. (2011) propone una heurística basada en la resolución de árboles estratégicos, la cual es simple de comprender pero difícil de implementar dada la dificultad de obtener las Funciones de Distribuciones de Probabilidad Acumulada para ciertas variables que son críticas en la construcción de rentabilidad de las empresas. No obstante, la metodología que propone Guzmán, J. I. (2011) es extraordinariamente clara y sobre todo práctica para una metodología que pareciera ser compleja, pero la virtud de exponer una metodología simple y lúcida es una gran ayuda al momento de poner en práctica esta metodología de valoración. Por otro lado, aun cuando Brennan, M. & Schwartz, E. (1985) establecen con claridad que esta metodología de valoración de inversiones se realiza bajo incertidumbre, Guzmán, J. I. (2011) incorpora con claridad el concepto de irreversibilidad de las inversiones en minería, lo que significa que en cierto punto no hay retorno de las decisiones gerenciales que se toman y es este hecho una importante clarificación del proceso de inversión en la industria.

Inthanongsone, I. et. al. (2016) desarrollan una herramienta de toma de decisiones dinámicas (DDMT, por sus siglas en inglés) para proyectos de planificación en una mina sintética de oro, entregando interesantes herramientas para la toma de decisiones respecto de las condiciones de precios de mercado y las fluctuaciones en los flujos de caja libre, entregándole al equipo directivo flexibilidad para tomar la mejor opción en función de los mejores retornos.

Jyrki, S. (2016) realiza una extraordinaria revisión de las aplicaciones de Opciones Reales en la valoración de proyectos en minería metálica. Este trabajo es una excelente referencia respecto de las diferentes aproximaciones en la valoración aplicada y los tipos de Opciones Reales estudiados, haciendo una especial distinción entre las Opciones Reales “*on projects*” e “*in projects*”. La primera se refiere a la explotación de la flexibilidad inherente en una secuencia de inversiones o inversiones incrementales, entregando interesantes flexibilidades estratégicas y habilidades en la toma de decisiones; la segunda se refiere a las flexibilidades disponibles para el equipo gerencial, la que puede ser vista como flexibilidades de un sistema productivo/ingenieril subyacente para responder a la resolución de incertidumbres, por ejemplo, nuevas tecnologías para el beneficiamiento de minerales. Por otro lado, entrega luces de los tipos de incertidumbres asociadas y las califica como estructurales, paramétricas o procedimentales, y con respecto a su fuente se califican como endógenas o exógenas en función de la volatilidad a la que las incertidumbres están expuestas. En el caso de las endógenas, son propias de las operaciones y las exógenas están relacionadas principalmente a condiciones de mercado.

Esta tesis tiene un especial foco en como poder determinar las incertidumbres de procesos que tienen que ver con aspectos geológicos y de procesos minero-metalúrgicos que serán abordados de una manera práctica para su implementación y valoración. En general, respecto de la determinación de las incertidumbres de tipo geológicas, existen procedimientos estándares que permiten entender las distribuciones *in situ* de los recursos minerales. De este modo, los procedimientos definidos por Deutsch, C. V. y Journel, A. G. (1997), Isaaks, E. y Srivastava, R. M. (1989), Journel, A. G. y Huijbregts, Ch. J. (2003) y Chilès, JP. y Delfiner, P. (2009), entre otros, proveen excelentes rutinas de resolución de estimaciones o simulaciones de recursos y su incertidumbre asociada. En este contexto, mostrarán modelos estimados y simulados que permitirán determinar realizaciones de las diferentes funciones de distribuciones aleatorias. Por aquella razón, esta parte del proceso debe ser realizada por practicantes de geoestadística y simulaciones secuenciales.

## 4 Marco Teórico

### 4.1 Introducción

El término de “Opciones Reales” fue acuñado por un estudio teórico de políticas de deuda corporativa realizado por Myers (1977, en Savolainen, J., 2016). Dividió los activos corporativos en dos categorías: Activos en el lugar y Opciones Reales. Estos últimos los consideró como oportunidades de crecimiento desde las cuales son fuente de flexibilidad para el equipo gerencial proveniente de las habilidades y las competencias esenciales de la compañía (Allen et al., 2008, en Savolainen, J., 2016). De esta manera, la valoración por Opciones Reales ha sido la evolución natural desde la visión clásica de la valoración de proyectos de inversión en escenarios sin incertidumbre con la óptica de evaluación de opciones financieras, las cuales se han combinado eficientemente para incorporar las fortalezas de ambas miradas para desarrollar lo que llamamos simplemente “Inversiones Bajo Incertidumbre”.

### 4.2 Pasivos Geológico Mineros

El negocio minero, desde sus etapas iniciales hasta sus etapas finales, es una constante evaluación de posibilidades de beneficiamiento económico por la explotación de recursos naturales. De acuerdo a esta perspectiva, desde las etapas tempranas de la exploración se van generando activos y pasivos que deben ser entendidos como activos o pasivos geológico minero. Es importante esta aclaración para no confundir el calificativo “pasivo” desde su acepción contable y financiera, ya que de este modo no se está valorando deudas sino que recursos geológicos.

En términos generales, desde que comienzan los primeros trabajos para determinar el modelo geológico y de mineralización económica se van desarrollando activos y pasivos geológico mineros, de tal forma que es una combinación de la continuidad de la variable aleatoria que representa la mineralización de interés, o también conocido como componente crítico, en teoría de muestreo y condiciones económicas que permiten realizar una actividad económica con retornos positivos.

En términos generales, geológicamente se definen recursos y una vez que éstos son sometidos a evaluaciones de los factores modificantes, que incluyen viabilidades técnicas, económicas y sociales en amplio sentido, es que se obtendrán las reservas.

Para poder ilustrar los tipos de activos y pasivos geológicos mineros es que debemos introducirnos en la terminología industrial estándar que relacionan recursos y reservas:

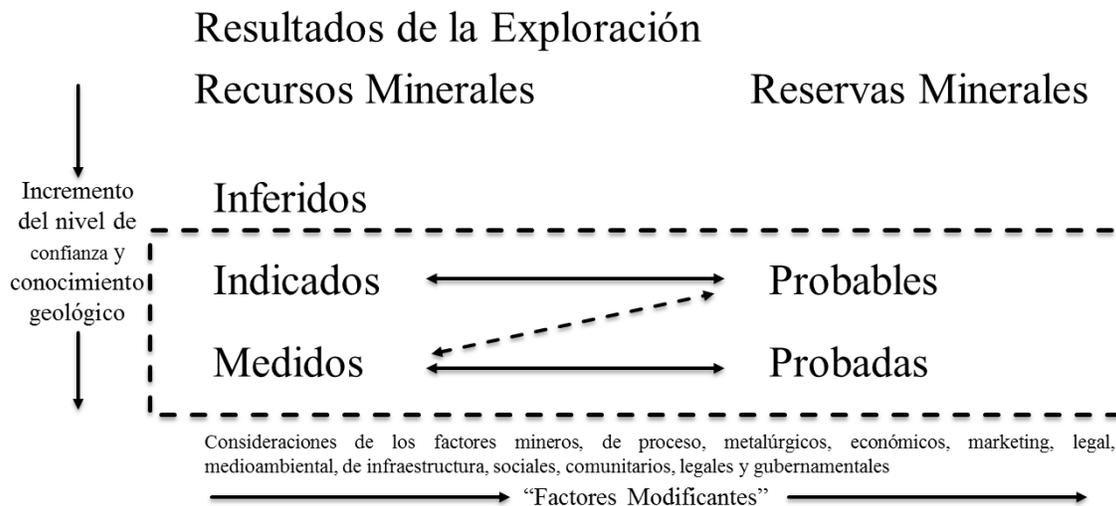


Figura 1: Relación entre los Resultados de Exploración, Recursos Minerales y Reservas Mineras CRIRSCO (2012)

En tal sentido, y para familiarizar al lector con la evolución que va teniendo un proyecto geológico minero, es que en la Figura 2 se muestra cómo es en la práctica el proceso de pasar de recursos a reservas minerales. En la Figura 2 (a) se ilustra el resultado de la exploración minera en donde un cuerpo mineral es explorado en inversiones incrementales, desarrollándose perforaciones a distinta densidad de información, la cual depende de la continuidad geológica y está condicionada a resultados positivos que hagan presumible una explotación futura rentable. La menor densidad de información entrega como resultado recursos inferidos y a medida que aumenta la densidad de información resultará en recursos indicados y medidos, siendo estos últimos los que tienen una menor incertidumbre geológica, que puede ser determinada por simulaciones condicionales gaussianas y son procedimientos geoestadísticos estándares y de fácil implementación. En la Figura 2 (b) se muestra el resultado de la transformación de recursos a reservas mediante una función de beneficio que incluye todos los factores modificantes y supone que todos ellos son posibles. Por tal razón, se obtiene una optimización de pit final que incluye costos y beneficios en ciertos escenarios de precios y recuperaciones mineras y metalúrgicas, generalmente determinísticos. Así, se obtiene la envolvente de pit final para wsta configuración de recursos medidos e indicados que fueron

transformados en reserva probada y probable. En la Figura 2 (c) se muestra la generación de los activos y pasivos mineros producto de la explotación minera y de decisiones estratégicas. Activo es la reserva actual y pasivos son los botaderos debido a la explotación y recursos remanentes debido a que se asumen escenarios optimistas realizables dados ciertas condiciones de mercado y/o técnicas. Con la incorporación de inversiones incrementales para tener mayor cantidad de información geológica, en la forma de sondajes, es que tendremos activos y pasivos geológico-minero según cierta ley de corte económica. Así se definirán:

Activos: Reserva probada y probable.

Pasivos: Recursos Remanentes bajo un escenario optimista realizable, que puede incluir recursos medidos, indicados e inferidos, y botaderos producto de la explotación, que son materiales que no se pueden beneficiar producto de tener una concentración menor a una ley de corte óptima.

Cómo es materia de esta tesis enfocarse en los pasivos geológicos mineros, es que típicamente se definen los siguientes:

Botadero o Stock de minerales marginales: acumulación de materiales mineralizados cuya concentración de minerales no permite ser beneficiados dada las tecnologías tanto de explotación minera como de beneficiamiento metalúrgico que se aplicaron para su determinación. Son materiales ROM (Run of Mine) que han sido fragmentados por tronadura.

Colas o Relaves: es la acumulación de materiales de roca que han sido tratados por procesos de molienda y flotación. Comúnmente son el rechazo del proceso metalúrgico.

Ripios: acumulación de materiales de roca que han sido tratados por procesos de lixiviación de pilas, que son solo chancados y no son tratados en molienda, y que son el rechazo del proceso metalúrgico de lixiviación en pilas.

Recursos Remanentes: tipo de pasivo geológico minero que se materializa una vez evaluados los factores modificantes en un yacimiento y que son todos aquellos recursos que no pasan a ser reserva, como se ilustra en la Figura 2 (c). Generalmente, el costo de los procesos mineros y la menor concentración de los recursos minerales no generan un beneficio económico en cierto escenario de precios y estos se ubican fuera del pit final. Desde el punto de vista estratégico, y esto pasa a constituir una Opción Real “*on project*”, si se asume un escenario optimista respecto de precios y/o costos, ya que son las condiciones de mercado las que operan junto con la visión

estratégica de la compañía y la tendencia de las regulaciones mineras en cada jurisdicción, como el CSA<sup>1</sup> o SEC<sup>2</sup>. Debe existir “un prospecto razonable para una eventual extracción económica” de acuerdo a la regulación canadiense y su símil del regulador en Estados Unidos, que define un “Material de Interés Económico” para aquellos casos de posibles futuras extracciones mineras rentables.

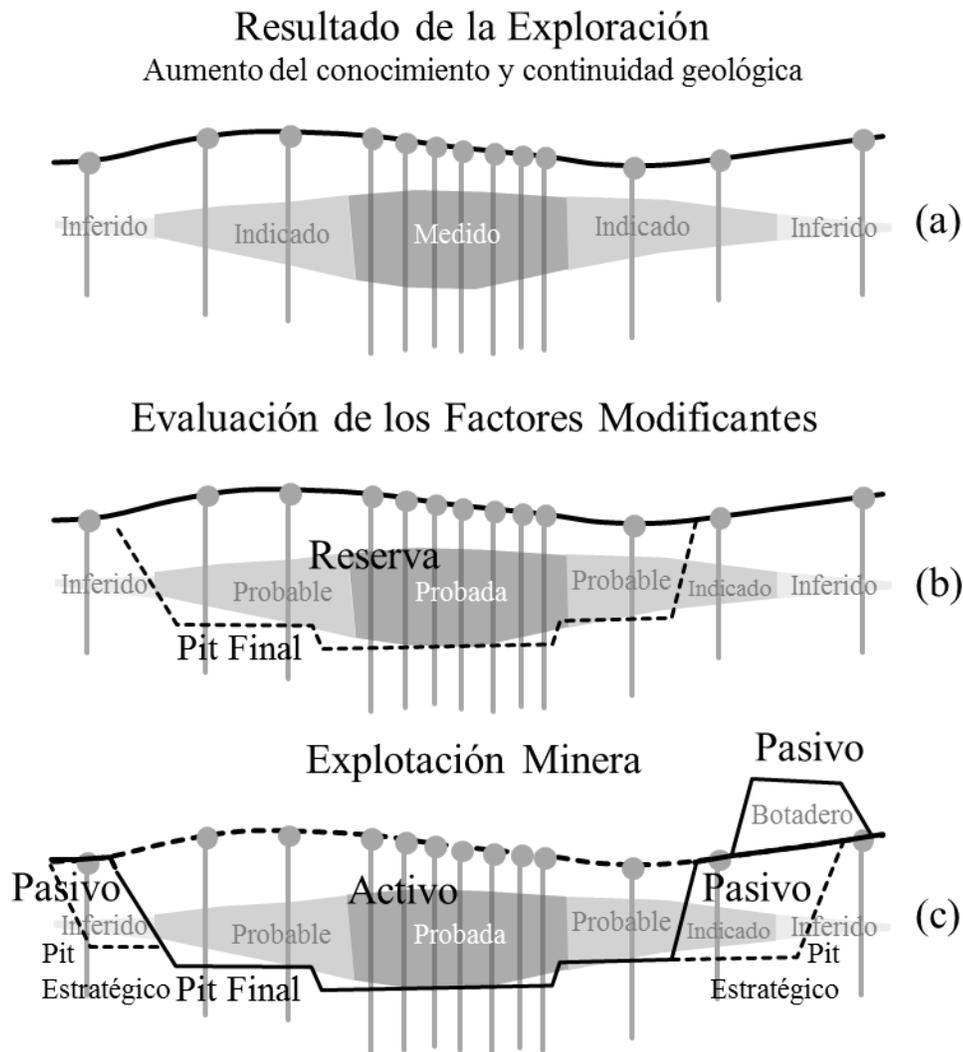


Figura 2: Ejemplo de Resultados de Exploración, Reserva y Explotación Minera y Relación con Activos y Pasivos Geológico Minero

<sup>1</sup> CSA Canadian Securities Administrators “CIM Definition Standards, 2014”

<sup>2</sup> SEC Security and Exchange Commission “Modernization of Property Disclosures for Mining Registrants, 2016”

Desde el punto de vista de la resolución de las incertidumbres asociadas a los recursos geológicos para los practicantes de la geoestadística, estos son procedimientos de rutina que están implementados en la industria minera. Por tal razón, esta tesis se enfoca en entregar información al lector de que las soluciones a estos desafíos son simples y de uso común en la industria.

#### 4.3 Opciones Financieras

Abundante literatura existe sobre la teoría de las opciones financieras y una de los libros obligados es el de John C. Hull, quién es un profesor de Derivados y Administración de Riesgo Financiero de la Rotman School of Management de la Universidad de Toronto.

Las opciones son fundamentalmente diferentes a los contratos Forward o Futuro. En su definición, una opción da al tenedor o titular de la opción el derecho para hacer algo. Sin embargo, el titular no tiene la obligación de ejercerlo; al contrario, en un contrato Forward o Futuro las dos partes están comprometidas entre sí a alguna acción. Este costo de transar nada (excepto para los requerimientos de margen) para realizar un contrato Forward o Futuro, en las opciones, debe ser generado por un contrato de opción que requiere de un pago anticipado.

Cuando las gráficas muestran ganancias o pérdidas que se producen debido a la transacción de opciones, la práctica usual es ignorar los descuentos, ya que las ganancias serán el pago final de la deuda menos el pago inicial<sup>3</sup>.

Existen dos tipos de Opciones Financieras:

Opción *Call*: o simplemente call, da al titular de la opción el “derecho a comprar” un activo en una determinada fecha a un cierto precio.

Opción *Put*: o simplemente put, da al titular de la opción el “derecho a vender” un activo en una determinada fecha a un cierto precio.

La *fecha* especificada en el contrato es conocida como *fecha de expiración* o la *fecha de maduración*.

El *precio* especificado en el contrato es conocido como *precio de ejercicio* o *precio strike*.

---

<sup>3</sup> Hull, J. C. 2012. Options, Futures and Other Derivatives. 8<sup>th</sup> Edition. 824 pages. Prentice Hall

Por otra parte, existe una división entre opciones americanas y europeas, cuyo calificativo no tiene nada que ver con las regiones sino que con el tiempo de ejercicio, donde:

Opciones *Americanas* pueden ser ejercidas en cualquier momento hasta la fecha de caducidad.

Opciones *Europeas* pueden ser ejercidas solo en la fecha de maduración, no antes.

La mayoría de las opciones transadas en los mercados son americanas. Sin embargo, las opciones europeas son generalmente más fácil de analizar que las opciones americanas, y algunas de las propiedades de opción americana frecuentemente son deducidas de su contraparte europea.

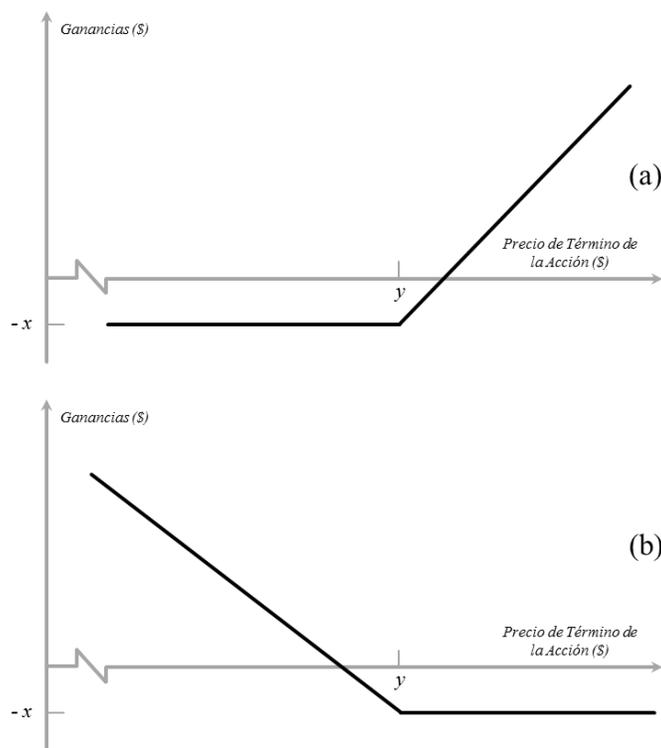


Figura 3: Opciones *Call* (a) y *Put* (b) en donde  $x$  es el precio de la opción e  $y$  es el precio de ejercicio

Jyrki, S. (2016) realiza un interesante análisis respecto de la filosofía detrás de este método de valoración, en donde describe el enfoque de la valoración que es función de un *Contrato de Opción*, en el cual su tarea será rentar a través de una *Opción Financiera*, valorizada a precio de *Mercado*, e identifica que la incertidumbre es de origen *Financiero* con su origen en el *Mercado*, para las cuales existe la posibilidad de resolución de esta incertidumbre que originan acciones que generalmente son *detener, cerrar o abandonar* el contrato de opción. Los efectos sobre el activo subyacente son el *incremento de su valor* en base a una valoración del activo subyacente o proyecto a *Valor de Mercado*.

Existen diferentes formas de resolución del valor de un contrato de opción y los métodos de solución preferidos son por ecuaciones diferenciales parciales, modelos de valoración por árboles binomiales o simulaciones.

Una aplicación poco difundida en la industria financiera, pero muy utilizada en minería metálica, son los contratos por opciones de activos mineros y tienen similar mecánica de funcionamiento que las opciones sobre acciones financieras. Los contratos de opción de activos mineros subyacentes están compuestos por el pago inicial (up-front) de un porcentaje del activo con tiempos de maduración definidos, que entrega el derecho pero no la obligación. Comúnmente estos contratos involucran inversiones parciales e incrementales en el tiempo que pasan a ser parte del activo subyacente.

#### 4.4 Flujos de Caja Descontados

El uso y enseñanza del método de valoración por Flujos de Caja Descontados ha sido tan amplio que no es posible capturar todos los detalles y supuestos que se obtienen al analizar el trabajo original de Samuelson, P. (1937), que debiera ser lectura obligada en toda escuela de Negocios, Finanzas y Economía debido a su particular origen, espíritu y expectativas sobre su trabajo. Una vez que se internalizan los conceptos anclados expresados en su trabajo “A Note on Measurement of Utility” es posible entender sus fortalezas y por las cuales ha sido adoptado mundialmente como el método de valoración, siendo que fue solo una nota respecto de medir las utilidades marginales producto de ingresos en un ejercicio presupuestario y el comportamiento del mercado. Éste fue presentado como una propuesta de metodología alternativa de valoración de empresas bajo ciertas asunciones que tienden a maximizar las utilidades como ingresos monetarios.

Este trabajo brillantemente define cuatro asunciones por las cuales es posible llegar teóricamente a una medición precisa de la utilidad marginal como ingresos monetarios, que posteriormente hemos conocido como Flujos de Caja.

Las asunciones son muy interesantes de conocerlas, ya que sin ellas cuesta internalizar sus efectos financieros, y quien efectúa esta metodología de valoración, asume que la conducta de un individuo en el mercado, enfrentado a varias combinaciones de precios y bajo ciertas limitaciones de ingresos múltiples, no es suficiente por sí mismo para determinar la forma de su función de utilidades. No obstante, puede darnos, en el mejor de los casos, un sistema indiferente “loci” que provee igual

utilidad, por el cual un número infinito de utilidades indexadas podrían darse a lugar, y las condiciones de integrarse y ser sumados por ser una variable aditiva pueden darse a lugar (Samuelson, P. 1937). Es decir: la suma de los flujos futuros infinitos.

Aunque, el mayor supuesto que hemos ignorado es que este método de valoración considera un mundo bajo certidumbre. Por lo tanto, estas asumen preferencias de consumo invariantes en el tiempo y que los precios de todos los bienes permanecen constantes, lo que constituye un cambio sustancial en el entendimiento de esta brillante nota.

Jyrki, S. (2016) realiza un interesante análisis respecto de la filosofía detrás de este método de valoración, en donde describe el enfoque de la valoración que es función de *Flujos de Caja Descontados*, cuya función será rentar a través de *Decisiones de Inversión*, la que valoriza a los *Dueños del Patrimonio o deuda* y la cual identifica que la incertidumbre es *técnica-financiera* con su origen en el *Proyecto*, en las que existe la posibilidad de resolución de esta incertidumbre con el *diseño minero*. Los efectos sobre el activo subyacente son el *decremento*, lo que afecta de manera *subjetiva a los dueños* del activo subyacente o proyecto.

Existen diferentes formas de resolución de los Flujos Descontados de Caja mediante escenarios determinísticos y probabilísticos o a través de simulaciones estáticas.

Este método de valoración es el más ampliamente utilizado en proyectos de inversión en minería. Si bien se desconocen sus fundamentos, y su uso se ha extendido en todos los procesos mineros desde la exploración hasta el cierre de minas, sin ser caer en dogmatismos, es un método simple y sencillo que es por sobre todo práctico y pragmático. En un estudio realizado a gerentes de 214 empresas listadas en la bolsa de valores de Toronto, en 2006, por Baker et al., (2011), se indica que el método preferido es el de Flujos de Caja Descontados, el cual es combinado con otros indicadores como la Tasa Interna de Retorno o Período de Pago de la Inversión (Pay Back), concentra los criterios de evaluación más utilizados. Por el contrario, el método de Inversión Bajo Incertidumbre es uno de los menos utilizados y se contrapone conceptualmente al hecho de que los procesos geológico-mineros son de naturaleza estocástica, ya que combina procesos estacionarios y no estacionarios de acuerdo a Rossi, M. y Deutsch, C. V., (2014). Para valorarlos se utiliza un método que conceptualmente considera que las inversiones se hacen bajo certidumbre, en donde precios e insumos no variarán en el tiempo. Este hecho es particularmente discordante entre la naturaleza de los proyectos y la naturaleza que plantea la metodología de valoración, aunque este es el método de valoración aceptado por las diferentes industrias para evaluar proyectos de inversión.

#### 4.5 Inversión Bajo Incertidumbre

Esta metodología de valoración es básicamente la incorporación de la incertidumbre en la metodología de Flujos de Caja Descontados para determinar el valor de las flexibilidades. Incorpora lo que conceptualmente Samuelson, P. (1937) define como un mundo sin incertidumbre en su nota. Desde el punto de vista de los métodos de valoración viene a incorporar todos los supuestos que Samuelson, P. (1937) no considera en su concepto y adhiere todas las incertidumbres de mercado y técnicas.

Particularmente en minería, las valoraciones de proyectos de inversión se realizan de la manera tradicional y no existe aún una tendencia a incorporar las Opciones Reales como una metodología de valoración que junta todo aquello que no tenemos control desde los puntos de vista exógeno y endógeno.

Guzmán, J. I. (2011, 2012) propone una metodología de Valoración por Opciones Reales que tiene la virtud de ser simple y de fácil aplicación. A pesar de esto, la resolución de tales incertidumbres es lo que más dificultad tiene al momento de la valoración. Básicamente, esto tiene que ver por una desconexión entre el mundo minero y quienes desarrollan las valoraciones.

El espíritu de esta tesis es poder ilustrar la practicidad del método que desarrolla Guzmán, J.I. (2011,2012) y cómo se resuelven las incertidumbres de técnicas geológica mineras. Esto es lo que más desconocimiento existe en el mundo financiero, ya que no son comunes estas metodologías que se basan en métodos geoestadísticos estándares, que están disponibles hace más de cinco décadas, y son de uso normal en la industria minera metálica.

La metodología de valoración consta de cinco pasos secuenciales lógicos que permiten llegar a valoraciones robustas por este método:

- Identificación de Incertidumbres
- Cuantificación de Incertidumbres
- Identificación de Opciones Reales
- Construcción de Árbol Estratégico
- Valoración de Opciones Reales

Así, se construye una ruta crítica la cual desarrollaremos una vez se establezcan consideraciones importantes del método y las condiciones en el ámbito de desarrollo de la práctica de la valoración.

Respecto del uso de las Opciones Reales, esta es una técnica de valoración utilizada en diversas industrias tales como la farmacéutica, aeronáutica, de energía, inmobiliaria, salmonera, forestal, telecomunicaciones y lentamente en minería metálica, aun cuando es sabido de sus fortalezas en el uso habitual de los métodos tradicionales, en su conjunto de Flujos Descontados, TIR y Retorno de la Inversión, generan visibilidad aparentemente suficiente a los tomadores de decisiones, sin conocer las asunciones de estos y ni consideran la importancia de determinar las incertidumbres y los valores de las flexibilidades.

Los métodos de valoración de las opciones financieras, a diferencia de las Opciones Reales, son ampliamente utilizadas en mercados especialmente desarrollados para su uso y beneficio, pero tiene poco que ver con la aplicación práctica de las Opciones Reales en minería metálica y es por eso que cuesta hacer la relación simple entre ambos mundos, pues las Opciones Reales tienen un contexto diferente en la creación de valor, puesto que las opciones financieras crean valor para el Mercado y las Opciones Reales para los dueños del activo o deuda. Por otra parte, es importante mencionar e internalizar que las inversiones en minería tienen características que las hacen particulares al momento de realizar decisiones de inversión.

Desde el punto de vista general, una inversión es todo acto de incurrir en un costo inmediato con la esperanza de obtener una retribución futura. Esta condición ocurre en todos los estados del ciclo de inversión del negocio minero, comenzando desde la concepción de idea de negocio, exploración con inversiones en propiedad minera, sondajes, hasta la operación en donde se desarrollan las inversiones en la construcción de mina y planta, las cuales generalmente son las de mayor cuantía a lo largo del ciclo del proyecto. Sin embargo, una de las características del negocio minero es que la adquisición de los proyectos que contienen recursos mineros, y dependiendo de los ciclos económicos, puede llegar a ser particularmente cuantiosa.

Existen innumerables ejemplos en donde la adquisición de proyectos y minas ha sido tan elevada que, sin tener el concepto de inversión bajo incertidumbre y valoración de las flexibilidades, podrían llegar a ser poco entendible tales inversiones, siendo catalogada por parte del mercado como de alto riesgo debido a que no se entiende el concepto de inversión bajo incertidumbre y valoración de las flexibilidades. Entre estos ejemplos se encuentran la compra hostil de la empresa canadiense Meridian Gold Inc. por parte de Yamana Gold Inc. en un transacción triple que involucró a Northern Orion Inc., la cual fue por USD \$3.6B y que buscaba la compra de Flujos Futuros que estaban en Meridian Gold Inc. en dos de sus minas, una en Chile y la otra en México, en el año 2006.

En 2012, Goldcorp Inc. adquiere el proyecto Cerro Negro, cercano a la localidad de Perito Moreno en la Provincia de Santa Cruz, por USD \$3.7B. En ambos casos, los compradores identificaron y valoraron la flexibilidad de crecer en minas de bajo costo y alta rentabilidad que vendrían por descubrimientos futuros de zonas de alta ley, lo cual se cumplió en ambos casos, necesitando el conocimiento experto en estos sistemas mineralizados altamente rentables, por lo que los pagos hechos fueron cubiertos en exceso por los retornos futuros.

Desde el punto de vista de las inversiones en minería, estas tienen cuatro importantes características que es necesario establecer (Guzmán, J. I., 2012):

- Irreversibilidad
- Incertidumbre
- Opcionalidad
- Largos Ciclos de Inversión

La irreversibilidad marca el punto de no retorno en el ciclo de inversión, debido a que por las dimensiones de las inversiones y tratarse de recursos naturales no es posible volver a punto cero. Éstas están marcadas por un ambiente de alta incertidumbre dada las características de los procesos geológicos estocásticos, en los cuales se tiene información que los sustenta en la forma de Variable Aleatoria. Dadas estas condiciones es que poseen las características de Opcionalidad a las decisiones de inversión en respuesta a una incertidumbre, quienes deben ser abordados como inversiones incrementales en períodos largos de inversión.

Por esta razón, las Opciones Reales son un derecho para tomar alguna decisión de negocio irreversible en incertidumbre. En este contexto, Auger, F. y Guzmán, J. I. (2011) indagan en la racionalidad de las decisiones de inversión, en un análisis expost, y donde plantean dos preguntas interesantes de hacerse al momento de enfrentarse a estas decisiones:

¿Las inversiones se realizarán en el momento óptimo?

¿Se maximizará el VAN con la capacidad inicial del proyecto escogido, siendo la capacidad de tratamiento de una mina la primera línea del estado de resultados, es decir, ventas?

Estas preguntas son difíciles de responder cuando se está frente a la toma de decisión, pues el costo de oportunidad es continuamente es modificado por las incertidumbres de mercado. Si bien es necesario buscar las respuestas positivas frente a estos cuestionamientos, no siempre se tiene el tiempo necesario ni las herramientas analíticas para despejarlas y el costo de oportunidad comienza a desequilibrar la toma de decisiones en casi un acto irracional frente a la mejor decisión de inversión, lo cual fue demostrado por Auger, F. y Guzmán, J. I. (2011), ya que hubo destrucción de valor producto de la temporalidad de las decisiones y el nivel de ventas que se fijaron para el conjunto de las 51 minas que se analizaron.

Debido al hecho de enfrentarse a decisiones de inversión irreversible bajo incertidumbre en un proceso de opcionalidad (que son respuestas a incertidumbres) en ciclos largos de inversión, es necesario entender la funcionalidad del cono de incertidumbre en la Figura 4. Allí, un proyecto se desarrolla en el tiempo y para el cual el punto de partida es hoy con un valor que puede variar al incorporar las incertidumbres, positiva o negativamente dependiendo de la respuesta a las incertidumbres, a las cuales ha sido expuesto el proyecto. Por lo tanto, su valor futuro dependerá del efecto que generen las incertidumbres. Un ejemplo es cuando los estados iniciales de un proyecto de exploración de recursos minerales, cuya información disponible permite establecer el valor del proyecto hoy, pero como aún es incierta la continuidad geológica al incluir nueva información y sondajes, el valor del proyecto se verá afectado en su valor como respuesta a despejar la incertidumbre relativa a la continuidad de la mineralización, que se conoce como opcionalidad en inversiones irreversibles bajo incertidumbre. Si se establece una continuidad mayor a la supuesta al estado inicial, el valor del proyecto podría aumentar más; si la continuidad disminuye, el valor será menor invariablemente.

Otro ejemplo puede ser tomado de las variables geometalúrgicas, las cuales al ser parte de la incertidumbre o conocimiento geológico, en vez del enfoque tradicional de ser parte de los factores modificantes (ver Figura 1), genera un cono de incertidumbre respecto del comportamiento de los minerales en el proceso de beneficiamiento. Si la respuesta de los minerales es a los agentes que liberan las menas, el valor del proyecto se acercará a la parte alta del cono. Pero si la respuesta de los minerales es negativa el valor del proyecto puede verse afectado fuertemente respecto del valor en el estado inicial, ya que como la respuesta a la incertidumbre fue negativa, el valor del proyecto en el futuro se situará en la parte baja del cono perdiendo valor respecto del valor inicial que es hoy. Por esta razón, es importante poder enfrentar a los proyectos ante sus incertidumbres para conocer su valor futuro al aplicar la condición de opcionalidad de las inversiones en minería, tal como se ilustra en la Figura 4.

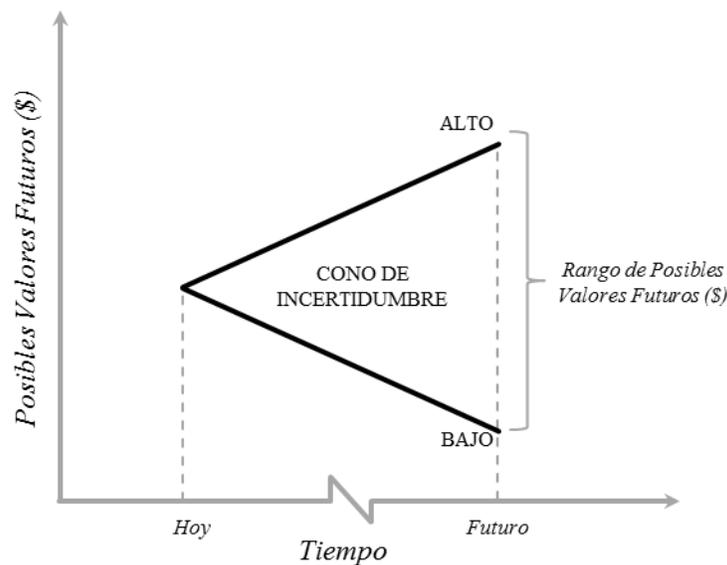


Figura 4: Cono de Incertidumbre que determina los posibles escenarios futuros de retornos de naturaleza estocástica.

La importancia de entender el Cono de Incertidumbre es porque ilustra de manera simple como se construye el valor de un proyecto. A través de su Función de Distribución del Valor del Proyecto, como se muestra en la Figura 5, intuitivamente podemos suponer que el punto más alto del cono generará el mayor valor del proyecto; del mismo modo se puede inferir el mínimo valor y la Función de Distribución que dependerá de las incertidumbres asociadas y cómo se distribuyen en un histograma simple. Toda esta ilustración permite poder entender cómo es posible encontrar los

valores promedio y el valor esperado del proyecto, que será importante cuando introduzcamos la desigualdad de Jensen en el resultado de la valoración.

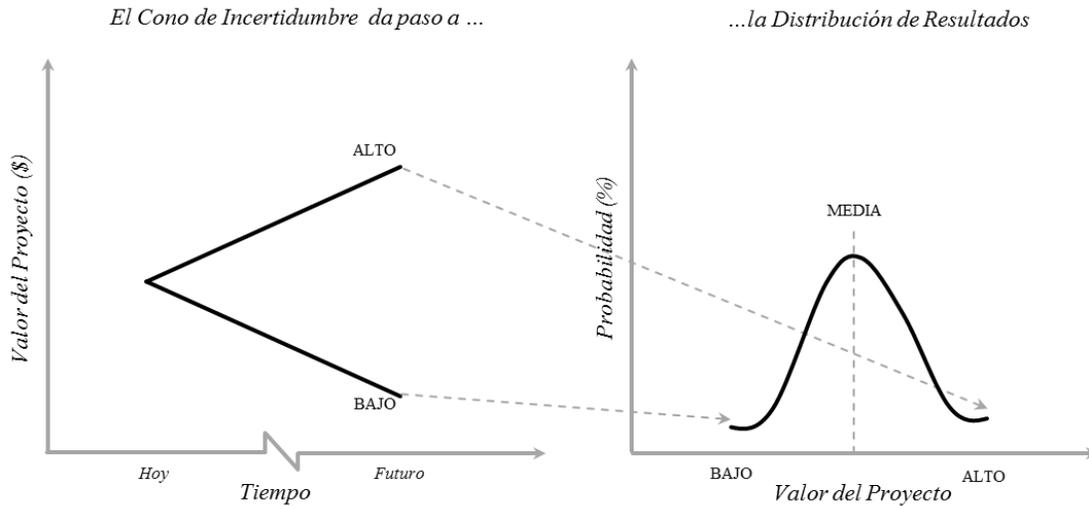


Figura 5: Del Cono de Incertidumbre se obtiene la función de distribución del Valor del Proyecto (escenario estocástico).

Presentado el concepto de Cono de Incertidumbre y su función de distribución del Valor del Proyecto, es necesario introducir el concepto de Rotación del Cono producto de la aplicación de Opciones Reales y como afectan el Valor del Proyecto. Una vez obtenida la respuesta sobre la o las incertidumbres a las cuales se enfrenta el proyecto, se obtiene un mejoramiento en el valor del proyecto que se ilustra en la rotación del cono en la Figura 6. Esto significa que la respuesta mejorará el perfil de beneficios producto del desarrollo de acciones de inversión bajo incertidumbre, que conllevan en la mejora del valor del proyecto y que se observa en los valores prima bajo y alto del cono rotado. Esta idea de rotación es intuitivamente simple cada vez que el proyecto en su condición inicial no ha despejado las incertidumbres, por lo que esto gráficamente muestra el concepto de que la incertidumbre mejora el rendimiento del activo subyacente.

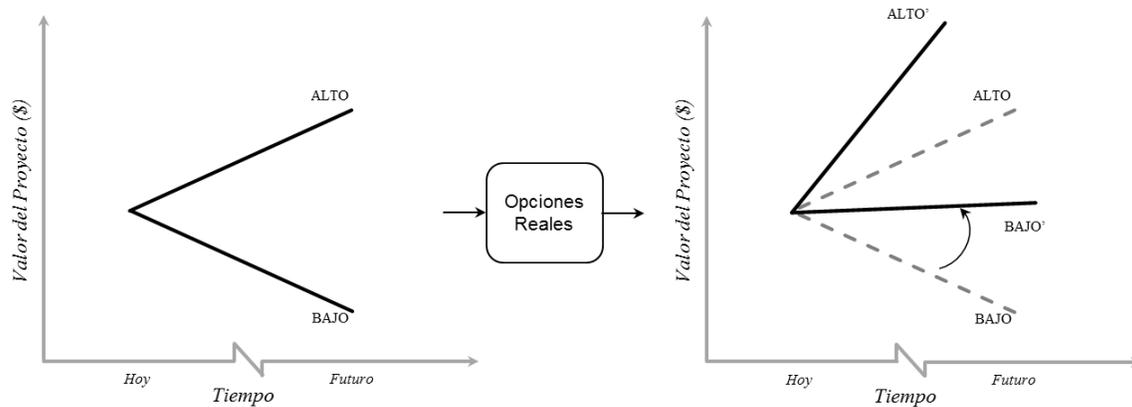
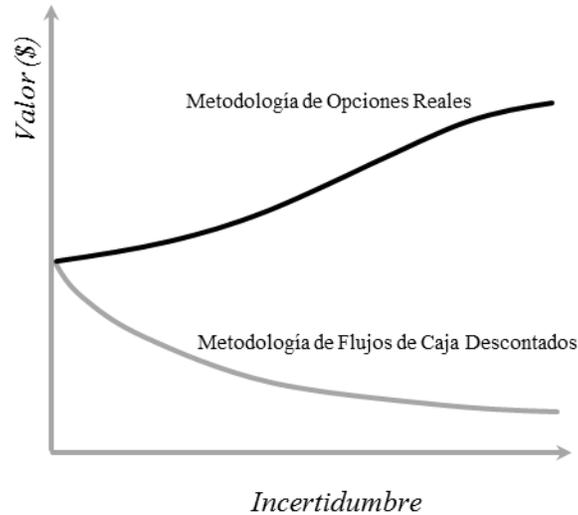


Figura 6: Ilustra el efecto de valorar con Opciones Reales un proyecto, la rotación del cono de incertidumbre indica que al considerar inversiones bajo incertidumbre valorando flexibilidad aumenta el valor del proyecto estocásticamente.

Una vez que hemos mostrado cómo se comporta el Cono de Incertidumbre, cómo condiciona la función de distribución del Valor del Proyecto y cómo afecta el valor de éste al ser encontrada la o las respuestas ante una incertidumbre con la rotación del cono de incertidumbre, ilustrándose los efectos en el valor del proyecto, es necesario interiorizarse en las consecuencias por la aplicación del método de valoración por flujos descontados y el método de valoración por Opciones Reales. En tal sentido y enfrentado a la incertidumbre propia de los proyectos, las valoraciones por flujos descontados tienen de perder valor el activo subyacente mientras aumenta la incertidumbre y tiende a ser asintótico al infinito. Esta respuesta a este método de valoración hace honor a los supuestos que propuso Samuelson, P. (1937), en donde intenta determinar el valor en un mundo sin incertidumbre en los precios ni en la conducta de consumo, por lo que su resultado es esperado de acuerdo al método y supuestos definidos.

Las Opciones Reales, al contrario de lo que realiza el método de valoración por flujos descontados, incluyen la o las incertidumbres, lo que produce un aumento de valor instantáneo del proyecto al momento de obtener la respuesta a la incertidumbre evaluada. Por lo tanto, y tal como se muestra en la Figura 7, se figura un mejor valor del proyecto una vez obtenida las respuestas a las incertidumbres claves de acuerdo a los diferentes estados del proyecto.



*Figura 7: Diferencias en el Valor del Proyecto al aplicar diferentes metodologías de valoración. El método tradicional es consecuente con sus supuestos de la pérdida de valor del activo subyacente, al contrario de la metodología de Valoración por Opciones Reales.*

Antes de dar a conocer los tipos de Opciones Reales más utilizados en minería metálica, es importante poder mostrar los pasos lógicos que son necesarios para el planteamiento y resolución de la Valoración por Opciones Reales y las respuestas esperadas ante estas incertidumbres.

Guzmán, J. I. (2011, 2012) sugiere cinco pasos fundamentales a utilizar al momento de enfrentarse a una inversión bajo incertidumbre, quienes actúan como hilo conductor en el planteamiento, entendimiento y resolución del problema de Valoración por Opciones Reales, y son las que siguen:

#### 4.5.1 Identificación de Incertidumbres

El primer paso para incorporar la incertidumbre en la evaluación de proyectos mineros consiste en identificar aquellas fuentes de incertidumbre que pudieran ser relevantes para el proceso de toma de decisiones (Guzmán, J. I. 2012). En tal sentido, una de las características más interesantes de los proyectos geológico-mineros es que son una secuencia de procesos aleatorios, comenzando por su proceso de formación. Éste es un proceso geológico estocástico en donde la mineralización se lleva a cabo, las variables geometalúrgicas que condicionan las razones de alimentación a una planta de

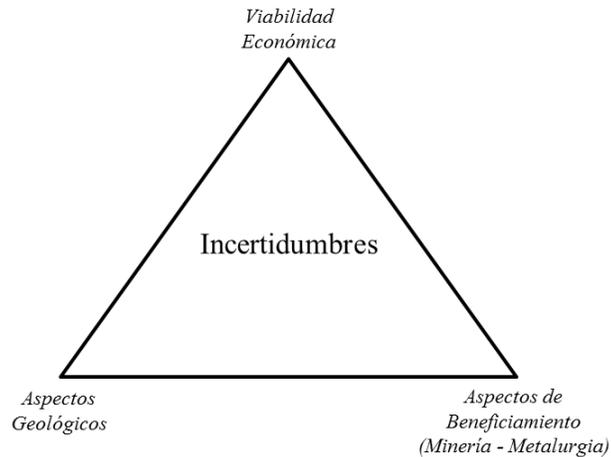
beneficiamiento en cualquier mina del mundo, todas las cuales condicionan los flujos de caja libre de cualquier negocio minero.

Desde esta perspectiva, y teniendo en cuenta que existen numerosas incertidumbres asociadas a un proyecto, es que quien esté desarrollando un proceso de Valoración por Opciones Reales debe determinar aquellas incertidumbres relevantes y que son la causa de impacto en la valoración.

Diferentes autores han propuesto métodos de Identificación de Incertidumbre para aquellos practicantes de esta técnica que no tienen relación frecuente con estos procesos. Sin embargo, el proceso de identificación debe ser un trabajo interdisciplinario que involucre a profesionales que combinen individualmente o en conjunto estas capacidades.

Guzmán, J. I. (2011) propone un triángulo objetivo de identificación de incertidumbres que se enfoca en aspectos críticos de la cadena de valor en el negocio minero y tienen relación con la viabilidad económica, tasa de secuenciamiento óptimo y la envolvente económica. Desde la perspectiva de esta tesis, y con el objetivo de orientar en la identificación de incertidumbres, es que se propone una generalización de estos aspectos claves. Esto fue modificado de Guzmán, J. I. (2011, 2012), en donde plantea aspectos específicos los cuales pueden ser generalizados para usos orientativos (Figura 8).

Las incertidumbres respecto de las características inherentes de un yacimiento tienen que ver con los Aspectos Geológicos en donde se incluyen incertidumbres relacionadas a la continuidad geológica de la mineralización (como especies mineralógicas) de las leyes (como variable aleatoria) y de las características Geometalúrgicas (comportamiento de los minerales ante un proceso de beneficiamiento) y Geomecánicas (calidad de las rocas para mantenerse en equilibrio), los cuales son resumidos en la categorización de los recursos geológicos (ver Figura 1). Este enfoque propone incorporar los aspectos geometalúrgicos y geotécnicos dentro de las incertidumbres geológicas y no ser tratados como factores modificantes; tratados históricamente como producto de prácticas en el muestreo que no se han orientado a la representatividad de la variable subyacente y su distribución espacial, sino que a muestras puntuales y a una escala global. Los Aspectos de Beneficiamiento involucran incertidumbres técnicas relacionadas a la recuperación minera y metalúrgica, como los métodos mineros, plan minero, mantención, disponibilidades y otras, que son parte de los factores modificantes. Y por último, como respuesta a las dos anteriores, la viabilidad económica en donde los flujos de caja están condicionados por estos.



*Figura 8: Triángulo Objetivo para la identificación de Incertidumbres, modificado de Guzmán, J. I. (2011, 2012), en el cual su objetivo es orientar en el proceso de identificación. Los Aspectos Geológicos tienen relación con las incertidumbres geológicas; los Aspectos de Beneficiamiento respecto de aspectos técnicos de recuperación minera y metalúrgica, y los impactos en la Viabilidad Económica.*

Posterior a esta primera aproximación, las incertidumbres relevantes se deben clasificar de acuerdo a la naturaleza de estas. Las que su naturaleza proviene desde fuera de la empresa son clasificadas como externas y son aquellas que no están en control o son ajenas a estas. Las de naturaleza interna son aquellas que caracterizan al yacimiento y son propias de los activos y organización propios de la empresa, tal como se muestra en la Tabla 1.

Desde el punto de vista del exterior de la empresa o externas, la identificación es simple cuando se tiene experiencia relevante en el negocio minero desde el punto de vista estratégico. Estas son comunes a otras industrias tales como las condiciones políticas, sociales, de mercado, financiera, ambientales, comerciales, etc., y todas aquellas que condicionan la construcción de la rentabilidad del negocio minero.

Si miramos a la empresa desde el interior concurren incertidumbres que no son comunes de observar en la mayoría de las industrias. Es por eso que para la aplicación de esta metodología de Valoración por Opciones Reales se requiere de conocimientos más específicos en geología económica, minería, metalurgia, colaboradores y cooperadores y los respectivos aspectos financieros característicos de esta industria.

Tabla 1: Clasificación de las incertidumbres dependiendo del origen de su naturaleza al interior o exterior de la empresa.

<i>Incetidumbres</i>			
<i>Externas</i>		<i>Internas</i>	
Ambientales	Permisos Ambientales y Regulación	Geológicas	Continuidad e Incertidumbre de las variables geológicas relevantes litología, alteración, mineralogía y concentración de la mineralización
Comerciales	Cambio en las condiciones de Compra Venta	Geomecánicas	Estabilidad del macizo rocoso
Financieras	Disponibilidad de Recursos y Tasa	Geometalúrgicas	Comportamiento de los minerales de mena y ganga en un proceso mienro-metalúrgico
Industriales	Condiciones de Precios, Confiabilidad de los Proveedores, Competidores, Clientes, Sustitución	Metalúrgicas	Eficiencia de los métodos de recuperación como agentes lixiviantes, conminución y concentrantes
Infraestructura	Condiciones de las vías de transporte	Operativas	Disponibilidad y confiabilidad de equipos en mina y planta
Legislación	Reformas a Impuestos, Royalties, Laborales, etc.	Planificación	Estática o Estocástica
Mercado	Precio, tasa de cambio, función de costos relevantes, mano de obra, montos de inversión y costo de capital	Mantenición	Foco preventivo, inventario de repuestos críticos
Política	Estabilidad y riesgo país, cambio de tendencia política del gobierno	Organizacionales	Roles, deberes y derechos, cultura, disciplina y estrucutra de las personas. Adminstración del Capital Humano
Sociales	Demandas comunitarias y otros stakeholders	Infraestructura	Disponibilidad y confiabilidad de las vías de transporte
Tecnológica	Mejoramiento, nuevas, integración o nuevas aplicaciones de tecnologías	Estados de Avance de Proyectos	Perfil, Pre-Factibilidad, Factibilidad, Ingenierías, Construcción, Comicionamiento, Operación y Cierre

Practicantes de esta metodología sugieren que la identificación de incertidumbres debe ser realizada por equipos multidisciplinarios guiados por un practicante de la metodología con experiencia relevante, porque, en general, se tratará de evaluar el impacto que tendrá la respuesta de esta incertidumbre, la que se conoce como opcionalidad, con lo que se busca rotar el Cono de Incertidumbre, el Valor de la Flexibilidad y sus efectos en el Valor del Proyecto.

#### 4.5.2 Cuantificación de Incertidumbres

Una vez que los evaluadores o valoradores han identificado las incertidumbres relevantes del proyecto viene el siguiente paso, que usualmente es uno de los más complejos de resolver, no por su complejidad en si misma, sino porque se requiere cuantificar un aspecto casi etéreo para quienes están lejos del mundo de las probabilidades. Sin embargo, la mayoría de las resoluciones están asociadas a procesos geoestadísticos estándares, a quienes posteriormente se les aplica rutinas comerciales disponibles y no requieren de softwares tan específicos. La clave está en entender la fuente de la incertidumbre y de donde proviene la información, ya que en la mayoría de los casos es posible dimensionar con simulaciones simples o algoritmos similares, como algoritmos de teoría de colas.

Estos procesos son intensos en la búsqueda de datos que serán procesados con diferentes herramientas estadísticas, siempre con la ayuda de una componente experta para la identificación y en la valoración de las incertidumbres, más la visión estratégica de los diferentes grupos de interés o stakeholders del proyecto.

Para la cuantificación de las incertidumbres, es interesante introducir los siguientes conceptos:

Clasificación de las Incertidumbres en:

Epistémicas: aquellas relacionadas con la carencia o falta de información suficiente de la variable, por ejemplo, las incertidumbres geológicas como continuidad y variabilidad de las leyes de mineral, geomecánica o geometalúrgicas, entre otras.

Aleatorias: aquellas relacionadas con la variabilidad intrínseca de la variable, por ejemplo, la variabilidad de las leyes o la variabilidad de la recuperación de diferentes equipos de conminución, etc.

Clasificación de Probabilidades en:

Objetivas: dependen de la evidencia histórica de los hechos, para así estimar distribuciones de probabilidades o procesos estocásticos, por ejemplo, alimentación mina-planta, flujos de caja libre, simulaciones condicionales o no condicionales geoestadísticas, etc.

Subjetivas: basadas en criterios en función de la experiencia relevante en determinados procesos, creencias o juicios personales, y se definen cuando un individuo asigna la probabilidad en base a su experiencia respecto de la evidencia disponible. La probabilidad subjetiva puede tener forma de frecuencia relativa de ocurrencia anterior o simplemente puede consistir en una conjetura informada. Estas asignaciones de probabilidad subjetiva se dan generalmente cuando los eventos ocurren una sola vez y a lo máximo unas cuantas veces. Esto es de vital importancia cuando la incertidumbre es epistémica, por ejemplo, cuando se aplican rutinas geoestadísticas se reviste vital importancia la experiencia del equipo evaluador. Estas probabilidades deben obedecer los mismos axiomas de las objetivas, puesto que de lo contrario no pueden ser consideradas probabilidades en sentido estricto, como por ejemplo, los criterios de clasificación de recursos, el pronóstico del tiempo hecho por cualquier persona basado en su experiencia o la ocurrencia de aluviones en el norte de Chile.

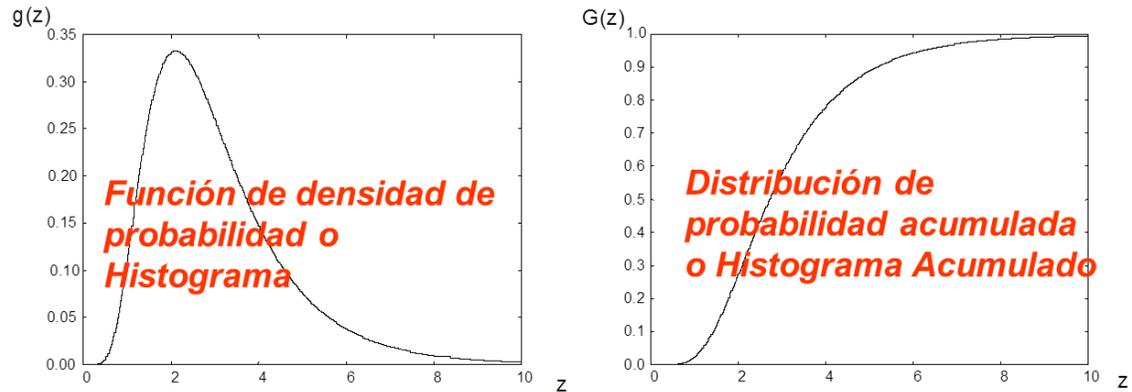
Los axiomas o postulados que debe cumplir una probabilidad son:

- La Probabilidad es un número real en el intervalo  $[0, 1]$ .
- La Probabilidad de que el universo de eventos sea 1, la probabilidad de que ninguno de dichos eventos se materialice es 0.
- La probabilidad de que ocurra al menos un evento de una lista de eventos disjuntos entre sí es equivalente a la suma de las probabilidades individuales de los eventos considerados

Estos postulados deben ser cumplidos tanto para las probabilidades objetivas como subjetivas, y pese a la tendencia normal de cuantificar de manera objetiva es que el uso de probabilidades subjetivas es consistente y valioso, siempre y cuando sean realizadas sin sesgo y cumplan los postulados de las probabilidades.

Con el uso de las probabilidades es posible determinar, a través de un modelo estadístico, su función característica con el uso de las variables aleatorias. Estas variables son caracterizadas por una función que asigna a eventos o sucesos sobre dicha variable aleatoria la probabilidad de que dicho suceso ocurra. En procesos geológicos estocásticos estacionarios se puede definir como una función que asigna a eventos números reales o una forma de representar algún valor de una ubicación no muestreada o desconocida, en donde podemos tener variables aleatorias continuas (leyes, permeabilidad, porosidad, etc.) o categóricas (litología, alteración, mineralización, etc.),

siendo los muestreos geológicos, conocidos como sondajes, las formas de adquisición de información que son representadas en forma de una función de variable aleatoria que el modelo estadístico permite encontrar .



*Figura 9: Representación del modelo estadístico de una Función de Variable Aleatoria a través de su Función de Densidad de Probabilidad o Histograma y su Distribución de Probabilidad Acumulada o Histograma Acumulado. Con estas dos gráficas es posible asignar a eventos números reales.*

Dada esta funcionalidad de la simpleza de utilizar un modelo estadístico y variables aleatorias en geología y minería es que su uso es un estándar en la industria a nivel mundial, y la cuantificación de muchos tipos de incertidumbres de origen interno puede hacerse con estas técnicas que están disponibles. Estas técnicas entregan resultados determinísticos y estocásticos, siendo estos últimos de especial utilidad en la aplicación de la metodología de valoración por Opciones Reales.

Con las técnicas de simulación de procesos estocásticos estacionarios es posible de manera objetiva, y con el uso de la geoestadística, encontrar las funciones de densidad de probabilidad o histograma y la distribución de probabilidad acumulada o histograma acumulado, como se muestra en la Figura 9, de cualquier variable aleatoria en geología y establecer las probabilidades para los diferentes sucesos. Es tan común esta práctica en la industria geológica-minera, que se desarrollan inversiones incrementales en sondajes para la adquisición de información e ir disminuyendo la incertidumbre de los yacimientos a medida que avanzan los proyectos en sus diferentes estados, los cuales mejoran la confiabilidad de los flujos de caja descontados en cada mina.

Por estas razones es que para la industria minera es de fácil solución una valoración por Opciones Reales de las incertidumbres externas e internas de carácter epistémico o aleatorio que necesiten de

una cuantificación, tanto objetiva como subjetiva, de la probabilidad asociada a una función de variable aleatoria a través de su función de densidad de probabilidad y su distribución de probabilidad acumulada.

Por lo tanto, y habiendo mostrado y comentado al respecto, no existen condiciones adversas para la cuantificación de incertidumbres en la industria geológica minera en la valoración por el método de Opciones Reales en inversión irreversible bajo incertidumbre, ya que las herramientas son estándares. La incertidumbres externas que no están en control de la empresa se valoran con métodos tradicionales estadísticos y el uso de softwares estadísticos.

Otro aspecto relevante en el uso del lenguaje probabilístico es poder establecer correlaciones relevantes para los objetivos de valoración. Por lo tanto, dos variables se correlacionan si al cambiar los valores de una de las variables es probable que varíen los valores de la otra y viceversa. Correlaciones positivas o linealmente dependientes entre variables se definen como un movimiento en igual dirección de los valores medios de las distribuciones; al contrario, cuando las medias varían de manera contraria, se correlacionan inversamente. Un ejemplo de estas relaciones es el precio del comoditi y el Capex; no incluir estas correlaciones puede llevar a la toma de decisiones no óptimas. Como toda técnica estadística debe contar con procedimientos de ajustes, los cuales para este tipo de variable aleatoria están en función de la continuidad y deben hacer honor a la información subyacente.

Respecto de la incertidumbre, un aspecto importante en el negocio minero es el relacionado a la evolución en el tiempo de los precios, el cual es un proceso si bien estocástico es no estacionario en el tiempo. Debido a esta razón, hay dos aspectos importantes a tener en cuenta en la valoración, los cuales son:

Se debe incluir la incertidumbre asociada a los precios y sus correlaciones relevantes en el proyecto, sea cual sea su metodología de determinación.

Debido a que es un proceso estocástico no estacionario, y dado que los precios incorporan condiciones y variables económicos, es que no es posible predecir y es necesario aclarar que esta incertidumbre en particular no es posible resolver por un Opción Real.

De esta manera, se ha podido discutir que la cuantificación de incertidumbres en proyectos geológico-mineros es de fácil solución producto de la aplicación de metodologías geoestadísticas que cuantifican la incertidumbre de ambas maneras de probabilidades objetivas, con el uso de simulación de Montecarlo y números pseudoaleatorios, y probabilidades subjetivas, por lo que su uso es ampliamente conocido en la industria.

La Simulación de Montecarlo presenta una serie de características que deben ser tomadas en cuenta en su aplicación:

- Número de iteraciones
- Número de realizaciones
- Método para generar números pseudoaleatorios
- Semilla inicial (fija o móvil)
- Correlación entre variables
- Nivel de Confianza
- Convergencia

Todas estas características son importantes de considerar debido a que podrían condicionar la velocidad de convergencia en la simulación. El uso de la Simulación de Montecarlo es muy importante ya que permite determinar la Función de Densidad de Probabilidad o Histograma y la Función de Probabilidad Acumulada o Histograma Acumulado de la distribución del VAN. Por lo tanto, se pueden determinar todos los estadísticos de esta función, y entre ellos el valor esperado del VAN o Esperanza de VAN del proyecto considerando su convergencia. Es importante poder aclarar que el valor esperado del VAN es diferente que el VAN en el valor esperado.

Estos dos conceptos permiten introducir una de las muchas aplicaciones de la Desigualdad de Jensen. No obstante, para la metodología de valoración por Opciones Reales tiene especial importancia pues es el fundamento conceptual relevante, y desde el punto de vista de esta tesis es la única demostración matemática-estadística que es necesario desarrollar dada su importancia en el entendimiento de la metodología de valoración:

Esta aplicación se basa en que la función de VAN  $\{x\}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , que se define como una función convexa, entonces:

$$VAN(E[X]) \leq E[VAN\{X\}]$$

En los siguientes casos: si  $X$  es no negativa y  $VAN\{x\} \geq 0$ , o si  $X$  y  $VAN\{x\}$  son arbitrarias y  $E(|VAN(X)|) < \infty$ .

En el caso que  $X$  toma sólo finitos valores. Sea  $p_i = P\{X = x_i\}$ . Entonces,

$$E[X] = \sum_{i=1}^n p_i x_i$$

es una combinación convexa de los valores  $X$ . Como  $VAN$  es una función convexa,

$$VAN(E[X]) = VAN\left(\sum_{i=1}^n p_i x_i\right) \leq \sum_{i=1}^n p_i VAN(x_i) = E[VAN(X)]$$

Si  $X$  toma un número numerable de valores,  $x_i$  con probabilidades  $p_i$ , entonces, hacemos lo siguiente: para cada  $n \in \mathbb{N}$  se define

$$S_n = \sum_{i=1}^n p_i x_i$$

Y notamos que

$$\sum_{i=1}^n \frac{p_i}{S_n} x_i$$

Es una combinación convexa. Entonces, como la función  $VAN\{x\}$  es convexa

$$VAN\left(\sum_{i=1}^n \frac{p_i}{S_n} x_i\right) \leq \sum_{i=1}^n \frac{p_i}{S_n} VAN(x_i)$$

Cuando  $n \rightarrow +\infty$ , tenemos que  $S_n \rightarrow 1$ . Entonces, utilizando la continuidad de  $VAN$ , obtenemos que:

$$VAN(E[X]) = VAN\left(\sum_{i=1}^{\infty} p_i x_i\right) \leq \sum_{i=1}^{\infty} p_i VAN(x_i) = E[VAN(X)]$$

Por lo tanto, de esta manera y dadas las propiedades de la función  $VAN$ , que se define como convexa, positiva y de valores finitos, es posible extrapolar a perpetuidad, en donde se cumple que el  $VAN$  esperado es menor o igual a la Esperanza de  $VAN$ .<sup>4</sup>

Gráficamente se pueden ilustrar las ecuaciones enunciadas:

---

<sup>4</sup> De Nápoli, P., Notas del Curso de Probabilidad y Estadística para matemáticos, Universidad de Buenos Aires (en construcción – versión 0.7), 2016

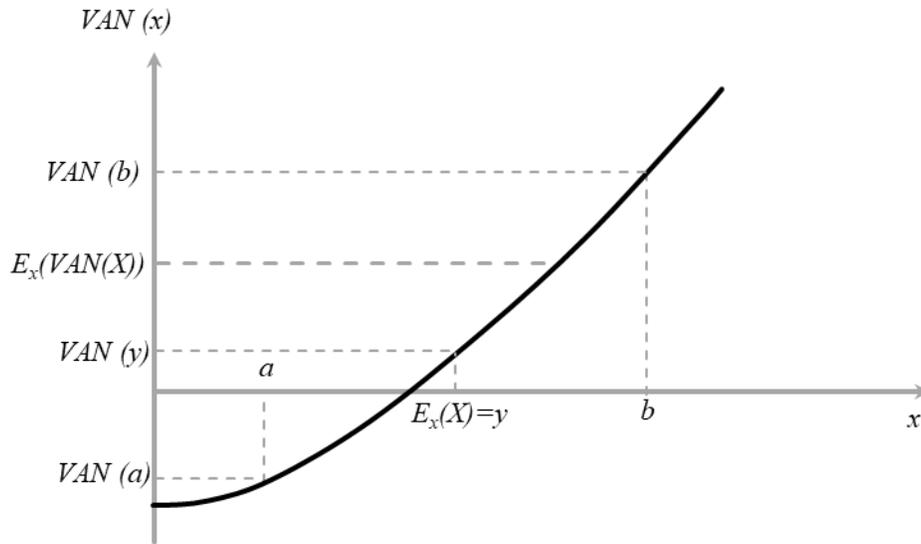


Figura 10: Desigualdad de Jensen. Gráficamente se puede comprobar que para la función VAN, convexa, positiva y finita: el  $VAN [E(X)] \leq E[VAN (X)]$ . De este modo, si la función es cóncava ocurre lo contrario.

La desigualdad de Jensen es uno de los conceptos clave en el entendimiento y sirve para saber como impactan las incertidumbres en el valor del proyecto, y define para la metodología de valoración por Opciones Reales el marco del fundamento matemático-estadístico, su lógica y funcionamiento práctico.

En esta línea, determinar cuales son las incertidumbres, cuyos orígenes son internos, está relacionado con la génesis de los yacimientos, pues es relevante que puedan ser figuradas en el contexto apropiado del proyecto y cómo estas reaccionan o producen una respuestas al ser valoradas. Todas estas incertidumbres de origen geológico deben ser analizadas por un profesional que pueda resolver y encontrar el significado de su valor, debido a que las magnitudes geológicas no son de uso común en la vida real tiene esa complejidad y su dificultad no es porque no pueda ser resuelta sino que no son puestas en el contexto apropiado.

De esta forma, podemos mostrar que para el común de los profesionales lidiar con la continuidad de la mineralización puede representar un desafío mayor, pero para un practicante de las ciencias de la tierra puede ser algo de una complejidad menor a resolver, como por ejemplo, las características geotécnicas de un macizo rocoso o las respuestas geometalúrgicas de los minerales de interés económico a ciertos procesos metalúrgicos.

Al establecer que el valor esperado de la función VAN es mayor o igual que el VAN esperado implica que la determinación estocástica del valor del proyecto es absolutamente relevante y necesaria en los ámbitos de las incertidumbres relevantes.

Incorporar y cuantificar las incertidumbres permite valorar la flexibilidad que éstas aportan al proyecto, lo cual, por el sólo hecho de su incorporación y cuantificación, genera un mayor valor dada la respuesta del proyecto ante ellas, lo cual definimos como opcionalidad. Una vez que se ha internalizado este proceso de valoración es posible aplicarlos en los diferentes estados de un proyecto geológico minero, empezando por los estados tempranos de la exploración, explotación y cierre de mina, el cual tendrá impacto en el negocio minero a nivel estratégico.

Los Precios de Comóditis son una de las incertidumbres con las que las empresas mineras deben hacer frente. Usualmente se desarrollan ejercicios que definen escenarios económicos pesimistas a optimistas, en los cuales se fijan tres precios entre estos rangos y que sensibilizan los escenarios posibles, siendo al final del día una constante en el proceso de valoración. Así, los procesos de optimización sólo consideran al precio como un valor constante, imposibilitando que la valoración pueda capturar esta incertidumbre crítica, clave para los resultados finales y en la toma de decisiones. No es objeto de interés de esta tesis el describir y comentar sobre las técnicas que se utilizan en el modelamiento futuro de precios, sino que lo relevante para el objetivo de esta investigación es mostrar la importancia de su incorporación para los efectos en la valoración. De esta manera y como paso obligado en la metodología de la valoración por Opciones Reales en minería es que se debe incorporar la incertidumbre de precios; una de las incertidumbres externas relacionadas con el mercado, y su determinación se debe realizar en función de modelos econométricos para los cuales hay suficiente información disponible, softwares especializados y modelos disponibles para su aplicación. Una aclaración relevante para el lector es que los precios son procesos estocásticos no-estacionarios, en donde media y varianza no existen para todo el tiempo en que ocurre el fenómeno subyacente, sino que de manera local. Por esta razón al ser una incertidumbre estocástica no-estacionaria, no es una a resolver y no es una Opción Real.

Cuando estamos frente a una valoración por Opciones Reales, las inversiones tienen ciertas características que deben cumplir totalmente para ser un derecho, pero no una obligación, además de tener asociadas inversiones total o parcialmente irreversibles y tener asociada una o más

incertidumbre. Todo lo mencionado anteriormente constituye un ambiente de inversión riesgoso con decisiones de inversión irreversibles. De esta forma y como complemento, las Opciones Reales tienen que ser factibles en donde podamos encontrar una respuesta a la o las incertidumbres, las cuales están relacionadas con el avance de los estados del proyecto. Por ejemplo, en un estado de exploración inicial parecen ser más relevantes las incertidumbres relacionadas con el conocimiento geológico del yacimiento como, y en orden de importancia, la continuidad o variabilidad de las leyes de interés, si no existe un volumen relevante para el tipo de yacimiento, las demás incertidumbres carecen de importancia, seguido por las geometalúrgicas, ya que estas mostrarán cuan aptas son las mineralizaciones para determinado proceso de beneficiamiento, y luego las geotécnicas, que permitirán una explotación del rajo o caserones de manera estable y segura. Una vez que el proyecto avance en su estado de desarrollo, las incertidumbres irán cambiando en relevancia, ya que, al acercarse al estado de producción, otras son las fuentes de incertidumbre y estarán más cercanas a los flujos de caja libre en vez de los aspectos técnicos, en donde las fuentes de incerteza son de carácter interno.

### Cuantificación de Incertidumbres

Dependiendo de la naturaleza de las incertidumbres, existen una diversa gama de rutinas empaquetadas o en softwares comerciales de uso diario. Así, y dependiendo de la complejidad en el modelamiento de cada una de las incertidumbres y el involucramiento en las áreas de experiencia relevante, es que la cuantificación es un paso de complejidad accesible.

De este modo, las incertidumbres de naturaleza externa pueden ser enfrentadas con el uso de la Simulación de Montecarlo para encontrar la Función de Densidad de Probabilidad  $g(z)$  y la Distribución de Probabilidad Acumulada  $G(z)$  de cada variable aleatoria que sea necesaria conocer su incertidumbre.

Una de las maneras de abordar la cuantificación de incertidumbre es a través del modelamiento econométrico en el que puedan ser incorporadas las incertidumbres relevantes para cada proyecto en particular. Un capítulo especial lo constituye el modelamiento de los precios futuros, ya que es

uno de los inputs de mayor relevancia dentro de las incertidumbres externas y que es necesario modelar de acuerdo a las técnicas conocidas. Lamentablemente, existen condiciones económicas globales y locales que no son posibles de incorporar debido a la dificultad en hacer predicciones sobre estas y sus efectos a nivel global en el consumo.

Por otro lado, la mayor parte de las incertidumbre internas, en minería, son posibles de hacer a través de métodos geoestadísticos, los cuales nos entregan la Función de Densidad de Probabilidad  $g(z)$  y la Distribución de Probabilidad Acumulada  $G(z)$ , respectivamente, de las variables aleatorias cuya incertidumbre es necesario conocer. Estos métodos son de uso estándar en minería, por lo que poder calcular las incertidumbres es de fácil acceso. Las incertidumbres internas son todas relacionadas a aspectos geológicos mineros y, por lo tanto, es asequible su solución a practicantes habituales de la geoestadística y evaluación de proyectos.

Esta facilidad para resolver las incertidumbres de origen interno facilita la resolución de este aspecto crítico que no ha sido tratado en otras investigaciones relacionadas a la metodología de Valoración por Opciones Reales. Conocida la respuesta a la o las incertidumbres que son relevantes para el proyecto, encontrar las funciones de VAN es muy simple y solo requiere ser procesado en softwares típicos para estos efectos.

De esta manera y una vez entendido los efectos que se producen en el valor de los proyectos, dado que las metodologías de valoración han sido concebidas en contextos específicos, es posible poder apreciar sus efectos de manera natural. El método de los Flujos Descontados fue desarrollado en un marco de ausencia de incertidumbre, mientras que los procesos de valoración de Opciones Financieras han sido conceptualizados para reflejar las condiciones de incertidumbres de los mercados. Así, la metodología de Valoración por Opciones Reales combina las fortalezas de ambos métodos para definir una metodología de valoración robusta bajo incertidumbre.

Jyrki, S. (2016) en su revisión de la literatura para proyectos de valoración en minería metálica muestra una interesante comparación de los enfoques sobre el paradigma subyacente para los métodos de valoración financiero y proyectos de inversión sin incertidumbre. Aquí, se describen las

principales variables relevantes para cada método y cómo actúan en el método de valoración combinado por Opciones Reales. En esta, se expone el paradigma subyacente de la valoración, tipo y fuentes de incertidumbre principales, cómo se resuelven usualmente, sus efectos y resultados en la valoración con los métodos de solución preferidos, los cuales se muestran en la Tabla 2, y explicita los contextos en los cuales se han desarrollado estos métodos de valoración y sus usos. Así, es posible para el lector identificar las aplicaciones naturales de cada método.

*Tabla 2: Comparación respecto de los enfoques de valoración y características por separado y cuando se combinan ambas metodología en la valoración por Opciones Reales.*

<i>Enfoque</i>	(a) <i>Contrato de Opción</i>	(b) <i>Flujos de Caja Descontado</i>	(a) ∩ (b) <i>OR VAN</i>
Paradigma Subyacente	Opción Financiera	Toma de Decisión	Toma de Decisión con información de mercado
Valor para	Mercado	Dueños del Patrimonio o Deuda	Mercado y Dueños del Patrimonio o Deuda
Tipo de Incertidumbre	Financiera	Técnica y/o Financiera	Financiero y Técnico
Principal fuente de Incertidumbre	Mercado	Proyecto	Mercado y Proyecto
Resolución de la Incertidumbre a través de	Detener, Cerrar, Abandonar	Diseño Minero	Diseño Minero y Planificación con las opciones de Detener, Cerrar o Abandonar
Efecto de la Incertidumbre	Incremento (opción) del valor	Decremento del valor	Incrementa o Decrementa el valor
Resultado de la Valoración	Valoración del Proyecto a Valor de Mercado y Valor de la OR "on project"	Valor subjetivo para los dueños	Estimación del Valor del Proyecto basado en el Mercado ajustado por el riesgo del proyecto y su flexibilidad
Método(s) de Solución Preferido	Ecuaciones Diferenciales Parciales (PDE), Modelos de Valoración de Opciones Binomiales, Simulaciones	Escenario Determinístico, Escenario Probabilístico, Simulación Estática	Simulación Dinámica, Análisis de Árboles de Decisión

De este modo, es posible ver los pro y contras de cada metodología de valoración, teniendo en cuenta el contexto en el cual fueron pensados para ser aplicados, y principalmente mostrar que a través de una aplicación que no considere las principales fortalezas de los proyectos no será posible mostrar el valor que pueden capturar. Así, Opciones Reales es una mejora en el entendimiento de la medición de creación o destrucción del valor en un contexto apropiado para inversiones mineras que se desenvuelven en inversiones con características de irreversibilidad en presencia de incertidumbre, las cuales pueden presentar opcionalidad en ciclos largos de inversión.

#### 4.5.3 Identificación de Opciones Reales

El primer paso consiste en identificar las opciones asociadas a las incertidumbres relevantes y de alto impacto, por lo que su identificación es un proceso crítico, porque de cumplir con el criterio de opcionalidad, es decir si se obtiene una respuesta de la o las incertidumbres relevantes, es posible

determinar el valor de la o las opciones evaluadas, las cuales pueden ser muchas, pero se debe elegir aquellas que cambian el valor del proyecto positivamente.

Una Opción Real debe cumplir con las características de ser un derecho pero no una obligación; tener asociadas inversiones al menos parcialmente irreversibles, y tener una o más incertidumbres asociadas. Estas características constituyen las bases de inversión en un ambiente de incertidumbre.

El trabajo en la identificación de las Opciones Reales debe tener un objetivo bien definido, de lo contrario se corre el riesgo de incluir Opciones Reales que no son las que construyen valor sustancial en el proyecto. Esto se debe a que cada opción real tiene un valor, sin embargo, hay unas más valiosas que otras.

En la identificación se debe tener en cuenta lo siguiente:

- Las Opciones Reales tienen que ser factibles
- Las Opciones Reales sean una respuesta a las incertidumbres del proyecto
- Las Opciones Reales consideradas en minería dependen directamente del estado en el cual se encuentra el proyecto

Por lo tanto y de esta manera, Guzmán, J. I. (2011) sugiere un triángulo objetivo para la identificación de Opciones Reales relevantes, quienes tienen relación con el impacto de las incertidumbres, tiempo de madurez de la Opción Real y el Costo del Ejercicio de la Opción Real que se muestra en la Figura 11. Entonces, la tarea es determinar cuantitativamente cómo cada una de estas variables impacta en el resultado del ejercicio de la Opción Real. Entender cómo se mueve el cono de incertidumbre ante la opcionalidad de ésta será un parámetro que pueda ser crítico en el ejercicio de la Opción Real, puesto que va a ser posible determinar el valor de la flexibilidad, ya que el tiempo de madurez y el costo de ejercicio de la Opción Real en la mayoría de las veces se precisan desde el inicio del contrato de Opción Real.

Poder manejar, relativamente, cada uno de los impactos que generan el valor de la flexibilidad, costo de ejercicio y tiempo de maduración ayudarán en la toma de decisiones relativas a despejar los efectos de las Opciones Reales.

Con la ayuda de este método cuantitativo, tendremos una idea de las principales variables que afectan el valor del proyecto frente a cada una de las variables críticas en el desarrollo y valoración de éste. El proceso de identificación tiene por objetivo, en primer lugar, desarrollar aquellas opciones que cambian el valor y que en número sean razonables y realizables; de este modo, diferentes autores recomiendan no más de 5 Opciones Reales, pero en la práctica en minería metálica no debieran ser mayor a 2, siendo un extremo 3, debido a que las Opcionalidades son costosas de obtener, pues suponen inversiones sobre las incertidumbres relevantes que son internas geológicas y de proceso.

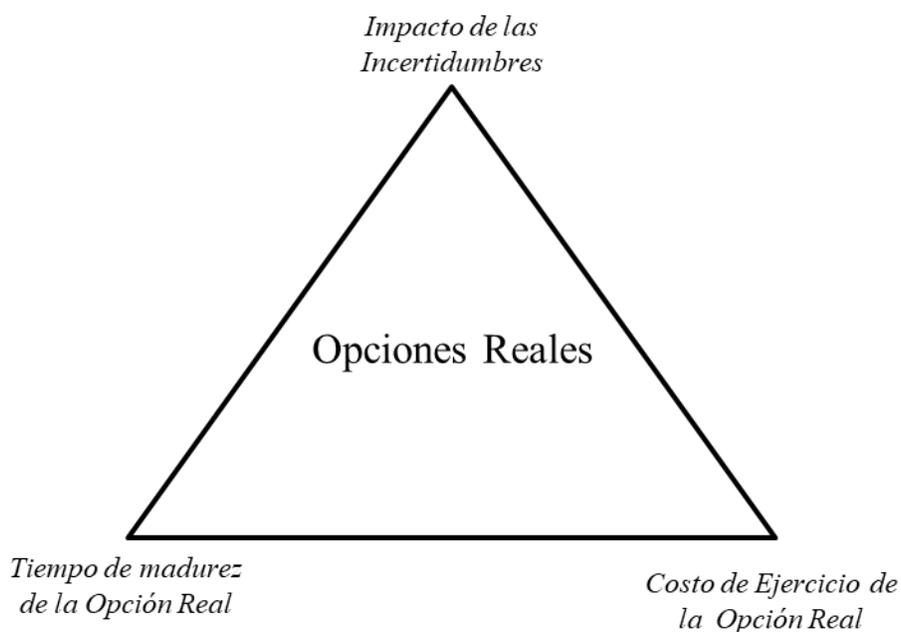


Figura 11: Triángulo objetivo para de la Identificación de Opciones Reales (Guzmán, J. I., 2011).

Las Identificación de las Opciones Reales en la industria minera metálica y no-metálica marcan el desarrollo del proyecto y están relacionadas directamente al estado de avance de éste.

En este sentido, las Categorías de Opciones Reales están asociadas a una o más Incertidumbres Típicas Relacionadas. De acuerdo a Guzmán, J. I. (2012), se presentan en la Tabla 3, y en la Tabla 4 se presentan las Incertidumbres Típicas Relacionadas al Estado de Avance del Proyecto Minero.

Tabla 3: Categoría de Opciones Reales e Incertidumbres Típicas Relacionadas en Minería.

<b>Categoría</b>	<b>Incertidumbres Típicas Relacionadas</b>
Re-abrir o Postergar	Precio, Inversión, Estabilidad Política, Cambio Regulación, Permisos Sectoriales
Crecer	Precio, Inversión, Estabilidad Política, Cambio Regulación, Permisos Sectoriales, Tecnología
Adandonar	Precio, Condiciones Técnicas Críticas, Condiciones Regulación
Expandir, Contraer y Extender Vida	Precio, Recursos
Cierre Temporal	Precio, Estabilidad Social
Intercambiar	Precio, Cambio Regulación
Explorar o Estudiar	Continuidad y Distribución de Leyes, Gometalurgia, Geotecnia, Proceso

Tabla 4: Estado del Proyecto e Incertidumbres Típicas Relacionadas.

<b>Estado del Proyecto</b>	<b>Incertidumbres Típicas Relacionadas</b>
Perfil	Continuidad y Distribución de Leyes, Gometalurgia, Geotecnia, Proceso, Precio, Inversión, Estabilidad Política, Cambio Regulación, Permisos Sectoriales
Pre-factibilidad	Continuidad y Distribución de Leyes, Gometalurgia, Geotecnia, Proceso, Precio, Inversión, Estabilidad Política, Cambio Regulación, Permisos Sectoriales, Tecnología
Factibilidad	Continuidad y Distribución de Leyes, Gometalurgia, Geotecnia, Proceso, Precio, Condiciones Técnicas Críticas, Condiciones Regulación
Construcción	Precio, Recursos, Proveedores de Insumos
Operación	Precio, Estabilidad Social
Cierre	Regulación, Estabilidad Química y Física de Residuos Mineros, Generación de Agua Ácida y Recursos Remanentes

#### 4.5.4 Construcción del Árbol Estratégico

Un Árbol Estratégico es una forma gráfica de representar visualmente el desarrollo de un proyecto de acuerdo a las Opcionalidades que posea éste, es decir, las respuestas a las diferentes incertidumbres relevantes allí.

Los Árboles Estratégicos contienen información relevante y sobre la valoración en cada estado. por lo que se distinguen los siguientes elementos y dependen de las opciones asociadas a cada uno de ellos:

Nodos

De Incertidumbre: caracterizan a una incertidumbre con un impacto significativo en el proyecto. Son importantes porque marcan los tiempos en los cuales las incertidumbres serán despejadas, aunque sea parcialmente.

De Decisión: representan una acción crítica temporal asociada a una o más incertidumbres del proyecto, que es una obligación, a diferencia de una opción, que es un derecho.

Terminales: contienen información respecto del VAN que conlleva seguir ese camino en el árbol. En términos de minería representan un plan minero.

De Opción: decisión temporal asociada a una o más incertidumbres del proyecto, la cual se toma conforme a características endógenas de la evaluación.

Mejor Plan Robusto: contiene información del mejor plan diseñado para distintos escenarios de incertidumbres. Este nodo garantiza que el plan minero elegido para una simulación de distintas incertidumbres sea el más adecuado.

Ramas: muestran información relevante correspondiente entre dos nodos y se representan por líneas, que pueden contener información respecto de:

- Recurso Mineral
- Reserva Mineral
- Probabilidades
- Capacidad de planta
- Viabilidad técnica de tecnologías

En la Figura 12 se puede observar un ejemplo simple de árbol estratégico, en donde es posible visualizar cuando se deben gatillar acciones críticas para la resolución de incertidumbres asociadas y cuáles son los caminos que debe recorrer el proyecto para llegar a obtener una distribución de VAN y encontrar las respuestas estocásticas y determinísticas del proyecto.

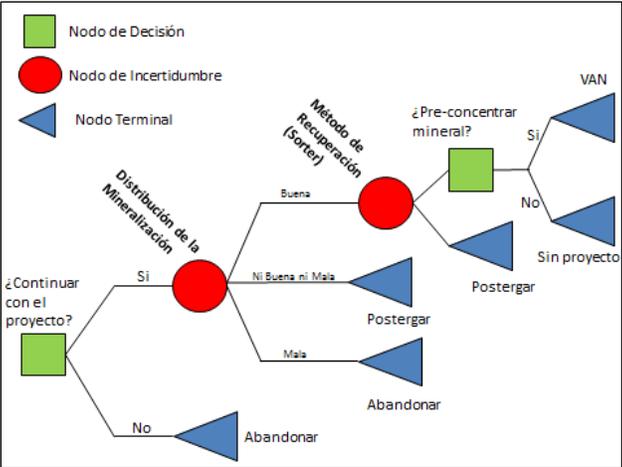


Figura 12: Ejemplo de Árbol Estratégico, donde se puede observar la construcción para la valoración de un proyecto (Añazco, T., 2016).

#### 4.5.5 Valoración por Opciones Reales

Este es el proceso de valoración de proyectos bajo incertidumbre, para el que se requieren aproximaciones diferentes a las habituales que se utilizan en la valoración de proyectos sin incertidumbre VAN o la valoración de opciones financieras bajo incertidumbre. Recordemos que el método de valoración por Opciones Reales en inversiones bajo incertidumbre es una combinación de los métodos del VAN y Opciones Financieras, el cual fue descrito y analizado anteriormente. Por lo tanto, obtener el valor del proyecto es sencillo y las técnicas son de uso cotidiano en minería, debido a que son incertidumbres cuyo origen es principalmente endógeno y aquellas incertidumbres exógenas son modeladas comúnmente utilizando la Simulación de Monte Carlo o técnicas econométricas para el caso de incertidumbres relacionadas a variables económicas y financieras.

Las técnicas para valorar mediante Opciones Reales son:

- Programación Dinámica (PD): fue desarrollada por el matemático norteamericano Richard Bell, en 1953, en el cual se establece una metodología para reducir el tiempo de ejecución mediante la ejecución de subproblemas superpuestos y subestructuras óptimas con el fin de optimizar la resolución del problema completo. Desde el punto de vista financiero, PD reconoce que el inversionista puede considerar la tasa de descuento de forma exógena típicamente WACC. Por esta razón, su uso es adecuado cuando el inversionista busca encontrar el valor privado y no necesariamente el valor de mercado del proyecto. En la práctica, PD se utiliza para encontrar el valor del proyecto relacionado a incertidumbres de origen internas, que corresponden a proyectos de inversión en donde sea necesario reconocer la Opcionalidad de estas incertidumbres.
- Análisis de Activos Contingentes (AAC): activo financiero cuya cotización está en función del precio de otro activo denominado básico. Un activo contingente se refiere a que su existencia quedará confirmada solamente tras la ocurrencia o no de uno o más sucesos futuros inciertos que no están bajo control. Desde el punto de vista práctico para el cálculo de la flexibilidad, el uso de AAC implica que la tasa de descuento en cada período de evaluación es necesariamente endógena al nivel de riesgo subyacente en los flujos de ese período y los subsecuentes. Esta metodología de valoración debe satisfacer los supuestos de:
  - El inversionista busca conocer el valor del proyecto a valor de mercado
  - Mercado financiero profundo
  - Eficiencia del mercado financiero
  - Tiempo continuo

Esta metodología de valoración es apropiada para activos financieros relacionados a exploración geológica, ya que dependen del valor del comoditi y de la compañía.

*Tabla 5: Metodologías de Valoración por Opciones Reales (Guzmán, J.I. 2011)*

<b><i>Programación Dinámica</i></b>	<b><i>Análisis de Activos Contingentes</i></b>
Evaluar	Valorar
Toma de Decisiones	Compra-Venta
Activos Reales	Activos Financieros

De esta manera, y teniendo en cuenta que el uso de éstos métodos dependerá del objetivo de la valoración para el inversionista en proyectos de inversión una vez la mina haya comenzado la producción, es recomendable utilizar Programación Dinámica, y para la valoración de proyectos de exploración hasta factibilidad es recomendable utilizar Análisis de Activos Contingentes.

A pesar de que conocemos y entendemos esta distinción, que tiene que ver con el costo de capital, es que la solución a las incertidumbres es materia del uso de métodos geoestadísticos para incertidumbres internas, que son de carácter propio del proyecto, los cuales son de uso cotidiano en minería, y por otro lado para incertidumbres relacionadas a incertidumbres externas, el uso de herramientas de modelamiento econométrico es de fácil implementación y su uso es ampliamente conocido en el mundo financiero, por lo tanto sus aplicaciones en general son conocidas.

Modelamiento de Incertidumbres:

Se resuelven a través del modelamiento geoestadístico determinístico y estocástico. Para ello, se modela geológicamente el activo y se determina la incertidumbre relacionada a la continuidad de la mineralización desde el punto de vista geológico, geometalúrgico y geomecánico. Estas realizaciones contienen el mineral contenido condicionado geológicamente, geometalúrgicamente y geomecánicamente desde donde se puede calcular la reserva minera y, por lo tanto, los flujos de caja para la vida de la mina. Adicionalmente, es necesario incluir la incertidumbre de precios mediante modelamiento econométrico a cada una de estas realizaciones. Con estos procedimientos típicos en minería se pueden obtener con facilidad los flujos de caja de manera determinística y estocástica utilizando PD o AAC.

## 5 Caso de Estudio de Valoración de Pasivos Mineros: Explotación de un Botadero

### 5.1 Introducción

El caso de estudio consiste en desarrollar una valoración de un pasivo minero conocido como Botadero, en el cual se almacenan rocas fracturadas por acción de tronadura que están bajo la ley de corte minera de operación. Hay algunos supuestos que son importantes definir, ya que condicionan conceptualmente el proyecto:

- Que una parte del macizo rocoso tenga una concentración menor a la ley de corte, no significa que no exista mineralización, sino que el grado de concentración es menor relativo a la unidad mínima de selección conocido como SMU (de sus siglas en inglés, Selective Mining Unit), relacionado al tamaño de la pala de carguío, que en general son bloques de 10m x 10m x 10m o 5m x 5m x 5m para operaciones en rajo y SMUs con dimensiones variables en operaciones subterráneas.
- Al botadero van todos los materiales que están bajo la ley de corte minera que son explotados, pero no los totalmente estériles que se almacenan en otros stocks.
- Las tecnologías de pre-concentración están diseñadas para poder seleccionar materiales quebrados con características geológicas determinadas por su estilo de mineralización a nivel micro y macro.
- Programación Dinámica se utilizó para valorar el proyecto.

Las etapas de desarrollo del caso de estudio de Inversión Bajo Incertidumbre son:

- Identificación de Incertidumbre
- Cuantificación de Incertidumbre
  - Simulación Condicional Gaussiana Geoestadística de las Leyes del Yacimiento
  - Simulación No Condicional de Construcción del Botadero
  - Factibilidad del uso de Tecnologías de Separación de Partículas
  - Evaluación del Mineral Liberado en el Botadero
- Identificación de Opciones Reales
- Construcción de Árbol Estratégico
- Valoración por Opciones Reales

## 5.2 Identificación de Incertidumbres

La primera incertidumbre identificada es de carácter interno y tiene relación con *la cantidad de mineralización contenida en el botadero*.

Para ello se debe conocer:

1. La distribución de la ley de cobre en el yacimiento y determinar para cada bloque si sería destinado a planta o a botadero. Este es un yacimiento real, del tipo IOCG (Iron Ore Copper Gold), que contienen mineralización relevante de cobre y oro y fierro no son de interés económico.
2. Cómo se construyó el botadero y las leyes asociadas a los materiales que fueron determinados enviar para allá.

Se debe tener en cuenta que existe un error asociado a una mala asignación de materiales, pues son materiales geológicos que no son posible determinar los contenidos de mineral con una certeza de un 100%, y puede ocurrir que materiales que fueron estimados como mineral en la realidad son estériles, es decir, se envía roca sin mineralización, o materiales que fueron estimados como estériles en la realidad son minerales y se envían a botadero puesto que un bloque, en general, se le asigna la ley con un único muestreo de producción.

Para determinar el contenido de mineralización del botadero se asume que el bloque tronado se moverá completamente como una SMU desde la mina al botadero en una secuencia de llenado.

La segunda incertidumbre identificada es de carácter interno y tiene relación con *la factibilidad de pre-concentración de partículas de roca*.

Para ello se debe conocer:

1. La factibilidad que la mineralización sea susceptible de ser separada, utilizando tecnologías de pre-concentración a través de pruebas que factibilicen el proceso.
2. Determinar la cantidad de mineral pre-concentrado de cada bloque enviado al botadero, relacionando la ley del bloque con una curva de pre-concentración que depende de las características de la mineralización en la partícula a nivel micro.

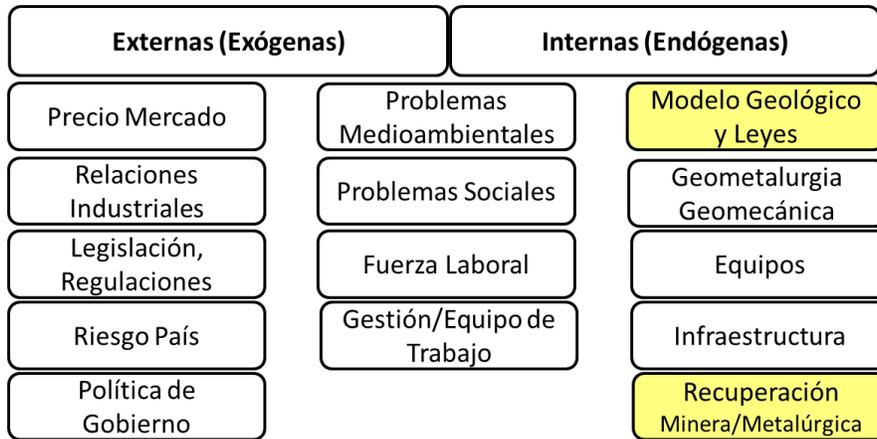


Figura 13: Incertidumbres identificadas en la explotación de un botadero y están relacionadas a incertidumbres de origen interno, relacionadas la cantidad de mineralización contenida en el botadero y la factibilidad de pre-concentración de partículas de roca.

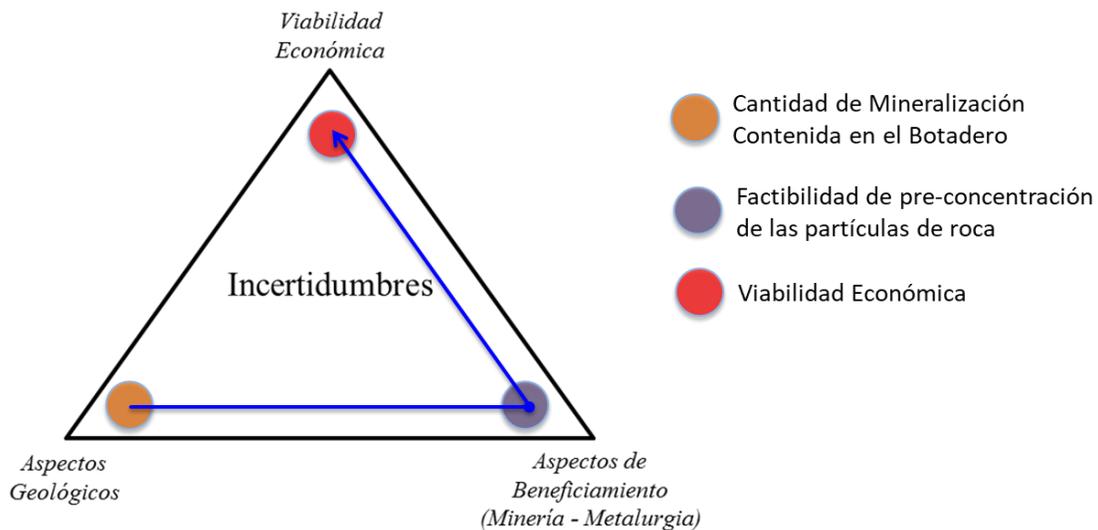


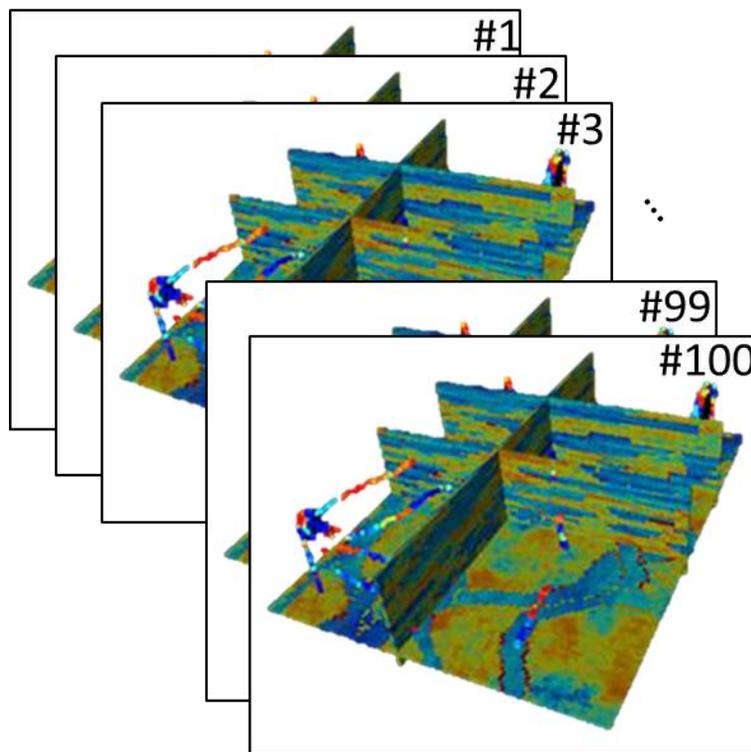
Figura 14: Triángulo Objetivo para la Identificación de Incertidumbres, las respuestas de las incertidumbres asociadas al proceso con lleva una evaluación económica cuyo resultado es la Opcionalidad de ambas incertidumbres y es lo que se quiere encontrar.

### 5.3 Cuantificación de Incertidumbres

Este es el proceso de mayor complejidad para los que no están relacionados con modelos de incertidumbre geológica. Sin embargo, es de uso cotidiano en la industria minera el uso de modelos para determinar la incertidumbre geológica a través de modelos determinísticos y estocásticos.

### 5.3.1 Simulación Condicional Gaussiana Geoestadísticas de las Leyes del Yacimiento

En la determinación de los metales contenidos en un yacimiento *in situ*, se utilizan técnicas geoestadísticas determinísticas y estocásticas que están disponibles en la industria minera tradicional y son de uso diario y común. Las simulaciones condicionales gaussianas son ampliamente utilizadas para encontrar la función de distribución de la continuidad de la ley o comódití de interés. Para ello, se determina el modelo estadístico global de los datos mediante el uso de la función de densidad acumulada (histograma acumulado) y su correlación espacial (variograma), que se utilizan como información de entrada para desarrollar las cien (100) realizaciones. Se usan el pit económico para marcar los bloques que son extraídos por la reserva mineral y todos aquellos bloques sobre la ley de corte es mineral y los que están bajo la ley de corte son los que van a construir el Botadero.



*Figura 15: Simulación Condicional Geoestadística del Yacimiento para Cobre (100 realizaciones) desarrollada en el software Sgems.*

El objetivo es replicar las distribuciones de datos en cada una de las realizaciones del modelo de incertidumbre de leyes en la cual se identificarán los bloques que están sobre y bajo la ley de corte.

De esta forma, la primera parte de la Opcionalidad asociada a las leyes enviadas al botadero se obtiene y es relacionada a la existencia de material disponible que se enviará al botadero.

### 5.3.2 Simulación No Condicional de Construcción del Botadero

Una vez que en el modelo de bloques se identifica cada uno de los bloques que están dentro del pit económico como mineral o estéril, se secuencia para simular la explotación y construir los botaderos solo con las leyes que debieran ser menores a la ley de corte.

Se obtuvieron cien (100) realizaciones del yacimiento y su explotación, las cuales se secuenciaron en una única forma para el llenado del botadero.

Una vez que se tienen los cien (100) botaderos, se procede a poner a prueba la segunda incertidumbre y está relacionada a una tecnología que permita recuperar las partículas con o sin mineralización.

Esto se logra mediante tecnologías de pre-concentración que están disponibles en el mercado desde hace un tiempo prolongado y que se han utilizado mayormente en reciclaje y alimentos, pero con menor éxito en la industria minera.

Para probar que esta tecnología es aplicable, se enviaron muestras de mineral, aproximadamente una tonelada, a Alemania a las oficinas centrales de la empresa Steinert Group, la cual es una compañía global cuyo negocio principal es la fabricación y venta de equipos seleccionadores y verificar que es posible su tratamiento.

El resultado de las pruebas fue exitoso y se pudo correlacionar el porcentaje de cobre liberado y recuperado con el proceso de pre-concentración con la ley del bloque, para lo cual se generó una curva de ajuste que se aplica a cada bloque que es enviado al botadero para obtener el porcentaje de cobre pre-concentrado y estéril liberado.

Por lo tanto, tendremos cien (100) botaderos desde los cuales se obtengan el beneficio de cada uno de ellos y se construya la función de distribución de densidad acumulada de beneficio del mineral pre-concentrado desde el botadero.

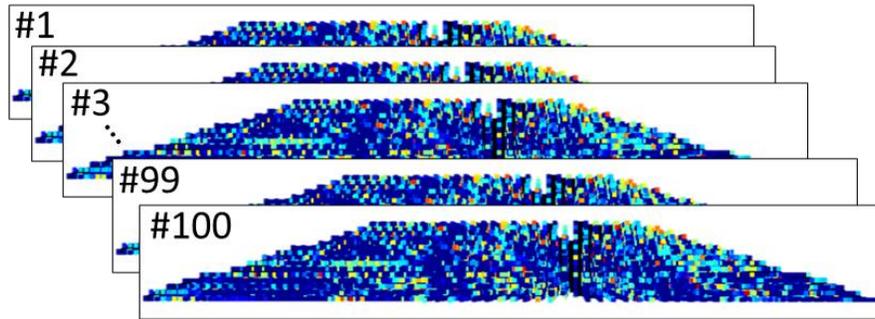
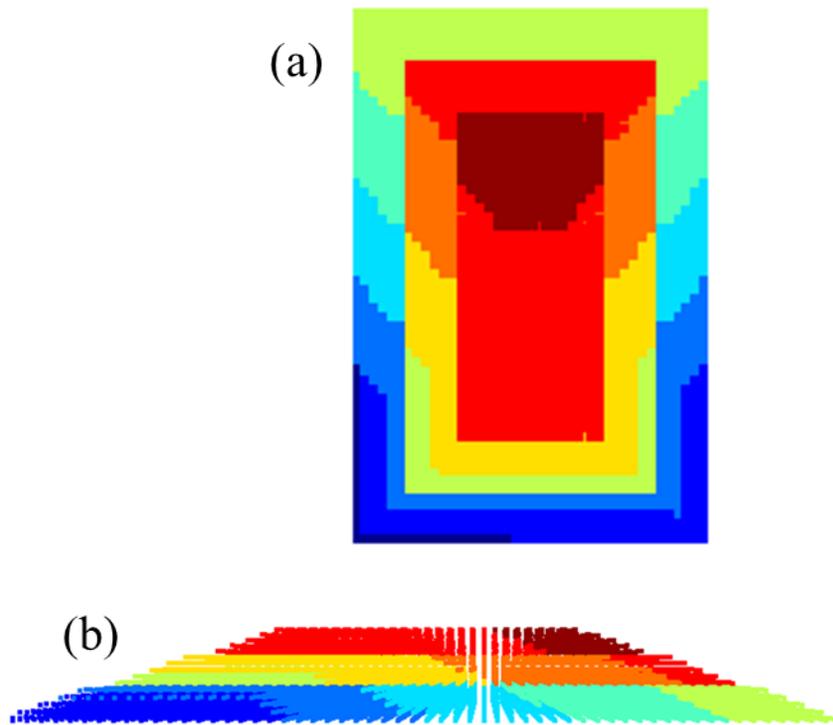


Figura 16: Simulación No Condicional de Construcción del Botadero, cien (100) realizaciones.



## 100 realizaciones del Botadero

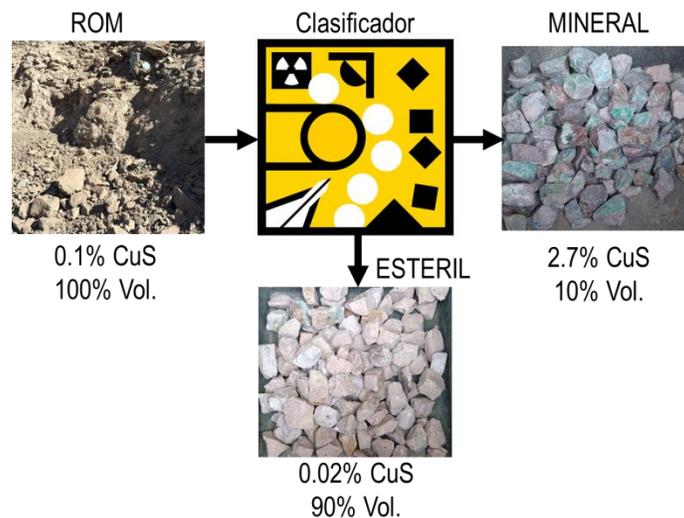
Figura 17: Secuencia única de construcción del botadero: (a) vista en planta (b) sección transversal.

De esta forma, la segunda parte de la Opcionalidad asociada a las leyes enviadas a botadero se obtiene y es relacionada a la construcción del botadero y la evaluación del material enviado.

### 5.3.3 Factibilidad del Uso de Tecnologías de Separación de Partículas

Las separaciones en minería de pequeño tamaño han sido una de las formas de mejorar los ingresos por ventas y esta actividad se realiza manualmente definiendo un proceso eficiente e improductivo. Las tecnologías de separación de partículas aplicada a minería transforman este antiguo proceso en uno eficiente y productivo hasta ahora en minería mediana, ya que los tonelajes de proceso son aún menores para los que requiere la gran minería. Esta tecnología aplicada, desde la minería pequeña hasta mediana, tiene un impacto relevante en el negocio global para estos segmentos, lo que revela la necesidad de innovar y desarrollar procesos que estén en la línea de mejorar la línea final de estos negocios y estas tecnologías; desde el punto de vista financiero, llenan ese espacio vacío en los procesos mineros.

En términos simples, estas tecnologías utilizan sensores que son capaces de capturar características físicas de los materiales como color, densidad atómica, forma, magnetismo, conductividad eléctrica y muchos más. La eficiencia es probabilística y es de aproximadamente el 95%, y su productividad varía entre en 25 a 150 ton/hora, lo cual lo sitúa en una extraordinaria opción para los segmentos de mediana a pequeña minería.



*Figura 18: Diagrama Conceptual del Proceso de Separación de Partículas, basado en sensores de color y Laser con el fin de capturar características mineralógicas en las partículas. Este proceso se realiza a diferentes tamaños de partícula que van desde ½" a 4".*

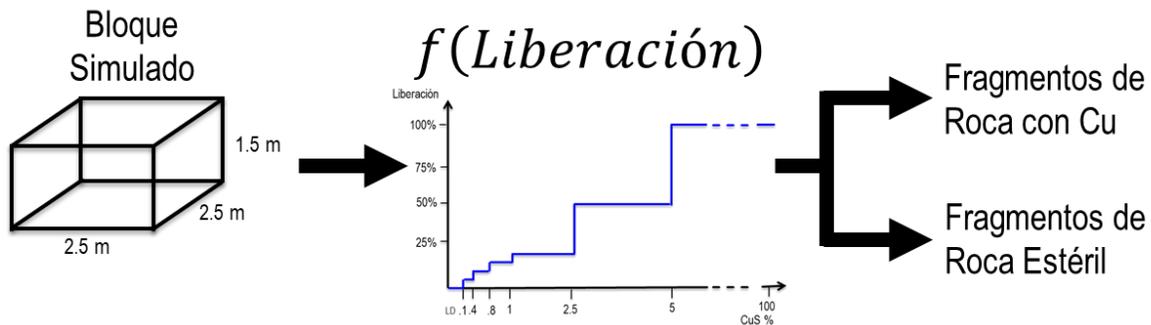


Figura 19: Para poder determinar el contenido de mineral del material particulado en el botadero, se desarrollan los cálculos en su estado pre-tronadura. La ley de entrada o cabeza es de 0.1% CuS, y la ley pre-concentrada final es sobre 2% CuS.

De esta forma, la segunda Opcionalidad asociada a la factibilidad de pre-concentración de partículas de roca, de material disponible en el botadero, es posible separar por esta tecnología.

Con los resultados de ésta prueba es posible determinar una función de liberación de partículas con cobre relacionadas con la ley de cada bloque. Ésta función se aplica a cada uno de los bloques y se obtiene las ventas de mineral en toneladas y ley considerando un intervalo de confianza del método de pre-concentración del 95%.

#### 5.3.4 Evaluación del Mineral Liberado en el Botadero

Para evaluar la cantidad de mineral liberado, se relacionan los estilos de mineralización con la ley de cada uno de los bloques que fueron enviados al botadero.

En tal sentido, es importante comentar que el proceso de evaluación se realiza utilizando bloques minables que se extrajeron desde la mina y llevados al botadero, los cuales se suponen, para su ubicación como un bloque que mantiene su volumen aun cuando la disposición real sea de manera fragmentada y mediante una curva de ajuste y correlación, se realiza la evaluación bloque a bloque.

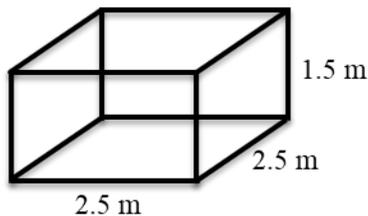
Tabla 6: Curva de ajuste entre la ley del bloque en el botadero y el porcentaje de tonelaje y ley liberados una vez aplicada la tecnología de pre-concentración.

<b>Ley de Cu (%)</b>		<b>Tipo de Material (%)</b>	
<b>min</b>	<b>max</b>	<b>Mineral</b>	<b>Estéril</b>
0.001	0.4	5	95
0.4	0.8	10	90
0.8	1	15	85
1	2.5	20	80
2.5	5	50	50
5	100	100	0

Por lo tanto, de acuerdo a esta curva de ajuste entre la ley del bloque y el resultado de la pre-concentración, se aplicará a cada bloque en el botadero en las cien (100) realizaciones para obtener el beneficio de cada realización, calcular el VAN y obtener la función de densidad acumulada para los escenarios determinísticos estocásticos, como se muestra en la Figura 20, realizando el siguiente supuesto fuerte en la valoración:

*“El mineral que será pre-concentrado mantendrá los finos que se definen en el bloque original. Los finos es la cantidad de mineralización de cobre en cada bloque, y por temas de simpleza de cálculo se asume que los finos son invariantes”*

En la práctica, existe un nivel de pérdida que es menor al 5% para mineralización de cobre.



$$\text{Volumen} = 2.5 * 2.5 * 1.5 \text{ m}^3$$

$$\text{Densidad} = 2.5 \text{ Ton/m}^3$$

$$\text{Tonelaje} = 23 \text{ Ton}$$

$$\text{Ley Cu}\% = x$$

$$\text{Fino} = \text{Ton} * \text{Ley Cu}\% / 100$$

$$\text{Ton\_Lib} = \text{Tonelaje} * \% \text{Mineral}$$

$$\text{Ley\_Lib} = 100 * \text{Fino} / \text{Ton\_Lib}$$

Figura 20: Cálculo del Tonelaje Liberado, Finos contenidos y ley liberada con el supuesto fuerte definido.

Esta información está contenida en la simulación de los cien botaderos y el cálculo del cobre pre-concentrado o cobre liberado se hace en cada uno de los bloques en cada simulación.

La función de densidad acumulada del VAN se obtiene de las cien (100) simulaciones, lo que nos permitirá calcular la  $E[\text{VAN}]$  o el VAN Estocástico. Debido a que todas las realizaciones son equiprobables, el valor esperado o esperanza del VAN es la mediana de la función de densidad acumulada del VAN.

Por otro lado, utilizando Kriging Ordinario es posible calcular el VAN esperado o determinístico y el valor del proyecto determinístico.

Así es posible verificar si se cumple la Desigualdad de Jensen para funciones convexas, como lo es la función VAN.

La valoración de cada bloque y cada simulación del botadero se realizó de acuerdo a los siguientes supuestos:

- Ingresos se calculan a Tarifa Enami de Diciembre de 2016 para minerales oxidados:
  - a. Base 2.5%Cu: USD/Ton \$59.3237
  - b. Adicional 1%Cu: USD/Ton \$33.7095
- Costos de producción:  $\text{Costos} = \text{Ton} * (\text{Costo Mina} + \text{Costo Planta} + \text{G\&A})$ 
  - a. Costo Mina: USD/Ton \$0.1
  - b. Costo Planta Selección: USD/Ton \$2.5
  - c. G&A (Gastos y Administración): USD/Ton \$5.0
- Beneficio se obtienen de los Ingresos menos los Costos
- Inversión Calculada es de aproximadamente USD \$5M
- El horizonte de evaluación está dado por el volumen total de material efectivamente procesable dividido en la capacidad de tratamiento de las máquinas seleccionadoras de partículas, éste se calculó en 10 años.
  - a. botadero tiene un total de procesando 4,100,000 Ton totales equivalentes a 410,000 Ton/año o 34,000 Ton/mes o 1,150 Ton/día
  - b. La capacidad de proceso es de 60 Ton/hora de material considerando una tasa de ocupación del equipo de selección de 20 horas/día y 28 días/mes
- Tasa de Costo de Capital de capital se determina utilizando proxis de empresas mineras de tamaño medio a pequeña las cuales se financia principalmente con la banca para sus actividades de corto plazo, de ésta manera una tasa razonable para el financiamiento de

actividades anuales es del orden de 10%, por otro lado las actividades de financiamiento de Capex es principalmente de leasing operativo que tienen un tratamiento similar y su costo actual es cercano a ésta tasa anual lo que hace que sea una aproximación razonable como costo de capital para las necesidades de operación. Si bien es cierto, el costo de capital debiera ser determinado en función de lo esperado por los accionistas al ser una empresa mono productora y se considera que tiene una única operación la definición del costo capital resulta ser razonable.

- VAN: para cada bloque se determinan el siguiente estado de resultados

Estado de Resultados:

- (+) Ventas
- (-) Costos por Ventas
- (+ ó -) Margen Operacional
- (-) Gastos Generales y Administración
- (+ ó -) Utilidad Antes de Impuesto
- (-) Depreciación/Amortización
- (+ ó -) EBITDA
- (-) Impuestos (27%)
- (+ ó -) Utilidad Neta

De ésta manera los flujos de caja se obtienen en cada bloque prorrateando inversión por el número total de bloques y se calculan en el horizonte de evaluación de 10 años con flujos anuales a un costo de capital del 10% que se aplica al sumarizar los flujos en cada período.

$$VAN = \sum_{t=1}^n \frac{FCF_t}{(1+r)^t} - Inversión$$

- Cálculo de la Esperanza de VAN: las simulaciones son equiprobables, por lo tanto, el Valor Esperado del VAN o Esperanza es la mediana de la función de Densidad Acumulada:

El cálculo del VAN para cada simulación considera 173,900 bloques en cada una de las cien (100) simulaciones, se utiliza una tasa de costo de capital de 10%, que es un proxy razonable para cualquier empresa minera de cobre:

$$E_p[VAN(p)] = USD \$12.7M$$

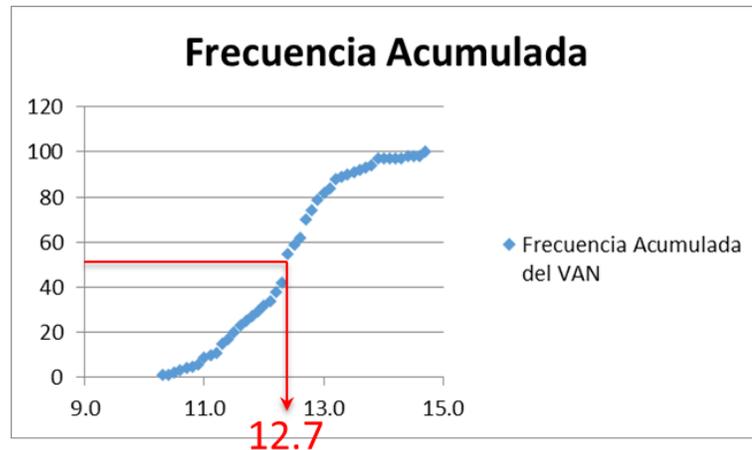


Figura 21: Función de Densidad Acumulada o Frecuencia Acumulada del VAN de las simulaciones de Botadero, en el cual se muestra el valor de la mediana, que es USD \$12.7M, debido a que las simulaciones son equiprobables.

- El VAN determinístico es el VAN Esperado  $VAN[E]$  y se determina utilizando un botadero que se construye a partir de un modelo determinístico utilizando Kriging Ordinario y se realizan los mismos cálculos descritos anteriormente en cada bloque y en el Botadero Estimado:

$$VAN[E(p)] = USD \$5M$$

- Desigualdad de Jensen indica que el VAN Determinístico es menor que la Esperanza de VAN, como se puede verificar en la Figura 10:

$$E_p[VAN(p)] = USD \$12.7M > USD \$5M = VAN[E(p)]$$

- Valor de la Flexibilidad de esta manera se puede determinar que es igual a:

$$Flexibilidad = E_p[VAN(p)] - VAN[E(p)] = USD\$12.7 - USD \$5 = USD \$7.7$$

Tasa de costo de capital 10%

## 5.4 Identificación de Opciones Reales

De acuerdo a las incertidumbres que fueron definidas, es importante verificar el impacto de estas en la identificación de las Opciones Reales pertinentes:

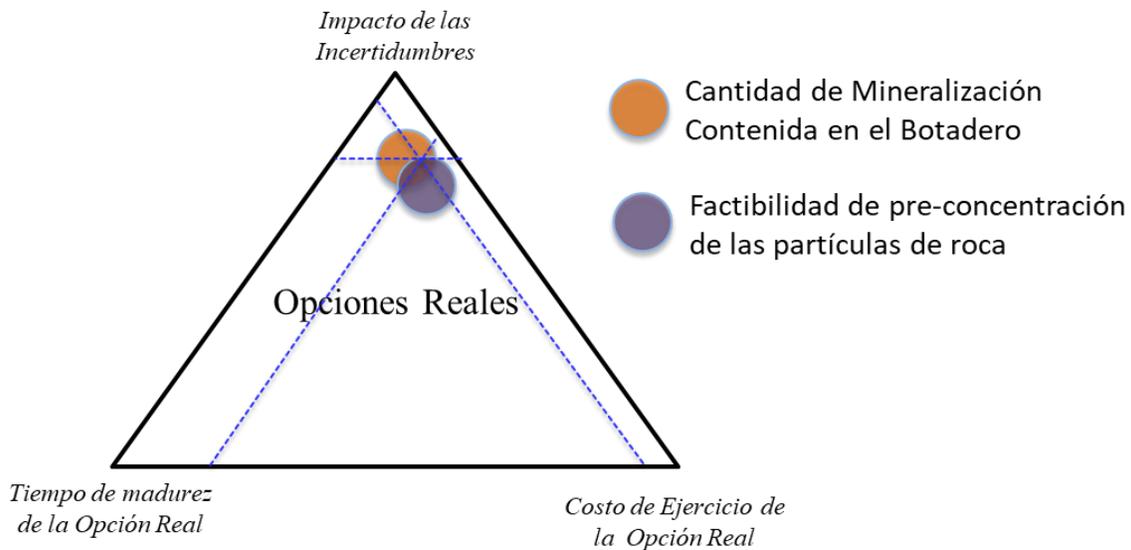


Figura 22: Impacto de las Incertidumbres para la identificación de Opciones Reales. En la figura se lee que mientras más cerca del vértice es mayor su impacto y ambas tienen un impacto real en el valor del proyecto.

De esta forma y de acuerdo a lo que muestra la Figura 22, se puede determinar que las Opciones Reales para estas incertidumbres definidas son:

- Continuar: los supuestos de optar por ésta Opción Real son que las opcionalidades tienen respuesta positiva, es decir, se puede determinar la incertidumbre del recurso y que la tecnología funciones.
- Abandonar: los supuestos de optar por ésta Opción Real son que las opcionalidades tienen respuesta negativa, es decir, NO se puede determinar la incertidumbre del recurso y que la tecnología funciones. El valor económico del proyecto es el valor de los activos como recurso geológico más el activo fijo y el costo de mantener un pasivo minero.
- Postergar: los supuestos de optar por ésta Opción Real son que las opcionalidades tienen respuesta indiferente, es decir, se puede la incertidumbre del recurso y que la tecnología funcione no entregan beneficio económico.

- Ejecutar: los supuestos de optar por ésta Opción Real son que las opcionalidades tienen respuesta positiva, es decir, se puede determinar la incertidumbre del recurso y que la tecnología funciona y entreguen beneficio económico.

### 5.5 Construcción de Árbol Estratégico

Una vez conocidas las opcionalidades de las incertidumbres relevantes de la valoración, se construye el árbol estratégico, en el cual se muestra la temporalidad del proyecto y las acciones que se deben ir tomando para encontrar el valor de las inversiones bajo incertidumbre, como se muestra en la Figura 23:

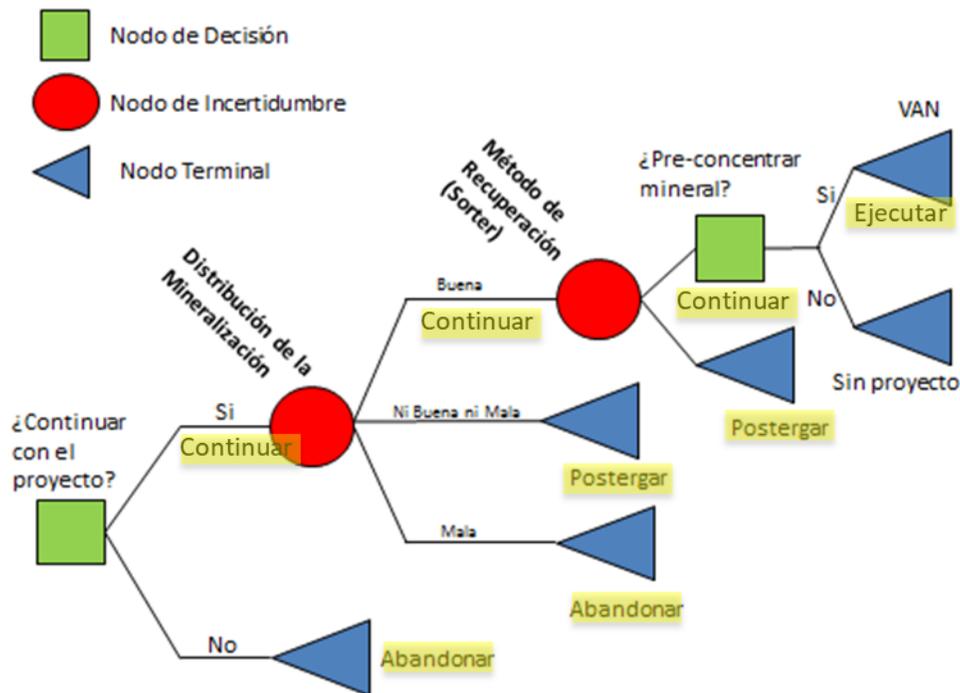


Figura 23: Árbol Estratégico para la valoración de explotación de un botadero que es pasivo minero.

### 5.6 Valoración por Opciones Reales

En la valoración por Opciones Reales se debe tener en cuenta y calcular la E[VAN] del proyecto, de tal manera de incorporar todas las incertidumbres relevantes, en este caso la

cantidad de mineralización contenida en el botadero y la factibilidad de pre-concentración de partículas de roca.

Para ello, es importante obtener las opcionalidades para cada una de ellas, quienes marcarán el desarrollo del proyecto, tanto en sentido positivo como negativo, y definirán el valor del proyecto en su conjunto y el valor de la flexibilidad de inversiones bajo incertidumbre.

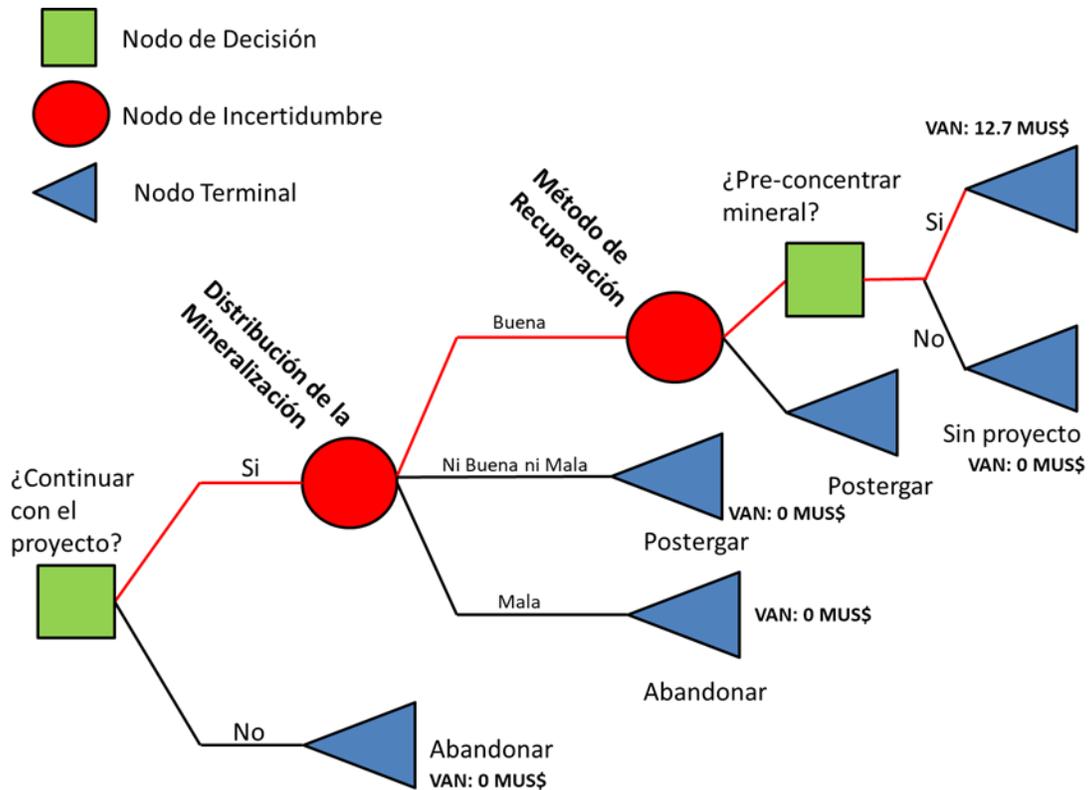


Figura 24: Árbol Estratégico y el valor del proyecto que incorpora las incertidumbres en inversión bajo incertidumbre. El Valor estocástico del proyecto es de USD \$12.7M y el Valor determinístico es USD \$5M.

Así, el Valor estocástico es de USD \$12.7M y el Valor determinístico es de USD \$5M, por lo que se comprueba la Desigualdad de Jensen, que indica que el Valor Estocástico es mayor que el Valor determinístico del proyecto y que el valor de la flexibilidad al incorporar las incertidumbres es de USD \$7.7M. El método de valoración indica que se debe realizar el proyecto puesto que la existencia de las incertidumbres y las consecuentes opcionalidades le confieren valor a un pasivo minero, transformándolo en un activo minero.



## 6 Discusión

La metodología de valoración mediante la utilización de Opciones Reales requiere entender, por una parte, las incertidumbres que crean valor al ser sometidas a una respuesta de ésta u Opcionalidad, ya que cada una de ellas cambia el valor del proyecto por su sola existencia; y por el otro, comprender los fundamentos de las metodologías de valoración que dan origen a esta técnica de valoración, sobre todo porque los métodos tradicionales tienen limitaciones en su propio ámbito, lo que llevará a valorar de manera errónea los proyectos de inversión, porque encontrar proyectos sin incertidumbre es casi un tesoro.

Desde esa perspectiva y teniendo en cuenta que la incertidumbre es casi omnipresente, es importante poder incentivar el uso de técnicas que la incorporen, ya que el hecho de no incluirlas en la valoración produce una pérdida de valor para los proyectos, pues conceptualmente no se utiliza una metodología razonablemente aplicable y, además, es deseable que en la academia se promueva el uso de este tipo de herramientas, que no es el único para valorar en presencia de incertidumbre; más, sin embargo, su facilidad de aplicación lo hace casi familiar para los nuevos practicantes de valoraciones debido a que es una extensión del método más utilizado de valoración de Flujos Descontados de Caja.

En tal sentido, el método tradicional de valoración de Flujos de Caja Descontado tiene una interesante particularidad, que es importante destacar, y sería una de las fuentes de subvaloración de proyectos de inversión de capital, ya que supone un mundo sin variabilidad de precios y costos, de acuerdo a lo que define Samuelson, P. (1937). Una vez que se tiene conocimiento de este concepto fundamental, el practicante de valoración puede entender los efectos de valorar sin incertidumbre, pues le quita el valor de la flexibilidad a los proyectos de inversión los cuales resultan ser subvalorados solo por una causa conceptual.

Por otro lado, la valoración de opciones financieras incorpora la incertidumbre del mercado financiero, lo que ha sido la base para la incorporación de cualquier otra incertidumbre tanto interna como externa.

Estos dos conceptos se unen para desarrollar la valoración por Opciones Reales en donde es incorporada las diferentes incertidumbres, las cuales se mezclan con los flujos futuros descontados a la tasa de costo de capital necesaria.

Respecto de este último concepto, el método de valoración de Opciones Reales ofrece la facilidad, dependiendo del activo subyacente, de incorporar la tasa de costo de capital o tasa de descuento simplemente desde la perspectiva endógena cuando son proyectos de inversión o exógena cuando son activos subyacentes financieros, como lo son las opciones de exploración minera.

Dadas las razones anteriores es que la enseñanza de valoración debiera incorporar un conocimiento profundo de los fundamentos de las metodologías tradicionales y que darán paso a metodologías que combinen ambos conceptos críticos incertidumbre y flexibilidad, lo cual constituye un desafío importante a tener en cuenta.

El uso de valoración de Opciones Reales en pasivos mineros resulta ser una forma interesante de entender y estudiar para poder detectar e incorporar el valor que significa invertir bajo incertidumbre.

## 7 Conclusión

La actividad minera es una industria que en la base de la información necesaria y requerida para poder valorar proyectos de inversión o de activos financieros, que están generados con un alto nivel de incertidumbre debido a que la naturaleza geológica es incertidumbre. Por este motivo, utilizar metodologías de valoración como el de Opciones Reales es una opción viable para incorporar todas las incertidumbres relevantes en un proyecto minero.

Existe abundante literatura que muestra el paso a paso para desarrollar valoraciones de inversión bajo incertidumbre. Sin embargo, es necesario poder entender desde el punto de vista del valor de un proyecto cuales son aquellas incertidumbres que son relevantes y hacen un cambio radical en el valor de materiales geológicos que no han sido minados, o aquellos que fueron minados y fueron dejados como pasivos mineros que, en general, tienen un costo de mantenimiento que es definido en las diferentes regulaciones mineras y medioambientales.

De esta manera, aplicar la metodología de valoración por Opciones Reales en pasivos mineros permite determinar las incertidumbres relevantes para un pasivo, que en la motivación de esta tesis ha sido valorar un pasivo minero conocido como botadero, el cual se construye a partir de la explotación de un cuerpo mineralizado que ha sido evaluado geológica e ingenierilmente y que acumula todos los materiales menores a las leyes de corte planificadas y operativas. En tal sentido, un botadero es una acumulación de material quebrado que tiene dos incertidumbres relevantes:

- La cantidad de mineralización contenida en el botadero. Para ello se debe conocer que las concentraciones de mineral en un determinado volumen, por el hecho de no estar sobre la ley de corte operativa de una mina en producción sin procesos de pre-concentración, no significa que no existe mineralización sino que existe, pero a las dimensiones de una SMU hacen que no genere utilidades en un proceso tradicional de minado. Además, el hecho de haber sido fragmentado el bloque de roca produce una liberación de las acumulaciones de mineral aún existentes de las partículas estériles, que mediante el uso de tecnología de pre-concentración se logra transformar un pasivo minero en activo minero.
- La cantidad de mineral liberado se debe comprobar con pruebas a nivel de factibilidad y piloto, que permitirán tener una mayor precisión respecto de los minerales recuperados.

Para el caso de estudio fue posible obtener una respuesta razonable para ambas incertidumbres. De esta manera, fue posible conocer la distribución de la mineralización en el botadero y su contenido

y, consecuentemente, a través de la realización de pruebas de piloto se pudo obtener una alta propensión al ser separados por tecnologías diseñadas y apropiadas para estos fines.

El valor determinístico del proyecto fue estimado en USD \$5M, utilizando técnicas geoestadísticas tradicionales determinísticas como Kriging Ordinario y el secuenciamiento de un botadero a partir de un modelo estimado.

El valor estocástico del proyecto fue simulado y valorado en USD \$12.7M, utilizando técnicas geoestadísticas estocásticas como Simulaciones Gaussianas Condicionales y simulaciones de secuenciamiento de botadero a partir de un modelo simulado de cien (100) realizaciones.

La Desigualdad de Jensen se prueba mostrando que la incorporación de las incertidumbres agrega valor al proyecto, ya que se contemplan todas las posibilidades de VAN, generando una función de densidad acumulada en donde el valor del proyecto se sitúa en la mediana debido a que todas las simulaciones son equiprobables.

El valor de la flexibilidad fue determinado y es de USD \$7.7M, producto de la incorporación de las incertidumbres relevantes que afectan el proyecto.

Así, la valoración por Opciones Reales de un pasivo demuestra el valor que aún contiene los residuos o pasivos mineros, y al ser comprobadas las opcionalidades se transforman en activos mineros con retornos de muy alto interés para cualquier empresa minera.

## **Bibliografía**

Añazco, T., 2016. Valoración de Pasivos Mineros Utilizando Tecnologías de Preconcentración con Opciones Reales. Memoria para Optar al título de Ingeniero Civil de Minas. UNAB, Facultad de Ingeniería. Departamento de Ingeniería Civil de Minas. Santiago, Chile.

Auger, F., & Guzmán, J. I., 2010. How rational are investment decisions in the copper industry?. *Resources Policy* 3, 292–300.

Baker, H. K., Dutta, Sh. & Saadi, S., 2011. Management Views on Real Options in Capital Budgeting. *Journal of Applied Finance*. Volume 1, 1-11.

Brennan, M. & Schwartz, E. (1985). Evaluating Natural Resource Investments. *The Journal of Business*. Volume 58, Issue 2, 135-157.

Chilès, JP. & Delfiner, P., 2009. *Geostatistics: Modeling Spatial Uncertainty*. John Wiley & Sons. New York

De Nápoli, P., Notas del Curso de Probabilidad y Estadística para matemáticos, Universidad de Buenos Aires (en construcción – versión 0.7), 2016.

Deutsch, C. V., & Journel, A. G., 1997, *GSLIB: Geostatistical Software Library and User's Guide for Natural Resources Evaluation*. Oxford University Press, New York.

Guzmán, J. I., 2011. Inversión Bajo Incertidumbre. Edición Especial. *Revista Minería Chilena*. Santiago, Chile.

Guzmán, J. I., 2012. Opciones Reales para la Evaluación de Proyectos Mineros. *GEM*. Santiago, Chile.

Hull, J. C. 2012. *Options, Futures and Other Derivatives*. 8<sup>th</sup> Edition. 824 pages. Prentice Hall.

Inthanongsone, I., Carsten, D., Jan, B., Phongpat, S., 2016., Real options decision framework: Strategic operating policies for open pit mine planning. *Resources Policy* 47. 142–153.

Isaaks, E. & Srivastava, R. M., 1989. *An Introduction to Applied Geostatistics*. Oxford University Press. New York.

Journel, A. G. & Huijbregts, Ch. J., 2003. *Mining Geostatistics*. The Blackburn Press. New York.

Jyrki, S. 2016. Real options in metal mining project valuation: Review of literatura. *Resources Policy* 50. 49–65.

Rossi, M. & Deutsch, C. V., 2014. *Mineral Resource Estimation*. Springer. New York.

Samuelson, P. A., 1937. A Note of Measurement Utility. *Review of Economic Studies*. Volume 4, Issue 2, 155–161.