



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

ANÁLISIS Y APLICACIÓN DEL MÉTODO DE EVALUACIÓN ECONÓMICA DE
PROYECTOS POR OPCIONES REALES

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGISTER EN
GESTIÓN Y DIRECCIÓN DE EMPRESAS

JOSÉ LUIS CASTRO BRAHM

PROFESOR GUÍA:
IVÁN BRAGA CALDERÓN

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
JUAN IGNACIO GUZMÁN BARROS
JACQUES CLERC PARADA

SANTIAGO DE CHILE
2019

RESUMEN DE LA TESIS PARA OPTAR AL TÍTULO DE:
MAGISTER EN GESTIÓN Y DIRECCIÓN DE EMPRESAS
POR: JOSÉ LUIS CASTRO BRAHM
FECHA: JUNIO 2019
PROFESOR GUÍA: IVÁN BRAGA CALDERÓN

ANÁLISIS Y APLICACIÓN DEL MÉTODO DE EVALUACIÓN ECONÓMICA DE PROYECTOS POR OPCIONES REALES

La evaluación económica de proyectos consiste en identificar y cuantificar el verdadero aporte de valor del proyecto para la firma con el objetivo de facilitar la toma de decisión de inversión por medio de la entrega de información correctamente analizada. Para realizar estas evaluaciones, la mayoría de los ejecutivos de la industria minera utilizan distintos métodos o índices de evaluación de flujos de caja descontados, como el valor actual neto, tasa interna de retorno, periodo de recuperación de la inversión, entre otros. Sin embargo, la principal problemática de estas metodologías de evaluación tradicional es que los supuestos de los flujos de caja se establecen de manera determinística, asumiendo que las decisiones de inversión ocurren en un ambiente de certidumbre. Además, se tiende a asumir que los costos incurridos de la inversión pueden ser recuperados si las condiciones de mercado resultan peores a las esperadas o también se asume que si la firma no realiza la inversión hoy, la oportunidad no estará disponible en el futuro. Estos supuestos no representan necesariamente la realidad del entorno donde actualmente se desarrollan las inversiones de la industria minera.

Como respuesta a este desafío de la industria, la presente tesis propone una metodología de evaluación económica de proyectos por opciones reales. Ésta se focaliza principalmente en inversiones que son de montos relevantes, irreversibles, con gran variabilidad en sus supuestos y con un largo ciclo de inversión, pero que a su vez son opciones o derechos que tienen las firmas de ejecutar o no, según su aporte de valor y de cómo se despejen las incertidumbres en el futuro.

La propuesta se sustenta en un análisis metodológico de esta herramienta y luego en su aplicación en un caso de negocio real de una firma de la industria minera del cobre. Primero, se identifican y cuantifican las incertidumbres según su relevancia, que para este caso de estudio es el precio del cobre. Posteriormente, se identifican las opciones que posee la firma como una respuesta flexible ante la variabilidad de esta incertidumbre. Por último, se diseña un árbol estratégico de decisión que grafica distintas alternativas propuestas al determinar probabilísticamente el precio del cobre que permite tomar la decisión de invertir, maximizando el valor esperado del VAN. Además de lo anterior, el estudio permite concluir que la evaluación económica de proyectos por opciones reales constituye en sí mismo un proceso, el cual puede ser estandarizado para un análisis sistemático en cualquier empresa minera, sugiriendo ser altamente recomendable para proyectos relevantes que generan un cambio en las reservas de la mina o expansiones de las faenas que estén en operación, otorgando un plan de inversión robusto y flexible.

A mi esposa Ingrid, a mis hijos Diego, Vicente y a mi pequeña Emilia, a quienes me debo y me motivan cuando las fuerzas flaquean.... espero retribuir pronto las varias horas de dedicación y cariño que les adeudo.

A mi madre Fabiana, a mis abuelos Jorge (†) y Luisa por su cariño y compañía imperecedera, por ser ellos mi fuente de inspiración de abnegación y templanza para dar siempre lo mejor de uno.

Siempre me he sentido bendecido por Dios por la maravillosa familia que tengo...

Agradecimientos

Quiero agradecer muy especialmente al profesor Juan Ignacio Guzmán, quien de forma desinteresada dedicó muchas horas de su tiempo para acompañarme en la elaboración de esta tesis. Espero sinceramente haber cumplido con sus expectativas como su alumno en este trabajo.

Agradezco también a los señores Héctor Flores, Felipe Bernal, Oscar Rozas y René Reyes, todos ejecutivos de la Industria Minera, quienes me aportaron datos muy valiosos para el análisis de los casos de negocios que se exponen. Humildemente espero aportarles con esta tesis una nueva perspectiva sobre la evaluación del nuevo proyecto.

A los todos los profesores y profesionales administrativos del programa MBA quienes me otorgaron la oportunidad de aprender y renovar conocimientos para mi desempeño profesional en una industria minera continuamente desafiada.

Finalmente, a mis compañeros de curso, quienes enriquecieron mi experiencia en el programa además de cultivar nuevas amistades, permitiéndome recordar muy felices épocas de estudiante.

Tabla de Contenido

1. INTRODUCCIÓN	1
2. PROPUESTA DEL TRABAJO	3
2.1. ALCANCE	3
2.2. OBJETIVOS	3
2.2.1. <i>Objetivo General</i>	3
2.2.2. <i>Objetivos específicos</i>	3
2.3. METODOLOGÍA	4
3. MARCO TEÓRICO	5
3.1. METODOLOGÍAS TRADICIONALES DE EVALUACIÓN DE PROYECTOS	5
3.1.1. <i>Valor Actual Neto (VAN o VPN)</i>	5
3.1.2. <i>Tasa Interna de Retorno (TIR)</i>	8
3.1.3. <i>Periodo de Recuperación (PRI) o “Payback” Descontado</i>	9
3.1.4. <i>Limitaciones de la Metodología de Evaluación Tradicional de Proyectos</i>	10
3.2. METODOLOGÍA DE EVALUACIÓN POR OPCIONES REALES	11
3.2.1. <i>Propuesta de Evaluación de Proyectos Mineros Bajo Incertidumbre por Opciones Reales</i>	12
4. EVALUACIÓN POR OPCIONES REALES APLICADO A UN PROYECTO MINERO	20
4.1. DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO Y SU APORTE AL PLAN ESTRATÉGICO DE LA COMPAÑÍA MINERA	20
4.2. CASOS DE NEGOCIOS EVALUADOS DEL PROYECTO P.S. EN SU ETAPA DE ESTUDIO DE PERFIL	22
4.3. RESULTADOS PRELIMINARES DE LA EVALUACIÓN ECONÓMICA DE LOS CASOS DE NEGOCIO DEL PROYECTO P.S.	25
4.4. IDENTIFICACIÓN DE LAS INCERTIDUMBRES DEL PROYECTO P.S.:	26
4.5. CUANTIFICACIÓN DE LAS INCERTIDUMBRES:	29
4.6. IDENTIFICACIÓN DE LAS OPCIONES REALES DEL PROYECTO	32
4.7. CONSTRUCCIÓN DEL ÁRBOL ESTRATÉGICO DE DECISIÓN	333
4.8. VALORACIÓN DE LAS OPCIONES REALES DEL PROYECTO	34
4.8.1. <i>Determinación del Valor en riesgo y la Robustez de las Opciones de Crecimiento</i>	36
4.8.2. <i>Determinación del Precio del Cobre para las Decisiones de Inversión</i>	37
5. CONCLUSIÓN	44
6. BIBLIOGRAFÍA	46
7. ANEXOS	47
ANEXO A: CASOS DE NEGOCIOS PROYECTO P.S.	47
CASO N°1: <i>Lixiviación de óxidos / mixtos de alta ley de P.S. en pila dinámica de OXE</i>	47
CASO N° 2: <i>Caso N° 1 + los sulfuros lixiviables de alta ley de P.S. en pila dinámica de OXE</i>	47
CASO N°3: <i>Caso N° 1 + lixiviación de minerales óxidos / mixtos de baja ley de P.S. en pila ROM</i>	48
CASO N° 4: <i>Caso N° 3 + sulfuros lixiviables de alta ley de P.S. procesados en pila dinámica de OXE y sulfuros lixiviables de baja ley procesados en la pila ROM en P.S.</i>	49
ANEXO B.	51
<i>Serie de Precios Anuales Bolsa Metales de Londres</i>	51
ANEXO C	52
<i>Proceso Estocástico Auto Regresivo a la Medio (AR-1)</i>	52
ANEXO D	54
<i>Gráficas de Distribución de Probabilidades de Casos de Negocio con Simulaciones Montecarlo (Software Crystal Ball)</i>	54

Índice de Tablas

Tabla 3.1. Técnicas de Evaluación de Proyectos más Usadas en la Industria Minera.....	6
Tabla 3.2. Fuentes de Riesgos Externas o Exógenas.....	13
Tabla 3.3. Fuentes de Riesgos Internas o Endógenas	14
Tabla 4.1. Evaluación Económica Casos de Negocio Proyecto PS con Métodos Tradicionales.	25
Tabla 4.2. Proyección Balance Mercado del Cobre 2018-2020	28
Tabla 4.3. Detalle de Inversiones Diferidas.....	33
Tabla 7.1. Serie de Precios Anuales Bolsa Metales de Londres. (USD centavos Reales 2012).	51
Tabla 7.2. Proceso Estocástico Auto Regresivo a la Medio (AR-1).....	52
Tabla 7.3. Anexo D. Comparación VAN Determinístico y VAN Estocástico (Valores en KUS\$).....	58

Índice de Ilustraciones

Ilustración 3.1. Encuesta a CFO's sobre Técnicas de Evaluación de Proyectos más Usadas	6
Ilustración 3.2. Ejemplo de Árbol Estratégico de Decisión.	18
Ilustración 3.3. Proceso Evaluación por Opciones.	19
Ilustración 4.1. Aporte de Recursos Adicionales del PEC al CDB en Mt.	20
Ilustración 4.2. Aporte de Recursos del Proyecto P.S. al PEC en Mt.	21
Ilustración 4.3. Diseño de Fases Proyecto P.S.	21
Ilustración 4.4. Disposición de Minerales del Proyecto P.S.	22
Ilustración 4.5. Tonelaje de Mineral Anual Procesado Caso N°1	23
Ilustración 4.6. Tonelaje de Mineral Anual Procesado Caso N° 2.	23
Ilustración 4.7. Tonelaje de Mineral Anual Procesado Caso N° 3.	24
Ilustración 4.8. Tonelaje de Mineral Anual Procesado Caso N° 4.	24
Ilustración 4.9. Producción de Cu proyecto integrado al caso base.	25
Ilustración 4.10. Metodología de Gestión de Riesgos de la Compañía Minera.	26
Ilustración 4.11. Evolución del Precio del Cobre (US\$ por Libra).	28
Ilustración 4.12. Gráfico Tornado VAN Incremental (Metodología Tradicional).	29
Ilustración 4.13. Ejemplo Movimiento Geométrico Browniano	30
Ilustración 4.14. Precio del Cobre Real (dólares 2012) BML años 1935-2017.	30
Ilustración 4.15. Correlación de Precios de Cu.	31
Ilustración 4.16. Árbol Estratégico de Decisión Proyecto P.S.	34
Ilustración 4.17. Probabilidad de obtener VAN >0.	35
Ilustración 4.18. Comparación VAN determinístico v/s σ (VAN).	35
Ilustración 4.19. Ejemplo de Determinación del VaR.	36
Ilustración 4.20. Medición de Robustez para las Opciones de Crecimiento.	37
Ilustración 4.21. Precio Gatillo del Cu para Inversión en año 2032	38
Ilustración 4.22. Precio Gatillo del Cu para Inversión año 2029.	38
Ilustración 4.23. Precio Gatillo del Cu para Inversión año 2023.	39
Ilustración 4.24. Precio del Cobre Gatillo para Opción de Crecimiento en el año 2036	40
Ilustración 4.25. Precio del Cobre Gatillo para Opción de Crecimiento en el año 2029.	41
Ilustración 4.26. Precio Gatillo para Invertir en Ampliar Pila Dinámica.	41
Ilustración 4.27. Precio Gatillo para Invertir Pila ROM.	42
Ilustración 4.28. Precios del Cobre que Gatillan las Decisiones de Inversión	43
Ilustración 7.1. Anexo A: Diagrama de Bloque Caso de Negocio N°1.	47
Ilustración 7.2. Anexo A: Diagrama de Bloque Caso de Negocio N°2.	48
Ilustración 7.3. Anexo A: Diagrama de Bloque Caso de Negocio N°3.	48
Ilustración 7.4. Anexo A: Diagrama de Bloque Caso de Negocio N°4.	49
Ilustración 7.5. Anexo A: Producción de Cu proyecto Integrado PS-OXE.	50
Ilustración 7.6. Anexo C. Auto Regresión P(t) y P(t-1) del precio del Cobre.	53

1. Introducción

En la mayoría de las firmas de la industria minera las evaluaciones económicas de los proyectos se realizan habitualmente de manera tradicional, es decir, se aplica el método de Flujo de Caja Descontado (FCD) obteniendo estimaciones de valorización a través de indicadores como el valor actual neto (VAN), tasa interna de retorno (TIR), “*pay back period*”, entre otros métodos, que sirven como apoyo para tomar las decisiones de inversión. Sin embargo, el método FCD y las restantes metodologías de evaluaciones de proyectos tradicionales asumen un enfoque determinístico basado en un único grupo de variables de entrada, suponen una trayectoria fija de los resultados del proyecto, no toman en cuenta los riesgos subyacentes, no consideran el valor de la robustez ni el valor de la flexibilidad que otorga el tomar distintas decisiones que permiten a la administración capturar oportunidades que aumenten el valor de un proyecto o evitar malas decisiones de inversión, al asumir que los supuestos que se establecen en el momento de la evaluación del negocio (hoy) sucederán en el futuro, lo cual escapa a la realidad.

En el caso de la industria minera, el cual se desenvuelve en un ambiente de mercado mundial interconectado, dinámico y complejo, donde la incertidumbre de distintas variables es cada vez mayor, entre ellas el precio del cobre, sin duda afectan el retorno futuro estimado de inversiones que son irreversibles, por lo tanto, el identificar, cuantificar y evaluar estas incertidumbres y flexibilidades en los proyectos se ha vuelto esencial a la hora de tomar ventajas de las oportunidades favorables. Se entiende como flexibilidad a la capacidad que tiene la administración de modificar las decisiones estratégicas evaluadas cuantitativamente, tales como cuándo es oportuno invertir, diferir, expandir, contraer o abandonar un proyecto. Esta toma de decisión se realiza cuando la incertidumbre se resuelve con el paso del tiempo, lo que permite corregir el curso del proyecto durante su ciclo de vida, tomando una mejor decisión para cada caso de negocio. Es aquí donde las metodologías de evaluación de proyecto tradicional como el FCD dejan de ser fuertes por sí mismas, debido a que no analizan esta flexibilidad, pudiendo subvalorar ciertos proyectos y estrategias de ejecución que sí podrían aportar valor. Así, la metodología de evaluación de proyectos por medio de las opciones reales se presenta como un complemento, similar a tener un mapa de ruta con alternativas u opciones flexibles que robustece los planes de inversión, llamado árbol estratégico de decisión.

Por lo tanto, para los proyectos de inversiones de activos físicos o de capital como los de la industria minera, el aspecto más importante no es solo el momento óptimo de inversión, sino la capacidad o visión estratégica que posean los administradores para materializar las oportunidades previamente evaluadas y reducir los riesgos del proyecto de manera eficiente.

Se puede afirmar que el precio del cobre es una de las principales variables externas que afecta a todos los proyectos mineros por igual, pero también cada proyecto minero tiene sus propias características, variabilidad y riesgos internos técnicos y operativos. La diferencia de éxito entre uno y otro caso de negocio está en cómo se administran y gestionan estas variables de riesgos generando una cartera de proyectos flexible con una visión estratégica de cuándo es o no es oportuno invertir, cómo realizar esta inversión en el tiempo y en qué condiciones sería conveniente abandonar el negocio.

Esta necesidad de abordar la flexibilidad y el riesgo específico de los flujos de caja en los proyectos se da en un contexto en que la industria minera, luego de una baja sostenida de precios, recién en el segundo semestre del año 2016 los precios del cobre han comenzado a recuperarse desde un promedio anual de 2,20 US\$/Lb a 2,96 US\$/Lb el 2018. A pesar de este mejor escenario, existe un consenso en la industria minera de mantener los planes de contención de costos, además de la disciplina y mesura en la ejecución de los proyectos de inversión debido a la variabilidad que ha mostrado el precio del cobre durante el año 2018 y este primer semestre del 2019, marcado por una guerra comercial entre Estados Unidos y China, lo que hace necesario contar con herramientas de análisis que logren capturar de la mejor forma el aporte de valor de los proyectos, considerando las características propias y flexibilidad que cuenta cada compañía para enfrentar las incertidumbres.

Capítulo 2

2. Propuesta del Trabajo

2.1. Alcance

En la presente tesis se analiza la metodología de evaluación de proyectos definida como tradicional y por opciones reales, evaluando la aplicabilidad de este último método en un proyecto minero real. Este proyecto minero será definido como caso de estudio y se busca, en lo posible, aumentar su robustez y flexibilidad que esta metodología otorga a la administración por medio de la toma de decisiones de inversión a lo largo del proyecto.

En la primera parte de la tesis, se realiza un estudio y recopilación de información que ofrece la bibliografía y publicaciones relacionadas con la teoría de evaluación de proyectos tradicional y por opciones reales, a fin de establecer un marco teórico y comparar la problemática de estas valoraciones dentro de un ambiente de alta incertidumbre y flexibilidad, dejando de manifiesto sus falencias y limitaciones al aplicarse por sí solas.

En la segunda parte, se analizan los distintos casos de negocios del proyecto a evaluar desde la perspectiva de la evaluación de tradicional de proyectos con la información disponible de su estudio de perfil, estableciéndose como datos de entrada para el análisis.

Posteriormente se identifica y se cuantifica la principal fuente de incertidumbre de este proyecto, se identifican flexibilidades u opciones, se elabora de un árbol estratégico de decisión y finalmente se realiza una valoración económica de las flexibilidades u opciones reales, esperando que se traduzca en un aumento de valor al proyecto como complemento de la evaluación tradicional, permitiendo una mejor calidad de información para la toma de decisión de la administración de invertir o no en los distintos casos de negocio.

Al finalizar la tesis se elaboran las conclusiones producto de la investigación realizada a las metodologías de evaluación económica de proyectos con la metodología tradicional y por opciones reales.

2.2. Objetivos

2.2.1. Objetivo General

Realizar un estudio de la metodología evaluación de proyectos por opciones reales y analizar su aplicabilidad en un proyecto o caso de estudio real el cual permita a la administración tomar una mejor decisión de inversión bajo escenarios de incertidumbre.

2.2.2. Objetivos específicos

1. Desarrollar un mayor entendimiento de la metodología de evaluación de proyectos por opciones reales y detectar oportunidades de creación de valor en el caso de estudio al incorporar la flexibilidad suficiente que permita elaborar un plan de inversión robusto, mejorando la calidad de información para los tomadores de decisión.
2. En el caso de estudio, determinar los valores actuales netos esperados de las opciones de inversión, la probabilidad de lograr un aumento de valor, el valor que está en riesgo y los precios del cobre que tornan atractiva la toma de decisión de invertir ante las distintas opciones de crecimiento.

2.3. Metodología

En primer lugar, se realiza un estudio de la literatura y publicaciones existentes para establecer un marco teórico de la metodología de evaluación tradicional de proyectos y por opciones reales, a fin de comprenderlas y comparar las ventajas o limitaciones teóricas de ambas técnicas.

En base al análisis y estudio bibliográfico señalado en el punto anterior, se aplica la metodología de evaluación de proyectos por opciones reales a un caso de estudio real, identificando la incertidumbre que incide en mayor grado sobre el VAN del proyecto minero.

Luego, la principal incertidumbre identificada se cuantifica por modelos probabilísticos o estocásticos con el fin de medir el impacto que ésta tiene en la agregación de valor al proyecto.

Posteriormente se identifican las flexibilidades u opciones que ofrece el proyecto que permitan dar respuesta a la incertidumbre de la evaluación, tal como continuar con otras fases de explotación en caso de un escenario favorable o, en su defecto, abandonar la inversión para acotar las potenciales pérdidas, minimizando el riesgo de la inversión.

Con la información obtenida se construye un árbol de decisión estratégico que facilite la toma de decisión de la administración ante los distintos escenarios inciertos, agregando robustez y flexibilidad al plan del caso de estudio evaluando económicamente las opciones que aporten valor.

Para desarrollar simulaciones probabilísticas de Monte Carlo en las evaluaciones económicas de las opciones se utiliza el *software Oracle Crystal Ball*.

Capítulo 3

3. Marco Teórico

Para facilitar la comprensión de la metodología de evaluación de proyectos por opciones reales y su aplicación en el proyecto minero, es necesario referenciar, desde la bibliografía existente, un marco teórico donde se establecen una serie de teorías y aplicaciones. Lo anterior también permite comparar las ventajas y defectos de cada metodología y, lo más relevante, cómo se pueden complementar para la mejor toma de decisión de la inversión bajo incertidumbre con una mirada estratégica del negocio.

Es necesario definir que una inversión es el compromiso de fondos en un activo físico (o financiero) con la expectativa de recibir retornos en un futuro a un nivel de riesgo determinado. Para que se justifique esta inversión, es decir, que ésta sea rentable, los retornos futuros descontados de la inversión a la tasa de rendimiento ofrecida por otras inversiones de riesgo equivalente (tasa de descuento o costo de oportunidad del capital) deben ser superiores a la inversión inicial.

3.1. Metodologías tradicionales de evaluación de proyectos.

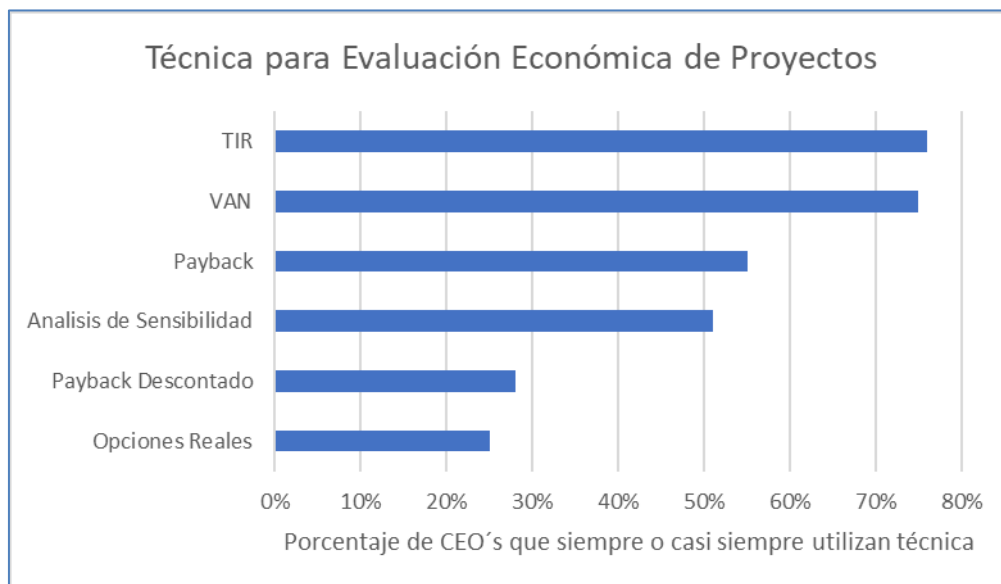
3.1.1. Valor Actual Neto (VAN o VPN).

Smith (2002) sostiene que los métodos preferidos para prácticamente todos los textos modernos de evaluación de inversión son aquellos que incorporan proyecciones anuales de flujo de efectivo y que reconocen el valor del tiempo del dinero, como el valor actual neto (VAN) y la tasa interna de rendimiento (TIR) a diferencia de aquellos que emplean costos simples de ingresos o períodos de recuperación (*“Pay Back Period”*).

A modo de ilustración, Graham y Harvey (1999) publican una encuesta realizada a 392 CFO's (*“Chief Financial Officer’s”*) de varias compañías norteamericanas y canadienses, la cual arrojó, dentro de otros resultados, que la tasa interna de rendimiento y el valor actual neto son las técnicas de evaluación de proyectos más utilizadas, con un 76% y un 75% respectivamente.

Para el caso de la industria minera, Bhappu y Guzmán (1995), realizaron una encuesta a 20 compañías de Norteamérica, Canadá, México, Australia y Gran Bretaña con los siguientes resultados:

Ilustración 3.1. Encuesta a CFO's sobre Técnicas de Evaluación de Proyectos más Usadas.



Fuente: Elaboración propia en base a Graham J.R. y Harvey C.R. (diciembre, 1999) The Theory and Practice of Finance: Evidence from the Field. Journal of Financial Economics, 60 (2001), 183-243,

Tabla 3.1. Técnicas de Evaluación de Proyectos más Usadas en la Industria Minera.

Prioridad	VAN	TIR	Payback-Period	Otros Métodos
Primera	8	11	3	3
Segunda	5	3	6	0
Tercera	0	1	2	0

Fuente: Elaboración propia en base estudio Bhappu, y Guzmán, (1995) Mineral Investment Decision Making, A Study of Mining Company Practices. Engineering and Mining Journal.

En general, el método de flujo de caja descontado con el valor actual neto y la tasa interna de retorno son las técnicas de evaluación de proyecto más utilizado para la toma de decisión de inversión de las compañías mineras. En la mayoría de los casos, este método evalúa los proyectos descontando los flujos de caja por el riesgo, el tiempo y el costo de capital. Cuanto mayor sea el riesgo del proyecto, mayor será el costo de oportunidad del capital utilizado.

En la cátedra Contreras E. (2017).¹ define al valor actual neto (VAN) como el aporte neto de un proyecto a la riqueza de la firma, es decir, es el excedente que queda para los inversionistas después de haber recuperado la inversión y al costo de oportunidad del capital como la tasa esperada de rentabilidad demandada por los inversionistas en activos sujetos al mismo riesgo.

Expresándolo matemáticamente, el valor actual neto es la resta del valor de la inversión incurrida en t_0 del valor de todos los flujos de caja netos esperados, los cuales son descontados a razón de $\frac{1}{(1+r)^t}$, donde r es la tasa de descuento:

¹ Cátedra de Eduardo Contreras, Gestión Financiera. Universidad de Chile, Santiago.

$$VAN = \frac{FC_1}{(1+r)} + \frac{FC_2}{(1+r)^2} + \frac{FC_3}{(1+r)^3} + \dots + \frac{FC_n}{(1+r)^n}$$

$$VAN = -I_0 + \sum_{t=1}^{t=n} \frac{FC_t}{(1+r)^t} \quad [\text{Ecuación N}^\circ 1]$$

Donde:

- I_0 : Costo de la Inversión en t_0 .
- FC_t : Flujo de Caja Estimado.
- r : Tasa de Interés, Tasa de Descuento o Costo de Capital.
- t : número de periodos de tiempo.

Braley, y Myers (2015) señalan que la tasa de descuento “ r ” se aplica a todos los flujos de caja futuros para considerar todas las fuentes de riesgos técnicos, económicos y costos de oportunidad. Normalmente se calcula como el costo de capital promedio ponderado de la firma, es decir, como la tasa de rendimiento promedio que requieren los inversionistas de las deudas y del capital contable de la misma.

Otras firmas recurren al modelo de evaluación de activos de capital (“Capital Asset Pricing Model”: CAPM), el cual establece que la tasa de rendimiento esperada es igual a la tasa de interés libre de riesgo más una prima de riesgo que depende de beta y de la prima de riesgo del mercado. Si la empresa no tiene deuda (o es muy baja) su costo de capital es justamente la tasa de rendimiento esperada sobre sus acciones.

$$E(r_i) = r_f + \beta_i [E(r_m) - r_f] \quad [\text{Ecuación N}^\circ 2]$$

Donde:

- $E(r_i)$: Rentabilidad esperada del activo i.
- r_f : Rentabilidad del activo libre de riesgo.
- β_i : Coeficiente de riesgo sistemático del activo i.
- $\beta_i [E(r_m) - r_f]$: Premio por riesgo del activo i.
- $E(r_m) - r_f$: Premio por riesgo del mercado.

Braley y Myers, (2015) indican que, si la empresa tiene patrimonio y deuda, la tasa de interés R_{WACC} se determina como el costo ponderado del costo de la deuda y del capital:

$$R_{WACC} = \frac{D}{V} (1 - Tc) r_d + \left(\frac{E}{V} \right) r_e \quad [\text{Ecuación N}^\circ 3]$$

Donde:

- D : deuda de la empresa con intereses.
- E : valor de mercado del patrimonio.
- Tc : Tasa de descuento corporativa.
- r_d : Rendimiento antes de impuesto sobre la deuda de la empresa.
- r_e : Retorno esperado sobre el capital que determine el modelo CAPM.

Finalmente, los criterios de decisión del VAN son:

- VAN > 0; Conviene realizar el proyecto.
- VAN = 0; indiferente.
- VAN < 0; No conviene realizar el proyecto.

En caso de tener dos proyectos con VAN > 0, se debe elegir el de mayor VAN.

Se concluye entonces que las principales ventajas de evaluar proyectos de inversión con el método valor actual neto son:

- Una matemática fácil de calcular.
- Incorpora el valor del dinero en el tiempo.
- Incluye un descuento por costo de capital y entrega información para una buena toma de decisión de inversión.

Sus principales desventajas:

- En el flujo de caja se define un grupo de variables definidas con un enfoque determinístico, asumiendo que éstas no varían en el tiempo.
- Para incorporar el riesgo en la evaluación, en la tasa de descuento se incorporan preferencias temporales y de mercado, pero no considera los riesgos propios de cada proyecto, ya que el costo de capital promedio ponderado que determina esta tasa dependerá del riesgo sistemático al que está expuesta la firma, suponiendo implícitamente que el proyecto evaluado es un proyecto de riesgo promedio.
- En la evaluación se asume una trayectoria fija de los resultados del proyecto sin considerar la flexibilidad que tiene la administración de tomar distintas decisiones favorables a medida que se despejan las incertidumbres.

3.1.2. Tasa Interna de Retorno (TIR)

A pesar de que no existe un único método satisfactorio para definir la verdadera tasa rendimiento de un activo de larga duración, Braley y Myers, (2015) establecen por regla general: *“acepte oportunidades de inversión que la tasa de rendimiento sea superior al costo de oportunidad del capital”*. Sin embargo, el mejor concepto existente es la tasa interna de rendimiento (TIR) o tasa de rendimiento de flujo de efectivo descontado.

La tasa interna de rendimiento se define como la tasa de descuento en la cual el valor actual neto es igual a 0, por lo tanto, para definirla en un proyecto de “t” periodos se despeja de la ecuación:

$$VAN = C_0 + \frac{C_1}{1+TIR} + \frac{C_2}{(1+TIR)^2} + \dots + \frac{C_t}{(1+TIR)^t} = 0 \quad [\text{Ecuación N}^\circ 4]$$

La regla general de la tasa interna de rendimiento consiste en aceptar un proyecto de inversión si el costo de oportunidad del capital es menor que la tasa interna de rendimiento, es decir:

- $r < TIR$, el VPN > 0 .
- $r = TIR$, el VPN = 0.
- $r > TIR$, el VPN < 0 .

Las desventajas o complejidades de esta metodología indicadas en Braley y Myers, (2015) son similares a las del valor actual neto, pero hay algunas menos evidentes que se indican a continuación:

La tasa interna de rendimiento carece de sentido económico en el caso de encontrar más de una de ellas donde el valor actual neto es cero. Esto se sucede cuando el flujo de caja cambia de signo, pudiendo existir tantas tasas internas de rendimiento como cambios de signo tenga el flujo de caja (según Descartes en ley de los signos, un polinomio tendrá tantas soluciones como cambios de signos).

Por otra parte, la tasa interna de rendimiento asume que los flujos de caja que genera el proyecto se reinvierten período a período hasta el final del proyecto a una tasa de interés igual a la TIR. En condiciones reales, las tasas de interés son altamente volátiles, por lo que asumir que todos los flujos del proyecto se reinvertirán a una tasa fija e igual a la TIR es un supuesto poco realista.

3.1.3. Período de Recuperación (PRI) o “Payback” Descontado

Es otro método dinámico que consiste en determinar cuánto tiempo le toma a la firma en recuperar la inversión inicial, teniendo en cuenta el valor del dinero en el tiempo, es decir, actualizando los flujos de caja al momento inicial.

El periodo de recuperación se obtiene restando de la Inversión Inicial (I_0) los flujos de caja (FC_t netos y descontados) obtenidos en años sucesivos, hasta que los flujos generados igualen o superen la inversión inicial, utilizando la tasa de descuento “ r ” como el costo de oportunidad del capital.

$$PRI = I_0 - \sum_{t=1}^{t=n} \frac{FC_t}{(1+r)^t} = 0 \quad [\text{Ecuación N}^\circ 5]$$

Como regla de inversión, en proyectos con el mismo valor actual neto, se debe preferir el proyecto donde el periodo de recuperación sea el más corto. Este método de “Payback” descontado es mejor que el “Payback” simple ya que otorga valor al dinero en el tiempo. Como desventaja, este método no considera los flujos de caja una vez recuperada la inversión, debiendo tener la precaución de no despreciar indebidamente proyectos que aportarían mayor valor a la firma, por lo tanto, se utiliza para dirimir entre dos proyectos o inversiones que tengan un valor actual neto similar.

3.1.4. Limitaciones de la Metodología de Evaluación Tradicional de Proyectos

Las metodologías de evaluación de proyectos anteriormente indicadas realizan, en términos generales, una previsión de todos los flujos de caja (FC_t) que el proyecto generaría en el futuro, comparándolo con la inversión inicial (I_0) que supondrá realizar en dicho proyecto y el costo de oportunidad de los recursos destinados, calculando el valor actual que aportan a la firma. Es necesario tener en cuenta que cuando se realiza un análisis desde este punto de vista tradicional, se determinan una serie de supuestos que afectan el resultado final de la evaluación del proyecto.

Contreras (2009) (p. 9) afirma que un proyecto es riesgoso cuando una o varias variables del flujo de caja son aleatorias. En estos casos no existirá certeza en los flujos de cada periodo y, como los indicadores de evaluación de proyectos VAN o TIR se calculan a partir de estos flujos, entonces estos indicadores serán también variables aleatorias.

Por lo tanto, en proyectos de alta incertidumbre y volatilidad, el criterio de la evaluación de proyecto tradicional en que se busca maximizar el valor actual neto no es de gran utilidad. En la cátedra del profesor Cruz J. (2018)², señala que el riesgo tiene dos componentes, la volatilidad asociada a la probabilidad que la variable de riesgo cambie en un cierto porcentaje y la sensibilidad o exposición que se tenga a dicha variable de riesgo.

Amram, Kulatilaka y Schulmerich (2010) argumenta que los métodos tradicionales de valoración de proyectos tienden a infravalorar los proyectos en los siguientes casos:

- Si posee flexibilidad operativa, es decir, el proyecto se puede realizar más adelante, ampliarlo, reducirlo o abandonarlo, ente otras opciones de toma de decisión de la administración.
- Si es contingente, es decir, las decisiones de inversiones futuras dependen de los resultados que el proyecto obtiene en la actualidad.
- Si la volatilidad es alta, es decir, cuanto mayor sea la volatilidad, mayor será el valor del derivado debido a la asimetría que presentan entre ganancias y pérdidas, mientras que la tasa de descuento de flujos de caja (r) es más alta al utilizar las técnicas tradicionales de evaluación de proyectos, lo que implica un menor valor de éstos.

Para los proyectos mineros, estas limitaciones son relevantes y pueden significar desechar proyectos en forma errónea que sí serían económicamente viables en ciertas condiciones, lo que se consigue evidenciar a través del desarrollo de los fundamentos de las opciones reales, por que incluyen en su valoración estas hipótesis.

² Cátedra de José Miguel Cruz, (2010), Finanzas Corporativa, Universidad de Chile, Santiago

3.2. Metodología de evaluación por opciones reales

Dixit y Pindyck, (1994) señalan que la regla del valor actual neto tradicional está basada sobre algunos supuestos que no son del todo correctos y que a éstos generalmente no se le da la importancia suficiente. Por ejemplo, el asumir que las inversiones son reversibles, es decir, que los costos incurridos de la inversión pueden ser recuperados si las condiciones de mercado resultan peores a las esperadas o también el asumir que una decisión de inversión implica realizarla ahora o nunca, porque la oportunidad no estará disponible en el futuro. Aun cuando algunas inversiones cumplen estos supuestos, el autor indica que la mayoría de éstas no lo hace y a juicio del alumno la mayoría de los proyectos de la industria minera no son la excepción.

Por el contrario, Dixit y Pindyck (1994) señalan que las dos principales características que poseen la mayoría de las inversiones es que son irreversibles y además pueden ser diferidas. Lo que hace que una inversión sea irreversible es que una vez incurridos los costos de inversión pasan a ser costos hundidos debido a que en algunas industrias son altamente específicas y, el diferir la inversión, es cuando la firma tiene la posibilidad de no realizar la inversión necesariamente hoy, sino que también la puede realizar en el futuro. La capacidad que tiene una firma de diferir una inversión que es irreversible puede afectar profundamente su decisión de inversión, cuestionando la efectividad de la regla del valor actual neto y, por lo tanto, los fundamentos de la teoría de los modelos neoclásicos de inversión tradicionales. La razón, sostiene Dixit y Pindyck (1994), es que una firma que tiene la oportunidad de invertir en un activo mantiene una opción análoga a una opción financiera del tipo compra o "Call", en que tiene el derecho, pero no la obligación, de tomar la decisión de realizar una inversión que potencialmente aumente su valor en el futuro.

Es relevante destacar que cuando una firma realiza una inversión irreversible pierde su opción de invertir, renunciando a la posibilidad de esperar nueva información que podría afectar la conveniencia o el momento de incurrir en el gasto, no pudiendo deshacer la inversión si las condiciones de mercado cambian a un escenario desfavorable. El valor de esta opción perdida es un costo de oportunidad que debe ser incluida como parte del costo de una inversión.

Estudios demuestran que este costo de oportunidad puede ser considerable y las reglas de toma de decisión de inversión tradicionales que las ignoran pueden inducir a las firmas a cometer un gran error. Se suma además que este costo de oportunidad es altamente sensible a la incertidumbre del valor futuro del proyecto, por lo tanto, que cambien las condiciones económicas que afectan el riesgo estimado de los flujos de caja futuros pueden tener un gran impacto en los costos de la inversión, incluso mayor que, por ejemplo, un cambio en la tasa de interés o tasa de descuento (r).

Como se mencionó anteriormente, la administración tiene el derecho, pero no la obligación de ejercer la opción, por lo tanto, el valor de ésta siempre será positiva, ya que si no aporta valor o fuera negativa lógicamente no se deberá ejercer. Es importante señalar que el VAN tradicional, que no considera el valor de la opción, subestimaré el valor del proyecto cuando la flexibilidad es relevante, pudiendo entonces adelantar que la metodología de evaluación por opciones reales aplica de mejor forma para proyectos de valor marginal, que están sometidos a mucha variabilidad o incertidumbre.

3.2.1. Propuesta de Evaluación de Proyectos Mineros Bajo Incertidumbre por Opciones Reales.

Basado en entrevistas con el profesor Juan Ignacio Guzmán y a su publicación Guzmán (2011), se propone aplicar una metodología para valoración de proyectos de inversión para la Industria Minera bajo incertidumbre.

Esta metodología se focaliza en inversiones relevantes que generan un cambio en las reservas de la mina, es decir, inversiones que pueden agruparse como nuevos proyectos (“*greenfield*”) o expansiones de las faenas que estén en operación (“*brownfield*”), como es el caso del proyecto que será sometido a estudio. El foco se debe a que este tipo de proyectos, junto a los altos monto de inversión asociados, comparten las siguientes características:

- Son irreversibles, es decir, una vez realizada la inversión pasa a ser un costo hundido.
- Son Opciones, tal como se ha mencionado anteriormente, la inversión es un derecho que tiene la firma, pero no es una obligación realizarla.
- El ciclo de inversión es largo en comparación a inversiones de otras industrias productivas, es decir, el tiempo que toma desde iniciar una inversión hasta que se comienza a recibir las retribuciones es relativamente considerable.
- Las inversiones se realizan en un contexto de incertidumbre, siendo este el principal factor que hace más necesaria la incorporación de nuevas técnicas de evaluaciones de proyectos. En ese sentido, ni los ingresos ni egresos que genera un proyecto pueden ser conocidos con anterioridad, debido a que tanto el precio del “*commodity*” como los costos de la inversión, los costos de los insumos de producción, leyes de mineral o recuperaciones en los procesos metalúrgicos, entre otras variables, son todos inciertos en mayor o menor grado.

3.2.1.1. Identificación de las Incertidumbres

El primer paso de esta metodología consiste en identificar y limitar el número de incertidumbre a aquellas con mayor impacto sobre la inversión o las retribuciones futuras que se esperan generar, de lo contrario, existe el peligro de incluir variables que resultan irrelevantes para el análisis o no incluir algunas otras variables que sí podrían serlo, llevando a la administración a tomar decisiones equivocadas.

Según Runge (1994) la incertidumbre se refiere a aquellos eventos que sucederán en el futuro, pero no son conocidos o no se pueden detectar con anticipación. Complementando lo anterior, Guzman (2011) define la incertidumbre como la carencia de certidumbre y la imposibilidad de pronosticar de manera precisa el resultado o beneficios del proyecto. Por otra parte, el riesgo corresponde a la evaluación de una incertidumbre que puede expresarse como una medida o relación entre la probabilidad y consecuencia de los eventos futuros de carácter incierto cuyos resultados pueden

ocasionar una pérdida, definiéndose como la exposición potencial asociado a un resultado que no es el esperado.

Cualquiera sea el nivel de ingeniería o etapa de estudio en el que se encuentre un proyecto minero, es importante reconocer que el objetivo de la evaluación es la toma de distintas decisiones respecto a la forma en que se desarrollará o no la explotación de las reservas de mineral. Luego, la identificación de las incertidumbres debe hacerse de forma de considerar todas aquellas variables inciertas cuya variabilidad se considere relevante al nivel que podrían, por ejemplo:

- a) Afectar la viabilidad económica del proyecto, es decir, impactan en el desarrollo del proyecto minero, afectando directa o indirectamente los flujos de caja y con ello la viabilidad del proyecto.
- b) Modificar la envolvente económica de la mina resultante, en la definición si los recursos son extraídos en el periodo establecido (“*pit*” final).
- c) Cambiar la tasa y secuencia óptima de la operación, es decir, existen cambios en el diseño de los planes mineros, desde la capacidad de explotación hasta el diseño de fases.

Para mejorar la presentación y tratamiento de las incertidumbres identificadas se clasifican según su naturaleza, es decir, si son de origen interna (endógenas) o externa (exógenas) al negocio.

Tabla 3.2. Fuentes de Riesgos Externas o Exógenas.

Fuentes de Riesgos Externas o Exógenas	
Tipo	Incertidumbres más comunes
Mercado	Precio del commodity principal o subproducto, tasa de cambio, precio de la energía, costo de inversión, tasa de descuento.
Financiera	Tasa de interés, disponibilidad de recursos financieros.
Política	Expropiación de recursos, estabilidad gubernamental, riesgo país.
Legislación	Cambio de tasas de impuestos, royalties, cambio de leyes laborales.
Sociales	Estabilidad social, demandas sociales, licencia social para operar.
Ambientales	Cambio de regulación ambiental, obtención de permisos ambientales.
Industriales	Guerra de precios, entrada de nuevos productores, poderes de mercado, sustitución.
Tecnológicas	Mejora de las capacidades productivas actuales, capacidad de tratamiento de nuevo mineral.

Fuente: Guzmán, J.I. (mayo, 2011). Inversión Bajo Incertidumbre. *Revista Minería Chilena*.

Tabla 3.3. Fuentes de Riesgos Internas o Endógenas.

Fuentes de Riesgos Internas o Endógenas	
Tipo	Incertidumbres más comunes
Geológica	Distribución de leyes, tonelajes de reservas, continuidad de las unidades geológicas.
Geotécnica	Colapso de rocas, estallidos de roca, falla de paredes en la mina.
Metalúrgica	Porcentaje de recuperación, tiempo de procesamiento, calidad del producto.
Operacionales	Disponibilidad de equipos, disponibilidad de RR.HH., disponibilidad de insumos, productividad de equipos
Proyectos	Atraso de proyectos, sobre costos, atrasos en ramp up.
Organizacionales	Huelgas, productividad laboral

Fuente: Guzmán, J.I. (Mayo, 2011). Inversión Bajo Incertidumbre. Revista Minería Chilena.

Dependiendo del horizonte de tiempo que se considere para la evaluación, es importante señalar que ciertas incertidumbres pudieran aplicarse bajo un horizonte de evaluación y no hacerlo bajo otro. Además, durante la identificación de las incertidumbres es importante reconocer también el hecho de que la relevancia de éstas puede variar en el tiempo, emergiendo o eliminándose algunas fuentes de incertidumbre durante el ciclo de vida del proyecto.

3.2.1.2. Cuantificación de las incertidumbres

La cuantificación de las incertidumbres es una etapa relevante en la metodología, debido que permite incluir la variabilidad dentro del análisis. Requiere, además de la búsqueda de datos y el uso de herramientas estadísticas o estocásticas, una componente experta, así como la visión de futuro del inversionista o grupos de interés claves del proyecto u operación en cuestión.

Las firmas se pueden ver afectadas por incertidumbres producto a la falta de conocimiento respecto a la variable que se está analizando, llamada incertidumbre epistémica, por ejemplo, la ley de mineral de un bloque cualquiera. La incertidumbre también se puede ocasionar debido a la variabilidad intrínseca de la variable, por ejemplo, el precio del cobre, llamada incertidumbre aleatoria. La diferencia entre una y otra es que en la variable epistémica se pueden realizar estudios que acotan la incertidumbre o incluso reducir el nivel de incerteza al mínimo, en cambio la incertidumbre aleatoria tiene a priori una incertidumbre irreducible.

La cuantificación de las incertidumbres puede clasificarse a través de probabilidades objetivas o subjetivas. Para las objetivas, se utiliza la evidencia histórica de los hechos para estimar la distribución de probabilidades o procesos estocásticos, por ejemplo, el precio de los “*commodities*”. Para las subjetivas o bayesianas, en que los datos históricos de la variable a estudiar no representan su comportamiento futuro o definitivamente no existen datos históricos para analizar, se utilizan criterios de creencia o juicios expertos para estimar distribución de probabilidades, por ejemplo, la probabilidad de falla geomecánica en una zona del rajo.

Los métodos utilizados para cuantificar las incertidumbres se basan en las teorías de las probabilidades o procesos estocásticos.

La distribución de probabilidad de una variable aleatoria describe cómo se espera que varíen los resultados, siendo su objetivo cuantificar la variabilidad que podría tener una incertidumbre, asumiendo que es independiente entre un periodo y otro.

Los procesos estocásticos son un conjunto de variables aleatorias usadas para representar la evolución de alguna incertidumbre en el tiempo. Éstos se hacen necesarios cuando existe evidencia de inercia o dependencia temporal de la incertidumbre y/o la incertidumbre no es constante en el tiempo. La inercia temporal se explica, por ejemplo, al cuantificar una incertidumbre en un periodo t es alta (o baja) es probable que en el periodo $t+1$ continúe siendo alta (o baja), es decir, que la incertidumbre en el periodo $t+1$ está influenciada a la materialización de la incertidumbre en el periodo t . Este es el comportamiento típico que tienen los precios de los “*commodities*”.

A continuación, se indican ejemplos de procesos estocásticos para representar incertidumbres temporales (como la de los precios del cobre):

- **Movimiento Geométrico Browniano:**

- $\ln(P_t) = \beta_0 + \ln(P_{(t-1)}) + \varepsilon_t$ [Ecuación N°6]

- **Proceso con Reversión a la Media:**

- $P_t = \beta_0 + \beta_1 P_{(t-1)} + \varepsilon_t$ [Ecuación N°7]

- **Movimiento Geométrico Browniano con Reversión a la Media:**

- $\ln(P_t) = \beta_0 + \beta_1 \ln(P_{(t-1)}) + \varepsilon_t$ [Ecuación N°8]

Para todos los casos $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$; donde σ_ε es la desviación estándar del error

3.2.1.3. Identificación de las Opciones:

Por lo general, los pronósticos determinísticos propios de la evaluación tradicional de proyectos tienen en la práctica una baja probabilidad de ocurrencia, lo cual reafirma la necesidad de reenfocar los esfuerzos de las evaluaciones de inversión minera hacia el diseño de planes robustos que sean capaces de aportar el mayor valor posible para un rango de potenciales escenarios futuros, para así ajustarse, por ejemplo, a las variaciones del precio del cobre u otras incertidumbres. Lo que se propone, es que la robustez que requieren los proyectos de inversión minera para enfrentar las distintas incertidumbres sea entregada por la flexibilidad que tiene la administración al escoger las variadas opciones estratégicas que se presentan como oportunidades y cuyas evaluaciones económicas deben ser parte de la planificación.

Existen algunas opciones que pueden aportar más valor que otras, pero su identificación y posterior selección deben dar respuesta a las incertidumbres de la evaluación. Para la identificación de las opciones, Guzmán (2011) recomienda evaluar lo siguiente:

- a) El tiempo de la madurez de la opción, quiere decir que las opciones pueden ser ejercidas en un cierto instante. Puede existir para el inversionista una fecha límite en el cual se deba tomar una decisión de inversión, esa fecha límite es el tiempo de madurez de la opción, siendo fundamental de considerar dentro de la evaluación de los casos de negocio.
- b) El costo de ejercicio de la opción que puede ser directo o un costo de oportunidad. Por ejemplo, es posible mejorar el nivel de estudio o ingeniería de un proyecto para disminuir su riesgo. Si los resultados de este estudio no son satisfactorios, no se debe ejecutar el proyecto, por lo que el inversionista únicamente percibe los costos de este estudio. En este sentido, el costo de ejercicio de la opción es el costo de la ingeniería o estudio.
- c) El impacto de las incertidumbres sobre la toma de decisión de ejercer o no la opción y de esta forma tomar decisiones contingentes cuando se materialicen o despejen las incertidumbres. Por ejemplo, la opción de expandir una operación podría depender la incertidumbre del precio del cobre del año en que se toma la decisión.

En la literatura se reconocen de manera común los siguientes tipos o modelos de opciones reales, que otorgan flexibilidad a la toma de decisión de la administración ante escenarios variables o incertidumbres de los proyectos. Smit & Trigeorgis (2004) y Peters, L. (2016):

a) Opción de Diferir:

Es la opción estratégica que tiene la administración de una firma de diferir o posponer una inversión hasta que se obtenga más información sobre las variables del proyecto en el futuro, como las condiciones de mercado, operacionales y/o técnicas, entre otros. Es la oportunidad de esperar y ver cómo evolucionan estas condiciones, lo cual aporta mucho valor cuando existe una situación de gran variabilidad, incertidumbre e irreversibilidad en proyectos de largo plazo, por ejemplo, cuando se tiene el derecho de explotar algún recurso natural y se evalúa el posponer el inicio de la inversión ante un aumento en la variabilidad de precio del recurso o se cuente con mejor calidad de información de los estudios.

Es importante mencionar que, desde un punto de vista estratégico asociado a la teoría de juegos, un compromiso de inversión inicial puede tener ventajas estratégicas que deben sopesarse contra el valor de flexibilidad perdida, por lo tanto, no siempre es conveniente diferir una inversión, ya que se podría perder una ventaja competitiva de la primera firma que invierte.

b) Opción de Expandir o de Crecimiento:

Es la opción estratégica que tiene la administración de una firma para aumentar su capacidad productiva en función de las condiciones de mercado, operacionales y/o

técnicas. El aumento de la capacidad productiva se puede lograr a través de una ampliación de capacidad o por medio de la adquisición de un nuevo negocio afín al proyecto que le permita incrementar su valor. Por lo tanto, para lograr la expansión, el proyecto se debe construir de una manera tal que se pueda acomodar a los repentinos cambios en la demanda o ajustes en los planes de producción, además de considerar realizar una inversión y asumir una serie de costos para su puesta en marcha.

c) Opción de Contraer o de Disminuir:

Es la opción estratégica que tiene la administración de una firma para disminuir su capacidad productiva en función de las condiciones de mercado, operacionales y/o técnicas. La disminución de la capacidad productiva se puede lograr a través de una reducción de capacidad o por medio de venta de una parte del proyecto a un precio fijo. Por lo tanto, para lograr la disminución de capacidad, el proyecto se debe construir de tal manera que se pueda acomodar a los repentinos cambios en la demanda o ajustes en los planes de producción.

Las opciones de expandir y de contraer son útiles cuando se introducen nuevas tecnologías o en mercados desconocidos, generado a las firmas la oportunidad de adaptarse a mercados cambiantes.

d) Opción de Abandonar o Cerrar:

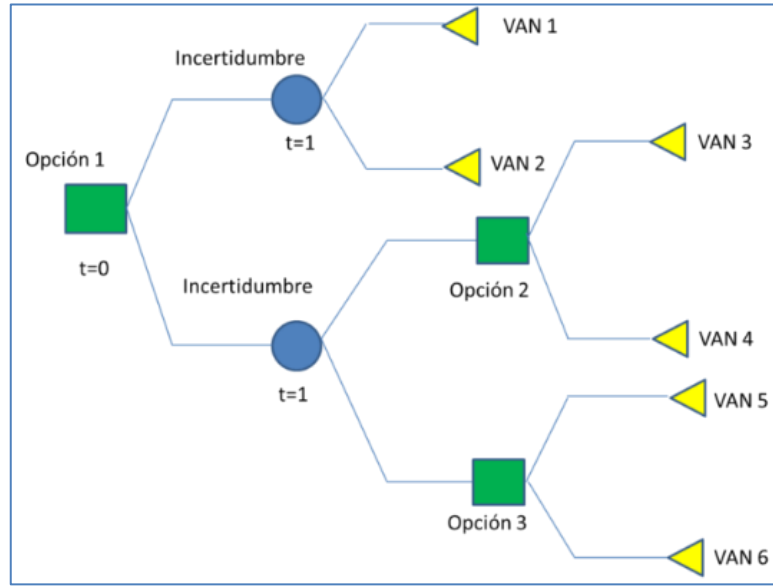
Es la opción estratégica que tiene la administración de una firma para abandonar o cerrar el proyecto definitivamente cuando éste se torna desfavorable y no ocasionar una mayor pérdida de valor.

3.2.1.4. Construcción del Árbol Estratégico de Decisiones:

El árbol estratégico de decisiones es una herramienta útil debido a que es una representación gráfica en la que se evidencian y consideran las distintas opciones que posee un proyecto y fueron identificadas, así como las incertidumbres asociadas a dichas opciones. En esta etapa se ordenan las decisiones, opciones o incertidumbres según su tiempo de maduración y precedencias, de manera de establecer un orden cronológico de la toma de decisiones, ejercicio de opciones y las posibles condiciones que resulten de las incertidumbres.

Los árboles de decisión se componen por ramas y nodos. Las ramas representan información relevante, por ejemplo, probabilidades, capacidades de procesamiento de una planta, etc. Los nodos son representados por círculos y son decisiones que la administración debe tomar ante las distintas opciones, a medida que se resuelven o aclaran las incertidumbres. Para representar los nodos terminales que contiene la información del VAN se utiliza un triángulo con un vértice en la horizontal.

Ilustración 3.2. Ejemplo de Árbol Estratégico de Decisión.



Fuente: Elaboración Propia

3.2.1.5. Valoración de las Opciones:

Una vez que se han generado los escenarios de negocios y se han cuantificado las incertidumbres relevantes, se valorizan las alternativas o nodos terminales que se representan en el árbol estratégico de decisión.

Primero, se debe valorizar cada uno de los nodos terminales y luego el resto de los nodos, resolviendo el árbol estratégico de decisión que determina el valor del proyecto con opciones, el cual se mide con el valor esperado del valor actual neto, $\mathbb{E}(\text{VAN})$, permitiendo determinar la probabilidad con la que se ejercerán las opciones, cuál es el camino más probable para seguir y qué tan robustos y flexibles son los escenarios de negocios evaluados frente a las incertidumbres identificadas.

Es relevante indicar que el árbol estratégico de decisión comúnmente puede presentar opciones que dependen de otras opciones, llamadas opciones anidadas. Debido a lo anterior, se utiliza la metodología de "*Backward Induction*" o resolución de atrás hacia adelante, por lo tanto, se comienza a resolver, con simulaciones de Montecarlo, los nodos del árbol de decisión de derecha a izquierda, calculando las reglas de decisión de los nodos finales hasta llegar al nodo inicial, el cual representa el valor del proyecto con opciones.

El valor de los nodos terminales corresponde a la valorización de la alternativa o decisión que representa.

La simulación con Montecarlo es un método no determinístico que se utiliza para aproximar expresiones matemáticas complejas de evaluar de manera exacta. Esta simulación tiene una serie de características que se deben tomar en cuenta, por ejemplo, el número de iteraciones requeridas para la simulación en base al nivel de confianza sobre la convergencia de los datos. Al realizar una simulación de Montecarlo, se puede

calcular de forma directa el VAN de cada iteración del nodo, el valor esperado y el valor seguro del VAN, normalmente con un nivel de significancia del 5%.

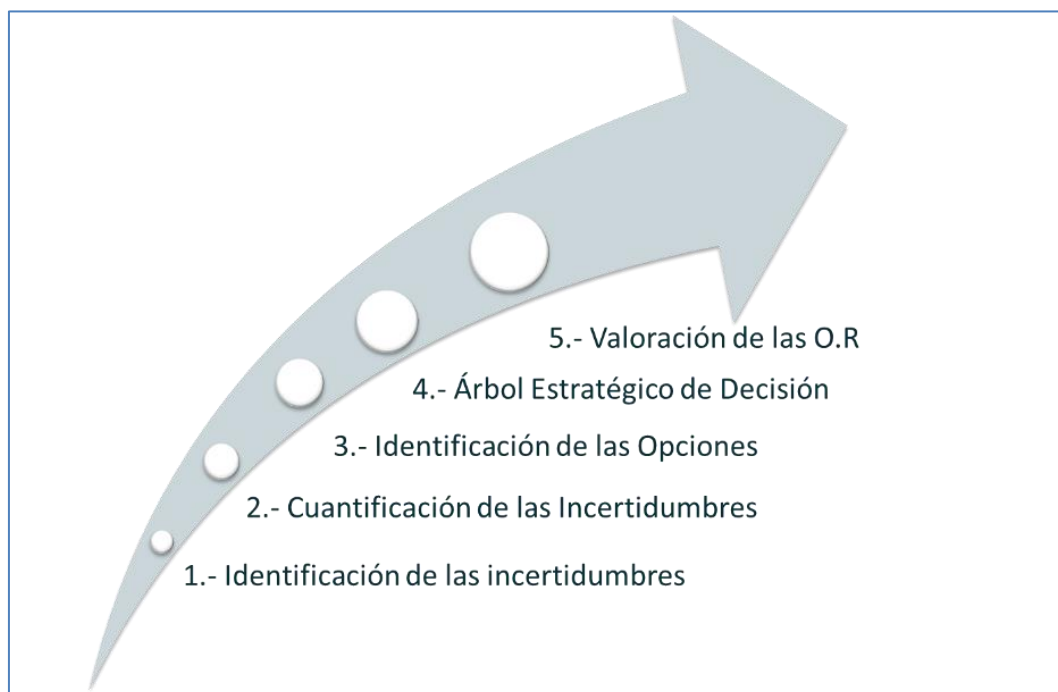
Para el valor de los nodos de opción con regla de decisión, se puede determinar el umbral o precio gatillo que activa la decisión de inversión, definiendo qué camino del árbol de decisión estratégico se debe seguir dependiendo de cómo se materialicen las incertidumbres asociadas al nodo, es decir, la regla de decisión. El gatillo es el valor de la(s) incertidumbre(s) asociad(s) a la opción donde existe indiferencia entre el valor esperado del VAN de ejercerla con el de no ejercerla.

$$E(VAN \text{ opción } A) = E(VAN \text{ opción } B)$$

Una vez determinado el umbral o gatillo, se calcula el valor del nodo de opción seleccionando entre los posibles caminos que puede tomar la opción, los que se asocian si la(s) incertidumbre(s) están sobre o por debajo del umbral encontrado, siendo esta la regla de decisión. Esta selección se realiza para cada iteración durante toda una simulación de Monte Carlo, determinando así el $E(VAN)$ del nodo de opción, correspondiente a un valor condicional de los caminos elegidos.

A continuación, se muestra un resumen del proceso propuesto correspondiente a la evaluación de proyectos bajo incertidumbres por opciones reales.

Ilustración 3.3. Proceso Evaluación por Opciones.



Fuente: Elaboración propia en base a estudio de GEM

Capítulo 4

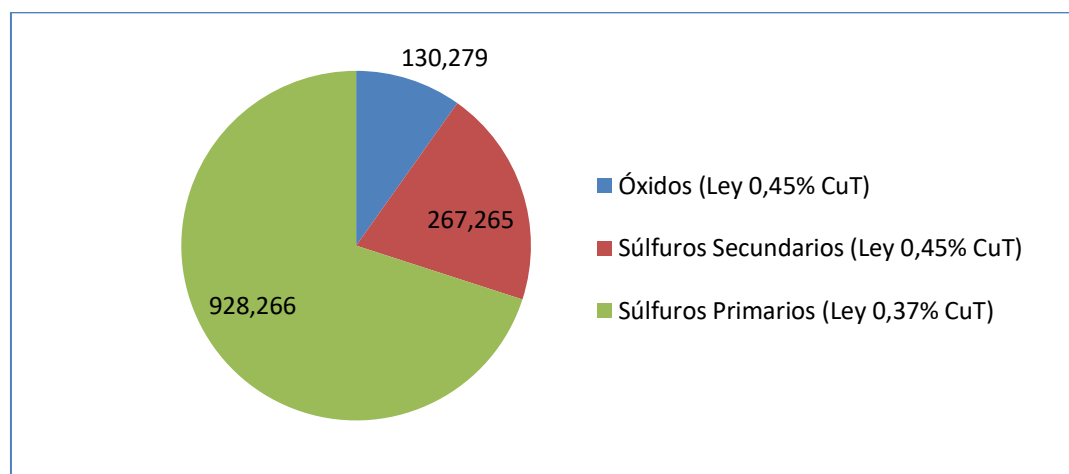
4. Evaluación por Opciones Reales Aplicado a un Proyecto Minero.

4.1. Descripción del Proyecto y su Aporte al Plan Estratégico de la Compañía Minera.

Desde el año 2016 la Compañía Minera ha tenido por objetivo desarrollar un Plan Estratégico de Crecimiento (PEC) que complementa el Caso de Desarrollo Base (CDB), buscando optimizar el valor del negocio y la rentabilidad de sus operaciones al aumentar su valor económico, aprovechando los recursos mineros y sus activos ubicados en su distrito con una mirada integral. Para ello, se han realizado campañas de exploraciones evaluando distintos casos de negocios e incorporando una estrategia de crecimiento para explotar reservas que son de baja ley, buscando establecer sinergias entre los activos de la Compañía Minera al priorizar la reutilización de las instalaciones productivas existentes, disminuyendo el costo de la inversión inicial.

El PEC aporta recursos adicionales al CDB por aproximadamente 1.326 Mt con 0,4% Cu, con el siguiente detalle.

Ilustración 4.1. Aporte de Recursos Adicionales del PEC al CDB en Mt.

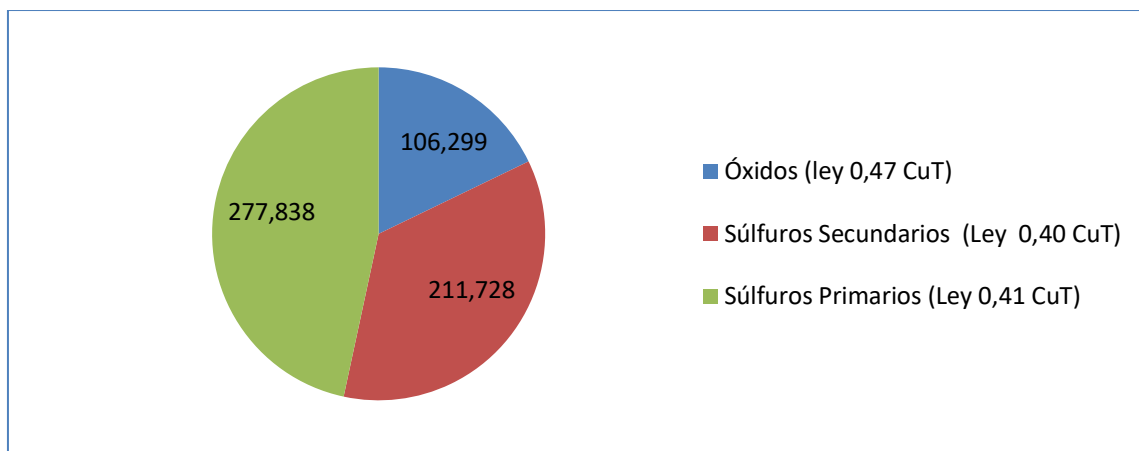


Fuente: Elaboración propia en base a datos de la Compañía Minera.

Actualmente, el yacimiento de OXE cuenta con una planta de chancado, aglomerado y disposición de mineral en pilas dinámicas para la lixiviación de óxido cobre, cuyas soluciones de PLS (“*pregnant leach solution*”) son enviadas por cañerías a la planta de electro-obtención MCO también existente, pero a 40 km más al norte del proyecto.

Dentro de los yacimientos mineros que se evalúan en el PEC está el proyecto P.S., cuya etapa de estudio de perfil fue recientemente finalizada. Este yacimiento está ubicado a aproximadamente 23 Km al sur de las instalaciones existentes de OXE. Dada su relevancia para el desarrollo del PEC de la Compañía Minera, ya que aporta el 45 % de sus recursos mineros, el Proyecto P.S. se define como el caso de estudio donde se aplica la metodología de evaluación opciones reales.

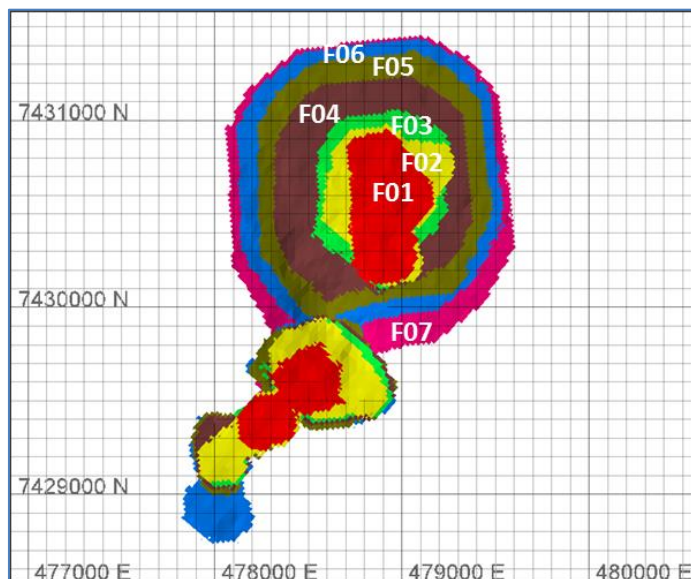
Ilustración 4.2. Aporte de Recursos del Proyecto P.S. al PEC en Mt.



Fuente: Elaboración propia en base a datos de la Compañía Minera.

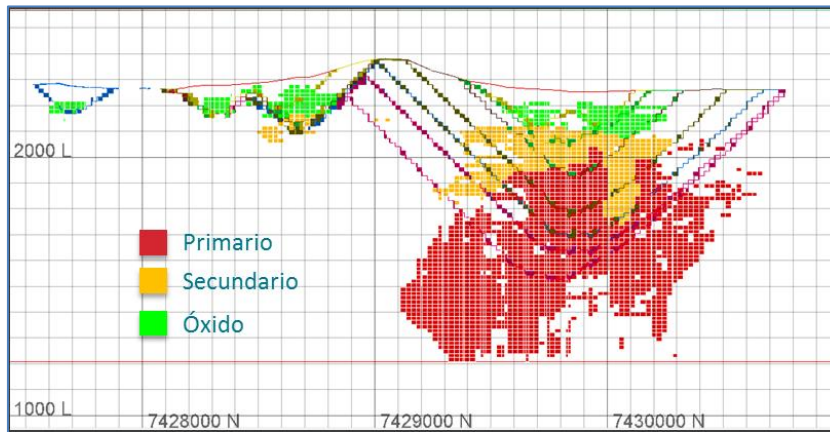
El diseño de explotación del proyecto P.S. está conceptualizado en 7 Fases mineras que se ilustran en las siguientes figuras:

Ilustración 4.3. Diseño de Fases Proyecto P.S.



Fuente: Compañía Minera.

Ilustración 4.4. Disposición de Minerales del Proyecto P.S.



Fuente: Compañía Minera.

Sumado al tonelaje de mineral que aporta, el proyecto P.S. reviste otra relevancia estratégica para la Compañía Minera, ya que a contar del 2023 alimentaría con mineral y solución de cobre a las plantas existentes de OXE y MCO, capturando oportunidades y sinergias al dar continuidad a esas operaciones existentes y disminuir los costos inversión del proyecto P.S

4.2. Casos de Negocios Evaluados del Proyecto P.S. en su Etapa de Estudio de Perfil.

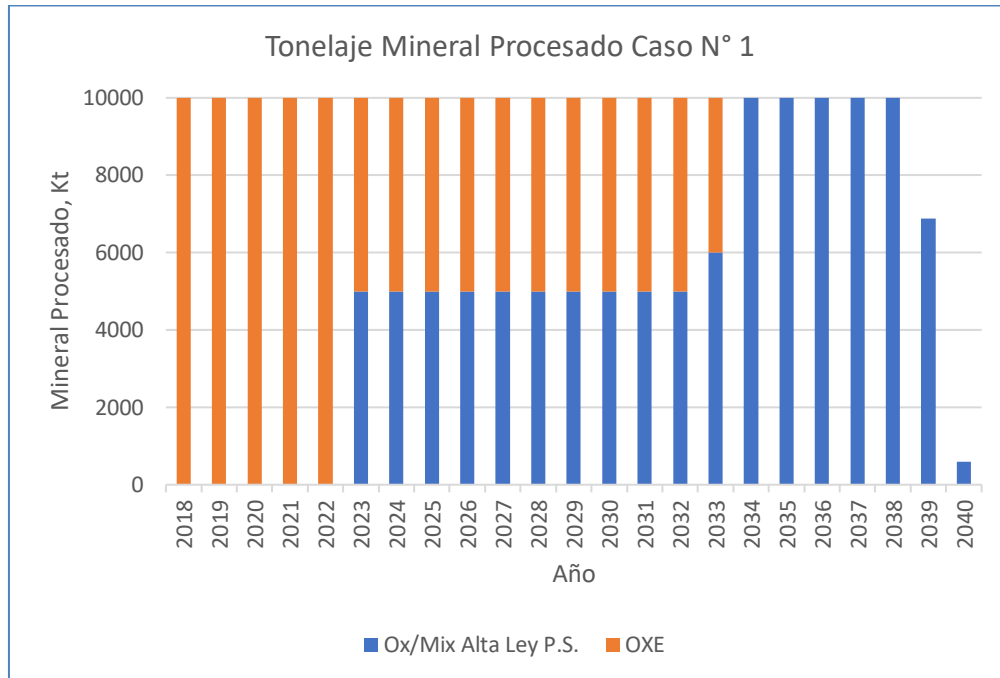
En términos generales, el mineral de mayor ley del proyecto P.S. será transportado por camiones a la planta existente OXE donde será chancado, aglomerado y lixiviado. En algunos casos de negocio, adicionalmente se considera la lixiviación de mineral de baja ley del proyecto en una pila ROM (*Run of Mine*), ubicada cerca del yacimiento P.S.

Para el apilamiento del mineral de P.S. en la planta OXE, se utilizará solución de refino proveniente planta de electro-obtención MCO, hacia donde se envía de retorno la solución de PLS producida para la producción de cátodos de cobre. En el Anexo A se entrega mayor detalle del proceso para cada caso de negocio.

En la etapa de estudio de perfil, la Compañía Minera ha evaluado por medio del método del valor actual neto tradicional los siguientes cuatro casos de negocios de integración de mineral proveniente del proyecto P.S.

- a) CASO N°1 (C1): Considera el procesamiento de óxidos/mixtos de alta ley provenientes de P.S en la pila dinámica de OXE.

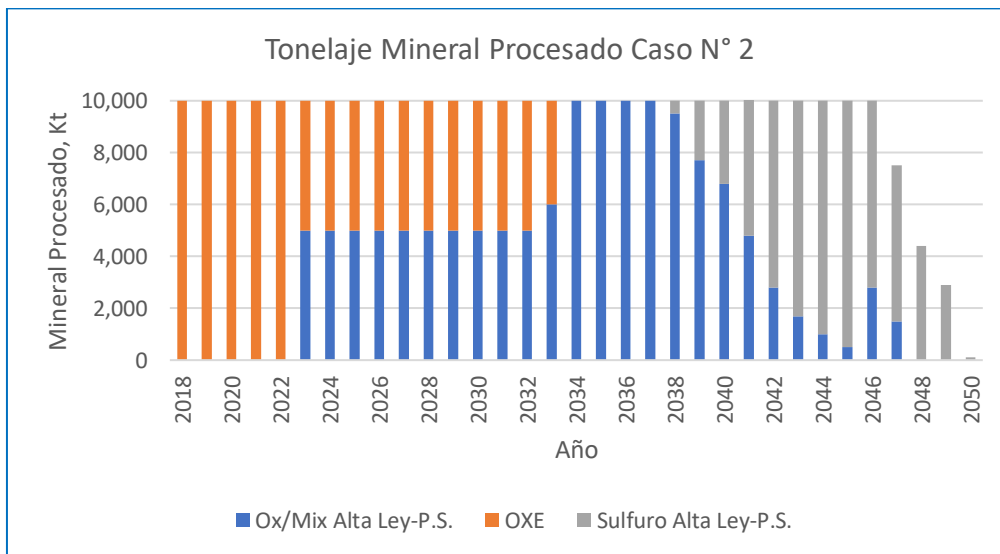
Ilustración 4.5. Tonelaje de Mineral Anual Procesado Caso N°1



Fuente: Elaboración Propia en Base Datos Compañía Minera.

- b) CASO N°2 (C2): Similar al Caso N°1, pero incorpora mineral sulfurado lixiviable de P.S. al procesamiento en la pila dinámica de OXE.

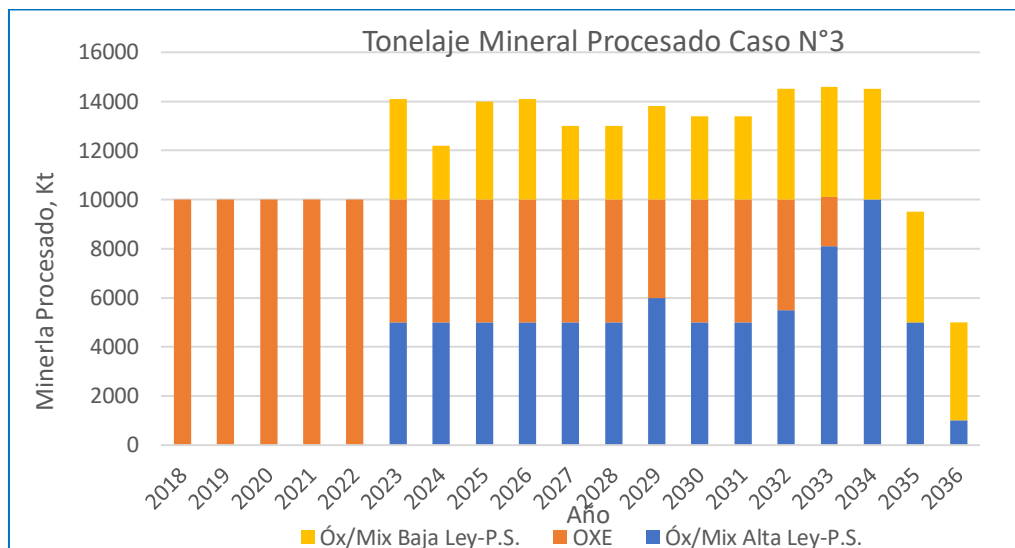
Ilustración 4.6. Tonelaje de Mineral Anual Procesado Caso N°2.



Fuente: Elaboración Propia en Base Datos Compañía Minera.

- c) CASO N°3 (C3): Similar al Caso N°1, pero incorpora el mineral óxidos/mixtos de baja ley en una pila ROM ubicada en P.S.

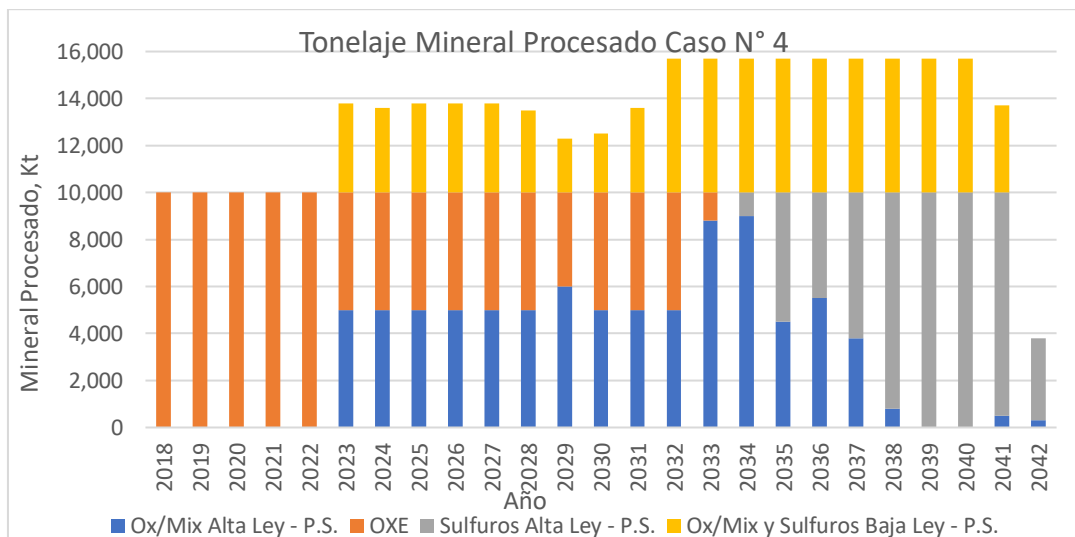
Ilustración 4.7. Tonelaje de Mineral Anual Procesado Caso N°3.



Fuente: Elaboración Propia en Base Datos Compañía Minera.

d) CASO N°4 (C4): Similar al Caso N°3, pero incorporando el mineral sulfurado lixiviable de P.S.

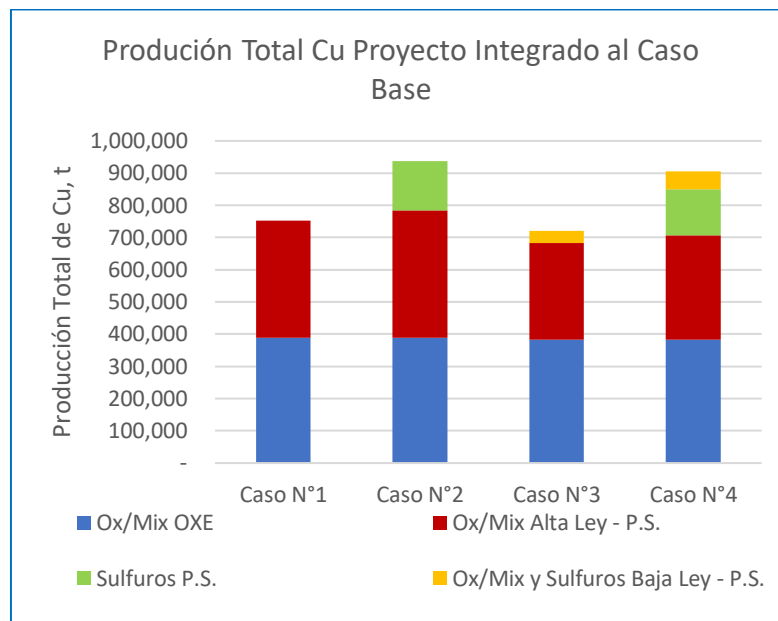
Ilustración 4.8. Tonelaje de Mineral Anual Procesado Caso N°4.



Fuente: Compañía Minera.

En el siguiente gráfico se muestra la producción de cobre para los cuatro casos en estudio, considerando el cobre aportado por mineral del caso base de OXE desde el año 2018 más los del proyecto P.S. a partir del año 2023.

Ilustración 4.9. Producción de Cu proyecto integrado al caso base.



Fuente: Elaboración Propia en Base a datos de la compañía Minera.

4.3. Resultados Preliminares de la Evaluación Económica de los Casos de Negocio del Proyecto P.S.

En la siguiente tabla se muestra un resumen de la evaluación económica realizada por la Compañía Minera a los 4 casos de explotación del proyecto P.S. Para esta evaluación, se utilizó el valor actual neto (VAN) tradicional o determinístico, con una tasa de descuento anual $r = 8\%$ y un precio del cobre de $3,10 \frac{US\$}{Lb}$

Tabla 4.1. Evaluación Económica Casos de Negocio Proyecto P.S. con Métodos Tradicionales.

ITEM		Referente OXE	C1	C2	C3	C4
Producción	Kt	388	740	929	718	890
Heap	Kt	388	740	929	680	836
ROM	Kt	-	-	-	38	54
Costo Mina	US\$/t	1,64	1,88	2,00	1,81	1,81
Costo Planta Heap	US\$/t	7,17	6,98	7,31	7,21	7,46
Costo Planta ROM	US\$/t	-	-	-	1,54	1,54
SX-EW	cUS\$/lb	32,5	32,24	32,24	32,24	32,24
G&A	US\$/t	2,17	2,17	2,17	2,17	2,17
C1	cUS\$/lb	2,19	2,37	2,66	2,27	2,47
Capex Mina Total	MUS\$	6,4	173	219	144	144
<i>Up Front</i>	MUS\$	-	96	96	99	99
Capex Planta Total	MUS\$	-	66	203	196	365
<i>Up Front</i>	MUS\$	-	-	-	131	151
VAN	MUS\$	395	384	304	400	339

ITEM		Referente OXE	C1	C2	C3	C4
<i>VAN solo Heap</i>	MUS\$	-	-	-	446	-
<i>VAN solo ROM</i>	MUS\$	-	-	-	-46	-
LOM	yr		2018- 2036	2018- 2049	2018- 2036	2018- 2041
Fases			F1-F6	F1-F7	F1-F6	F1-F7

Fuente: Elaboración propia con datos de la Compañía Minera.

El estudio de perfil resumido en la Tabla 4.1. concluye que el Caso de Negocio N°3 es el que genera mayor valor económico con un VAN de 400 MUS\$, siendo un aporte marginal respecto al caso referente OXE. De este análisis también se concluye que para el caso de negocio N°3 el procesar mineral óxidos/mixtos de baja ley genera un VAN -46 MUS\$, es decir, reduce valor económico del proyecto, por lo que la administración decide en esta instancia, no invertir en una pila ROM y llegar a solo a lixiviar de óxidos y mixtos de alta Ley, traduciéndose en un VAN de 446 MUS\$. Lo anterior significa volver al Caso de Negocio N°1 que procesa solo óxidos y mixtos de alta ley, pero la administración decidió utilizar un plan minero optimizado del caso de negocio N°4, siendo finalmente la alternativa de inversión elegida el caso de negocio N°1 con plan minero optimizado.

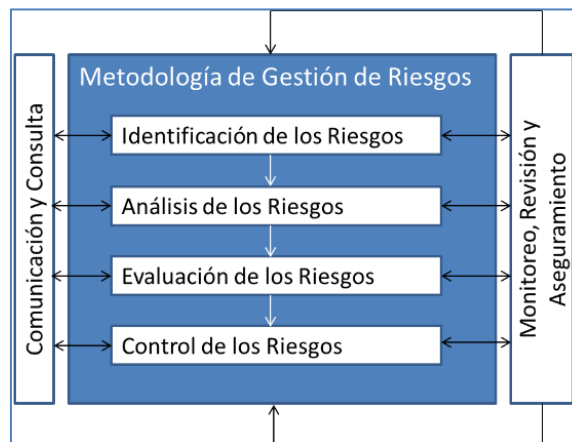
Por otro lado, los casos de negocios N°2 y N°4 generan los menores valores de VAN (304 y 339 MUS\$ respectivamente), incluso menor que el VAN OXE (caso de referencia), por lo que son descartados.

A continuación, se aplicará la metodología de evaluación por Opciones Reales propuesto en el Proyecto P.S, con el objetivo de otorgar distintas alternativas y flexibilidad a la administración para una mejor toma de decisiones de inversión a lo largo del proyecto.

4.4. Identificación de las Incertidumbres del Proyecto P.S.:

Para la identificación y gestión de los riesgos se utilizará como referencia el Manual de Gestión de Riesgos y la Política Corporativa de Gestión de Riesgos de la Compañía Minera.

Ilustración 4.10. Metodología de Gestión de Riesgos de la Compañía Minera.



Fuente: Elaboración Propia en base a Manual de Gestión de la Compañía Minera.

En el Manual de Gestión de Riesgos la Compañía Minera los riesgos se clasifican en las siguientes categorías:

a) Riesgos Claves:

Corresponden a aquellos riesgos que atentan contra la consecución de los objetivos estratégicos definidos por cada Compañía del Grupo, como aquellas interrupciones prolongadas que puedan afectar la continuidad operacional y aquellos riesgos intangibles de alto impacto.

b) Riesgos Operacionales:

Son aquellos riesgos que atentan contra la consecución de los objetivos asociados a cada uno de los procesos que sustentan el normal funcionamiento de las compañías, por ejemplo: Mina, Planta, RR.HH., Medio Ambiente, los Proyectos, Salud y Seguridad, entre otros.

c) Riesgos de Reporte y Cumplimiento:

Corresponde a aquellos riesgos que atentan contra el cumplimiento del marco regulatorio o legal (Tributario, medioambiental, anticorrupción etc) en que operan las compañías.

d) Riesgos Financieros y Comerciales:

Son aquellos riesgos que atentan contra la consecución de los objetivos financieros y comerciales propuestos por el Centro Corporativo y por cada Compañía del Grupo. Los riesgos financieros son, por ejemplo, el aumento de tasas de interés para créditos, disminución de tasas de interés de depósitos a plazo, entre otros. Los riesgos comerciales se refieren a la exposición a que se enfrenta a las variaciones del mercado, como la disminución del precio del cobre, disminución del valor de las divisas, aumento del stock internacional de cobre, ingreso de nuevos competidores, entre otros.

Para efectos de simplificar la aplicación de la metodología de evaluación por opciones reales debido a la complejidad que se produce al analizar múltiples fuentes de riesgos, se identificará la variación del precio del cobre como la fuente principal de incertidumbre o fuente de riesgo externa, definido como un riesgo comercial en el Manual de Gestión de Riesgos de la Compañía, debido a que genera una mayor volatilidad del VAN esperado del proyecto.

Lo anterior se sustenta tanto en entrevistas con el profesor Juan Ignacio Guzmán (J Guzmán, comunicación personal, octubre 2018) como en la literatura revisada Guzmán (2011), en la cual señala que el precio del “*commodity*” a extraer es por lejos la variable de mayor impacto en la evaluación de un proyecto minero. Complementando aún más, en la publicación de Contreras (2009) se analizan tres casos aplicados de opciones reales a proyectos mineros mediante simulación, basándose en los casos de Zenteno (1998), Kettlun (1999) y Espinoza (2002) en el cual se señala al precio del cobre como el principal factor que impacta el valor de los proyectos. A esto se suma que el precio del cobre es una variable continua, por lo que técnicamente la probabilidad de acertar con un pronóstico es nula. Por más que una empresa o algunos agentes se esfuercen en producir pronósticos más elaborados, jamás tendrán la capacidad de concretarse.

Como contexto, en último Informe de COCHILCO Tendencia de Mercado del Cobre Proyecciones 2019 – 2020, actualizado en enero 2019, se señala que durante el primer semestre del 2018 el precio promedio del metal se ubicó en US\$ 3,14 la libra. Sin embargo, a partir de julio de 2018, acontecimientos económicos y geopolíticos asociado principalmente a las tensiones comerciales entre Estados Unidos y China, elevó el riesgo de un potencial debilitamiento de la demanda de cobre por parte de China que representa el 50% de su consumo mundial. Esto, en conjunto con la tendencia al alza del dólar, aceleró la liquidación de posiciones de compra en contratos futuros por parte de fondos de inversión de cobertura y especuladores, agentes que en el corto plazo ejercen una influencia determinante en la trayectoria del precio spot del metal con una tendencia a la baja.

Desde la perspectiva de los fundamentos de oferta y demanda, el escenario para el precio del metal es positivo, debido que en el mismo Informe de COCHILCO indica que para los años 2019 y 2020 proyecta un déficit por 242 y 201 mil toneladas respectivamente, lo que representa 3,5 y 3 días de consumo global en cada año, es decir, técnicamente un mercado en equilibrio. Para el periodo 2019-2020 no se prevé la entrada de un volumen relevante de nueva oferta, dada la ausencia de proyectos “greenfield” significativos.

Ilustración 4.11. Evolución del Precio del Cobre (US\$ por Libra).



Fuente: Informe de Tendencias Mercado del Cobre, enero 2019, COCHILCO.

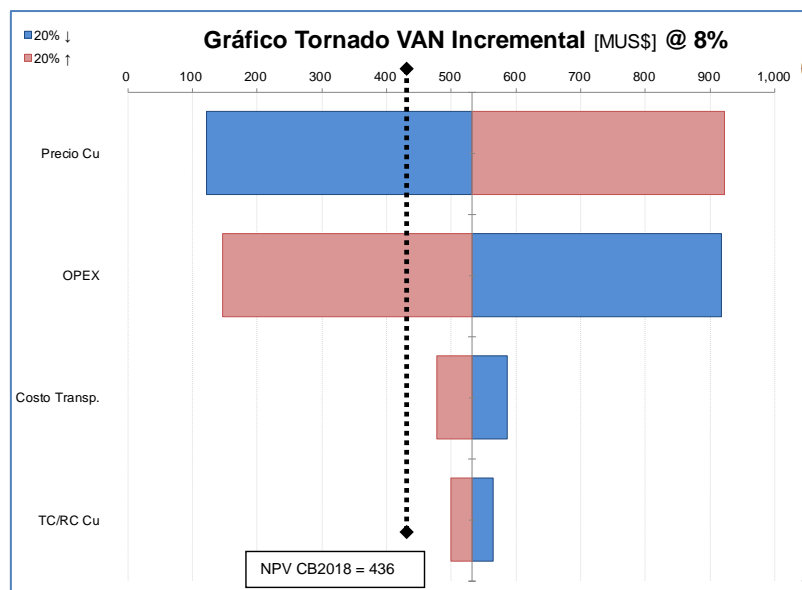
Tabla 4.2. Proyección Balance Mercado del Cobre 2018-2020

	2018 p		2019 f		2020 f	
	ktmf	Var. %	ktmf	Var. %	ktmf	Var. %
Producción cobre mina	20.623	1,8	20.953	1,6	21.451	2,4
Oferta de Refinado	23.297	-0,4	23.834	2,3	24.295	1,9
Primario	19.577	0,7	20.045	2,4	20.416	1,8
Secundarios	3.720	-5,8	3.789	1,9	3.879	2,4
Demanda de refinado	23.501	0,9	24.076	2,4	24.495	1,7
China	12.262	4,0	12.569	2,5	12.757	1,5
Resto del mundo	11.239	-2,2	11.507	2,4	11.738	2,0
Balance de Mercado	-204		-242		-201	
Precio del cobre US\$ x libra	2,97		3,05		3,08	

Fuente: Informe de Tendencias Mercado del Cobre, enero 2019, COCHILCO.

Para el caso del proyecto P.S, se realizó un análisis de sensibilidad considerando el aumento o la disminución porcentual de 20% para los costos que poseen mayor incidencia en el resultado económico del Caso de Negocio N°1. Para este análisis se consideró un gráfico tornado para evaluar el impacto del precio del cobre, los costos operacionales y de inversión, concluyendo que el VAN del Proyecto P.S. posee gran sensibilidad frente al precio del cobre y a los costos de operación (OPEX).

Ilustración 4.12. Gráfico Tornado VAN Incremental (Metodología Tradicional).



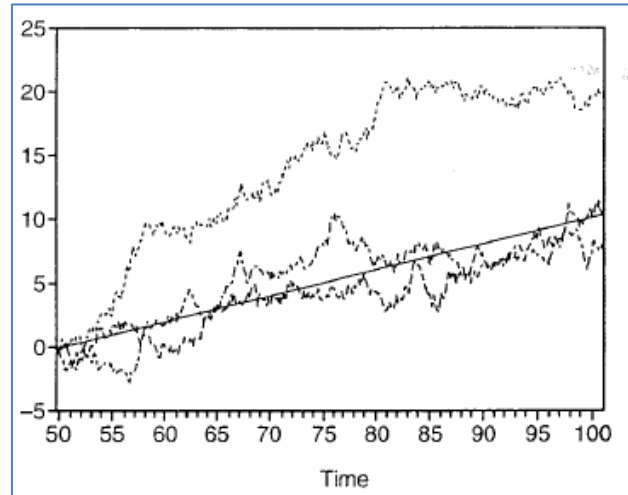
Fuente: Elaboración Propia con Datos de la Compañía Minera.

4.5. Cuantificación de las Incertidumbres:

En la bibliografía estudiada, es recurrente ver modelos estocásticos donde el precio del cobre se modela como un Movimiento Geométrico Browniano o de Weiner siendo representado por un camino aleatorio de tiempo discreto de distribución de probabilidades (fórmula de valoración de activos de Black & Scholes). En el movimiento geométrico Browniano, se observa que los precios crecen (o decrecen) a una tasa constante dentro de un rango determinado por su varianza, lo cual se incrementa proporcionalmente en el tiempo. Por lo tanto, si los precios se incrementan (o disminuyen) más que lo anticipado en un periodo, todos los precios pronosticados suben (o disminuyen) proporcionalmente. Es así como en este modelo el precio tiende en el tiempo a alejarse de su punto de origen, representado de mejor forma la evolución de activos financieros especulativos como acciones, índices bursátiles, entre otros.

En la presente tesis se modela la variable identificada, precio del cobre, como un movimiento de reversión a la media de primer orden (AR1). Para demostrar lo anterior, se puede recurrir a test estadísticos como el de raíz unitaria, entre otros, pero Dixit y Pindyck (1994) sugieren confiar en consideraciones teóricas, por ejemplo, la intuición sobre el funcionamiento del mecanismo de equilibrio más que en pruebas estadísticas.

Ilustración 4.13. Ejemplo Movimiento Geométrico Browniano

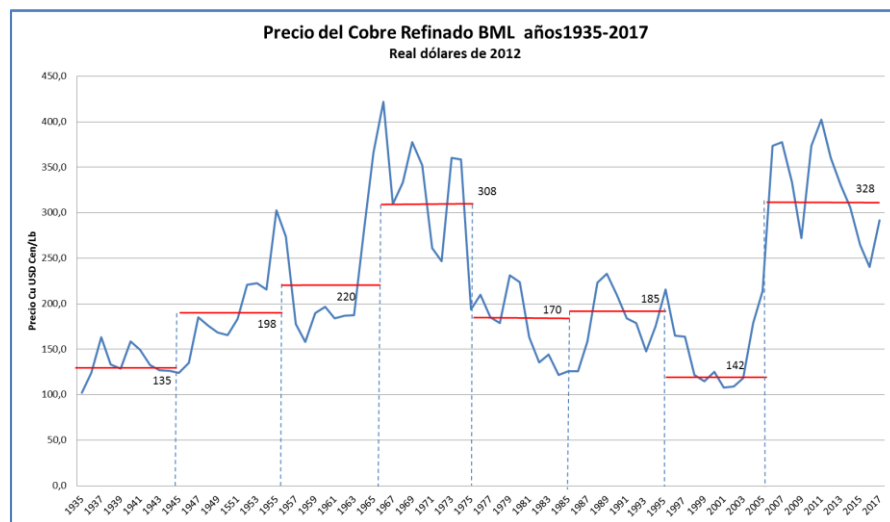


Fuente: Dixit y Pindyck (1944)

Lo que se observa en la Ilustración 4.14. es que, en el largo plazo, el precio del cobre tiende a volver a su precio medio, es decir, justifica que el precio del cobre se pueda modelar como un movimiento con reversión a la media. Esto tiene sentido económico, ya que es intuitivo pensar que, si el precio del cobre es mayor que la media a largo plazo o el precio de equilibrio, la oferta del cobre aumentará debido a que entrarán nuevas firmas productoras que tienen los costos marginales más altos y con los nuevos precios pueden cubrirlos, provocando que en el futuro el precio vaya a la baja por el aumento de la oferta.

De la misma forma, si el precio es bajo, las firmas productoras con los mayores costos marginales tendrán que salir del mercado provocando en el futuro que se eleve el precio por una restricción de la oferta. Cuando las entradas y salidas de los productores no son inmediatas por la baja elasticidad precio-oferta, los precios pueden ser temporalmente altos o bajos, pero siempre van a tender al precio de equilibrio.

Ilustración 4.14. Precio del Cobre Real (dólares 2012) BML años 1935-2017.



Fuente: Elaboración propia elaborado en base a datos COCHILCO (Anexo C).

Un proceso estocástico auto-regresivo de primer Orden, (AR 1), está definido por:

$$X_t = \beta_0 + \beta_1 X_{(t-1)} + \varepsilon_t \quad [\text{Ecuación N}^\circ 9]$$

El proceso AR-1 satisface el modelo de Markov, el cual establece que la distribución de probabilidades para $X_{(t+1)}$ depende solo de $X_{(t)}$ y no de lo que sucede antes del tiempo t , es decir, solo la información actual es útil para predecir el camino futuro de la variable.

Para modelar la distribución de probabilidades del precio del cobre se utilizan los conceptos anteriormente mencionados, por lo tanto:

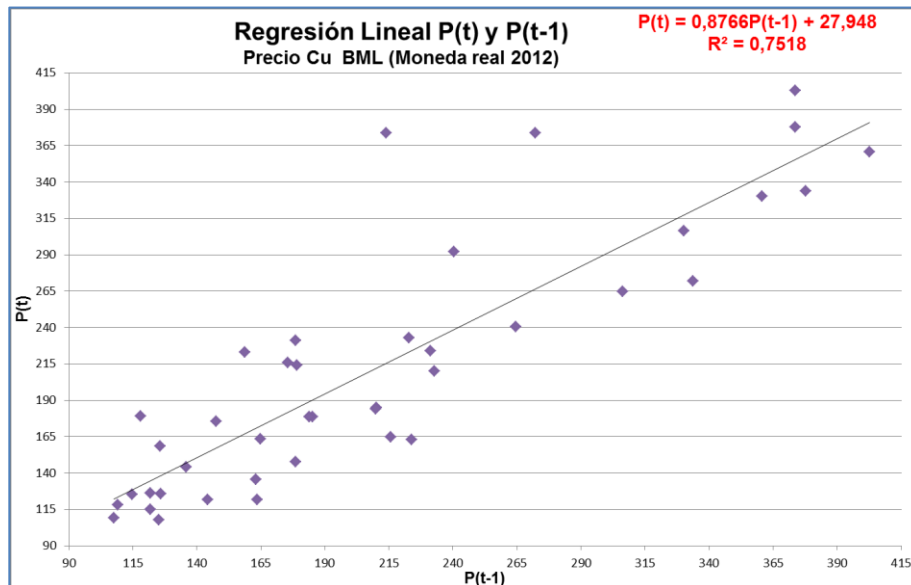
$$P Cu_t = \beta_0 + \beta_1 P Cu_{(t-1)} + \varepsilon_t \quad [\text{Ecuación N}^\circ 10]$$

Donde:

- $P Cu_t$ es el precio del cobre esperado en un tiempo "t".
- β_0 y β_1 son constantes; $-1 < \beta_1 < 1$.
- $P Cu_{(t-1)}$ es el precio del cobre en un periodo inmediatamente anterior.
- $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ es un error o variable aleatoria normalmente distribuida con media 0, donde σ_ε es la desviación estándar del error.

Para determinar los valores β_0 y β_1 se realiza una regresión lineal del precio del cobre $P Cu_t$ y $P Cu_{(t-1)}$ entre los años 1935 y 2017, en USD Cen/Lb moneda real (2012). La base de datos fue obtenida de COCHILCO, detallada en el Anexo B y la regresión lineal se desarrolla en el Anexo C.

Ilustración 4.15. Correlación de Precios de Cu.



Fuente: Elaboración Propia en Base de Datos de COCHILCO.

Se considera que dos variables están correlacionadas si al variar una de las variables es probable que varíe la otra y viceversa. Una forma de calcular la correlación entre variables es a través del coeficiente de correlación de Pearson, que en este caso es $R^2 = 0,745$, considerada como una correlación media-alta.

$$P Cu_t = 27,948 + 0,8766P Cu_{(t-1)} + \varepsilon_t \quad [\text{Ecuación N}^\circ 11]$$

A continuación, se realiza un ajuste al β_0 del modelo AR-1 anterior, para que el valor esperado del precio $E[PCu_t]$ revierta a la media de $310 \frac{cUS\$}{Lb}$, el cual fue definido por la Compañía Minera para evaluar económicamente el estudio de perfil del proyecto P.S.

- $PCu_t = \beta_0 + \beta_1 PCu_{(t-1)} + \varepsilon_t$
- $E[PCu_t] = \beta_0 + \beta_1 E[PCu_{(t-1)}]$, donde: $\varepsilon_t = 0$
- $E[PCu_t] = E[PCu_{(t-1)}] = \bar{P}$, donde \bar{P} = Precio del Cu a largo plazo
 $310 \frac{cUS\$}{Lb}$
- $\bar{P} = \beta_0 + \beta_1 \bar{P}$
- $\bar{P} = \frac{\beta_0}{1-\beta_1}$
- $\beta_0 = \bar{P} (1 - \beta_0) = 310 (1- 0,8766) = 38,254 \frac{cUS\$}{Lb}$

Por lo tanto, el vector precio estocástico para la evaluación del proyecto propuesto en la presente tesis es:

$$PCu_t = 38,25 + 0,88PCu_{(t-1)} + \varepsilon_t \left[\frac{cUS\$}{Lb} \right] \quad [\text{Ecuación N}^\circ 12]$$

$$\text{Desviación Estándar: } \sigma_{\varepsilon} = \sqrt{\frac{\sum \varepsilon_t}{n-2}} = 0,44 \left[\frac{US\$}{Lb} \right];$$

donde “n” es el número de muestras, que en este caso son 40 años. Por lo tanto:

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_{\varepsilon}^2) \sim N\left(0 \frac{US\$}{Lb}; 0,19 \frac{US\$}{Lb}\right)$$

4.6. Identificación de las Opciones Reales del Proyecto

La opción seleccionada para evaluar el proyecto en estudio es la opción de expandir o crecer. Esta decisión se justifica con el fin de aprovechar las oportunidades de crecimiento cuando existe una alta incertidumbre y comprobar a qué precio del cobre (precio gatillo) hace atractivo invertir en las distintas etapas del nuevo proyecto P.S.

4.7. Construcción del Árbol Estratégico de Decisión

Para la construcción del árbol estratégico de decisión es necesario comprender cuándo se deben tomar las decisiones de inversión de manera que éstas se puedan ejecutar oportunamente, considerando el tiempo necesario para materializarlas y habilitar la extracción del mineral desde el nuevo yacimiento P.S. para alimentar la planta OXE existente.

El inicio de la operación del proyecto P.S. está programado para el año 2023, para lo cual se considera un programa de inversiones diferidas en el periodo de vida útil del proyecto, de acuerdo con los requerimientos del plan de procesamiento de cada caso.

Los montos de inversión diferidos realizados en la planta OXE se resumen en la tabla 4.3.:

Tabla 4.3. Detalle de Inversiones Diferidas.

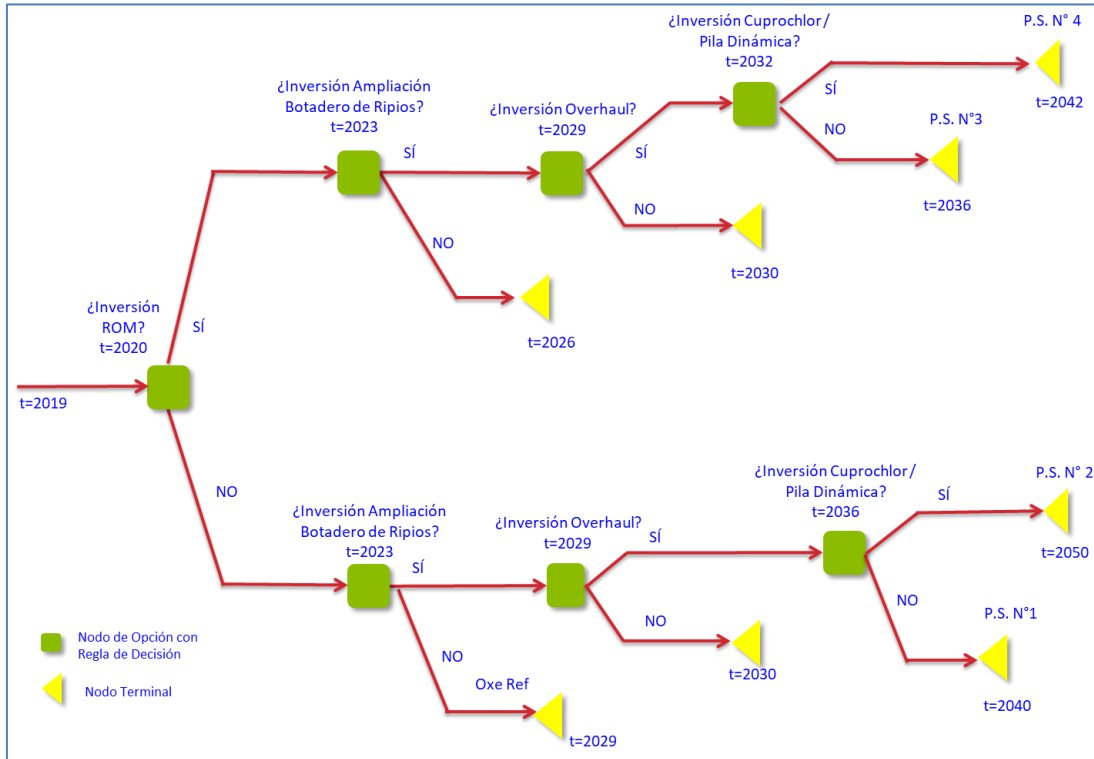
Caso	Inversiones, kUS\$					
	Año 2022 Pila ROM	Año 2025 Botadero Ripio	Año 2031 Overhaul	Año 2034 Pila Dinámica Cuprochlor	Año 2038 Pila Dinámica Cuprochlor	Total
Caso 1	-	4.300	61.712	-	-	66.012
Caso 2	-	7.588	66.546	-	127.380	201.514
Caso 3	131.013	2.782	62.329	-	-	196.124
Caso 4	150.675	5.312	66.785	140.509	-	363.281

Fuente: Elaboración propia en base a datos de la Compañía Minera.

Para efectos del análisis, el alumno asume el supuesto que las decisiones de inversión se realizarán 2 años antes de ejecutarlas para contar con un tiempo prudente para materializarlas en caso de que la decisión sea invertir en las distintas opciones de crecimiento representada por los casos de negocio, es decir, el tiempo de maduración de la opción.

Se propone a continuación un árbol estratégico de decisión para el proyecto P.S., el cual, a juicio del alumno, presenta una secuencia cronológica priorizando el tiempo de madurez de cada opción que facilita la visualización de la implementación de cada caso de negocio, entregando a la administración información sobre la flexibilidad del proyecto y definiendo a qué precio del cobre es atractivo realizar o no las inversiones según se despeja esta incertidumbre en el futuro, sin ser necesario tomar una decisión de inversión irreversible ahora, lo que no ocurre con la metodología tradicional de evaluación de proyectos.

Ilustración 4.16. Árbol Estratégico de Decisión Proyecto P.S.



Fuente: Elaboración Propia

4.8. Valoración de las Opciones Reales del Proyecto

Para el análisis estocástico del proyecto P.S. se utiliza como “input” los datos del flujo de caja del estudio de perfil de cada caso de negocio, a excepción del precio del cobre, utilizando el vector precio que fue modelado en la ecuación N°12:

$$P Cu_t = 38,25 + 0,88P Cu_{(t-1)} + \varepsilon_t \left[\frac{cUS\$}{Lb} \right]$$

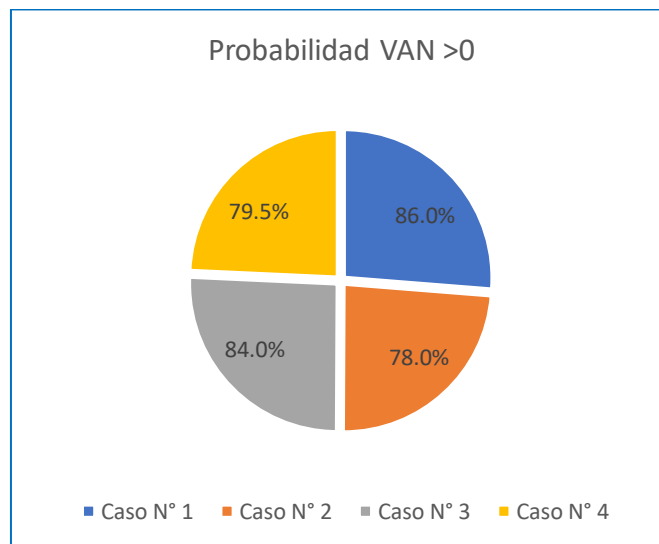
Donde:

$$\varepsilon_t \sim N\left(0, \sigma_\varepsilon^2\right) \sim N\left(0 \frac{US\$}{Lb}; 0,19 \frac{US\$}{Lb}\right)$$

Este modelo estocástico del precio del cobre se cuantifica por medio del *software Oracle Crystal Ball* realizando simulaciones de Monte Carlo con 1.000 iteraciones y un 95% de confianza, utilizando una distribución normal de media 0 con una desviación estándar de $0,44 \frac{US\$}{Lb}$, lo cual se detalla en el Anexo C.

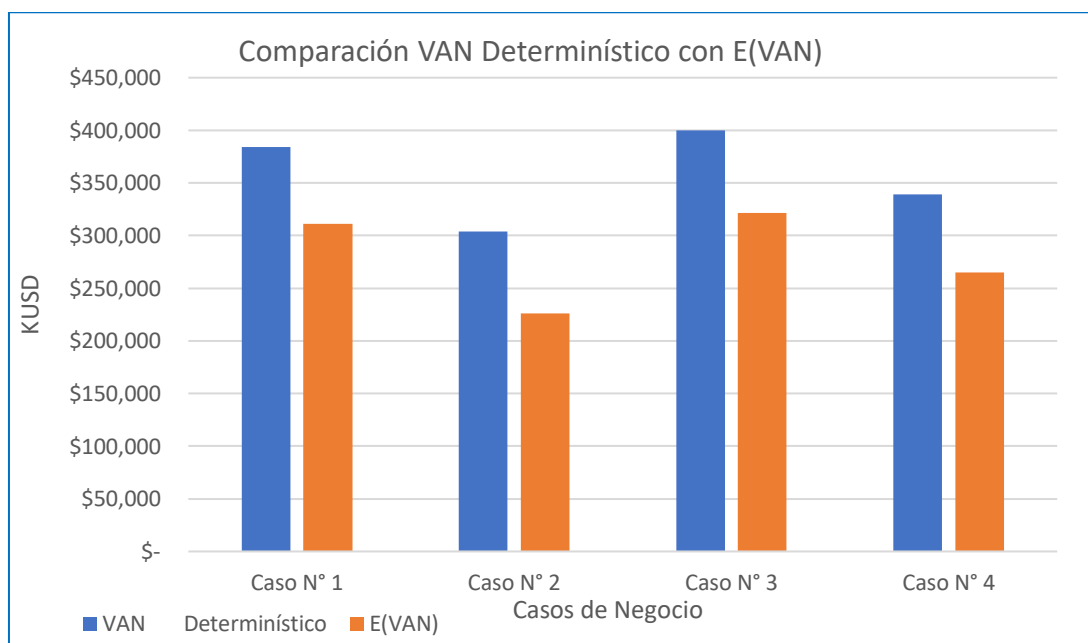
Lo anterior permite generar una serie de precios para todos los periodos, evaluar el $\mathbb{E}(\text{VAN})$ para cada nodo terminal o caso de negocio, además de resultados probabilísticos de lograr agregar valor, los que se muestran a continuación.

Ilustración 4.17. Probabilidad de obtener VAN >0.



Fuente: Elaboración Propia

Ilustración 4.18. Comparación VAN determinístico v/s \mathbb{E} (VAN).



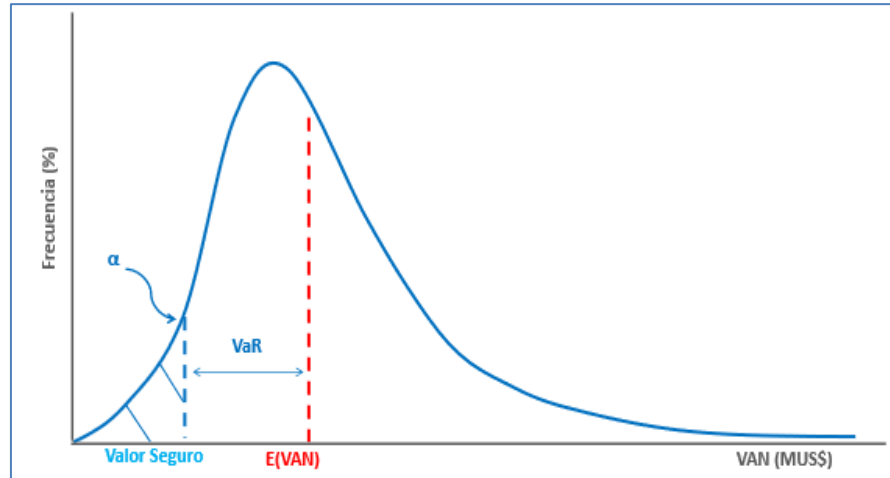
Fuente: Elaboración Propia

En la ilustración 4.18. se observa que los \mathbb{E} (VAN) de todos los casos de negocios disminuyen en comparación con los VAN determinísticos por efecto de la estimación del precio del cobre del modelo estocástico versus el precio determinado del análisis tradicional. Sin embargo, los casos de negocios N°1 y N°3 siguen siendo los elegidos por tener los mayores \mathbb{E} (VAN). A lo anterior se suma que en la Ilustración 4.17. se muestra una mayor probabilidad de lograr un VAN > 0 respecto a los otros casos de negocio, frente a la incertidumbre del precio del cobre. La distribución de probabilidades de este análisis se puede ver en el Anexo D.

4.8.1. Determinación del Valor en riesgo y la Robustez de las Opciones de Crecimiento.

Con los $\mathbb{E}(\text{VAN})$ de cada caso de negocio se evalúa también un indicador de riesgo que mide la variabilidad del VAN, llamado VaR (“Value at Risk” por sus siglas en inglés o Valor en Riesgo), definido como la diferencia que existe entre el $\mathbb{E}(\text{VAN})$ y su percentil α (o valor seguro al $\alpha\%$) a un nivel de confianza $(1 - \alpha)\%$, utilizando normalmente un $\alpha = 5\%$ o $\alpha = 10\%$.

Ilustración 4.19. Ejemplo de Determinación del VaR.



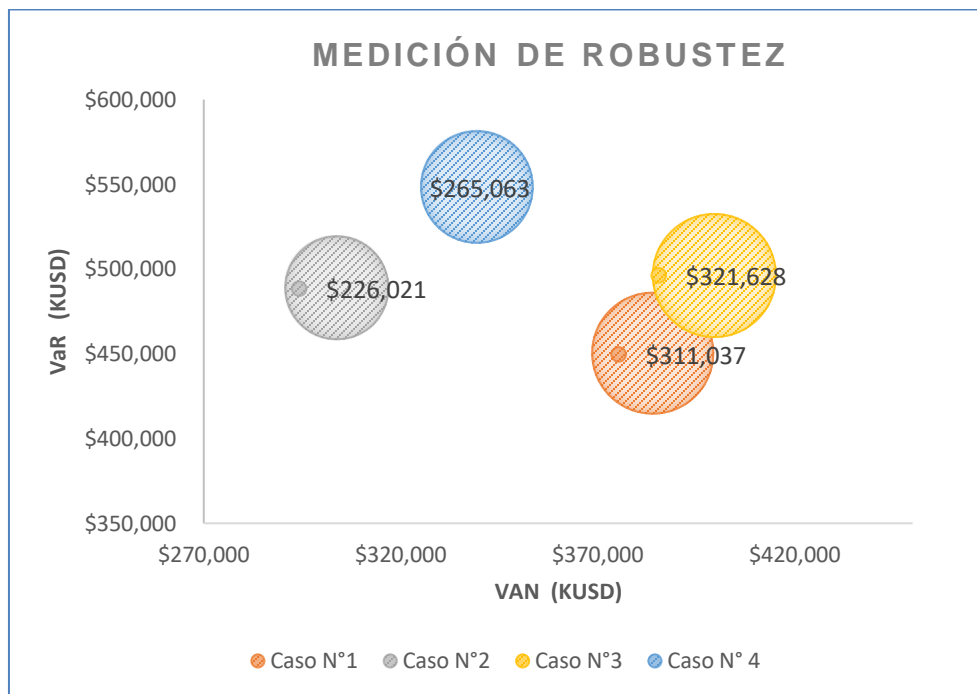
Fuente: Elaboración Propia.

Es conveniente obtener la distribución del VaR ya que permite entender la magnitud de las potenciales pérdidas de valor que podría tener cada caso de negocio, pudiéndose dar el caso de dos alternativas de un similar $\mathbb{E}(\text{VAN})$, pero que una tenga un VaR más alto que la otra, donde la administración deberá tomar una decisión dependiendo del perfil o aversión al riesgo. Por lo tanto, con este proceso, los tomadores de decisiones de inversión podrán determinar cuáles alternativas de los distintos casos de negocio son más robustas y cuáles no.

En el Anexo D se detalla las simulaciones de Montecarlo en las cuales se puede determinar el VaR y VAN Seguro ($\alpha = 10\%$) para cada caso de negocio u opción de crecimiento, lo que se resume en la Ilustración 4.20.

El tamaño de los círculos es el $\mathbb{E}(\text{VAN})$ de cada caso de negocio, el eje de las abscisas es el VAN determinístico y el eje de las ordenadas es el VaR. Se observa que el Caso de Negocio N°1 tiene un Valor en Riesgo menor que los otros casos de negocio.

Ilustración 4.20. Medición de Robustez para las Opciones de Crecimiento



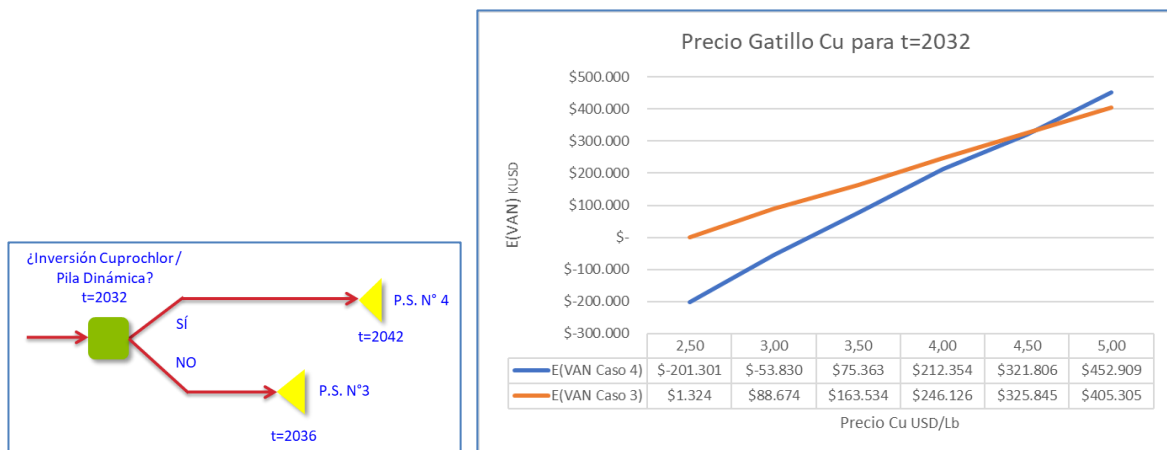
Fuente: Elaboración Propia.

4.8.2. Determinación del Precio del Cobre para las Decisiones de Inversión.

Es un objetivo de la tesis definir los precios del cobre que determinan la opción de tomar la decisión de invertir en los distintos nodos de regla de decisión del árbol estratégico, el que se define como “precio gatillo”. Como se indica anteriormente en el Capítulo 3 (sección 3.2.1.5.) se utiliza la metodología de “*Backward Induction*” con simulaciones de Montecarlo, hasta llegar al nodo inicial, el cual representa el valor del proyecto con opciones.

En la parte superior del árbol estratégico, se establece un primer nodo de opción con regla de decisión para el año 2032, con el objetivo de definir cuál es el precio del cobre que gatilla la decisión de invertir en la ampliación de la pila dinámica e incorporar el proceso de recuperación por cuprochlor para lixiviar sulfuros de alta ley. El optar por realizar esta inversión habilita la opción de crecimiento del caso de negocio N°4. En caso de tomar la decisión de no invertir, el proyecto P.S. se cierra el año 2036, completando el caso de negocio N°3.

Ilustración 4.21. Precio Gatillo del Cu para Inversión en año 2032

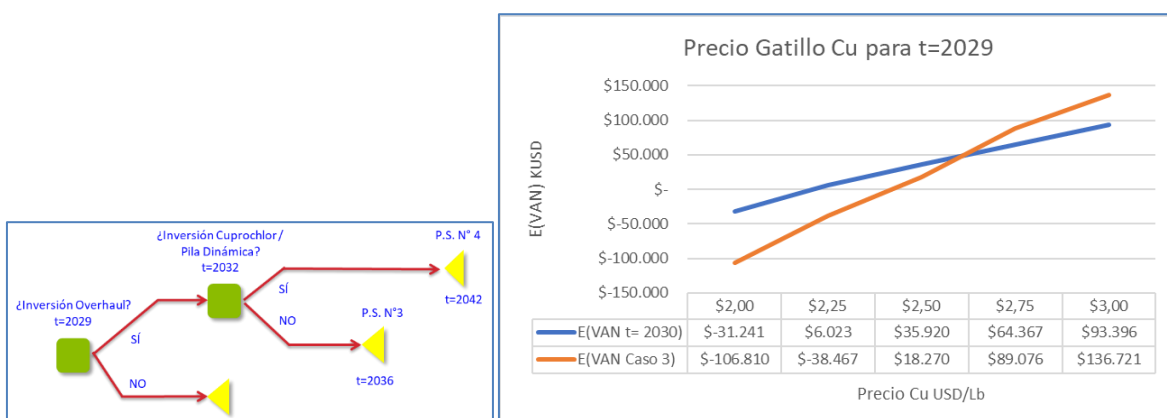


Fuente: Elaboración Propia.

De la Ilustración 4.21. se observa que con un precio Cu $\approx 4,5$ USD/Lb en el año 2032 el $\mathbb{E}(VAN \text{ Caso } 4 \text{ } t = 2032 \sim 2042) \approx \mathbb{E}(VAN \text{ Caso } 3 \text{ } t = 2032 \sim 2036)$, siendo el precio del cobre que gatilla la decisión de invertir, lo cual es poco probable considerando el registro histórico de precios reales del cobre que se puede apreciar en la ilustración 4.14.

En el año 2029 se establece un segundo nodo de opción con regla de decisión, con el objetivo de definir cuál es el precio del cobre que gatilla la inversión para realizar un *overhaul* a los equipos existentes de la planta OXE. El optar por realizar esta inversión habilita la opción de crecimiento del caso de negocio N°3. En caso de tomar la decisión de no invertir, el proyecto P.S. se cierra el año 2030.

Ilustración 4.22. Precio Gatillo del Cu para Inversión año 2029



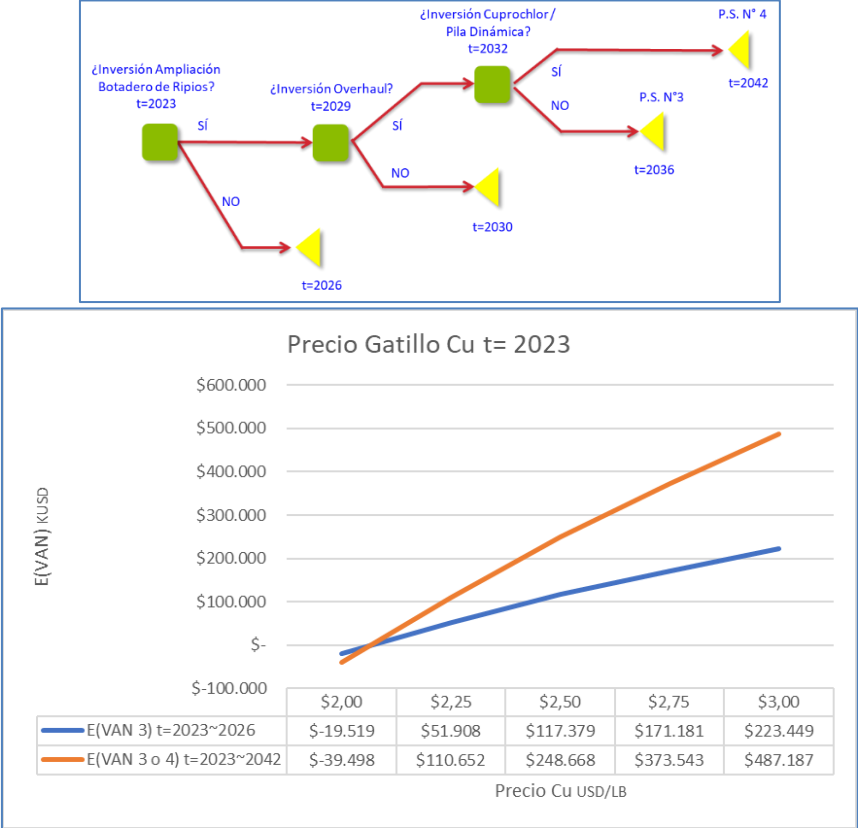
Fuente: Elaboración Propia.

De la Ilustración 4.22. se observa que con un precio Cu $\approx 2,6$ USD/Lb en el año 2029 el $\mathbb{E}(VAN \text{ } t = 2029 \sim 2030) \approx \mathbb{E}(VAN \text{ } t = 2029 \sim 2036)$, siendo el precio del cobre que gatilla la decisión de invertir.

Finalmente se establece para el año 2023 un tercer nodo de opción con regla de decisión, con el objetivo de definir cuál es el precio del cobre que gatilla la inversión de ampliar el

botadero de rípios en OXE. El optar por realizar esta inversión habilita la opción de crecimiento N°3 dependiendo si el precio del cobre alcanza el valor definido en el nodo del año 2029. En caso de tomar la decisión de no invertir, el proyecto se cierra el año 2026.

Ilustración 4.23. Precio Gatillo del Cu para Inversión año 2023

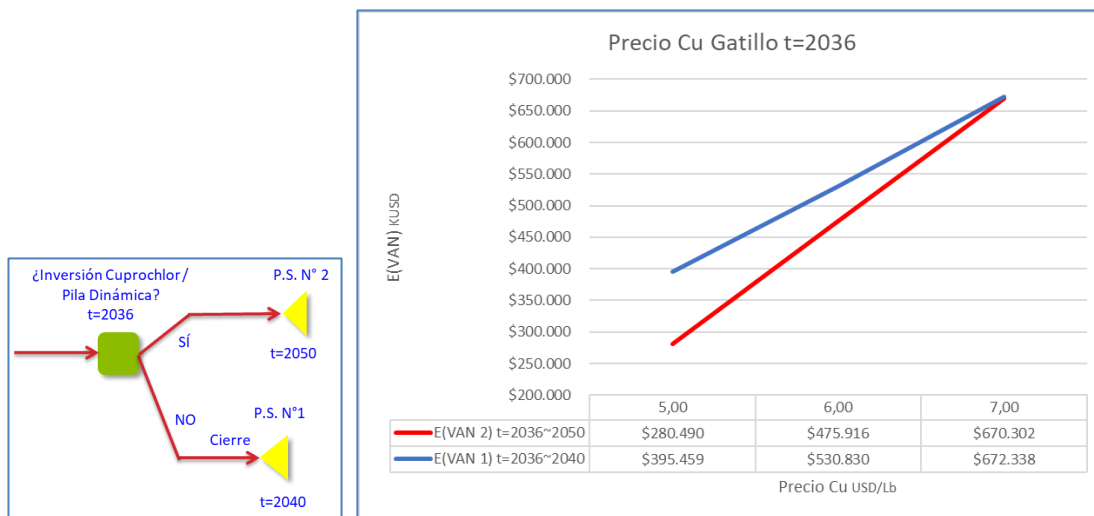


Fuente: Elaboración Propia.

De la Ilustración 4.23. se observa que con un precio Cu $\approx 2,2$ USD/Lb en el año 2023 el $\mathbb{E}(VAN t = 2023\sim 2026) \approx \mathbb{E}(VAN t = 2023\sim 2042)$, siendo el precio del cobre que gatilla la decisión de invertir en la ampliación del botadero de rípio de OXE.

En la parte inferior del árbol estratégico se establece un nodo de opción con regla de decisión en el año 2036, con el objetivo de definir cuál es el precio del cobre que gatilla la decisión de invertir en la ampliación de una pila dinámica y la en la incorporación del proceso de cuprochlor para lixiviar sulfuros de alta ley. El optar por realizar esta inversión habilita la opción de crecimiento del caso de negocio N°2. En caso de tomar la decisión de no invertir, el proyecto P.S. se cierra el año 2040, completando el caso de negocio N°1.

Ilustración 4.24. Precio del Cobre Gatillo para Opción de Crecimiento en el año 2036



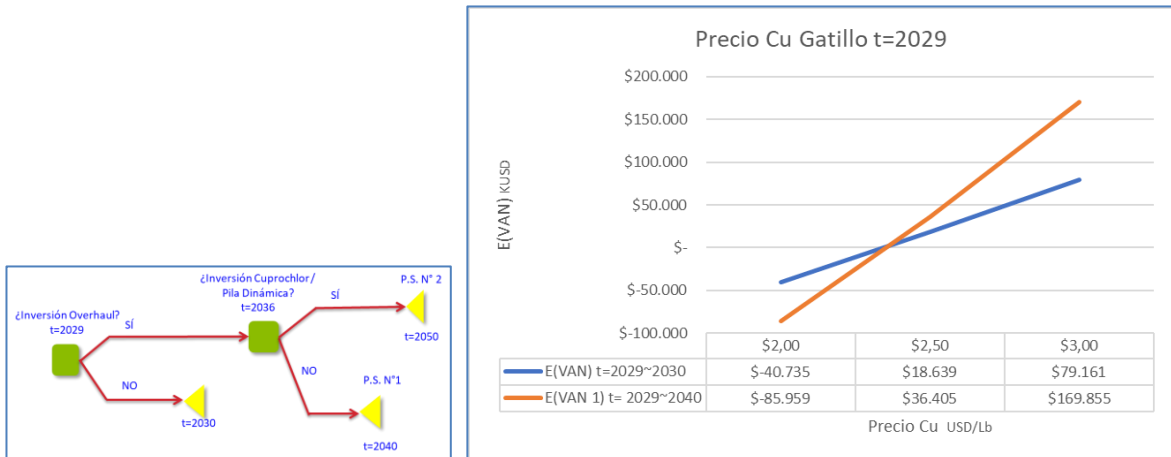
Fuente: Elaboración Propia.

De la Ilustración 4.24. se observa que con un precio Cu $\approx 7,0$ USD/Lb en el año 2036 el $\mathbb{E}(VAN 1_{t=2036\sim 2040}) \approx \mathbb{E}(VAN 2_{t=2036\sim 2050})$, siendo el precio del cobre que gatilla la decisión de invertir en el proceso de recuperación por cuprochlor para sulfuros de cobre alta ley y en una pila dinámica, lo cual es muy poco probable, considerando el registro histórico de los precios reales del cobre que se puede ver en la ilustración 4.14, lo que hace sugerir por ahora descartar el caso de negocio N°2.

Al analizar en detalle los supuestos y datos del caso de negocio N°2 aportados por la Compañía Minera, la justificación de este alto precio del cobre que se requiere para tomar la decisión de invertir en esta opción de crecimiento se debe principalmente a la baja recuperación de los minerales de sulfuros de alta ley que se estima con la tecnología actual de cuprochlor, la cual en un futuro podría mejorar su eficiencia y costos de producción, siendo recomendable volver a evaluar su aporte de valor a medida que se despeje esta incertidumbre en el tiempo.

Para el año 2029 se establece un segundo nodo de opción con regla de decisión, con el objetivo de definir cuál es el precio del cobre que gatilla realizar la inversión de un *overhaul* en la planta OXE. El optar por realizar esta inversión habilita la opción de crecimiento N°1. En caso de tomar la decisión de no invertir en el *overhaul* el proyecto se cierra en el año 2030.

Ilustración 4.25. Precio del Cobre Gatillo para Opción de Crecimiento en el año 2029.

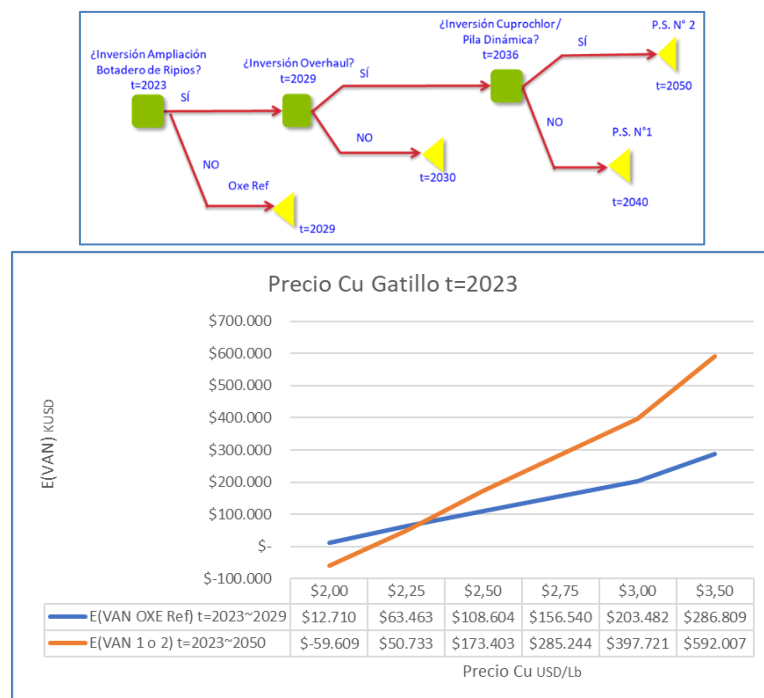


Fuente: Elaboración Propia.

De la Ilustración 4.25. se observa que para un precio Cu $\approx 2,4$ USD/Lb en el año 2029 el $\mathbb{E}(VAN_{t=2029\sim 2030}) \approx \mathbb{E}(VAN_{t=2029\sim 2040})$, siendo el precio del cobre que gatilla la decisión de invertir en realizar un *overhaul* en la planta OXE.

Se establece para el año 2023 un tercer nodo de opción con regla de decisión, con el objetivo de definir cuál es el precio del cobre que gatilla realizar la inversión para ampliar el botadero de rипios en OXE. El optar por realizar esta inversión habilita la opción de crecimiento N°1 dependiendo si el precio del cobre alcanza el valor definido en el año 2029. En caso contrario, el proyecto se cierra en el año 2029.

Ilustración 4.26. Precio Gatillo para Invertir en Ampliar Pila Dinámica

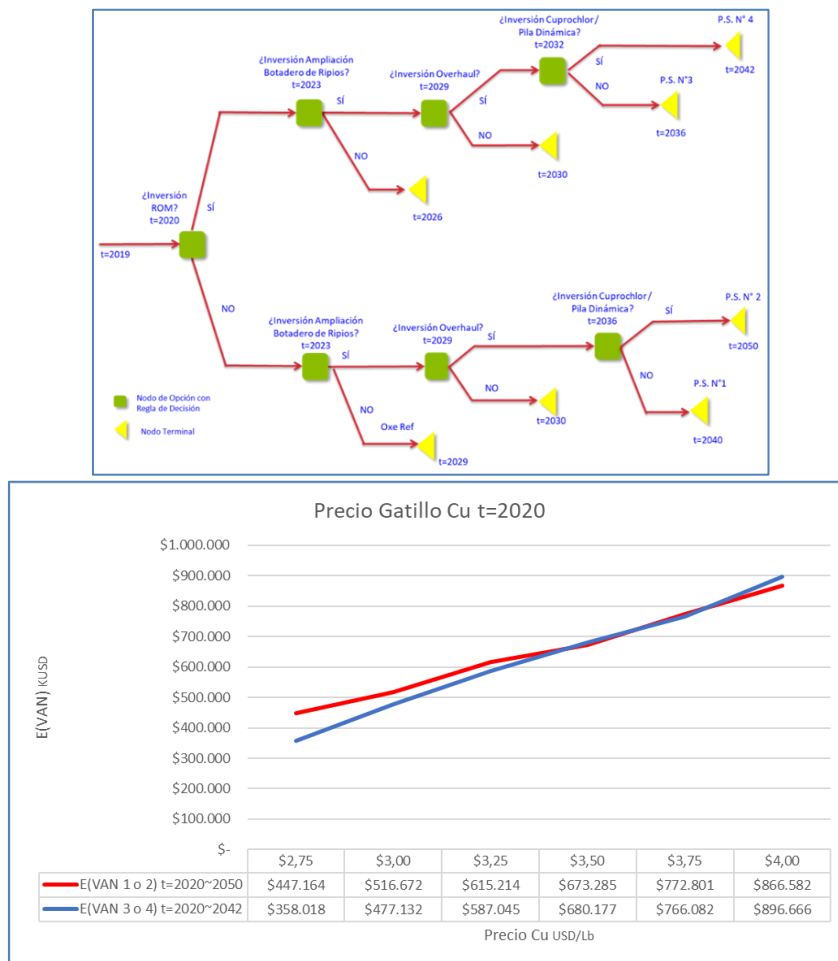


Fuente: Elaboración Propia.

De la Ilustración 4.26. se observa que para un precio Cu $\approx 2,3$ USD/Lb en el año 2023 el $\mathbb{E}(VAN_{OXE Ref_{t=2023\sim 2029}}) \approx \mathbb{E}(VAN)_{t=2023\sim 2040}$, siendo el precio del cobre que gatilla la decisión de invertir.

Por último, se establece para el año 2020 un nodo de opción con regla de decisión para definir cuál es el precio del cobre que gatilla realizar la inversión para un Pila ROM y lixiviar óxidos / mixtos de baja ley. El optar por realizar esta inversión habilita las opciones de crecimiento de los casos de negocio N°3 o N°4, dependiendo de que los precios del cobre alcancen los valores definidos anteriormente para los nodos de los años 2023, 2029 y 2032 de la rama superior del árbol estratégico de decisión. En caso de tomar la decisión de no invertir, solo se pueden desarrollar las opciones de crecimiento de los casos de negocio N°1 o N°2, también dependiendo de los valores que logre alcanzar el precio del cobre en sus respectivos nodos de decisión establecidos en la rama inferior del árbol estratégico de decisión.

Ilustración 4.27. Precio Gatillo para Invertir Pila ROM



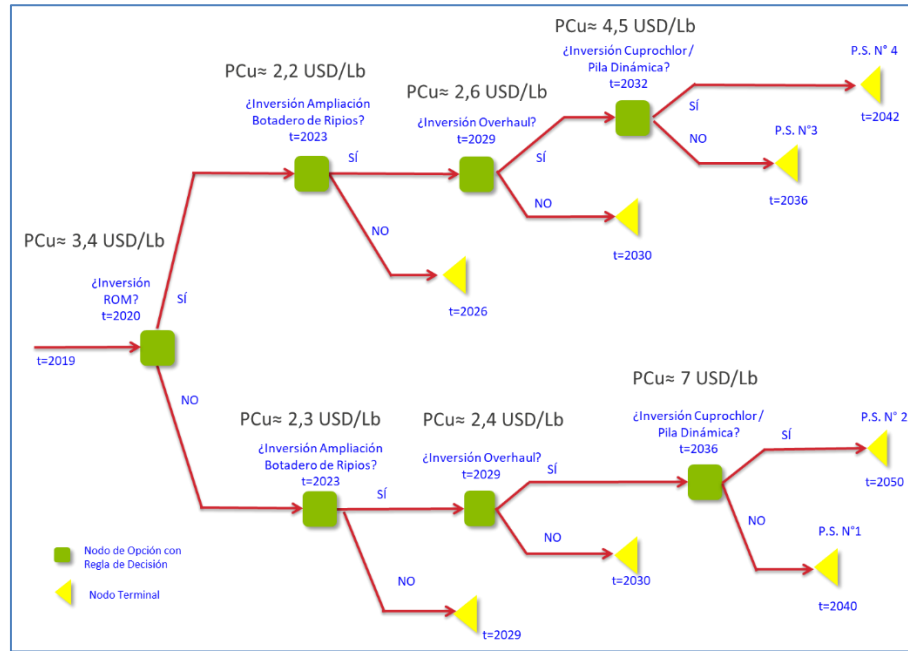
Fuente: Elaboración Propia.

De la Ilustración 4.27. se observa que para un precio Cu $\approx 3,4$ USD/Lb en el año 2020 el $\mathbb{E}(VAN_{1 o 2_{t=2020\sim 2050}}) \approx \mathbb{E}(VAN_{3 o 4_{t=2020\sim 2042}})$, siendo el precio del cobre que gatilla la decisión de invertir en una pila ROM para lixiviar minerales de óxidos y mixtos de baja ley. Esto reafirma que al precio del cobre de 3 USD/Lb determinado en la evaluación

tradicional del caso de negocio N°3 indicada en la Tabla 4.1. no hace rentable la inversión de una pila ROM.

A modo de resumen, los precios del cobre que gatillan las distintas decisiones de inversión en las opciones de crecimiento se indican en la Ilustración 4.28.:

Ilustración 4.28. Precios del Cobre que Gatillan las Decisiones de Inversión



Fuente: Elaboración Propia.

Como conclusión y haciendo referencia al último Informe de COCHILCO Tendencia de Mercado del Cobre Proyecciones 2019 – 2020, en que se proyecta un precio del cobre de 3,08 USD/Lb y el modelo estocástico de la tesis, se sugiere no tomar la decisión de invertir en una Pila ROM hoy, sino que esperar y ver cómo se comporta la variable precio del cobre hasta el año que se debe tomar la decisión de invertir, es decir, ejercer la opción de diferir. De todas formas, es más probable desarrollar la opción de crecimiento o caso de negocio N°1 extendiendo el proyecto P.S. hasta el año 2040, dependiendo si el precio del cobre logra alcanzar los precios tornan atractivo las decisiones de inversión que se definieron en cada nodo de regla de decisión del árbol estratégico. Lo anterior se sustenta además con el análisis de robustez realizado en el punto 4.8.1, en que la opción N°1 es la que tiene un menor valor en riesgo (VaR), un mejor porcentaje de probabilidad de lograr un VAN positivo y un mejor $\mathbb{E}(\text{VAN})$

Capítulo 5

5. Conclusión.

En particular, la industria minera se caracteriza por evaluar proyectos a varios años de implementación con su respectivo retorno, por lo tanto, sus evaluaciones económicas están determinadas en gran parte por los precios esperados del cobre, además de otras incertidumbres que deben ser identificadas y cuantificadas para elaborar un plan de inversión robusto y flexible. Es, por lo tanto, indispensable innovar e incorporar nuevas herramientas de evaluaciones económicas de proyectos que permitan descubrir el verdadero valor de los activos y mejorar la calidad de la información permitiendo a la administración tomar una mejor decisión de inversión.

En línea con lo anterior, el análisis y aplicación de la evaluación de proyectos por opciones reales realizado en el caso de estudio "Proyecto P.S.", demuestra ser una forma correcta de evaluar activos cuando éstos se encuentran en un ambiente de incertidumbre, las inversiones asociadas son irreversibles y el proyecto presenta distintas opciones hacia el futuro.

Si bien es cierto, la recomendación de invertir en el Caso de Negocio N°1 proveniente de la evaluación económica tradicional realizada en el estudio de perfil coincide con la recomendación del análisis por opciones reales de la tesis, el aporte de esta última metodología es la información adicional respecto a:

- La flexibilidad del plan de negocio, primero identificando el precio del cobre como principal fuente de incertidumbre y como éste impacta en las distintas opciones de crecimiento, cuantificándose a través de un modelo estocástico y simulaciones de Monte Carlo. Lo anterior, permite definir los distintos precios del cobre que tornan atractiva la decisión de inversión en cada nodo con regla de decisión presentado en el árbol estratégico, gráfica que de manera simple permite explicar a los ejecutivos tomadores de decisiones de inversión las opciones y el valor de cada una de ellas
- La robustez del plan de negocio, que para el caso de negocio N°1, se estima un 86% de probabilidades de logran un VAN positivo, un $\mathbb{E}(\text{VAN})$ de 311.000 KUSD y un valor en riesgo (VaR) de 450.392 KUSD.
- Se sugiere diferir la decisión de inversión hasta el año 2020 respecto a implementar una pila ROM para lixiviar mineral de baja ley en P.S., esperando que se despeje la incertidumbre en el precio del cobre, el cual, según este análisis debería ser de 3,4 USD/Lb para que gatille la inversión.

- Se menciona en la tesis que es recomendable identificar y limitar el número de incertidumbres a aquellas con mayor impacto sobre la inversión o las retribuciones futuras que se esperan generar, pero para el proyecto evaluado, el alumno sugiere que para estudios posteriores sean cuantificadas otras fuentes de incertidumbres que pudiera hacer cambiar algunas decisiones de inversión, por ejemplo, la incertidumbre respecto a la capacidad de lixiviación de sulfuros con el proceso de cuprochlor, cuya recuperación al día de hoy es baja y no permite ser una opción económica para desarrollar. Lo anterior se concluye gracias a que el árbol estratégico de decisión permite identificar el año 2036 como el tiempo de la madurez de la opción de crecimiento N°2 en que se debe tomar la decisión de invertir o no en este proceso de recuperación, determinando hoy un precio del cobre que gatilla esta decisión en 7 USD/Lb, lo cual es muy poco probable. Sin embargo, desde el año 2019 al año 2036 es un periodo de tiempo en el cual la tecnología de cuprochlor podría mejorar sus resultados de recuperación de cobre por medio de estudios y pruebas, pudiendo llegar a ser rentable, por lo tanto, se reafirma lo indicado en la tesis sobre el cuestionamiento a la metodología tradicional de evaluación de proyectos en el sentido de tomar una decisión de inversión irreversible hoy renunciando a la posibilidad de esperar nueva información o que se despejen incertidumbres a medida que avanza el tiempo. Cabe destacar que el aumentar las fuentes de incertidumbre que se deben cuantificar complejizan el análisis, por lo que en estos casos se sugiere apoyarse con softwares especializados.

Finalmente, se concluye que la evaluación de proyectos por opciones reales constituye en sí mismo un proceso, el cual puede ser estandarizado para ser llevado a cabo de manera sistemática en cualquier empresa minera, lo que es altamente recomendable para proyectos o decisiones de inversión asociadas a cambios en las reservas de un yacimiento, ya sea a través de nuevos proyectos “*greenfield*” o de expansión de las operaciones existentes “*brownfield*”.

A juicio del autor de esta tesis, lo más relevante de este proceso, junto con la identificación las fuentes subyacentes de incertidumbre y la cuantificación de su impacto, es la identificación de las distintas opciones flexibles que hagan frente a este escenario incierto, inherente a los proyectos mineros. Es por eso la recomendación de realizar este proceso en talleres con la participación de profesionales expertos de variadas disciplinas a fin de enriquecer el análisis.

6. Bibliografía

- Amram, Kulatilaka, Schulmerich, M. (2010). *Real Options Valuation, The Importance of Interest Rate Modelling in Theory and Practice*. Berlin: Editorial Springer.
- Bhappu, R. y Guzmán, J. (julio, 1995) Mineral Investment Decision Making, A Study of Mining Company Practices. *Engineering and Mining Journal*.
- Braley, R., Myers, S., Allen, F. (2015). *Principios de Finanzas Corporativas*. México: Editorial Mc Graw Hill.
- Cerda, C. (2016). Tesis para Ing Civil Minas: Análisis de Riesgo Asociado a Incertidumbre Operacional en Planes Mineros para Minería de Cielo Abierto.
- Contreras, E. (2009). *Evaluación de inversiones bajo incertidumbre: teoría y aplicaciones a proyectos en Chile*. Santiago de Chile: Editorial Cepal.
- Dixit, A. y Pindyck, R. (1994). *Investment under Uncertainty*.
- Graham, J y Harvey, C. (diciembre, 1999) The Theory and Practice of Finance: Evidence from the Field. *Journal of Financial Economics*, 60(2001), 183-243.
- Guzmán, J.I. (abril a diciembre 2011). Inversión Bajo Incertidumbre. *Revista Minería Chilena*, 358-366.
- Informe de Tendencias del Mercado del Cobre emitido en agosto del 2018 por la Comisión Chilena del Cobre (COCHILCO).
- Runge, I (1994) Uncertainty and Risk Mineral Valuation - A User's Perspective. *Mineral Valuation Methodology Conferences*, pp. 119-130. Sidney, Australia
- Smit, Trigeorgis & Peters, L. (2016). *Real Options Illustrated*. Suiza: Editorial Springer.
- Valenzuela, F. Tesis UC: Modelo de Gestión del riesgo asociado a la incertidumbre en las variables intrínsecas del proceso de evaluación de recursos.

7. Anexos

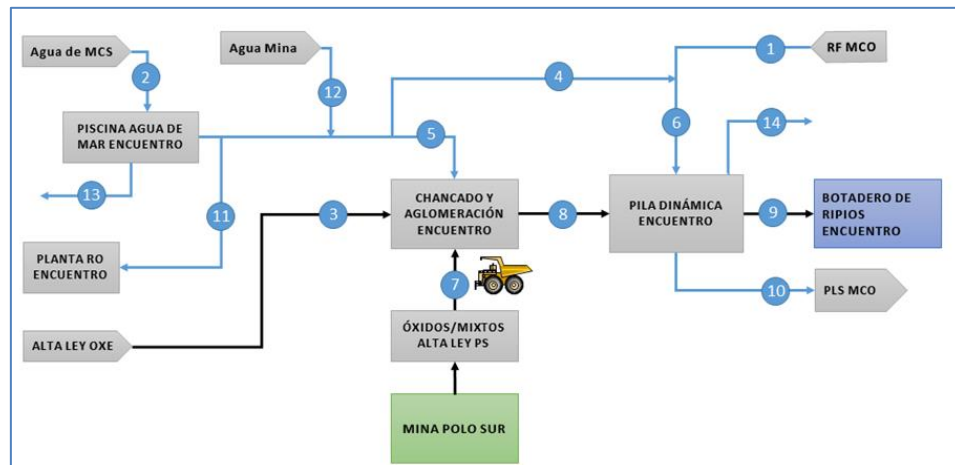
Anexo A: Casos de Negocios Proyecto P.S.

Se presenta a continuación una descripción de los cuatro casos de negocio, destacando los períodos, tonelajes y leyes de mineral de OXE y P.S. de cada plan minero.

CASO N°1: Lixiviación de óxidos / mixtos de alta ley de P.S. en pila dinámica de OXE.

Considera el procesamiento en la pila dinámica de OXE los óxidos/mixtos de alta ley provenientes de P.S, transportado el mineral por camiones e integrándolo a la operación de lixiviación actual de OXE. El periodo de tratamiento de mineral de P.S. comienza el año 2023, con una duración de 18 años, finalizando el 2040, a un ritmo de 10Mt totales por año (incluyendo el aporte de mineral de OXE), con una ley media de 0,42% de CuT para el mineral de P.S. y un 0,54% de CuT para el mineral de OXE (para el periodo 2018-2033). El riego se realiza en un ciclo, con refino, con una duración de 85 días.

Ilustración 7.1. Anexo A: Diagrama de Bloque Caso de Negocio N°1.

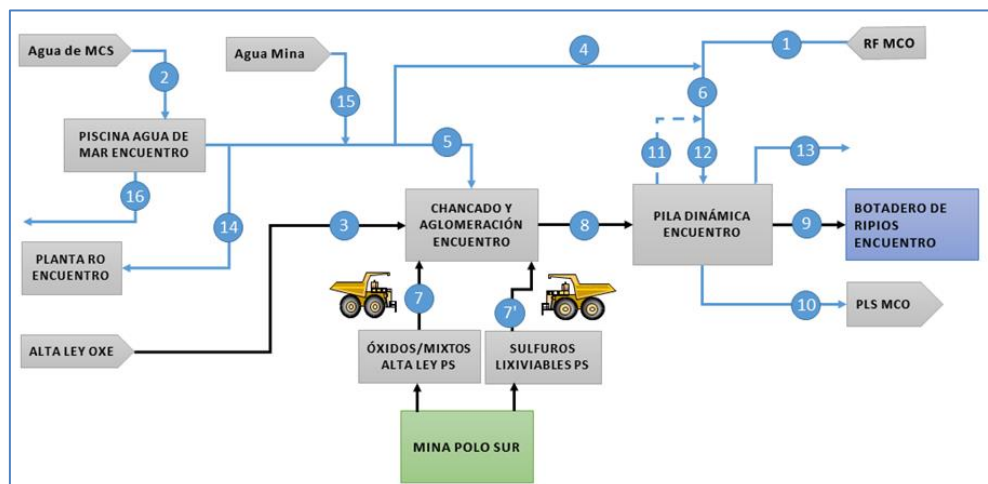


Fuente: Compañía Minera

CASO N°2: Caso N°1 + los sulfuros lixiviables de alta ley de P.S. en pila dinámica de OXE.

Considera procesar los minerales oxidados, mixtos y sulfuros lixiviables de alta ley de P.S. en la pila dinámica de OXE. El periodo de tratamiento de mineral de P.S. comienza el año 2023, con una duración de 28 años, finalizando el 2050, a un ritmo de 10Mt totales por año (incluyendo el aporte de mineral de OXE), con una ley media de 0,41% y 0,45% de CuT para los óxidos / mixtos y sulfurados de P.S. respectivamente y de 0,54% para el mineral de OXE. Los sulfuros entran a riego aportando tonelaje de forma importante a partir del año 2039, por lo tanto, en ese año se modifica el proceso de lixiviación en OXE a las condiciones de proceso de Cuprochlor, considerando adición de CaCl_2 / NaCl con un ciclo de riego que se incrementará de 85 días a 360 días.

Ilustración 7.2. Anexo A: Diagrama de Bloque Caso de Negocio N°2.

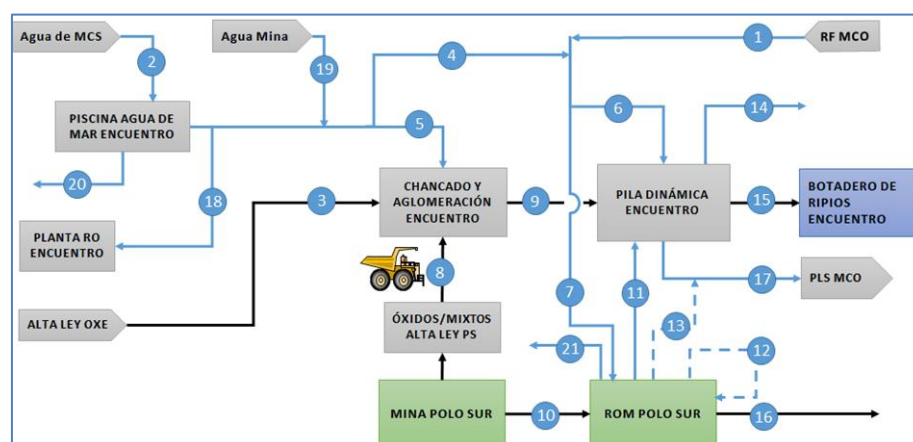


Fuente: Compañía Minera

CASO N°3: Caso N°1 + lixiviación de minerales óxidos / mixtos de baja ley de P.S. en pila ROM.

El procesamiento de lixiviación en la pila dinámica, en este caso, se realiza de dos ciclos de riego, el primer ciclo con ILS proveniente de la lixiviación de la pila ROM de P.S. y luego el segundo ciclo con refino proveniente de Minera Centinela, dando un tiempo total de riego de 85 días. El periodo de procesamiento de este mineral comienza el año 2023 y finaliza el 2036, a un ritmo de 10Mt totales por año (incluyendo el aporte de mineral de OXE), con una ley media de 0,52% de CuT de PS y de 0,55% de CuT del mineral de OXE (para el periodo 2018 – 2023). La pila ROM es regada con refino proveniente de Minera Centinela vía OXE, en ciclo que puede variar de entre 208 a 308 días (dependiendo de la disponibilidad de refino) y de solución ILS recirculada desde la misma pila ROM. El efluente de la pila ROM no recirculado es enviado a OXE, para riego de la pila dinámica o a la piscina de PLS según los requerimientos de solución existentes. El riego del mineral de baja ley comienza el 2023 y finaliza junto con la pila dinámica, el año 2036, con un plan de lixiviación diseñado para 4,5 Mt anuales. La ley media de CuT del mineral ROM es de 0,22%.

Ilustración 7.3. Anexo A: Diagrama de Bloque Caso de Negocio N°3.



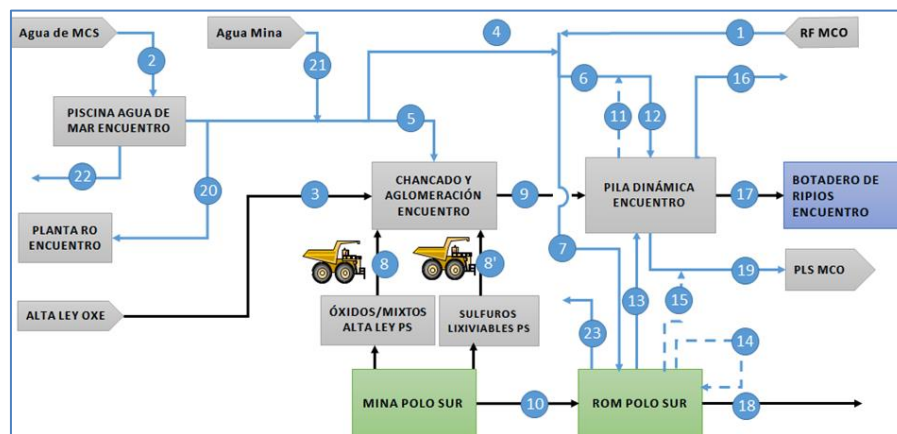
Fuente: Compañía Minera

CASO N°4: Caso N°3 + sulfuros lixiviables de alta ley de P.S. procesados en pila dinámica de OXE y sulfuros lixiviables de baja ley procesados en la pila ROM en P.S.

El proceso de lixiviación de la pila dinámica se maneja con los mismos criterios del Caso N°3, hasta que entran a riego en forma importante los sulfuros lixiviables, lo que en este caso ocurre a partir del año 2035. En este año se modifica el proceso a Cuprocholz y el ciclo de riego aumenta a 360 días, siendo la mitad del tiempo regado con ILS y la otra mitad con refino de Minera Centinela. El periodo de riego comienza en el año 2023 y finaliza el año 2042, a un ritmo total de 10 Mt anuales (incluyendo los minerales de OXE). La ley promedio de CuT de los óxidos / mixtos de alta ley de PS es de 0,51% y de OXE es de 0,55% (para periodo de 2018-2033). El mineral sulfurado lixiviable de PS ingresa a proceso con una ley media de CuT 0,47%.

En cuanto al riego de la pila ROM se consideran los mismos criterios de diseño del Caso N°3, con un tonelaje total a procesar de 82.295 kt, con una ley promedio de CuT de 0,22%. En este caso, el plan de lixiviación contempla el riego anual de 3,5 Mt a partir del año 2023 hasta el año 2031 inclusive. A partir del año 2032 se incrementa la capacidad de riego como diseño a 5,5 Mt anuales, dependiendo del tonelaje disponible.

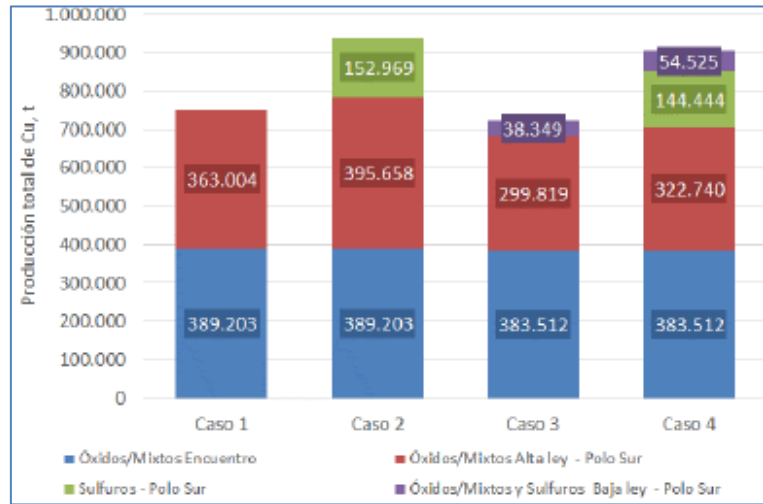
Ilustración 7.4. Anexo A: Diagrama de Bloque Caso de Negocio N°4.



Fuente: Compañía Minera

En el siguiente gráfico se muestra la producción de cobre para los cuatro casos en estudio, considerando el cobre aportado por mineral de OXE desde el año 2018 y por los minerales de OXE y PS a partir del año 2023. Como se observa, la mayor y menor producción de cobre se da en los casos 2 y 3 respectivamente. El aporte proveniente de los sulfuros lixiviables es de 153 Kt en el Caso N°2, generando un total de 938 Kt de Cobre fino.

Ilustración 7.5. Anexo A: Producción de Cu proyecto Integrado PS-OXE.



Fuente: Compañía Minera

Anexo B.

Serie de Precios Anuales Bolsa Metales de Londres

Tabla 7.1. Serie de Precios Anuales Bolsa Metales de Londres. (USD centavos Reales 2012).

Año	Precio	Año	Precio	Año	Precio
1935	102,1	1964	281,0	1993	147,6
1936	124,1	1965	365,8	1994	175,5
1937	163,1	1966	421,9	1995	215,8
1938	133,1	1967	309,4	1996	164,9
1939	128,5	1968	332,9	1997	163,6
1940	158,7	1969	377,7	1998	121,9
1941	149,4	1970	352,0	1999	114,8
1942	132,8	1971	261,4	2000	125,3
1943	126,8	1972	246,9	2001	107,7
1944	126,1	1973	360,4	2002	109,1
1945	123,9	1974	358,7	2003	118,1
1946	135,0	1975	194,0	2004	179,1
1947	185,4	1976	210,1	2005	213,8
1948	176,0	1977	185,1	2006	373,8
1949	168,3	1978	178,6	2007	377,7
1950	165,5	1979	231,1	2008	333,7
1951	183,1	1980	223,8	2009	272,1
1952	220,9	1981	163,1	2010	373,7
1953	222,8	1982	135,8	2011	402,6
1954	215,7	1983	144,3	2012	360,6
1955	302,9	1984	121,9	2013	330,3
1956	274,0	1985	126,0	2014	306,4
1957	177,9	1986	125,8	2015	264,7
1958	158,2	1987	158,7	2016	240,5
1959	189,6	1988	222,9	2017	291,9
1960	196,4	1989	232,8		
1961	183,9	1990	209,9		
1962	186,9	1991	183,9		
1963	187,6	1992	178,5		

Fuente: Elaboración propia.

Anexo C

Proceso Estocástico Auto Regresivo a la Medio (AR-1)

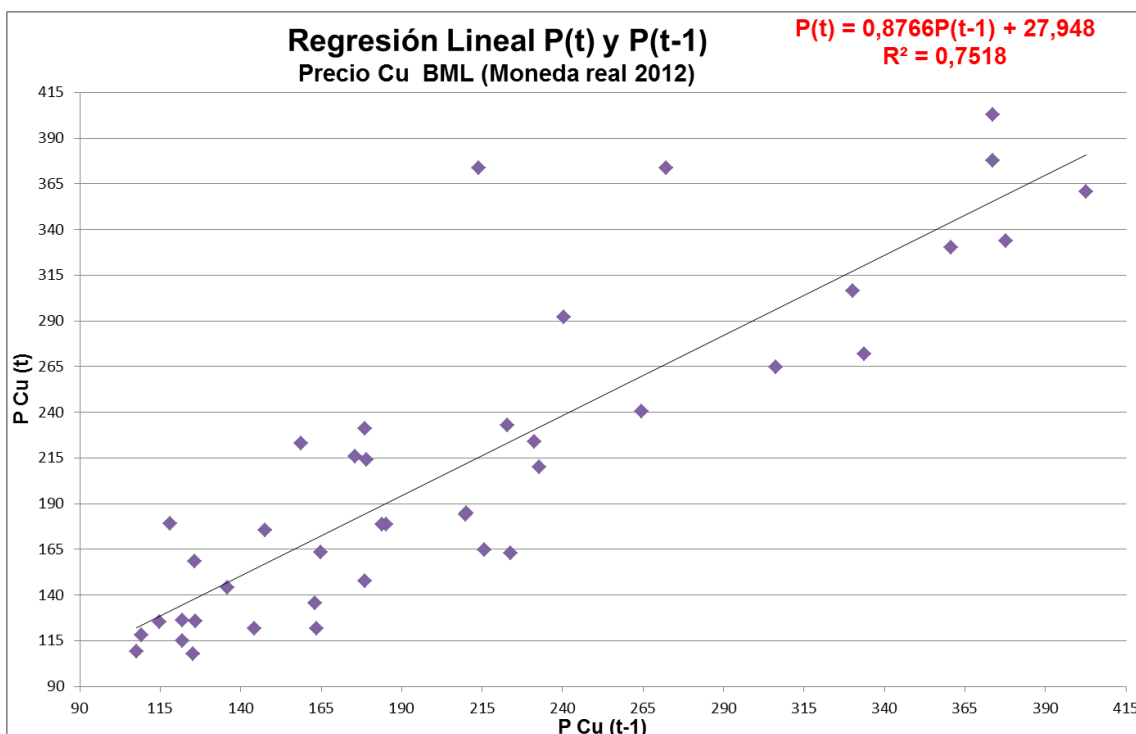
Tabla 7.2. Proceso Estocástico Auto Regresivo a la Medio (AR-1)

Y	X		
P Cu(t)	P Cu (t-1)	Precio Cu Proyectado	ϵ
185,1	210,1		
178,6	185,1	190,2	135,5
231,1	178,6	184,5	2172,9
223,8	231,1	230,5	44,8
163,1	223,8	224,2	3734,3
135,8	163,1	170,9	1232,4
144,3	135,8	147,0	7,4
121,9	144,3	154,4	1059,4
126,0	121,9	134,8	77,0
125,8	126,0	138,4	159,6
158,7	125,8	138,2	419,2
222,9	158,7	167,0	3126,1
232,8	222,9	223,4	88,8
209,9	232,8	232,0	488,6
183,9	209,9	212,0	785,1
178,5	183,9	189,2	114,3
147,6	178,5	184,4	1358,6
175,5	147,6	157,3	330,8
215,8	175,5	181,8	1156,0
164,9	215,8	217,1	2724,4
163,6	164,9	172,5	79,2
121,9	163,6	171,4	2451,1
114,8	121,9	134,8	398,1
125,3	114,8	128,6	11,0
107,7	125,3	137,8	903,8
109,1	107,7	122,4	176,4
118,1	109,1	123,6	30,2
179,1	118,1	131,5	2267,1
213,8	179,1	184,9	836,1
373,8	213,8	215,4	25076,5
377,7	373,8	355,6	487,9
333,7	377,7	359,0	641,9
272,1	333,7	320,4	2336,7
373,7	272,1	266,5	11492,9

P Cu(t)	P Cu (t-1)	Precio Cu Proyectado	ϵ
330,3	360,6	344,0	188,7
306,4	330,3	317,5	123,0
264,7	306,4	296,5	1014,4
240,5	264,7	260,0	378,5
291,9	240,5	238,8	2819,2
σ (desviación estándar)			43,9964105

Fuente: Elaboración propia.

Ilustración 7.6. Anexo C. Auto Regresión $P(t)$ y $P(t-1)$ del precio del Cobre.



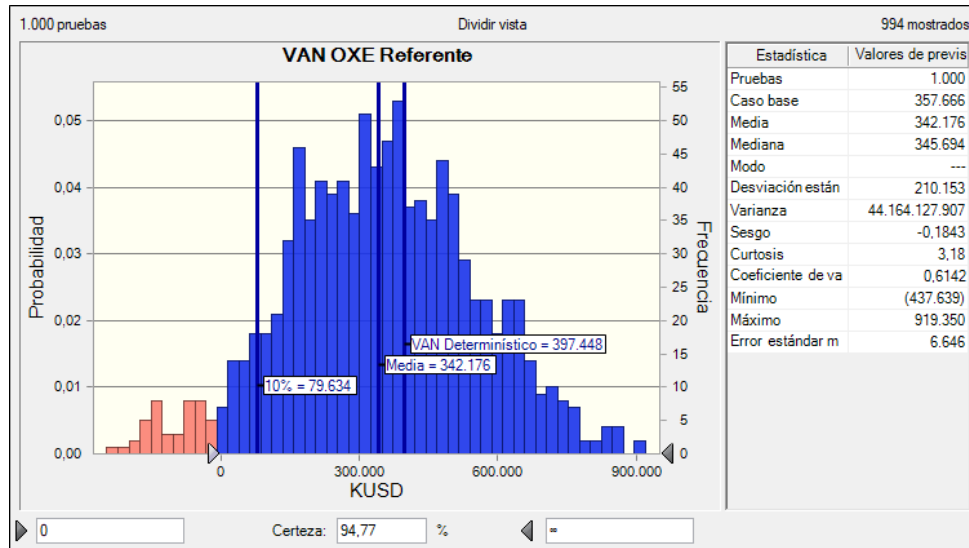
Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0,867090106
Coeficiente de determinación R^2	0,751845251
R^2 ajustado	0,745482309
Error típico	43,64364397
Observaciones	41

Fuente Elaboración Propia en base a datos de COCHILCO

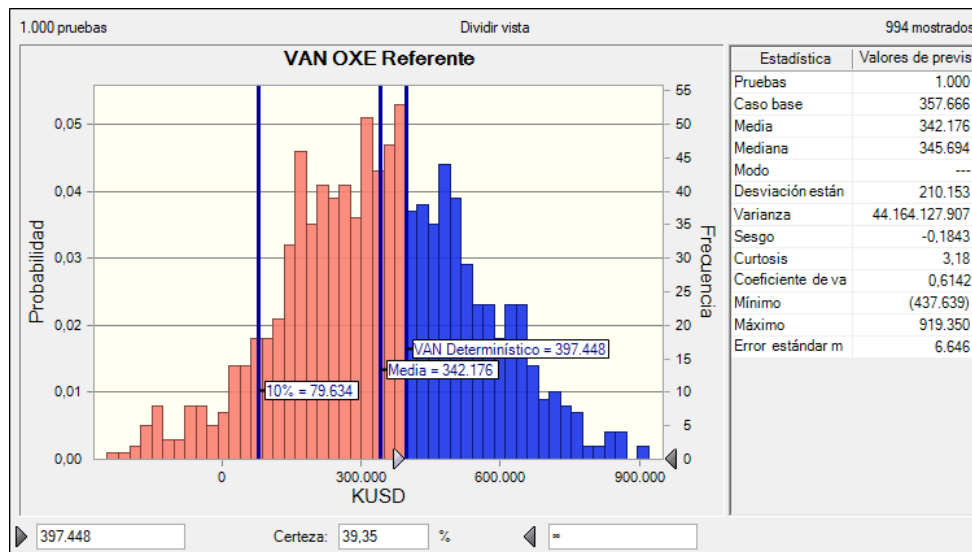
Anexo D

Gráficas de Distribución de Probabilidades de Casos de Negocio con Simulaciones Montecarlo (*Software Crystal Ball*).

I. Caso Negocio OXE Referente:

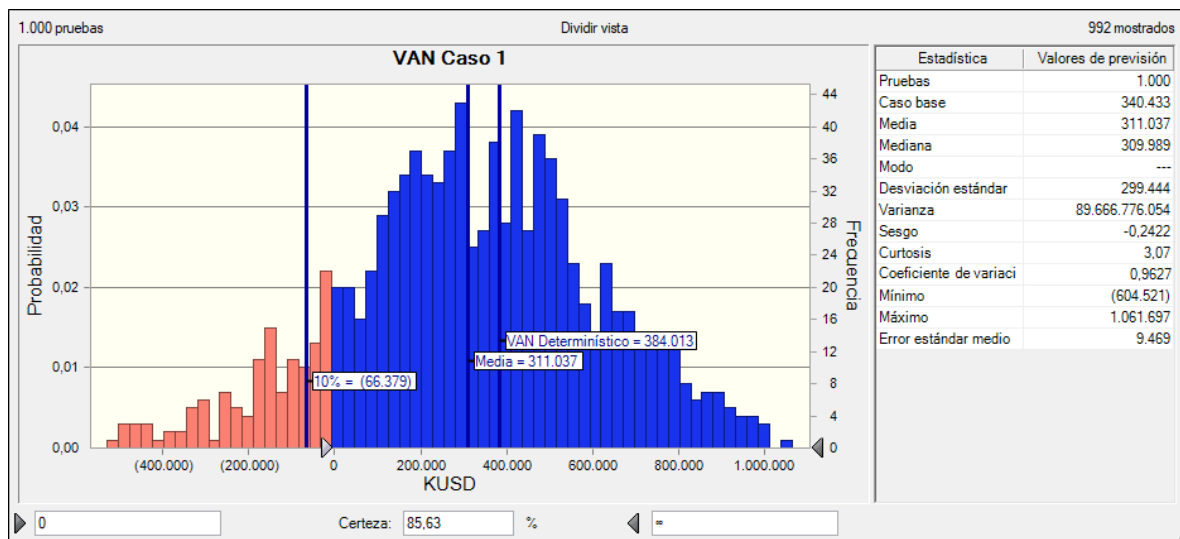


- Existe un 95 % de probabilidad de que el VAN sea positivo.
- El Valor Esperado del VAN o \mathbb{E} (VAN) es de KUSD 342.176.

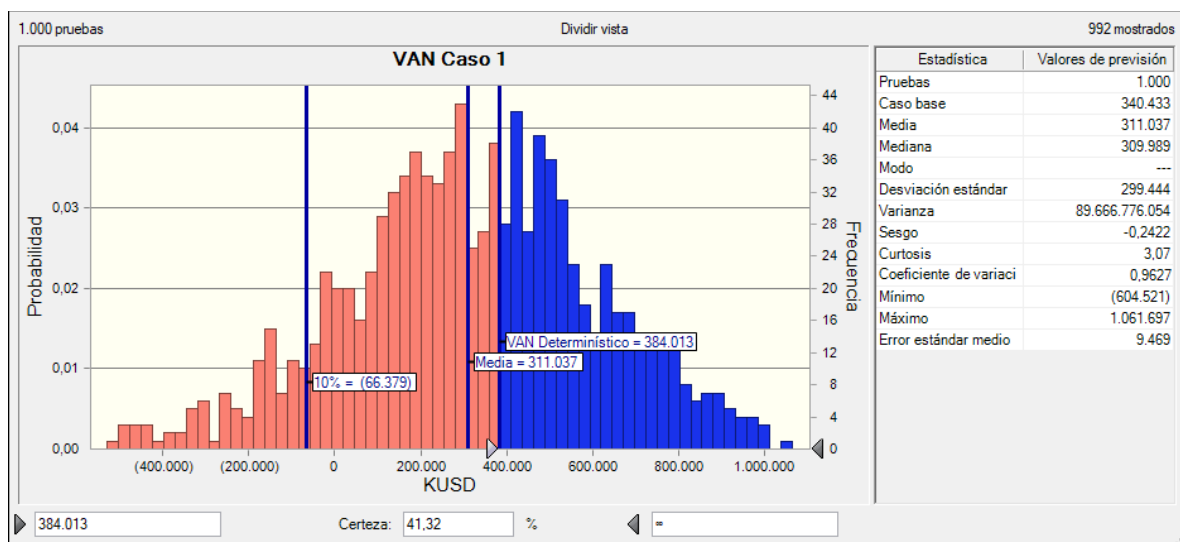


- Existe un 39% de probabilidad de lograr el VAN Determinístico.

II. Caso Negocio N°1:

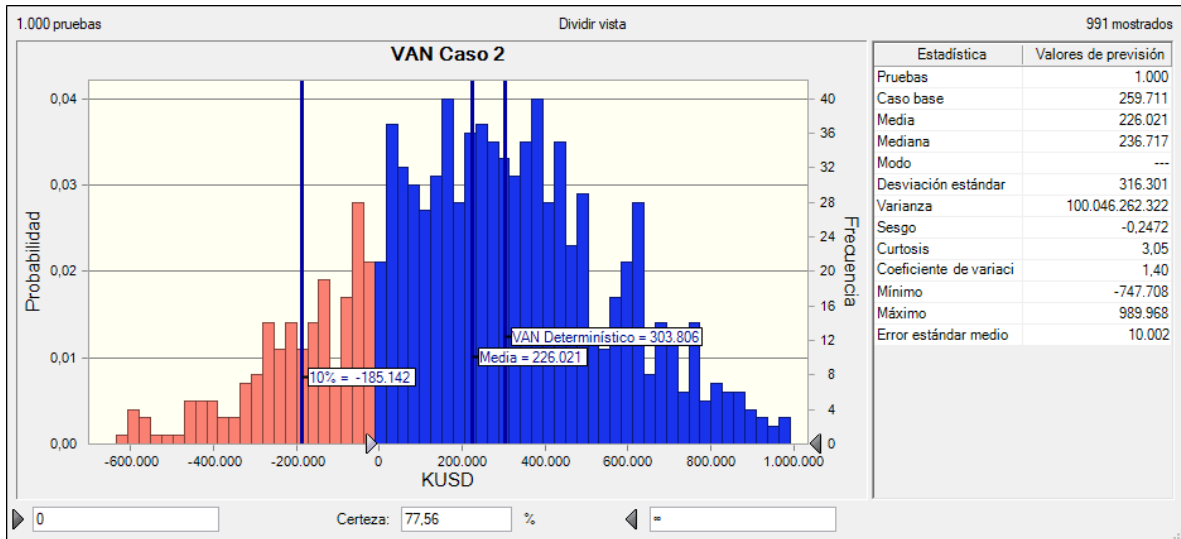


- Existe un 86 % de probabilidad de que el VAN sea positivo.
- El Valor Esperado del VAN o \mathbb{E} (VAN) es de KUSD 311.037.

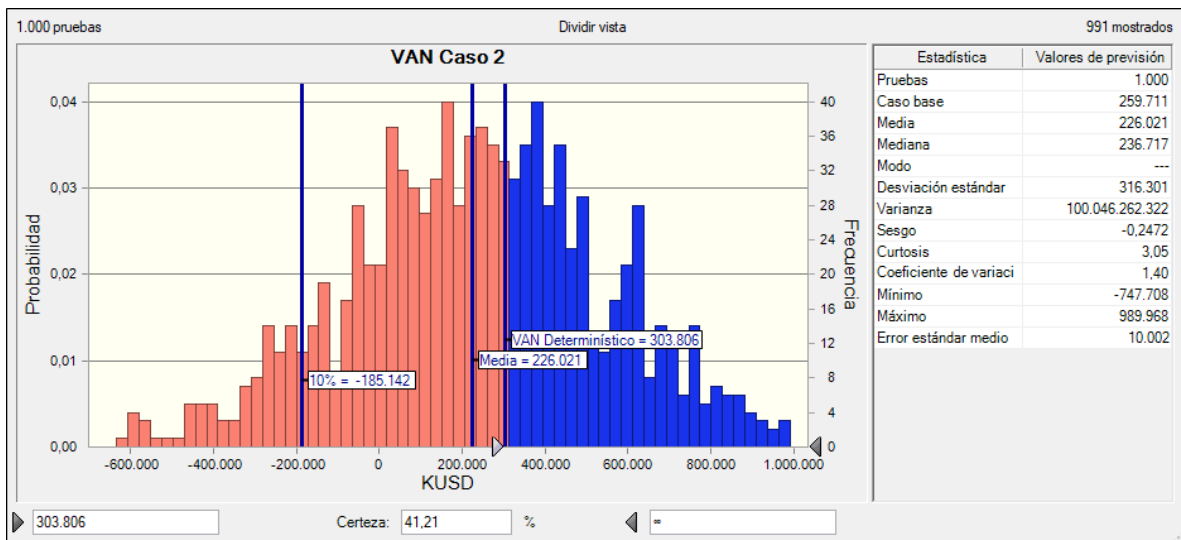


- Existe un 41% de probabilidad de lograr el VAN Determinístico.

III. Caso de Negocio N°2:

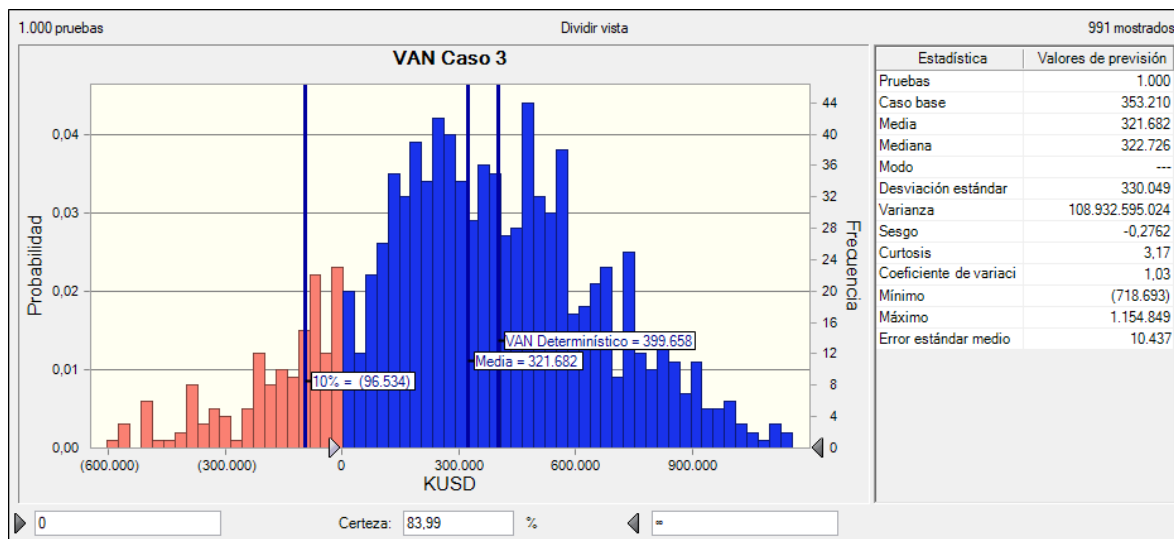


- Existe un 78 % de probabilidad de que el VAN sea positivo.
- El Valor Esperado del VAN o \mathbb{E} (VAN) es de KUSD 226.021.

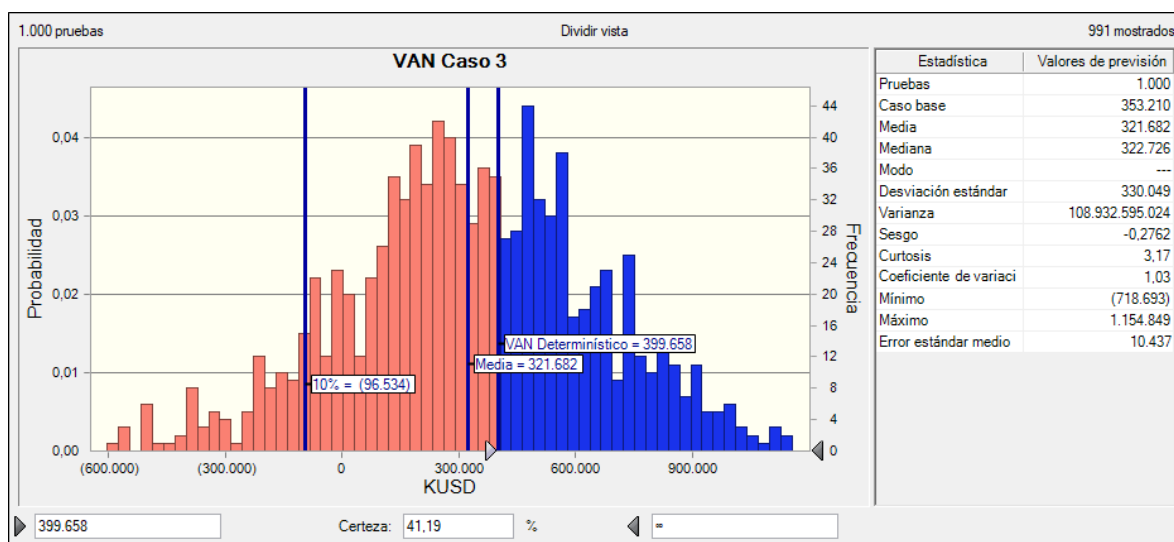


- Existe un 41 % de probabilidad de Logar el VAN Determinístico.

IV. Caso de Negocio N°3:

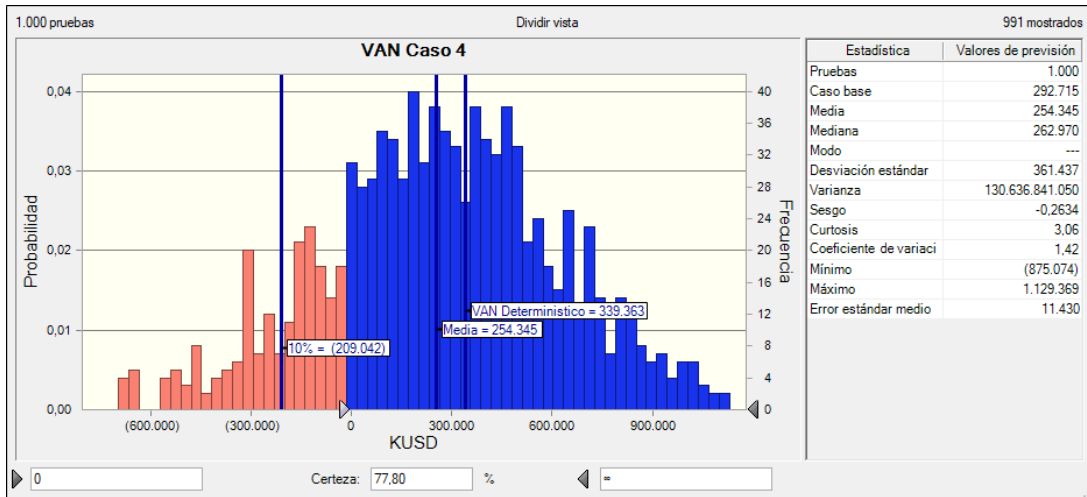


- Existe un 84% de probabilidad de que el VAN sea positivo.
- El Valor Esperado del VAN o \mathbb{E} (VAN) es de KUSD 321.682.

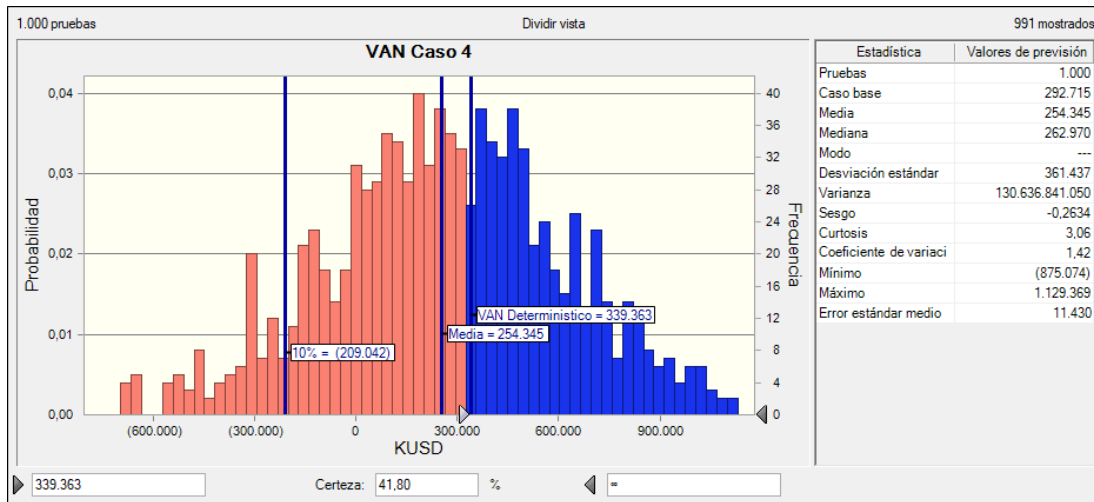


- Existe un 41 % de probabilidad de lograr el VAN Determinístico

V. Caso de Negocio N°4:



- Existe un 78 % de probabilidad de que el VAN sea positivo.
- El Valor Esperado del VAN o $E(VAN)$ es de KUSD 254.345.



- Existe un 42% de probabilidad de lograr el VAN Determinístico.

Tabla 7.3. Anexo D. Comparación VAN Determinístico y VAN Estocástico (Valores en KUS\$).

Caso	VAN Determinístico	Probabilidad VAN > 0	E(VAN)	VAN Seguro ($\alpha = 10\%$)	VaR
Caso N° 1	\$ 384.013	86,0%	\$ 311.037	\$ -66.379	\$ 450.392
Caso N° 2	\$ 303.806	78,0%	\$ 226.021	\$ -185.142	\$ 488.948
Caso N° 3	\$ 399.658	84,0%	\$ 321.628	\$ -96.534	\$ 496.192
Caso N° 4	\$ 339.363	79,5%	\$ 265.063	\$ -209.042	\$ 548.405

Fuente: Elaboración propia en base a datos de la Compañía Minera.