



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

EVALUACIÓN DEL CFD MFIX EN EL CÁLCULO DEL GASTO SÓLIDO EN UN  
CANAL VIRTUAL CON LECHO DE ARENA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE  
INGENIERO CIVIL

FELIPE ANDRÉS VARGAS QUIÑONES

PROFESOR GUÍA:  
YARKO NIÑO CAMPOS

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
ALDO TAMBURRINO TAVANTZIS  
LUIS ZAMORANO RIQUELME

SANTIAGO DE CHILE  
2019

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR  
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL  
POR: FELIPE ANDRÉS VARGAS QUIÑONES  
FECHA: 2019  
PROF. GUÍA: YARKO NIÑO CAMPOS

## EVALUACIÓN DEL CFD MFIX EN EL CÁLCULO DEL GASTO SÓLIDO EN UN CANAL VIRTUAL CON LECHO DE ARENA

Existe una gran cantidad de programas de Fluido-Dinámica Computacional (CFD por sus siglas en inglés), que tratan básicamente de la simulación numérica de flujos, fluidos, reacciones químicas, transferencia de calor, etc. Estos programas se han hecho esenciales en el desarrollo y enseñanza de la ingeniería, poniendo al alcance de todo aquel que cuente con un computador, la posibilidad de hacer pruebas sin gastos materiales. Muchos CFD son gratuitos y de código abierto, lo que permite a los usuarios aportar al desarrollo del programa, pero que obliga a mantener en constante observación su desempeño. Este trabajo evalúa el software MFIX, -un CFD de código abierto- en el cálculo del gasto sólido de fondo de un canal con lecho de arena de tamaño uniforme, que utiliza RANS (Reynolds Average Navier Stokes) para determinar el comportamiento de la fase líquida, y DEM (Discrete Element Model) para las partículas sólidas.

Para evaluar el programa se calculó el gasto sólido de fondo en un canal virtual en dos dimensiones de 8 *cm* de alto y largo de 20 *cm* con un flujo cíclico constante, y con un lecho de arena representada por partículas sólidas esféricas con diámetros de 1 *mm* y de 2 *mm*. Se ubicaron dos toques, uno en la entrada y otro en la salida, para sostener las partículas y reducir efectos indeseados de la condición de borde cíclico. Para probar distintas velocidades se varió el flujo másico, empezando en 200 *kg/m<sup>2</sup>/s*, aumentando de 100 *kg/m<sup>2</sup>/s* hasta llegar a 800 *kg/m<sup>2</sup>/s*. Algunos valores han sido adimensionalizados, al igual que el gasto sólido calculado por el modelo, y se compararon con ecuaciones clásicas de gasto sólido, como la ecuación de Meyer-Peter y Muller, y otras ecuaciones semi-empíricas.

Los resultados entregados por el modelo muestran una relación entre el esfuerzo de corte (calculado con los valores entregados por el programa) y el gasto sólido generado por éste, creciendo según  $\tau_*^{3,74}$  para el caso de partículas sólidas de diámetro 1 *mm* y según  $\tau_*^{3,85}$  para sólidos de 2 *mm*, lejos del  $\tau_*^{1,5}$  de las ecuaciones clásicas. Aunque para  $\tau_*$  cercanos a uno, los valores de  $q_s^*$  obtenidos del modelo son próximos a los valores obtenidos de las ecuaciones clásicas, sobre todo a la propuesta por Fernandez-Luque y van Beek. Sin embargo, para valores inferiores de  $\tau_*$  los resultados se alejan, quedando siempre por debajo de los valores obtenidos de las ecuaciones clásicas.



*No parece tan sencillo  
escribir de'sta manera,  
después de tanta espera  
para entrar a este mundillo.  
Hay que ver como maquillo  
sólo con fin estético,  
pues no es muy poético  
el carácter de'ste hombre,  
probando la rima pobre  
de talento famélico.*

*A Bohris Mauricio Posso...*



# Agradecimientos

Al profesor Yarko por darme la oportunidad y la ayuda.

A Evelyn por motivarme a hacer este trabajo.

A mis compañeros por hacer de este período algo muy ameno.

A Natalia por su ayuda.

A mis compañeros del ISUCH por ser inspiración.

A Jacqueline por tener las palabras de apoyo o presión, según era necesario.

A Hugo por acompañarme a almorzar tantos días.

A mi psicóloga y a mi psiquiatra.

A mi familia, abuelos, tíos y primos.

A mi familia Hilda, Carlos y Pablo, por la paciencia y apoyo.



# Tabla de Contenido

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Motivación . . . . .	1
1.2. Objetivos . . . . .	2
1.2.1. Objetivo General . . . . .	2
1.2.2. Objetivos Específicos . . . . .	2
1.3. Estructura del Informe . . . . .	3
<b>2. Revisión Bibliográfica</b>	<b>4</b>
2.1. Ecuaciones de flujo en aguas superficiales . . . . .	4
2.1.1. Ecuaciones de Navier-Stokes . . . . .	4
2.1.2. Ecuaciones promediadas de Reynolds . . . . .	5
2.2. Arrastre incipiente de sedimentos no cohesivos . . . . .	8
2.2.1. Clasificación de sedimentos . . . . .	9
2.2.2. Ángulo de reposo sumergido . . . . .	9
2.2.3. Condición de arrastre incipiente . . . . .	10
2.2.4. Criterio de esfuerzo de corte crítico de arrastre . . . . .	12
2.2.5. Velocidad de corte . . . . .	15
2.3. Ley de Stokes . . . . .	15
2.4. Gasto sólido . . . . .	16
2.4.1. Gasto sólido de fondo para lecho de tamaño uniforme . . . . .	16
2.4.2. Ecuación de Exner . . . . .	17
2.5. Discrete Element Method . . . . .	18
2.6. MFiX . . . . .	23
<b>3. Descripción del Experimento Computacional</b>	<b>26</b>
3.1. Datos generales . . . . .	26
3.2. Ley de Stokes . . . . .	27
3.3. Canal sin sólidos . . . . .	28
3.4. Canal con sólidos . . . . .	29
<b>4. Resultados</b>	<b>32</b>
4.1. Ley de Stokes . . . . .	32
4.2. Distribución de presiones . . . . .	32
4.3. Canal sin sólidos . . . . .	32
4.4. Canal con sólidos . . . . .	35
4.4.1. Perfiles de velocidad . . . . .	36



4.4.2. Resultados numéricos . . . . .	37
4.5. Resultados cálculos generales . . . . .	39
4.5.1. Diámetro 1 mm . . . . .	39
4.5.2. Diámetro 2 mm . . . . .	40
4.6. Gasto sólido con ecuaciones clásicas . . . . .	41
<b>5. Análisis y comentarios</b>	<b>42</b>
5.1. Experimento computacional . . . . .	42
5.2. Resultados . . . . .	43
5.2.1. Canal sin sólidos . . . . .	43
5.2.2. Canal con sólidos . . . . .	45
<b>6. Conclusiones</b>	<b>49</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>52</b>
<b>Anexos</b>	<b>53</b>
<b>A. Resultados</b>	<b>54</b>
A.1. Resultados del modelo sin sólidos . . . . .	54
A.1.1. Perfiles de velocidad . . . . .	54
A.2. Resultados del modelo con partículas . . . . .	59
A.2.1. Perfiles de velocidad . . . . .	59
A.2.2. Velocidades promedio . . . . .	66
A.2.3. Resultados numéricos . . . . .	73
A.3. Resultados cálculos generales . . . . .	76
A.3.1. Diámetro 1 mm . . . . .	76
A.3.2. Diámetro 2 mm . . . . .	77
A.4. Gasto sólido con ecuaciones clásicas . . . . .	78
<b>B. Archivo .mfx</b>	<b>79</b>

# Índice de tablas

3.1. Condiciones de borde del canal . . . . .	29
3.2. Propiedades de la arena. Obtenido de Schmeeckle (2014). . . . .	30
4.1. Condiciones de borde del canal . . . . .	33
4.2. Condiciones de borde del canal . . . . .	33
4.3. Caudales unitarios y velocidades medias del fluido para el caso sin lecho de arena. . . . .	35
4.4. Caudales unitarios y velocidades medias del fluido para el caso con lecho de arena de diámetro $1\text{ mm}$ . . . . .	36
4.5. Caudales unitarios y velocidades medias del fluido para el caso con lecho de arena de diámetro $2\text{ mm}$ . . . . .	36
4.6. Datos y resultados obtenidos de MFIX para partículas de $1\text{ mm}$ . . . . .	38
4.7. Datos y resultados obtenidos de MFIX para partículas de $2\text{ mm}$ . . . . .	38
4.8. Datos y resultados obtenidos de forma teórica usando la ecuación de Meyer-Peter y Muller para partículas de $1\text{ mm}$ . . . . .	39
4.9. Datos y resultados obtenidos de forma teórica usando la ecuación de Meyer-Peter y Muller para partículas de $2\text{ mm}$ . . . . .	40
4.10. Gasto sólido adimensional para el caso de partículas de $1\text{ mm}$ de diámetro. .	41
4.11. Gasto sólido adimensional para el caso de partículas de $2\text{ mm}$ de diámetro. .	41
A.1. Condiciones de borde del canal . . . . .	54
A.2. Condiciones de borde del canal . . . . .	57
A.3. Datos y resultados obtenidos de MFIX para partículas de $1\text{ mm}$ . . . . .	74
A.4. Datos y resultados obtenidos de MFIX para partículas de $2\text{ mm}$ . . . . .	75
A.5. Datos y resultados obtenidos de forma teórica usando la ecuación de Meyer-Peter y Muller para partículas de $1\text{ mm}$ . . . . .	76
A.6. Datos y resultados obtenidos de forma teórica usando la ecuación de Meyer-Peter y Muller para partículas de $2\text{ mm}$ . . . . .	77
A.7. Gasto sólido adimensional para el caso de partículas de $1\text{ mm}$ de diámetro. .	78
A.8. Gasto sólido adimensional para el caso de partículas de $2\text{ mm}$ de diámetro. .	78

# Índice de Ilustraciones

2.1.	Condición de arrastre incipiente. Figura obtenida de Niño (2017). . . . .	9
2.2.	Curva de Shields Teórica. En azul la propuesta de Brownlie (1981) y en naranja la de Parker et al. (2003). . . . .	14
2.3.	Gasto sólido de fondo adimensional. MPM corresponde a Meyer-Peter y Muller, EF a Engenlud y Fredsoe, AM a Ashida y Michiue y FLVB a Fernandez-Luque y van Beek. Figura obtenida de Niño (2017). . . . .	18
2.4.	Ventana representativa de la interfaz gráfica de usuario para MFIX. . . . .	25
2.5.	Ventana representativa del programa ParaView. . . . .	25
3.1.	Grilla para el flujo sin sólidos. . . . .	27
3.2.	Grilla para el flujo sin sólidos. . . . .	28
3.3.	Condición inicial para el caso de partículas sólidas de 2 mm de diámetro. . . . .	29
3.4.	Zona usada para determinar el gasto sólido. . . . .	30
4.1.	Distribución de presiones en el segundo 10 medido a 10 cm de la entrada. . . . .	33
4.2.	Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de 0,03 m <sup>3</sup> /s/m sin roce en la pared superior. Los otros casos se pueden ver en el anexo 1 . . . . .	34
4.3.	Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de 0,03 m <sup>3</sup> /s/m presión de salida en la pared superior. Los otros casos se pueden ver en el anexo 1 . . . . .	34
4.4.	Velocidad promedio en una celda a aproximadamente 60 % de altura del canal. . . . .	35
4.5.	Perfiles de velocidad para los casos con sólidos de diámetro 1 mm. . . . .	37
4.6.	Perfiles de velocidad para los casos con sólidos de diámetro 2 mm. . . . .	37
5.1.	Las celdas i corresponden a celdas ficticias ubicadas en la zona exterior del modelo. Figura obtenida de Syamlal (1998). . . . .	44
5.2.	Sección logarítmica del perfil del caso sin sólidos y caudal unitario de 0,03 m <sup>3</sup> /s/m. . . . .	45
5.3.	Líneas de tendencia obtenidas de los resultados del software MFIX. En rombos rojos se muestran los valores para el caso de sólidos de 1 mm de diámetro. En triángulos celestes los del caso de sólidos de 2 mm de diámetro. . . . .	46
5.4.	Comparación de las ecuaciones clásicas de gasto sólido con los resultados obtenidos con el software MFIX. D1 denota los resultados de MFIX con partículas de diámetro 1 mm, D2 los resultados de MFIX con partículas de diámetro 2 mm, MPM a Meyer-Peter y Muller, EF a Engenlud y Fredsoe, AM a Ashida y Michiue y FLVB a Fernandez-Luque y van Beek. . . . .	47
5.5.	Gasto sólido del modelo empleado por Escauriaza et al. (2019) junto a una función con $\tau_*^{1,5}$ . Figura obtenida de Escauriaza et al. (2019). . . . .	47

A.1. Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de $0,015 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ . . . . .	55
A.2. Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de $0,03 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ . . . . .	55
A.3. Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de $0,045 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ . . . . .	56
A.4. Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de $0,06 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ . . . . .	56
A.5. Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de $0,015 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ . . . . .	57
A.6. Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de $0,03 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ . . . . .	57
A.7. Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de $0,045 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ . . . . .	58
A.8. Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de $0,06 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ . . . . .	58
A.9. Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de $0,011 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ y partículas de $1\text{mm}$ . . . . .	59
A.10. Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de $0,018 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ y partículas de $1\text{mm}$ . . . . .	60
A.11. Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de $0,025 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ y partículas de $1\text{mm}$ . . . . .	60
A.12. Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de $0,032 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ y partículas de $1\text{mm}$ . . . . .	61
A.13. Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de $0,039 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ y partículas de $1\text{mm}$ . . . . .	61
A.14. Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de $0,039 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ y partículas de $1\text{mm}$ . . . . .	62
A.15. Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de $0,039 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ y partículas de $1\text{mm}$ . . . . .	62
A.16. Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de $0,013 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ y partículas de $2\text{mm}$ . . . . .	63
A.17. Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de $0,020 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ y partículas de $2\text{mm}$ . . . . .	63
A.18. Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de $0,026 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ y partículas de $2\text{mm}$ . . . . .	64
A.19. Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de $0,033 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ y partículas de $2\text{mm}$ . . . . .	64
A.20. Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de $0,040 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ y partículas de $2\text{mm}$ . . . . .	65
A.21. Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de $0,047 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ y partículas de $2\text{mm}$ . . . . .	65
A.22. Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de $0,054 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ y partículas de $2\text{mm}$ . . . . .	66
A.23. Velocidades promedio. Caso caudal unitario de $0,013 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ y partículas de $1\text{mm}$ . . . . .	67
A.24. Velocidades promedio. Caso caudal unitario de $0,02 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ y partículas de $1\text{mm}$ . . . . .	67
A.25. Velocidades promedio. Caso caudal unitario de $0,026 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ y partículas de $1\text{mm}$ . . . . .	68
A.26. Velocidades promedio. Caso caudal unitario de $0,033 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ y partículas de $1\text{mm}$ . . . . .	68
A.27. Velocidades promedio. Caso caudal unitario de $0,04 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ y partículas de $1\text{mm}$ . . . . .	69

A.28.Velocidades promedio. Caso caudal unitario de $0,047 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ y partículas de $1\text{mm}$ . . . . .	69
A.29.Velocidades promedio. Caso caudal unitario de $0,054 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ y partículas de $1\text{mm}$ . . . . .	70
A.30.Velocidades promedio. Caso caudal unitario de $0,012 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ y partículas de $2\text{mm}$ . . . . .	70
A.31.Velocidades promedio. Caso caudal unitario de $0,020 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ y partículas de $2\text{mm}$ . . . . .	71
A.32.Velocidades promedio. Caso caudal unitario de $0,026 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ y partículas de $2\text{mm}$ . . . . .	71
A.33.Velocidades promedio. Caso caudal unitario de $0,033 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ y partículas de $2\text{mm}$ . . . . .	72
A.34.Velocidades promedio. Caso caudal unitario de $0,040 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ y partículas de $2\text{mm}$ . . . . .	72
A.35.Velocidades promedio. Caso caudal unitario de $0,047 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ y partículas de $2\text{mm}$ . . . . .	73
A.36.Velocidades promedio. Caso caudal unitario de $0,054 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ y partículas de $2\text{mm}$ . . . . .	73

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Motivación

Debido a la gran cantidad de programas Fluido-Dinámica Computacional (CFD por sus siglas en inglés) se hace deseable contar con una evaluación que permita escoger en función de sus potencialidades y debilidades. En este trabajo se evalúa el programa MFIX, especialmente en el ítem de gasto sólido de fondo de un canal aluvial. En esta memoria se cuenta con una evaluación del programa MFIX, principalmente en su capacidad de determinar el gasto sólido de fondo, o de entregar información suficiente para determinarlo, comparándole luego con los resultados obtenidos usando las ecuaciones clásicas para el gasto sólido, para el caso de un material uniforme del tipo arenas. Además, se espera conocer las condiciones o datos necesarios y suficientes que se deben entregar al programa para obtener dicho resultado.

Para determinar las características de un flujo existen diversos modelos, dependiendo de lo que se busca: intercambio de calor, de masa, reacciones químicas, flujos multifase, etc. En cuanto a la dinámica de un flujo líquido de una sola fase existe una evolución de los modelos, iniciando por las fórmulas de Navier-Stokes (N-S) que definen la curva de velocidades en los ejes perpendiculares al flujo, útil para flujos laminares. Pero al estudiar flujos turbulentos, la velocidad se vuelve inestable y cuasi-aleatoria, lo que complica las ecuaciones de N-S a niveles imposibles para los computadores actuales, entonces, en base a un análisis estadístico se pueden utilizar las Ecuaciones Promediadas de Reynolds (RANS) en que se promedian las ecuaciones de N-S sobre a la turbulencia, extrayendo las velocidades medias.

Existen diversidad de programas dentro del área de Fluido-Dinámica Computacional que trabajan con las RANS, algunos pagados y otros de código abierto o software libre, que son de acceso gratuito y además cuentan con la posibilidad de ser manipulados desde su código fuente por los usuarios y tienen como importante herramienta de desarrollo la retroalimentación con el público. Entre los programas CFD se encuentran ANSYS Fluent, OpenFOAM, FLOW-3D, etc. Este trabajo tiene como objetivo la evaluación del programa MFIX, específi-

camente el modelo DEM (Discrete Element Method) y su capacidad de entregar información que permita determinar el gasto sólido de fondo de un canal aluvial con transporte de sedimentos.

La modelación de flujos bifásicos sólido-líquido requiere la introducción o cálculo de una serie de elementos extras a los que se emplean para la modelación de un flujo simple (Tamburrino, 2013). Por ejemplo, la inclusión de esfuerzos provenientes de la interacción entre el fluido y el sólido, entre sólido y sólido, e incluso entre sólido y paredes del ducto. Aunque habitualmente este tipo de flujos se modela de forma continua, según la distribución de concentraciones en la vertical, existe la posibilidad de hacerlo de forma discreta, en que cada partícula es modelada en forma individual. Este modelo se conoce como Modelo de Elementos Discretos (DEM por sus siglas en inglés) y presenta ventajas con respecto a la modelación continua, ya que no necesita de condiciones de borde para el lecho, las partículas son el lecho (Schmeeckle, 2014). El problema de este modelo es el coste computacional, es por eso que se utiliza principalmente en modelos de tamaño reducido (Garg et al., 2012).

## 1.2. Objetivos

### 1.2.1. Objetivo General

Entregar una evaluación del software de código libre MFIX en el uso de modelación de un canal abierto con lecho de arena de tamaño uniforme, determinando el gasto sólido.

### 1.2.2. Objetivos Específicos

- Determinar las dificultades o restricciones que presenta MFIX para el cálculo de flujos en contorno abierto y la forma de resolverlas. En particular, conocer el programa y la forma de simular de forma adecuada el comportamiento de un flujo en contorno abierto con y sin lecho de arena de tamaño uniforme.
- Simular el comportamiento de un lecho de tamaño uniforme con el modelo MFIX-DEM.
- Determinar el gasto sólido en un canal simulado con MFIX-DEM.
- Determinar una comparación entre los resultados del modelo y las ecuaciones clásicas para el gasto sólido de fondo de sedimento uniforme.

## 1.3. Estructura del Informe

Los capítulos del informe se describen a continuación:

- **Introducción.** En este capítulo se explica la motivación, los objetivos del trabajo y la estructura del informe.
- **Revisión bibliográfica.** En este capítulo se dan a conocer las ecuaciones de dinámica de fluidos, las condiciones de arrastre de sólidos, las ecuaciones clásicas de gasto sólido, el modelo DEM (Discrete Element Method) para la modelación de los sólidos y una descripción del programa MFIX.
- **Descripción del experimento computacional.** Este capítulo entrega las características del modelo a ejecutar, como tamaño de la grilla, tamaño de los sólidos, etc.
- **Resultados.** En este capítulo se presentan los resultados más importantes entregados por el programa y los calculados con datos entregados por el programa, para los casos de canal sin y con sólidos. También se entregan los resultados calculados de forma teórica.
- **Análisis y comentarios.** En este capítulo se analiza el desarrollo del trabajo, mostrando fortalezas y debilidades del programa. Además, se analizan los resultados antes entregados y se deducen y comparan las relaciones de gasto sólido.
- **Conclusiones.** En este capítulo se realiza un punteo de lo visto en el capítulo anterior y se entrega respuesta a los objetivos del trabajo.
- **Anexos.** Este capítulo contiene el total de resultados relevantes obtenidos, perfiles de velocidad, velocidades promedio y resultados numéricos, tanto teóricos como los entregados por el programa.



# Capítulo 2

## Revisión Bibliográfica

### 2.1. Ecuaciones de flujo en aguas superficiales

#### 2.1.1. Ecuaciones de Navier-Stokes

Las ecuaciones de Navier-Stokes son las ecuaciones que definen el movimiento de un fluido Newtoniano incompresible. Estas ecuaciones en notación tensorial se escriben como:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \hat{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2.1)$$

donde  $(x_1, x_2, x_3)$  corresponden a las coordenadas cartesianas, de modo que el vector velocidad tiene componentes  $(u_1, u_2, u_3)$ ,  $\rho$  y  $\mu$  corresponden a la densidad y a la viscosidad dinámica respectivamente,  $\nu = \mu/\rho$  es la viscosidad cinemática y  $\hat{p}$  denota la presión motriz definida como:

$$\hat{p} = p + \rho g h \quad (2.2)$$

donde  $p$  corresponde a la presión termodinámica,  $g$  a la aceleración de gravedad y  $h$  es un eje vertical positivo hacia arriba, en contra de la dirección de la gravedad.

Pero el sistema contiene tres ecuaciones y cuatro incógnitas (una para cada velocidad y otra para la presión), por lo que para completar el sistema de cuatro ecuaciones, se agrega la ecuación de continuidad, la que se escribe como:

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.3)$$

### 2.1.2. Ecuaciones promediadas de Reynolds

Las ecuaciones de Navier-Stokes, incluidas la de continuidad, son válidas tanto para régimen laminar como turbulento. Sin embargo en el caso de un flujo turbulento, donde se presentan vórtices de diferentes tamaños, un modelo numérico de las ecuaciones de Navier-Stokes debe tener el tamaño suficiente como para abarcar los vórtices más grandes y la grilla debe ser tan pequeña como para describir el proceso de disipación de energía (este tamaño de grilla se conoce como la micro-escala de Kolmogorov (Niño, 2017)). Esto implica demasiada exigencia para los computadores y para realizar una simulación para un flujo con un número de Reynolds demasiado alto, se requeriría una capacidad superior a lo que pueden realizar los computadores actuales.

Para esto existe el método de las *Ecuaciones Promediadas de Reynolds* (*Reynolds Average Navier – Stokes, RANS*). Este método se basa en la idea que un flujo turbulento tiene fluctuaciones cuasi-aleatorias de velocidad que pueden analizarse estadísticamente, distinguiendo un comportamiento promedio del flujo y las fluctuaciones de velocidad en torno a éste. Entonces la velocidad instantánea del flujo en la dirección  $i$ , se descompone como:

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \quad (2.4)$$

donde  $\bar{u}_i$  corresponde al promedio de conjunto de velocidades y  $u'_i$  una fluctuación. Del mismo modo para la presión motriz:

$$\hat{p} = \bar{\hat{p}} + \hat{p}' \quad (2.5)$$

La idea es introducir esta descomposición en las ecuaciones de Navier-Stokes y luego promediarlas sobre la turbulencia, tomando un promedio de conjunto. Reemplazando, desarrollando y aplicando el promedio de conjunto, considerando que  $\bar{\bar{a}} = \bar{a}$  y  $\bar{a}' = 0$  con  $a$  cualquier variable, se llega a:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} \quad (2.6)$$

De las correlaciones  $\overline{u'_i u'_j} \neq 0$  con  $i \neq j$  se puede deducir que la turbulencia no es totalmente aleatoria. De hecho están asociadas a esfuerzos efectivos en el flujo, conocidos como los esfuerzos turbulentos o de Reynolds:

$$\tau_{tij} = -\rho \overline{u'_i u'_j} \quad (2.7)$$

De acuerdo a la ley de Newton-Navier, los esfuerzos viscosos del flujo medio están dados por:

$$\tau_{vij} = 2 \mu \varepsilon_{ij} = \mu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.8)$$

con  $\varepsilon_{ij}$  representando el tensor de deformación. Finalmente el esfuerzo total queda como:

$$\tau_{ij} = \tau_{vij} + \tau_{tij} = \mu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \rho \overline{u'_i u'_j} \quad (2.9)$$

Entonces 2.6 puede escribirse como:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.10)$$

Sin embargo las fluctuaciones turbulentas siguen apareciendo, ahora en la forma de los esfuerzos de Reynolds. Al seguir promediando las ecuaciones de Navier-Stokes para resolver los momentos de orden mayor que aparecen, nuevos momentos de orden mayor aparecen con nuevas incógnitas y no se logra cerrar el problema. Por lo tanto el método RANS necesita de ecuaciones adicionales, externas a los esfuerzos de Reynolds. Un enfoque externo para

modelar los esfuerzos de Reynolds es suponer que éstos tienen un comportamiento similar al de los esfuerzos viscosos, es decir, que son proporcionales a la tasa de deformación del flujo medio. El factor de proporcionalidad se denomina viscosidad turbulenta y se presenta según la hipótesis de Boussinesq como (Niño, 2012)

$$\tau_{tij} = 2 \mu_t \varepsilon_{ij} = \mu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.11)$$

donde  $\mu_t$  corresponde a viscosidad turbulenta.

Definiendo la viscosidad cinemática de remolinos como  $\nu_t = \mu_t/\rho$ , se puede escribir las ecuaciones de Reynolds como:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \{ (\nu + \nu_t) \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \} \quad (2.12)$$

Ahora queda ver como se modela  $\nu_t$ . Todas las posibilidades plantean la turbulencia de remolinos como producto de una escala de velocidades  $v$ , y una escala de longitudes  $l$ , ambas relacionadas con la turbulencia o los remolinos.

$$\nu_t = v l \quad (2.13)$$

Existen varios modelos para determinar  $v$  y  $l$ . El más básico consiste en considerar  $v$  y  $l$  como constantes. Otro modelo más complejo consiste en el modelo de longitud de mezcla en el que la escala  $l$  corresponde a una longitud que determina los desplazamientos del fluido a causa de las fluctuaciones turbulentas. En este caso el modelo se conoce como de cero ecuación, porque la viscosidad de remolinos se determina de manera algebraica, sin necesidad de ecuaciones diferenciales. Sin embargo existen modelos de una o dos ecuaciones diferenciales que se agregan a las RANS, en las que  $v$  se relaciona con la energía cinética turbulenta del flujo  $K$ , y  $l$  se relaciona con la tasa de disipación turbulenta  $\varepsilon$ . Una ecuación simplificada comúnmente usada para  $K$  suele ser:

$$\frac{\partial K}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial K}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_K} \frac{\partial K}{\partial x_j} \right) + P - \varepsilon \quad (2.14)$$

donde  $\sigma_K = 1,0$  es el coeficiente de Schmidt que relaciona el coeficiente de difusión turbu-

lento para  $K$  con la viscosidad de remolinos  $\nu_t$ , y  $P$  se define como

$$P = 2 \nu_t (\varepsilon_{ij})^2 = \nu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)^2 \quad (2.15)$$

Además puede demostrarse que:

$$\nu_t = c_\mu \frac{K^2}{\varepsilon} \quad (2.16)$$

con  $c_\mu$  un coeficiente con valor 0,09. Pero aun falta una ecuación diferencial para  $\varepsilon$ , la cual no se puede obtener de las ecuaciones de Navier-Stokes de manera formal, sin embargo se acepta la siguiente ecuación de transporte:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + c_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{K} P - c_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{K} \quad (2.17)$$

en que  $c_{1\varepsilon}$  y  $c_{2\varepsilon}$  son constantes empíricas con valor 1,44 y 1,92 respectivamente y  $\sigma_\varepsilon$  es una constante de valor 1,3. Reduciendo las ecuaciones 2.14, 2.16 y 2.17 a dos ecuaciones se obtiene el modelo  $K - \varepsilon$ . Los coeficientes que aparecen en las ecuaciones son calibrados a través de información empírica. Este modelo es muy utilizado debido a sus buenos resultados cuando se comparan con información empírica, sin embargo el modelo sigue siendo muy complejo, por lo que se suelen usar aproximaciones como las de capa límite, por ejemplo, se pueden despreciar términos de difusión longitudinal frente a los de difusión vertical, y despreciar los términos de advección vertical frente a los de advección longitudinal.

## 2.2. Arrastre incipiente de sedimentos no cohesivos

Existe una condición hidráulica límite, en el que comienza el transporte sólido, asociada al umbral de movimiento de las partículas en un lecho. Desde el punto de vista dinámico, este límite corresponde al punto de equilibrio entre las fuerzas que intentan generar el movimiento de las partículas (fuerzas de arrastre y sustentación) y las fuerzas que se lo impiden (roce estático, entramamiento, etc). La Figura 2.1 muestra como las fuerzas interactúan con la partícula sólida.

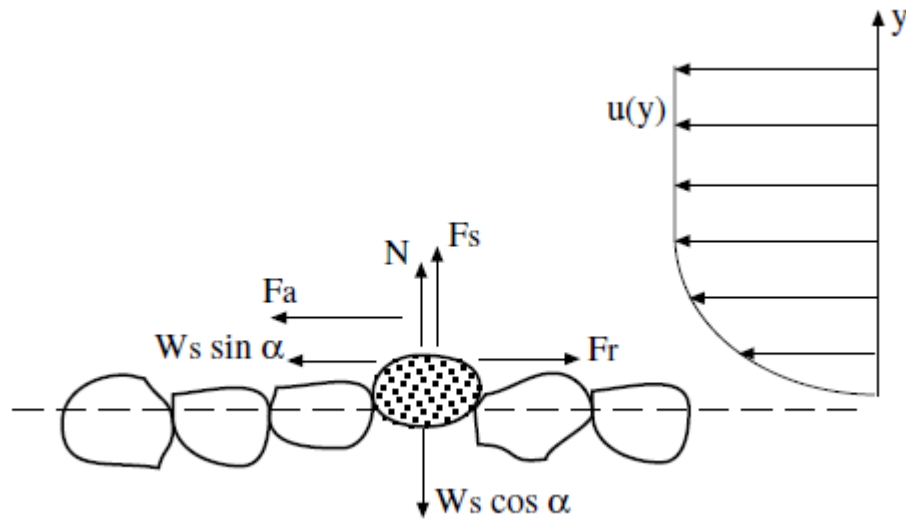


Figura 2.1: Condición de arrastre incipiente. Figura obtenida de Niño (2017).

### 2.2.1. Clasificación de sedimentos

Primero se muestra a qué corresponde el sedimento cohesivo y no cohesivo.

#### Sedimentos cohesivos

Son partículas de tamaño pequeño (inferior a arenas finas) lo que implica que su peso no juegue un papel importante en el equilibrio de fuerzas. En los sedimentos cohesivos son más importantes las fuerzas electroquímicas, las que ayudan a mantener a las partículas en suspensión.

#### Sedimentos no cohesivos

También llamados granulares, son de mayor tamaño (desde arenas hacia arriba) por lo que el peso de las partículas juega un rol importante oponiéndose al movimiento. Este tipo de sedimentos son los más comunes en cauces naturales.

### 2.2.2. Ángulo de reposo sumergido

El ángulo de reposo sumergido corresponde al ángulo de inclinación del lecho bajo agua en reposo, límite para la falla del lecho por gravedad.

$$N = W_s \cos(\phi) \quad (2.18)$$

$$F_r = W_s \sin(\phi) \quad (2.19)$$

Definiendo el coeficiente de fricción de Coulomb,  $\mu$  (no confundir con la viscosidad), de modo que:

$$F_r = \mu N \quad (2.20)$$

Así la condición de equilibrio queda como:

$$F_r = \mu N = \mu W_s \cos(\phi) = W_s \sin(\phi) \quad (2.21)$$

de lo que se obtiene:

$$\mu = \tan(\phi) \quad (2.22)$$

En general  $\phi$  depende del tamaño, distribución granulométrica, forma y entrabamiento del lecho, pero para sedimento natural uniforme,  $\phi$  depende principalmente del tamaño de las partículas. Por ejemplo, para arenas y gravas  $\phi$  tiene un valor aproximado entre  $30^\circ$  y  $40^\circ$ .

### 2.2.3. Condición de arrastre incipiente

Para revisar las condiciones de arrastre se deben agregar las fuerzas hidrodinámicas de arrastre y sustentación,  $F_a$  y  $F_s$ , además de las fuerzas vistas en el punto anterior, como el peso sumergido, fuerza normal al lecho, etc. Luego, siendo  $\alpha$  el ángulo de inclinación pequeño del lecho, notando que la fuerza de arrastre actúa de forma paralela al flujo, se puede ver la condición de arrastre incipiente por (Niño, 2017)

$$F_a + W_s \sin(\alpha) = F_r \quad (2.23)$$

y en la dirección normal al lecho se cumple:

$$F_s + N = W_s \cos(\alpha) \quad (2.24)$$

Luego, reemplazando  $F_r = \mu N$ , la condición de arrastre incipiente está dada por:

$$F_a + W_s \sin(\alpha) = F_r = \mu(W_s \cos(\alpha) - F_s) \quad (2.25)$$

Suponiendo las partículas esféricas, utilizando un diámetro equivalente  $d_s$ , se puede escribir el peso sumergido de las partículas:

$$W_s = (\rho_s - \rho) g \frac{\pi d_s^3}{6} \quad (2.26)$$

Las fuerzas de arrastre y sustentación hidrodinámicas se estiman a partir de:

$$F_a = \frac{1}{2} \rho C_D u_f^2 A \quad (2.27)$$

$$F_s = \frac{1}{2} \rho C_L u_f^2 A \quad (2.28)$$

donde  $u_f$  representa la velocidad del flujo en el entorno de la partícula,  $C_D$  y  $C_L$  denotan los coeficientes de arrastre y sustentación, respectivamente, y  $A$  es el área transversal de la partícula suponiéndola esférica. Reemplazando en la fuerza de arrastre incipiente y ordenando se obtiene:



$$\frac{u_{fc}^2}{g R d_s} = \frac{4}{3} \frac{(\mu \cos(\alpha) - \sin(\alpha))}{(C_D + \mu C_L)} \quad (2.29)$$

El término del lado izquierdo es adimensional y determina la condición de hidráulica asociada al umbral de movimiento de las partículas del lecho y  $u_{fc}$  corresponde al valor de la velocidad crítica en torno a la partícula para el movimiento incipiente. La fórmula anterior requiere conocer los valores de  $u_f$  y los coeficientes  $C_D$  y  $C_L$ , que deberían ser función del número de Reynolds de la partícula ( $Re_p = u_f d_s/\nu$ ).

#### 2.2.4. Criterio de esfuerzo de corte crítico de arrastre

Buscamos definir una condición de arrastre incipiente en función de valores globales del fluido, como la velocidad media  $U$ , o el esfuerzo de corte sobre el fondo  $\tau$ . De la relación de arrastre incipiente determinada en la sección anterior, se nos hace necesario asociar la velocidad de flujo en torno a la partícula  $u_f$  con parámetros globales del flujo. Según la ley logarítmica de velocidades del tipo Keulegan:

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{z}{z_0} \right) \quad (2.30)$$

Evaluando para  $z = d_s/2$  ( $u = u_f$ ) y considerando la rugosidad en función del diámetro de la partícula, para un régimen hidráulico rugoso, se tiene  $z_0 = D/30$ , se obtiene:

$$\frac{u_f}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{30}{2} \right) = 6,77 \quad (2.31)$$

Reemplazando  $u_{fc}$  en la ecuación de arrastre incipiente, se obtiene:

$$\tau_{*c} = \frac{u_{*c}^2}{g R d_s} = \frac{1}{6,77^2} \frac{4}{3} \frac{(\mu \cos(\alpha) - \sin(\alpha))}{(C_D + \mu C_L)} \quad (2.32)$$

Si consideramos un valor para el ángulo de la arena aproximado de  $40^\circ$  ( $\tan(\phi) = 0,84$ ),  $C_D = 0,4$ ,  $C_L/C_D = 0,85$ ,  $\cos(\alpha) \approx 1$ ,  $\sin(\alpha) \approx 0$ , queda:

$$\tau_{*c} = \frac{u_{*c}^2}{g R d_s} = 0,035 \quad (2.33)$$

En la literatura se proponen valores que van entre  $0,03 < \tau_{*c} < 0,06$ , es decir que el valor obtenido está dentro del rango propuesto. Además se puede apreciar que para  $Re_{*p}$  suficientemente grande, es decir, cuando el lecho es hidrodinámicamente rugoso,  $\tau_{*c} = 0,035$  independiente de  $Re_{*p}$ . Destaca entre los resultados experimentales la denominada curva de Shields, quien determinó una relación entre el esfuerzo de corte adimensional,  $\tau_*$  asociado a la condición de arrastre incipiente, y el Reynolds de la partícula,  $Re_{*p}$ . De todos modos se puede establecer la relación entre  $\tau_{*c}$  y  $Re_{*p}$  de forma teórica, si se separan las condiciones de lecho hidrodinámicamente liso, en transición liso-rugoso y rugoso.

Para el caso hidrodinámicamente liso se tiene que considerar que, con partículas pequeñas, éstas quedan dentro de la subcapa viscosa. Además el coeficiente de arrastre,  $C_D$ , aumenta y puede ser modelado utilizando  $C_D = f(Re_p = u_f d_s / \nu)$  que corresponde a partículas esféricas.

$$C_D = \frac{24}{Re_p} (1 + 0,15Re_p^{1/2} + 0,017Re_p) - \frac{0,208}{1 + 10^4 Re_p^{-1/2}} \quad (2.34)$$

Y la relación entre  $\tau_{*c}$  y  $Re_{*p}$  para el régimen hidráulico liso queda como:

$$\tau_{*c} = \frac{4}{Re_{*p}^2} \frac{4}{3} \frac{(\mu \cos(\alpha) - \sin(\alpha))}{(C_D + \mu C_L)} \quad (2.35)$$

Y si reemplazamos con los valores anteriormente usados (excepto  $C_D$ ), se obtiene:

$$\tau_{*c} = \frac{2,61}{Re_{*p}^2 C_D(Re_{*p})} \quad (2.36)$$

Aún faltan los valores para un lecho hidrodinámicamente en transición liso-rugoso, para eso se interpola entre las dos condiciones anteriores obteniéndose los valores que completan

la curva.

Con la curva interpolada se puede terminar de relacionar  $\tau_{*c}$  con  $Re_{*p}$  para todo tipo de régimen. Una de las dificultades que presenta la curva de Shields, es la forma de determinar el esfuerzo de corte directamente. Para esto se puede utilizar un parámetro alternativo  $R_p = \sqrt{g R d_s^3 / \mu}$  aprovechando la relación  $R_p = Re_{*p} / \sqrt{\tau_*}$  pudiendo así construir un curva de  $\tau_{*c}$  en función de  $R_p$ . Un ajuste a esta curva según Brownlie (1981) (referenciado en Niño (2017)) está dada por:

$$\tau_{*c} = 0,22 R_p^{0,6} + 0,06 \exp(-17,77 R_p^{-0,6}) \quad (2.37)$$

En busca de un ajuste a esta curva para lograr que los valores de  $\tau_*$  para números de  $R_p$  grandes se acerquen a 0,03, (más parecido al obtenido en la ecuación 2.33) Parker et al. (2003) (referenciado en Niño (2017)) propone la alternativa:

$$\tau_{*c} = \frac{1}{2} (0,22 R_p^{0,6} + 0,06 \exp(-17,77 R_p^{-0,6})) \quad (2.38)$$

Ambas curvas se pueden ver en la Figura 2.2.

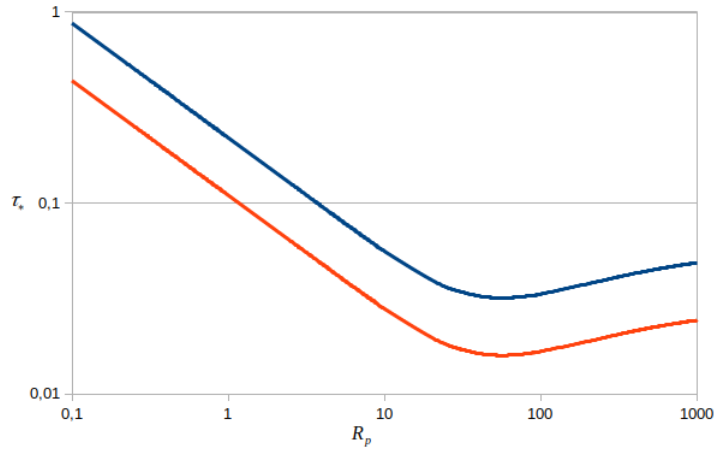


Figura 2.2: Curva de Shields Teórica. En azul la propuesta de Brownlie (1981) y en naranja la de Parker et al. (2003).

Aunque estos valores son inferiores a los obtenidos en forma experimental por Shields, esto se puede deber a las simplificaciones efectuadas durante el análisis, en especial con los valores usados para  $C_D$  y  $C_L$ .

### 2.2.5. Velocidad de corte

Para el cálculo del esfuerzo de corte se hace necesario conocer la velocidad de corte, la que se puede obtener si se conoce el perfil de velocidades. Presentando la ecuación de perfil logarítmico de la forma (Tamburrino, 2015):

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{k} \ln(y) + Cte. \quad (2.39)$$

Despejando  $\ln(y)$  en función de  $u$  queda:

$$\ln(y) = \frac{k}{u_*} u + Cte. \quad (2.40)$$

Entonces se obtiene que la pendiente  $m$  en la sección logarítmica de la curva es:

$$m = \frac{k}{u_*} \quad (2.41)$$

con  $k$  igual a 0,4.

### 2.3. Ley de Stokes

La velocidad con que las partículas de un tamaño específico sedimentan es una variable fundamental en la sedimentología (Ferguson and Church, 2004). La ley de Stokes presenta las ecuaciones que rigen el comportamiento de un partícula sedimentando en un medio viscoso. La ecuación general que representa la velocidad de sedimentación está dada por (Muñoz, 2008):

$$w = \sqrt{\frac{4 R g D}{3 C_D}} \quad (2.42)$$

donde:

$$R = \frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f} \quad (2.43)$$

y  $C_D$  corresponde al coeficiente de arrastre definido en rangos como:

$$C_D = \begin{cases} 24/Re_p & \text{para } Re_p < 1 \\ 24(1,0 + 0,15 Re_p^{0,687})/Re_p & \text{para } 1 \leq Re_p < 1000 \\ 0,44 & \text{para } Re_p \geq 1000 \end{cases} \quad (2.44)$$

## 2.4. Gasto sólido

Cuando el flujo cumple con ciertas condiciones que superen la condición del umbral de arrastre, es capaz de provocar movimiento en el sedimento del lecho. Este transporte de sólidos por parte del fluido, puede clasificarse en al menos dos tipos: transporte de fondo y transporte en suspensión. El transporte de fondo puede definirse como aquel en que las partículas de sólido transportado se mantiene en recurrente contacto con el fondo y, en cauces naturales, se relaciona con sedimento grueso. Por su parte el transporte en suspensión corresponde a aquel en que las partículas de sedimento tienen poco o nulo contacto con el fondo, distribuyéndose por todo lo alto del flujo. Este tipo de transporte se relaciona con sedimento fino (Niño, 2017).

Para el caso de transporte de fondo existen 3 mecanismos o submodos distintos. El mecanismo de deslizamiento, en que la partícula de sedimento se “arrastra” por el fondo sin rotar. El segundo mecanismo corresponde a la rotación, en que la partícula rota, manteniendo contacto con el fondo. Finalmente se tiene la saltación, en que la partícula va rebotando por el fondo y es el principal modo de transporte, ya que es mucho más frecuente que los otros dos mecanismos (Niño, 2017).

Durante el proceso de saltación las fuerzas hidrodinámicas transfieren momentum a las partículas de sólido en el sentido del flujo, la fuerza de gravedad tira las partículas hacia abajo hasta chocar con el fondo, lo que convierte el momentum horizontal en vertical, elevando las partículas y repitiendo el proceso (Niño, 2017).

### 2.4.1. Gasto sólido de fondo para lecho de tamaño uniforme

Niño and García (1998) plantearon una fórmula para el gasto sólido de fondo en equilibrio para un flujo permanente. Para esto se define la región donde se produce la saltación como *capa de arrastre de fondo*, la que tiene un espesor de 2 veces el diámetro de la partícula aproximadamente. Considerando la capa de arrastre de fondo, se puede plantear la tasa de arrastre de fondo,  $i_b$  como:

$$i_b = W_b u_b \quad (2.45)$$

con  $W_b$  corresponde al peso sumergido de la capa de arrastre y  $u_b$  a la velocidad media de las partículas de sólidos en el arrastre de fondo. Desarrollando y usando la forma propuesta por Einstein para el gasto sólido volumétrico adimensional,  $q_s^*$ :

$$q_s^* = \frac{i_b}{\sqrt{\rho^2 (R g d_s)^3}} \quad (2.46)$$

Niño and García (1998) deducen para el gasto sólido de fondo adimensional la relación:

$$q_s^* = \frac{a}{\mu_d} (\tau_* - \tau_{*c}) (\tau_*^{1/2} - b \tau_{*c}^{1/2}) \quad (2.47)$$

con  $\mu_d$  el coeficiente de fricción dinámica. Revisando las ecuaciones clásicas (empíricas o semi-empíricas) de Meyer-Peter y Müller, Engelund y Fredsoe, Ashida y Michiue, y Fernandez-Luque y van Beek, se ve que son bastante similares a la ecuación 2.47:

$$q_s^* = 8 (\tau_* - \tau_{*c})^{3/2} \quad (2.48)$$

$$q_s^* = 18,74 (\tau_* - \tau_{*c}) (\tau_*^{1/2} - 0,7 * \tau_{*c}^{1/2}) \quad (2.49)$$

$$q_s^* = 17 (\tau_* - \tau_{*c}) (\tau_*^{1/2} - \tau_{*c}^{1/2}) \quad (2.50)$$

$$q_s^* = 5,7 (\tau_* - \tau_{*c})^{3/2} \quad (2.51)$$

con valores de  $\tau_{*c}$  de 0,048; 0,05; 0,05 y entre 0,05 a 0,058 respectivamente. Los valores resultantes de  $q_s^*$  tienen grandes variaciones para pequeñas variaciones en el valor de  $\tau_*$  cuando estos son demasiado parecidos a  $\tau_{*c}$ . Por otra parte, cuando  $\tau_* \gg \tau_{*c}$  todas las fórmulas muestran que los valores de  $q_s^*$  crece en forma proporcional a  $\tau_*^{3/2}$ .

En la Figura 2.3 se muestra la comparación entre las fórmulas clásicas de gasto sólido de fondo adimensional.

## 2.4.2. Ecuación de Exner

La ecuación de Exner corresponde a una ecuación de conservación de sedimento de fondo, lo que permitió un avance en la morfodinámica, que es el estudio de los cambios del paisaje debido a la erosión y sedimentación, es decir, permite estimar la evolución de las secciones de escurrimiento. Para el caso unidireccional, esta ecuación viene dada por:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{1 - \varepsilon} \frac{\partial q_s}{\partial x} = 0 \quad (2.52)$$

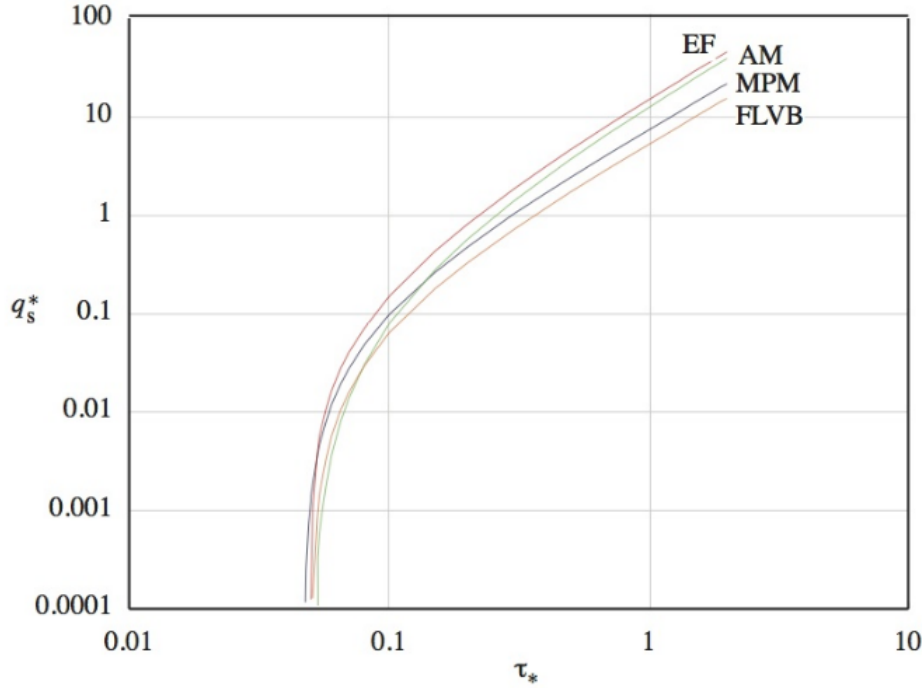


Figura 2.3: Gasto sólido de fondo adimensional. MPM corresponde a Meyer-Peter y Muller, EF a Engelud y Fredsoe, AM a Ashida y Michiue y FLVB a Fernandez-Luque y van Beek. Figura obtenida de Niño (2017).

siendo  $\eta$  la elevación del lecho,  $\varepsilon$  la porosidad y  $q_s$  el gasto sólido de fondo.

## 2.5. Discrete Element Method

Los diferentes enfoques existentes para resolver el flujo de partículas sólidas se pueden dividir en dos grupos: los de enfoque continuo de carácter más macroscópico y los de enfoque discreto con una visión más microscópica. Los de enfoque continuo describen el entorno macroscópico con ecuaciones de balance, como momentum o masa, junto con relaciones constitutivas y condiciones iniciales y de borde, sin embargo, no existe algún modelo continuo universalmente aceptado para todas las condiciones de los flujos, lo que finalmente resulta en un número grande de supuestos en las relaciones constitutivas y en las condiciones de borde (Elghannay and Tafti, 2018).

En modelos tipo TFM (Two Fluid Model), ambas fases son tratadas como medios continuos en mallas con grillas muy grandes comparadas con el tamaño de las partículas, pero aún son pequeños comparados con los procesos modelados, así que la cantidad de ecuaciones que gobiernan el modelo se reducen notoriamente (Elghannay and Tafti, 2018). Este modelo fue

el más utilizado durante varios años para modelar la fluidización. Como sea, la efectividad de TFM depende fuertemente de las relaciones de cierre de la fase sólida y el intercambio de momentum entre fases, lo que es muy difícil (o imposible) de obtener en gran parte de los casos, particularmente cuando se tienen diferentes tamaños o tipos de partículas, las que deben ser trabajadas como fases diferentes.

Los modelos de enfoque discreto se basan en el análisis de cada partícula de sólido en forma individual. El comportamiento del material particulado es controlado por la interacción entre partículas y el entorno. El DEM, o Discrete Element Method, puede obtener información sobre la dinámica de cada partícula y de las fuerzas actuando sobre ellas, lo que es muy difícil de obtener de forma experimental. Los DEMs más usados son dos: uno de tipo “soft-sphere” y otro de tipo “hard-sphere” (Garg et al., 2012). La primera publicación fue desarrollada por Cundall y Strack en el año 1979, del tipo “soft-sphere”. En este modelo las partículas podían sufrir diminutas deformaciones, las que eran usadas para determinar fuerzas plásticas, elásticas y friccionales entre partículas. Además, este modelo puede manejar el contacto con múltiples partículas. Por otro lado, el modelo de “hard-sphere” procesa cada colisión, una a una, y a menudo las fuerzas entre partículas no es explícitamente considerada. Por lo tanto, el modelo “hard-sphere” es más efectivo en flujos rápidos y el “soft-sphere” en flujos más lentos, en especial para casos cuasi estáticos. Una de las principales ventajas del DEM es que muchos supuestos son innecesarios, lo que le quita un grado de especulación a los modelos.

DNS (Direct Numérical Simulation)-DEM resuelve el flujo a una escala comparable al espacio que ocupan las partículas y las trata como condiciones de borde en movimiento. DNS tiene un gran potencial para producir resultados detallados de las interacciones hidrodinámicas entre el flujo y los sólidos, pero tiene baja capacidad de resolver la colisión entre partículas. Inicialmente este modelo no incluía la interacción entre partículas; si la distancia entre partículas era demasiado pequeña, la simulación se detenía, por lo que posteriormente se agregó una fuerza repulsiva entre partículas a las ecuaciones de momentum para evitar colisiones (Zhu et al., 2007).

CFD-DEM (Computational Fluid Dynamic Model) presenta un enfoque en que el movimiento de cada partícula se obtiene a través de las ecuaciones de Newton mientras el flujo se resuelve con RANS. Mientras las ecuaciones que determinan el comportamiento del flujo son las mismas que en TFM, es ampliamente aceptado por la ingeniería que el movimiento del flujo sólido se basa principalmente en el DEM (Zhu et al., 2007).

Para lograr conjugar ambos métodos se utiliza dos grillas, con una grilla delgada para el fluido, mientras las ecuaciones de las partículas sólidas se resuelven en una grilla más gruesa. En cada paso, primero se calcula las ecuaciones del fluido, considerando la fracción de vacíos y la posición de las partículas en la grilla. Luego las velocidades del fluido son llevadas a la grilla más gruesa, donde primero se aplican las fuerzas de gravedad y de contacto para luego, con las velocidades del fluido, proceder al cálculo de la fuerza de arrastre y la fracción de vacío. Luego esta información es llevada a la grilla más fina para así continuar con el siguiente



paso temporal (Deb and Tafti, 2013).

Los CFD previos que modelaban sistemas fluido-sólido ignoraban la interacción entre partículas, pero el desarrollo de modelos para estos sistemas ha hecho notar que la principal dificultad está en la fase sólida (Garg et al., 2012).

Las partículas en el flujo se encuentran básicamente bajo la influencia de la fuerza de arrastre  $\vec{f}_{drag,i}$ , de gravedad  $\vec{f}_{grav,i}$  y fuerzas de contacto  $\vec{f}_{contact,i}$ :

$$\frac{d\vec{u}_{p,i}}{dt} = \vec{f}_{grav,i} + \vec{f}_{drag,i} + \sum \vec{f}_{contact,i} \quad (2.53)$$

Las componentes de la fuerza en la ecuación son por unidad de masa y  $u_p$  representa la velocidad de la partícula.

La ecuación de movimiento rotacional queda como:

$$\frac{d\vec{\omega}_{p,i}}{dt} = \frac{\vec{T}_{p,coll,i}}{I_p} \quad (2.54)$$

con  $I_p$  la inercia,  $\omega_p$  velocidad angular, y  $T_{p,coll}$  es el torque producto de la colisión (con muro o partícula).

La fuerza de contacto se descompone en una componente tangencial y otra normal, modeladas usando un sistema resorte-amortiguador-deslizador (spring-dashpot-slider). La componente normal ( $\vec{F}_n$ ) y la tangencial ( $\vec{F}_t$ ) se expresan como:

$$\vec{F}_n = -k_n \vec{\delta}_n - \eta_n \vec{u}_{p,n} \quad (2.55)$$

$$\vec{F}_t = \begin{cases} -k_t \vec{\delta}_t - \eta_t \vec{u}_{p,t} & \text{para } (|\vec{F}_t| < \mu_f |\vec{F}_n|) \\ -\mu_f |\vec{F}_n| & \text{para } (|\vec{F}_t| \geq \mu_f |\vec{F}_n|) \end{cases} \quad (2.56)$$

donde  $k, \delta, \eta$  y  $\mu_f$  son la constante de elasticidad, superposición entre partículas, coeficiente

de disipación viscosa, y el coeficiente de fricción respectivamente. Los sub-índices  $n$  y  $t$  corresponden a la componente normal y tangencial respectivamente. El coeficiente de disipación viscosa se define como:

$$\eta = 2\alpha \sqrt{\frac{m_{eff} k}{1 + \alpha^2}} \quad (2.57)$$

donde  $m_{eff}$  corresponde a la masa efectiva del par que colisiona:

$$m_{eff} = \frac{m_{p1} m_{p2}}{m_{p1} + m_{p2}} \quad (2.58)$$

y  $\alpha$  puede ser determinado del coeficiente de restitución  $e$  como:

$$\alpha = \frac{-\ln(e)}{\pi} \quad (2.59)$$

Siguiendo la publicación de Schmeckle (2014), se utilizará el método Hertziano, que dice que las fuerzas de contacto pueden ser calculadas usando el módulo de Young y el coeficiente de Poisson de la siguiente forma (Garg et al., 2012):

$$k_n = \frac{4}{3} \frac{E_m E_l \sqrt{r_{ml}^*}}{E_m (1 - \nu_l^2) + E_l (1 - \nu_m^2)} \delta_n^{1/2} \quad (2.60)$$

y

$$k_t = \frac{16}{3} \frac{G_m G_l \sqrt{r_{ml}^*}}{G_m (1 - \nu_l^2) + G_l (1 - \nu_m^2)} \delta_n^{1/2} \quad (2.61)$$

donde  $E_m$  y  $E_l$  cooresponden a los módulos de Young y  $\nu_m$  y  $\nu_l$  a los coeficientes de Poisson para las fases sólidas  $m$  y  $l$  respectivamente.  $G_m$  y  $G_l$  son los módulos de corte y se calculan de la siguiente forma:

$$G_a = \frac{E_a}{2(1 + \nu_a)} \quad (2.62)$$

donde el subíndice  $a$  corresponde a las fases sólidas, y  $r_{ml}^*$  se calcula según:

$$\frac{1}{r_{ml}^*} = \frac{1}{r_m} + \frac{1}{r_l} \quad (2.63)$$

con  $r_m$  y  $r_l$  los radios de las partículas que chocan.

La fórmula de  $\vec{f}_{grav}$  incluye los efectos de la gravedad y de empuje:

$$\vec{f}_{grav} = \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_p}\right) \vec{g} \quad (2.64)$$

donde  $\rho_p$  es la densidad de la partícula y  $\rho_f$  es la densidad del fluido.

Para la fuerza de arrastre podemos ver que para una partícula sola sedimentando en un flujo se tiene

$$F_d = C_d \pi \rho_f d_p^2 |\vec{u} - \vec{u}_p| (\vec{u} - \vec{u}_p) / 8 \quad (2.65)$$

y el efecto de estar rodeado por otras partículas se agrega como una función de la porosidad:

$$F_d = f(\varepsilon_f) C_d \pi \rho_f d_p^2 |\vec{u} - \vec{u}_p| (\vec{u} - \vec{u}_p) / 8 \quad (2.66)$$

con  $\varepsilon_f$  la porosidad y  $C_d$  el coeficiente de arrastre y se define en función del Reynolds de la partícula como

$$C_D = \begin{cases} 24 (1,0 + 0,15 Re_p^{0,687}) / Re_p & \text{para } Re_p < 1000 \\ 0,44 & \text{para } Re_p \geq 1000 \end{cases} \quad (2.67)$$

El número de Reynolds de la partícula se calcula como:

$$Re_p = \varepsilon \rho d_p |\vec{u} - \vec{u}_p| / \mu \quad (2.68)$$

## 2.6. MFiX

Mfix es un programa computacional de fluido-dinámica de código abierto basado en ecuaciones de masa, momentum, energía y ecuaciones de balance químicas para una fase gaseosa y múltiples fases sólidas. Para eso el programa resuelve sistemas de ecuaciones diferenciales parciales usadas comúnmente por la comunidad ingenieril. Los cálculos entregan información especial y temporal de distribución de fracción de volúmenes, presión, velocidad, temperatura y fracción de masa de componentes químicos (Syamlal, 1998).

La National Energy Technology Laboratory (NETL) comenzó con el desarrollo del proyecto MFiX el año 1991, con el objetivo principal de contar con una herramienta para modelar reactores de lecho fluidizado como gasificadores de carbón, comúnmente utilizado en plantas térmicas. La primera versión se completó en el año 1993. El año 2001 se comenzó a distribuir el código fuente a través de la página [www.mfix.org](http://www.mfix.org), junto con información relacionada a flujos bifásicos computacionales. MFiX sirve como una plataforma de prueba para diferentes ideas, enfoques y relaciones constitutivas. Los algoritmos y modelos exitosos pueden ser adquiridos por compañías (Syamlal et al., 1993).

En el portal web “Web of Science” (Analytics, 2018) al ingresar en el buscador la palabra MFiX (Octubre 2018), éste entrega 125 resultados, de los cuales 99 están marcados con la categoría de “Ingeniería Química”, seguido lejanamente por “Ingeniería en Combustibles” y “Ciencia de los Materiales” con 7 publicaciones cada una. Esto se puede deber a las herramientas que integra MFiX dirigidas a facilitar el enlace entre interacciones químicas y el modelo fluido-dinámico, como el software C3M (Carbonaceous Chemistry for Continuum Modeling).

La reacción de flujos multifásicos son procesos importantes en las industrias de generación de energía, minerales y procesos químicos. El Laboratorio Nacional de Tecnología Energética (NETL) del Departamento de Energía de EE. UU. apoya la investigación y el desarrollo de muchas tecnologías avanzadas de energía fósil utilizando componentes de proceso de flujo multifásico, incluida la captura de CO<sub>2</sub> a base de sorbente, gasificación de carbón en lecho fluidizado, combustión de carbón en lecho fluidizado (NETL, 2015). La misión del equipo de Ciencia de Flujo Multifásico de NETL es el desarrollo continuo, la validación y la aplicación de herramientas de dinámica de fluidos computacionales multifase.

Los flujos multifásicos habitualmente se describen usando herramientas estadísticas. La más común usada en sistemas bifásicos se puede clasificar en dos categorías: primero los que consideran las fases como fases continuas, también conocidas como del tipo euleriano-euleriano. Utiliza un sistema de ecuaciones de conservación, como balance de masa y momentum, y se usa para la fase dispersa y la fase dispersante. Segundo, llamados euleriano-lagrangiano, los que consideran la fase dispersante continua del mismo modo que en el caso anterior, pero que la fase dispersa se representa como elementos discretos, cuyo movimiento se determina por una función de distribución para cada partícula.

El paquete MFIX (Multiphase Flow with Interphase eXchanges) es un conjunto de modelos CFD multifásicos de propósito general para describir la hidrodinámica, la transferencia de calor y las reacciones químicas en flujos multifásicos diluidos y densos. MFIX es una herramienta para el diseño, la optimización y la ampliación de reacción en sistemas multifásicos. (NETL, 2016). Las aplicaciones típicas de energía fósil de NETL incluyen la gasificación de carbón y biomasa, dispositivos de captura de carbono y reactores de bucle químico para la combustión de combustibles gaseosos y la combustión y la gasificación de combustibles sólidos.

El paquete MFIX de modelos de código abierto contiene las siguientes herramientas:

- MFIX-TFM (Two Fluid Model): una fase dispersante euleriana y una fase dispersa euleriana.
- MFIX-DEM (Discrete Element Model): una fase dispersante euleriana y una fase dispersa discreta.
- MFIX-PIC (Multiphase Particle-In Cell): una fase dispersante euleriana y una fase dispersa del tipo PIC que “coloca” las partículas siguiendo una ley exponencial de concentraciones.
- MFIX-Hybrid: combinación de TFM y DEM, con una fase dispersante euleriana y una fase dispersa euleriana y discreta.

Existen varios programas capaces de resolver sistemas bifásicos de buena forma usando un enfoque lagrangiano para la fase dispersa (OpenFOAM, Fluent, etc.) y una forma continua para la fase dispersante. Sin embargo, existe una diferencia importante entre MFIX y los otros programas, esto es que para la representación de la fase dispersa generalmente se representa mediante el seguimiento de parcelas que, en caso de que la fase dispersa esté muy diluida, un conjunto de parcelas representa una sola partícula, reduciendo así el alto error estadístico asociado a un sistema con muy pocas partículas. Por otro lado, en fases muy densas, una parcela agrupa un montón de partículas, reduciendo así el alto costo computacional que significaría modelar cada partícula individualmente. Sin embargo, este modo presenta el problema de no ser capaz de representar de buena forma la colisión entre partículas, necesitando un modelo extra de “colisión indirecta” (Garg et al., 2012).

La herramienta MFIX-DEM representa las partículas de forma individual y las colisiones se resuelven directamente usando el enfoque de partículas “soft”. Si bien el alto costo computacional que implica la representación de cada partícula en el sistema limita MFIX-DEM a problemas de pequeño tamaño, a su vez, esto le convierte en una herramienta para la verificación en zonas puntuales de mayor interés en sistemas de mayor tamaño o para el desarrollo de otros sub-modelos.

Aunque MFIX cuenta con una interfaz gráfica de usuario (GUI por sus siglas en inglés) para hacer su uso más sencillo, el programa es manejable directamente desde la línea de

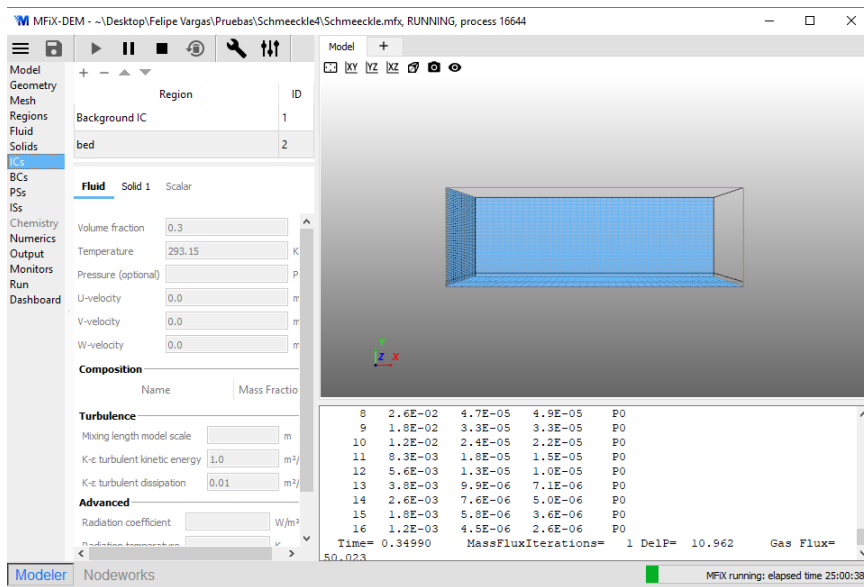


Figura 2.4: Ventana representativa de la interfaz gráfica de usuario para MFIX.

comandos. Aunque la GUI cuenta con un visualizador (Visual Toolkit, VTK. Figura 2.4) para la visualizaci3n y manejo de la parte geométrica, para la visualizaci3n y revisi3n de resultados se utilizará el programa ParaView (Figura 2.5) que contiene más opciones y entrega más resultados en base a la informaci3n entregada.

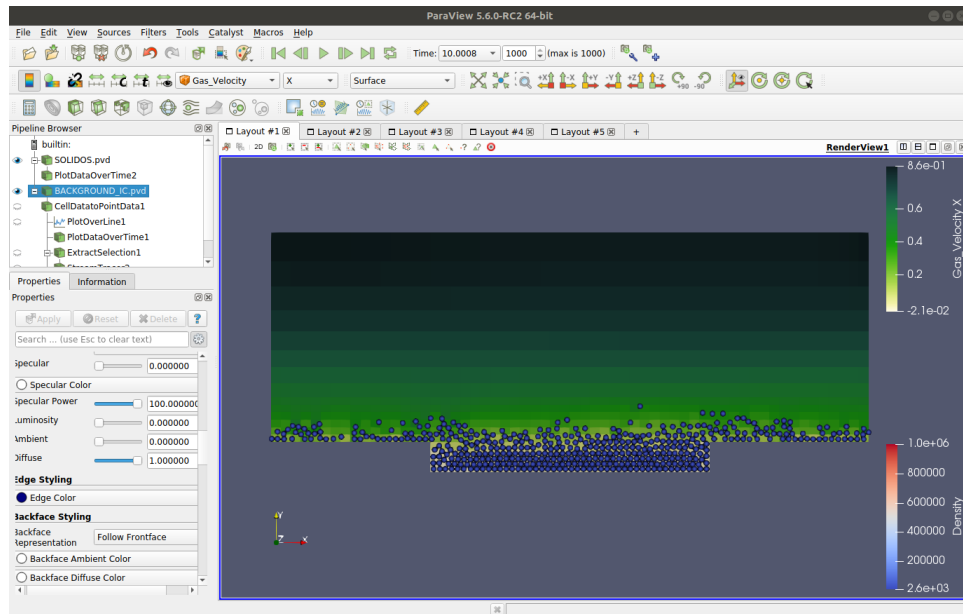


Figura 2.5: Ventana representativa del programa ParaView.

# Capítulo 3

## Descripción del Experimento Computacional

### 3.1. Datos generales

Se simuló en forma virtual el comportamiento de un canal con lecho de arena de tamaño uniforme, a distintas velocidades y para lechos de arena de dos diámetros distintos. Usando la VTK (Visualization Toolkit) de la GUI (Gráfica User Interface) del programa MFIX se modeló un canal en dos dimensiones de largo  $20\text{ cm}$  y una altura de  $8\text{ cm}$  (Figura 3.1). Estos valores se definieron según el método de ensayo y error, al igual que los valores de la grilla. Además se agregó unos topes de una altura de 5 veces el diámetro de la partícula y un largo de  $5\text{ cm}$ , en la entrada y salida para sostener las partículas. La grilla se ha definido dividiendo el eje X en 60 elementos, y el eje Y en 18 elementos, 10 de igual tamaño hasta los  $2,5\text{ cm}$ , y gradualmente creciente desde los  $2,5\text{ cm}$  hasta los  $8\text{ cm}$  del canal, esto para disminuir, aunque fuese en pequeña medida, el tiempo de ejecución de los modelos. A pesar de ser un modelo en dos dimensiones se debe entregar un valor para el eje Z, por lo que se utilizará el diámetro de la partícula (a menor tamaño el programa no corre y a mayor tamaño se cae en ocasiones).

En el capítulo “Resultados” se muestra que en 10 segundos se alcanza la estabilidad en el modelo, y en los últimos 3 segundos no se ve influencia del explosivo inicio de la modelación. Para esto se tomó una celda a aproximadamente el 60% de la altura del canal, para el caso de mayor velocidad con sólidos de diámetro  $2\text{ mm}$ . Por esto es que el tiempo de simulación utilizado para todos los casos es de 10 segundos, y para los cálculos se usarán los últimos 3 segundos.

Para representar la fase líquida, que corresponde al agua en el experimento, se entrega al software la densidad y la viscosidad del agua a  $20^\circ\text{C}$  que son  $1000\text{ kg/m}^3$  y de  $0,001\text{ Pa}\cdot\text{s}$  respectivamente.

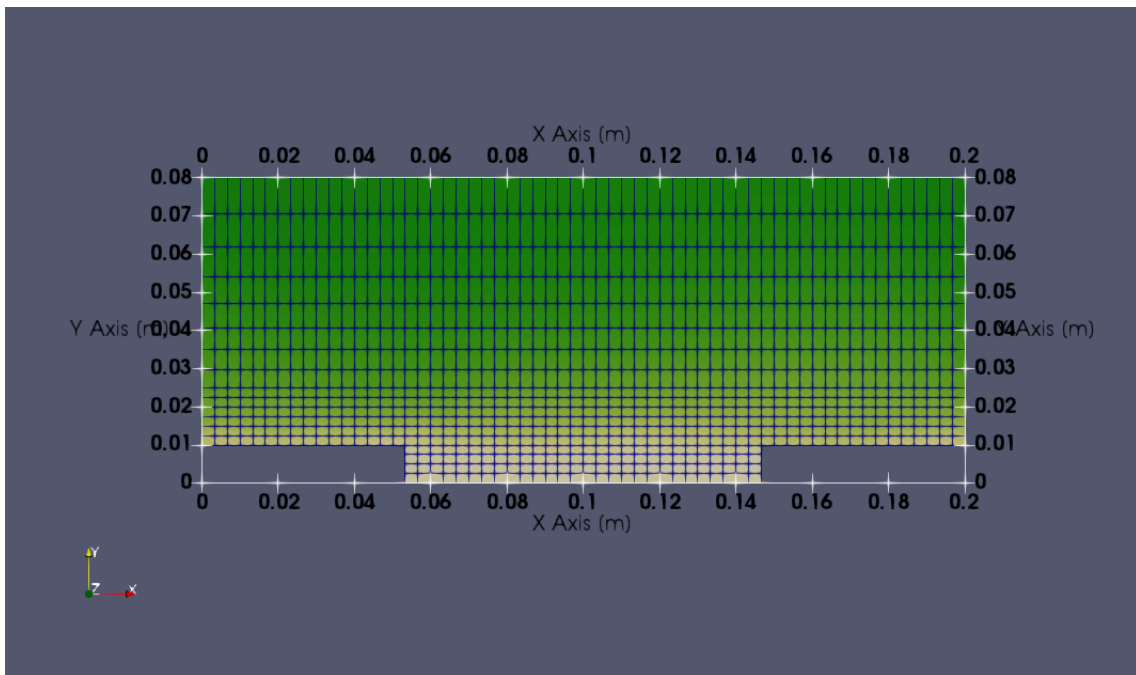


Figura 3.1: Grilla para el flujo sin sólidos.

## 3.2. Ley de Stokes

Para revisar el comportamiento de una partícula en el agua, se probó la ley de Stokes, dejando caer una partícula sólida de  $1\text{ mm}$  de diámetro y otra de  $2\text{ mm}$ , en el fluido sin movimiento, desde una altura de casi  $30\text{ cm}$ . las dimensiones del modelo (distintas a las usadas en el resto del experimento) son  $10\text{ cm}$  de ancho y  $30\text{ cm}$  de alto (Figura 3.2) para asegurar que se alcance la velocidad terminal de sedimentación. La grilla se dividió en 30 elementos en el eje X y en 90 elementos en el eje Y. Luego estos valores se compararon con los valores obtenidos de forma teórica por la ley de Stokes.



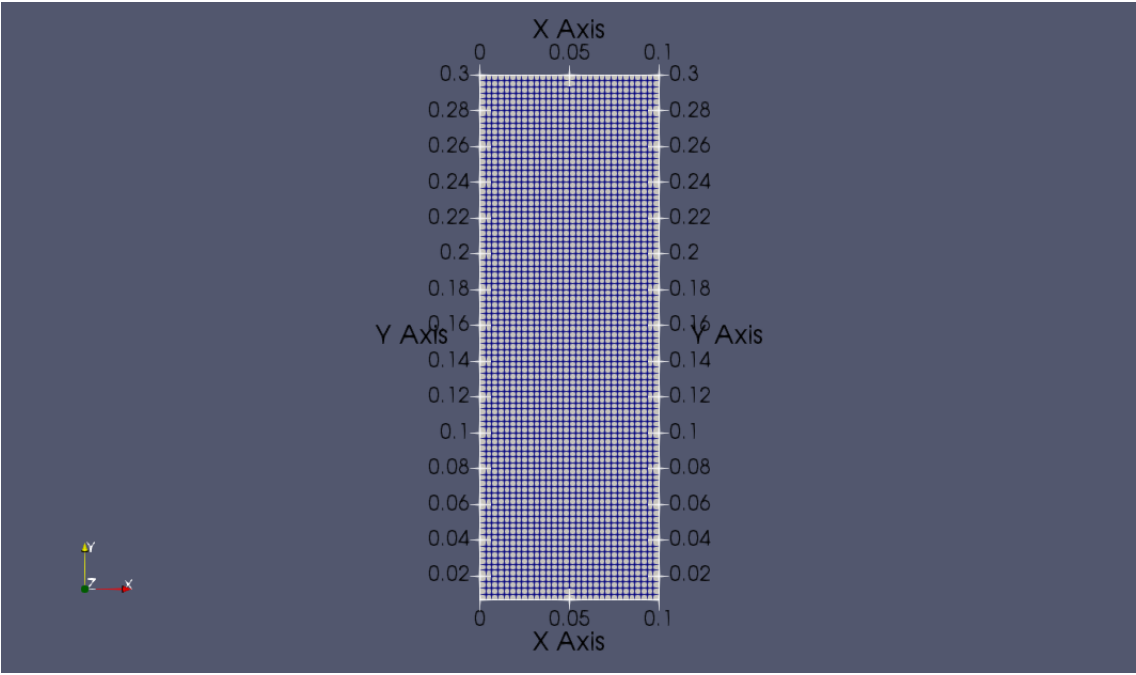


Figura 3.2: Grilla para el flujo sin sólidos.

### 3.3. Canal sin sólidos

Para revisar el comportamiento de la hidrodinámica en el modelo, se probó usando el canal sin sólidos. Para esto los flujos máxicos del fluido utilizados fueron de 200, 400, 600 y 800  $kg/m^2s$  los que dan una velocidad del fluido cercana a los 0,2; 0,4; 0,6 y 0,8  $m/s$  respectivamente. Esto se probó en dos escenarios, cambiando la condición de borde de la pared superior del modelo.

La Tabla 3.1 muestra las condiciones comunes para ambos experimentos. La condición para el borde superior se probó libre de roce (Free Slip Wall), pero los resultados (presentados en el capítulo “Resultados”) no se correspondían con esa condición, por lo que se probó salida a presión (Pressure Outflow) atmosférica, que entregó resultados más reales. La condición “Borde cíclico” (Cyclic boundary) para el eje x permite definir el caudal que se quiere que corra por el modelo, en que lo que sale por un lado es lo que entra por el otro, y pide como dato la diferencia de presión entre los extremos (en Pascales) o el flujo máxico (en  $kg/m^2s$ ). Así tanto el fluido como los sólidos que salen del dominio por el lado derecho, vuelven a éste por el lado izquierdo. Utilizando esta función se modificará el flujo máxico para conseguir distintas velocidades, sin necesidad de que el canal virtual cuente con pendiente. La diferencia de presión en los extremos se definió en 1  $Pa$  para todos los casos y sólo se utiliza como condición inicial.

Tabla 3.1: Condiciones de borde del canal

Zona	Condición
Pared inferior	No resbalamiento
Topes	No resbalamiento
Ciclo en $\hat{x}$	Borde cíclico

### 3.4. Canal con sólidos

Para esta parte se puso un lecho de arena representada por esferas sólidas de pequeño tamaño. Para agregar estas esferas sólidas primero se definió la región donde se ubicó estos sólidos, que va desde el fondo hasta casi 4 veces el diámetro por sobre los topes de entrada y salida (Figura 3.3). Esta región permite que al acomodarse las partículas, éstas alcancen una altura aproximada de dos veces el diámetro por sobre los topes. Estas regiones se mantuvieron comunes para todos los casos y velocidades. Para agregar las partículas sólidas a la región se puede utilizar un archivo externo, con el cual definir la posición inicial de cada partícula de arena, o se puede utilizar la opción de generación automática de partículas, que fue la opción utilizada para este trabajo. Para la arena se utilizaron esferas de diámetros de  $1\text{ mm}$  y de  $2\text{ mm}$  para cada caso. Para cada diámetro de arena se evaluará el efecto de 7 velocidades, sin embargo al agregar las partículas sólidas la velocidad del fluido disminuye con respecto a los casos sin partículas, para conservar el flujo másico. Los flujos másicos utilizados van desde los  $200\text{ kg/m}^2\text{s}$  hasta los  $800\text{ kg/m}^2\text{s}$  en intervalos de  $100\text{ kg/m}^2\text{s}$  (los valores del caudal unitario y de la velocidad media alcanzada por el fluido se muestra en el capítulo “Resultados”). Las propiedades de la arena mostradas en la Tabla 3.2 fueron tomadas de Schmeeckle (2014).

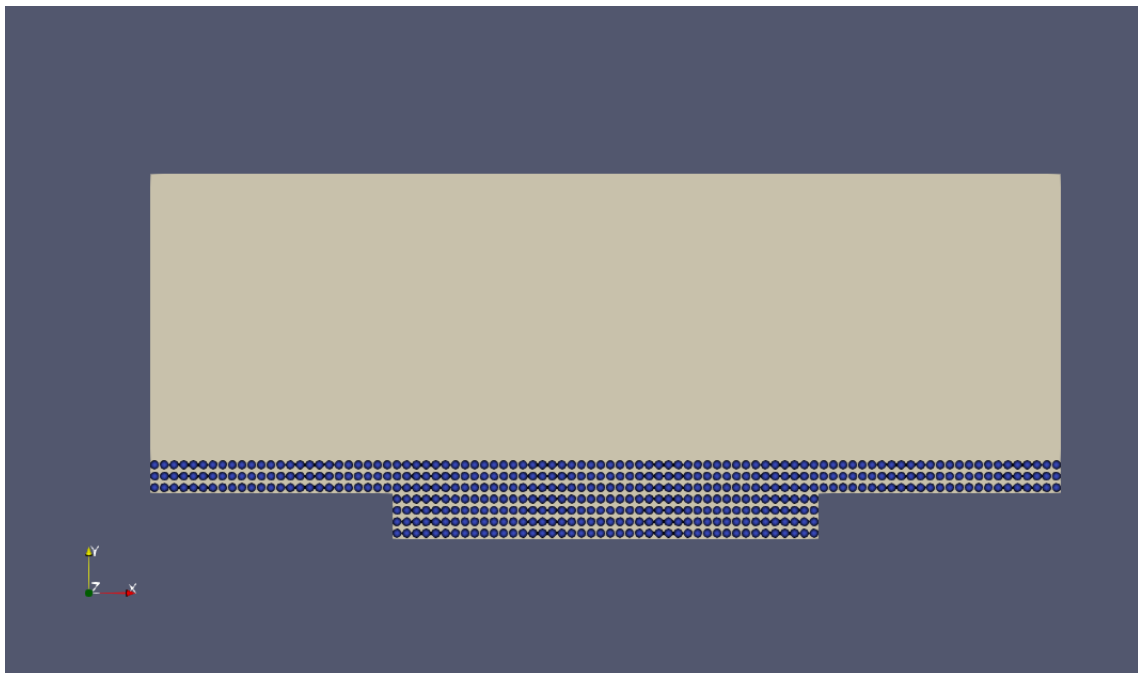


Figura 3.3: Condición inicial para el caso de partículas sólidas de  $2\text{ mm}$  de diámetro.

Tabla 3.2: Propiedades de la arena. Obtenido de Schmeeckle (2014).

Propiedad	Valor
Densidad	$2650 \text{ kg/m}^3$
Coefficiente de Restitución	0,01
Módulo de Young	$5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
Coefficiente de Poisson	0,45
Coefficiente de fricción	0,6

Para determinar el gasto sólido se centró el cálculo en la zona de salida de los sólidos presentada en la Figura 3.4 con una circunferencia roja, que para el caso de partículas de diámetro  $1 \text{ mm}$  es de un área de  $10 \text{ mm}$  de largo y de  $12,5 \text{ mm}$  de alto, y para el caso de partículas de  $2 \text{ mm}$  es de  $10 \text{ mm}$  de largo y de  $20 \text{ mm}$  de alto.

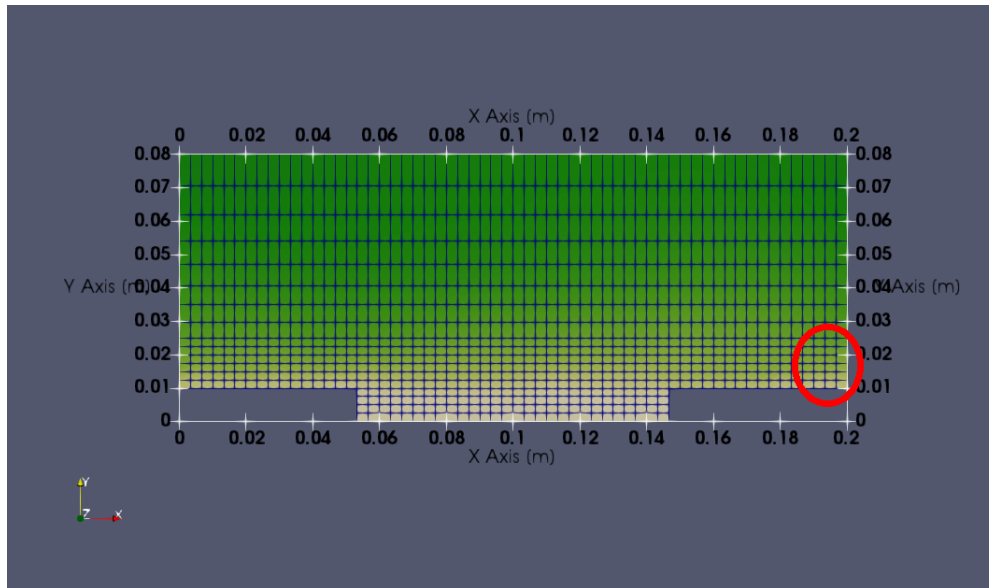


Figura 3.4: Zona usada para determinar el gasto sólido.

Los datos obtenidos a través del programa corresponden a la velocidad del fluido  $U$ , velocidad de las partículas  $u_s$  y fracción de volumen del líquido  $\varepsilon_l$ . Los datos calculados son fracción de sólidos  $\varepsilon_s$  a través de la ecuación 3.1, el gasto sólido  $q_s$  en  $\text{m}^2/\text{s}$  y el gasto sólido adimensional  $q_s^*$  obtenidos con las ecuaciones 3.2 y 3.3 respectivamente.

$$\varepsilon_s = 1 - \varepsilon_l \quad (3.1)$$

$$q_s = \varepsilon_s u_s h \quad (3.2)$$

$$q_s^* = \frac{q_s}{\sqrt{g R d_s^3}} \quad (3.3)$$

con  $h$  igual a 12,5  $mm$  de alto para partículas de diámetro 1  $mm$  y 20  $mm$  para partículas de diámetro 2  $mm$ ,  $R$  densidad relativa y  $d_s$  el diámetro de los sólidos.

Para determinar la velocidad de corte se utilizó la sección logarítmica del perfil de velocidad y la forma general del perfil logarítmico despejada por A. Tamburrino (comunicación personal, abril, 2019):

$$\ln(y) = u \frac{k}{u_*} + Cte. \quad (3.4)$$

con  $m = k/u_*$  la pendiente y con  $k = 0,4$  se tiene:

$$u_* = \frac{k}{m} \quad (3.5)$$

El modelo a utilizar será MFIX-DEM en el que se simula la fase dispersante de forma continua y la fase dispersa de forma discreta. Para la turbulencia se usará el modelo  $K - \varepsilon$ . Se simulará cada caso por 10 segundos y se utilizará para los cálculos los últimos 3 segundos, para evitar los efectos indeseados que genera el inicio demasiado violento de cada simulación. El  $\Delta t$  será menor o igual a  $10^{-3}$  segundos y se utilizó un método implícito por lo que no se consideró de importancia el número de Courant.

Para obtener los resultados se utilizaron los archivos de salida tipo VTK para su manejo en Paraview. La información incluía la fracción volumétrica del fluido, presión, la magnitud de la velocidad, las componentes de la velocidad, la energía cinética turbulenta y la disipación turbulenta para el fluido. Para el sólido se solicitó la velocidad de traslación y de rotación, y densidad. Se intentó un seguimiento de algunas partículas mediante la identidad o id global de las partículas sólidas, sin embargo ésta varía a lo largo del modelo. La información se escribió en rangos de 0,01 segundo, y cada 0,1 segundo se guardaba un archivo de respaldo que permite la reanudación en caso de que el modelo se caiga.

MFIX tiene la posibilidad de ser ejecutado en varios procesadores de forma paralela, con las opciones de “Open MPI” o de “OpenMP” (alternativas gratuitas para la ejecución de multi-procesadores). Ambas opciones fueron probadas y se eligió usar Open MPI por entregar resultados de forma más rápida. Para las simulaciones se contó con un computador de 4 núcleos reales, que eran utilizados como 8 núcleos virtuales. El uso de varios procesadores disminuye el tiempo de ejecución de los experimentos pero aumenta el costo de comunicación entre núcleos, por lo que no fue eficiente el uso de varios núcleos en un solo caso, pero permitió la ejecución de varios casos en paralelo, usando 4 núcleos en cada uno.

# Capítulo 4

## Resultados

### 4.1. Ley de Stokes

Los resultados de las ecuaciones de la ley de Stokes son de  $0,16 \text{ m/s}$  para partículas sólidas de diámetro de  $1 \text{ mm}$ , y de  $0,34 \text{ m/s}$  para partículas de  $2 \text{ mm}$ .

Los resultados entregados por MFIX-DEM son de  $0,15 \text{ m/s}$  para partículas de  $1 \text{ mm}$ , lo que significa una diferencia de un  $6\%$  con respecto al resultado teórico de la ley de Stokes, y de  $0,22 \text{ m/s}$  para el caso de partículas de  $2 \text{ mm}$ , lo que significa una diferencia de un  $35\%$  con respecto al resultado teórico.

### 4.2. Distribución de presiones

La Figura 4.1 muestra la distribución de presiones medida a  $10 \text{ cm}$  de la entrada en el segundo 10. Se puede ver una distribución hidrostática, con pequeñas perturbaciones a la altura de los topes de entrada y salida.

### 4.3. Canal sin sólidos

En esta parte se muestra los resultados del canal sin sólidos para velocidades entre  $0,2 \text{ m/s}$  hasta  $0,8 \text{ m/s}$ , aumentando de a  $0,2 \text{ m/s}$ . La idea es determinar si el programa puede representar el canal como si fuera de superficie libre. La Tabla 4.1 muestra las condiciones de borde probadas en primera instancia.

En la figura 4.2 se puede apreciar que pese a la imposición de que la pared superior sea

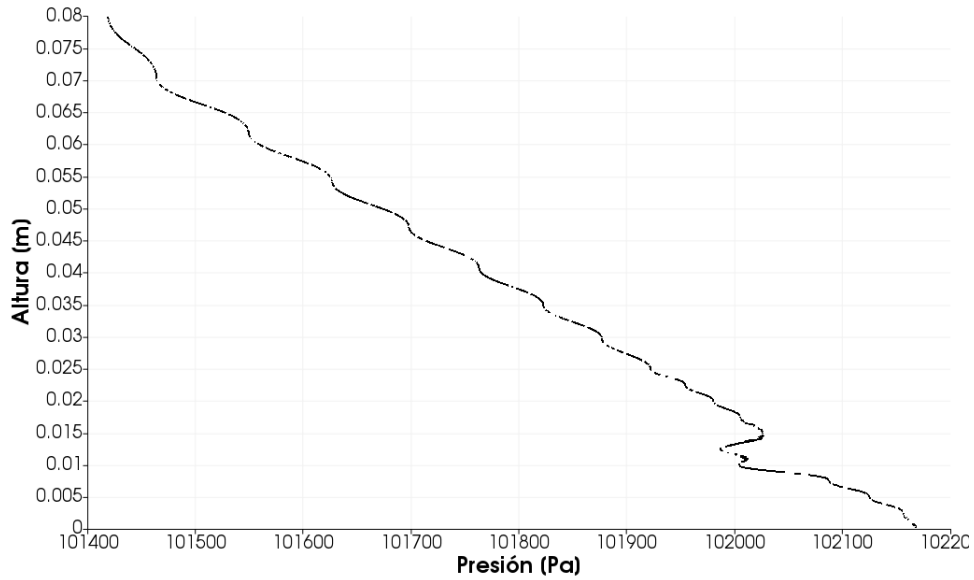


Figura 4.1: Distribución de presiones en el segundo 10 medido a 10 *cm* de la entrada.

Tabla 4.1: Condiciones de borde del canal

Zona	Condición
Pared inferior	No resbalamiento
Pared superior	Sin roce
Ciclo en $\hat{x}$	Borde cíclico

libre de roce, el perfil de velocidad refleja la presencia de una fuerza en contra del sentido del flujo, del tipo que presenta una pared sobre un fluido en movimiento.

Considerando las otras opciones que ofrece el programa para las condiciones de borde, se probó con “Presión de entrada” pero no fue capaz de correr. Finalmente se probó la condición de “Presión de salida” (se impuso presión atmosférica) como muestra la Tabla 4.2, que entregó el perfil mostrado en la Figura 4.3.

Tabla 4.2: Condiciones de borde del canal

Zona	Condición
Pared inferior	No resbalamiento
Pared superior	Presión de salida
Ciclo en $\hat{x}$	Borde cíclico

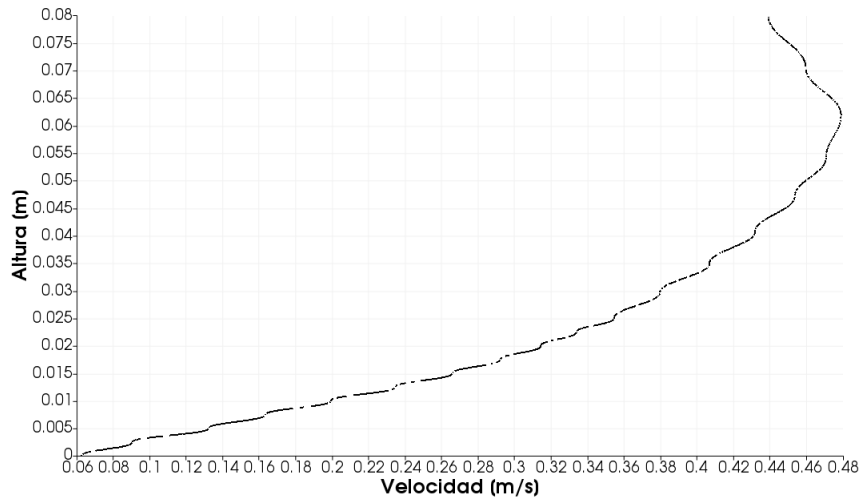


Figura 4.2: Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de  $0,03 \text{ m}^3/s/m$  sin roce en la pared superior. Los otros casos se pueden ver en el anexo 1

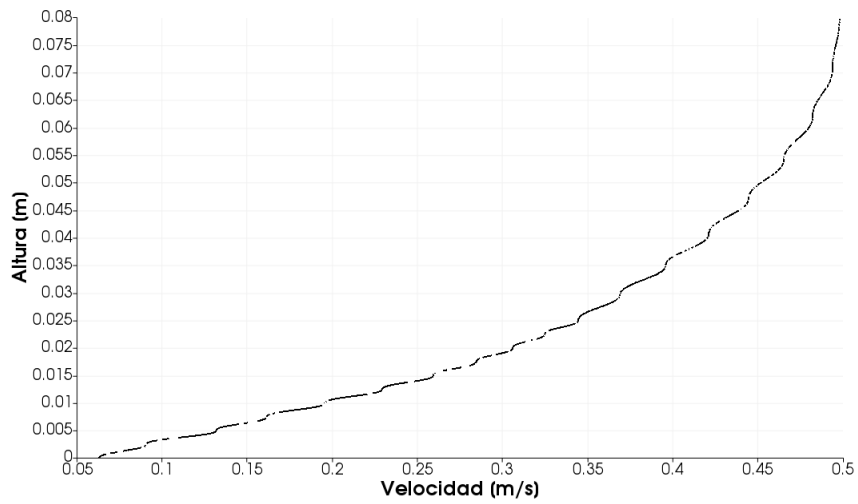


Figura 4.3: Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de  $0,03 \text{ m}^3/s/m$  presión de salida en la pared superior. Los otros casos se pueden ver en el anexo 1

Considerando un perfil logarítmico en la Figura 4.3 se obtuvo la velocidad de corte y la subcapa viscosa mostrados en la Tabla 4.3.

Tabla 4.3: Caudales unitarios y velocidades medias del fluido para el caso sin lecho de arena.

Flujo másico (kg/m <sup>2</sup> s)	Caudal unitario (m <sup>3</sup> /s/m)	Velocidad fluido (m/s)	Velocidad de corte (m/s)	Subcapa viscosa (mm)
200	0,015	0,19	0,003	1,58
400	0,030	0,38	0,006	0,83
600	0,045	0,56	0,009	0,56
800	0,060	0,75	0,012	0,42

## 4.4. Canal con sólidos

La Figura 4.4 muestra el inicio explosivo de la modelación y como se vuelve estable en el tiempo. Además se puede observar en los gráficos de velocidades promedio, en el anexo, que el comportamiento es similar para el promedio en el modelo.

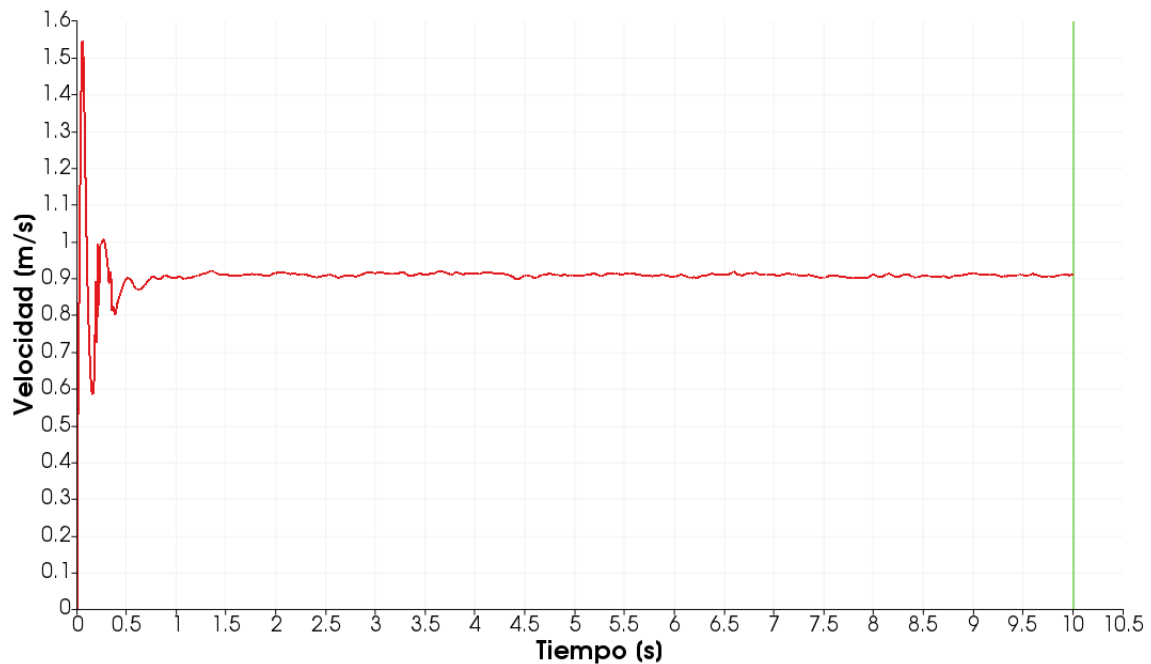


Figura 4.4: Velocidad promedio en una celda a aproximadamente 60 % de altura del canal.

El introducir las partículas sólidas al modelo y usando las unidades pedidas por el programa para el flujo, la relación  $(velocidad\ del\ fluido)/(flujom\ sico)$  presenta una baja en comparación con los casos sin sólidos. Las Tablas 4.4 y 4.5 presenta los caudales unitarios y velocidades medias para los casos con sólidos de diámetro 1 mm y de 2 mm respectivamente.



Tabla 4.4: Caudales unitarios y velocidades medias del fluido para el caso con lecho de arena de diámetro 1 *mm*.

Flujo másico (kg/m <sup>2</sup> s)	Caudal unitario (m <sup>2</sup> .9/s/m)	Velocidad fluido (m/s)	Velocidad de corte (m/s)	Subcapa viscosa (mm)
200	0,013	0,16	0,045	0,11
300	0,020	0,24	0,059	0,09
400	0,026	0,32	0,092	0,05
500	0,033	0,41	0,098	0,05
600	0,040	0,50	0,111	0,05
700	0,047	0,59	0,100	0,05
800	0,054	0,68	0,119	0,04

Tabla 4.5: Caudales unitarios y velocidades medias del fluido para el caso con lecho de arena de diámetro 2 *mm*.

Flujo másico (kg/m <sup>2</sup> s)	Caudal unitario (m <sup>2</sup> .9/s/m)	Velocidad fluido (m/s)	Velocidad de corte (m/s)	Subcapa viscosa (mm)
200	0,012	0,15	0,092	0,05
300	0,020	0,24	0,114	0,04
400	0,026	0,32	0,156	0,03
500	0,033	0,41	0,165	0,03
600	0,040	0,50	0,163	0,03
700	0,047	0,59	0,174	0,03
800	0,054	0,68	0,178	0,03

#### 4.4.1. Perfiles de velocidad

Las Figuras 4.5 y 4.6 presentan los perfiles de velocidad adimensionalizados. Los gráficos separados por diámetros y caudales unitarios se pueden ver en el anexo.

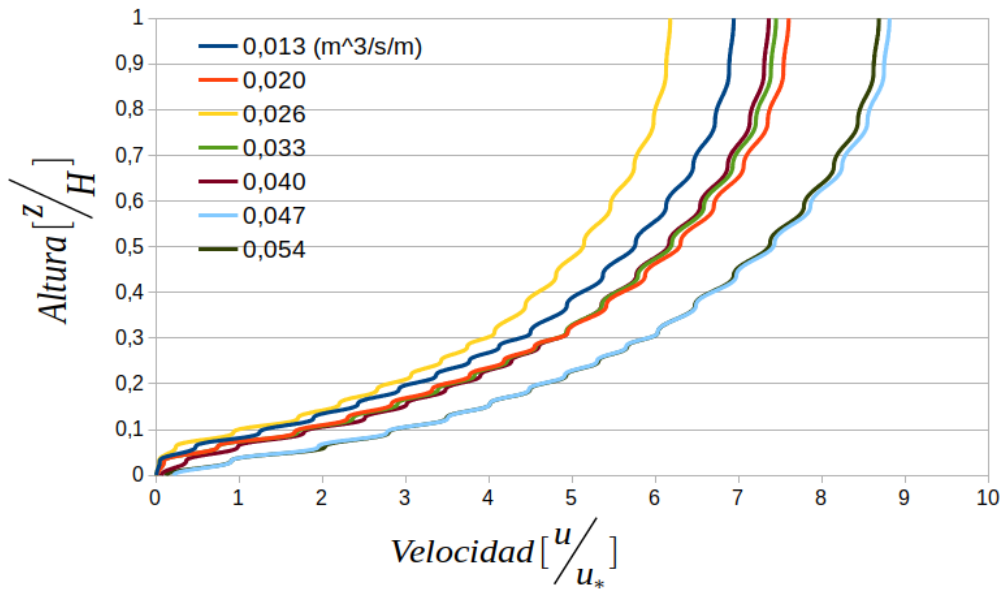


Figura 4.5: Perfiles de velocidad para los casos con sólidos de diámetro 1 mm.

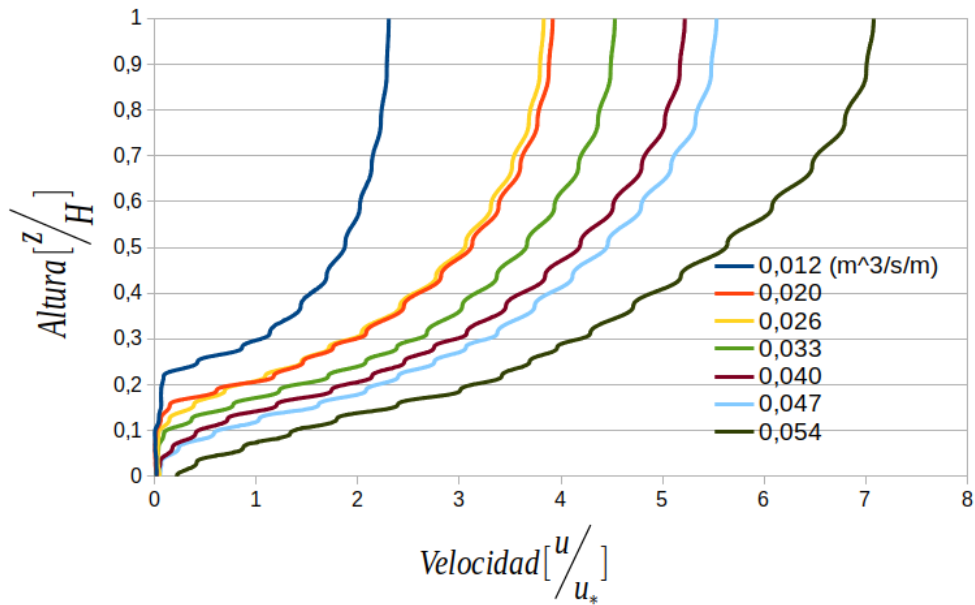


Figura 4.6: Perfiles de velocidad para los casos con sólidos de diámetro 2 mm.

#### 4.4.2. Resultados numéricos

A continuación se presentan los resultados numéricos obtenidos a través del programa de visualización Paraview y de los cálculos realizados con esos datos. Estos datos corresponden a los obtenidos en la zona indicada en la figura 3.4.

### Diámetro 1 mm

Tabla 4.6: Datos y resultados obtenidos de MFIX para partículas de 1 mm.

Flujo másico (kg/m <sup>2</sup> s)	Caudal unitario (m <sup>3</sup> /s/m)	Velocidad fluido (m/s)	Velocidad partículas (m/s)	Fracción de sólidos	Gasto sólido (adim)
200	0,001	0,07	0,000	0,224	0,00
300	0,002	0,11	0,000	0,215	0,00
400	0,003	0,15	0,000	0,119	0,00
500	0,004	0,19	0,024	0,205	0,48
600	0,005	0,23	0,078	0,232	1,77
700	0,006	0,29	0,141	0,231	3,21
800	0,007	0,36	0,224	0,226	4,98

### Diámetro 2 mm

Tabla 4.7: Datos y resultados obtenidos de MFIX para partículas de 2 mm.

Flujo másico (kg/m <sup>2</sup> s)	Caudal unitario (m <sup>3</sup> /s/m)	Velocidad fluido (m/s)	Velocidad partículas (m/s)	Fracción de sólidos	Gasto sólido (adim)
200	0,002	0,11	0,004	0,09	0,03
300	0,004	0,18	0,014	0,08	0,09
400	0,005	0,23	0,060	0,10	0,51
500	0,006	0,30	0,126	0,12	1,27
600	0,007	0,37	0,222	0,14	2,57
700	0,009	0,45	0,316	0,13	3,54
800	0,010	0,52	0,411	0,16	5,64

## 4.5. Resultados cálculos generales

Resultados obtenidos del cálculo teórico usando datos obtenidos del modelo. Los datos entregados por el modelo corresponden al caudal unitario y a la velocidad del fluido, mientras que los calculados son la velocidad de corte, el esfuerzo de corte, el esfuerzo de corte crítico, el número de Reynolds y el Reynolds de la partícula.

### 4.5.1. Diámetro 1 mm

Tabla 4.8: Datos y resultados obtenidos de forma teórica usando la ecuación de Meyer-Peter y Muller para partículas de 1 mm.

Caudal unitario (m <sup>3</sup> /s/m)	Velocidad fluido (m/s)	Velocidad de corte (m/s)	Esfuerzo de corte (adim)	Esfuerzo de corte crítico (adim)	Reynolds	Reynolds partícula
0,013	0,16	0,045	0,13	0,03	12.954	45
0,020	0,24	0,059	0,21	0,03	19.514	59
0,026	0,32	0,092	0,53	0,03	25.960	92
0,033	0,41	0,098	0,59	0,03	32.770	98
0,040	0,50	0,111	0,76	0,03	39.768	111
0,047	0,59	0,100	0,62	0,03	46.953	100
0,054	0,68	0,119	0,88	0,03	54.318	119

## 4.5.2. Diámetro 2 mm

Tabla 4.9: Datos y resultados obtenidos de forma teórica usando la ecuación de Meyer-Peter y Muller para partículas de 2 mm.

Caudal unitario (m <sup>3</sup> /s/m)	Velocidad fluido (m/s)	Velocidad de corte (m/s)	Esfuerzo de corte (adim)	Esfuerzo de corte crítico (adim)	Reynolds	Reynolds partícula
0,012	0,15	0,092	0,26	0,042	12.253	184
0,020	0,24	0,114	0,40	0,042	19.514	229
0,026	0,32	0,156	0,76	0,042	25.960	313
0,033	0,41	0,165	0,84	0,042	32.770	330
0,040	0,50	0,163	0,82	0,042	39.768	327
0,047	0,59	0,174	0,94	0,042	46.953	348
0,054	0,68	0,178	0,98	0,042	54.318	356

## 4.6. Gasto sólido con ecuaciones clásicas

La Tabla 4.10 y la Tabla 4.11 muestran el gasto sólido obtenido con las ecuaciones clásicas para partículas con diámetro 1 *mm* y 2 *mm* respectivamente.

Tabla 4.10: Gasto sólido adimensional para el caso de partículas de 1 *mm* de diámetro.

MFIX	Meyer-Peter y Muller	Engenlud y Fredsoe	Ashida y Michiue	Fernandez-Luque y van Beek
0,00	0,17	0,28	0,17	0,10
0,00	0,54	0,93	0,66	0,35
0,00	2,64	5,06	4,05	1,82
0,48	3,19	6,19	5,00	2,21
1,77	4,84	9,59	7,89	3,38
3,21	3,48	6,78	5,50	2,41
4,98	6,09	12,19	10,11	4,26

Tabla 4.11: Gasto sólido adimensional para el caso de partículas de 2 *mm* de diámetro.

MFIX	Meyer-Peter y Muller	Engenlud y Fredsoe	Ashida y Michiue	Fernandez-Luque y van Beek
0,03	0,79	1,41	1,03	0,52
0,09	1,70	3,18	2,48	1,16
0,51	4,76	9,43	7,75	3,32
1,27	5,64	11,26	9,31	3,94
2,57	5,48	10,91	9,01	3,83
3,54	6,69	13,46	11,20	4,69
5,64	7,22	14,58	12,16	5,06

# Capítulo 5

## Análisis y comentarios

### 5.1. Experimento computacional

Se buscó determinar las dificultades que podría presentar el programa para la ejecución del modelo deseado, y algunos de los factores más importantes fueron la imposición de las condiciones de borde, el tiempo de ejecución, la cantidad de partículas y la necesidad de compilar el solver para agregar características que no vienen por defecto, concretamente a la posibilidad de trabajar con varios núcleos en paralelo.

La condición de borde que definía el flujo de entrada al modelo prácticamente determinaba la condición de borde de salida del flujo del modelo. Para esta condición de borde existe, a grandes rasgos, tres alternativas, una en base a presión de entrada, otra en base a cantidad de fluido que entraba y otra que convertía el modelo en cíclico, alargando el canal al infinito y que daba la opción de usar un diferencial de presión o bien, una cantidad de fluido. A fin de no perder todo el material sólido en los primeros segundos de simulación (las simulaciones solían tener un inicio muy violento que se iba calmando con los segundos) se optó por la condición de borde cíclica, definiendo la cantidad de fluido que pasaba por el canal, para tener, además un mayor control sobre el caudal. En cuanto a la condición de borde de la parte superior del canal, desde un comienzo se sabía que el programa no permitía implementar una fase líquida y otra gaseosa, para simular la superficie libre, sin embargo, en base al trabajo realizado por Schmeeckle (2014), se puede obtener resultados de calidad suficiente como para realizar un análisis. La forma en que se condujo este problema se revisa en la siguiente sección 5.2. Y la condición de borde de la parte inferior se definió sin deslizamiento, pero además le fue agregado un tope en la entrada y en la salida de altura 5 veces el diámetro de la partícula, esto debido a la facilidad que mostraban algunos granos para deslizarse en el fondo liso, a pesar de las bajas velocidades del fluido.

El diseño del canal fue modificado en varias ocasiones, principalmente debido al costo temporal de modelar un canal de gran tamaño. La cantidad de partículas era el factor más importante en este ítem, es por esto que existía una gran diferencia al modelar un canal con

lecho de partículas de 2 mm de diámetro y uno con el mismo lecho pero de partículas de 0,5 mm de diámetro, aumentando de un par de horas a más de un día de trabajo respectivamente, para el cálculo de 10 segundos simulados. Finalmente se optó por reducir la altura del lecho y utilizar partículas de 1 mm y 2 mm de diámetro.

El solver del programa por defecto (el que se utiliza al correr con la GUI) sólo puede usarse de forma serial, sin embargo existe la opción (para sistemas operativos Linux) de compilar el solver con otras opciones, en particular se le puede agregar la posibilidad de ser ejecutado en forma paralela, en varios núcleos a la vez. Esto se puede realizar desde la interfaz gráfica de usuario (GUI) pero por fallas al momento de las instalaciones de los complementos, se debió realizar desde la terminal de Ubuntu. El complemento utilizado al compilar, para la ejecución en paralelo fue Open MPI, ya que para algunas pruebas, fue de mejor rendimiento que la alternativa sugerida por MFIX, OpenMP. Al utilizar el solver compilado, la mejora en la eficiencia temporal fue evidente usando pocos núcleos, pero en cierto punto, mientras se agregaban núcleos, comenzaba a disminuir la eficiencia por lo que se optó por correr dos casos a la vez con 4 núcleos cada uno, en vez de correr un solo caso con 8 núcleos. Esto puede deberse a que al dividir el trabajo, aparece un costo por la comunicación entre núcleos, que va creciendo con cada división.

Aun cuando el programa puede ser completamente ejecutado desde una terminal en Linux y las características de cada caso pueden ser definidas en un archivo, simplemente utilizando un editor de texto (geometría, condiciones de borde, modelo, etc.), la GUI es de gran ayuda, reduciendo de forma significativa el tiempo de preparación y la posibilidad de error. La interfaz funciona básicamente escribiendo los archivos de cada caso y haciendo de terminal al momento de ejecutarlo.

## 5.2. Resultados

### 5.2.1. Canal sin sólidos

Para ver si el programa era capaz de simular un flujo de contorno abierto, se simuló el canal sin presencia de sólidos, permitiendo ver el comportamiento del perfil de velocidad con las distintas condiciones de borde. Según la guía teórica de MFIX (Syamlal, 1998) la velocidad normal a las paredes se impone con valor cero, y la tangencial se define según si es libre de roce o de no deslizamiento, imponiendo la velocidad de una celda ficticia, ubicada en el límite exterior del dominio (celda  $i$ ), como se muestra en la Figura 5.1. Para el caso de no deslizamiento la velocidad de la celda ficticia viene dada por

$$U_{celda\ ficticia} = -U_{celda\ junto\ a\ pared} \quad (5.1)$$



así la velocidad en el muro resulta igual a cero. Para el caso de libre de roce, la velocidad de la celda ficticia es

$$U_{\text{celda ficticia}} = U_{\text{celda junto a la pared}} \quad (5.2)$$

lo que implica un gradiente de velocidad igual a cero.

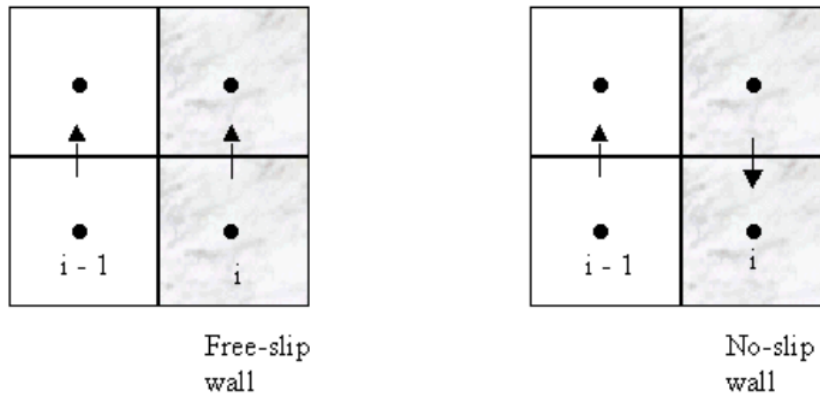


Figura 5.1: Las celdas  $i$  corresponden a celdas ficticias ubicadas en la zona exterior del modelo. Figura obtenida de Syamlal (1998).

Al imponer en la pared inferior la condición “no deslizamiento” (no-slip wall) y en la pared superior la condición “libre de roce” (free slip wall), se esperaba encontrar un perfil de velocidad para el fluido del tipo canal abierto, sin embargo, como se puede ver en los resultados, el comportamiento del fluido en contacto con la pared superior e inferior era el mismo, de no deslizamiento.

Las pruebas llevaron a usar la opción de poner en la pared superior la condición de borde “presión de salida” (pressure outflow), ya que, aun sin encontrar justificación en las ecuaciones presentadas en la documentación del programa, muestra un mejor comportamiento que la condición de borde libre de roce.

La Figura 5.2 muestra la sección logarítmica ( $0,1 \leq y/H \leq 0,2$  aproximadamente) del caso sin sólidos, con caudal unitario de  $0,03 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ . Se agregó la línea de tendencia, con un coeficiente  $R^2$  de 0,99. Asumiendo una pared lisa se tiene la ecuación:

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{1}{k} \ln \left( \frac{z u_*}{\nu} \right) + B \quad (5.3)$$

con  $k = 0,4$ ,  $B = 5,5$  y utilizando una velocidad de corte de  $u_* = 0,006 \text{ m/s}$  obtenida del gráfico

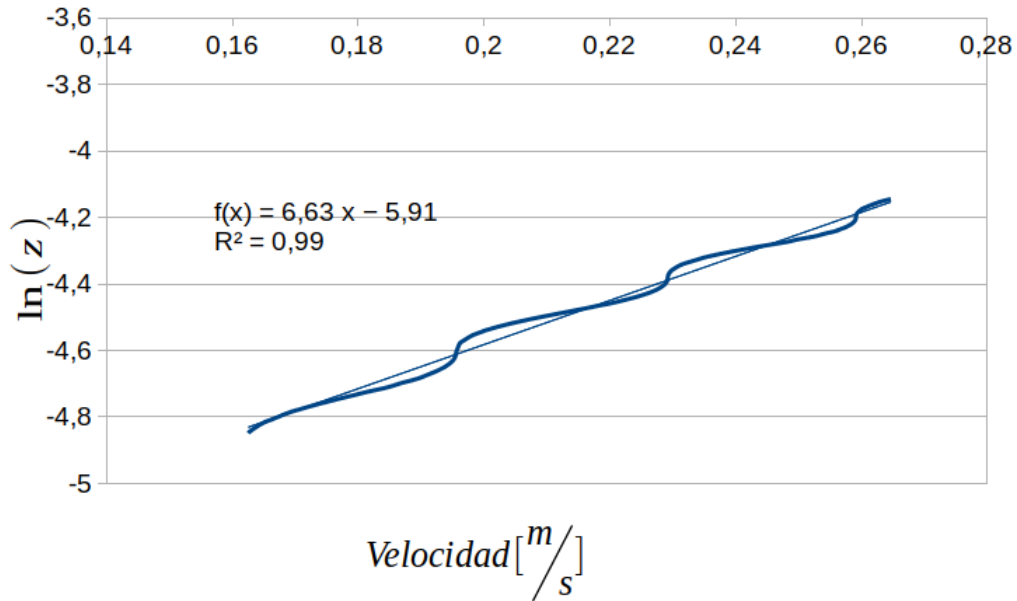


Figura 5.2: Sección logarítmica del perfil del caso sin sólidos y caudal unitario de  $0,03 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ .

Sin embargo, al imponer la condición de borde “presión de salida” en la pared superior del modelo, se aprecian velocidades en sentido vertical en la que debería ser la superficie del canal, lo que, además de ciertas dudas en el balance volumétrico, podría provocar pérdida de sólidos, debido a que es una condición de salida pero no de entrada.

## 5.2.2. Canal con sólidos

### Gasto sólido

La información que se desea obtener es el gasto sólido de fondo. Los archivos de salida del programa no entregan directamente el valor buscado, pero sí los datos que permiten calcularlo, como son la fracción de vacío y la velocidad de las partículas sólidas. Multiplicando ambos con el área donde se desplazan las partículas se obtiene el gasto sólido. Además del programa se obtiene la velocidad del flujo, necesaria para el cálculo del gasto sólido usando las ecuaciones clásicas.

Los valores de las velocidades de corte fueron obtenidas a través de los perfiles de velocidad de cada caso. Se puede apreciar en las figuras 4.5 y 4.6, y de los datos presentados en las tablas 4.8 y 4.9, que existen casos que presentan mayor velocidad de corte que otros casos de mayor caudal unitario, lo que resulta contradictorio.

La Figura 5.3 muestra las relaciones para el gasto sólido de fondo. Las ecuaciones de las líneas de tendencia para los casos de sólidos de 1 mm y 2 mm se muestran a continuación:

$$q_s^* = 7,12 \tau_*^{3,74} \quad (5.4)$$

$$q_s^* = 3,61 \tau_*^{3,85} \quad (5.5)$$

con un coeficiente de determinación ( $R^2$ ) de 0,47 y 0,94 para el caso de 1 mm y de 2 mm de diámetro respectivamente. Aunque los exponentes de  $\tau_*$  son similares, el  $R^2$  para el caso de sólidos de diámetro de 1 mm es demasiado bajo como para considerar la ecuación. Para mejorar esto en trabajos posteriores, se podría aumentar la cantidad de datos, sobre todo para valores de  $\tau_*$  mayores. Para el caso de sólidos de diámetro de 2 mm se nota una tendencia, sin embargo el gasto sólido para  $\tau_*$  grandes crece según  $\tau_*^{3,85}$  lo que dista del  $\tau_{*c}^{1,5}$  de las ecuaciones clásicas. Para el caso de partículas de 1 mm de diámetro se tienen sólo 4 resultados debido a que no se generó movimiento de partículas para los 3 caudales menores, a pesar de que el  $\tau_*$  superaba al  $\tau_{*c}$ .

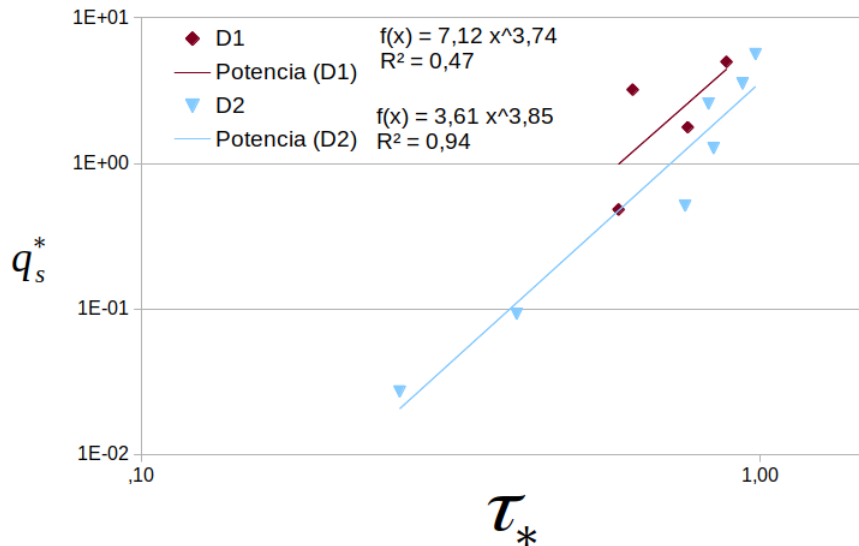


Figura 5.3: Líneas de tendencia obtenidas de los resultados del software MFIX. En rombos rojos se muestran los valores para el caso de sólidos de 1 mm de diámetro. En triángulos celestes los del caso de sólidos de 2 mm de diámetro.

La Figura 5.4 muestra los resultados obtenidos con el software MFIX junto con las ecuaciones clásicas. Se ve que para los valores más altos de  $\tau_*$  los resultados se aproximan a los valores de las ecuaciones clásicas. Para el caso de partículas de 1 mm de diámetro se tienen cuatro valores ya que para los valores más bajos de  $\tau_*$  no se presentaba movimiento. Para el caso de partículas de 2 mm de diámetro se nota una tendencia, sin embargo recién en los valores de  $\tau_*$  cercanos a uno los resultados se aproximan a los resultados de las ecuaciones clásicas.

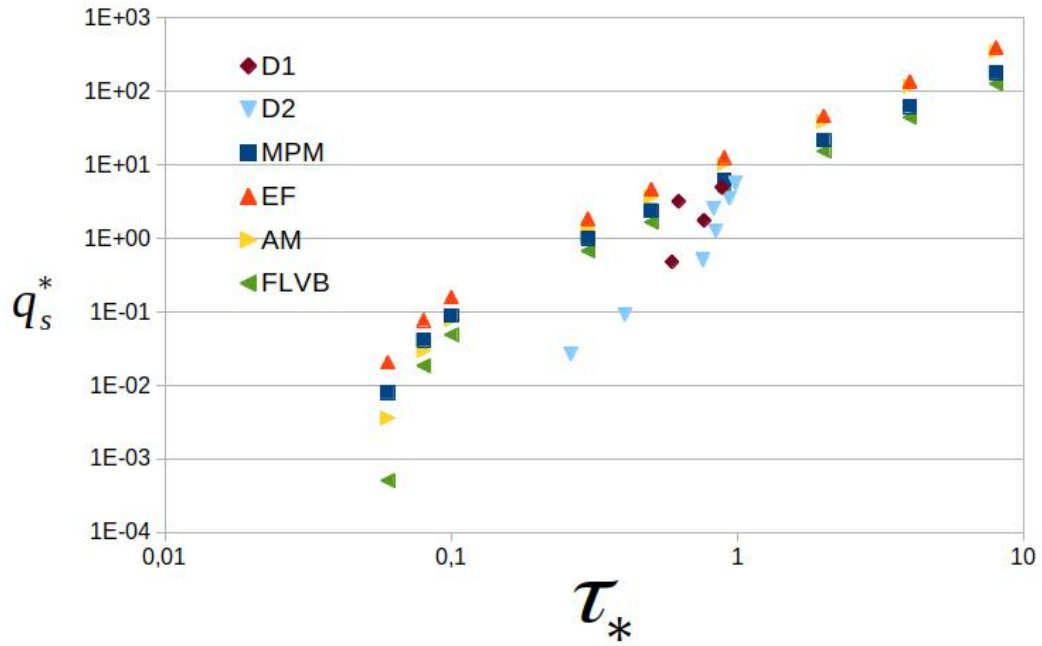


Figura 5.4: Comparación de las ecuaciones clásicas de gasto sólido con los resultados obtenidos con el software MFIX. D1 denota los resultados de MFIX con partículas de diámetro  $1\text{ mm}$ , D2 los resultados de MFIX con partículas de diámetro  $2\text{ mm}$ , MPM a Meyer-Peter y Muller, EF a Engenlud y Fredsoe, AM a Ashida y Michiue y FLVB a Fernandez-Luque y van Beek.

Se puede ver cierta similitud con los resultados obtenidos por Escauriaza et al. (2019), mostrados en la Figura 5.5, con valores bajo la curva y otros dentro del rango de valores aceptables. Sin embargo, los valores de  $\tau_*$  en el gráfico sólo llegan a  $0,25$  y los de  $q_s^*$  a  $0,01$  mientras que el rango de valores obtenidos en este trabajo llega a  $\tau_* = 1$  y para  $q_s^*$  llega a alrededor de  $5,5$ . De todos modos la función usada en Escauriaza et al. (2019) también queda por debajo de las ecuaciones clásicas.

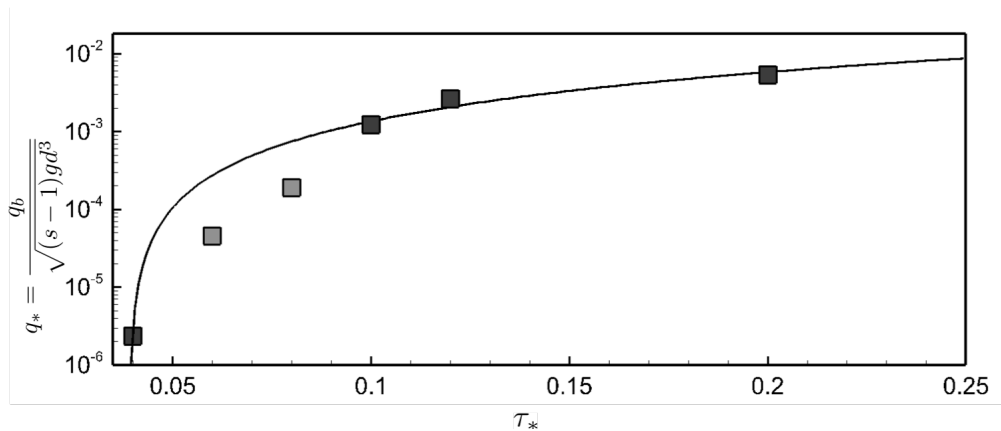


Figura 5.5: Gasto sólido del modelo empleado por Escauriaza et al. (2019) junto a una función con  $\tau_*^{1,5}$ . Figura obtenida de Escauriaza et al. (2019).

## Flujo másico

Al aumentar el flujo másico que se entrega como condición de borde al programa, aumenta la velocidad del fluido y el caudal unitario, sin embargo el aumento en estos puntos es menor al mostrado por los casos sin sólidos, esto se debe a que el flujo másico incluye la masa de las partículas, que al contar con una mayor densidad que el agua, implicaba una disminución en el caudal líquido a costa de un aumento en el gasto sólido.

## Velocidades promedio

En los gráficos de las velocidades promedio se dibuja en color celeste la velocidad promedio del agua y en color rojo la velocidad promedio de los sólidos. Además se dibuja en colores claros los cuartiles correspondientes y en colores más claros los máximos y mínimos. Estos gráficos sirven de apoyo a la figura 4.4 (principalmente los casos de sólidos de 1 *mm* de diámetro con velocidades bajas) para justificar el tiempo de simulación y el tiempo de los datos usados (entre el segundo 7 y el 10), ya que se ve como al rededor del segundo 5 se logra la estabilidad a lo que se le agregó un margen de 2 segundos por seguridad.

Se ve que existen sólidos con velocidades negativas y casos puntuales en que alguna partícula sólida tiene mayor velocidad que el agua (sólidos de 2 *mm* de diámetro en velocidades bajas). Esto se debe principalmente a la turbulencia y rebotes o algunas partículas que ruedan pendiente abajo.

## Condiciones de borde

La condición de borde libre de roce (“Free Slip”) usada en la superficie no funcionó como se esperaba, presentando una fuerza contra el movimiento del fluido similar al de una pared sólida sin deslizamiento. La opción de imponer en la superficie la condición de borde como salida a presión mejoró el perfil de velocidad y se logra apreciar un perfil logarítmico.

# Capítulo 6

## Conclusiones

El objetivo principal de este trabajo es entregar una evaluación del programa de código libre MFIX en el cálculo de gasto sólido de fondo de un canal o río con lecho de tamaño uniforme. Estas conclusiones se basan en el experimento acá desarrollado, aunque algunas se contrapongan con algunos estudios desarrollados con otras metodologías, como el caso de la condición de borde “Libre de roce” que es verificado por Choudhary et al. (2016) y acá es puesto en duda. Aclarar que la versión usada en este trabajo fue MFIX-18.1.5 y se termina a días de que salga la nueva versión MFIX-19.1, sin embargo este trabajo debe dejar al menos algunas pautas que permitan una más rápida evaluación de una siguiente versión.

El programa presentó pocas dificultades durante el desarrollo del trabajo. Las principales fueron:

- El tiempo de trabajo para modelos DEM es demasiado elevado, sin embargo, se compiló el mismo solver con la opción que permitía su ejecución en varios núcleos en paralelo y se utilizó un computador con 4 núcleos reales (8 virtuales) lo que aceleró su ejecución y entregó la posibilidad de correr varios casos a la vez.
- La condición de borde “Libre de roce” (Free Slip Wall) no se comporta como se espera. Esto se resolvió, hasta cierto punto, usando la condición de borde “Salida a presión” (Pressure Outflow), que presentaba un perfil de velocidad del tipo logarítmico.
- Se hizo necesario poner topes a las partículas para evitar el movimiento generalizado y se tuvo que dejar de forma deliberada una cantidad de partículas para el movimiento, basado en el conocimiento previo del grosor de la capa de movimiento.

En vista de los puntos anteriores, aunque pareciera formar un perfil de velocidad adecuado con la condición de borde “Salida a presión”, el programa no parece entregar las facilidades para representar el flujo en contorno abierto y parece estar diseñado casi exclusivamente para contornos cerrados, sin poder apreciarse el comportamiento de la superficie libre.

El programa entrega varios datos o resultados de los modelos, sin embargo podría entregar facilidades para acceder a ciertos valores que ocupa para sus cálculos pero no los entrega,

como por ejemplo, el esfuerzo de corte.

Sin duda quedan pruebas a realizar, como segunda oportunidad al programa, para ver si es capaz de simular en forma adecuada el comportamiento de un flujo en contorno abierto. Como propuesta ver la posibilidad de hacer un modelo de tamaño más grande y buscar la solución en una zona de dominio alejada de los posibles efectos indeseados de las condiciones de borde. Aunque el programa está enfocado en la interacción entre fases sólidas y gaseosas, los resultados de este trabajo generan dudas en ciertos aspectos, por lo que se hace necesario más estudios en esta dirección.

# Bibliografía

- Analytics, C. (2018). apps.webofknowledge.com.
- Choudhary, A., Roy, C. J., Dietiker, J.-F., Shahnam, M., Garg, R., and Musser, J. (2016). Code verification for multiphase flows using the method of manufactured solutions. *International Journal of Multiphase Flow*, 80:150–163.
- Deb, S. and Tafti, D. K. (2013). A novel two-grid formulation for fluid–particle systems using the discrete element method. *Powder technology*, 246:601–616.
- Elghannay, H. and Tafti, D. (2018). Les-dem simulations of sediment transport. *International Journal of Sediment Research*, 33(2):137–148.
- Escauriaza, C., González, C., and Brevis, W. (2019). Discovering small scale controls on bedload flux through lagrangian simulations. In *11° River, coastal and estuarine morphodynamics symposium*, 16 - 21 de noviembre de 2019. Auckland, Nueva Zelanda.
- Ferguson, R. and Church, M. (2004). A simple universal equation for grain settling velocity. *Journal of sedimentary Research*, 74(6):933–937.
- Garg, R., Galvin, J., Li, T., and Pannala, S. (2012). *Documentation of open-source MFIX–DEM software for gas-solids flows*.
- Muñoz, R. (2008). Flujo en torno a esferas. *Ramo IQ36A Fenómenos de Transporte*.
- NETL (2015). <https://www.netl.doe.gov/research/coal>.
- NETL (2016). *MFIX documentation: User guide*.
- Niño, Y. and García, M. (1998). Using lagrangian particle saltation observations for bedload sediment transport modelling. *Hydrological Processes*, 12(8):1197–1218.
- Niño, Y. (2012). Ecuaciones diferenciales de flujo y transporte en aguas superficiales. *Ramo CI6106, Modelación numérica con aplicación en ingeniería hidráulica y ambiental*.
- Niño, Y. (2017). *Curso Geomorfología e Hidráulica Fluvial*. DRHMA.
- Schmeeckle, M. W. (2014). Numerical simulation of turbulence and sediment transport of medium sand. *Journal of Geophysical Research: Earth Surface*, 119(6):1240–1262.



- Syamlal, M. (1998). Numerical technique. *National Energy Technology Laboratory, Department of Energy, United States.*
- Syamlal, M., Rogers, W., O'Brien, T., and Documentation, M. (1993). Theory guide. *US Department of Energy (DOE), Morgantown Energy Technology Center, Morgantown, West Virginia.*
- Tamburrino, A. (2013). Introducción a la teoría de los flujos bifásicos sólido-líquido. *Ramo CI6105 Transporte Hidráulico de Sólidos.*
- Tamburrino, A. (2015). Propiedades mecánicas del escurrimiento sin sedimentos. *Ramo CI71J Transporte Hidráulico de Sólidos.*
- Zhu, H., Zhou, Z., Yang, R., and Yu, A. (2007). Discrete particle simulation of particulate systems: theoretical developments. *Chemical Engineering Science*, 62(13):3378–3396.

# Anexos

# Anexo A

## Resultados

### A.1. Resultados del modelo sin sólidos

#### A.1.1. Perfiles de velocidad

Primero se presentan los perfiles de velocidad de los casos en que se utilizó la condición de borde "Libre de roce" (free slip wall) para la parte superior del canal.

Zona	Condición
Pared inferior	No resbalamiento
Pared superior	Libre de roce
Ciclo en $\hat{x}$	Borde cíclico

Tabla A.1: Condiciones de borde del canal

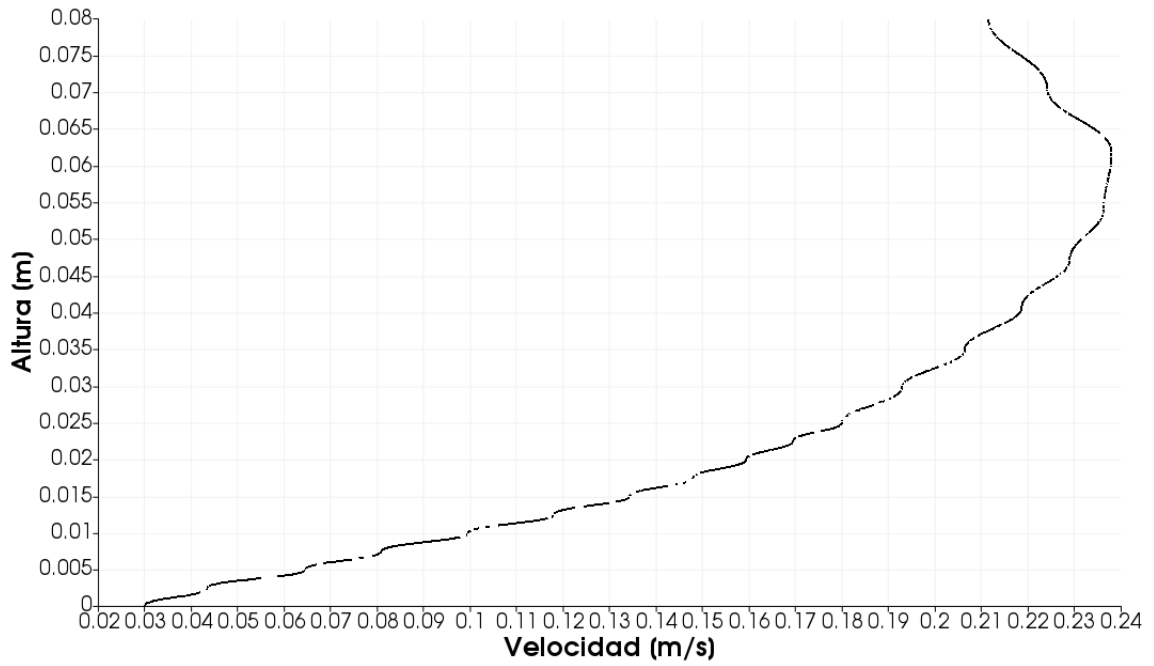


Figura A.1: Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de  $0,015 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ .

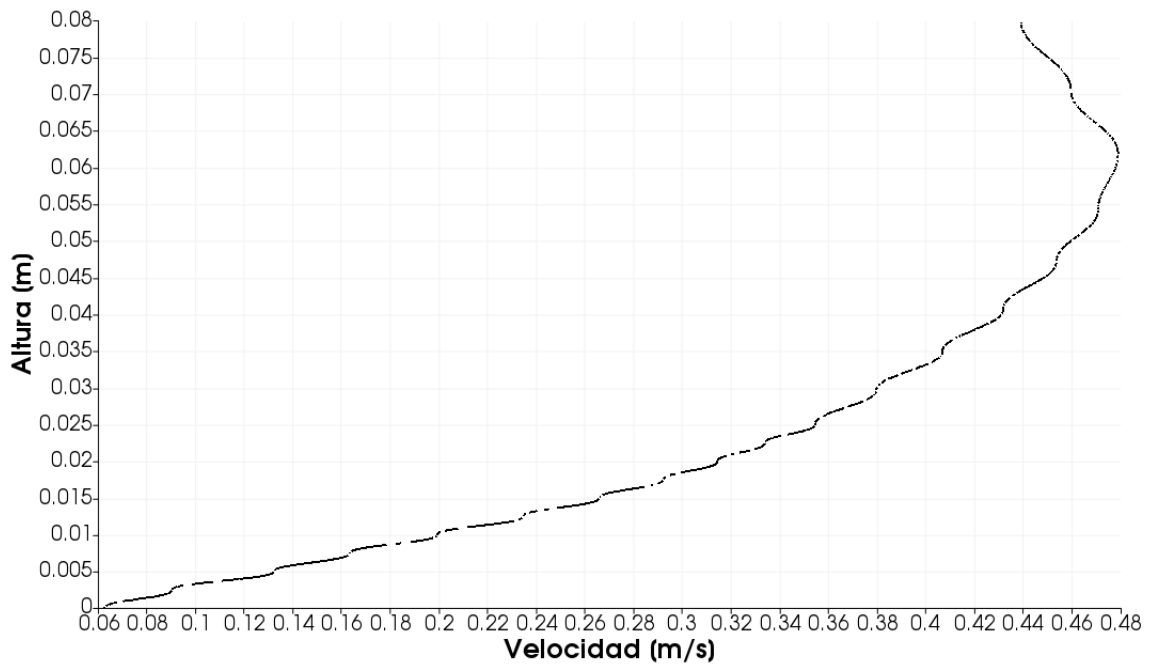


Figura A.2: Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de  $0,03 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ .

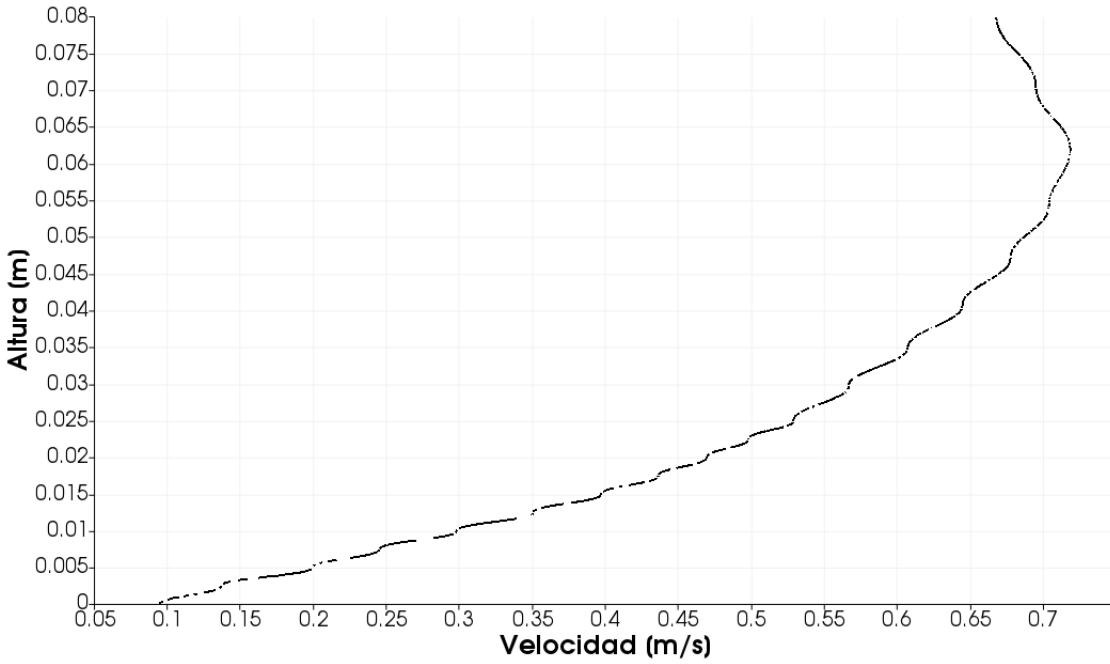


Figura A.3: Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de  $0,045 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ .

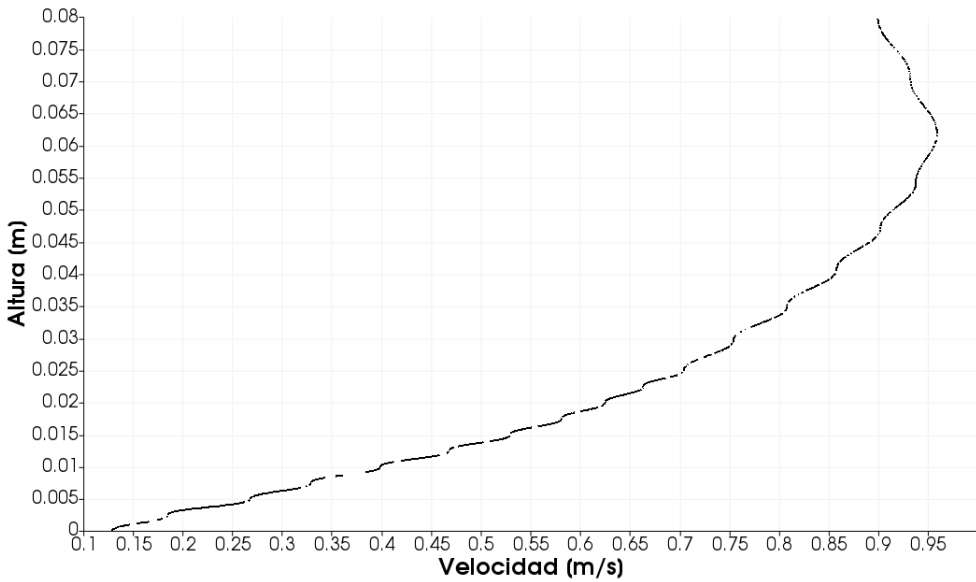


Figura A.4: Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de  $0,06 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ .

A continuación se presenta los resultados usando la condición de borde "Presión de salida" (Pressure outflow) para la parte superior del canal.

Zona	Condición
Pared inferior	No resbalamiento
Pared superior	Libre de roce
Ciclo en $\hat{x}$	Presión de salida

Tabla A.2: Condiciones de borde del canal

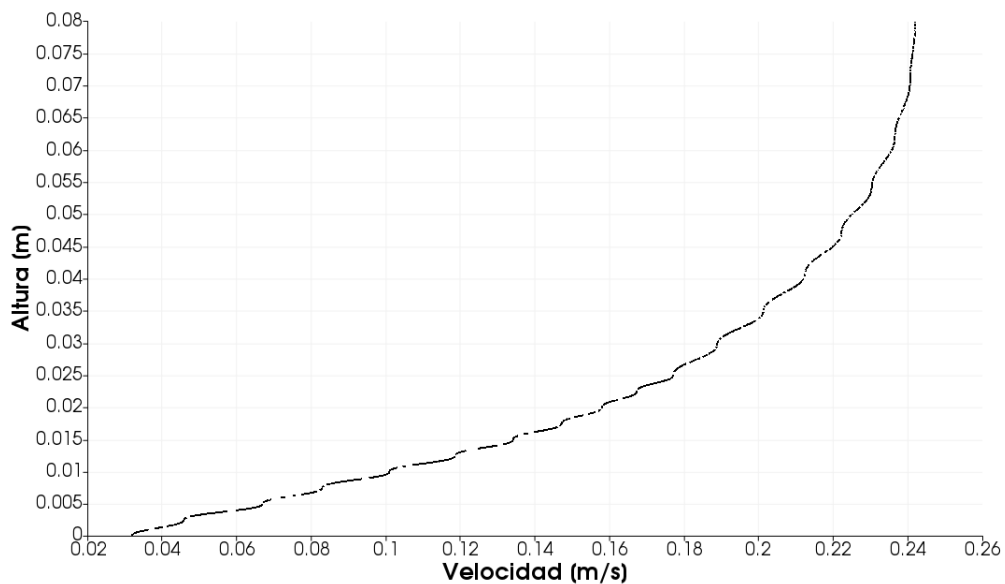


Figura A.5: Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de  $0,015 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ .

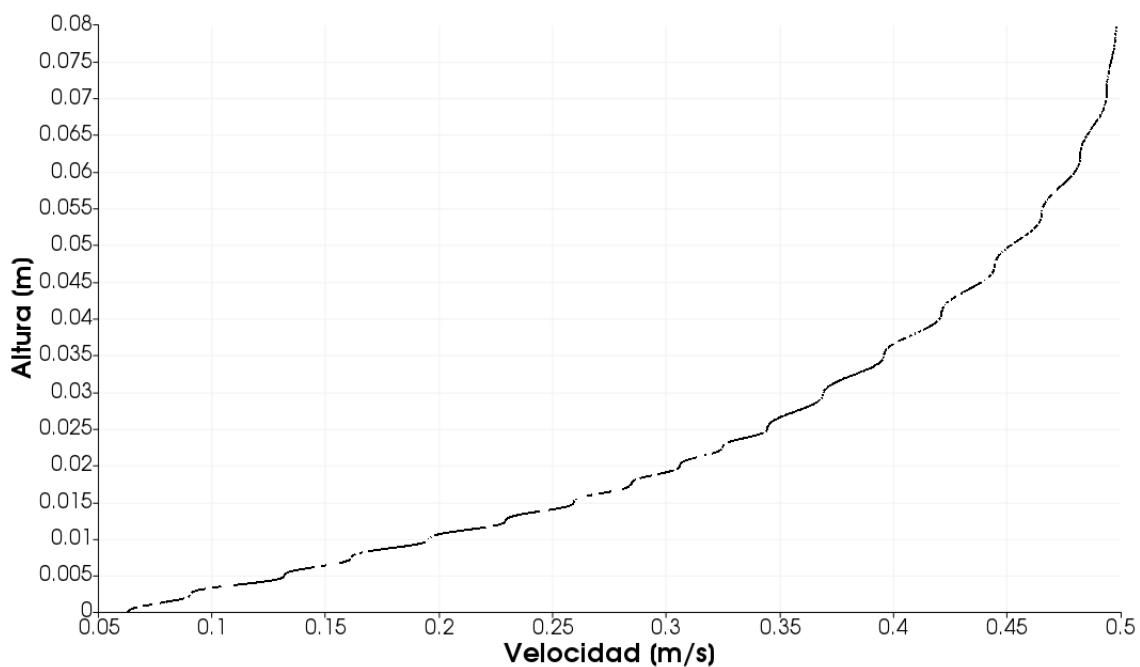


Figura A.6: Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de  $0,03 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ .

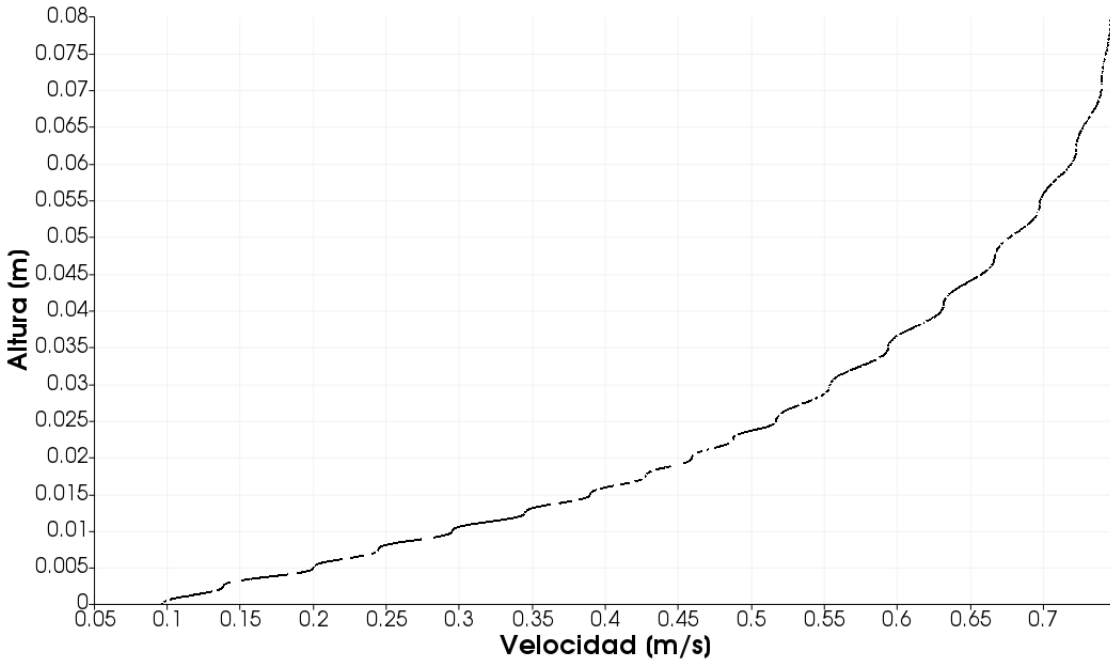


Figura A.7: Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de  $0,045 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ .

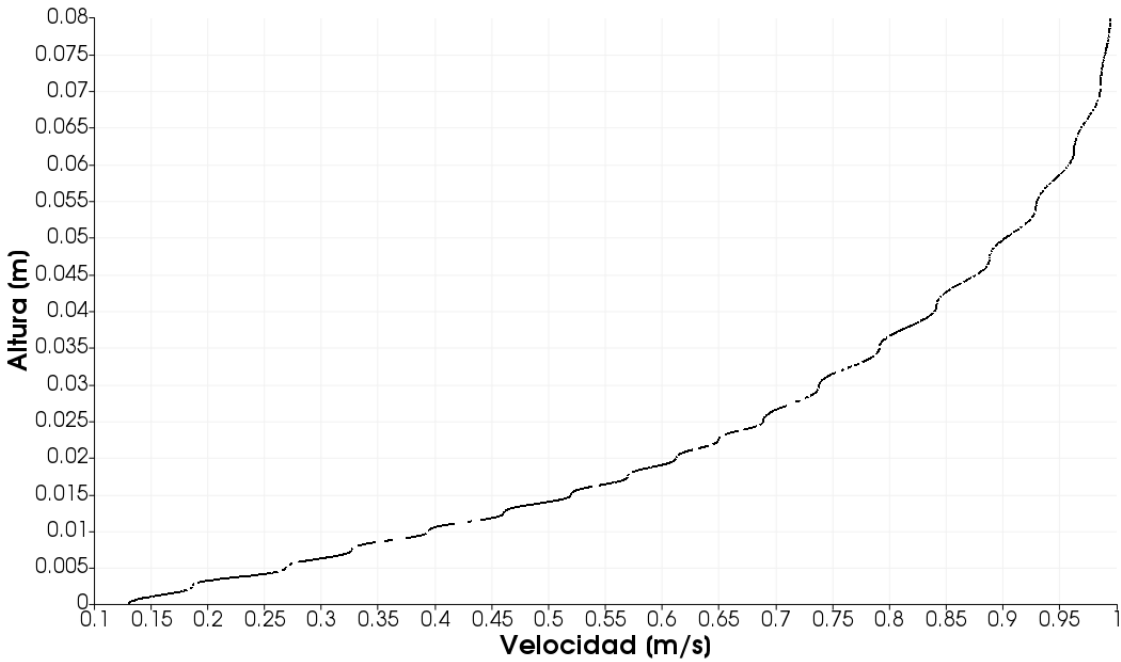


Figura A.8: Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de  $0,06 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$ .

## A.2. Resultados del modelo con partículas

### A.2.1. Perfiles de velocidad

A continuación se presentan los perfiles de velocidad para los casos con partículas, tomados a  $0,01\text{ m}$  de la entrada del caudal. La línea naranja representa la altura de los topos de entrada y salida.

Diámetro 1 mm

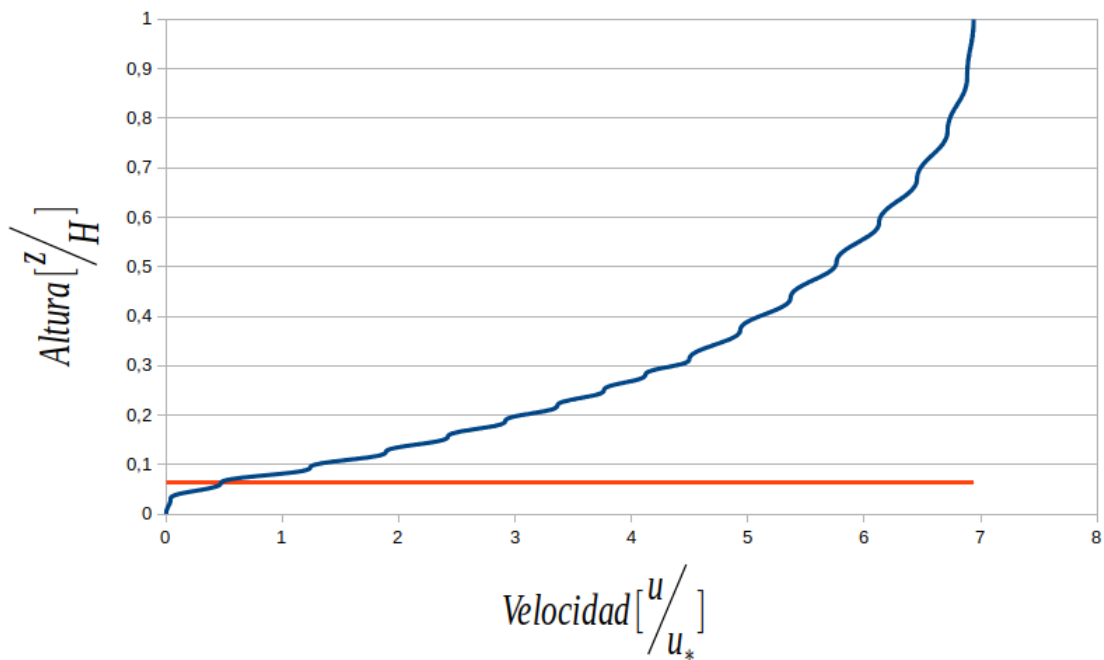


Figura A.9: Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de  $0,011\text{ m}^3/s/ms$  y partículas de  $1mm$



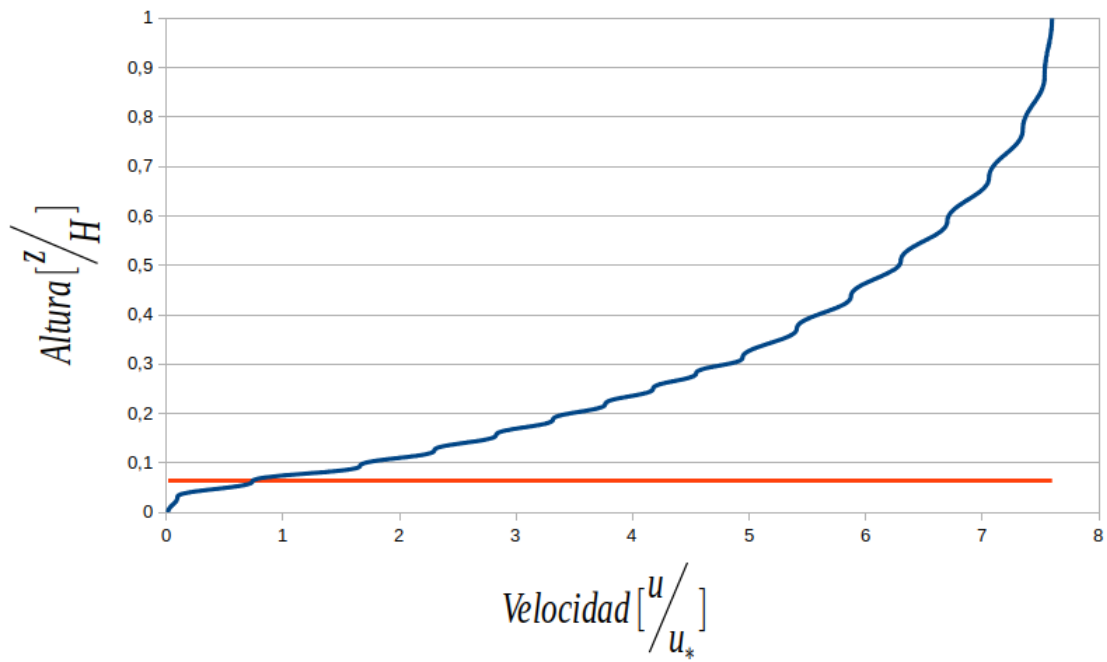


Figura A.10: Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de  $0,018 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$  y partículas de  $1\text{mm}$

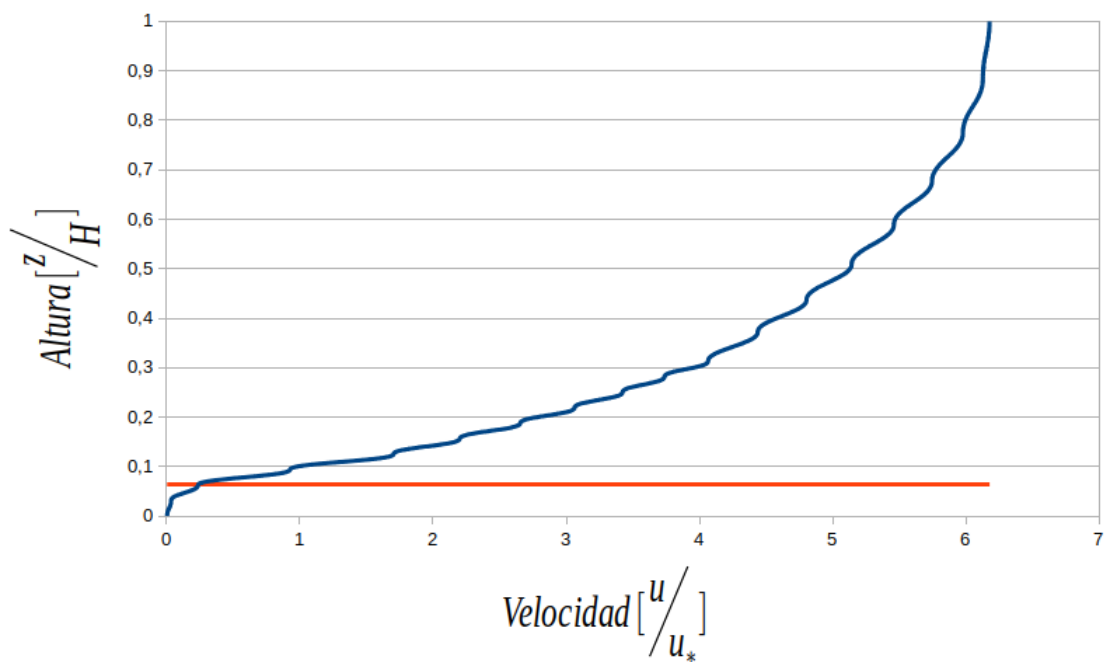


Figura A.11: Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de  $0,025 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$  y partículas de  $1\text{mm}$

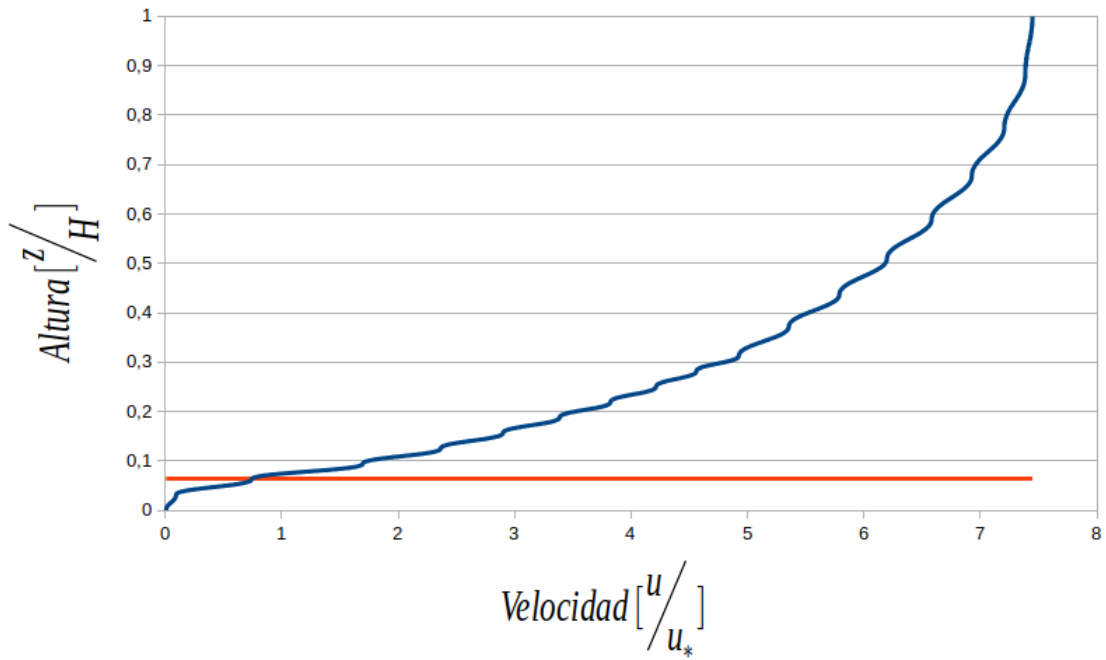


Figura A.12: Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de  $0,032 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$  y partículas de  $1\text{mm}$

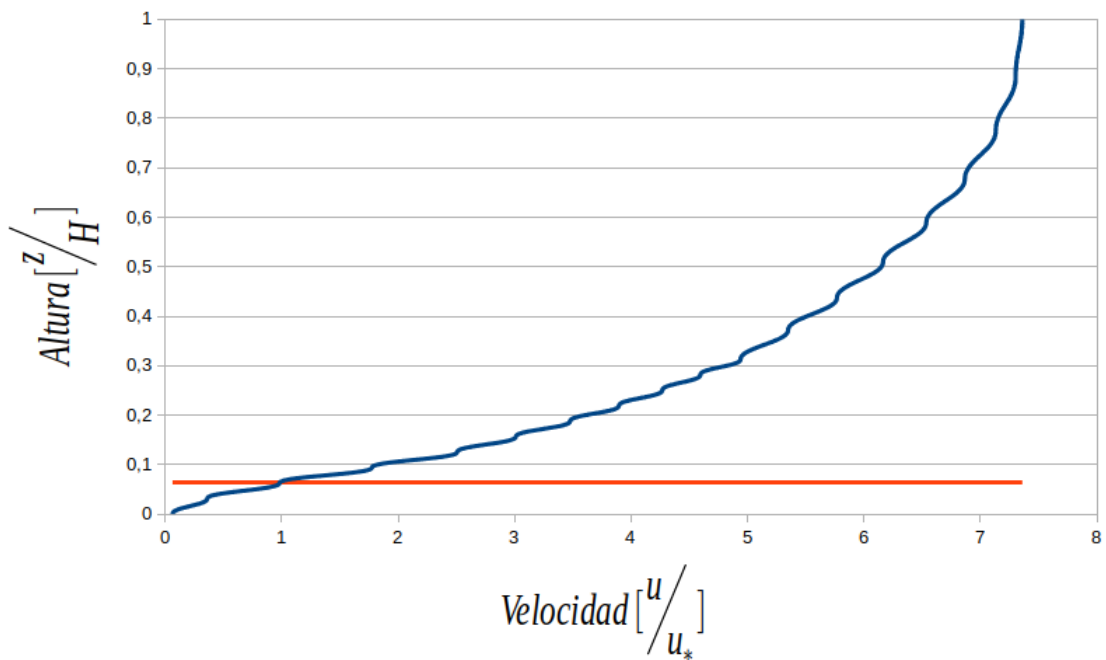


Figura A.13: Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de  $0,039 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$  y partículas de  $1\text{mm}$

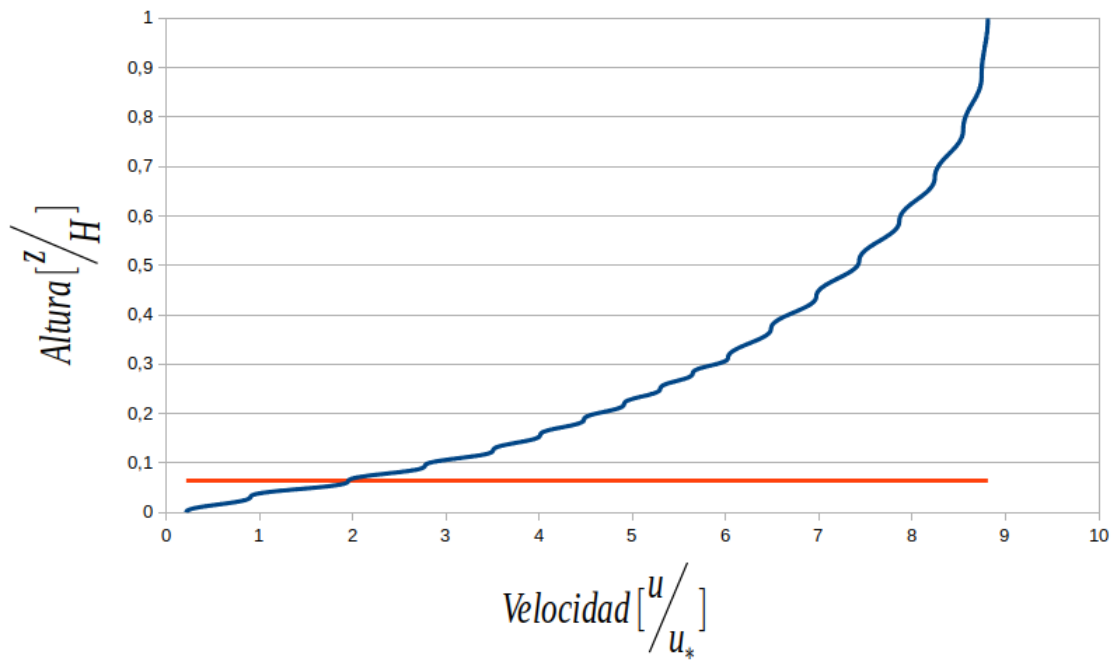


Figura A.14: Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de  $0,039 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$  y partículas de  $1\text{mm}$

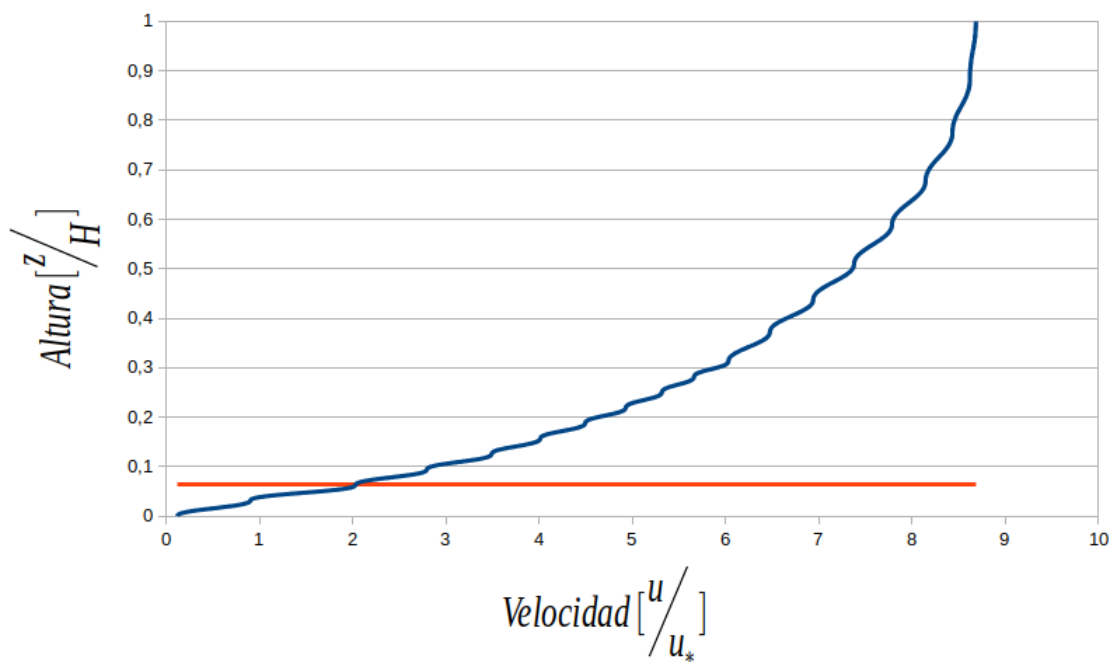


Figura A.15: Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de  $0,039 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$  y partículas de  $1\text{mm}$

## Diámetro 2 mm

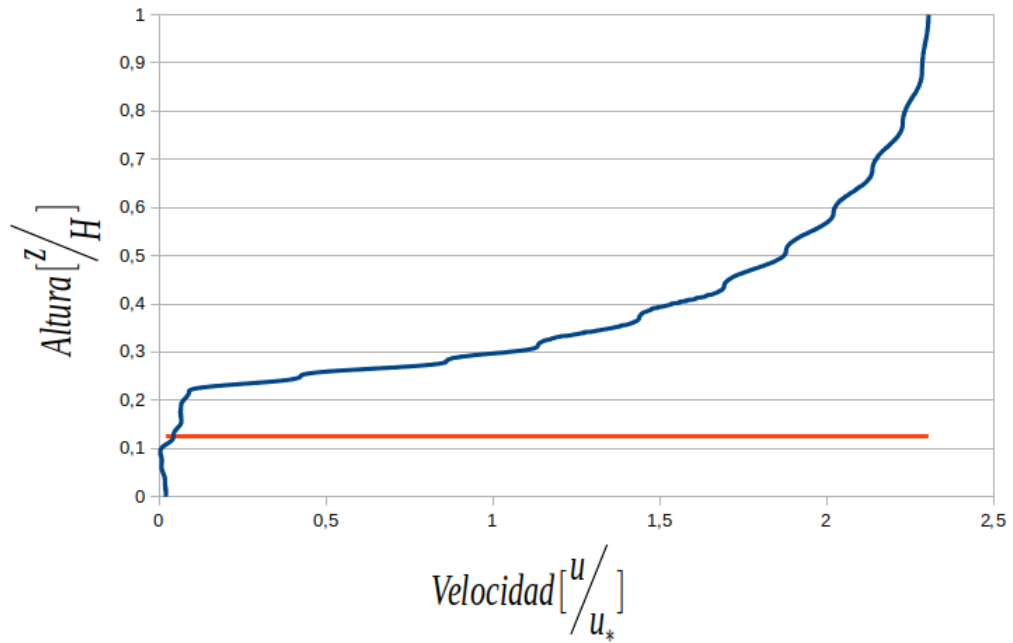


Figura A.16: Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de  $0,013 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$  y partículas de  $2\text{mm}$

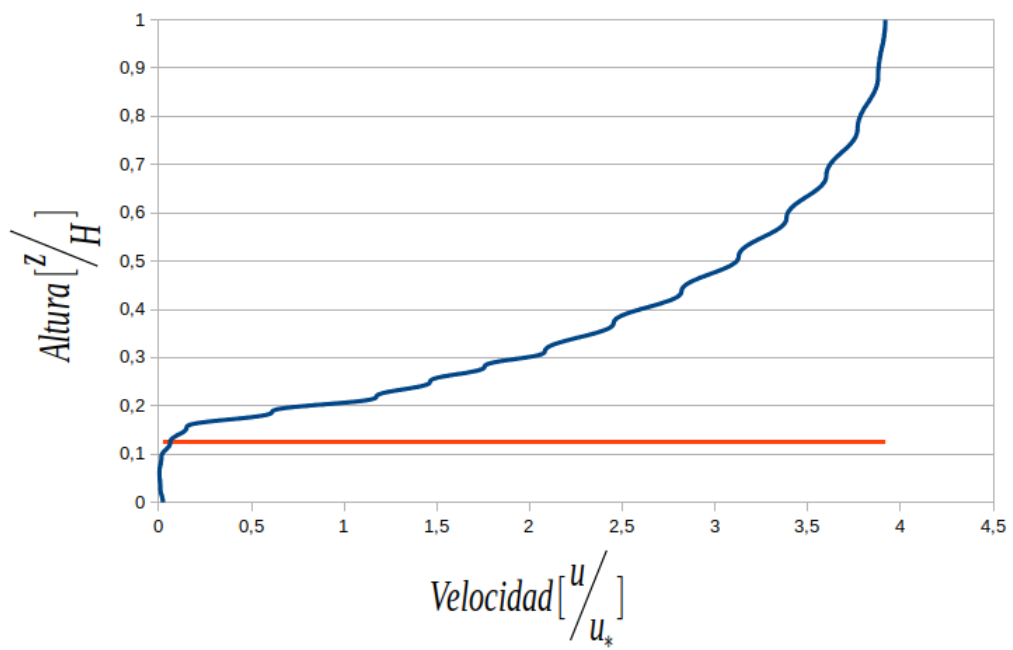


Figura A.17: Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de  $0,020 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$  y partículas de  $2\text{mm}$

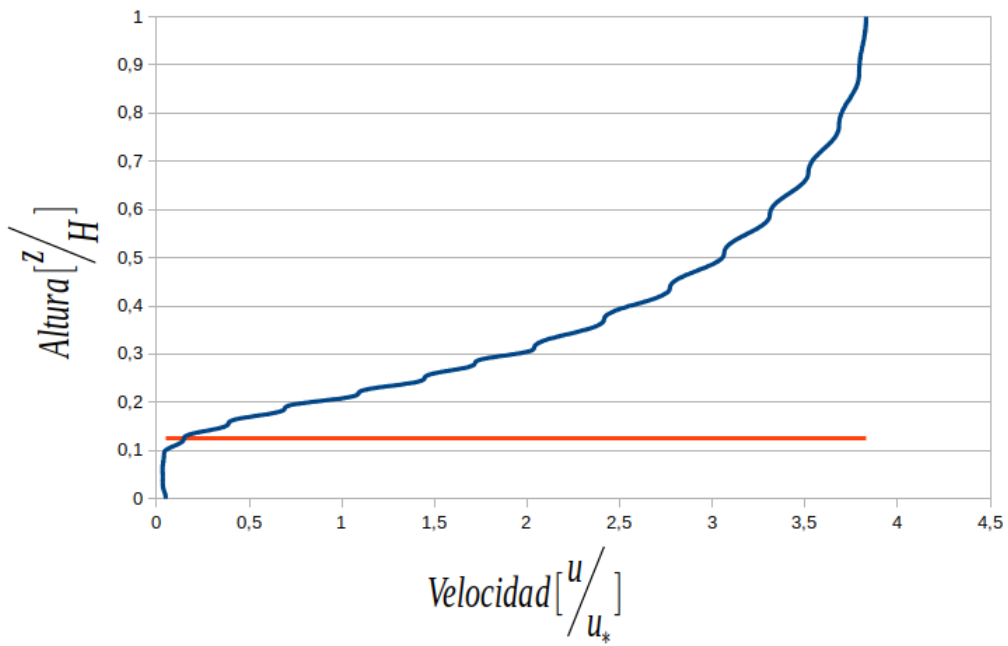


Figura A.18: Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de  $0,026 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$  y partículas de  $2\text{mm}$

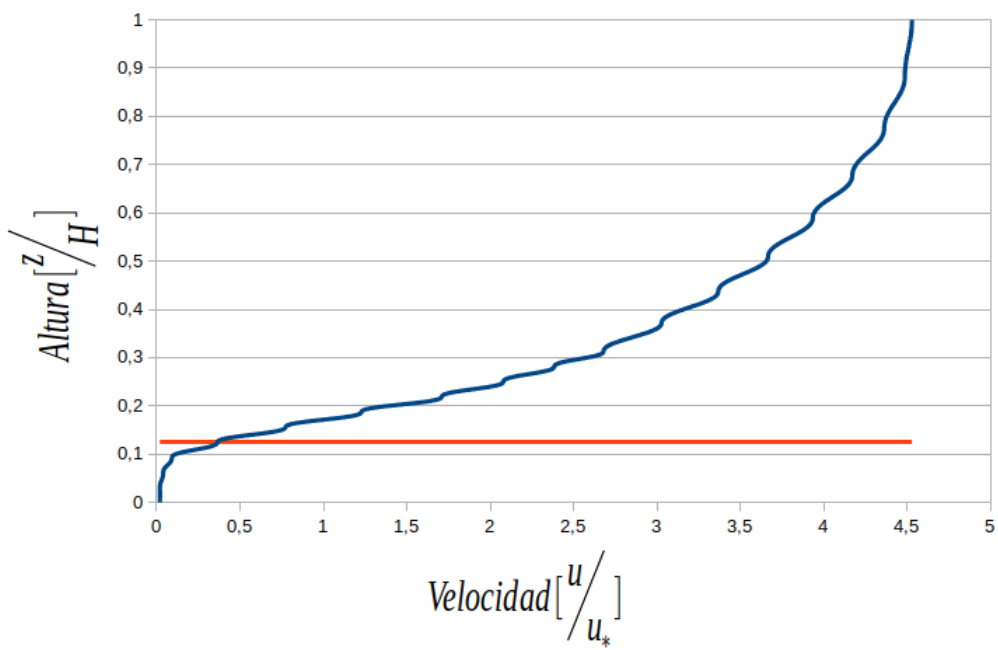


Figura A.19: Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de  $0,033 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$  y partículas de  $2\text{mm}$

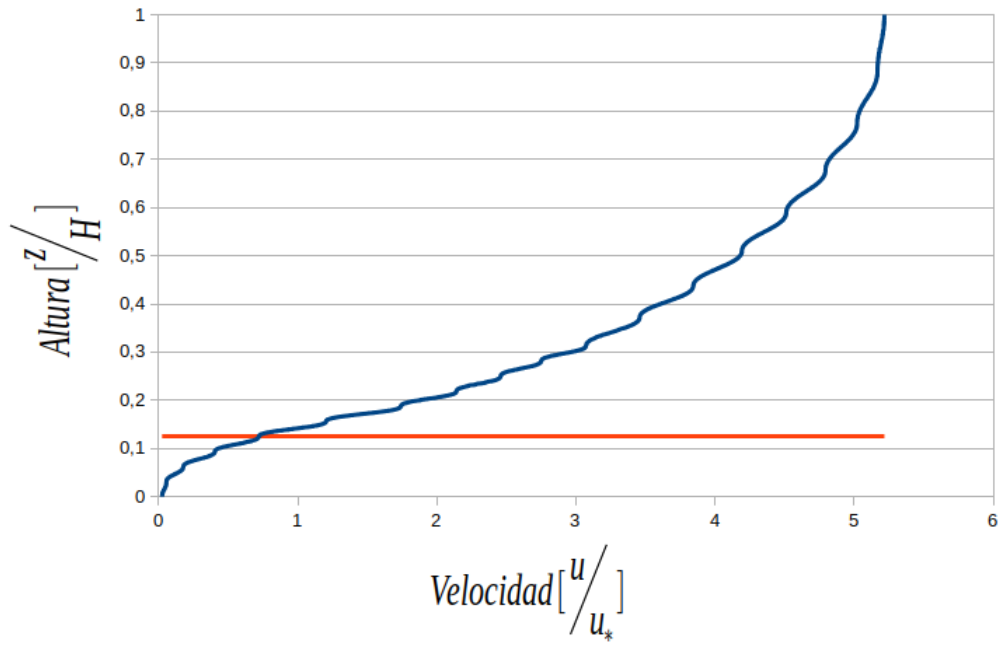


Figura A.20: Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de  $0,040 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$  y partículas de  $2\text{mm}$

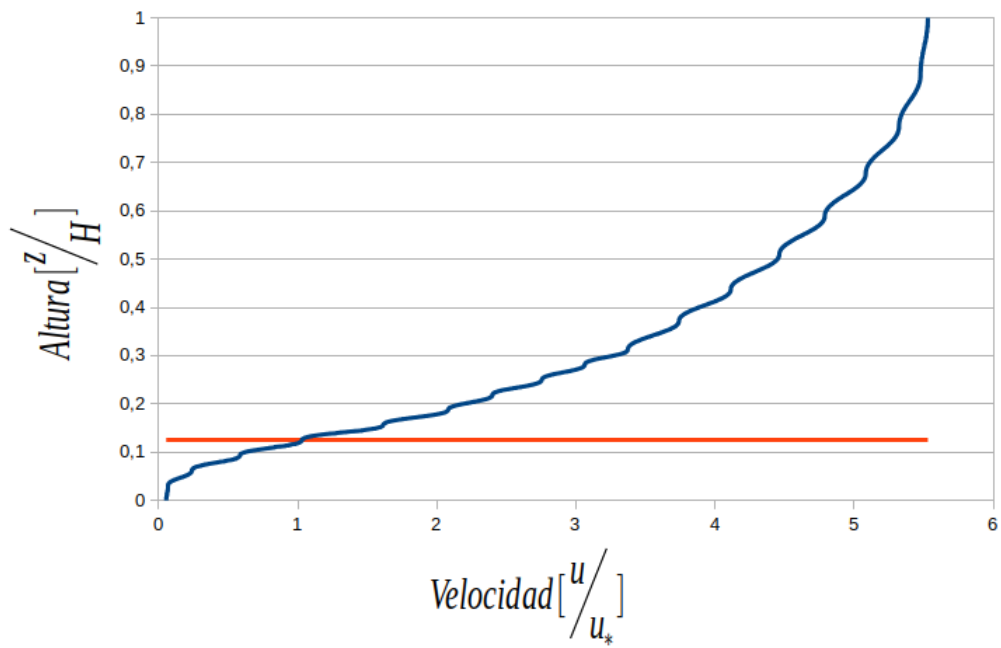


Figura A.21: Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de  $0,047 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$  y partículas de  $2\text{mm}$

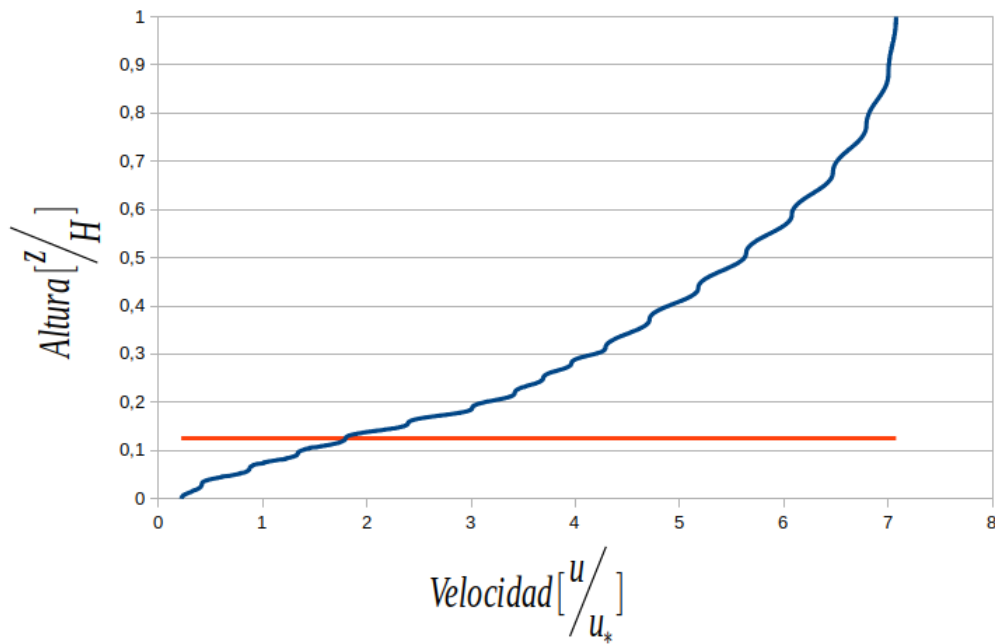


Figura A.22: Perfil de velocidad. Caso caudal unitario de  $0,054 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$  y partículas de  $2\text{mm}$

### A.2.2. Velocidades promedio

Los siguientes gráficos muestran las velocidades promedio para cada caso. En color celeste la velocidad promedio del agua y en color rojo la velocidad promedio de los sólidos. Además se dibuja en colores claros los cuartiles correspondientes y en colores más claros los máximos y mínimos.

## Diámetro 1 mm

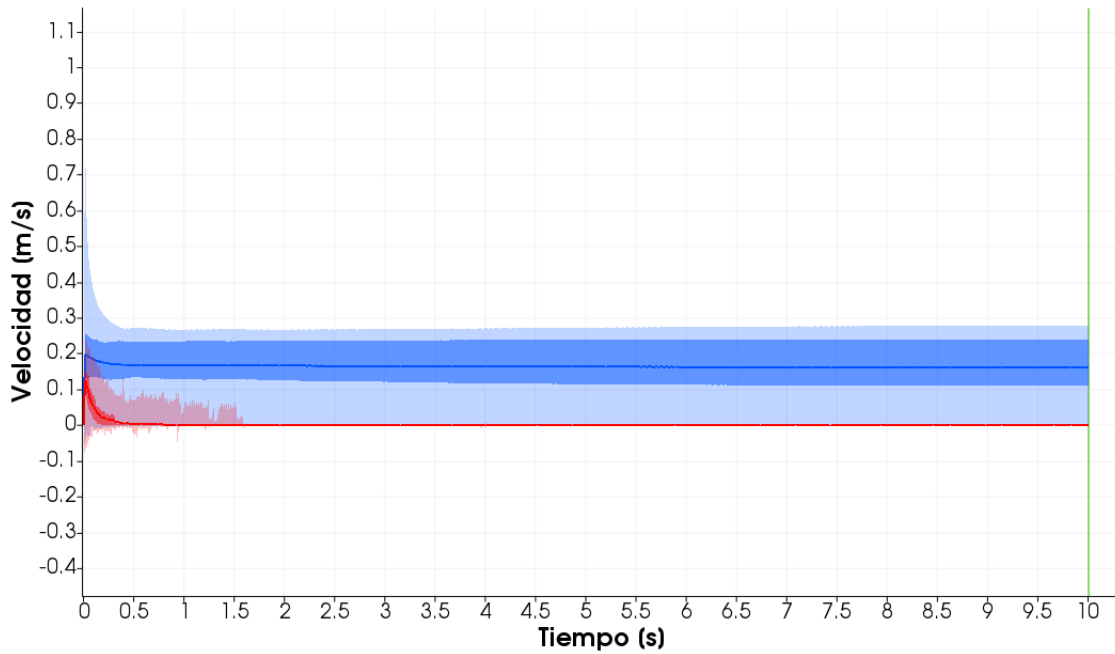


Figura A.23: Velocidades promedio. Caso caudal unitario de  $0,013 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$  y partículas de  $1\text{mm}$

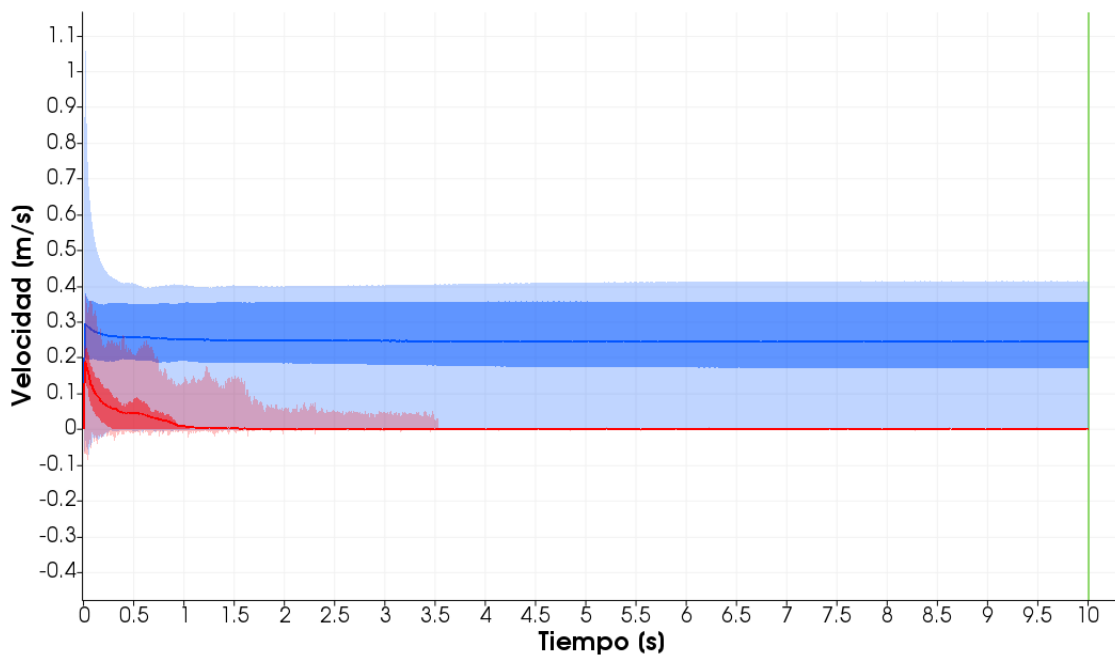


Figura A.24: Velocidades promedio. Caso caudal unitario de  $0,02 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$  y partículas de  $1\text{mm}$



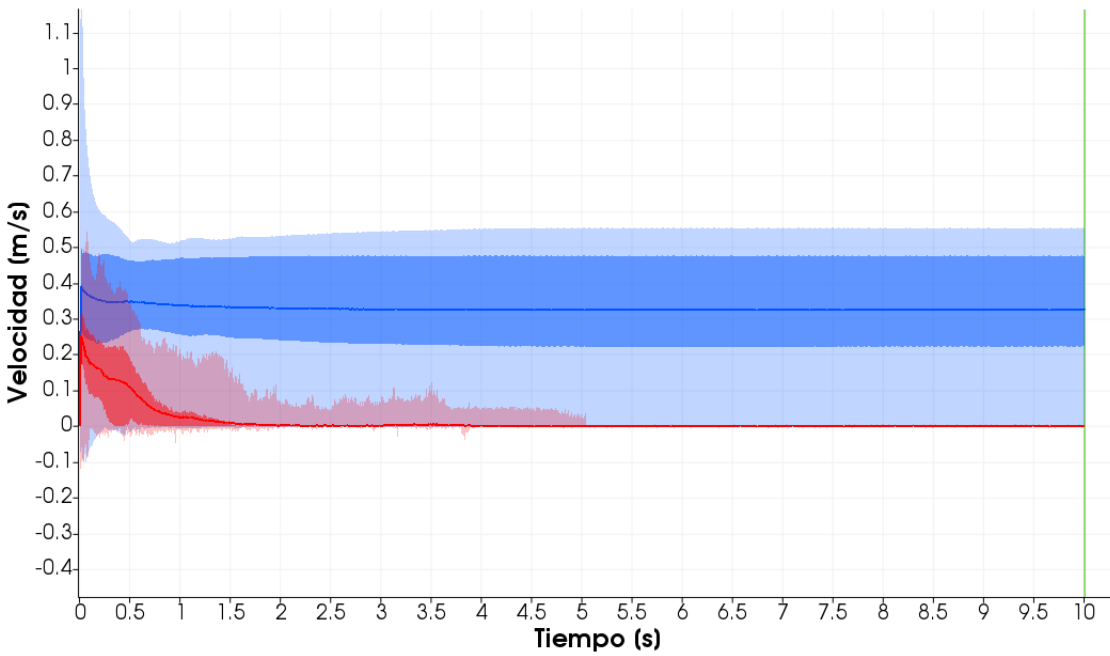


Figura A.25: Velocidades promedio. Caso caudal unitario de  $0,026 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$  y partículas de  $1\text{mm}$

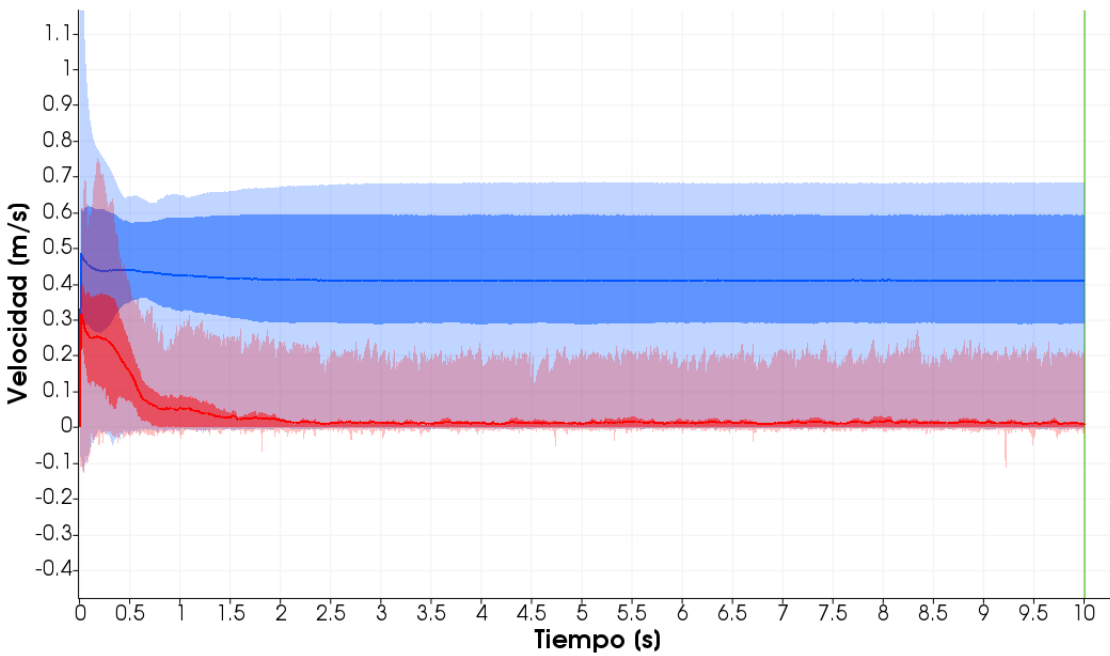


Figura A.26: Velocidades promedio. Caso caudal unitario de  $0,033 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$  y partículas de  $1\text{mm}$

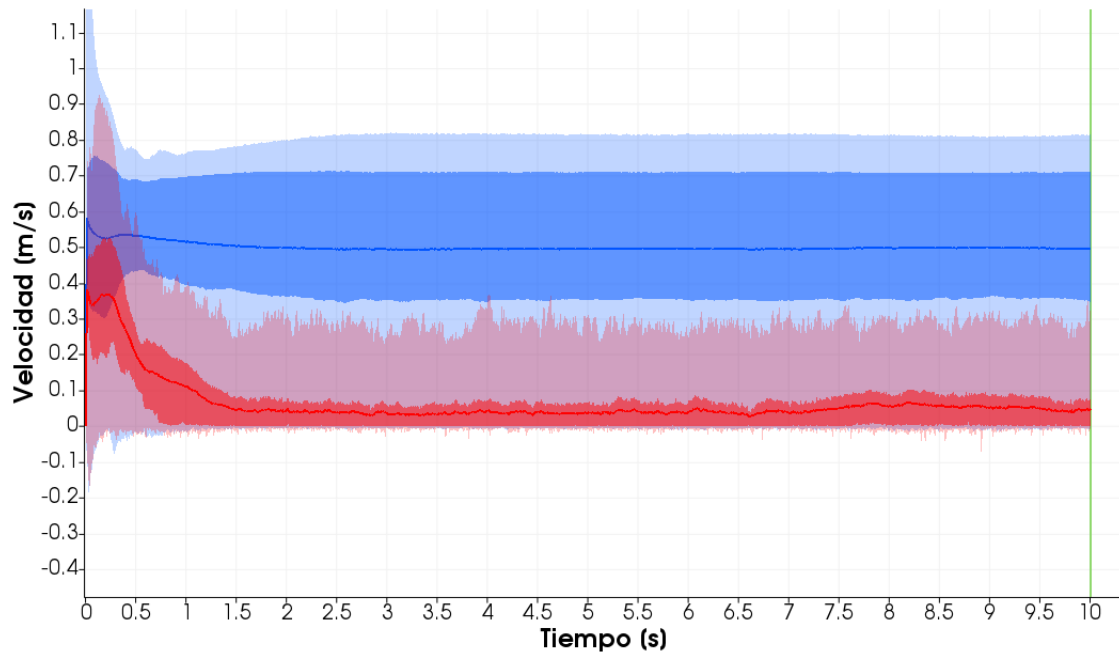


Figura A.27: Velocidades promedio. Caso caudal unitario de  $0,04 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$  y partículas de  $1\text{mm}$

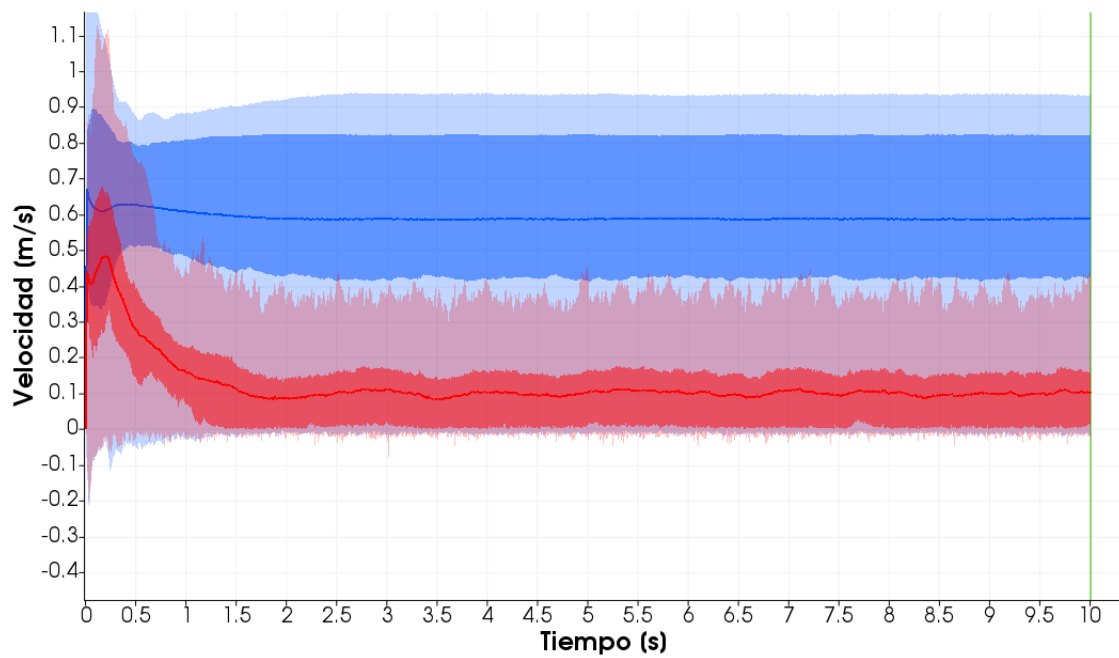


Figura A.28: Velocidades promedio. Caso caudal unitario de  $0,047 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$  y partículas de  $1\text{mm}$

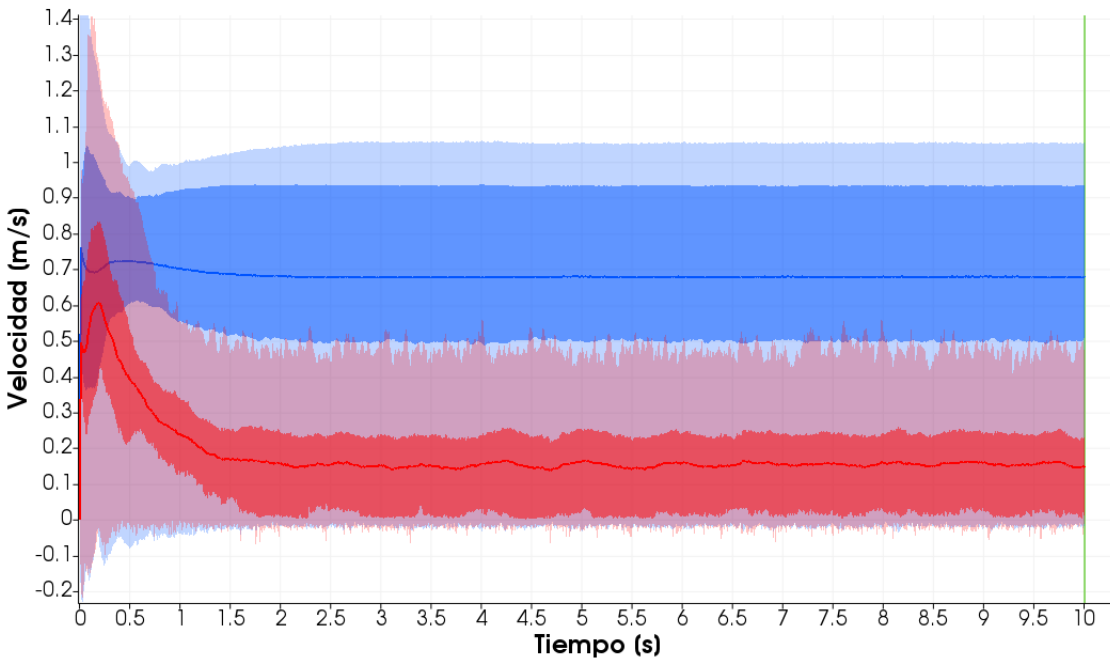


Figura A.29: Velocidades promedio. Caso caudal unitario de  $0,054 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$  y partículas de  $1\text{mm}$

**Diámetro 2 mm**

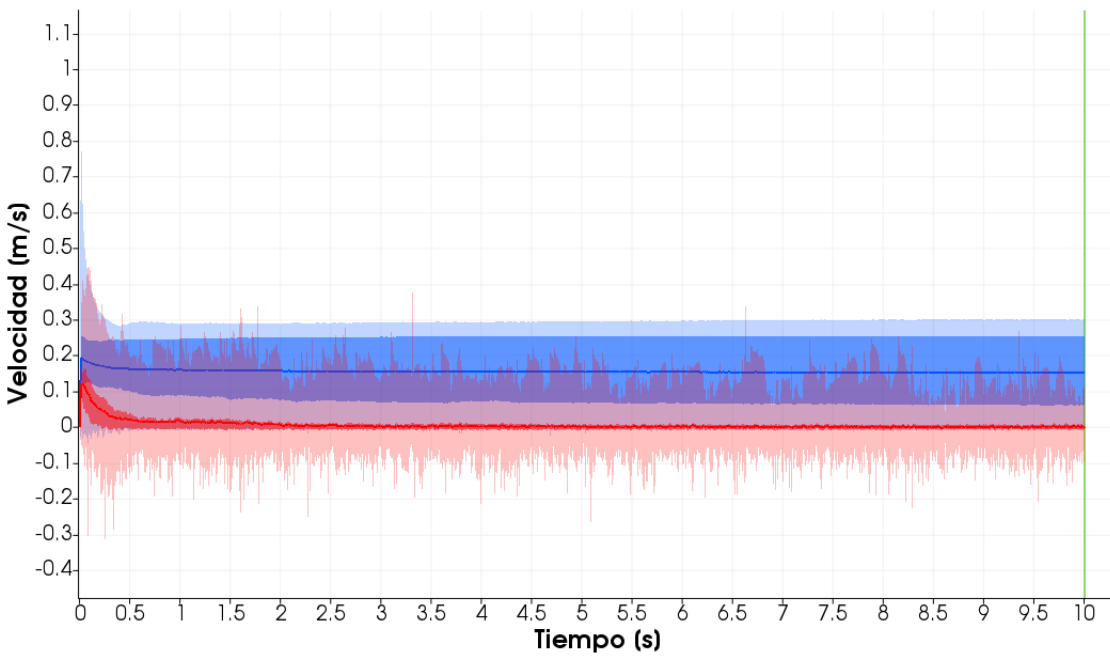


Figura A.30: Velocidades promedio. Caso caudal unitario de  $0,012 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$  y partículas de  $2\text{mm}$

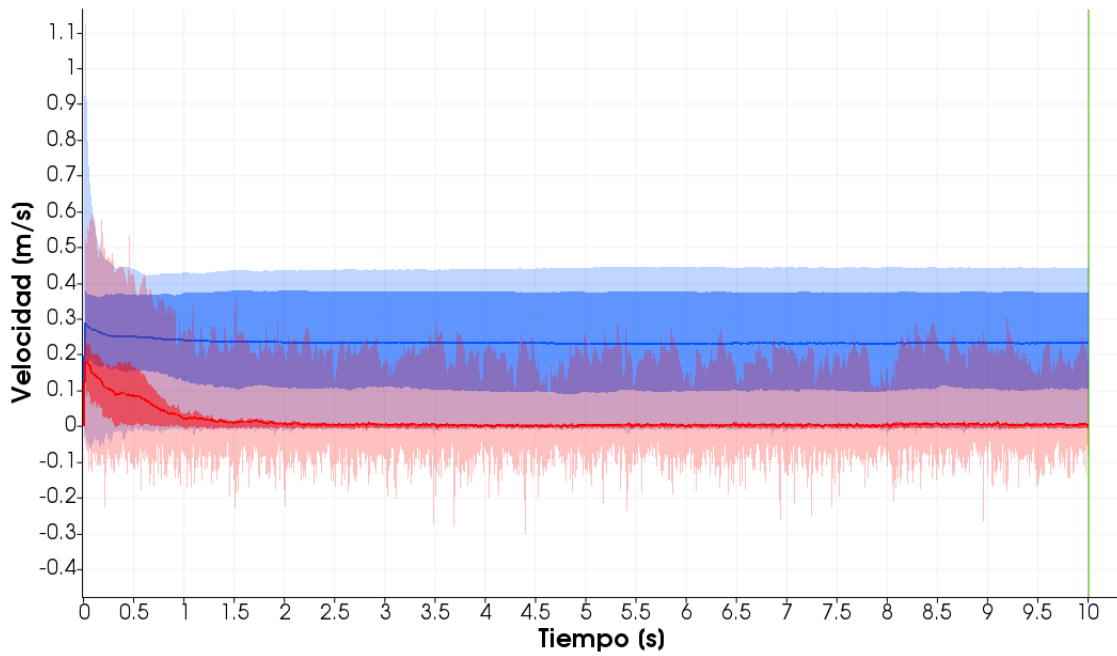


Figura A.31: Velocidades promedio. Caso caudal unitario de  $0,020 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$  y partículas de  $2\text{mm}$

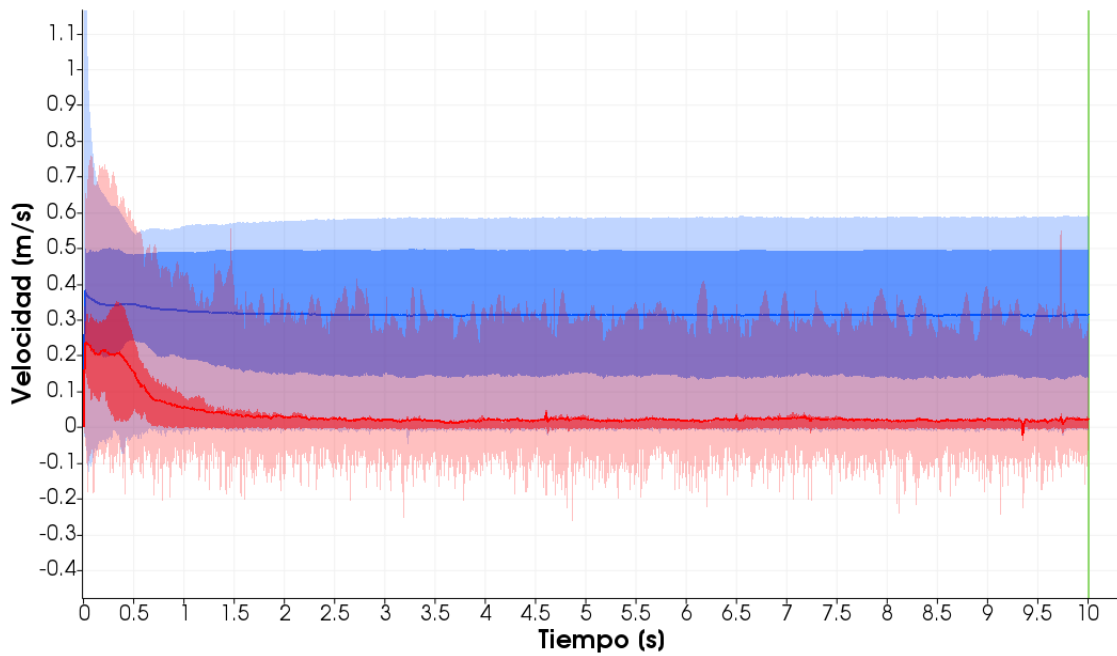


Figura A.32: Velocidades promedio. Caso caudal unitario de  $0,026 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$  y partículas de  $2\text{mm}$

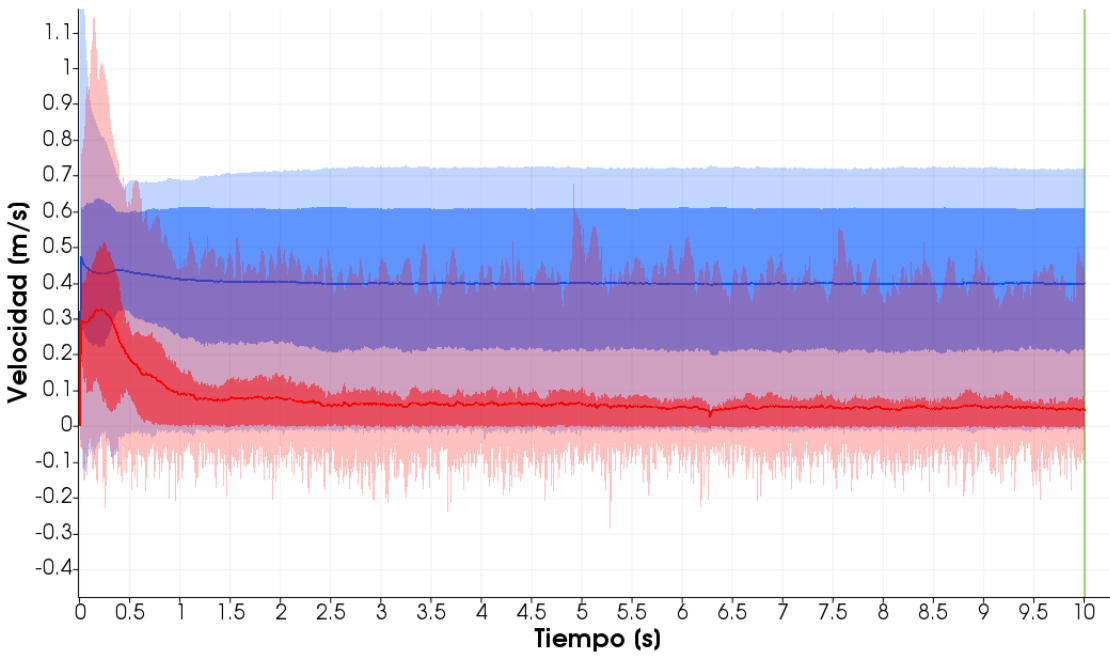


Figura A.33: Velocidades promedio. Caso caudal unitario de  $0,033 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$  y partículas de  $2\text{mm}$

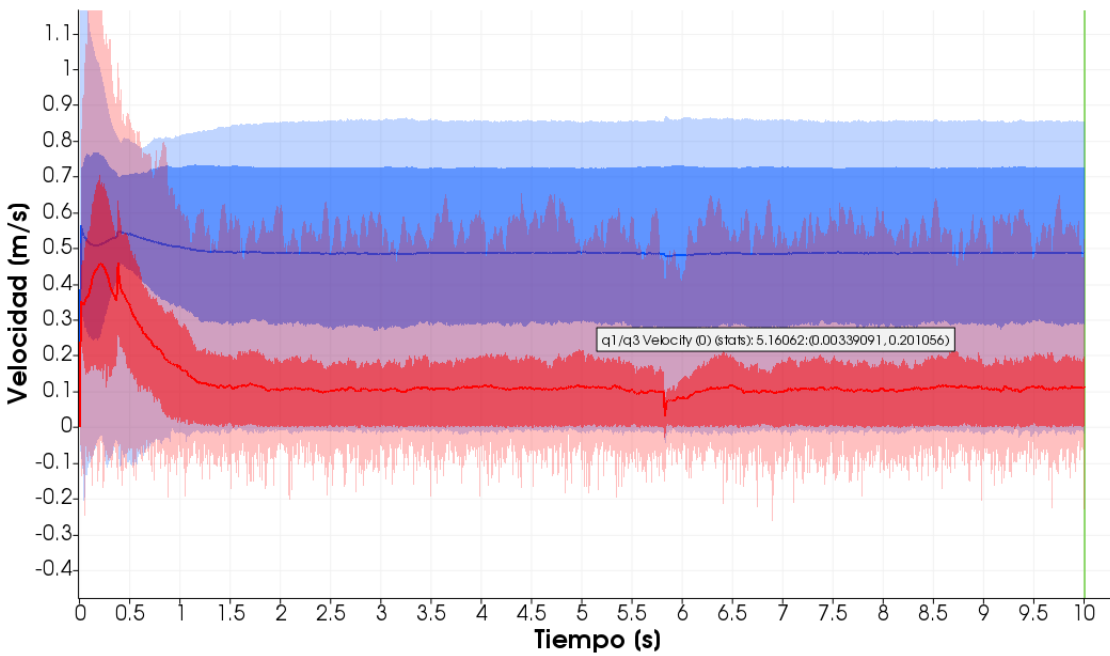


Figura A.34: Velocidades promedio. Caso caudal unitario de  $0,040 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$  y partículas de  $2\text{mm}$

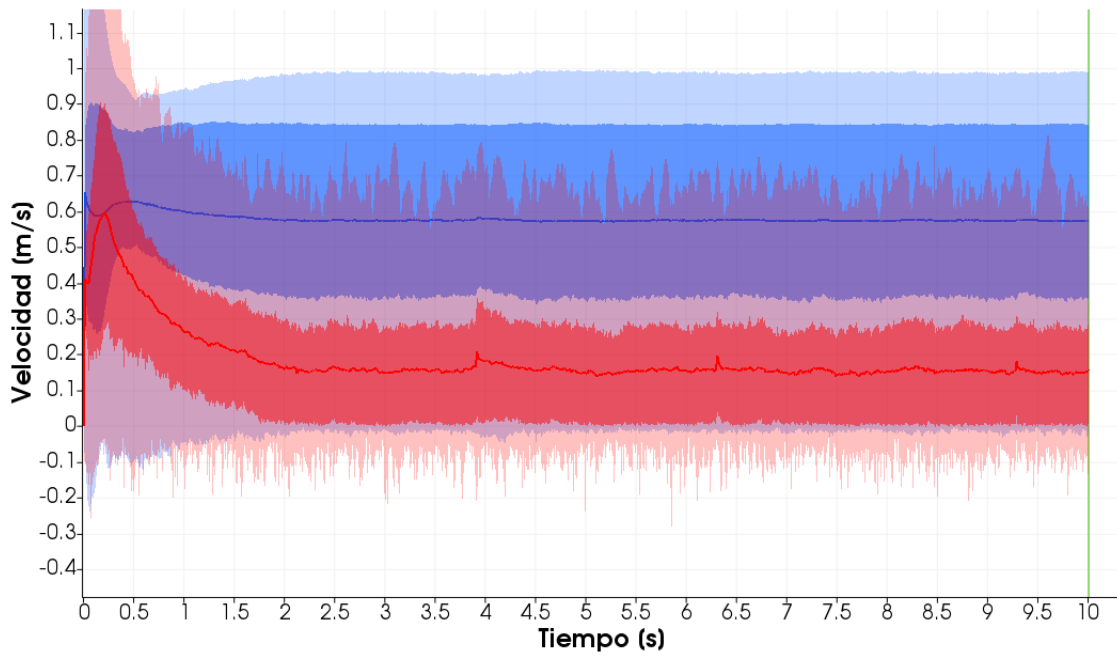


Figura A.35: Velocidades promedio. Caso caudal unitario de  $0,047 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$  y partículas de  $2\text{mm}$

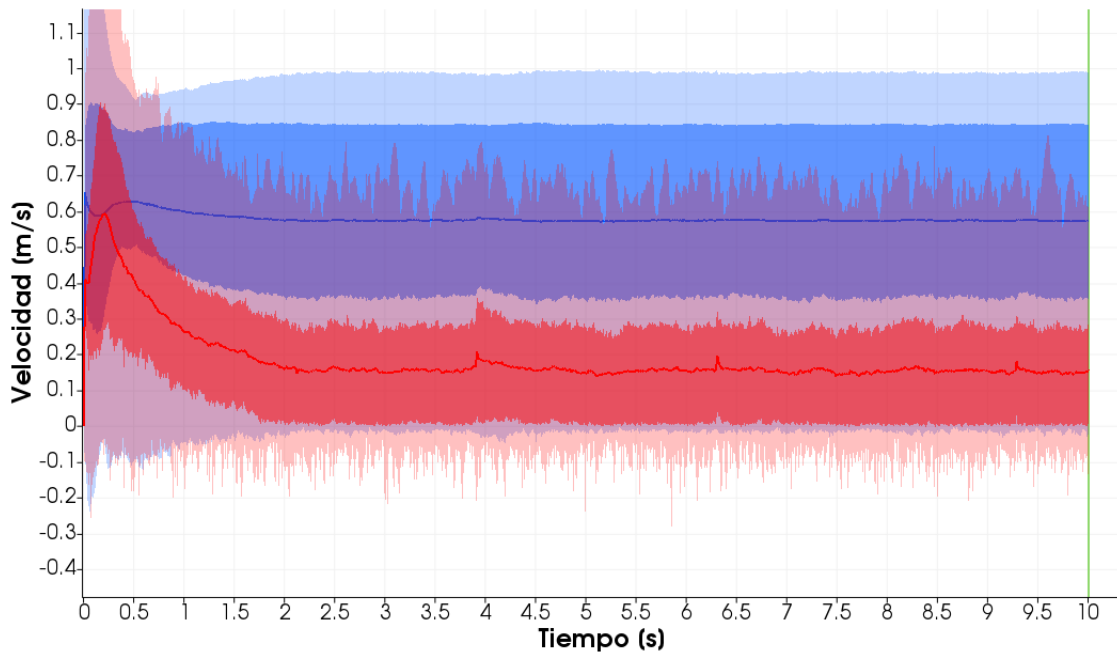


Figura A.36: Velocidades promedio. Caso caudal unitario de  $0,054 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ms}$  y partículas de  $2\text{mm}$

### A.2.3. Resultados numéricos

## Diámetro 1 mm

La tabla A.3 muestra los valores entregados por el programa y los resultados obtenidos con esos datos, para el caso de partículas sólidas de 1 mm.

Tabla A.3: Datos y resultados obtenidos de MFIX para partículas de 1 mm.

Flujo másico (kg/m <sup>2</sup> s)	Caudal unitario (m <sup>3</sup> /s/m)	Velocidad fluido (m/s)	Velocidad partículas (m/s)	Fracción de sólidos	Gasto sólido (adim)
200	0,001	0,07	0,000	0,224	0,00
300	0,002	0,11	0,000	0,215	0,00
400	0,003	0,15	0,000	0,119	0,00
500	0,004	0,19	0,024	0,205	0,48
600	0,005	0,23	0,078	0,232	1,77
700	0,006	0,29	0,141	0,231	3,21
800	0,007	0,36	0,224	0,226	4,98

## Diámetro 2 mm

La tabla A.4 muestra los valores entregados por el programa y los resultados obtenidos con esos datos, para el caso de partículas sólidas de 2 mm.

Tabla A.4: Datos y resultados obtenidos de MFIX para partículas de 2 mm.

Flujo másico (kg/m <sup>2</sup> s)	Caudal unitario (m <sup>3</sup> /s/m)	Velocidad fluido (m/s)	Velocidad partículas (m/s)	Fracción de sólidos	Gasto sólido (adim)
200	0,002	0,11	0,004	0,09	0,03
300	0,004	0,18	0,014	0,08	0,09
400	0,005	0,23	0,060	0,10	0,51
500	0,006	0,30	0,126	0,12	1,27
600	0,007	0,37	0,222	0,14	2,57
700	0,009	0,45	0,316	0,13	3,54
800	0,010	0,52	0,411	0,16	5,64



### A.3. Resultados cálculos generales

Resultados obtenidos del cálculo teórico usando datos obtenidos del modelo. Los datos entregados por el modelo corresponden al caudal unitario y a la velocidad del fluido, mientras que los calculados son la velocidad de corte, el esfuerzo de corte, el esfuerzo de corte crítico, el número de Reynolds y el Reynolds de la partícula.

#### A.3.1. Diámetro 1 mm

La tabla A.5 muestra los resultados para el caso de partículas de 1 mm.

Tabla A.5: Datos y resultados obtenidos de forma teórica usando la ecuación de Meyer-Peter y Muller para partículas de 1 mm.

Caudal unitario (m <sup>3</sup> /s/m)	Velocidad fluido (m/s)	Velocidad de corte (m/s)	Esfuerzo de corte (adim)	Esfuerzo de corte crítico (adim)	Reynolds	Reynolds partícula
0,013	0,16	0,039	0,095	0,035	12.954	39,1
0,020	0,24	0,053	0,176	0,035	19.514	53,3
0,026	0,32	0,088	0,476	0,035	25.960	87,7
0,033	0,41	0,090	0,501	0,035	32.770	90,0
0,040	0,50	0,108	0,728	0,035	39.768	108,5
0,047	0,59	0,104	0,668	0,035	46.953	104,0
0,054	0,68	0,119	0,882	0,035	54.318	119,4

### A.3.2. Diámetro 2 mm

La tabla A.6 muestra los resultados para el caso de partículas de 2mm.

Tabla A.6: Datos y resultados obtenidos de forma teórica usando la ecuación de Meyer-Peter y Muller para partículas de 2 mm.

Caudal unitario (m <sup>3</sup> /s/m)	Velocidad fluido (m/s)	Velocidad de corte (m/s)	Esfuerzo de corte (adim)	Esfuerzo de corte crítico (adim)	Reynolds	Reynolds partícula
0,012	0,15	0,128	0,504	0,042	12.253	255,2404
0,020	0,24	0,110	0,377	0,042	19.514	220,8359
0,026	0,32	0,150	0,699	0,042	25.960	300,6050
0,033	0,41	0,155	0,741	0,042	32.770	309,5616
0,040	0,50	0,160	0,793	0,042	39.768	320,2306
0,047	0,59	0,175	0,952	0,042	46.953	350,8464
0,054	0,68	0,155	0,743	0,042	54.318	310,0655

## A.4. Gasto sólido con ecuaciones clásicas

La siguientes tablas muestran el gasto sólido obtenido de MFIX y los obtenidos de las ecuaciones de Meyer-Peter y Muller, Engenlund y Fredsoe, Ashida y Michiue, y Fernandez-Luque y van Beek.

### Diámetro 1 mm

La Tabla A.7 muestra el gasto sólido adimensional para el caso de partículas de 1 *mm* de diámetro.

Tabla A.7: Gasto sólido adimensional para el caso de partículas de 1 *mm* de diámetro.

MFIX	Meyer-Peter y Muller	Engenlund y Fredsoe	Ashida y Michiue	Fernandez-Luque y van Beek
0,000	0,081	0,127	0,064	0,040
0,000	0,365	0,618	0,417	0,230
0,000	2,240	4,259	3,378	1,541
0,482	2,438	4,658	3,711	1,680
1,771	4,486	8,851	7,256	3,126
3,211	3,910	7,662	6,245	2,719
4,981	6,088	12,192	10,112	4,260

### Diámetro 2 mm

La Tabla A.8 muestra el gasto sólido adimensional para el caso de partículas de 2 *mm* de diámetro.

Tabla A.8: Gasto sólido adimensional para el caso de partículas de 2 *mm* de diámetro.

MFIX	Meyer-Peter y Muller	Engenlund y Fredsoe	Ashida y Michiue	Fernandez-Luque y van Beek
0,03	2,460	4,702	3,748	1,696
0,09	1,510	2,803	2,170	1,027
0,51	4,198	8,256	6,749	2,922
1,27	4,613	9,116	7,482	3,216
2,57	5,141	10,214	8,419	3,590
3,54	6,871	13,836	11,523	4,815
5,64	4,637	9,166	7,524	3,233

# Anexo B

## Archivo .mfx

A continuación se muestra el contenido de el archivo .mfx del caso de partículas de diámetro  $2\text{ mm}$  y de un caudal unitario  $0,054\text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ .

```
#####  
#  
#  
# Created by felipe on 2018-12-14 16:24  
#  
#  
#####  
  
description = 'MFiX Simulation '  
  
#-----  
# RUN CONTROL SECTION  
  
run_type = 'new'  
units = 'SI'  
  
time = 0.0  
tstop = 10.0  
  
dt = 1.0000e-03  
dt_max = 1.0000e-03  
dt_min = 1.0000e-07  
  
energy_eq = .False.  
  
species_eq(0) = .False.  
  
momentum_x_eq(0) = .True.
```

```

momentum_y_eq(0) = .True.
momentum_z_eq(0) = .True.

#-----
# OTHER DEFAULTS SECTION

gravity_y = -9.81

#-----
# NUMERICAL SECTION

max_nit = 50
detect_stall = .False.

#-----
# GEOMETRY SECTION

coordinates = 'CARTESIAN'
cartesian_grid = .False.
use_stl = .False.

x_min = 0
x_max = 0.2
imax = 60
y_min = 0
y_max = 0.08
jmax = 18
z_min = 0
z_max = 0.002
kmax = 1

#-----
# MATERIAL SECTION

! Gas Section
!-----//
mu_g0 = 0.001      ! (kg/m.s)

! PARTICLE SECTION
!-----//
mmax = 2
ep_star = 0.35

#----- TFM DEFAULTS -----#
kt_type = 'ALGEBRAIC'
friction_model = 'SCHAEFFER'
c_e = 0.95

```

```

c_f = 0.1
phi = 30.0
phi_w = 11.3

#----- DEM DEFAULTS -----#
mew = 0.6
mew_w = 0.6
kn = 1000
kn_w = 1000
des_en_input(1) = 0.01
des_en_wall_input(1) = 0.01

#-----#
# INITIAL CONDITIONS SECTION

! Background - full domain initialize
!-----//
ic_x_w(1) = 0.0 #!MFX-GUI eq{xmin, float}
ic_y_s(1) = 0.0 #!MFX-GUI eq{ymin, float}
ic_z_b(1) = 0.0 #!MFX-GUI eq{zmin, float}
ic_x_e(1) = 0.2 #!MFX-GUI eq{xmax, float}
ic_y_n(1) = 0.08 #!MFX-GUI eq{ymax, float}
ic_z_t(1) = 0.002 #!MFX-GUI eq{zmax, float}

ic_ep_g(1) = 1.0

ic_t_g(1) = 293.15

ic_u_g(1) = 0.0
ic_v_g(1) = 0.0
ic_w_g(1) = 0.0

#-----#
# OUTPUT CONTROL SECTION

res_dt = 0.1

full_log = .True.

resid_string(1) = 'P0'
resid_string(2) = 'U0'
resid_string(3) = 'V0'

#-----#
# DMP SETUP

chk_batchq_end = .False.

```

```

ic_des_fit_to_region(1) = .False.
run_name = 'Prueba'
drag_c1 = 0.8
drag_d1 = 2.65
turbulence_model = 'K_EPSILON'
mu_gmax = 1.0000e+03
no_k = .True.
ro_g0 = 1000.0
d_p0(1) = 0.002
ro_s0(1) = 2650.0
solids_model(1) = 'DEM'
species_eq(1) = .False.
nmax_s(1) = 0
des_interp_scheme = 'NONE'
kt_fac = 0.2857142857142857 #!MFX-GUI eq{2/7,float}
kt_w_fac = 0.2857142857142857 #!MFX-GUI eq{2/7,float}
des_etat_fac = 0.5
des_etat_w_fac = 0.5
gener_part_config = .True.
des_intg_method = 'EULER'
des_coll_model = 'HERTZIAN'
ew_young = 500000.0
e_young(1) = 500000.0
v_poisson(1) = 0.45
vw_poisson = 0.45
des_et_input(1) = 0.01
des_et_wall_input(1) = 0.01
use_cohesion = .False.
van_der_waals = .False.
ic_k_turb_g(1) = 0.03
ic_e_turb_g(1) = 0.03
ic_gama_rg(1) = 0.0
ic_t_rg(1) = 293.15
ic_ep_s(1,1) = 0.0
ic_t_s(1,1) = 293.15
ic_u_s(1,1) = 0.0
ic_v_s(1,1) = 0.0
ic_w_s(1,1) = 0.0
ic_theta_m(1,1) = 0.0
ic_gama_rs(1,1) = 0.0
ic_t_rs(1,1) = 293.15
bc_type(1) = 'NSW'
bc_x_w(1) = 0.0 #!MFX-GUI eq{xmin,float}
bc_y_s(1) = 0.0 #!MFX-GUI eq{ymin,float}
bc_x_e(1) = 0.2 #!MFX-GUI eq{xmax,float}
bc_y_n(1) = 0.0 #!MFX-GUI eq{ymin,float}

```

```

bc_hw_t_g(1) = 0.0
bc_c_t_g(1) = 0.0
bc_jj_ps(1) = 0
bc_hw_t_s(1,1) = 0.0
bc_c_t_s(1,1) = 0.0
bc_type(2) = 'PO'
bc_x_w(2) = 0.0 #!MFIx-GUI eq{xmin, float}
bc_y_s(2) = 0.08 #!MFIx-GUI eq{ymax, float}
bc_x_e(2) = 0.2 #!MFIx-GUI eq{xmax, float}
bc_y_n(2) = 0.08 #!MFIx-GUI eq{ymax, float}
cyclic_x = .True.
cyclic_x_pd = .True.
delp_x = 1.0
write_vtk_files = .True.
time_dependent_filename = .True.
vtk_data(1) = 'C'
vtk_x_w(1) = 0.0 #!MFIx-GUI eq{xmin, float}
vtk_y_s(1) = 0.0 #!MFIx-GUI eq{ymin, float}
vtk_x_e(1) = 0.2 #!MFIx-GUI eq{xmax, float}
vtk_y_n(1) = 0.08 #!MFIx-GUI eq{ymax, float}
vtk_filebase(1) = 'Background_IC'
vtk_dt(1) = 0.01
vtk_nxs(1) = 0
vtk_nys(1) = 0
vtk_nzs(1) = 0
vtk_ep_g(1) = .True.
vtk_p_g(1) = .True.
vtk_u_g(1) = .True.
vtk_vel_g(1) = .True.
vtk_v_g(1) = .True.
vtk_w_g(1) = .True.
vtk_k_turb_g(1) = .True.
vtk_e_turb_g(1) = .True.
vtk_vorticity(1) = .True.
vtk_lambda_2(1) = .True.
nodesi = 4
nodesj = 1
nodesk = 1

drag_type = 'WEN_YU'

d_p0(2) = 0.002
ro_s0(2) = 1000000.0
solids_model(2) = 'DEM'
species_eq(2) = .False.
nmax_s(2) = 0

```



```

ic_ep_s(1,2) = 0.0
ic_t_s(1,2) = 293.15
ic_u_s(1,2) = 0.0
ic_v_s(1,2) = 0.0
ic_w_s(1,2) = 0.0
ic_theta_m(1,2) = 0.0

v_poisson(2) = 0.45
e_young(2) = 500000.0

des_et_input(2) = 0.01
des_et_input(3) = 0.01
des_et_wall_input(2) = 0.01
des_en_input(2) = 0.01
des_en_input(3) = 0.01
des_en_wall_input(2) = 0.01

dim_facets_per_cell = 30
tol_delh = 0.0

flux_g = 800.0

bc_p_g(2) = 101325.0

jackson = .True.

cpy(0) = 0.025
ncy(1) = 10
ery(1) = 1.0
first_dy(1) = 0.0
last_dy(1) = 0.0
cpy(1) = 0.08
ncy(2) = 8
ery(2) = 2.0
first_dy(2) = 0.0
last_dy(2) = 0.0
ic_x_w(2) = 0.0 #!MFIX-GUI eq{xmin, float}
ic_y_s(2) = 0.0
ic_x_e(2) = 0.2 #!MFIX-GUI eq{xmax, float}
ic_y_n(2) = 0.0175
ic_ep_g(2) = 0.35
ic_t_g(2) = 293.15
ic_u_g(2) = 0.0
ic_v_g(2) = 0.0
ic_w_g(2) = 0.0
ic_k_turb_g(2) = 0.0
ic_e_turb_g(2) = 0.0

```

```

ic_ep_s(2,1) = 0.65
ic_ep_s(2,2) = 0.0
ic_t_s(2,1) = 293.15
ic_t_s(2,2) = 293.15
ic_u_s(2,1) = 0.0
ic_v_s(2,1) = 0.0
ic_w_s(2,1) = 0.0
ic_u_s(2,2) = 0.0
ic_v_s(2,2) = 0.0
ic_w_s(2,2) = 0.0
ic_theta_m(2,1) = 0.0
ic_theta_m(2,2) = 0.0
ic_des_fit_to_region(2) = .False.

vtk_data(2) = 'P'
vtk_x_w(2) = 0.0 #!MFX-GUI eq{xmin, float}
vtk_y_s(2) = 0.0 #!MFX-GUI eq{ymin, float}
vtk_x_e(2) = 0.2 #!MFX-GUI eq{xmax, float}
vtk_y_n(2) = 0.08 #!MFX-GUI eq{ymax, float}
vtk_filebase(2) = 'Solidos'
vtk_dt(2) = 0.01
vtk_nxs(2) = 0
vtk_nys(2) = 0
vtk_nzs(2) = 0
vtk_part_vel(2) = .True.
vtk_part_angular_vel(2) = .True.
vtk_part_diameter(2) = .True.
vtk_part_orientation(2) = .False.
vtk_part_density(2) = .True.
vtk_part_id(2) = .True.
vtk_part_rank(2) = .True.

bc_type(3) = 'NSW'
bc_x_w(3) = 0.0 #!MFX-GUI eq{xmin, float}
bc_y_s(3) = 0.0 #!MFX-GUI eq{ymin, float}
bc_x_e(3) = 0.055
bc_y_n(3) = 0.01
bc_jj_ps(3) = 0
bc_type(4) = 'NSW'
bc_x_w(4) = 0.14500000000000002 #!MFX-GUI eq{xmax-0.055, float}
bc_y_s(4) = 0.0 #!MFX-GUI eq{ymin, float}
bc_x_e(4) = 0.2 #!MFX-GUI eq{xmax, float}
bc_y_n(4) = 0.01
bc_jj_ps(4) = 0

```