



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

**MODELACIÓN Y ESTIMACIÓN DE ESFUERZOS EN UN CAMIÓN TOLVA**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MECÁNICO

**BASTIÁN ALFONSO ORELLANA OPORTO**

PROFESORA GUÍA:

VIVIANA ISABEL MERUANE NARANJO

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:

JAVIER LARRONDO PIÑA

LUIS CÁRDENAS AMPUERO

Este trabajo ha sido financiado por la División El Teniente de CODELCO

SANTIAGO DE CHILE

2019

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR AL  
TÍTULO DE: Ingeniero Civil Mecánico  
Por: Bastián Alfonso Orellana Oporto  
FECHA: Noviembre 2019  
PROF. GUÍA: Viviana Meruane Naranjo

## MODELACIÓN Y ESTIMACIÓN DE ESFUERZOS EN UN CAMIÓN TOLVA

En la actualidad, la División El Teniente representa el 27% de la producción total de Codelco, siendo clave para la corporación asegurar la confiabilidad y la operación en buenas condiciones de todos los equipos que permiten la extracción del mineral de cobre. En este contexto, el sector de extracción Pacífico Superior, un proyecto minero de reposición productiva de la división que posee una ley media de 0.973 y una capacidad de producción de 15000 tpd, cuenta con la problemática de no tener certeza de la vida útil de los camiones articulados que operan trasladando el mineral hacia los puntos de vaciado.

La operación de la flota camiones de extracción en el Proyecto Pacífico Superior se realiza en la actualidad con camiones articulados Sandvik TH663, los cuales operan bajo condiciones similares a las presentes en el sector Esmeralda, donde se utilizaban camiones Sandvik TH550 que fallaron de manera catastrófica en su chasis posterior tras solo 3 años de uso. Debido a lo anterior, con el fin de sustentar una estrategia de confiabilidad operacional de la mina, se plantea como tema de memoria el desafío de estimar la vida útil del camión Sandvik TH663, para evaluar si lograrán cumplir con su ciclo de vida operando bajo las actuales condiciones de carga. Para lograr esto, se desarrolla una metodología para el estudio del chasis del camión que consiste en modelar el chasis del camión en un software de elementos finitos donde se estimarán esfuerzos y la vida útil considerando las condiciones de borde y cargas reales de operación. Junto con esto, se realizarán mediciones experimentales para hacer un análisis modal que permita ajustar y validar el modelo.

La presente memoria tiene como fin desarrollar un modelo en elementos finitos mediante el software ANSYS, considerando materiales de fabricación, dimensiones, condiciones de mallado, de borde y de carga que permitan obtener resultados lo más cercanos a la realidad. Por otro lado, la validación experimental se realizará en terreno, midiendo con sensores la función de respuesta en frecuencia de la estructura para su posterior análisis modal. Finalmente, el modelo numérico es utilizado para estimar los esfuerzos y la vida útil del chasis mediante un estudio de fatiga bajo diferentes condiciones de carga. Como resultado de lo anterior, se tiene que el camión al operar en este nivel productivo puede verse afectado por falla por fatiga si el número de impactos de rocas de gran tamaño y masa es muy grande ya que estos reducen su vida útil.

## AGRADECIMIENTOS

Quisiera agradecer a todos los que contribuyeron de alguna manera para la realización de esta memoria, ya que sin ustedes no hubiera sido posible. Hago reconocimiento a quienes creyeron en mí, me dieron su apoyo y me aportaron con su sabiduría para su realización.

Agradecido estoy de mi profesora guía Viviana Meruane por todos sus conocimientos y siempre estar presente para ayudarme y dar consejos cada vez que tenía dudas. También quiero dar las gracias a Hernán Figueroa por la iniciativa y la oportunidad para llevar a cabo un tema de memoria innovador, que muestra que el vínculo entre empresas y la investigación en las universidades puede tener resultados positivos para ambas partes. Espero que surjan más iniciativas de este estilo para los futuros alumnos del DIMEC.

Agradezco también a mi tutor de memoria Luis Cárdenas en El Teniente, por la buena onda, por jugársela, compartir conocimientos y ayudar a gestionar todas las labores que permitieron el desarrollo de esta memoria. Junto con esto también quisiera dar las gracias a todo el equipo de inspección técnica, especialmente a Carlos, David y Enrique que ayudaron cada vez que fue necesario en todas las actividades y mediciones que realizamos.

Quiero agradecer a mis papás Lorena y Alfonso por su apoyo incondicional, su cariño y diversas enseñanzas me ha llevado a ser quien soy hoy. Doy las gracias también a toda mi familia, tías y abuelos que siempre estuvieron para dar consejos, demostrar cariño y dar apoyo en todo momento.

También hay palabras de agradecimiento para todos mis amigos que conocí con el paso de los años en la universidad. Compartir con ustedes durante las clases y los días de estudio, los carretes y las cervezas que compartimos los viernes y los infinitos partidos que jugamos hizo que este viaje por la universidad se hiciera siempre grato a pesar de las dificultades. Ojalá que la amistad que construimos perdure por hartos años más.

Muchas gracias a todos.

# TABLA DE CONTENIDO

<b>1. Introducción</b> .....	<b>1</b>
1.1. Generalidades.....	1
1.2. Problemática y motivación .....	1
<b>2. Objetivos y motivación</b> .....	<b>2</b>
2.1. Objetivo General.....	2
2.2. Objetivos Específicos .....	2
<b>3. Antecedentes</b> .....	<b>3</b>
3.1. Descripción del problema.....	3
3.1.1. Mina El Teniente .....	3
3.1.2. Camiones articulados .....	3
3.1.3. Falla en chasis del camión articulado TH550.....	5
3.2. Camión articulado Sandvik TH663 .....	8
3.2.1. Datos Técnicos .....	8
3.2.2. Chasis Posterior del Camión .....	8
3.2.3. Condiciones de Operación de los Camiones .....	9
3.3. Modelo numérico .....	10
3.3.1. El método de elementos finitos .....	10
3.3.2. Funciones de respuesta en frecuencia.....	14
3.3.3. Análisis modal del modelo numérico.....	15
3.4. Modelo experimental .....	15
3.4.1. Análisis previo a las mediciones .....	15
3.4.2. Montaje experimental.....	16
3.4.3. Selección de puntos de excitación .....	18
3.4.4. Procesamiento de señales .....	18
3.4.5. Errores de medición.....	20
3.4.6. Ventanas.....	21
3.4.7. Funciones de Respuesta en Frecuencia Experimentales.....	24
3.4.8. Estimación de Parámetros Modales .....	25
3.5. Correlación Numérico-Experimental.....	28
3.5.1. Pares de modos Numéricos - Experimentales.....	30
3.5.2. Método de ajuste.....	32
3.6. Modelamiento del impacto de la carga sobre el chasis del camión.....	33
3.6.1. Momento e Impulso.....	34
3.6.2. Impacto de rocas sobre tolva.....	35
3.6.3. Carga de impacto mediante balance de energía .....	35

3.7.	Estimación es esfuerzos.....	38
3.8.	Fatiga y estimación de vida.....	39
3.8.1.	Falla por fatiga.....	39
3.8.2.	Límite de resistencia a la fatiga .....	40
3.8.3.	Resistencia a la fatiga .....	40
3.8.4.	Factores que modifican el límite de resistencia a la fatiga.....	42
3.8.5.	Criterios de falla por fatiga ante esfuerzos variables.....	42
3.8.6.	Regla de Miner de acumulación de daño.....	45
<b>4.</b>	<b>Metodología.....</b>	<b>46</b>
<b>5.</b>	<b>Desarrollo y Resultados .....</b>	<b>48</b>
5.1.	Creación del Modelo Numérico.....	48
5.1.1.	Desarrollo Geometría del Chasis .....	48
5.1.2.	Generación de modelo en ANSYS 17.1 .....	52
5.1.3.	Características del modelo en ANSYS .....	54
5.2.	Obtención de Modos de Vibración y Frecuencias Naturales .....	58
5.2.1.	Resultados Modelo Numérico.....	58
5.3.	Mediciones experimentales.....	60
5.3.1.	Equipo de Medición.....	60
5.3.2.	Montaje .....	61
5.3.3.	Puntos de Medición.....	62
5.3.4.	Parámetros de medición .....	64
5.4.	Obtención de Modos de Vibración y Frecuencias Naturales experimentales con FEMTools.....	65
5.4.1.	Resultados experimentales .....	66
5.4.2.	MAC (Modal Assurance Criterion) y Modos Correlacionados.....	68
5.5.	Ajuste del Modelo.....	69
5.5.1.	Modos y frecuencias del primer ajuste del modelo numérico .....	70
5.5.2.	Modos y frecuencias del segundo ajuste del modelo numérico .....	71
5.6.	Esfuerzos en el Chasis con Modelo Ajustado.....	75
5.6.1.	Mallado.....	75
5.6.2.	Condiciones de borde .....	75
5.6.3.	Esfuerzos ante diversas cargas aplicadas.....	75
5.6.4.	Gráficos comparativos y ubicación del esfuerzo máximo .....	79
5.7.	Estudio de Fatiga .....	81
5.7.1.	Supuestos.....	81
5.7.2.	Resultados obtenidos mediante ANSYS.....	85
5.7.3.	Gráfico comparativo de vida del chasis.....	91
5.7.4.	Regiones del chasis propensas a fallo por fatiga.....	92

<b>6. Análisis y discusión .....</b>	<b>94</b>
6.1. Construcción del modelo numérico .....	94
6.2. Modos de vibración y frecuencias naturales modelo numérico .....	94
6.3. Mediciones experimentales de FRF .....	94
6.4. Ajuste del modelo .....	95
6.5. Estimación de la carga sobre el chasis.....	95
6.6. Esfuerzos y fatiga.....	96
<b>7. Conclusiones.....</b>	<b>98</b>
<b>8. Bibliografía.....</b>	<b>100</b>

# 1. INTRODUCCIÓN

## 1.1. GENERALIDADES

En Chile, CODELCO representa el 33% de la producción nacional de cobre, y solo la División El Teniente aporta con un 27% del total de producción de la corporación. Es por esto, que mantener la producción en los diferentes niveles que conforman esta mina es fundamental para el nivel total de cobre extraído.

En este contexto, el nuevo sector de extracción Pacífico Superior de la División El Teniente, un proyecto de reposición productiva que cuenta con una ley media de 0.973% y una capacidad de producción de 15000 tpd, busca asegurar la confiabilidad de la operación de los camiones de extracción Sandvik TH663 planteando el desafío de llevar a cabo un estudio del chasis posterior del camión con el fin de identificar las zonas donde se producen los esfuerzos críticos para estimar su vida útil bajo las condiciones actuales de operación. Esta iniciativa surge tras las fallas que experimentaron antiguos camiones de extracción que funcionaban en el sector Esmeralda de la mina, los cuales sufrieron agrietamiento irreparable del chasis posterior en la región cercana a la articulación que conecta con la cabina.

Hoy en día, los camiones operan al interior de la mina recibiendo material desde una altura considerable mediante cargadores frontales LHD de 15 [ $yd^3$ ] y un pique de traspaso que conecta con el nivel superior. Tras el proceso de carga, trasladan el material y lo depositan en otro pique de traspaso que conecta con el chancador giratorio. Se cree que el impacto del material que cae sobre la tolva es una de las causales del agrietamiento del chasis, por lo que el estudio estará enfocado a modelar estas condiciones para la estimación de la vida útil.

El presente trabajo tiene como finalidad dar a conocer la metodología a usar para la elaboración del modelo en elementos finitos del chasis, su posterior ajuste y validación experimental para que los resultados obtenidos de esfuerzos y vida útil por fatiga estimada sean lo más ajustados a la realidad.

## 1.2. PROBLEMÁTICA Y MOTIVACIÓN

Esta Memoria se desarrolla en el contexto de las operaciones del nuevo proyecto de extracción Pacífico Superior de la División el Teniente. Con el fin de llevar a cabo sus operaciones de transporte de mineral desde las zonas de hundimiento de mineral hacia el Chancador Giratorio, Codelco hace uso de camiones articulados que pueden operar por los estrechos túneles de la mina subterránea.

El motivo de realizar este estudio en los camiones Sandvik TH663 recae en los problemas que se presentaron en el chasis trasero de antiguos camiones marca Sandvik modelo TH550 que operaban en el sector Esmeralda, los cuales debieron dejar de operar debido a que mucho antes del fin de su vida útil (3 años) se presentaron fallas estructurales irreversibles en la zona cercana a la articulación del chasis posterior donde se ubica la tolva.

Se cree que la falla de los camiones TH550 es producto de la fatiga estructural originada por el ciclo de cargas que recibía el camión al momento de ser cargado con material proveniente de LHD ya que la altura considerable de caída y el escaso mecanismo de amortiguamiento de material durante la caída no era el adecuado generándose un gran impacto sobre el chasis.

Es por esto, que Codelco decide realizar un estudio del chasis del camión Sandvik TH663 con el fin de determinar si podrá funcionar a lo largo de su vida útil bajo similares condiciones de operación en las que falló el camión Sandvik TH550.

## **2. OBJETIVOS Y MOTIVACIÓN**

### **2.1. OBJETIVO GENERAL**

El presente trabajo de título tiene como objetivo desarrollar un modelo mediante el uso de elementos finitos que permita estudiar los esfuerzos presentes en el chasis posterior del camión Sandvik TH663 de la División El Teniente de CODELCO con el fin de estimar si podrá operar a lo largo de toda su vida útil.

### **2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Desarrollar un modelo numérico del chasis posterior del camión tolva TH663 a partir de dimensiones obtenidas en terreno y planos provistos por la mina.
- Determinar las cargas y condiciones de borde del modelo numérico.
- Realizar mediciones experimentales y un análisis modal que permita validar el modelo numérico.
- Identificar los esfuerzos críticos en el chasis y estimar su vida útil.



### 3. ANTECEDENTES

#### 3.1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

##### 3.1.1. MINA EL TENIENTE

La División el Teniente cuenta con 11 sectores o minas subterráneas que son operadas simultáneamente en la actualidad. Cada Sector cuenta con un sistema independiente de manejo de materiales, pero todos convergen a un sistema de transporte principal (ferrocarril) que lleva el mineral hacia la planta de procesamiento.

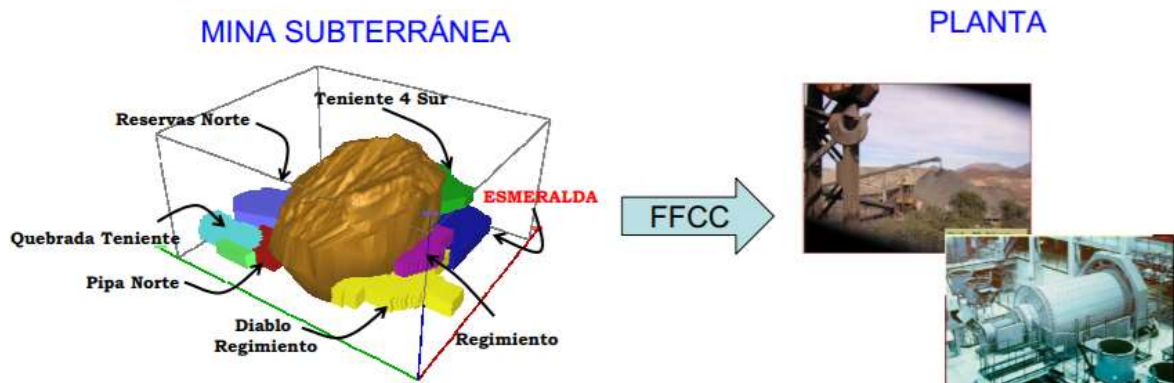


Figura 3.1: Diferentes minas presentes en la División El Teniente.

El proceso de obtención del mineral de cobre comienza con el hundimiento de material, el cual es recogido por cargadores frontales LHD que se encargan de llevar la roca a piques de traspaso que alimentan a camiones articulados o los carros de un tren ubicados en el nivel inferior. Para el caso de los camiones, luego de ser cargados, se dirigen a otro pique de traspaso o un chancador para realizar la descarga de mineral. El chancador, que recibe material proveniente del tren o de los camiones, reduce el tamaño del mineral y mediante una correa transportadora es llevado al exterior. El esquema de este proceso se puede ver en la Figura 3.1.

##### 3.1.2. CAMIONES ARTICULADOS

Los camiones articulados son equipos móviles que se caracterizan por la posibilidad de movimiento relativamente independiente de la cabina de mandos con respecto a la parte posterior, esto con el fin de facilitar las maniobras que realiza durante su operación.

Sus principales aplicaciones se encuentran las canteras y faenas mineras de tipo rajo abierto y subterráneo, participando en las labores de excavación y movimientos de material.

Este tipo de camión consiste en una cabina y un remolque con un marco articulado o enganche oscilante. La dirección del camión se logra mediante el pivoteo de la parte frontal y la trasera utilizando cilindros hidráulicos. De esta manera, las ruedas siguen el mismo sentido, haciéndolo un vehículo excelente para condiciones de terreno adversas.

En División El Teniente de Codelco, se utiliza este tipo de camiones en configuración 4x4 con tolvas que descargan material hacia atrás dada su alta capacidad de carga y maniobrabilidad al interior de los túneles. La función de estos camiones al interior de la mina es el transporte de material extraído de las zonas de hundimiento hacia el pique de traspaso que lleva el material al chancado o realizar la descarga de material directamente en los chancadores.

El proceso de carga del camión puede ser realizado mediante descarga directa de material desde baldes de los cargadores LHD con material proveniente del hundimiento o mediante un pique de traspaso, que mediante el uso de un buzón de descarga entrega el material a la tolva. Cada camión, tras recibir aproximadamente 3 baldes de mineral (50 a 60 toneladas), dependiendo de la granulometría del material, descarga el material en un pique de traspaso que posteriormente descarga las rocas en los carros del tren que opera al interior de la mina o se deposita en un chancador giratorio de manera directa.

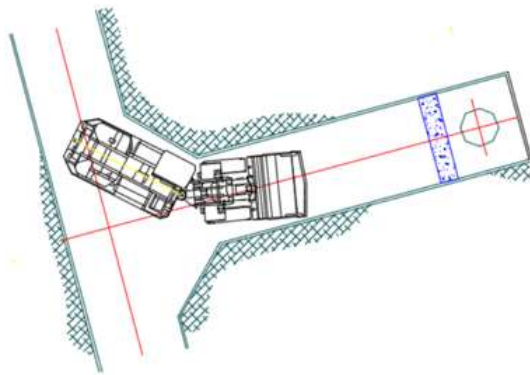


Figura 3.2: Camión articulado Sandvik TH663 al interior de túneles.



Figura 3.3: Carguío de un camión al interior de la mina mediante un pique de traspaso.

### 3.1.3. FALLA EN CHASIS DEL CAMIÓN ARTICULADO TH550

Los camiones articulados Sandvik TH550 fueron adquiridos con la finalidad de operar en el sector Esmeralda de la División El Teniente, abasteciendo de mineral la correa transportadora que lleva material al chancado primario. Estuvieron en operación hasta que se presentaron las fallas estructurales en el chasis.

Este camión presenta las siguientes especificaciones técnicas de dimensiones generales y capacidad de carga.

Tabla 3.1: Dimensiones del camión Sandvik TH 550

Dimensiones principales	
Largo total	10484 [mm]
Ancho total	3134 [mm]
Alto	2720 [mm]

Tabla 3.2: Dimensiones y capacidades de carga del camión Sandvik TH 550.

Pesos y capacidades	
Peso operacional	35900 [kg]
Peso con carga	85900 [kg]
Capacidad de carga	50000 [kg]
Volumen tolva	20 [m <sup>3</sup> ]

El camión operó durante el periodo 2014 – 2017 dando fin a su utilización luego de 3 años de su inicio de operaciones producto de una falla estructural del chasis posterior (donde va la tolva).

La falla prematura del chasis de estos camiones ocurrió principalmente en las uniones soldadas de planchas de diferentes espesores y durezas existiendo una prolongación de fisuras en áreas macizas de la estructura cercana a la región donde se ubica la articulación.

La reparación de este tipo de fisuras requiere de tratamientos y condiciones especiales, debiendo realizarse en un taller con personal especializado en fabricación y reparación de estructuras de chasis de equipo pesado de minería. Dado que el área de mantenimiento de División El Teniente no cuenta con estos recursos, se decidió dar de baja estos camiones. Debido a que el nuevo sector de extracción Pacífico Superior los camiones operarían bajo condiciones de carga similares a las presentes en Esmeralda, se decide realizar la compra de 4 camiones de mayor capacidad marca Sandvik modelo TH663.

A continuación, se muestra una serie de fotografías (figuras 3.4, 3.5 y 3.6) que dan cuenta del daño presentado en los camiones Sandvik TH550.



Figura 3.4: Región del chasis con fisuras.



Figura 3.5: Falla en la región del soporte delantero superior que une mediante una rótula el chasis trasero con el delantero.



Figura 3.6: Falla en región inferior del chasis.

## 3.2. CAMIÓN ARTICULADO SANDVIK TH663

El articulado Sandvik TH663 corresponde al camión que opera en la actualidad en el nivel de acarreo Teniente 7 y Pacífico Superior en la División El Teniente.

### 3.2.1. DATOS TÉCNICOS

Este camión presenta las siguientes especificaciones técnicas de dimensiones y cargas.

Tabla 3.3: Dimensiones del camión Sandvik TH 663

Dimensiones principales	
Largo total	11580 [mm]
Ancho total	3480 [mm]
Alto	3460 [mm]

Tabla 3.4: Dimensiones y capacidades de carga del camión Sandvik TH 663

Pesos y capacidades	
Peso operacional	43000 [kg]
Peso con carga	106000 [kg]
Capacidad de carga	63000 [kg]
Volumen tolva	38 [m <sup>3</sup> ]

### 3.2.2. CHASIS POSTERIOR DEL CAMIÓN

El chasis del camión que es la estructura sujeta a estudio. Fue fabricada a partir de planchas de acero Optim 500 ML de diferentes espesores soldadas unas con otras.

Este componente se une mediante una articulación (rodamientos esféricos) al chasis de la cabina y es capaz de soportar los esfuerzos producto de la caída del mineral sobre el camión y el traslado de este hasta el pique de traspaso.

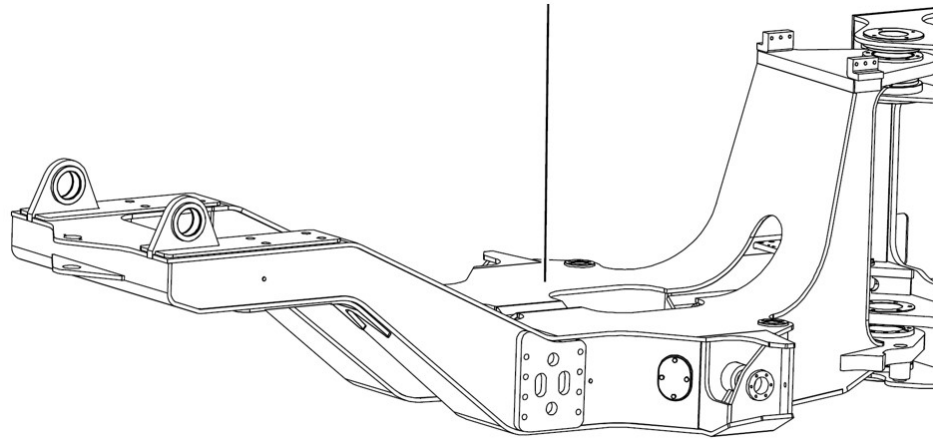


Figura 3.7: Geometría del chasis posterior del camión.

### 3.2.3. CONDICIONES DE OPERACIÓN DE LOS CAMIONES

El camión es cargado de dos maneras diferentes. En el nivel Teniente 7 se realiza la carga con material proveniente de un pique de traspaso mediante buzón de descarga ubicado a una altura determinada con respecto a la ubicación del camión y la otra en Pacífico Superior mediante 2 cargas de palas LHD de 15 [ $yd^3$ ]. El proceso de carga del camión es repetido aproximadamente 100 veces por día.

La descarga de material de los equipos LHD sobre el camión se realiza bajo las condiciones que se presentan en la tabla que sigue a continuación:

Tabla 3.5: Condiciones de operación en el traspaso de material desde buzón de descarga a la tolva del camión.

Parámetro	Valor
Altura de descarga hasta la tolva desde buzón	3.5 [ $m$ ]
Altura de descarga hasta la tolva desde LHD	5 [ $m$ ]
Masa descargada	60 [ $ton$ ]
Densidad del material descargado	2700 [ $kg/m^3$ ]
Tiempo de descarga con buzón	10 [ $s$ ]
Tiempo de descarga con LHD	2 [ $s$ ]
Ciclos de carga por día	100

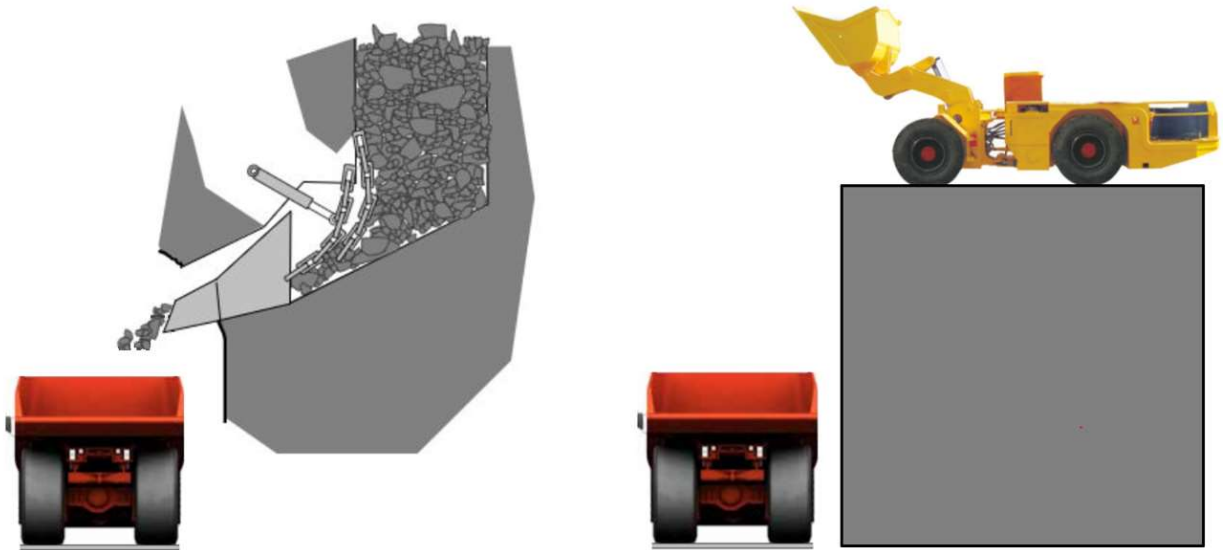


Figura 3.8: Carga del camión mediante buzón y LHD.

Con lo anterior, se estimará las cargas sobre el chasis producto de la caída del material sobre el camión con el fin de estimar su vida mediante fatiga.

### 3.3. MODELO NUMÉRICO

#### 3.3.1. EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

Para poder estudiar geometrías complejas y sistemas continuos se utiliza la técnica de elemento finito, que permite modelar y resolver problemas asociados a vibraciones, mecánica de sólidos, dinámica, transferencia de calor, fluidos y electrostática en elementos tales como barras, vigas, placas, cuerpos rígidos, entre otros.

Este método consiste en la discretización de una estructura dividiendo la estructura en un número de partes pequeñas conocidas como elemento finito. Las ecuaciones simples que modelan estos elementos (tipo barra, viga o placa) son luego ensambladas en un sistema de ecuaciones más grande que permite representar la estructura del problema. El conjunto de elementos que se une mediante nodos se denomina malla de elementos finitos.



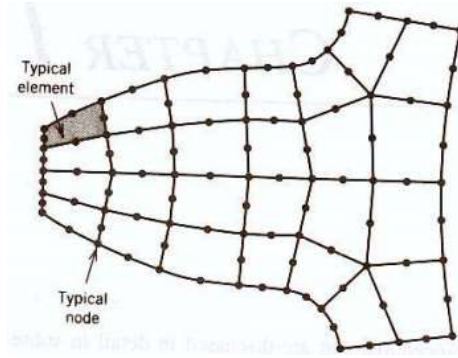


Figura 3.9: Elemento finito.

### 3.3.1.1. Parámetros modales de una estructura

La estructura es definida en función de parámetros que determinan su posición, velocidad y aceleración en cada instante. La Ecuación 3.1 corresponde a la ecuación de movimiento del sistema de elementos puede ser descrita mediante la siguiente relación utilizando los vectores de aceleración  $\{\ddot{x}\}$ , velocidad  $\{\dot{x}\}$  y desplazamiento  $\{x\}$  para cada grado de libertad, la matriz  $[M]$  corresponde a la matriz de masa, la matriz  $[K]$  es la matriz de rigidez, la matriz  $[C]$  es la de amortiguamiento y  $F$  representa el vector de fuerzas.

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\} \quad (3.1)$$

Estas matrices tienen la propiedad de ser simétricas, por lo tanto, cumplen que:

$$M = M^T \quad (3.2)$$

$$K = K^T \quad (3.3)$$

Transformando la ecuación desde el dominio temporal al dominio de Laplace se obtiene la ecuación (3.4), donde  $[Z(p)]$  es la matriz de rigidez dinámica mediante la cual se puede generar el conjunto de ecuaciones características del sistema utilizando su determinante  $|Z(p)|$ .

$$([M]p^2 + [C]p + [K])\{X\}(p) = \{Z\}(p)\{X\}(p) = \{F\}(p) \quad (3.4)$$

Utilizando la ecuación (3.4) se puede obtener la matriz de función de transferencia como sigue:

$$X(p) = H(p)F(p) \quad (3.5)$$

$$H(p) = Z(p)^{-1} = \frac{adj(Z(p))}{|Z(p)|} \quad (3.6)$$

Siendo  $adj(Z(p))$  la matriz adjunta de  $Z(p)$  y  $|Z(p)|$  el determinante de  $Z(p)$ . La matriz adjunta se obtiene de la siguiente manera:

$$adj(Z(p)) = [\varepsilon_{ij} | Z_{ij} ]^T$$

Donde:

- $Z_{ij}$  es el determinante de  $Z(p)$ , eliminando la fila  $i$  y la columna  $j$ .
- $\varepsilon_{ij} = 1$ , si  $i + j$  es par;  $\varepsilon_{ij} = -1$  si  $i + j$  es impar.

### 3.3.1.2. Polos del sistema y frecuencias naturales

El problema homogéneo de la ecuación (3.4) se resuelve introduciendo una ecuación general de valores propios mediante la siguiente identidad:

$$(pM - pM)\{x\} = 0 \quad (3.7)$$

Así, combinando (3.4) y (3.7) se obtiene una expresión que corresponde a la ecuación homogénea del sistema:

$$(p[A] + [B])\{Y\} = \{f'\} \quad (3.8)$$

Donde:

$$[A] = \begin{pmatrix} [0] & [M] \\ [M] & [C] \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

$$[B] = \begin{pmatrix} [M] & [0] \\ [0] & [K] \end{pmatrix} \quad (3.10)$$



normales, formas modales o vectores modales  $\phi_i$ . Luego, cada vector propio se relaciona con un valor propio específico.

$$\Phi = \begin{bmatrix} \lambda_1 \phi_1 & \dots & \lambda_n \phi_n & \lambda_1^* \phi_1^* & \dots & \lambda_n^* \phi_n^* \\ \phi_1 & \dots & \phi_n & \phi_1^* & \dots & \phi_n^* \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Para el valor propio correspondiente,  $\lambda_i$ , se cumple que:

$$(M\lambda_i^2 + C\lambda_i + K) \cdot \phi_i = 0 \quad (3.15)$$

La principal característica de los modos de vibración es que permiten describir el movimiento relativo entre dos grados de libertad, es decir, representan la manera en que vibra una estructura al ser excitada por cada frecuencia natural.

### 3.3.2. FUNCIONES DE RESPUESTA EN FRECUENCIA

La respuesta en frecuencia corresponde a una característica de un sistema mecánica y sus funciones muestran como varía la respuesta del sistema ante diferentes frecuencias.

Las funciones de respuesta en frecuencia (FRF) pueden ser obtenidas a partir de la función de transferencia  $H(p)$  de la ecuación (3.6) al ser evaluadas en el dominio de frecuencias ( $j\omega$ ), como se ve en la ecuación (3.18).

$$H(p) = Z(p)^{-1} = \frac{adj(Z(p))}{|Z(p)|} = \sum_{i=1}^n \left( \frac{[A]_i}{(p - \lambda_i)} + \frac{[A]_i^*}{(p - \lambda_i^*)} \right) \quad (3.16)$$

Donde  $\lambda_i$  y  $\lambda_i^*$  son raíces de la ecuación característica.

Luego, considerando que  $[A]_i$  y  $[A]_i^*$  se denomina residuos y vienen dados por:

$$[A]_i = P_i adj(Z(\lambda_i)) = R_i \begin{bmatrix} \phi_{i,1} \phi_{i,1} & \dots & \phi_{i,1} \phi_{i,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{i,n} \phi_{i,1} & \dots & \phi_{i,n} \phi_{i,n} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Donde:

- $P_i$ : Constante que depende del polo
- $R_i$ : Constante asociada el vector  $\phi_i$ .

Así, es residuo obtenido es de la forma:

$$[A]_i = Q_i \phi_i \phi_i^T \quad (3.18)$$

Donde:

- $Q_i$ : Constante asociada también al vector  $\phi_i$ .

Finalmente, reescribiendo (3.16) y evaluando en el eje de frecuencias ( $j\omega$ ) se obtiene:

$$H(j\omega) = Z(j\omega)^{-1} = \frac{adj(Z(j\omega))}{|Z(j\omega)|} = \sum_{i=1}^n \left( \frac{Q_i \phi_i \phi_i^T}{(j\omega - \lambda_i)} + \frac{Q_i^* \phi_i^* \phi_i^{*T}}{(j\omega - \lambda_i^*)} \right) \quad (3.19)$$

### 3.3.3. ANÁLISIS MODAL DEL MODELO NUMÉRICO

El análisis modal del modelo numérico consiste en la obtención de las frecuencias naturales y modos de vibración de la estructura mediante la solución del problema de valores y vectores propios que se presenta en la sección 3.3.1.

Este análisis modal permite determinar las diferentes maneras en que vibra una estructura bajo diferentes condiciones de borde y carga, siendo de gran utilidad su conocimiento para su diseño y operación. Para el caso del chasis trasero del camión, su utilidad está en que permite realizar una comparación entre el modelo numérico y las mediciones experimentales, buscando su validación para simular condiciones de carga reales sobre este.

Tanto en ANSYS como FEMTools se pueden seleccionar diferentes métodos para la extracción de los modos, sin embargo, para el desarrollo de esta memoria se utilizará Block Lanczos dado que es uno de los más frecuentemente utilizados, permite obtener un número determinado de valores y vectores y tiene una convergencia rápida.

## 3.4. MODELO EXPERIMENTAL

### 3.4.1. ANÁLISIS PREVIO A LAS MEDICIONES

Las consideraciones que se debe tener en cuenta previo a la medición experimental de vibraciones para el análisis modal son principalmente el propósito del experimento, los datos requeridos, la precisión requerida, entre otros. Para lograr esto, se requiere contar con la mayor cantidad de información posible de la estructura (propiedades mecánicas y densidad del material de fabricación, geometría, modelos numéricos, entre otros). Algunos criterios prácticos que permiten realizar un buen montaje experimental son los siguientes:

**Correspondencia:** Los modos medidos experimentalmente deben corresponder a los modos reales, los que desafortunadamente son desconocidos. Sin embargo, experimentos previos en estructuras similares o un modelo en elementos finitos pueden ayudar a estimar los modos. Adicionalmente, el test debe producir modos claramente distinguibles. La independencia de los modos está directamente relacionada con el rango de la matriz de vectores propios  $\phi$ .

**Excitación:** El montaje debe incluir un sistema de excitación que garantice que todos los modos de interés son excitados.

**Identificación:** Los datos medidos deben contener la información necesaria para identificar los parámetros de interés. Por lo tanto, el diseño del montaje depende del propósito del experimento.

**Visualización:** En la práctica, se requiere visualizar los modos obtenidos, de manera de evaluar de precisión de éstos y para compararlos con los modos estimados. La visualización también es importante para detectar posibles discrepancias.

**Robustez:** Dado que el montaje está basado en experimentos previos o en modelos numéricos, donde ambos contienen errores, éste debe ser robusto: No debe ser muy sensible a estos errores. Por lo tanto, es preferible algún grado de redundancia.

**Accesibilidad:** Las ubicaciones seleccionadas para medir la respuesta y para excitar la estructura deben ser accesibles.

### 3.4.2. MONTAJE EXPERIMENTAL

El montaje experimental para la medición de los modos de vibración considera la estructura, las condiciones de borde, el mecanismo de excitación y la recolección de respuestas ante la excitación (acelerómetro y dispositivo de adquisición de señales).

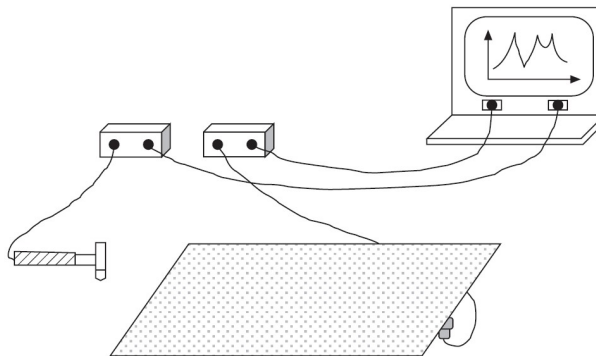


Figura 3.10: Montaje experimental de un test de impacto.

### **3.4.2.1. Mecanismo de excitación**

La primera parte de un montaje experimental es el mecanismo de excitación que aplica una fuerza de suficiente amplitud y contenido en frecuencia a la estructura. Los dos mecanismos más comunes para excitar la estructura son el shaker y el martillo, siendo este último el utilizado para este proyecto.

El martillo es un elemento que permite generar una fuerza de excitación de la forma de un pulso. Cuenta con un sensor de fuerzas en la punta del martillo, una masa y el mango. Este elemento permite suministrar energía al sistema con un contenido de frecuencia conocido. Al producirse resonancias estructurales, habrá una amplificación de la respuesta que podrá ser vista en los espectros de respuesta.

La fuerza de tipo impacto del martillo genera una señal temporal en forma de pulso con un contenido de frecuencias no controlable. Es conveniente de utilizar este tipo de pruebas en mediciones en terreno y laboratorio dada la portabilidad del hardware. Además, al no existir conexión física entre la fuerza de excitación y la estructura, el test de impacto evita el problema de interacción que sí existe con el shaker.

Entre las desventajas del test de impacto, se encuentra la dificultad que existe en controlar el nivel de fuerza y su contenido en frecuencias, pudiendo afectar la razón señal/ruido en las mediciones, dando como resultado datos de menor calidad.

### **3.4.2.2. Acelerómetro**

Para un análisis modal, el sensor comúnmente utilizado es el acelerómetro. Este dispositivo permite medir la aceleración de un punto de la estructura un voltaje como señal de salida. Esta señal es transformada por un acondicionador de a señal antes de ser procesada por otro hardware o software.

Los acelerómetros más comunes son los piezoeléctricos. Cuentan con un cristal piezoeléctrico en su interior que produce una carga eléctrica al ser deformado. Es importante destacar que para la selección del acelerómetro se debe tener en cuenta una serie de factores a considerar, como lo son el rango de frecuencias, la sensibilidad, la masa y la estabilidad bajo cambios de temperatura. La sensibilidad determina la razón entre la señal medida y el ruido. A mayor sensibilidad, más precisa será la medición. Por otro lado, la masa influye en que puede modificar las características de la estructura si es considerable.

La precisión del acelerómetro dependerá de la manera en que se monte sobre la estructura, debiendo considerar la flexibilidad del montaje. A mayor rigidez, el montaje tendría una

mayor precisión. Algunos mecanismos de montaje existentes son de tornillo, adhesivos, magnéticos, capa delgada de cera, entre otros.

### 3.4.3. SELECCIÓN DE PUNTOS DE EXCITACIÓN

La selección de los puntos de excitación debe ser tal que garantice que todos los modos de interés sean excitados adecuadamente. Es importante tener en cuenta que para que un modo sea bien excitado, la fuerza o impacto en la estructura debe ser realizada en un punto de alto desplazamiento.

El método más común para seleccionar los puntos de excitación es a través de los “driving point residues” (DPR). El residuo  $A_{iir}$  está definido mediante la expresión de la función de respuesta en frecuencia en términos de los parámetros modales:

$$A_{iir} = \frac{\phi_{ir}^2}{2j\omega_r} \quad (3.20)$$

FEMtools permite identificar la ubicación óptima de los puntos para excitar los modos de interés haciendo uso de la función Normal Modal Displacements, que se basa en los DPR.

### 3.4.4. PROCESAMIENTO DE SEÑALES

Una función periódica en el tiempo puede ser representada como una suma de componentes sinusoidales a frecuencias equiespaciadas. La transformada de Fourier permite transformar matemáticamente señales entre el dominio del tiempo y el dominio de frecuencia, teniendo aplicaciones en la física y la ingeniería.

$$g(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} G(k \Delta f) e^{2j\pi k \Delta f t} \quad (3.21)$$

Los coeficientes de Fourier vienen dados por:

$$G(k \Delta f) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} g(t) e^{-2j\pi k \Delta f t} dt \quad (3.22)$$

Donde:

- $t$ : tiempo.
- $k$ : entero que cuenta los pasos en frecuencia:  $\Delta f = 1/T$



- $j: \sqrt{-1}$
- $T$ : periodo de tiempo:  $T = 1/\Delta f$

El set de valores  $G(k \Delta f)$  se denomina espectro de la función  $g(t)$ . En general el espectro posee valores complejos.

Al utilizar computadores digitales, es necesario adquirir la señal continua en intervalos de tiempo. Esto significa que la señal continua es representada por una señal discreta con valores a tiempos equidistantes. Considerando esto la transformada de Fourier queda como sigue en la ecuación:

$$g(n \Delta t) = \frac{1}{f_s} \int_{-f_s/2}^{+f_s/2} G(f) e^{-2j\pi f n \Delta t} df \quad (3.23)$$

Donde

$$G(f) = \sum_{-\infty}^{+\infty} g(n \Delta t) e^{-2j\pi f n \Delta t} \quad (3.24)$$

- $n$ : entero contando el número de pasos de tiempo
- $\Delta t$ : intervalo de muestreo:  $\Delta t = 1/f_s$
- $f_s$ : frecuencia de muestreo:  $f_s = 1/\Delta t$

En condiciones reales de medición experimental es imposible medir la señal temporal hasta un tiempo infinito. Una parte de la señal debe ser seleccionada. Se asume que la señal capturada se repite con un periodo  $T$ , entregando una función periódica. Combinando la hipótesis de periodicidad con un muestreo temporal de la señal, se obtiene la definición de la transformada discreta de Fourier

$$g(n \Delta t) = \frac{1}{f_s} \sum_{k=0}^{N_s-1} G(k \Delta f) e^{2j\pi n k / N_s} \quad (3.25)$$

$$G(f) = \frac{1}{N_s} \sum_{n=0}^{N_s-1} g(n \Delta t) e^{-2j\pi k n / N_s} \quad (3.26)$$

Con:

- $N_s$ : número de datos
- $T = N_s \Delta t$  y  $f_s = N_s \Delta f$

### 3.4.5. ERRORES DE MEDICIÓN

#### 3.4.5.1. Aliasing

El aliasing se produce debido al hecho que la señal temporal debe ser muestreada. Componentes de alta frecuencia en la señal pueden causar errores de amplitud y frecuencia en el espectro. Si la mayor frecuencia contenida en una señal no cumple con el teorema de Shannon:  $f_{max} < f_s/2$ , entonces las frecuencias por sobre  $f_s/2$  van a aparecer como frecuencias menores a  $f_s/2$ . La figura 5 muestra un ejemplo de Aliasing, se muestran tres senos con frecuencias de 1, 4 y 6 Hz muestreados a 5 Hz, a la frecuencia de muestreo los tres senos son idénticos.

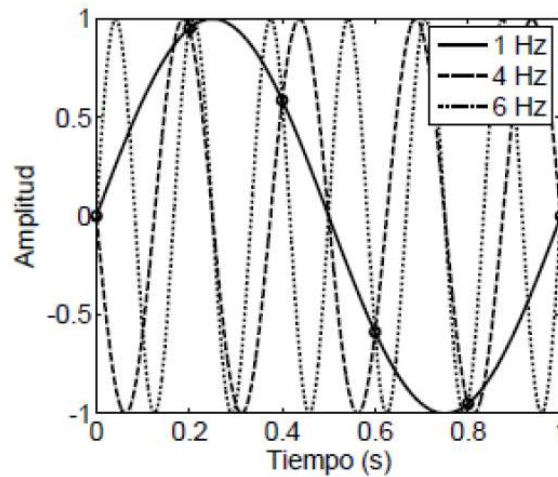


Figura 3.11: Ejemplo de muestreo con aliasing.

Este error de medición puede ser evitado removiendo todos los componentes con frecuencias mayores a  $f_s/2$  mediante el uso de una señal de excitación apropiada, aunque se logra generalmente utilizando un filtro pasa bajas. Dado que no existen filtros que remuevan todas las frecuencias altas a cero sin influenciar en las bajas, los filtros se fijan normalmente a un 40% de  $f_s$ .

### 3.4.5.2. Leakage

El Leakage es un fenómeno que se origina debido a que la adquisición de datos se realiza en un periodo de observación finito  $T$ . De este modo, la transformada discreta de Fourier asume que la señal es periódica con periodo  $T$ . Si esta condición no se cumple en la señal, se produce un error de “leakage”. La figura 3.12 muestra el espectro obtenido de una señal tipo coseno, cuando la función es periódica en  $T$  y cuando no lo es. En el segundo caso, el espectro discreto no coincide con el real. El error en la hipótesis de periodicidad produce errores importantes de amplitud y frecuencia.

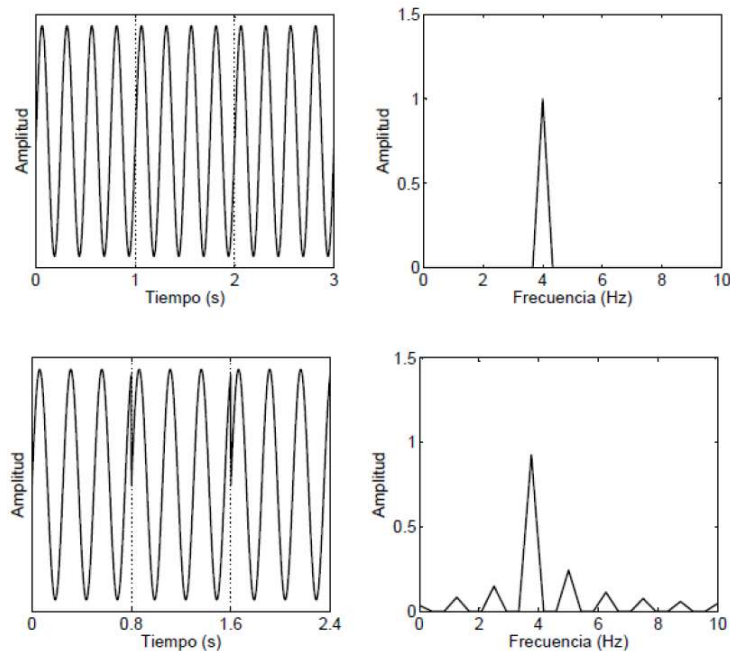


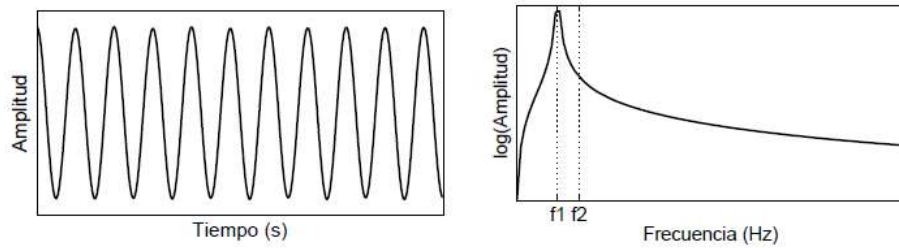
Figura 3.12: Hipótesis de periodicidad, Leakage.

### 3.4.6. VENTANAS

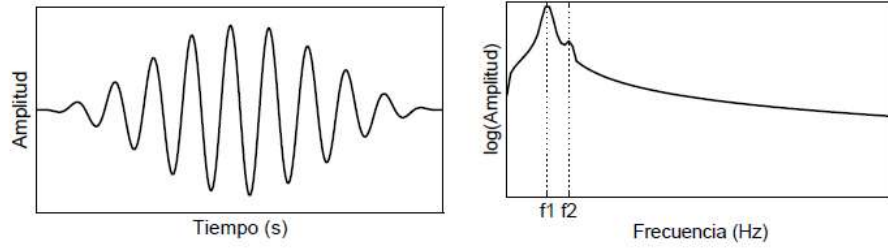
Durante el procesamiento de una señal digital el uso de ventanas de tiempo es inevitable. Cuando se realiza la medición de una señal, solo una parte es considerada, lo cual equivale al uso de una ventana de tiempo de tipo rectangular. Sin embargo, la selección de una ventana mejor puede disminuir el error de medición debido a “leakage”.

En general, se buscan ventanas que reduzcan las discontinuidades de los extremos de la señal, dado que reducen el error por leakage al forzar la señal a ser periódica. Durante la elección de una ventana de tiempo se debe buscar un compromiso entre una buena estimación de la amplitud y una buena resolución espectral.

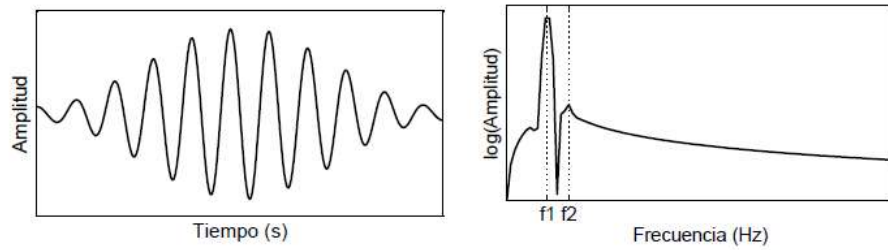
En la figura que se presenta a continuación, se aprecia un conjunto de ventanas que usualmente se emplean en el procesamiento de señales.



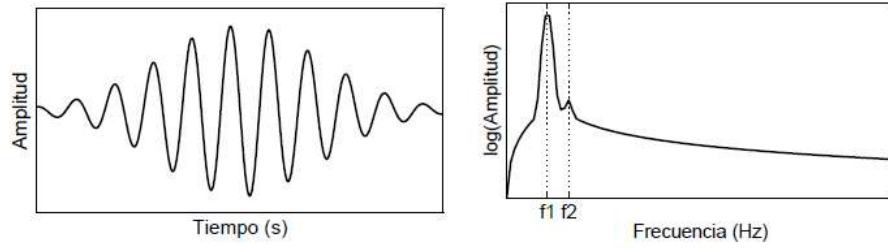
(a) Rectangular



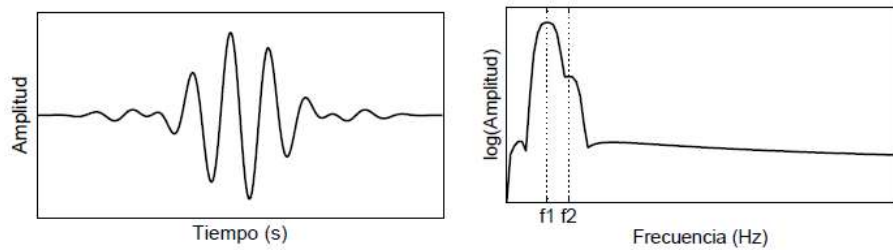
(b) Hanning



(c) Hamming



(d) Gaussian



(e) Flat-top

Figura 3.13: Diferentes ventanas con  $f(t) = \cos(f_1(2\pi t)) + 0,01\cos(f_2(2\pi t))$ .

Para el test de impacto, existen dos ventanas especiales que se adecuan a su naturaleza. Este test combina el uso de una señal de entrada de tipo pulso, mientras que la respuesta es una combinación de sinusoides que disminuyen en el tiempo.

Para la respuesta se utiliza una ventana exponencial  $w(t) = e^{-\alpha t}$ . En el caso de estructuras con baja amortiguación o si el tiempo de adquisición es muy breve, la respuesta no llegará a cero al final del bloque de tiempo, lo que causa discontinuidades y leakage. Al multiplicar esta respuesta con una ventana exponencial da como resultado una señal que es casi cero al final del bloque de tiempo. En el caso de estructuras con alta amortiguación o con un tiempo de adquisición alto. La señal llega a cero antes del final del bloque de tiempo y el resto de lo medido es básicamente ruido experimental. Al aplicar una ventana exponencial, en este caso, se reduce la contribución del ruido.

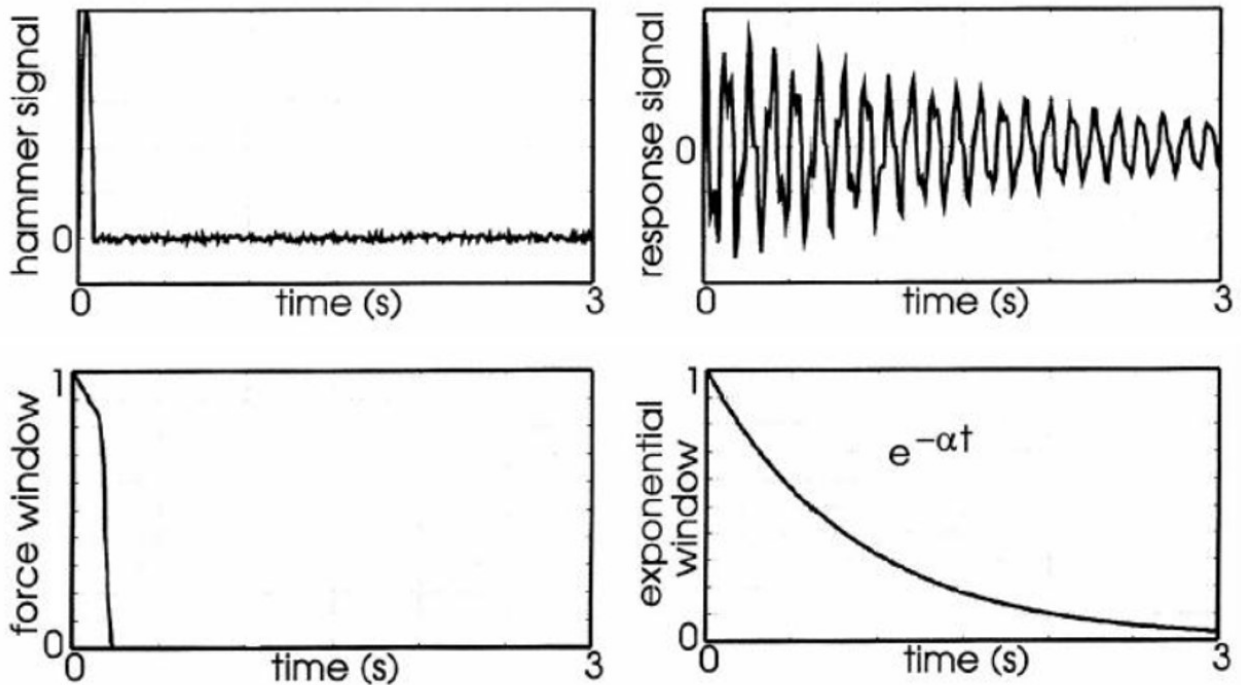


Figura 3.14: Ventanas para señal típica y respuesta al impacto (arriba) y ventanas de fuerza y exponencial (abajo).

### 3.4.7. FUNCIONES DE RESPUESTA EN FRECUENCIA EXPERIMENTALES

Sea  $F(f)$  el espectro en frecuencia de una señal de entrada  $f(t)$  y sea  $X(f)$  el espectro en frecuencia de una señal de salida  $x(t)$ , entonces la función de respuesta en frecuencia (FRF),  $H(f)$ , entre ambas señales se define como:

$$H(f) = \frac{X(f)}{F(f)} \quad (3.27)$$

Al calcular  $H(f)$  con la expresión anterior se corre el riesgo que existan términos donde  $F(f)$  sea cero. Por lo tanto, en la práctica se utilizan maneras alternativas de calcular  $H(f)$ , utilizando las potencias espectrales:

$$H_1(f) = \frac{X(f) F^*(f)}{F(f) F^*(f)} = \frac{G_{XF}}{G_{FF}} \quad (3.28)$$

$$H_2(f) = \frac{X(f) X^*(f)}{F(f) X^*(f)} = \frac{G_{XX}}{G_{FX}} \quad (3.29)$$

El principal motivo para estimar las funciones de respuesta en frecuencia con las ecuaciones anteriores es la reducción del ruido no correlacionado en las señales de entrada o salida al promediar.

En la práctica, la función de respuesta en frecuencia es estimada con valores promedio de las potencias espectrales:

$$\widehat{G_{FF}} = \frac{1}{N_a} \sum_{n=1}^{N_a} (G_{FF})_n \quad (3.30)$$

$$\widehat{G_{XX}} = \frac{1}{N_a} \sum_{n=1}^{N_a} (G_{XX})_n \quad (3.31)$$

$$\widehat{G_{FX}} = \frac{1}{N_a} \sum_{n=1}^{N_a} (G_{FX})_n \quad (3.32)$$

$$\widehat{G_{XF}} = \frac{1}{N_a} \sum_{n=1}^{N_a} (G_{XF})_n \quad (3.33)$$

Donde  $N_a$  es el numero de promedios (el ensayo se repite  $N_a$  veces), lo que entrega una aproximación de mínimos cuadrados de  $H(f)$ .

Dado que las funciones de respuesta en frecuencia se obtienen de una aproximación de mínimos cuadrados, se puede definir un coeficiente de correlación. En este caso, la correlación se denomina función de coherencia y es una medida del error de mínimos cuadrados. La coherencia se define por:

$$\gamma^2 = \frac{|\widehat{G_{FX}}|^2}{\widehat{G_{FF}}\widehat{G_{XX}}} = \frac{H_1(f)}{H_2(f)} \quad (3.34)$$

La coherencia varía entre 0 y 1. Un valor de 1, indica una relación perfectamente lineal entre las señales de entrada y salida por sobre todos los promedios.

### 3.4.8. ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS MODALES

Los métodos de identificación de parámetros buscan extraer información modal de una estructura a partir de mediciones experimentales. Se clasifican principalmente en métodos en el dominio del tiempo o métodos en el dominio de frecuencias. Es posible utilizar los métodos de dominio del tiempo siempre, pudiendo ser en una respuesta libre o forzada. En cambio, los métodos en el dominio de frecuencias se pueden utilizar sólo en casos de vibraciones forzadas y cuando las fuerzas son conocidas.

Existen métodos para cada dominio que utilizan información de un solo punto de medición y otros que usan la información de varios puntos de forma simultánea. Para cada caso, puede haber una o varias fuerzas de excitación externas, pudiéndose clasificar de la siguiente manera:

- Una respuesta debido a una fuerza (SISO) single-input single-output
- Varias respuestas debido a una fuerza (SIMO) single-input multiple-output
- Varias respuestas debido a varias fuerzas (MIMO) multiple-input multiple-output
- Una respuesta debido a varias fuerzas (MISO) multiple-input multiple-output

En el dominio de tiempo, las respuestas contienen de manera natural la información acerca del contenido de frecuencias, aunque está escondida, por lo que no es posible definir a priori la cantidad de resonancias del sistema en un periodo de tiempo. Como consecuencia de esto, En el dominio de tiempo los métodos deben estimar de forma simultánea varias resonancias en la estructura y para los métodos SIMO Y MIMO varios modos de vibración. Estos métodos se conocen como métodos de múltiples grados de libertad (MDOF). Por otro lado, en el dominio de frecuencia, dado que los “peaks” de las resonancias son visibles, es posible realizar la identificación modo por modo. Estos métodos se denominan métodos de un grado de libertad (SDOF).

Para la estructura bajo estudio en esta memoria, el método de identificación de parámetros modales corresponde a un método de múltiples grados de libertad en el dominio de frecuencias conocido como “Least Squares Complex Frequency” o “Método de mínimos cuadrados no lineales (LSFD)” y es posible utilizarlo mediante el módulo de extracción de parámetros modales (MPE) del software FEMTools.

### 3.4.8.1. Método de mínimos cuadrados no lineales, LSFD

El método no lineal de mínimos cuadrados corresponde a un método en el dominio de frecuencias, aplicable a múltiples grados de libertad que permite estimar los polos y modos normales al utilizar múltiples respuestas en un sistema. Este método se basa en el modelo modal en el dominio de frecuencia. La función de respuesta en frecuencia entre una respuesta en el punto  $i$  y una excitación en el punto  $k$  se puede estimar mediante:

$$H_{ik}(\omega) = \sum_{r=1}^{N_m} \left( \frac{\phi_{ir} L_{rk}}{j\omega - \lambda_r} - \frac{\phi_{ir}^* L_{rk}^*}{j\omega - \lambda_r^*} \right) + UR_{ik} - \frac{LR_{ik}}{\omega^2} \quad (3.35)$$

Donde  $UR_{ik}$  y  $LR_{ik}$  son los residuos superiores e inferiores respectivamente.

Estos residuos aproximan el efecto de modos bajo y sobre el rango de frecuencia de interés. El lado izquierdo  $H_{ik}(\omega)$  corresponde a la función de respuesta en frecuencia medida experimentalmente, mientras que el lado derecho de la ecuación es el modelo modal con los parámetros desconocidos  $\lambda_r, \phi_{ir}, L_{rk}, UR_{ik}, LR_{ik}$ , como se indica en la función:

$$G_{ik}(\omega) = G_{ik}(\omega, \lambda_r, \phi_{ir}, L_{rk}, UR_{ik}, LR_{ik}) \mid r = 1 \dots N_m \quad (3.36)$$



La diferencia entre la respuesta en frecuencia medida experimentalmente con la estimada se obtiene con:

$$e_{ik}(\omega) = H_{ik}(\omega) - G_{ik}(\omega) \quad (3.37)$$

El error total en el rango de frecuencias bajo estudio viene dado por:

$$E_{ik} = \sum_{f=0}^{N_f} e_i(\omega_f) e_{ik}^*(j\omega_f) \quad (3.38)$$

El error total considerando todas las funciones de respuesta en frecuencia entre  $N_i$  entradas corresponde a:

$$E = \sum_{i=1}^{N_0} \sum_{k=1}^{N_i} E_{ik} \quad (3.39)$$

Por otro lado, los parámetros desconocidos se obtienen al imponer que estos minimicen el error total:

$$\frac{\partial E}{\partial \lambda_r} = \dots = \frac{\partial E}{\partial LR_{ik}} = 0 \quad (3.40)$$

Este conjunto de ecuaciones tiene como característica el ser altamente no lineal, por lo que su resolución debe ser mediante iteraciones como un problema linealizado (con una expansión de primer orden). Este método nunca se hizo muy popular debido a la desventaja de que es necesario contar con buenos valores de partida, tener una velocidad de convergencia limitada, el riesgo de divergencia, etc., sin embargo, es una herramienta útil para mejorar la precisión de un modelo modal existente.

#### 3.4.8.2. Diagramas de estabilidad

Los diagramas de estabilidad son una herramienta imprescindible en un análisis modal experimental, ya que para los algoritmos presentados con anterioridad se debe definir a priori el número de polos que se desea estimar, lo cual no es una decisión simple. Esta metodología

es muy útil para determinar el número de polos reales en un sistema separándolos de los polos computacionales que tratan de modelar el ruido presente en los datos.

Estos diagramas se obtienen al repetir el análisis modal incrementando el orden del sistema (número de polos asumidos). Para cada orden se estiman los polos y se presentan los resultados de manera gráfica como se ve en la figura 3.15. En el eje vertical se muestra el orden del sistema y en el eje horizontal la frecuencia natural del polo estimado.

En general, los polos reales aparecen a la misma frecuencia en el diagrama independiente del orden del sistema. En cambio, la frecuencia de los polos computacionales varía al cambiar el orden. En el diagrama de la figura 3.15 se muestran los polos estables (en frecuencia y amortiguamiento) con un círculo y con una cruz los polos inestables. Normalmente, se define que un polo es estable si la frecuencia no varía más del 1% de su magnitud y la razón de amortiguamiento no varía más de un 5%.

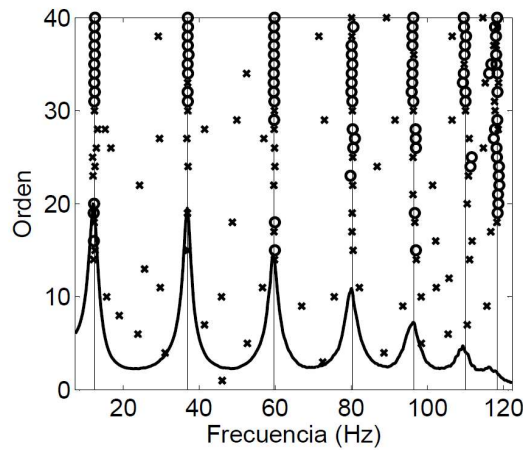


Figura 3.15: Diagrama de estabilidad.

### 3.5. CORRELACIÓN NUMÉRICO-EXPERIMENTAL

El comportamiento dinámico es un tema de alta importancia para el diseño o el modelamiento de una estructura mecánica. Su vida útil bajo cargas cíclicas, niveles de vibración o ruido, interacción entre sistemas de control, entre otros, terminan siendo restricciones relevantes para el diseño.

Es importante tener en cuenta que un análisis dinámico de una estructura no es directo, pudiéndose estimar los parámetros modales de manera experimental o mediante métodos numéricos. En general, mediante resultados experimentales solo se obtiene información de

la estructura en su configuración experimental. Por otro lado, con un modelo de elementos finitos, se puede predecir el comportamiento de la estructura bajo distintas condiciones de borde y carga, pero la confiabilidad del modelo muchas veces no está garantizada.

Debido a lo anterior, son de gran importancia los métodos de ajuste de modelos, ya que permiten verificar y corregir estos modelos por medio de datos experimentales, obteniendo como resultado un modelo en elementos finitos capaz de entregar predicciones más confiables de la dinámica de una estructura mecánica. La metodología de ajuste de modelo se puede observar en la figura 3.16.

El procedimiento de ajuste empieza con la construcción de un modelo de la estructura en elementos finitos. La estructura es dividida en elementos conectados mediante nodos, donde cada nodo presenta uno o más grados de libertad. Los grados de libertad representan el desplazamiento y las deformaciones de la estructura de forma discretizada. Este modelo queda representado por tres matrices: de rigidez  $K$ , masa  $M$  y amortiguación  $C$ . A partir de estas matrices, se pueden determinar las propiedades modales de la estructura.

Por otro lado, se realiza el análisis modal experimental de la estructura, midiendo las funciones de respuesta en frecuencia (FRF) en diferentes puntos de la estructura. Luego, estos parámetros modales se pueden identificar mediante algún método de identificación de parámetros.

El ajuste se realiza primero pareando los puntos de medición experimentales con nodos del modelo numérico. En general, estos puntos no coinciden con precisión con los nodos numéricos, pudiendo presentarse diferencias en su ubicación física. Por otra parte, se debe considerar que un modelo en elementos finitos tiene muchos más grados de libertad que los medidos experimentalmente. Para algunas técnicas de correlación es necesario que los grados de la medición experimental coincidan con los del modelo numérico. Para resolver la incompatibilidad con las mallas, se puede reducir el modelo numérico a los grados de libertad medidos experimentalmente, o expandir los datos experimentales al número de grados de libertad numéricos. La reducción de matrices o expansión de datos experimentales es un obstáculo importante en los ajustes de modelos.

Tras hacer coincidir ambos modelos, el procedimiento continua con la correlación entre los datos numéricos y experimentales, existiendo diversas técnicas de correlación que se pueden utilizar. Si la correlación numérico experimental es buena, el algoritmo termina, y el modelo en elementos finitos se considera suficientemente bueno. En caso contrario, si la correlación es mala, el modelo en elementos finitos debe ser corregido por medio de un procedimiento de ajuste, pudiendo variar las condiciones de borde, propiedades del material, geometrías, entre muchos otros factores.

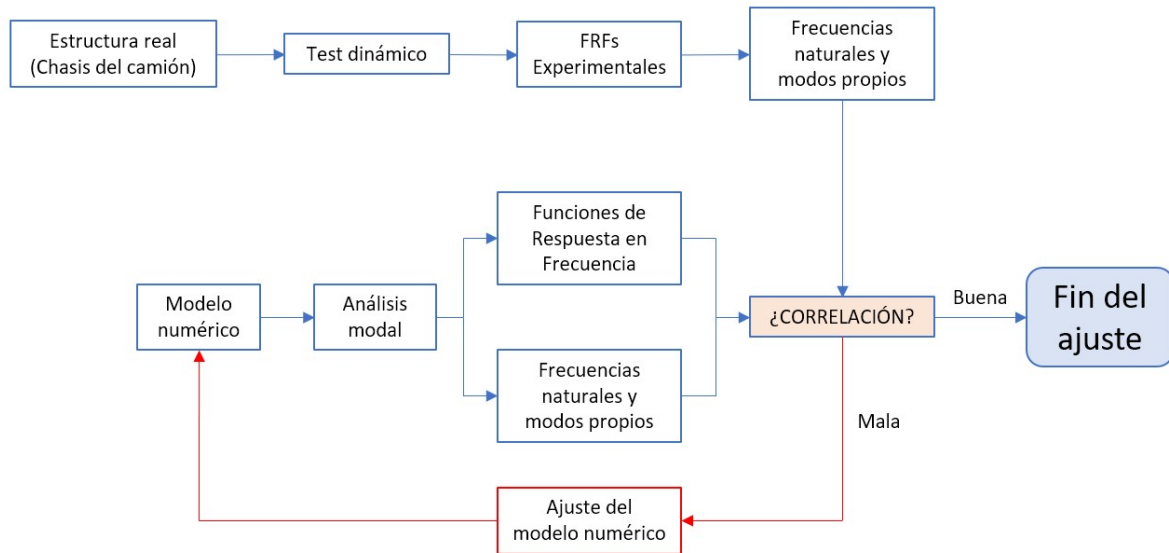


Figura 3.16: Procedimiento para ajustar el modelo numérico.

### 3.5.1. PARES DE MODOS NUMÉRICOS - EXPERIMENTALES

Para ajustar de manera correcta el modelo numérico, es necesario correlacionar bien los modos de vibración numéricos con respecto a los experimentales. Esto puede ser realizado mediante el software FEMTools y su aplicación para crear pares de modos bajo los criterios del MAC y los coeficientes de correlación que se presentan a continuación.

#### 3.5.1.1. MAC (Modal Assurance Criterion)

El MAC o “Modal Assurance Criterion” es un método que paree modos numéricos-experimentales. Su ventaja recae en que la correlación no depende de la escala de los modos, sino que en la forma que estos tengan. Queda definida como:

$$MAC_{ij} = \frac{(\phi_{a,i}^T \phi_{e,j})^2}{(\phi_{a,i}^T \phi_{a,i})(\phi_{e,j}^T \phi_{e,j})} \quad (3.41)$$

Donde  $\phi_{a,i}$  es el  $i$ ésimo modo analítico y  $\phi_{e,j}$  es el  $j$ ésimo modo experimental. Un valor de 0 indica que no hay correlación, mientras que un valor de 1 indica dos modos perfectamente correlacionados. Al ordenar todos los valores  $MAC_{ij}$  en una matriz, la diagonal debería tener valores altos (en general mayores a 70%) para una buena correlación. Una ventaja del MAC es que la correlación no depende de la escala de los modos, sino que sólo de forma de estos. En la Figura 3.17 se representa gráficamente una matriz de valores MAC típica.

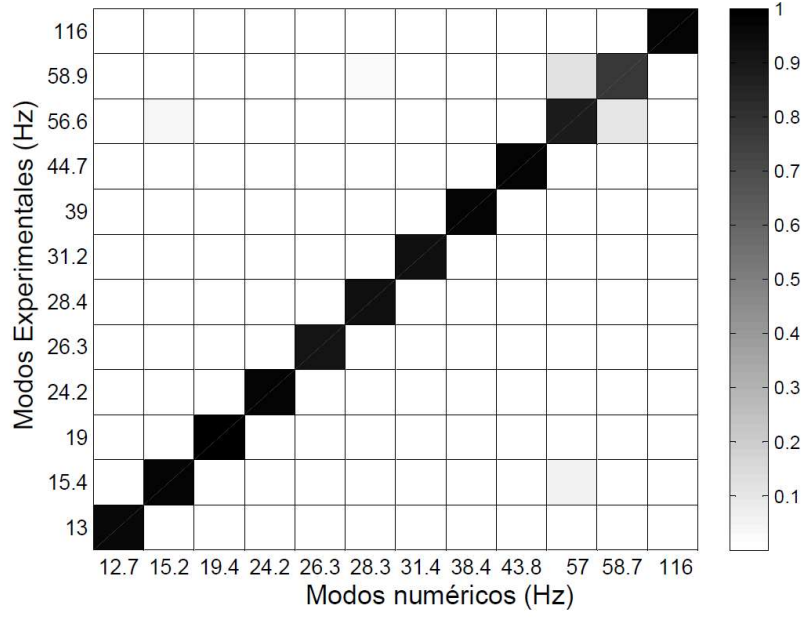


Figura 3.17: Matriz “Modal Assurance Criterion” MAC

### 3.5.1.2. Coeficientes de Correlación

Es posible calcular diversos coeficientes de correlación (CC). Estos están basados en los errores sobre diferentes parámetros modales, como por ejemplo las funciones de respuesta en frecuencia, la información obtenida a partir de la correlación del MAC y otros datos como la masa. Se realiza una ponderación de componentes con respecto a otro mediante el uso del esperado error relativo  $C_{Ri}$  en el valor de respuesta,  $\Delta f_i$  que corresponde a la diferencia de frecuencias del modelo experimental con el numérico, siendo  $f_i$  la frecuencia asociada al modelo experimental. Por otro lado,  $N = N_M \cdot N_N \cdot N_D$ , donde  $N_M$  es el total de modos seleccionados,  $N_N$  el total de nodos o puntos seleccionados y  $N_D$  el total de DOF seleccionados.  $MAC_i$  indica el valor del MAC para los pares del modo  $i$  y  $\Psi_i$  corresponde al desplazamiento modal para el modo  $i$ .

- Diferencia ponderada relativa entre las frecuencias de resonancia:

$$CCMEAN = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_{Ri} \frac{\Delta f_i}{f_i} \quad (3.42)$$

- Diferencia ponderada relativa absoluta entre las frecuencias de resonancia:

$$CCABSOLUTE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_{Ri} \frac{|\Delta f_i|}{f_i} \quad (3.43)$$

- Promedio de los valores de MAC:

$$MACMEAN = 1 - \frac{1}{N_M} \sum_{i=1}^{N_M} C_{Ri} MAC_i \quad (3.44)$$

Corresponde al margen promedio de los valores MAC para las formas de aquellos pares de modos que se corresponden con la cantidad de frecuencias de resonancia seleccionadas como respuesta.

- Promedio de los valores de MAC seleccionado como respuesta:

$$CCMAC = \frac{1}{C_R} \sum_{i=1}^N (1 - C_{Ri} MAC_i); \quad C_R = \sum_{i=1}^N C_{Ri} \quad (3.45)$$

- Diferencia ponderada absoluto entre desplazamientos modales:

$$CCMDISP = \frac{1}{C_R} \sum_{i=1}^N C_{Ri} \frac{\Delta \Psi_i}{\Psi_i}; \quad C_R = \sum_{i=1}^N C_{Ri} \quad (3.46)$$

- La diferencia absoluta entre la masa ponderada exacta y la masa calculada:

$$CCMASS = \frac{1}{C_R} \sum_{i=1}^{N_M} C_{Ri} m_i; \quad C_R = \sum_{i=1}^{N_M} C_{Ri} \quad (3.47)$$

Donde  $m_i$  es la respuesta de la masa  $i$ -ésima asociada a un elemento o grupos de elementos

- Total ponderado con diferencias relativas:

$$CCTOTAL = CABS + K_1 CCMAC + K_2 CCMDISP + K_3 CCMASS \quad (3.48)$$

### 3.5.2. MÉTODO DE AJUSTE

El método de ajuste utilizado corresponde a un método iterativo basado en gradientes, donde se busca minimizar una función error que relaciona los parámetros experimentales con

los entregados por el modelo numérico. En este caso, la función error utilizada corresponde a los diferentes coeficientes de correlación mostrados en la sección 3.1.5.2. Básicamente, se conforman mediante:

- La diferencia entre las frecuencias naturales analíticas y experimentales.
- La diferencia entre los modos analíticos y experimentales.
- La diferencia entre el MAC y el óptimo del MAC (1).

El problema se resuelve utilizando una aproximación de Taylor de primer orden:

$$\varepsilon(\beta) = \varepsilon(\beta_0) + \sum_i \frac{\delta\varepsilon}{\delta\beta_i} \Delta\beta_i \quad (3.49)$$

Donde  $\beta = \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m\}$  es un vector de parámetros a ser actualizados.

$\Delta\beta_i = \beta_i^{j+1} - \beta_i^j$ , donde  $\beta_i^j$  es el valor actual del parámetro y  $\beta_i^{j+1}$  es el valor estimado.

### 3.6. MODELAMIENTO DEL IMPACTO DE LA CARGA SOBRE EL CHASIS DEL CAMIÓN

Para poder estimar los esfuerzos sobre el chasis trasero del camión para estimar su vida, es necesario estudiar la situación en que se generan los esfuerzos máximos durante su operación, lo cual ocurre durante el proceso de carga, es decir cuando caen rocas de diferentes tamaños provenientes del nivel de extracción ya sea mediante el uso de un buzón de descarga o mediante palas. La caída de rocas sobre el camión durante el proceso de carga genera una fuerza de impacto sobre la tolva, la cual puede ser distribuida en sus puntos de apoyo delanteros y traseros.

Con lo mencionado anteriormente y siendo conocidas algunas variables como la velocidad con la que caen las rocas sobre la tolva, su masa, el tiempo total de carga se puede estimar la fuerza de impacto y las reacciones en los puntos de apoyo de la tolva de dos maneras diferentes. El primer método es mediante el uso de energía de deformación bajo el supuesto de que la carga cae sobre una viga de propiedades conocidas que emula a la tolva y el otro método es mediante la teoría de Impulso - Momento, la cual nos dice que la variación de momento de un objeto es equivalente al impulso aplicado sobre este.

### 3.6.1. MOMENTO E IMPULSO

El *momento* en un objeto se define como el producto de su masa y velocidad. Es un vector y apunta en la misma dirección que la velocidad del objeto y se representa mediante  $\vec{p}$ :

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (3.50)$$

Por otro lado, un impulso es un vector que describe el efecto de una fuerza neta actuando sobre un objeto. Se representa mediante  $\vec{J}$  y se obtiene como el producto de la fuerza neta que actúa sobre el objeto y su duración:

$$\vec{J} = \vec{F}\Delta t \quad (3.51)$$

$$\vec{J} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt \quad (3.52)$$

Luego, mediante el teorema de impulso-momento se tiene que el cambio de momento de un objeto equivale al impulso aplicado sobre él, de este modo:

$$\vec{J} = \Delta\vec{p} \quad (3.53)$$

Si la masa se mantiene constante:

$$\vec{F}\Delta t = m\Delta\vec{v} \quad (3.54)$$

Si la masa cambia, se tiene que:

$$\vec{F} dt = m d\vec{v} + \vec{v} dm \quad (3.55)$$

El teorema impulso-momento es equivalente a la segunda ley de Newton o Ley Fundamental de la Dinámica, postulando que la fuerza es directamente proporcional a la masa y la aceleración de un cuerpo.



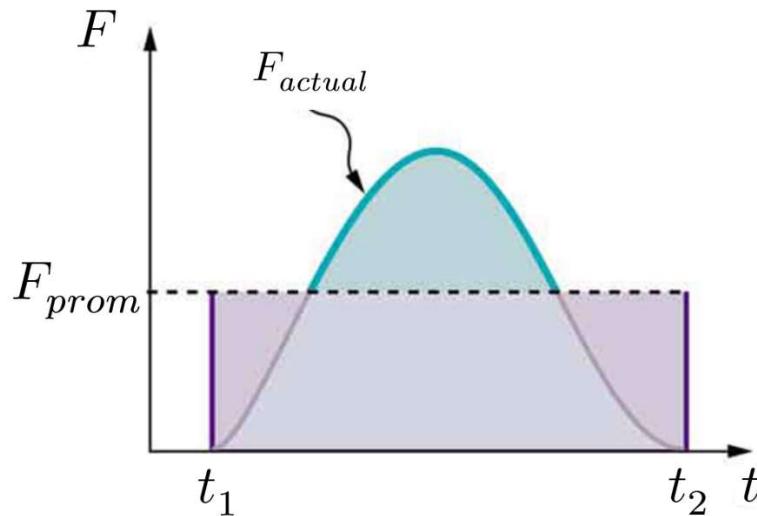


Figura 3.18: Gráfico representativo de una fuerza de impacto o impulso.

### 3.6.2. IMPACTO DE ROCAS SOBRE TOLVA

La fuerza de impacto debido a la caída de rocas se estima mediante las ecuaciones de la teoría de impulso-momento, realizando supuestos basados en grabaciones de la caída de mineral sobre la tolva, la granulometría y la cantidad de mineral cargada durante un determinado periodo de tiempo. La fuerza resultante, posteriormente será transferida al chasis trasero en los puntos de apoyo delantero y trasero, con el fin de estudiar los esfuerzos en la estructura antes este ciclo de cargas.

### 3.6.3. CARGA DE IMPACTO MEDIANTE BALANCE DE ENERGÍA

Una carga por impacto en una viga se puede calcular utilizando un balance de energía cinética y potencial de la estructura y el objeto que choca con la energía por deformación en la estructura que es golpeada.

Para lograr esto, se puede realizar el cálculo o asumiendo que la viga cuenta o no con masa. El caso más sencillo considera a la viga sin masa y se realiza un balance de energía potencial/cinética con energía de deformación. Esta metodología se obtuvo a partir del libro *Fundamentals of Machine Component Design* [1], desarrollando el cálculo como se observa en los ítems 3.6.3.1 y 3.6.3.2.

A continuación, se muestra cómo resolver el problema de carga por impacto en una viga sin masa y con masa.

### 3.6.3.1. Masa cayendo sobre una viga sin masa

Considerando que el objeto cae desde una altura  $h$  justo en el centro de la viga de largo  $L$ , existirá una deflexión máxima  $\delta$  producto del golpe de la masa.

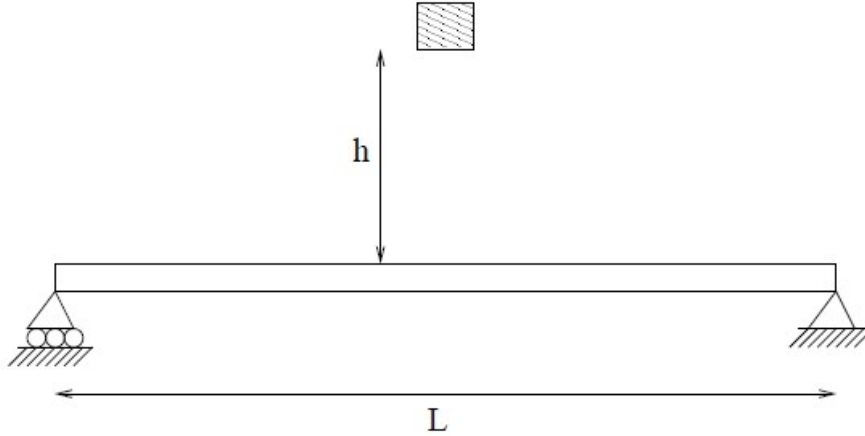


Figura 3.19: Representación gráfica del problema de carga por impacto sobre una viga sin masa.

La energía por deformación está dada por  $U = 0.5P\delta$ , donde  $P$  es la fuerza de impacto. De este modo, se obtiene, igualando con la energía potencial/cinética que:

$$U = \frac{1}{2}P\delta = mg(h + \delta) \quad (3.56)$$

Luego, sabiendo que  $\delta$  es función de la carga  $P$ :

$$\delta = \frac{PL^3}{48EI} \quad (3.57)$$

Reemplazando  $\delta$  en  $U$  se obtiene que la carga por impacto es:

$$P = mg \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{96EIh}{mgL^3}} \right) \quad (3.58)$$

### 3.6.3.2. Masa cayendo sobre una viga con masa

Considerando que el objeto cae desde una altura  $h$  justo en el centro de la viga de masa  $m_b$  y de largo  $L$ , existirá una deflexión máxima  $\delta$  producto del golpe de la masa.

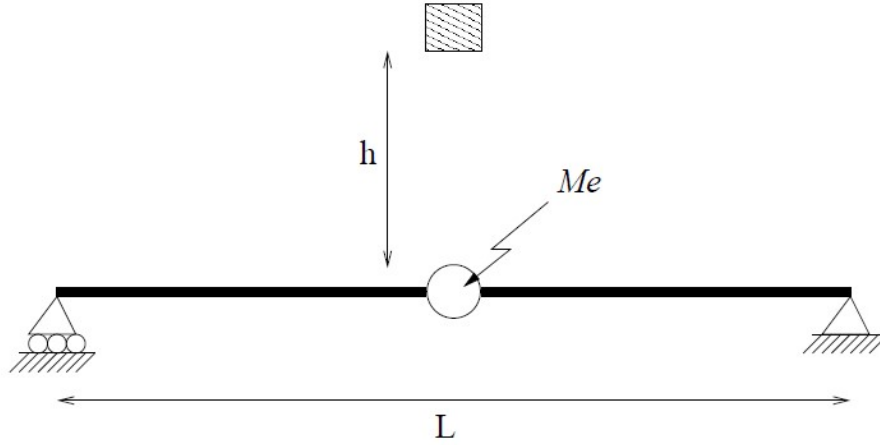


Figura 3.20: Representación gráfica del problema de carga por impacto sobre una viga con masa.

Como no se ignora la masa de la viga, para efectos de simplificación de este problema y que sea resuelto de una manera sencilla se utiliza una masa equivalente  $M_e$  en el punto de impacto. Esta masa equivalente puede ser expresada como  $M_e = \frac{22}{35} m_b$ . Este resultado se obtiene a partir de la energía cinética de la viga que es impactada.

Luego, realizando un balance de energía similar al realizado para el caso de la viga sin masa y considerando que ahora existe energía cinética ( $K.E$ ) en conjunto con energía potencial ( $P.E$ ), se tiene que la energía por deformación es:

$$U = \frac{1}{2} P\delta = mg(h + \delta) = K.E + P.E \quad (3.59)$$

$$\frac{1}{2} P\delta = mg \left( \frac{mh}{m + \frac{22}{35} m_b} + \delta \right) \quad (3.60)$$

Luego, despejando se obtiene que la carga por impacto en este caso es:

$$P = mg \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{96EIh}{gL^3} \left( \frac{1}{m + \frac{22}{35} m_b} \right)} \right] \quad (3.61)$$

### 3.7. ESTIMACIÓN DE ESFUERZOS

La estimación de esfuerzos sobre una estructura se puede realizar utilizando un modelo numérico realizado en algún software de elemento finito. La idea de este modelo es que sea lo más similar a la realidad y para comprobar que el modelo se ajusta a la vida real, se realiza una validación mediante mediciones experimentales y un análisis modal. Si existe una buena correlación de modos y frecuencias entre el modelo numérico con respecto a los modos obtenidos de manera experimental, se da por validado el modelo.

Una vez validado, el modelo de la estructura puede ser utilizado en el software de elemento finito para simular condiciones de borde y cargas que representan las condiciones de trabajo bajo las que se encuentra sometido y de esta manera, obtener esfuerzos en toda la estructura y así estudiar las regiones críticas (con más esfuerzos) donde esta puede fallar.

Para el desarrollo de esta memoria, criterio de estudio de esfuerzos corresponde al de von Mises  $\sigma'$ , ya que representa un esfuerzo sencillo, equivalente o efectivo del estado general total del esfuerzo en su estado triaxial  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ . Para que exista fluencia [2] en el material, se debe cumplir que:

$$\sigma' \geq S_y \quad (3.62)$$

Donde  $S_y$  corresponde al límite de fluencia o elástico del material.

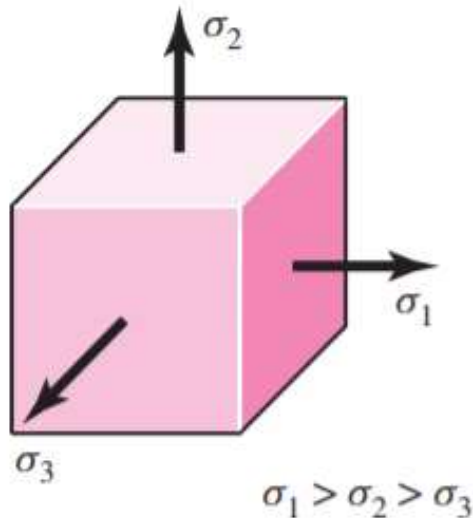


Figura 3.21: Esfuerzos triaxiales

## 3.8. FATIGA Y ESTIMACIÓN DE VIDA

### 3.8.1. FALLA POR FATIGA

La fatiga corresponde un fenómeno donde se presenta una falla en una estructura o mecanismo debido a esfuerzos repetitivos o fluctuantes de un nivel de esfuerzo menor a la resistencia última del material en un número determinado de ciclos. En esta sección se presentan los aspectos relevantes de la teoría de fatiga del texto Diseño en ingeniería mecánica de Shigley [2].

El comportamiento de partes de máquinas o estructuras es completamente diferente cuando existe la presencia de cargas que varían con el tiempo. Para esta memoria, las cargas que caen sobre el camión son cíclicas y varían continuamente con el tiempo, por lo que realizar un estudio de cómo puede fallar o en qué condiciones de carga puede trabajar es de gran importancia para la continuidad operacional del camión.

La falla por fatiga ocurre debido a la aparición y propagación de grietas en una estructura o mecanismo. Generalmente, la grieta se inicia en una discontinuidad del material donde el esfuerzo cíclico es máximo.

La experiencia muestra que a medida que el número de ciclos a los que se somete una pieza aumente, la falla ocurre a niveles de esfuerzo cada vez menores, por lo que para cada material es recurrente el generar un diagrama de S-N, de resistencia a la fatiga  $S_f$  con respecto al ciclo de vida  $N$  material.

En este diagrama, el punto donde la curva se vuelve horizontal, la resistencia se conoce como límite de resistencia a la fatiga  $S_e$ . Para el gráfico de la figura 3.22 este valor representa el valor del límite de resistencia a la fatiga en una pieza de acero UNS G41300.

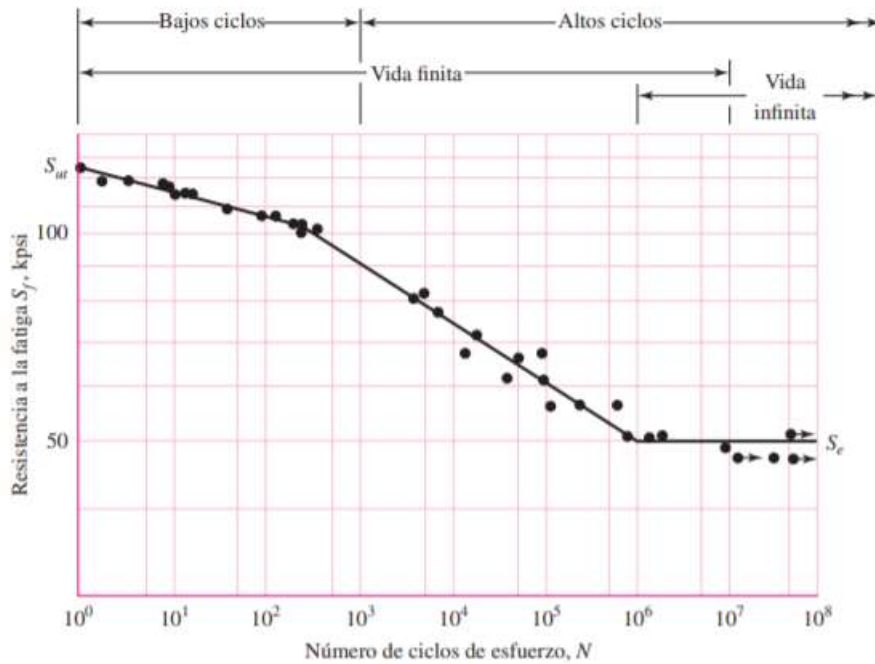


Figura 3.22: Límite de resistencia a la fatiga en una pieza de acero UNS G41300.

### 3.8.2. LÍMITE DE RESISTENCIA A LA FATIGA

De la literatura es posible encontrar una gran cantidad de información sobre ensayos con viga rotatoria o ensayos de tensión simple de muestras tomadas a una misma barra, con el fin obtener una relación entre la resistencia a la tensión del material y el límite de resistencia a la fatiga. A partir de estos se concluye que es posible simplificar la estimación del límite de resistencia a la fatiga para los aceros, que viene dada por:

$$S'_e = \begin{cases} 0.5S_{ut} & S_{ut} \leq 1400 \text{ [MPa]} \\ 700 \text{ [MPa]} & S_{ut} > 1400 \text{ [MPa]} \end{cases} \quad (3.63)$$

Donde  $S_{ut}$  representa la resistencia a la tensión mínima y la ' en  $S'_e$  alude a que la resistencia a la fatiga es para una muestra de viga rotatoria.

### 3.8.3. RESISTENCIA A LA FATIGA

En esta sección se presenta una aproximación del diagrama S-N para la región de altos ciclos, que parte desde los 10<sup>3</sup> ciclos comúnmente.

La resistencia a la fatiga de una probeta con un número específico de ciclos,  $(S_{F'})_N$ , se puede expresar como:

$$(S_{F'})_N = \sigma_{F'}(2N)^b \quad (3.64)$$

A los  $10^3$  ciclos:

$$(S_{F'})_{10^3} = \sigma_{F'}(2 \cdot 10^3)^b = fS_{ut} \quad (3.65)$$

Donde  $f$  es la fracción de  $S_{ut}$  representada por  $(S_{F'})_{10^3}$  ciclos y  $\sigma_{F'}$  es el coeficiente de resistencia a la fatiga. Despejando  $f$  se obtiene:

$$f = \frac{\sigma_{F'}(2 \cdot 10^3)^b}{S_{ut}} \quad (3.66)$$

Ahora bien, para el parámetro  $\sigma_{F'}$  se puede calcular mediante una aproximación SAE para aceros con  $H_b \leq 500$  dada por:

$$\sigma_{F'} = S_{ut} + 345 \text{ [MPa]} \quad (3.67)$$

Para calcular  $b$ , se sustituye la resistencia a la fatiga  $S'_e$  y los ciclos correspondientes  $N_e$  en la ecuación 3.64, y se despeja  $b$ .

$$b = -\frac{\log(\sigma_{F'}/S'_e)}{\log(2N_e)} \quad (3.68)$$

Para el caso de un componente mecánico real,  $S'_e$  se reduce a  $S_e$  que es menor que  $0,5S_{ut}$ . A menos que no haya datos reales, se recomienda usar el valor de  $f$  encontrado en la figura 6-18 del Libro Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley [2].

La ecuación de un componente mecánico real puede escribirse de la forma

$$S_f = aN^b \quad (3.69)$$

Donde  $N$  son los ciclos hasta la falla y las constantes  $a$  y  $b$  están definidas por los puntos  $(10^3, (S_f)_{10^3})$  y  $(10^6, S_e)$  con  $(S_f)_{10^3} = fS_{ut}$ . Al sustituir estos dos puntos en la ecuación de  $S_f$  se obtiene

$$a = \frac{(fS_{ut})^2}{S_e} \quad (3.70)$$

$$b = -\frac{1}{3} \log \left( \frac{fS_{ut}}{S_e} \right) \quad (3.71)$$

#### 3.8.4. FACTORES QUE MODIFICAN EL LÍMITE DE RESISTENCIA A LA FATIGA

Debido a que las condiciones de laboratorio se encuentran controladas y bien definidas, es claro que el límite de resistencia a la fatiga de una componente real difiere del obtenido en el laboratorio.

Según lo presentado en Shigley [2] , fue Marín quien identificó factores que permiten cuantificar los efectos de la condición superficial, el tamaño, la carga, la temperatura y varios otros puntos. La ecuación propuesta por Marín es de la forma:

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e \quad (3.72)$$

$k_a$ : factor de modificación de la condición superficial

$k_b$ : factor de modificación del tamaño

$k_c$ : factor de modificación de la carga

$k_d$ : factor de modificación de la temperatura

$k_e$ : factor de confiabilidad

$k_f$ : factor de modificación de efectos varios

$S'_e$ : límite de resistencia a la fatiga en viga rotatoria

$S_e$ : límite de resistencia a la fatiga en la ubicación crítica de una parte de máquina en la geometría y condición de uso

Esta ecuación y la descripción detallada de cómo se calcula cada factor puede observarse en el Libro Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley [2].

#### 3.8.5. CRITERIOS DE FALLA POR FATIGA ANTE ESFUERZOS VARIABLES



Cuando se estudia la resistencia a la fatiga en componentes sometidos a esfuerzos variables, presentan máximos y mínimos únicos dentro del ciclo. Estos esfuerzos se denominan  $\sigma_{max}$  y  $\sigma_{min}$ . A partir de esto, se construye una componente uniforme (media) y una alternante con:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad (3.73)$$

$$\sigma_a = \frac{|\sigma_{max} - \sigma_{min}|}{2} \quad (3.74)$$

Donde  $\sigma_m$  es la componente de intervalo medio del esfuerzo y  $\sigma_a$  es la componente de la amplitud del esfuerzo.

La razón de esfuerzo es:

$$R = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}} \quad (3.75)$$

Y la razón de amplitud:

$$A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} \quad (3.76)$$

Los criterios de falla por fatiga permiten representar el lugar geométrico que separa las regiones seguras con las de falla. Los criterios utilizados se encuentran presentes en la Figura 3.23.

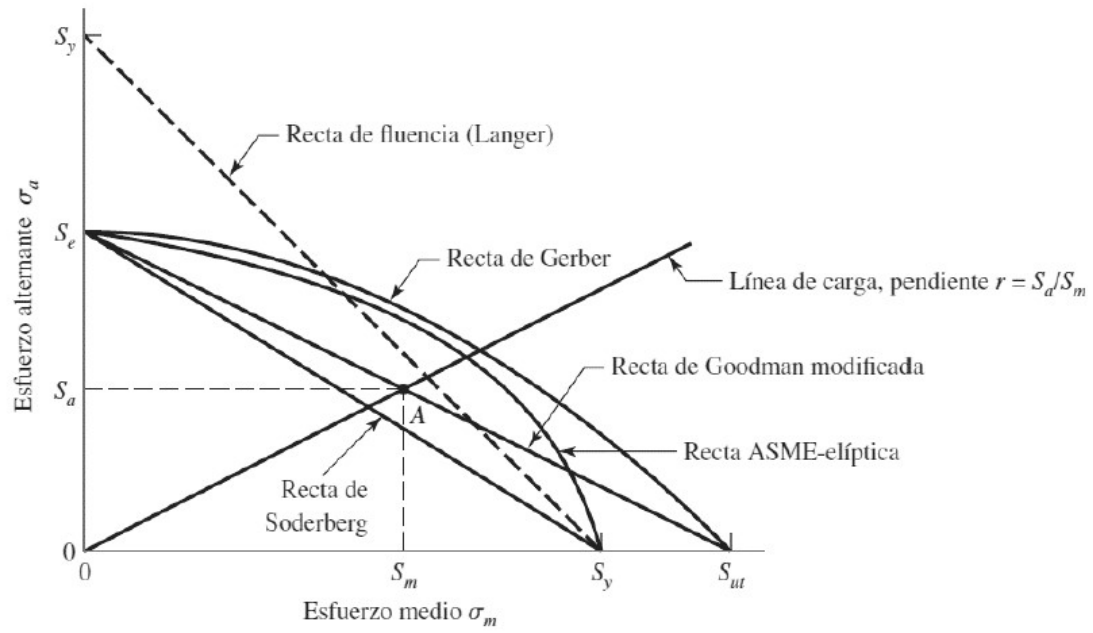


Figura 3.23: Criterios de falla por fatiga.

Los dos métodos más aceptados corresponden Goodman y Gerber y la experiencia muestra que los ensayos tienden a ubicar sus resultados entre estas dos curvas. Goodman es usado comúnmente dada su simplicidad matemática y los valores relativamente conservadores [2].

Las ecuaciones que permiten establecer criterios de falla para vida infinita del gráfico anterior se describen a continuación:

- Soderberg:

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_y} = \frac{1}{n} \quad (3.77)$$

- Goodman modificado:

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n} \quad (3.78)$$

- Gerber:

$$\frac{n\sigma_a}{S_e} + \left(\frac{n\sigma_m}{S_{ut}}\right)^2 = 1 \quad (3.79)$$

- ASME-elíptica:

$$\left(\frac{n\sigma_a}{S_e}\right)^2 + \left(\frac{n\sigma_m}{S_y}\right)^2 = 1 \quad (3.80)$$

### 3.8.6. REGLA DE MINER DE ACUMULACIÓN DE DAÑO

Para evaluar el efecto de cargas de diferente amplitud durante el ciclaje, se utiliza la regla de Miner de acumulación de daño [2].

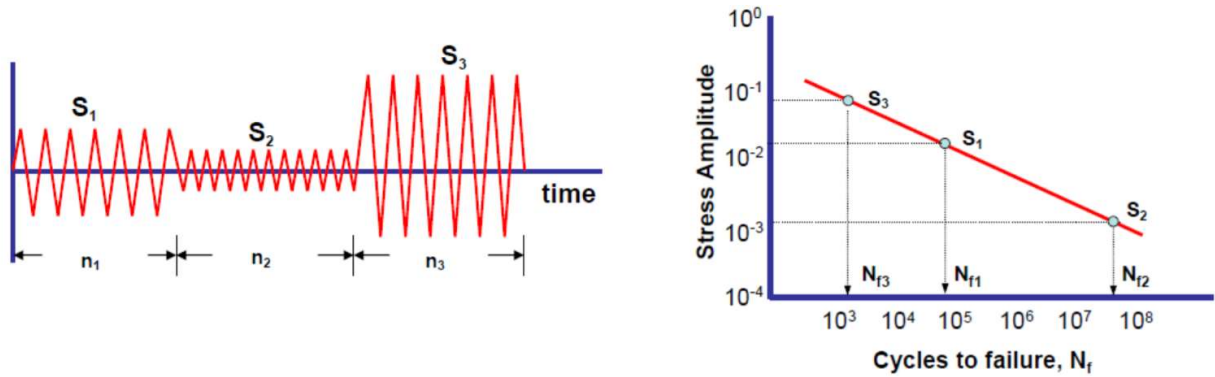


Figura 3.24: Acumulación de daño para regla de Miner.

- Considera el cálculo parcial del daño producto de cada una de las diferentes amplitudes de carga.

$$\text{Daño parcial} = \frac{n_i}{N_i} \quad (3.81)$$

- La falla se predice cuando la suma de todos los daños parciales es igual a 1.

$$\frac{n_1}{N_{f1}} + \frac{n_2}{N_{f2}} + \frac{n_3}{N_{f3}} + \dots = 1 \quad (3.82)$$

## 4. METODOLOGÍA

Para realizar el modelo y estudio de la vida del chasis del camión articulado, se realiza la metodología que se describe a continuación:

1. En primer lugar, se realiza una recopilación de información técnica y antecedentes necesarios para llevar a cabo el estudio, abordando tópicos tales como la fatiga y concentración de esfuerzos, los modelos en elemento finito, el análisis modal y de frecuencias, las condiciones para realizar las mediciones y la validación experimental del modelo.
2. Luego de este primer acercamiento, se realizará una serie de visitas a la mina para ver en terreno los camiones y obtener información a partir de los operadores, técnicos de mantenimiento e ingenieros que trabajan en el área de mantenimiento de los camiones. Se recopilarán planos del camión, condiciones de operación que permitan calcular los esfuerzos presenten en el chasis durante la carga del camión, y se buscará obtener información de los materiales de fabricación. Esto será realizado con el apoyo Luis Cárdenas, Jefe Área Confiabilidad SMM-GMIN.
3. Posteriormente, con las dimensiones y planos del chasis se realiza un modelo CAD de su geometría.
4. Una vez finalizado el modelo, se utiliza el software ANSYS y su aplicación Mechanical APDL para realizar el mallado y posteriormente realizar el análisis modal del chasis obteniendo sus modos de vibración y frecuencias naturales. Además, se verifica las regiones de mayor desplazamiento para utilizar estos sectores como lugar donde se ubicarán los sensores para la medición experimental.
5. Tras esto, se realizarán nuevas visitas a los talleres de mantenimiento para realizar las mediciones experimentales de las funciones de respuesta en frecuencia sobre el chasis con los equipos adquiridos para esta etapa. Esto se realiza mediante la excitación de la estructura con una fuerza conocida midiendo de forma simultánea la fuerza y la respuesta de la estructura.
6. A partir de esto, se obtiene un grupo de funciones de respuesta en frecuencia (FRFs) que se pueden usar para calcular parámetros modales de la estructura mediante algoritmos descritos en el Apunte del curso Dinámica Estructural de la profesora Viviana Meruane [3].
7. Se comparan los modos de vibración y frecuencias naturales experimentales con las obtenidas mediante el modelo en elemento finito y se ajusta el modelo mediante el

criterio MAC (Modal Assurance Criterion) hasta dejarlo lo más cercano a la realidad.

8. El modelo se ajusta igualando los puntos de medición experimentales con los del modelo numérico. Es relevante considerar los puntos experimentales pueden no coincidir con los nodos del modelo numérico en su ubicación física debiendo tener precaución al realizar las mediciones buscando que los puntos coincidan y además se debe considerar que el modelo de elemento finito puede tener más grados de libertad que los medidos experimentalmente.
9. Finalizado el ajuste del modelo numérico, se realiza un estudio de las cargas presentes en el chasis para establecer las condiciones de borde del problema numérico. Tras esto, se realiza la simulación del comportamiento de la estructura ante los esfuerzos que soporta el camión durante su operación en el software ANSYS.
10. Tras el resultado de análisis de esfuerzos en el chasis, se realizará un estudio de fatiga en el software ANSYS con el fin de estimar la vida útil de la estructura.

## 5. DESARROLLO Y RESULTADOS

### 5.1. CREACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO

#### 5.1.1. DESARROLLO GEOMETRÍA DEL CHASIS

El modelo numérico utilizado para el desarrollo de este estudio fue realizado siguiendo el siguiente orden de actividades:

- Se utilizó la imagen con vistas superior y lateral (figura 5.1) del Manual de Partes y Componentes del camión Sandvik TH663 para crear en AutoCAD un plano vectorizado del chasis trasero del camión [4].

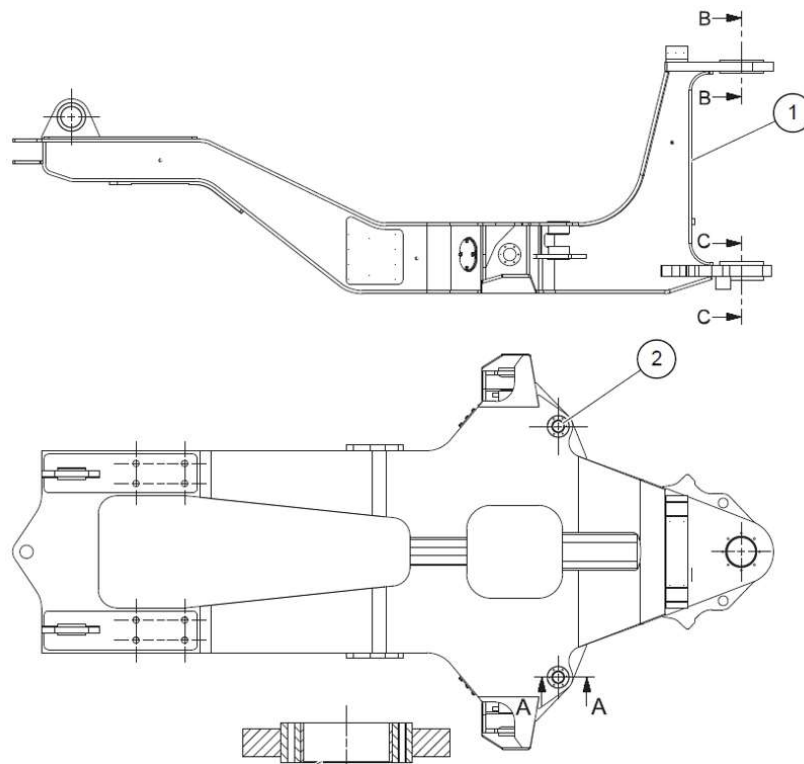


Figura 5.1: Dibujo del Manual de Partes y Componentes del camión Sandvik TH663

- El plano se escaló a dimensiones reales a partir de información presente en la Ficha Técnica del camión. Se utilizó la distancia entre los ejes traseros hasta el centro de la articulación para escalar el dibujo vectorizado realizado en el ítem 1.

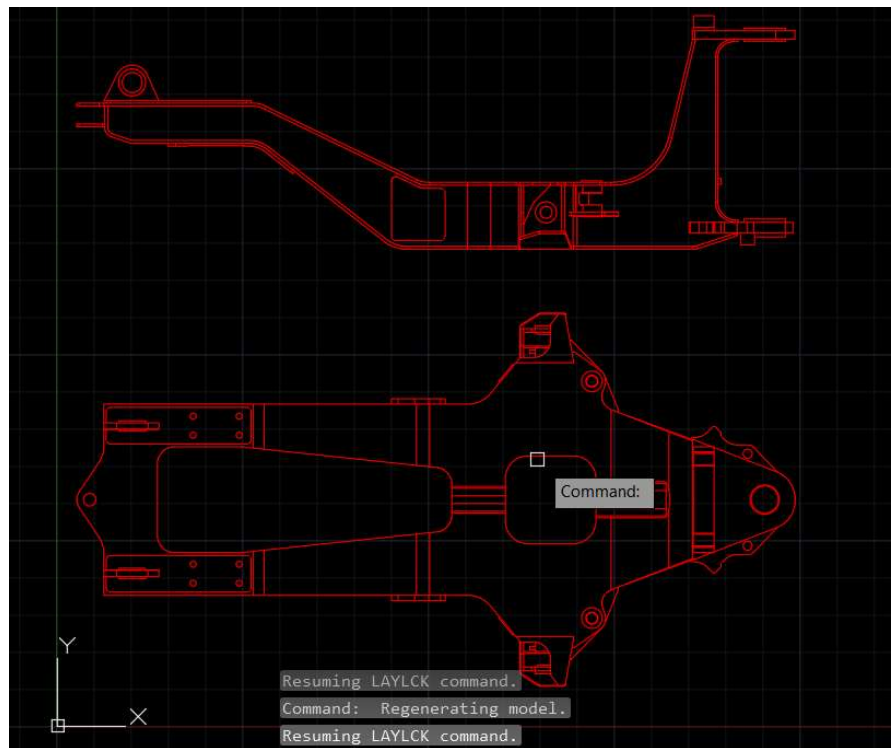


Figura 5.2: Plano realizado en AutoCAD del chasis trasero del camión.

- Se verifica en terreno que la escala y dimensiones del plano generado en AutoCAD son correctos. Se buscan planchas de refuerzo existentes en el interior y se miden los espesores de las planchas con las que se fabrica el chasis mediante ultrasonido y pie de metro. Mediante la inspección del interior del chasis, se hayan planchas de refuerzo en la parte delantera y lateral del chasis bajo estudio.



Figura 5.3: Visita a taller para revisión interna del chasis en búsqueda de planchas de refuerzo, verificación de dimensiones y obtención de espesores de planchas.

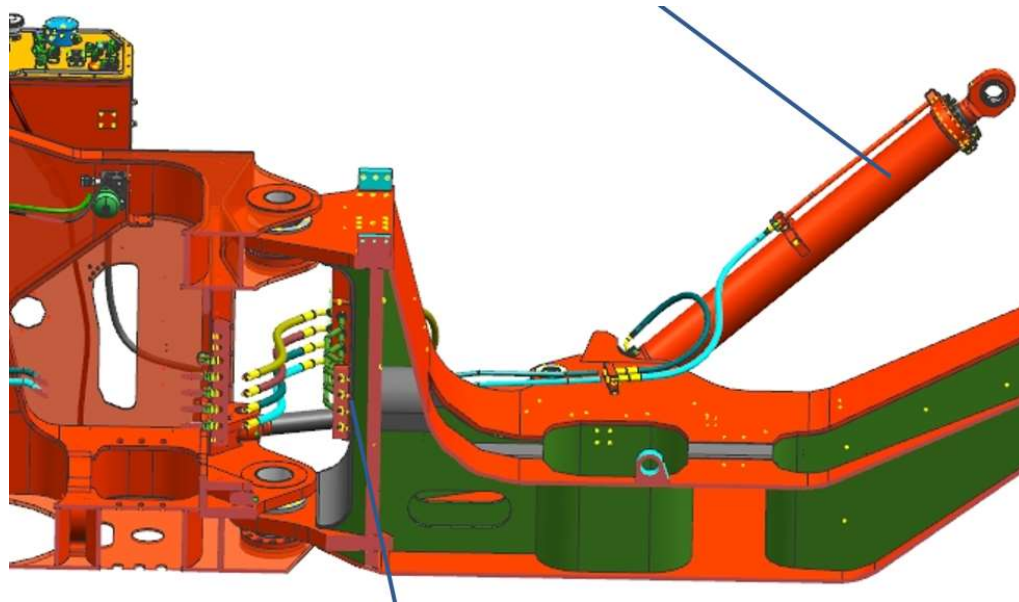


Figura 5.4: Fotografía del interior del chasis.

- Posteriormente, se utiliza el plano vectorizado para crear en Inventor 2015 una geometría sólida 3D del chasis.
- Usando el sólido 3D, se utiliza el software Inventor 2015 [5] para crear, a partir de las caras de este sólido, una geometría de superficies que representa las planchas con las que está construido el chasis. En la figura 5.5 se muestra los resultados de esta actividad.



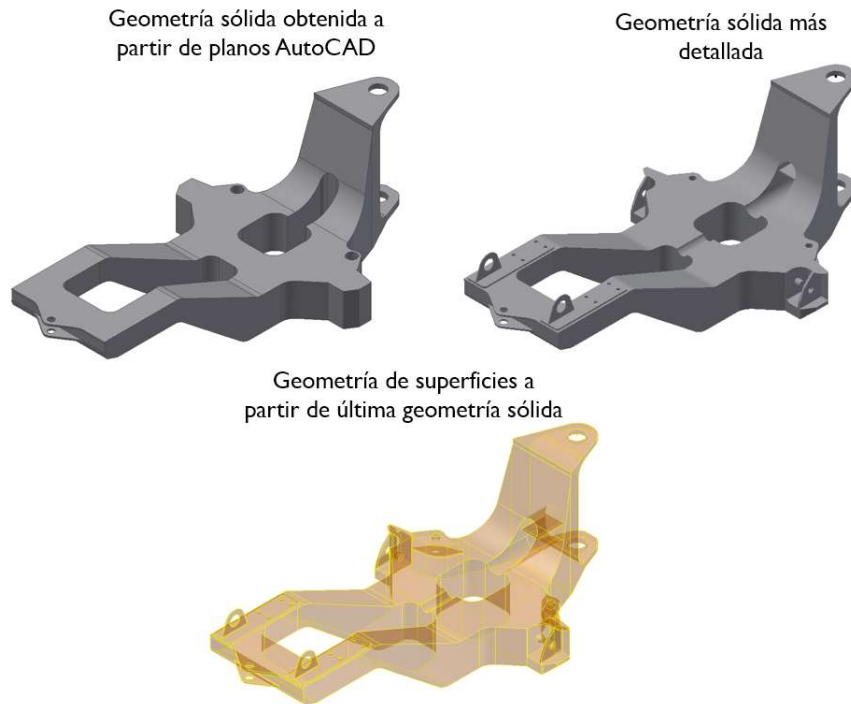


Figura 5.5: Creación de geometría de superficie a partir de planos AutoCAD.

- Se trabaja la geometría de superficies eliminando caras innecesarias y se rellenan los espacios que se generan para obtener una superficie limpia. La geometría final de la figura 5.6 es exportada en formato *.igs* y se utiliza en ANSYS 17.1 para llevar a cabo el análisis modal.

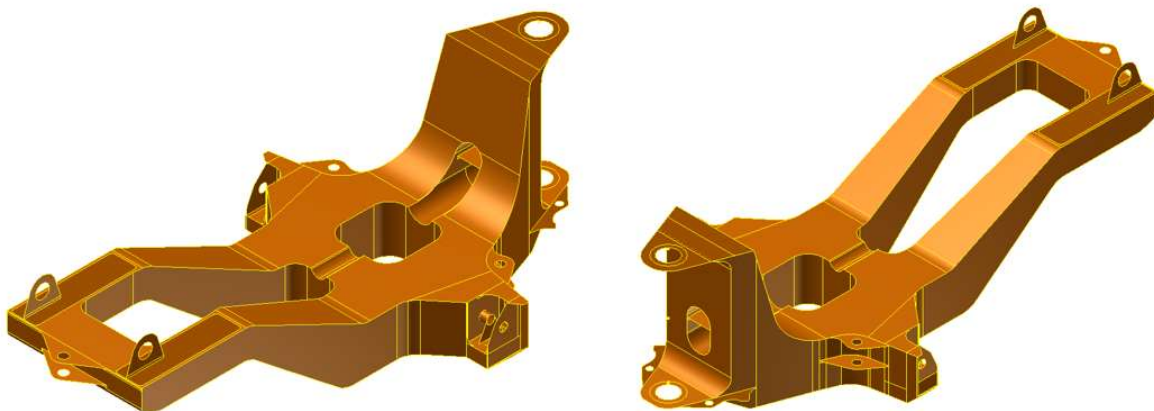


Figura 5.6: Geometría de superficies final creada en Inventor 2015

### 5.1.2. GENERACIÓN DE MODELO EN ANSYS 17.1

Para realizar el modelo en ANSYS, es importante destacar que el chasis del camión fue fabricado a partir de planchas de acero de diferentes espesores, soldadas unas con otras para entregar la rigidez y resistencia necesaria para soportar los esfuerzos de la tolva y la carga que recibe el camión.

El modelo en ANSYS 17.1 se desarrolla mediante los módulos Workbench y Mechanical APDL. La geometría es importada en formato IGS al módulo Workbench>Static Structural y junto con el módulo >Modal donde se realiza el mallado, se asignan los espesores de las planchas y se establecen las restricciones del modelo. [6]

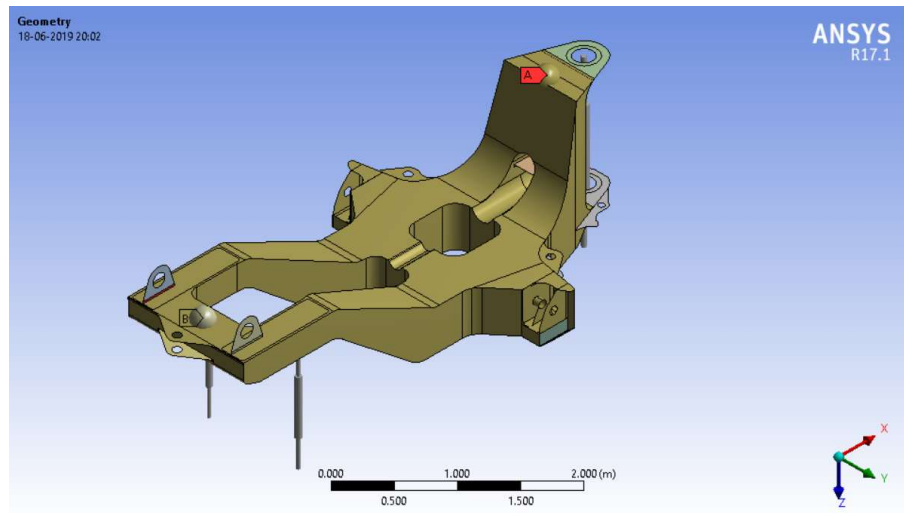


Figura 5.7: Geometría del chasis en ANSYS 17.1

#### 5.1.2.1. Propiedades del material

El material de fabricación de la estructura del chasis trasero es de acero estructural Optim 500 ML [7] y sus propiedades se presentan en la tabla que se muestra a continuación:

Tabla 5.1: Propiedades mecánicas del acero Optim 500 ML.

Propiedad	Valor
Densidad	$7850 \left[ \frac{kg}{m^3} \right]$
Módulo de Young pre-ajuste	$210 [GPa]$
Coefficiente de Poisson	0.3
Límite Elástico	$480 [MPa]$
Resistencia a la Tracción	$570 - 720 [MPa]$

Se caracteriza por ser un material fácil de soldar, de curvar y procesar en fábricas o en terreno. Su alta resistencia y buenas propiedades para ser trabajado, permite la fabricación de estructuras utilizando planchas de espesores delgados, como ocurre con el chasis del camión.

### 5.1.2.2. Espesores de planchas de fabricación

Los espesores obtenidos mediante el levantamiento hecho en terreno varían entre 20 y 70 mm y fueron asignados de manera manual a cada una de las superficies del modelo generado en ANSYS. Se puede observar la ubicación de los diferentes espesores en el chasis en la figura 5.8.

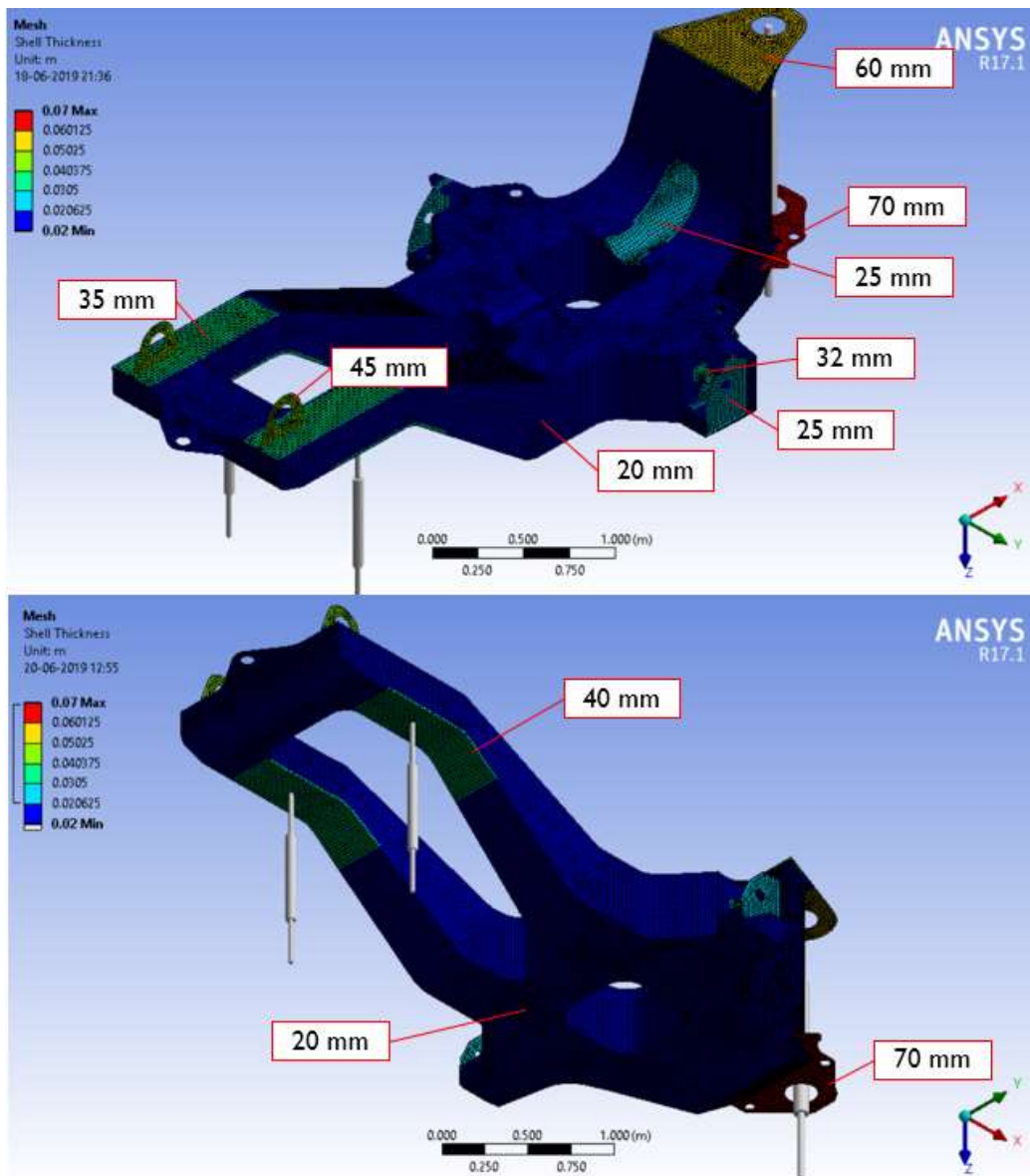


Figura 5.8: Espesores de cada una de las planchas con las que está fabricado el chasis.

### 5.1.3. CARACTERÍSTICAS DEL MODELO EN ANSYS

#### 5.1.3.1. Mallado

Las condiciones de mallado del modelo se definen en la tabla que se presenta a continuación y son establecidas tras un análisis de sensibilidad en los modos de vibración obtenidos, buscando que la diferencia entre un mallado y otro no difiera demasiado.

Tabla 5.2: Características del mallado, número de nodos y elementos.

Número de elementos	42963
Número de nodos	43381
Elementos utilizados en el modelo	QUAD4 y TRIA3

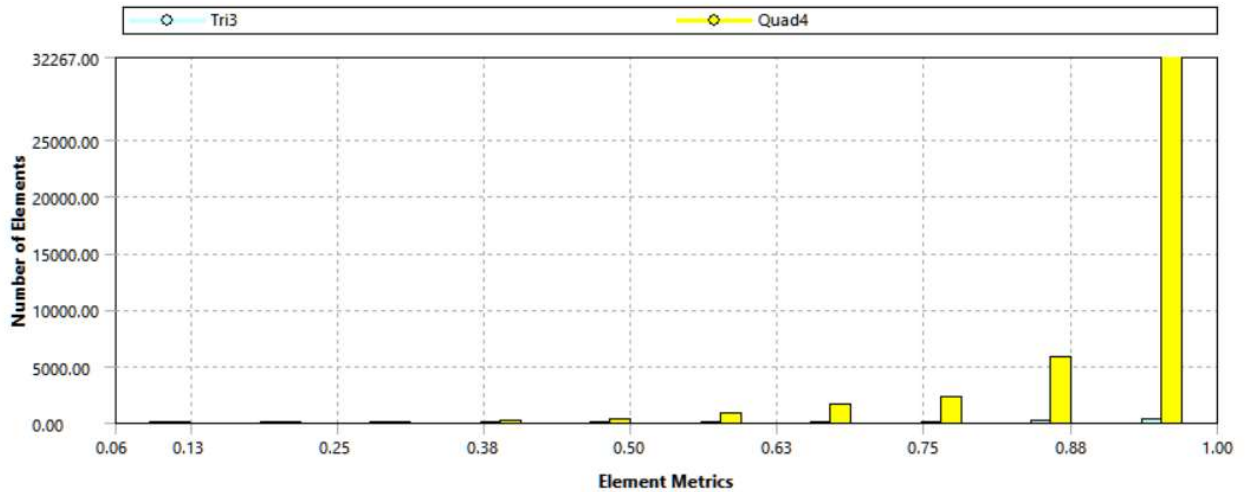


Figura 5.9: Gráfico de que muestra la calidad de los elementos utilizados en el mallado.

El gráfico de la figura 5.9 muestra que tan bien representado se encuentra cada uno de los elementos que conforman la malla de elementos finitos del modelo y la proporción existente de elementos tipo QUAD4 y TRIA3.

Es posible ver en este gráfico que los elementos del modelo son de alta confianza para las estimaciones realizadas dado que gran parte de los elementos está sobre el valor de 0.75, es decir, se conserva una razón de aspecto baja, esto bajo el supuesto que el elemento de mejor calidad (1 en el gráfico) de tipo QUAD4 es un cuadrado perfecto, mientras que para un elemento TRIA3 es un triángulo equilátero.

### 5.1.3.2. Peso estructura

A partir de las propiedades del material, las características geométricas y espesores establecidas en la estructura se calcula su peso automáticamente en el software ANSYS. En la tabla 5.3 se presenta el peso obtenido mediante software y el peso real de la estructura.

Tabla 5.3: Comparativa peso obtenido en software ANSYS con el peso real de la estructura.

Peso chasis trasero en ANSYS	3550 [kg]
Peso chasis trasero Manual de Uso Camión	3615[kg]

### 5.1.3.3. Restricciones y condiciones de borde para comparación con modelo experimental

En primera instancia, las restricciones que se busca representar en el modelo son aquellas relacionadas con los puntos de apoyo del chasis y las cargas bajo las cuales se encuentra sometida la estructura durante la medición experimental.

- Se considera que la estructura se apoya en 4 puntos, representados por 2 resortes traseros y 2 delanteros, que simulan el comportamiento en rigidez de los neumáticos. Estos resortes se encuentran conectados al modelo y al piso
  - Se agregan al modelo en Model>Connections>Contacts>Spring (Longitudinal-Ground To Surface Body).
- Se establecen restricciones de desplazamiento para los puntos de apoyo señalados en la figura 5.10. Estas restricciones se presentan en la tabla 5.4, donde la “X” significa que se encuentra restringido en esa dirección, mientras que un “0” indica libertad en el sentido de desplazamiento (UX, UY, UZ) o rotación (RX, RY, RZ).
  - Se agregan al modelo en Modal>Displacement

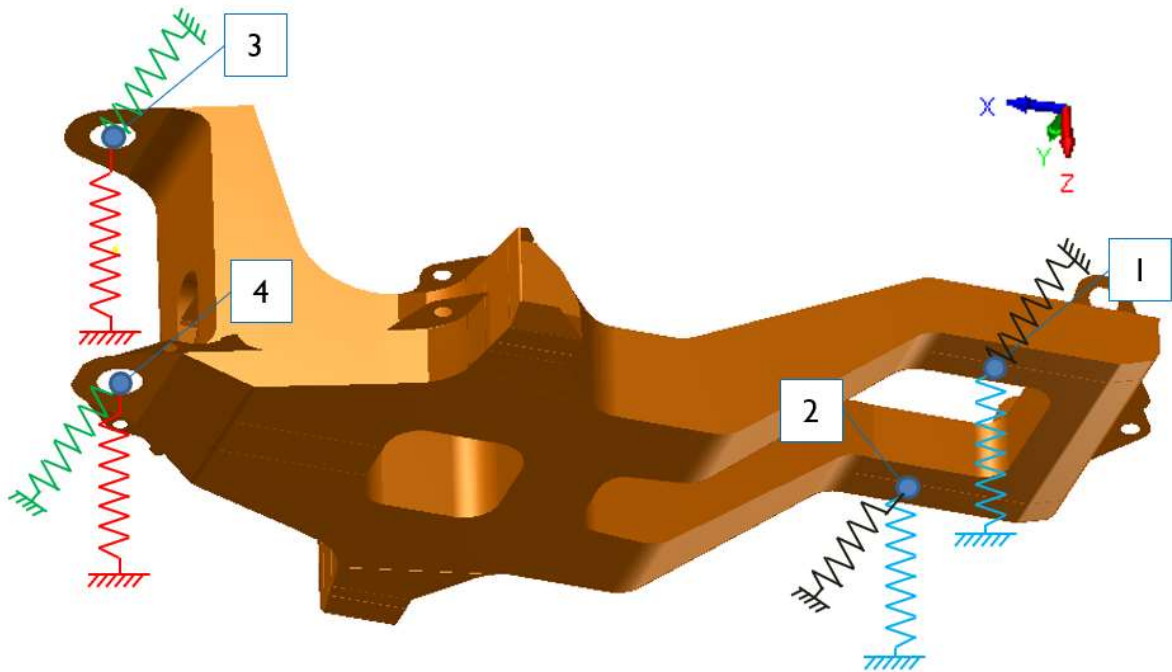


Figura 5.10: Esquema de la dirección y puntos de unión de los resortes que representan los neumáticos del camión.

Tabla 5.4: Restricciones de movimiento del modelo en FEMTools y ANSYS.

Punto	Dirección					
	UX	UY	UZ	RX	RY	RZ
1	X			X		
2	X				X	
3	X			X		
4	X				X	

- Las cargas que soporta el chasis mientras se realiza la medición corresponden a la tolva y el peso del eje trasero en conjunto con las llantas. Estas se representan como masas puntuales de magnitud equivalente a la carga real y ubican en las posiciones que se muestran en la figura 5.12. En la tabla 5.6 se muestra el valor asignado a cada carga y en la tabla 5.5 las masas reales de la tolva, eje y llantas. Es importante destacar que la tolva real se encuentra modificada con planchas de refuerzo que suman 3915 kg a su masa original. Junto con esto, se considera la reacción que ejerce el chasis delantero sobre el chasis trasero en la región de la articulación. En las fotografías de la figura 5.11 se observa las planchas de refuerzo de la tolva que presentaba el camión estudiado.



Figura 5.11: Planchas de refuerzo en la tolva que usaba el camión en el que se realizó la medición.

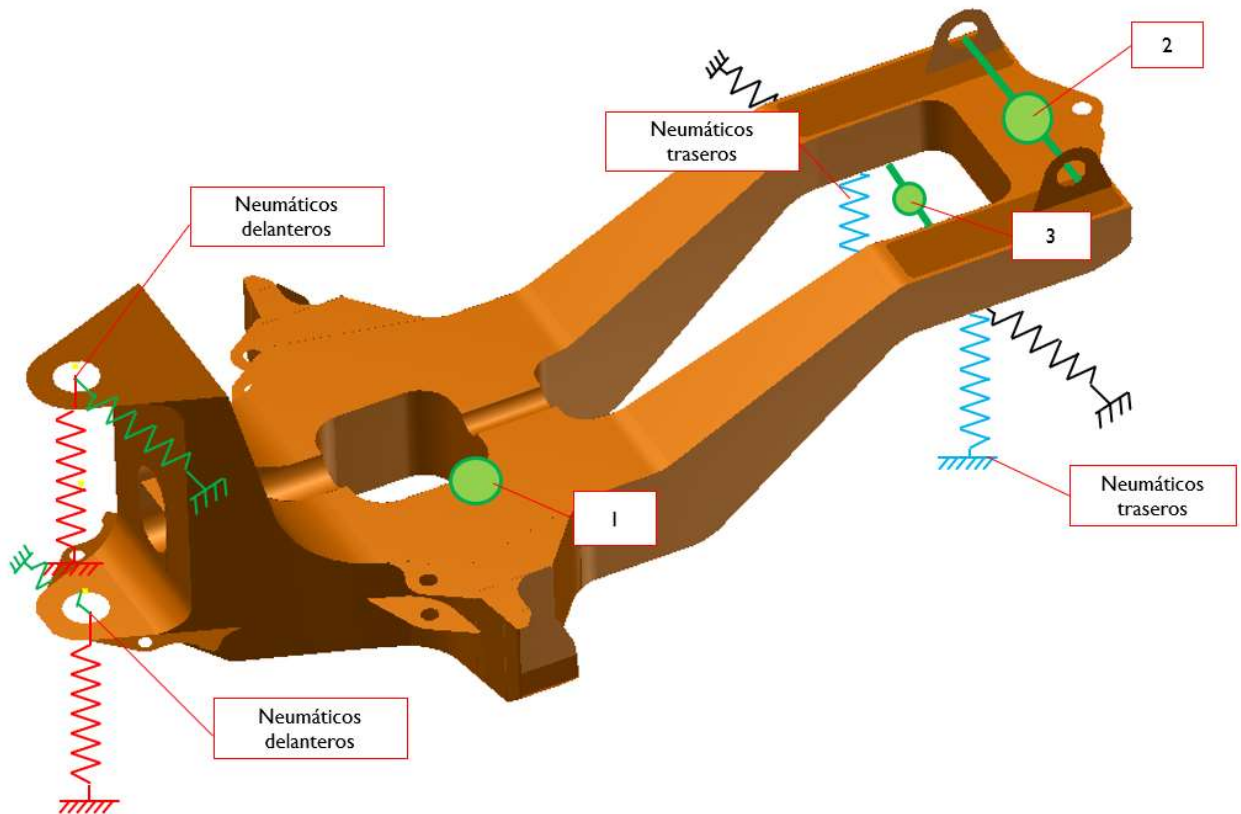


Figura 5.12: Condiciones de borde y cargas en el camión durante la medición de vibraciones.

Tabla 5.5: Masas de componentes que ejercen carga sobre el chasis trasero.

Componente	Masa
Tolva (con refuerzos)	12075[kg]
Eje trasero	2900[kg]
Llantas (2)	490[kg] · 2 = 980[kg]

Tabla 5.6: Masas sobre el chasis trasero durante la medición de vibraciones.

Punto con carga	Masa
1 (Apoyo de seguridad tolva)	12075[kg]
2 (Apoyo tolva trasero)	2900[kg]
3 (Eje trasero y llantas)	980 + 2900 = 3880[kg]
4 (Reacción chasis delantero sobre chasis trasero)	7500 [N]

## 5.2. OBTENCIÓN DE MODOS DE VIBRACIÓN Y FRECUENCIAS NATURALES

### 5.2.1. RESULTADOS MODELO NUMÉRICO

La simulación de los modos en el modelo numérico permite obtener los siguientes resultados de condición libre y con condiciones de borde y cargas.

#### 5.2.1.1. Con condición libre

A continuación, se presentan en la tabla 5.7 los modos obtenidos mediante los softwares ANSYS 17.1 y FEMTools para el modelo numérico del chasis en su condición libre, es decir, sin apoyos ni cargas.

Tabla 5.7: Modos y frecuencias obtenidas mediante ANSYS y FEMTools en condición libre.

Modo	Frecuencia [Hz]		Diferencia %
	ANSYS 17.1	FEMTools	
1	0.	0	
2	3.2614e-005	2.4411e-05	
3	8.0183e-005	4.7029e-05	
4	4.7636	0.00014631	
5	5.2624	0.00014952	
6	12.566	0.00033266	
7	71.162	70.391	-1.095
8	91.179	90.765	-0.456
9	102.97	101.770	-1.179



10	131.93	131.560	-0.281
----	--------	---------	--------

En la tabla 5.7 los modos 1, 2 y 3 tanto para ANSYS como FEMTools corresponden a los movimientos de cuerpo libre del sistema. Por otro lado, la diferencia que existe entre los modos 4, 5 y 6 en ANSYS y FEMTools se debe a que ANSYS reconoce modos de cuerpo libre en direcciones que no se presentan en FEMTools. A pesar de esto, los modos que siguen que corresponden a torsiones, flexiones y sus combinaciones si ocurren a frecuencias similares en ambos softwares.

### 5.2.1.2. Condiciones de borde similares a las presentes en la medición experimental

En la tabla 5.8 se pueden observar las frecuencias naturales del modelo numérico con condiciones de borde y cargas similares a las presentes en el camión durante la medición experimental, es decir, con las restricciones que se muestran en la sección 5.1.3.3. Los resultados presentados corresponden a las frecuencias de resonancia obtenidas mediante simulaciones realizadas en los softwares ANSYS 17.1 y FEMTools. En el anexo A se adjuntan capturas de pantalla de los diferentes modos.

Tabla 5.8: Modos y frecuencias obtenidas mediante ANSYS y FEMTools en condiciones similares a la medición experimental.

Modo	Frecuencia [Hz]	
	ANSYS 17.1	FEMTools
1	3.2765	2.7887
2	8.1761	3.2401
3	16.943	15.534
4	28.192	17.939
5	35.270	36.310
6	57.417	53.253
7	59.934	62.258
8	76.113	65.258
9	82.154	95.260
10	138.69	97.742

La diferencia entre las frecuencias de los modos de ANSYS y FEMTools se debe a que no se pueden representar en ANSYS las mismas condiciones de borde seleccionadas en FEMTools. Las rotaciones y restricciones de movimiento de los puntos de apoyo varía levemente, impidiendo que ANSYS reconozca modos de vibración en direcciones que fueron dejadas como libres en el modelo de FEMTools. A pesar de esto, la cargas (tolva) y rigidez de los puntos de apoyo (neumáticos) se considera de igual magnitud tanto para el modelo de ANSYS como el de FEMTools.

### 5.3. MEDICIONES EXPERIMENTALES

Las mediciones experimentales permiten crear un modelo experimental que permite realizar ajustes a diferentes propiedades del modelo numérico. La medición consistió en la obtención de las Funciones de Respuesta en Frecuencia (FRF) del chasis trasero del camión sujeto a las cargas de la tolva, el eje trasero y su conexión con los neumáticos, que actúan como elemento elástico de una rigidez determinada en el modelo.

La medición se realizó mediante un test de impacto utilizando un martillo, un acelerómetro y un equipo de adquisición de vibraciones, adquiridos especialmente por la División El Teniente para la realización de esta actividad. El lugar donde se ejecutó esta actividad fue el taller de mantenimiento ubicado en el Subnivel 7 de la mina (ver figura 5.13).



Figura 5.13: Equipos utilizado para realizar la medición en el taller.

#### 5.3.1. EQUIPO DE MEDICIÓN

##### 5.3.1.1. Sistema de adquisición de señales (DAQ)

- Equipo: DEWESOFT SIRIUS mini
- Usos:
  - Adquisición de data acústica, vibraciones análisis de maquinaria rotatoria.



Figura 5.14: Equipo de medición DEWESOFT.

### 5.3.1.2. Software de procesamiento

- Software: DEWESTOFT-X-DSA-HS
- Usos:
  - Procesamiento de datos provenientes de sensores tipo IEPE.
  - Lectura de señal de fuerza y respuesta en tiempo real.
  - Obtención de espectros de frecuencia.
  - Cálculo de Funciones de Respuesta en Frecuencia, coherencia, Modos de vibración experimentales.

### 5.3.1.3. Martillo con sensor de fuerza

- Equipo: Martillo de impacto PCB 085D50
- Uso: Hacer vibrar la estructura y medir la fuerza del golpe.
- Este equipo cuenta con dos puntas para martillar, donde la más dura cuenta con la ventaja de que es capaz de generar un espectro más amplio de frecuencias y una mejor coherencia en la medición, sin embargo, la posibilidad de que se presenten impactos dobles durante la medición es más alta.

### 5.3.1.4. Sensores de aceleración uniaxial

- Equipo: Sensor de aceleración uniaxial PCB 333B40
- Uso: Medir la aceleración en un punto de la estructura sujeta a estudio.

### 5.3.1.5. Computador con el Software DEWESTOFT-X-DSA-HS

- Computador propio.

## 5.3.2. MONTAJE

El montaje de la medición se realiza en el taller de mantenimiento de equipos móviles del Subnivel 7 de la mina El Teniente. El camión se encuentra con la tolva elevada, inclinada en 10 grados y su peso se encuentra soportado en la parte trasera y un apoyo de seguridad en la zona central del camión. Además, se encuentra sin carga en la tolva y con neumáticos 35/65 R33 VSNT Z de 4 estrellas con una presión de inflado de 6.75 bar adelante y 8.25 bar atrás.

Los elementos de medición son los que se detallan en la sección 5.3.1, teniéndose:

- Mecanismo de excitación: Golpe en la estructura mediante martillo.
- Recolección de respuestas ante la excitación: Se realiza con un acelerómetro y un sistema de adquisición de señales.

La medición consiste en obtener la respuesta del camión ante una excitación. Para esto se ubica un acelerómetro en una posición adecuada, es decir, donde se generen los mayores desplazamientos en la estructura mientras vibra y luego se golpea en diferentes puntos utilizando el martillo. El equipo de adquisición de señales permite registrar la respuesta del acelerómetro y la fuerza que ejerce el martillo al golpear sobre cada uno de los puntos.

Esta medición se realizó golpeando y midiendo aceleraciones en las direcciones Y y Z. Para esto, se midió primero en la dirección Z, cambiando de posición el acelerómetro para medir en Y (conservando el punto de medición).

### **5.3.3. PUNTOS DE MEDICIÓN**

Los puntos de medición fueron elegidos con la ayuda del software FEMTools y los modos de vibración obtenidos de manera preliminar con el modelo numérico. Se observó la geometría de dichos modos y se seleccionó ubicaciones que permitieran representar los desplazamientos de estos una vez que la estructura fuese golpeada.

Se realizó una selección de 11 puntos de golpeo en total para toda la estructura, ubicando el acelerómetro en uno de estos puntos, como se muestra en la figura 5.15.

#### **5.3.3.1. Puntos de excitación**

Los puntos de excitación fueron seleccionados teniendo en cuenta los resultados obtenidos en FEMTools y que fuese posible realizar el golpe de manera perpendicular a la superficie sin problemas. Por cada punto se realizaron 5 golpes de manera sucesiva para obtener las Funciones de Respuesta en Frecuencia. Los golpes se realizaron en dirección vertical y horizontal, buscando excitar la estructura en ambos sentidos.

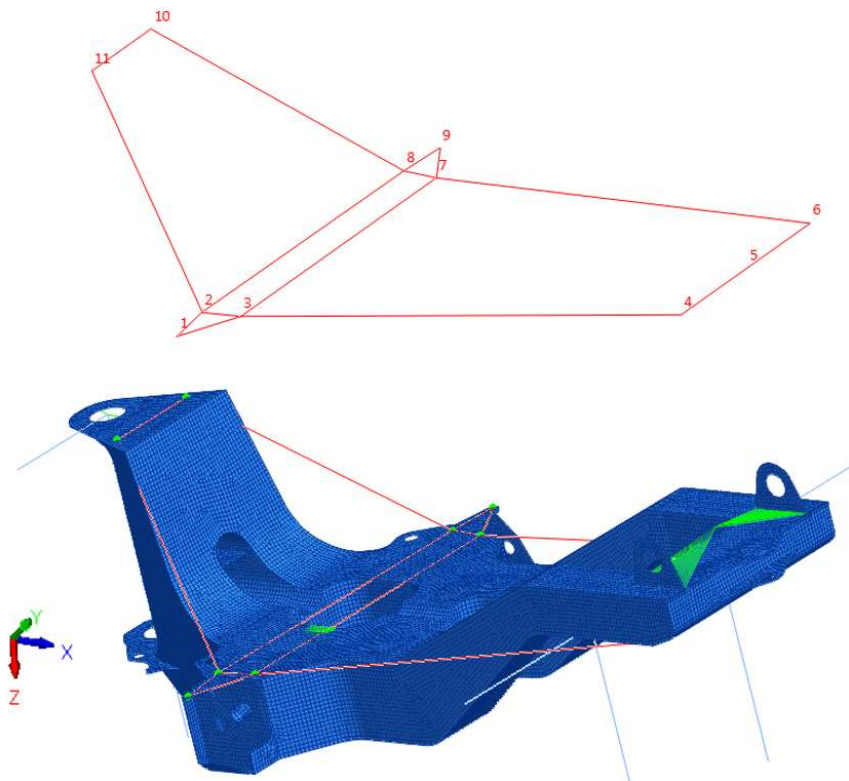


Figura 5.15: Modelo experimental vs modelo numérico. Mediante la numeración se muestran los puntos de golpeo.

En la imagen de la figura 5.15 se muestra la ubicación de los puntos de golpeo y en la tabla 5.9 la dirección en la que se realizaron los golpes (15 en total por medición).

Tabla 5.9: Dirección de cada golpe.

Punto	Dirección golpe durante medición 1 (+Z)	Dirección golpe durante medición 2 (-Y)
1	+Z/+Y	+Z/+Y
2	+Z	+Z
3	+Z	+Z
4	-Z	-Z
5	-Z	-Z
6	-Z	-Z
7	+Z	+Z
8	+Z	+Z
9	+Z/-Y	+Z/-Y
10	+Z/-Y	+Z/-Y
11	+Z/+Y	+Z/+Y

### 5.3.3.2. Punto de medición de respuesta

Este punto corresponde al lugar donde se ubicó el acelerómetro y se caracteriza por tener el mayor desplazamiento cuando la estructura vibra. Esto pudo ser corroborado con los modelos numéricos en ANSYS 17.1 y FEMTools.

En la figura 5.16 se muestra la ubicación del acelerómetro y la dirección en que registraba la medición. Para este trabajo, se realizó una medición de aceleración en la dirección -Y y +Z del eje de coordenadas, ambas en el punto 1 de la figura 5.15.

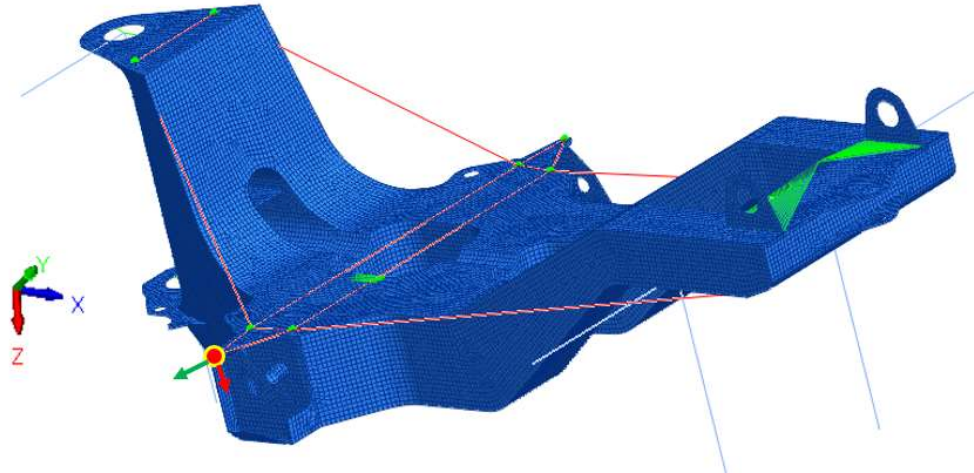


Figura 5.16: Ubicación del acelerómetro se representa con el círculo rojo.

### 5.3.4. PARÁMETROS DE MEDICIÓN

La medición fue realizada bajo los siguientes parámetros, que permiten obtener una respuesta en frecuencia de buena calidad en el rango de frecuencias del estudio [0 - 150 Hz].

Tabla 5.10: Parámetros de medición.

Parámetro	Valor
Estimador	H1
Range	1000 [Hz]
Df	0.061 [Hz]
Número de golpes por punto	5
Ventana excitación	Rectangular
Ventana respuesta	Exponencial

## 5.4. OBTENCIÓN DE MODOS DE VIBRACIÓN Y FRECUENCIAS NATURALES EXPERIMENTALES CON FEMTOOLS

Tras realizar la medición de funciones de respuesta en frecuencia (FRF) para cada uno de los puntos, tanto en las direcciones Y como Z, se obtienen los polos y las frecuencias naturales reales del sistema mediante el uso de la suma de las FRF en software FEMTools y su herramienta Modal Parameter Extractor (MPE). Para este análisis modal, se generan diagramas de estabilidad de diferente orden (número de polos asumidos) en el sistema, comenzando con una cantidad de polos asumidos baja y para luego ir incrementando su orden para mostrar y establecer los polos reales.

Los resultados se obtienen de los diagramas de estabilidad de las figuras 5.17 y 5.18 para el rango de frecuencias [0 - 40] Hz y [30 - 120] Hz respectivamente. En estos diagramas, es posible observar que los polos reales del sistema se presentan a la misma frecuencia independiente del orden seleccionado. Por otro lado, los polos computacionales varían sus valores al aumentar el orden del sistema. Durante el análisis es importante considerar que:

- Utilizar un rango de frecuencias adecuado a la medición realizada. En este caso, se consideran frecuencias menores a 150 Hz dado que el martillo de impacto permitía excitar la estructura en este rango.
- Dos peaks seguidos pueden corresponder a un único modo.
- Buscar polos que no varían su frecuencia independiente del orden seleccionado.
- Buscar polos que tengan frecuencia, amortiguamiento y factores de participación modal estables (círculos de color rojo en el diagrama)

El software FEMTools presenta en la región izquierda de su interfaz las siguientes opciones de configuración en la herramienta Modal Parameter Extractor:

- Orden máximo
- Frecuencia mínima
- Frecuencia máxima

Los modos y frecuencias naturales de la estructura son obtenidos mediante el método de mínimos cuadrados descrito en la sección 3.4.8.1. Se asignan valores iniciales a las variables desconocidas y se utilizan los datos conocidos de frecuencias naturales encontradas en los diagramas de estabilidad.

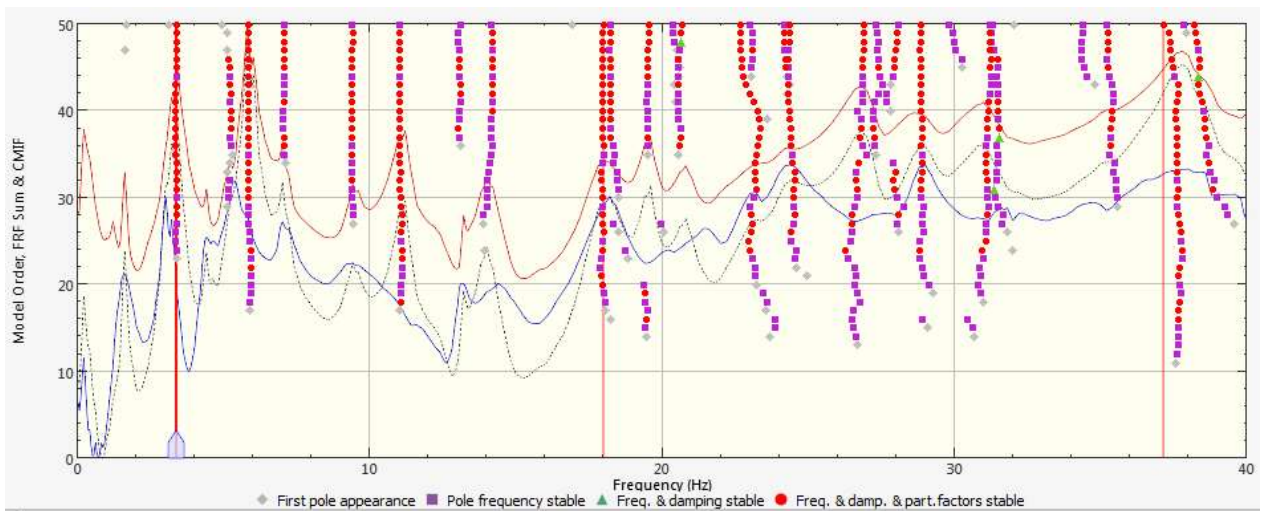


Figura 5.17: Diagrama de estabilidad [0 - 40] Hz

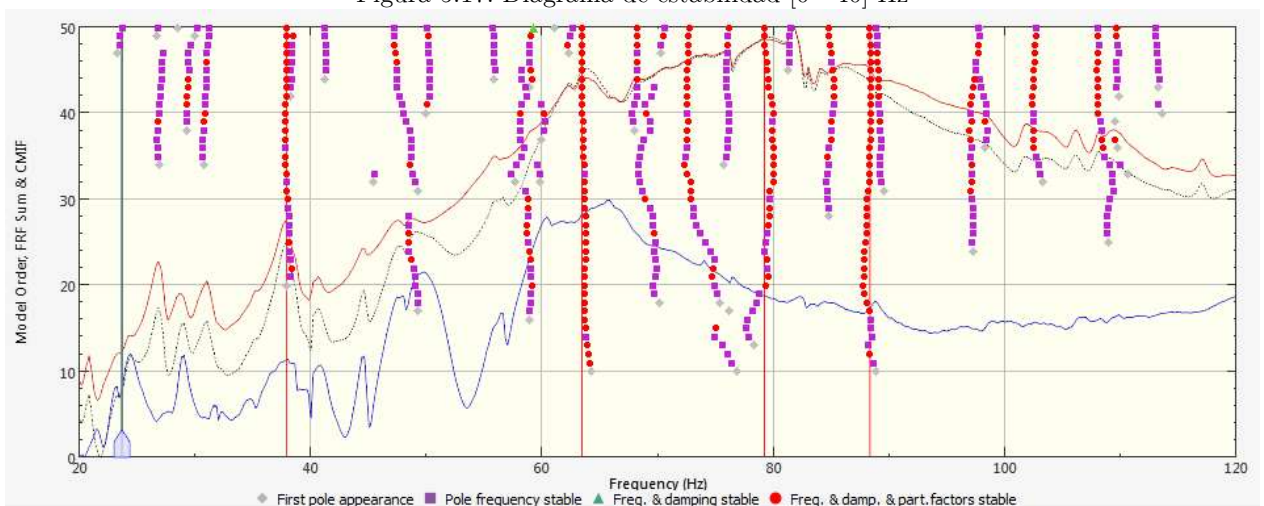


Figura 5.18: Diagrama de estabilidad [30 - 120] Hz

#### 5.4.1. RESULTADOS EXPERIMENTALES

A continuación, se muestran en la tabla 5.11 los 6 modos de vibración obtenidos mediante mediciones experimentales en el rango [0 - 100] Hz. Al mismo tiempo, se muestra en las figuras 5.19 y 5.20 la forma de los modos obtenidos de manera experimental comparada con una imagen estática de los puntos de medición.

Por otro lado, en la tabla 5.11 también se muestra la correlación existente en los modos obtenidos de manera experimental. Acá el indicador utilizado es el MAC alias y muestra qué tanto se parece unos a otros los modos obtenidos de manera experimental.



Tabla 5.11: Modos de vibración obtenidos mediante mediciones experimentales

Modo Experimental	Frecuencia [Hz]	Amortiguamiento [%]	MAC alias [%]
1	3.354	4.53	36.2
2	18.154	2.24	9.6
3	37.867	1.98	88.8
4	63.416	3.27	88.8
5	79.198	3.27	64.6
6	88.320	4.09	36.2

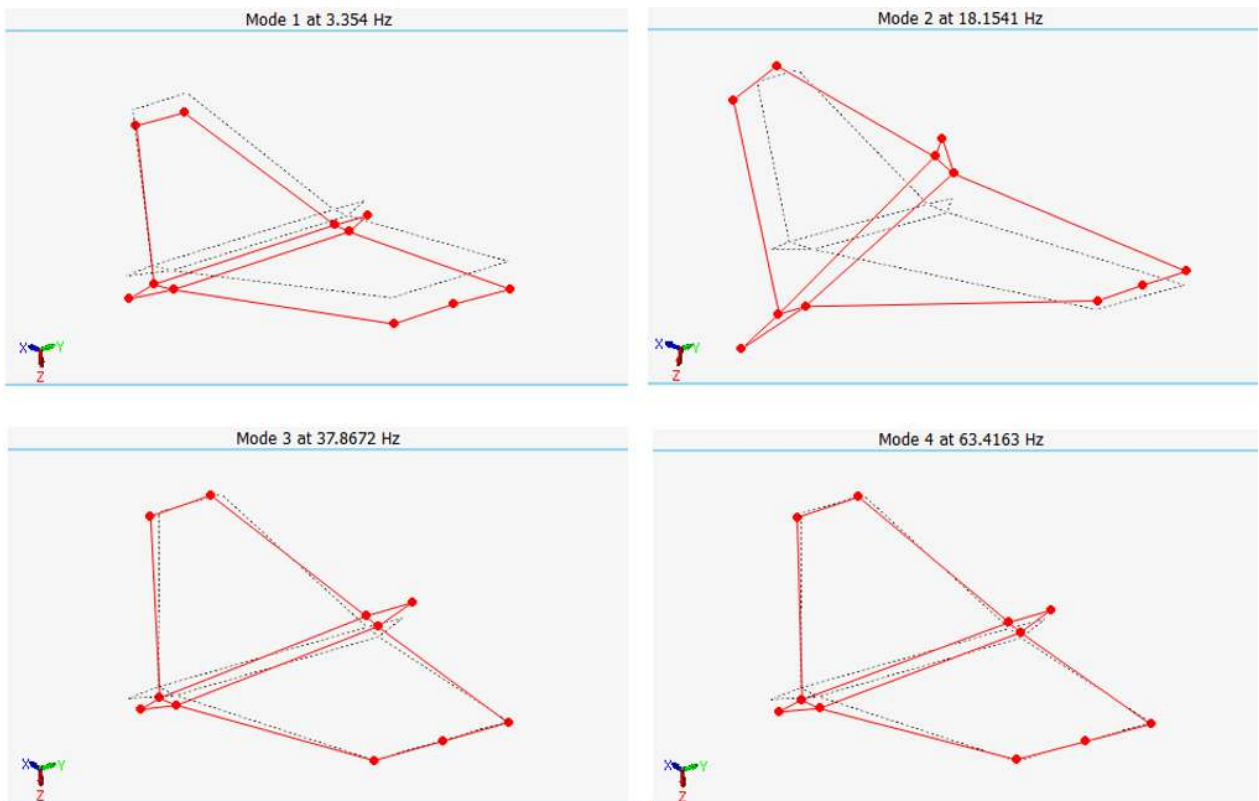


Figura 5.19: Modos 1, 2, 3 y 4 experimentales

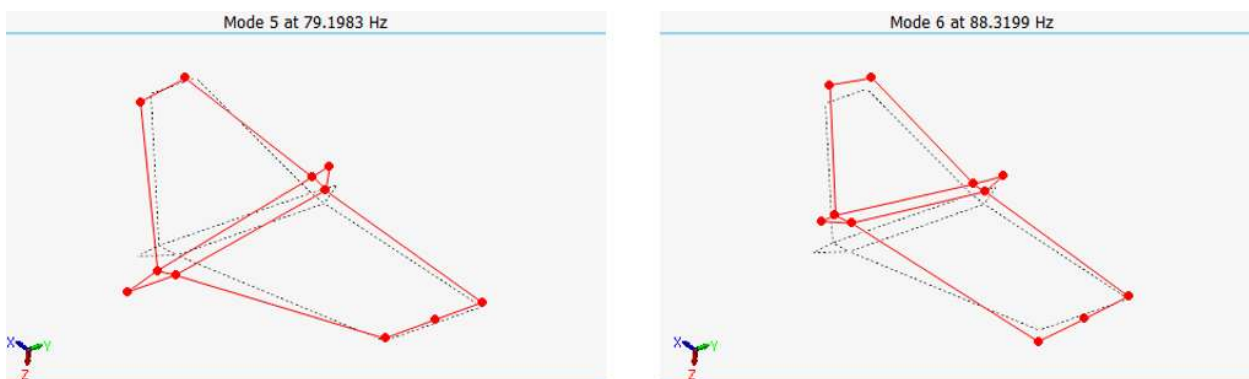


Figura 5.20: Modos 5 y 6 experimentales.

#### 5.4.2. MAC (MODAL ASSURANCE CRITERION) Y MODOS CORRELACIONADOS

Mediante la herramienta “Modal Assurance Criterion (MAC)” de FEMTools se establece una correlación entre el conjunto de modos obtenidos mediante el modelo numérico y las mediciones experimentales. Esta herramienta cuenta con un indicador de qué tan buena es la correlación entre un modo  $i$  del modelo numérico con respecto a un modo  $j$  del modelo experimental.

Los primeros resultados se obtienen de manera automática considerando como criterio de selección un MAC entre modos numérico vs experimental de mínimo un 60% y una diferencia entre frecuencias de un 30%. En la tabla 5.12 se presentan los resultados para cada par de modos correlacionado.

Tabla 5.12: Correlación de modos de primer modelo sin ajuste.

Nro de pares de modos correlacionados	Modo Numérico	Frecuencia [Hz]	Modo Experimental	Frecuencia [Hz]	MAC [%]	$\Delta$ Frec [%]
2	2	3.1067	1	3.3540	95.4	-7.373
5	5	36.209	3	37.867	72.2	-4.378
7	7	64.424	5	79.198	62.2	-18.655
9	9	95.219	6	88.320	61.1	7.811

En la tabla anterior es posible apreciar que dos modos se correlacionan bien, ya que su MAC es superior a un 60% y la diferencia entre frecuencias es menor a un 30%. Es importante destacar, que el primer modo corresponde al movimiento vertical (en Z) del camión, el cual aparece a una frecuencia de 3.354 [Hz] en el modelo experimental, no distando mucho del valor preliminar del modelo numérico sin ajustar. A pesar de esto, es necesario realizar un ajuste modificando diversos parámetros que influyen en estos resultados.

## 5.5. AJUSTE DEL MODELO

El ajuste experimental consiste en variar en el modelo numérico algunas de las propiedades y características de la estructura modelada. Estos parámetros son:

- Rigidez vertical y lateral de neumáticos traseros y delanteros
- Masa real en los puntos de apoyo de la tolva
- Espesor de las planchas de fabricación del chasis
- Densidad del acero de fabricación
- Módulo de Young o de Elasticidad

De manera inicial, las propiedades de material del chasis trasero y los apoyos en resorte del camión son las que se muestran en la tabla 5.13 y corresponden a las utilizadas para la obtención anterior de modos.

Tabla 5.13: Características mecánicas y de condiciones de borde del modelo previo al ajuste.

Propiedad	Valor
Densidad	7850 [ $kg/m^3$ ]
Módulo de Young	200 [ $GPa$ ]
Número de Poisson	0.3
Rigidez vertical neumáticos delanteros	2.58206 [ $MN$ ]
Rigidez vertical neumáticos traseros	1.70657 [ $MN$ ]
Rigidez lateral neumáticos delanteros	1.62434 [ $MN$ ]
Rigidez lateral neumáticos traseros	1.56595 [ $MN$ ]
Masa apoyo trasero tolva	3599 [ $kg$ ]
Masa apoyo delantero tolva	8470 [ $kg$ ]
Masa eje trasero	3880 [ $kg$ ]

Bajo estas condiciones, se procede a iterar mediante la herramienta FEMTools “Model Adjusting>Automated Model Adjusting” considerando como respuesta las Funciones de Respuesta en Frecuencia obtenidas en terreno. Por otro lado, como parámetros de ajuste se consideran:

- Módulo de Young
- Densidad material
- Rigidez vertical y lateral de los neumáticos (resortes en el modelo).
- Masas de tolva, eje trasero y masas producto de la unión con chasis delantero.

Por otro lado, en el software FEMTools se establecen los siguientes valores:

- Número de iteraciones
- Porcentaje de variación del valor de parámetro por iteración
- Criterio de ajuste

### 5.5.1. MODOS Y FRECUENCIAS DEL PRIMER AJUSTE DEL MODELO NUMÉRICO

Tras un ajuste del módulo de Young y el espesor de algunas placas que conforman el modelo numérico, se obtuvieron los siguientes modos de vibración:

Tabla 5.14: Modos de vibración y frecuencias tras un primer ajuste del modelo numérico.

Modo Numérico	Frecuencia [Hz]
1	2.7884
2	3.2394
3	15.451
4	17.938
5	36.24
6	52.827
7	62.880
8	65.186
9	94.773
10	97.094

La correlación obtenida a partir de este ajuste considera una variación de hasta un 5% del Módulo de Young Inicial y de un 10% en los espesores de las planchas con las que se fabrica el chasis del camión. A continuación, se muestra la nueva correlación con respecto a la medición experimental y se detalla en la tabla 5.15:

Tabla 5.15: Correlación numérico - experimental luego del primer ajuste.

Nro de pares de modos correlacionados	Modo Numérico	Frecuencia [Hz]	Modo Experimental	Frecuencia [Hz]	MAC [%]	$\Delta$ Frec [%]
1	2	3.2394	1	3.3540	95.6	-3.417
2	5	36.240	3	37.867	72.2	-4.297
3	7	62.880	5	79.198	68.6	-20.604

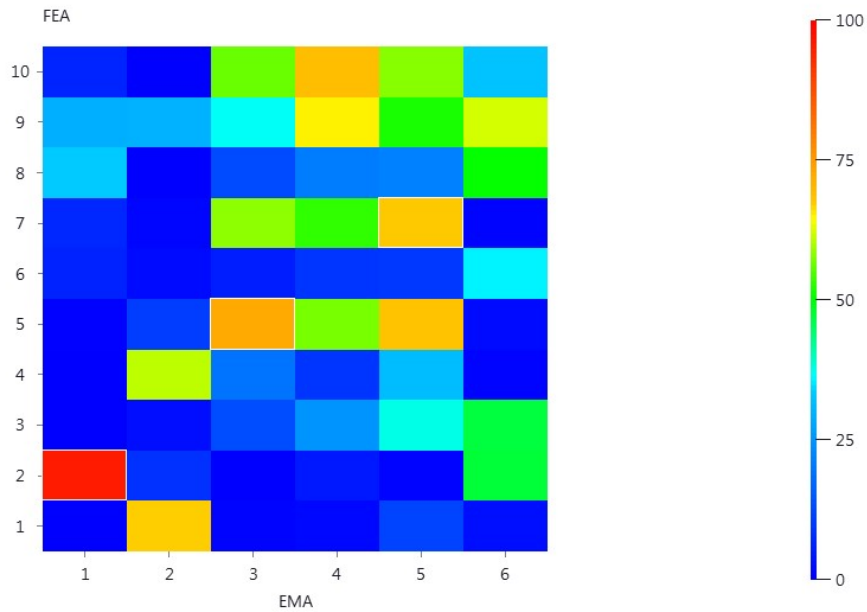


Figura 5.21: MAC obtenido luego del primer ajuste para la correlación numérico (FEA) - experimental (EMA).

### 5.5.2. MODOS Y FRECUENCIAS DEL SEGUNDO AJUSTE DEL MODELO NUMÉRICO

A continuación, se muestran los resultados obtenidos al variar la masa en los puntos de apoyo, rigidez de los neumáticos delanteros y traseros. Junto con esto, se representa como una masa extra la rótula inferior que une el chasis delantero y trasero con el fin de recrear la fuerza de reacción existente entre estas dos estructuras. Los nuevos valores de estos parámetros tras es ajuste se muestran en la tabla 5.16 y los resultados del modelo numérico ajustado en las tablas 5.17 y 5.18 y figura 5.22.

Tabla 5.16: Nuevos valores para las condiciones de borde del modelo numérico.

Propiedad	Valor
Rigidez vertical neumáticos delanteros (soporte inferior)	2.67303 [MN]
Rigidez vertical neumáticos delanteros (soporte superior)	2.23904 [MN]
Rigidez vertical neumático trasero derecho	1.35919[MN]
Rigidez vertical neumático trasero izquierdo	1.35920[MN]
Rigidez lateral neumáticos delanteros (soporte	1.75054[MN]

inferior)	
Rigidez lateral neumáticos delanteros (soporte superior)	1.63878 [MN]
Rigidez lateral neumático trasero derecho	1.58090 [MN]
Rigidez lateral neumático trasero izquierdo	1.58090 [MN]
Masa apoyo trasero tolva	2.33217 [kg]
Masa apoyo delantero tolva	9520.14[kg]
Masa eje trasero	2406.19 [kg]
Reacción en bisagra superior	639.16 [kg]
Reacción bisagra inferior	1899.31 [kg]

Tabla 5.17: Modos de vibración y frecuencias tras el segundo ajuste del modelo numérico

Modo Numérico FEMTools	Frecuencia [Hz]
1	2.8823
2	3.1186
3	16.676
4	18.622
5	34.630
6	41.149
7	53.516
8	64.679
9	71.820

Tabla 5.18: Correlación numérico - experimental luego del segundo ajuste

Nro par correlacionado	Modo Numérico	Frecuencia [Hz]	Modo Experimental	Frecuencia [Hz]	MAC [%]	$\Delta$ Frec [%]
1	2	3.0922	1	3.3540	95.2	-7.81
2	5	34.054	3	37.867	73.2	-10.07
3	8	64.615	5	79.198	68.8	-18.41
4	9	70.578	4	63.416	88.2	11.29

La mejora del MAC con respecto al modelo inicial se muestra en la figura 5.22, donde EMA es el modelo experimental resuelto en FEMTools y FEA el modelo construido en ANSYS ajustado. Considerando que una buena correlación de modos es representada como un color rojo, se observa que la correlación mejora bastante al realizar el ajuste del modelo, siendo el modo 1 y 4 los que se correlacionan mejor con los modos obtenidos numéricamente.

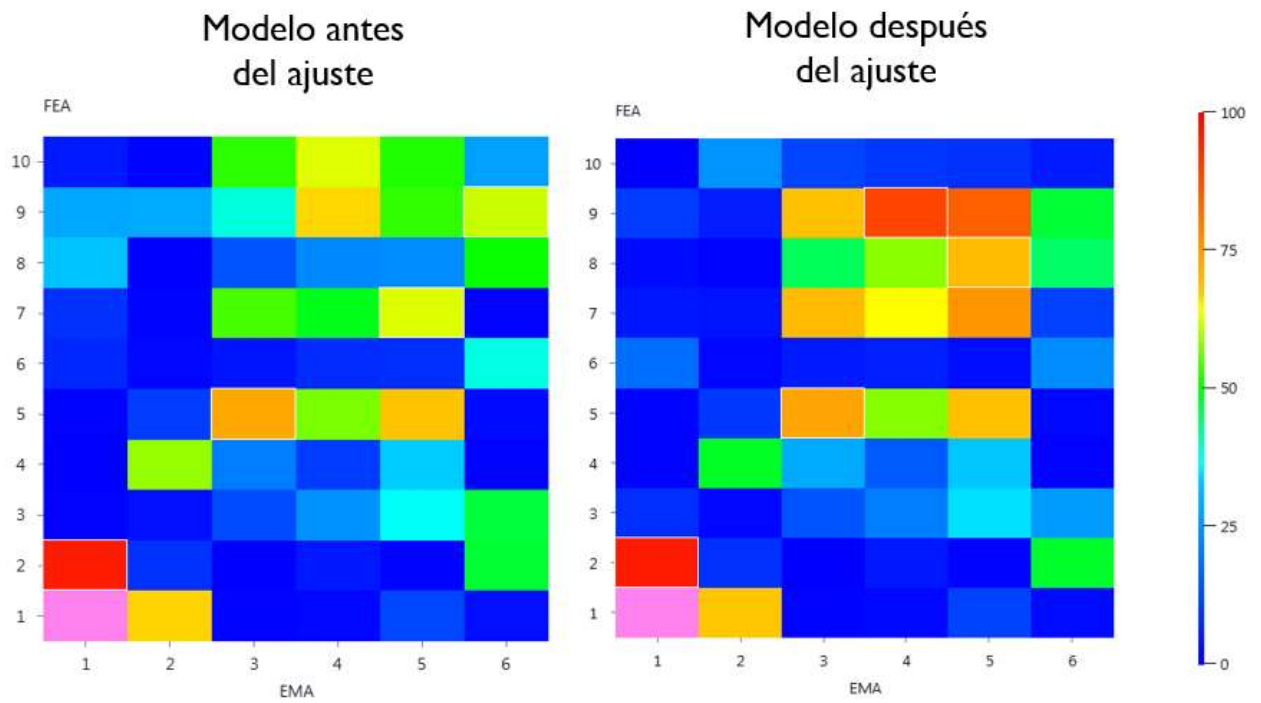


Figura 5.22: Comparación modelo inicial vs modelo ajustado

En la siguiente figura se muestran la forma de los cuatro modos pareados de la tabla 5.18

Fea mode 2 : 3.09 Hz    Test mode 1 : 3.35 Hz    PAIR 1 MAC : 95.24%     $\Delta$  Freq : -7.81%    Fea mode 5 : 34.05 Hz    Test mode 3 : 37.87 Hz    PAIR 2 MAC : 73.24%     $\Delta$  Freq : -10.07%

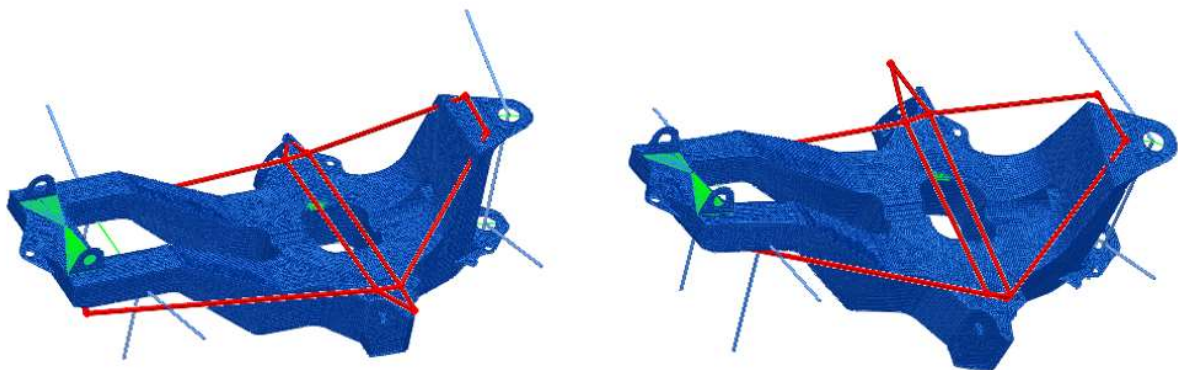


Figura 5.23: Par 1 y 2 de modos correlacionados.

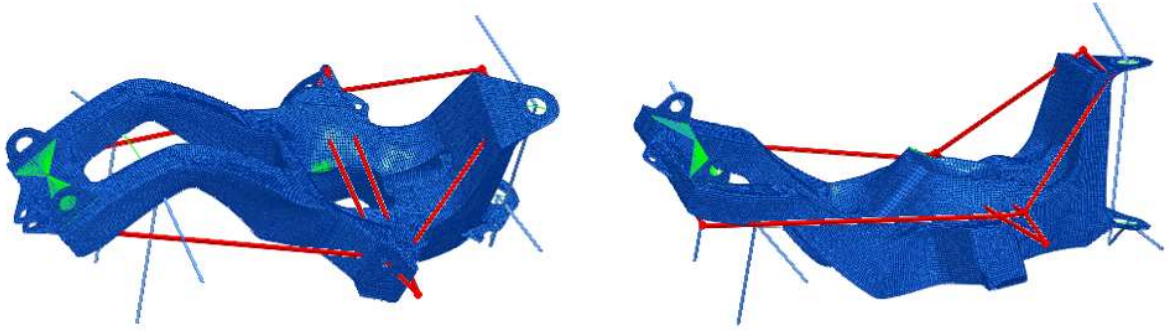


Figura 5.24: Par 3 y 4 de modos correlacionados.



## 5.6. ESFUERZOS EN EL CHASIS CON MODELO AJUSTADO

### 5.6.1. MALLADO

Se repite el mallado descrito en la sección 5.1.3.1.

### 5.6.2. CONDICIONES DE BORDE

Las condiciones de borde de modelo ajustado se corresponden con las obtenidas a partir del ajuste del modelo, pero con la diferencia en que se modifican los puntos de apoyo de la tolva. Tanto en el apoyo delantero como el trasero del chasis se considera la rigidez vertical y lateral de los neumáticos como restricción del modelo. Además, se restringe el movimiento en la dirección X o longitudinal al chasis.

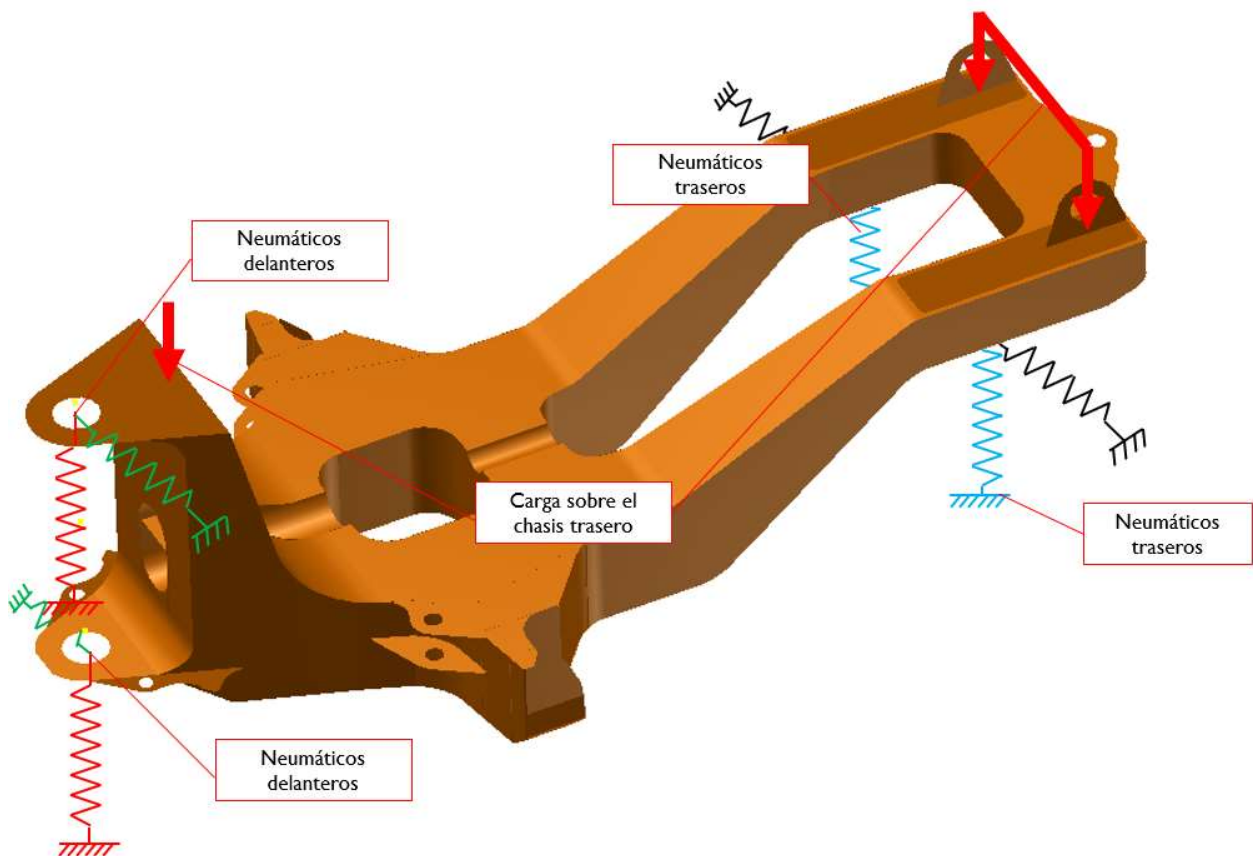


Figura 5.25: Condiciones de borde y cargas sobre el chasis trasero durante su operación.

### 5.6.3. ESFUERZOS ANTE DIVERSAS CARGAS APLICADAS

La fuerza de impacto producto de la caída de material es estudiada ante diferentes estados de carga, ya sea mediante el uso de un buzón de descarga o el carguío mediante palas LHD.

El material descargado sobre la tolva del chasis presenta las propiedades que se muestran en la tabla 5.19

Tabla 5.19: Características del material que impacta la tolva y propiedades y dimensiones de la tolva que recibe el golpe.

Densidad material máxima	2700 [ $kg/m^3$ ]
Granulometría	Hasta 1 m de diámetro
Tiempo de descarga con buzón	10 [ $s$ ]
Tiempo de descarga con pala de 26 [ $yd^3$ ]	2 [ $s$ ]
Módulo de Young acero tolva ( $E$ )	200 [ $GPa$ ]
Largo tolva ( $L$ )	3.91 [ $m$ ]
Ancho tolva ( $a$ )	3.21 [ $m$ ]
Espesor ( $b$ )	0.025 [ $m$ ]
Ancho de la viga que es golpeado por material	3.21 [ $m$ ]
Momento de inercia de área ( $I$ )	$7.22 \cdot 10^{-5}$ [ $m^4$ ]
Masa tolva	12075 [ $kg$ ]

La carga de impacto se calcula utilizando lo presentado en la sección 3.6.3, mediante la energía de deformación en una viga utilizando las siguientes consideraciones:

- Altura de descarga ( $h$ ):
  - Para la caída de material desde el buzón se mide desde la descarga hasta el piso de la tolva. Se considera un margen de seguridad de 1 metro en esta distancia.
  - Para la caída de material desde las palas de 15 [ $yd^3$ ] se mide desde el punto de descarga hasta el piso de la tolva.
- Masa de material ( $m$ ) que golpea la tolva y que genera el mayor impacto:
  - Para el caso de descarga con buzón se considera para el impacto el choque de 3000 [ $kg$ ] de material sobre la tolva en un solo instante debido a que es el peor caso. Equivale al impacto de una roca de 1 [ $m^3$ ] más un margen extra de material al mismo tiempo. Se realiza esta aproximación, dado que es la cantidad de material que cae en 0.5 segundos, tiempo en el que se habrá disipado el esfuerzo producto del impacto de esta misma carga.

- Para la descarga mediante pala de  $15 \text{ [yd}^3\text{]}$  se considera como masa de impacto la caída de  $5000 \text{ [kg]}$  dado que es la masa que cae sobre la tolva en 0-5 segundos, tiempo el cual se disipa el impacto.
- Velocidad ( $v$ ):
  - Se calcula mediante la altura de descarga y es la velocidad con la que llegan las rocas a la tolva.
- Momento de inercia de área viga equivalente a tolva ( $I$ ):
  - Se considera una viga del largo de la tolva, de un espesor algo mayor que espesor de la tolva dado que existen refuerzos en toda la geometría y de un ancho equivalente al ancho de la tolva.
- Se considera que la carga impacta en el centro de la tolva, por lo tanto, la reacción de los apoyos es de igual magnitud.

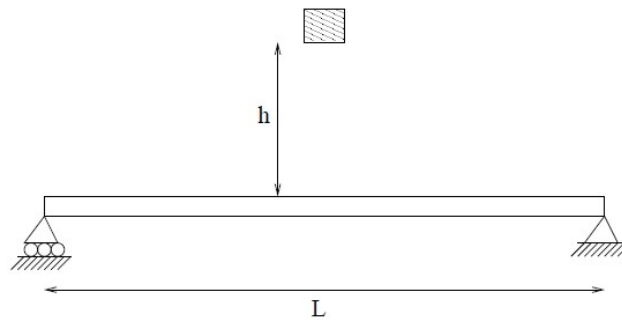


Figura 5.26: Impacto de una masa desde una altura  $h$  en el centro de una viga.

- Las cargas producto del impacto se representan de dos maneras:
  - $P_{st}$  : Resultado de carga por impacto sin considerar la masa de la tolva
  - $P_{ct}$  : Resultado de carga por impacto considerando la masa de la tolva
  - Al simular las cargas sobre el chasis del camión, se suma a las cargas anteriormente calculadas el peso total de la tolva  $12075 \text{ [kg]}$ .
- El gráfico representativo de la carga  $P_{st}$  y  $P_{ct}$  en función del tiempo se puede representar mediante la gráfica de la figura 3.18 del ítem 3.6.1 , si embargo, para efectos de simplicidad de cálculos se utiliza solo el valor de la magnitud máxima de carga.
  - El tiempo de impacto  $\Delta t$  equivalente si se calcula la carga por impacto mediante la teoría de impulso-momento bajo las condiciones de carga establecidas es aproximadamente  $\Delta t = 0.05 \text{ [s]}$ , lo cual es un valor apropiado para cargas que impactan sobre acero.

### 5.6.3.1. Caso 1: Caída de material desde buzón de descarga

Considerando lo mencionado anteriormente y estableciendo la altura de caída de material como  $h = 3.5 [m]$  y que la masa descargada corresponde a  $m = 3000 [kg]$ , la magnitud del impacto  $P_{st}$ ,  $P_{ct}$  y el esfuerzo máximo de von Mises se muestra en la tabla que se presenta a continuación.

Tabla 5.20: Esfuerzo máximo de von Mises, deformación, esfuerzo máximo Principal y factor de seguridad para el Caso 1.

Método de cálculo carga	Carga [N]	Esfuerzo máximo von Mises [MPa]	Deformación máxima [%]	Esfuerzo máximo Principal [MPa]	Factor de Seguridad fluencia
$P_{st1}$	639391	253.18	0.13016	224.27	1.90
$P_{ct1}$	411750	169.11	0.08693	148.86	2.84

### 5.6.3.2. Caso 2: Caída de material desde 4, 5 y 6 metros mediante palas de 15 yardas cúbicas (Rocas grandes)

Considerando lo mencionado anteriormente y estableciendo la altura de caída de material como  $h_1 = 4 [m]$ ,  $h_2 = 5 [m]$  y  $h_3 = 6 [m]$  y que la masa descargada corresponde a  $m = 5000 [kg]$  la magnitud del impacto  $P_{st}$ ,  $P_{ct}$  y el esfuerzo máximo de von Mises se muestra en la tabla que se presenta a continuación.

Tabla 5.21: Esfuerzo máximo de von Mises, deformación, esfuerzo máximo Principal y factor de seguridad para el Caso 2.

Método de cálculo carga	Carga [N]	Esfuerzo máximo von Mises [MPa]	Deformación máxima [%]	Esfuerzo máximo Principal [MPa]	Factor de Seguridad fluencia
$P_{st2,h=4 [m]}$	845535	329.31	0.16930	291.66	1.46
$P_{ct2,h=4 [m]}$	597341	237.65	0.12217	210.53	2.02
$P_{st2,h=5 [m]}$	924896	358.62	0.18437	317.61	1.34
$P_{ct2,h=5 [m]}$	647176	256.06	0.13164	226.82	1.87
$P_{st2,h=6 [m]}$	996676	385.12	0.19801	341.07	1.25
$P_{ct2,h=6 [m]}$	692279	272.71	0.14020	241.56	1.76

### 5.6.3.3. Caso 3: Carga estática de 63 toneladas

Para el cálculo de los esfuerzos y deformación se considera la carga de 63 toneladas como estática. En el cálculo se considera la masa de la tolva 12075 [kg] y la masa de la carga de 63000 [kg].

Tabla 5.22: Esfuerzo máximo de von Mises, deformación, esfuerzo máximo Principal y factor de seguridad para el Caso 3.

Método de cálculo carga	Carga [N]	Esfuerzo máximo von Mises [MPa]	Deformación máxima [%]	Esfuerzo máximo Principal [MPa]	Factor de Seguridad fluencia
$P_{63ton}$	750750	285.87	0.14549	268.17	1.68

### 5.6.4. GRÁFICOS COMPARATIVOS Y UBICACIÓN DEL ESFUERZO MÁXIMO

Es posible establecer que existe una relación lineal entre el esfuerzo máximo de von Mises obtenido y la carga aplicada en el chasis del camión. Esto se puede ver en el gráfico de la figura 5.27.

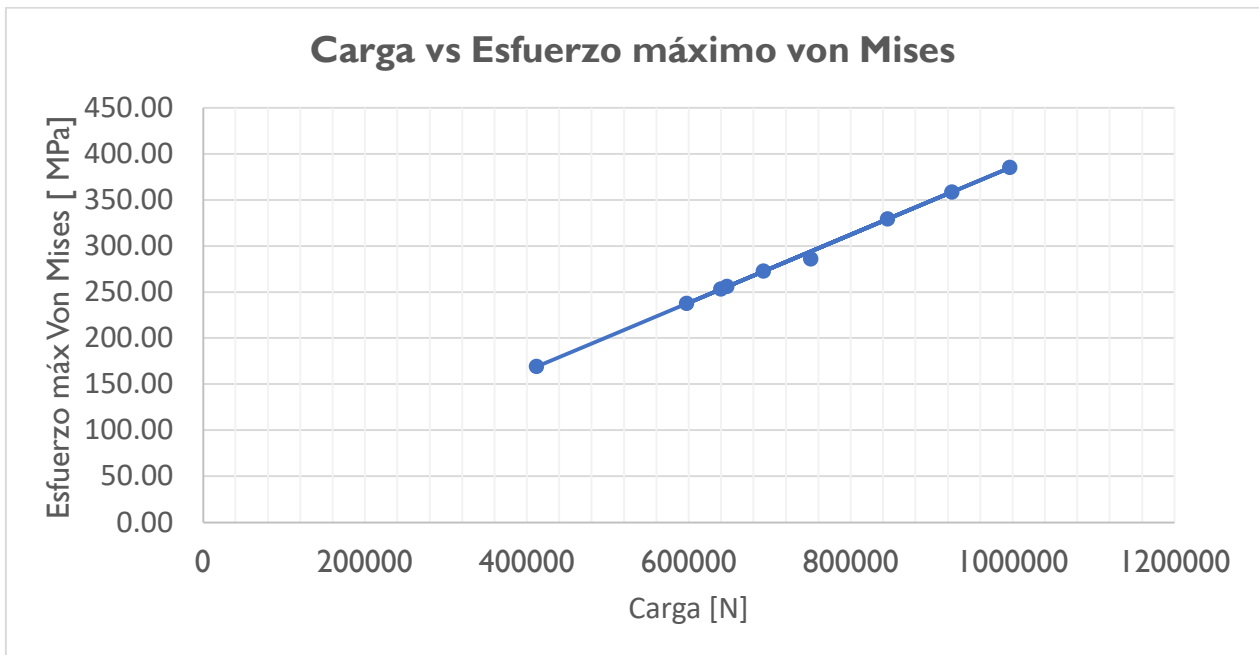


Figura 5.27: Carga vs Esfuerzo máximo von Mises.

Por otro lado, existe también una relación lineal entre la altura de caída de material y el esfuerzo máximo de von Mises en la estructura. Esto se puede ver en la gráfica de la figura 5.28.

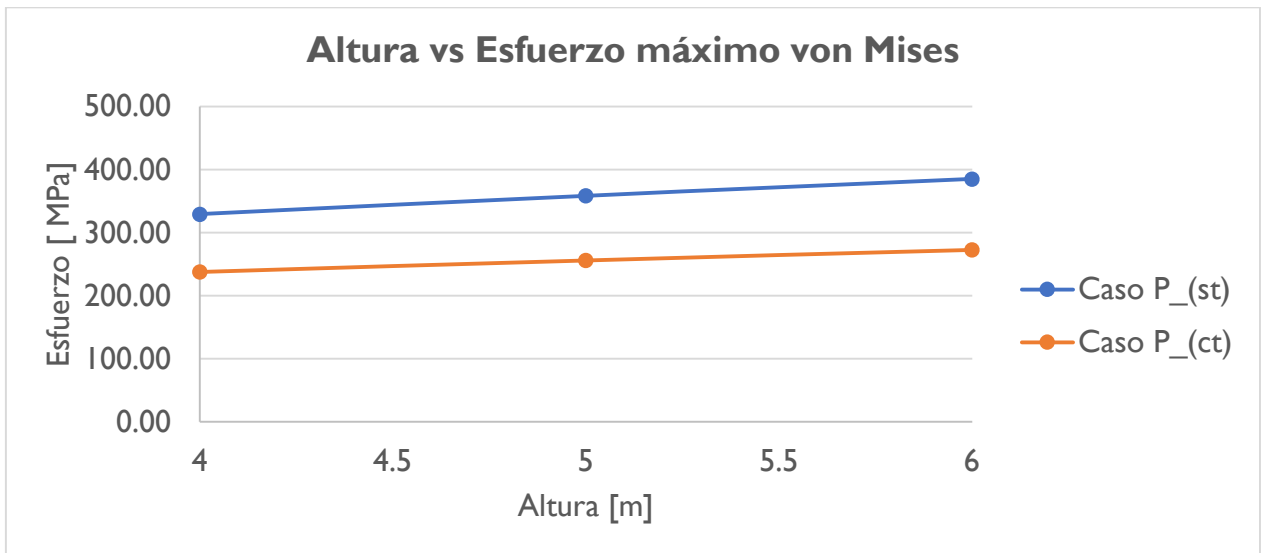


Figura 5.28: Altura vs Esfuerzo máximo von Mises.

La ubicación del esfuerzo máximo es coincidente para cada uno de los 3 casos de carga. En la figura que se presenta a continuación se aprecia la zona de máximo esfuerzo.

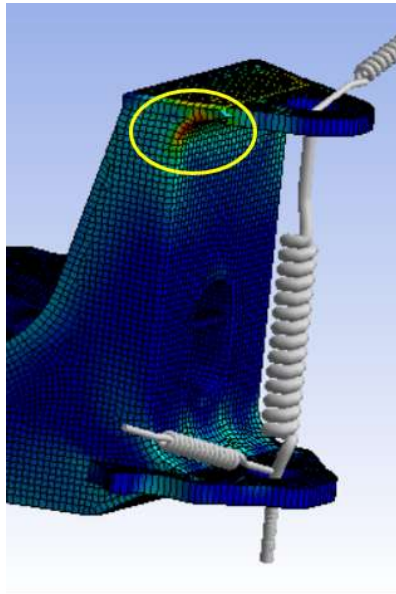


Figura 5.29: Región con mayor esfuerzo.

## 5.7. ESTUDIO DE FATIGA

### 5.7.1. SUPUESTOS

Para el estudio de la vida mediante fatiga de la estructura se realizan las siguientes consideraciones:

La estimación de vida se realiza mediante la teoría esfuerzo-vida (stress-life) dado que la estructura se encuentra sometida a un alto ciclaje, es decir, el número de ciclo de carga durante su vida es mayor a  $10^3$  ciclos. Esta consideración se realiza en base a que el camión es cargado durante 100 veces por día y que su ida útil esperada es mayor a 10 años. A partir de esto, se obtiene que el número de ciclos de carga durante su operación es  $100 \cdot 365 \cdot 10 = 365000$  ciclos, mucho mayor que  $10^3$ .

Para la estimación de la vida de la estructura mediante el software ANSYS, se rea

- Se simula como una carga cíclica repetida el impacto de la carga para cada uno de los casos presentados anteriormente, donde el esfuerzo máximo  $\sigma_{max}$  corresponde al esfuerzo máximo de von Mises para cada una de las cargas estimadas. Es importante notar, que  $\sigma_{min} = 0$ .

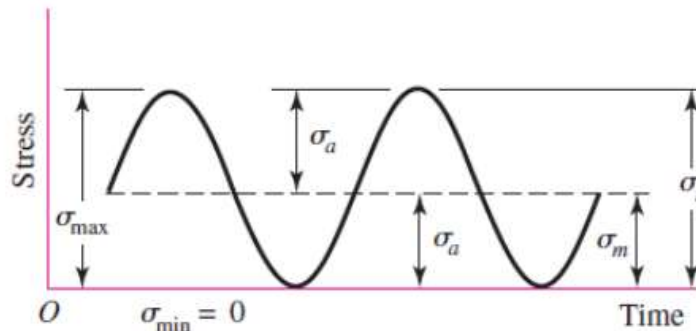


Figura 5.30: Gráfico de una carga cíclica repetida.

- Se utilizan los criterios de **Goodman y Gerber** en el software ANSYS para la estimación de la vida y el factor de seguridad de la estructura para vida infinita ( $10^6$  ciclos) en cada uno de los casos presentados en la sección de estimación de esfuerzos.
- Se considera como propiedades del material relevantes para este análisis el límite elástico del material  $S_y$  y el límite de resistencia a la tracción  $S_{ut}$ .

Tabla 5.23: Propiedades del acero Optim 500 ML consideradas para el estudio de fatiga.

Propiedades acero Optim ML 500	Valor
Límite elástico $S_y$	680 [MPa]
Resistencia a la tracción $S_{ut}$	480 [MPa]

- Cálculo factores de Marin:
  - Factor de superficie  $k_a$ :
    - Condición: Laminado en caliente, por lo que  $a = 1.58$  y  $b = -0.085$ 

$$k_a = aS_{ut}^b = 0.5338$$
  - Factor de tamaño  $k_b$ :
    - Difícil de incluir dado que la geometría de la estructura es compleja.
 
$$k_b = 1$$
  - Factor de carga  $k_c$ :
    - Se considera el factor por flexión dado que esa es la condición ante la cual la región con más esfuerzos se encuentra afectada.
 
$$k_c = 1$$
  - Factor de temperatura  $k_d$ :
    - Temperatura ambiente de 20 [°C], por lo que:
 
$$k_d = 1$$
  - Factor de confiabilidad  $k_e$ :
    - Se considera una confiabilidad de 90%
 
$$k_e = 0.897$$
  - Factor de efectos diversos  $k_f$ :
    - No se consideran otros efectos para esta estimación
 
$$k_f = 1$$
- Se calcula el límite de resistencia a fatiga  $S_e$  del acero Optim 500 ML con el fin de tener una referencia con respecto a los resultados entregados por ANSYS. En este cálculo se incluyen los resultados obtenidos para cada uno de los factores de Marin que modifican el límite de resistencia a fatiga  $S'_e$ .

Considerando que  $S'_e = 0.5 \cdot S_{ut} = 0.5 \cdot 680 [MPa] = 340 [MPa]$ , se tiene que el límite por resistencia a fatiga modificado es:

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e = 0.4788 \cdot 340 [MPa] = 162.81 [MPa]$$

- Luego, a partir de lo anterior, se puede estimar el gráfico S-N del acero de fabricación del chasis. Esta información es un parámetro que se ingresa en el software ANSYS para el estudio de fatiga [6].



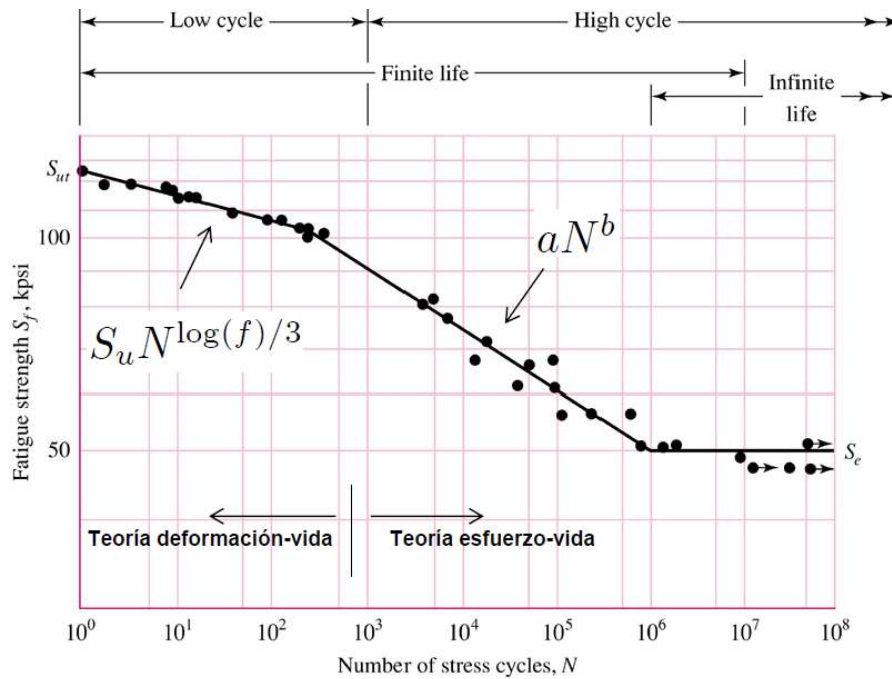


Figura 5.31: Gráfico S-N de referencia.

Para la obtención del del gráfico S-N del acero Optim 500 ML, se realiza el procedimiento de cálculo que se muestra en la sección 3.8.3.

Se comienza obteniendo el valor de la fracción de la resistencia a la fatiga ( $f$ ). Este se obtiene de la gráfica de la figura 6-18 del libro “Diseño en ingeniería mecánica de Shigley” [2] considerando un  $S_{ut} = 680$  [MPa]. Así,

$$f = 0.843$$

Para el rango  $0 < N < 10^3$ , el valor de la resistencia a la fatiga  $S_f$  queda descrita por la siguiente ecuación:

$$S_f = S_{ut} N^{\log(f)/3} = 680 \cdot N^{\log(0.843)/3}$$

Para el rango  $10^3 < N < 10^6$  se calculan los valores de  $a$  y  $b$  de la ecuación (3.71) de Resistencia a la fatiga de componente mecánico real  $S_f = aN^b$ .

$$a = \frac{(fS_{ut})^2}{S_e} = 2018.21$$

$$b = -\frac{1}{3} \log \left( \frac{fS_{ut}}{S_e} \right) = -0.18221$$

De este modo, se obtiene que para el rango  $10^3 < N < 10^6$

$$S_f = aN^b = 2018.21 \cdot N^{-0.182}$$

Para el rango  $10^6 < N < \infty$  se considera que:

$$S_f = 162.829 \text{ [MPa]}.$$

Luego, el gráfico S-N obtenido para el acero Optim 500 ML es el que se muestra en la figura 5.32.

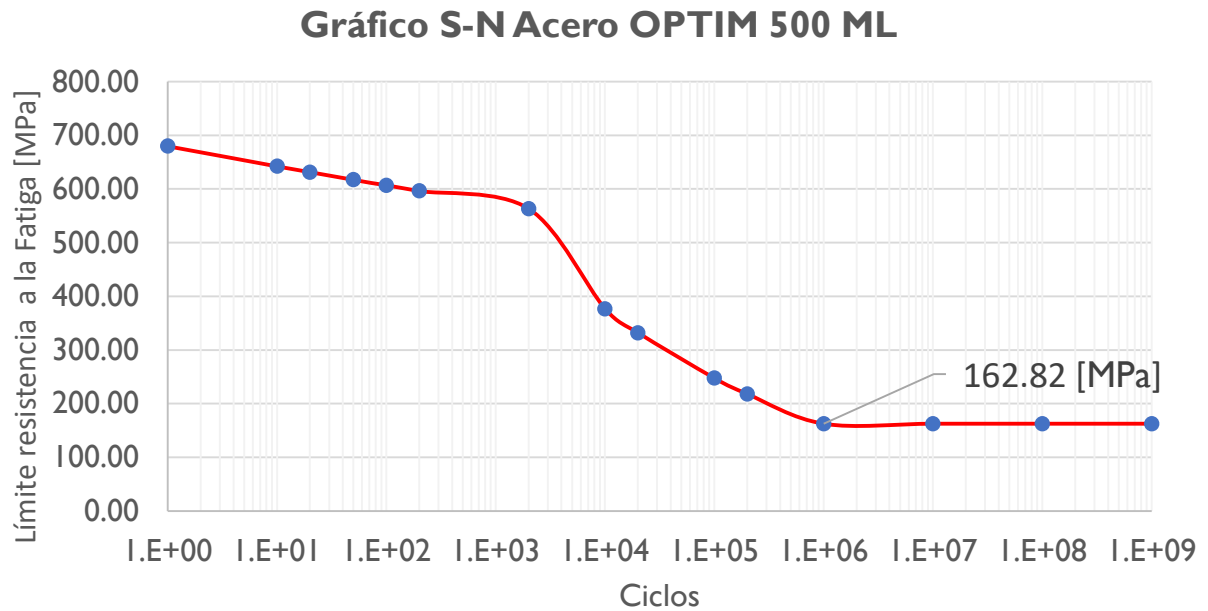


Figura 5.32: Gráfico S-N Acero OPTIM 500 ML

## 5.7.2. RESULTADOS OBTENIDOS MEDIANTE ANSYS

### 5.7.2.1. Fatiga - Caso 1: Caída de material desde buzón de descarga

Los resultados de vida y factor de seguridad obtenidos para el chasis trasero del camión ante los esfuerzos calculados en la sección anterior para el Caso 1 se detallan en las tablas que se muestran a continuación.

Tabla 5.24: Resultados de fatiga para el Caso 1 según el criterio de Goodman.

Criterio de Goodman			
Método de cálculo carga	Esfuerzo máximo von Mises [ $MPa$ ]	Vida (ciclos)	Factor de seguridad vida infinita
$P_{st1}$	253.18	1000000	1.0377
$P_{ct1}$	169.11	1000000	1.554

Tabla 5.25: Resultados de fatiga para el Caso 1 según el criterio de Gerber.

Criterio de Gerber			
Método de cálculo carga	Esfuerzo máximo von Mises [ $MPa$ ]	Vida (ciclos)	Factor de seguridad vida infinita
$P_{st1}$	253.18	1000000	1.2199
$P_{ct1}$	169.11	1000000	1.826

Para cada carga, se realiza un análisis de sensibilidad donde se ve la manera en que afecta la vida de la estructura si se varía la carga aplicada en un 50%. Los resultados de este análisis se realizan bajo el criterio vida de Goodman debido a que es el más conservador y muestran en las gráficas de la figura 5.33.

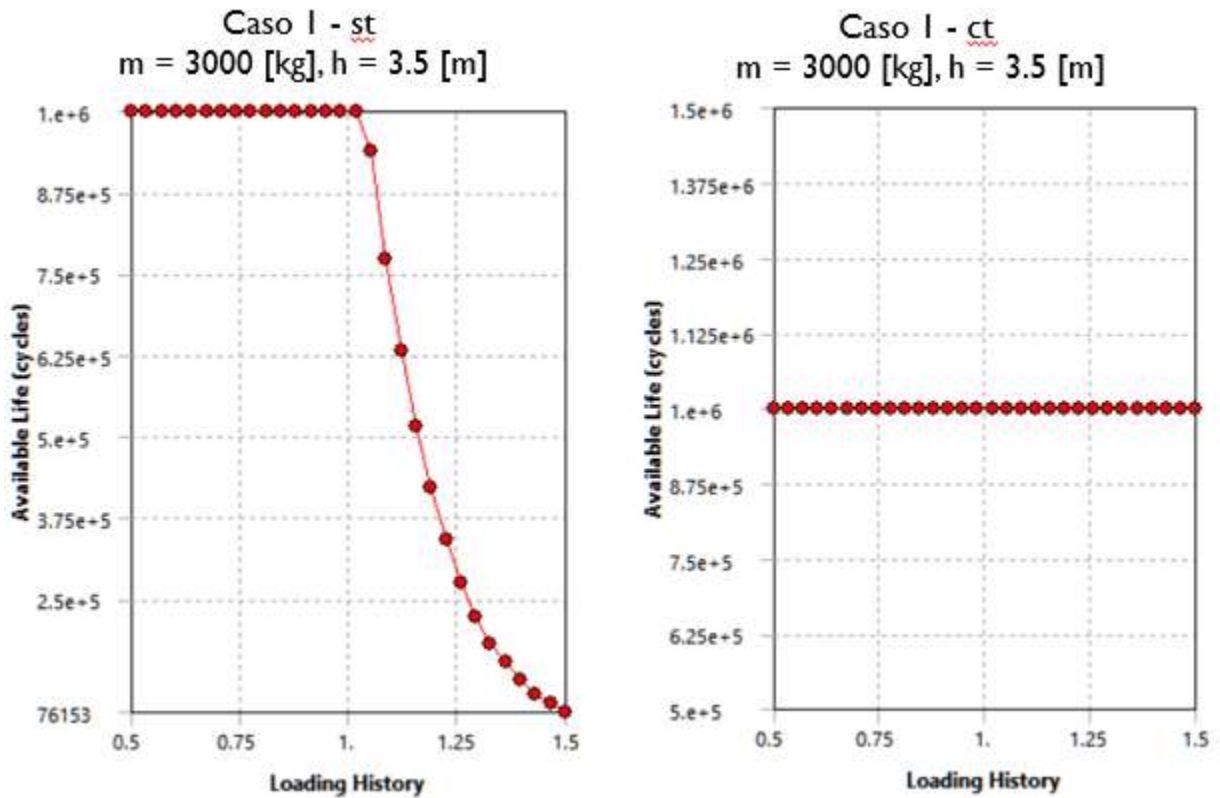


Figura 5.33: Análisis de sensibilidad ante variación de la carga para el Caso 1

### 5.7.2.2. Fatiga - Caso 2: Caída de material desde 4, 5 y 6 metros mediante palas de 26 yardas cúbicas (Rocas grandes)

Los resultados de vida y factor de seguridad obtenidos para el chasis trasero del camión ante los esfuerzos calculados en la sección anterior para el Caso 2 se detallan en la tabla que se muestra a continuación.

Tabla 5.26: Resultados de fatiga para el Caso 2 según el criterio de Goodman.

Criterio de Goodman			
Método de cálculo carga	Esfuerzo máximo von Mises [MPa]	Vida (ciclos)	Factor de seguridad vida infinita
$P_{st,h=4}$ [m]	329.31	206150	0.7978
$P_{ct,h=4}$ [m]	237.65	1000000	1.106
$P_{st,h=5}$ [m]	358.62	110340	0.7326
$P_{ct,h=5}$ [m]	256.06	1000000	1.026
$P_{st,h=6}$ [m]	385.12	67082	0.6822
$P_{ct,h=6}$ [m]	272.71	798970	0.963

Tabla 5.27: Resultados de fatiga para el Caso 2 según el criterio de Gerber.

Criterio de Gerber			
Método de cálculo carga	Esfuerzo máximo von Mises [MPa]	Vida (ciclos)	Factor de seguridad vida infinita
$P_{st2,h=4} [m]$	329.31	704200	0.9379
$P_{ct2,h=4} [m]$	237.65	1000000	1.300
$P_{st2,h=5} [m]$	358.62	420240	0.8612
$P_{ct2,h=5} [m]$	256.06	1000000	1.206
$P_{st2,h=6} [m]$	385.12	259320	0.8019
$P_{ct2,h=6} [m]$	272.71	1000000	1.133

Para cada carga, se realiza un análisis de sensibilidad donde se ve la manera en que afecta la vida de la estructura si se varía la carga aplicada en un 50%. Los resultados de este análisis se realizan bajo el criterio vida de Goodman debido a que es el más conservador y muestran en las gráficas de las figuras 5.34, 5.35 y 5.36.

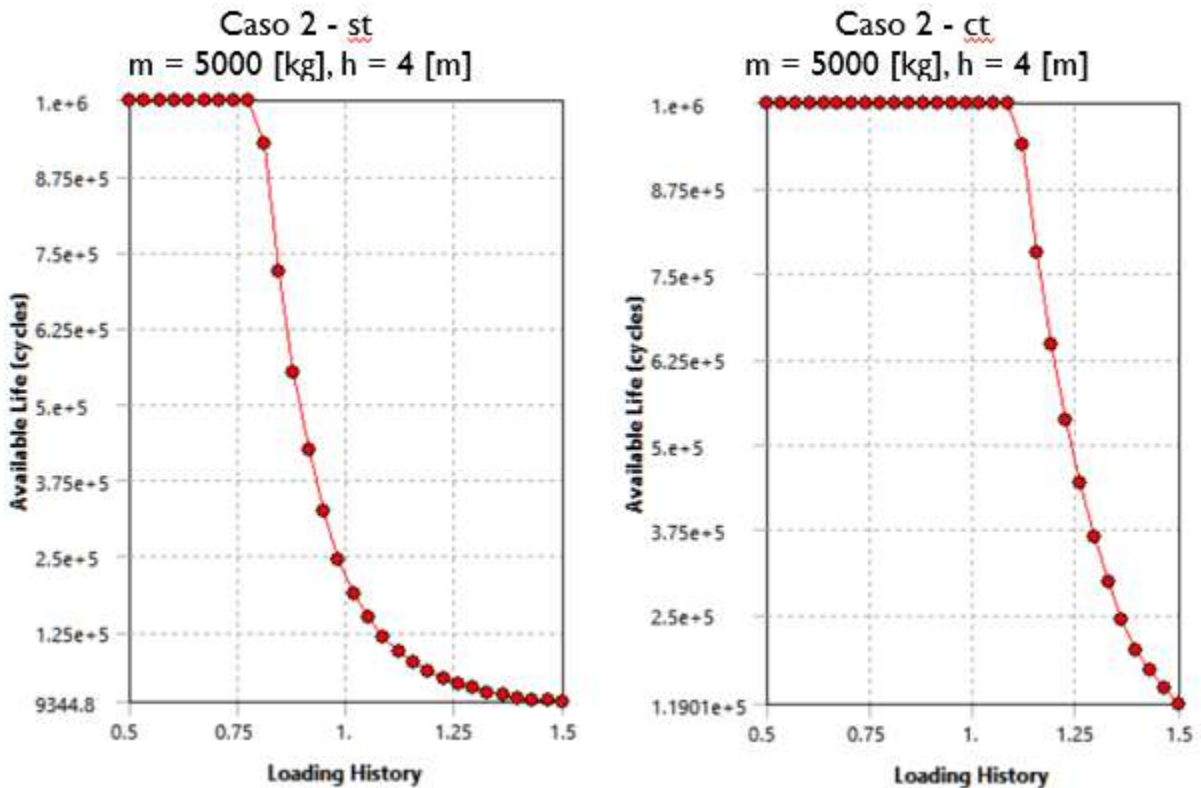


Figura 5.34: Análisis de sensibilidad ante variación de la carga para el Caso 2

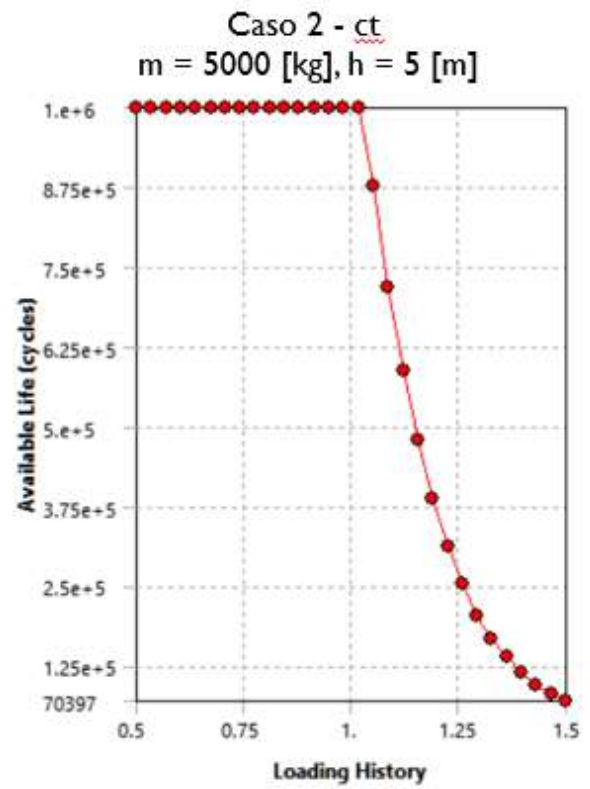
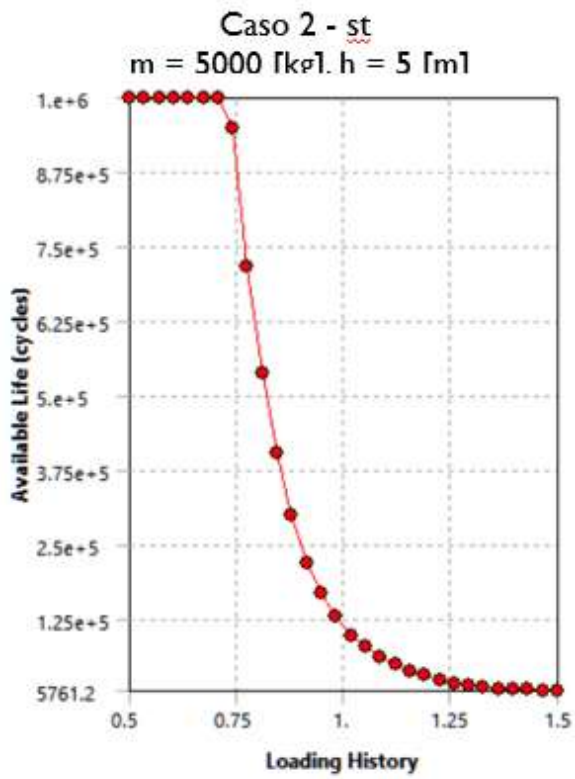


Figura 5.35: Análisis de sensibilidad ante variación de la carga para el Caso 2.

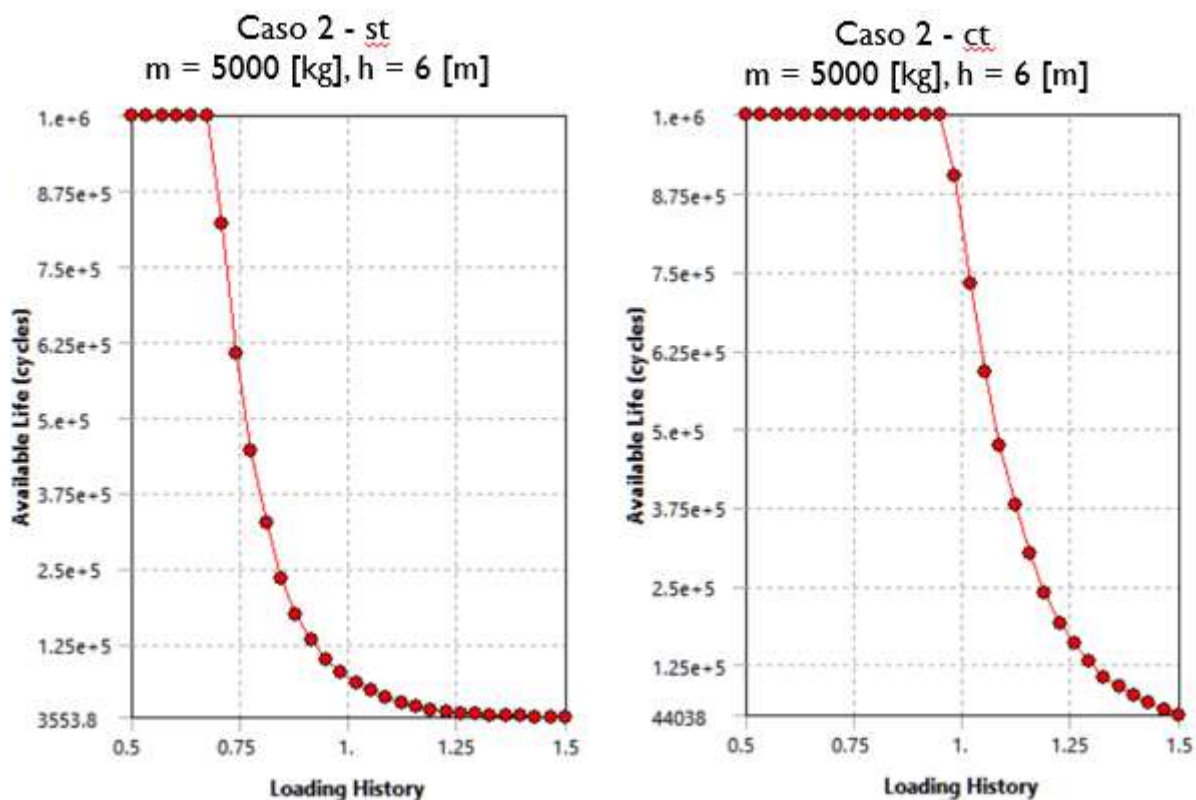


Figura 5.36: Análisis de sensibilidad ante variación de la carga para el Caso 2.

### 5.7.2.3. Fatiga - Caso 3: Carga estática de 63 toneladas

Los resultados de vida y factor de seguridad obtenidos para el chasis trasero del camión ante los esfuerzos calculados en la sección anterior para el Caso 3 se detallan en la tabla que se muestra a continuación.

Tabla 5.28: Resultados de fatiga para el Caso 3 según el criterio de Goodman.

Criterio de Goodman			
Método de cálculo carga	Esfuerzo máximo von Mises [MPa]	Vida (ciclos)	Factor de seguridad vida infinita
$P_{carga\ completa\ tolva}$	285.87	590580	0.91906

Tabla 5.29: Resultados de fatiga para el Caso 3 según el criterio de Gerber.

Criterio de Gerber			
Método de cálculo carga	Esfuerzo máximo von Mises [MPa]	Vida (ciclos)	Factor de seguridad vida infinita
$P_{carga\ completa\ tolva}$	285.87	1000000	1.0804

Para esta carga, se realiza un análisis de sensibilidad donde se ve la manera en que afecta la vida de la estructura si se varía la carga aplicada en un 50%. Los resultados de este análisis se realizan bajo el criterio vida de Goodman debido a que es el más conservador y muestran en la gráfica de la figura 5.37.

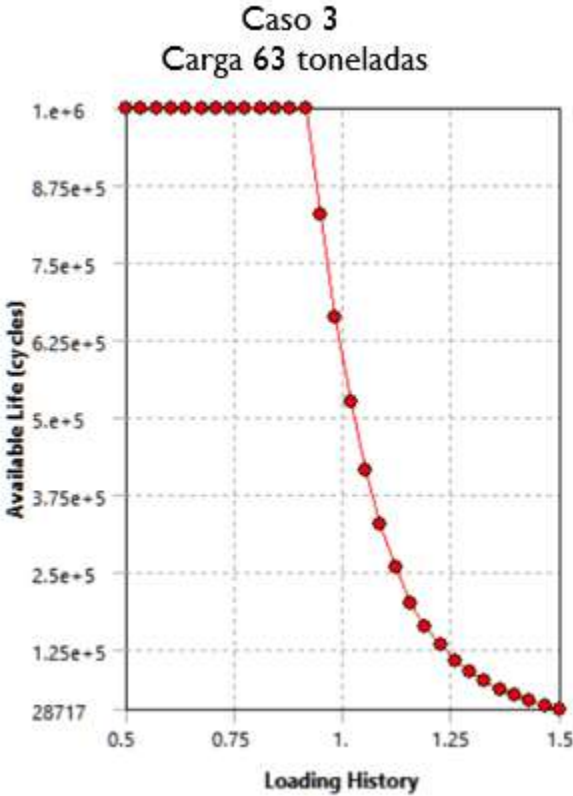


Figura 5.37: Análisis de sensibilidad ante variación de la carga para el Caso 3.



### 5.7.3. GRÁFICO COMPARATIVO DE VIDA DEL CHASIS

En las siguientes figuras se muestra un resumen de los resultados obtenidos mediante ANSYS, donde se aprecia la vida útil del chasis ante diferentes cargas y nivel de esfuerzo.

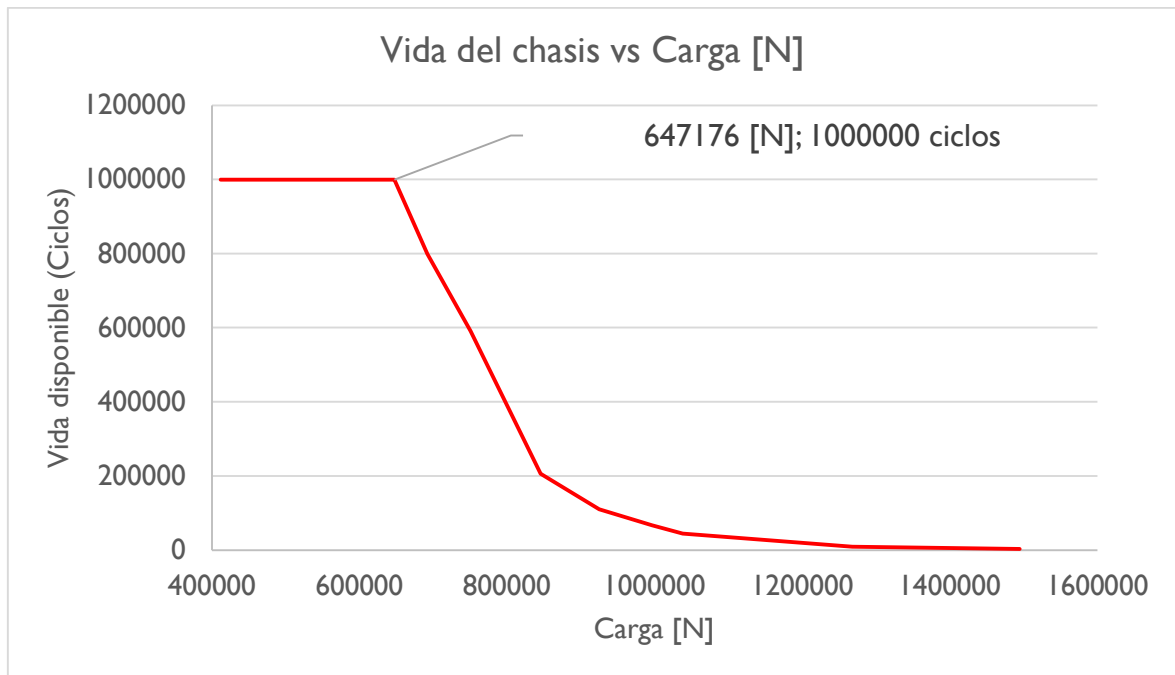


Figura 5.38: Gráfico Carga [N] vs Vida del chasis

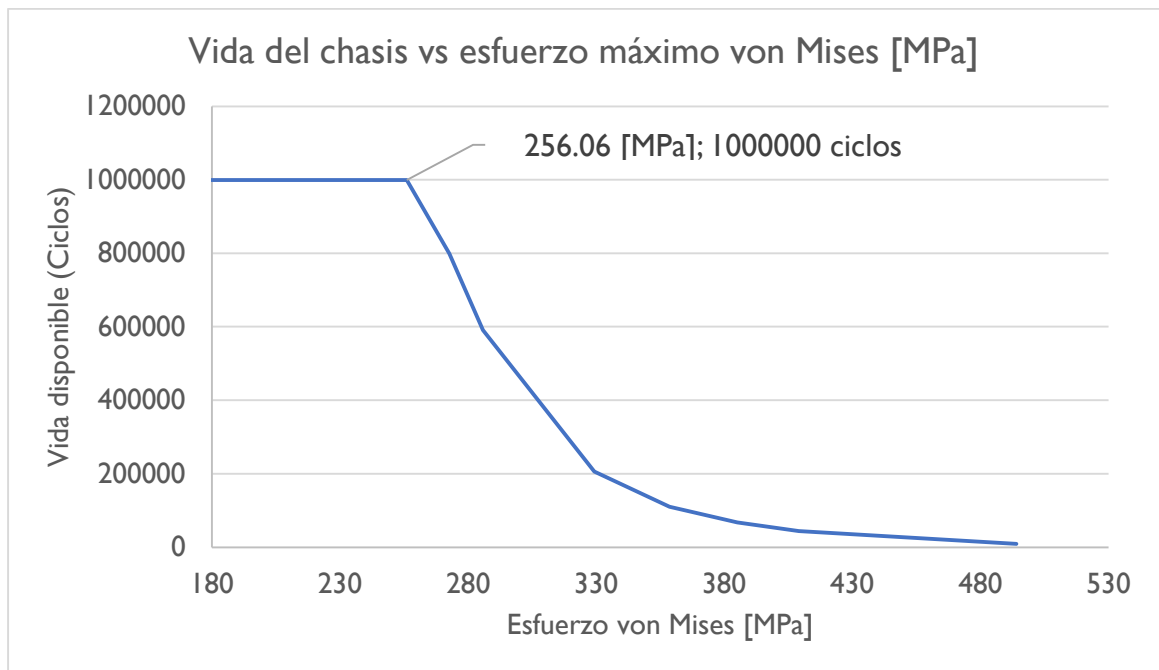


Figura 5.39: Gráfico Esfuerzo máximo von Mises [MPa] vs Vida del chasis

#### 5.7.4. REGIONES DEL CHASIS PROPENSAS A FALLO POR FATIGA

En las figuras que se muestran a continuación se presentan las regiones del chasis donde los esfuerzos son muy altos y que, por lo tanto, tienen altas probabilidades de fallar debido a fatiga si los ciclos de carga son alta magnitud.

Las imágenes que se muestran a continuación corresponden al caso en que la carga es de 996676 [N].

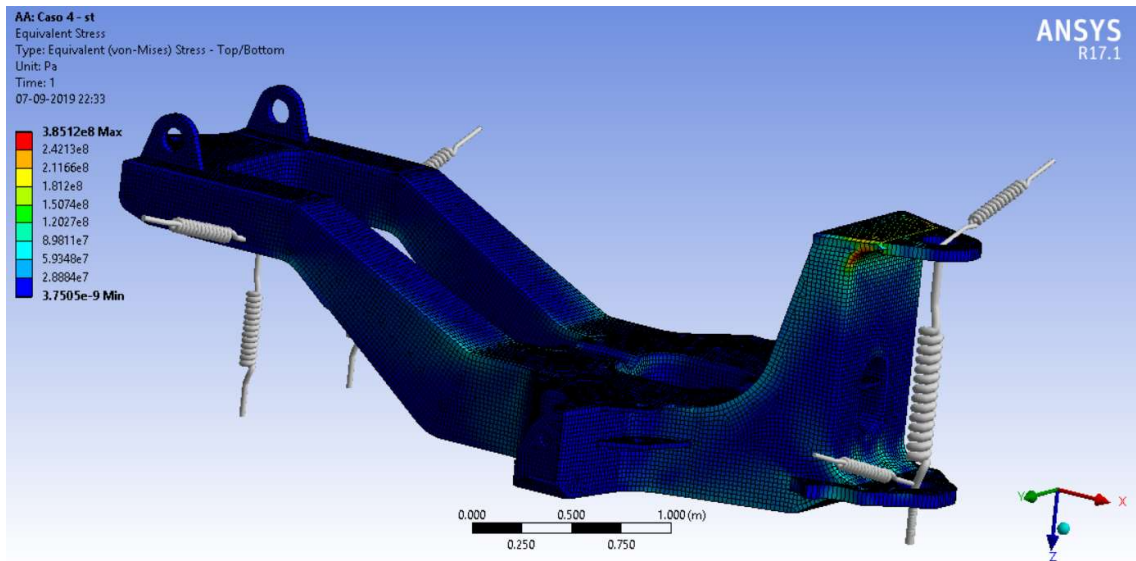


Figura 5.40: Esfuerzos de von Mises en la estructura ante una carga de 996676 [N].

Las regiones críticas son 3:

- El apoyo superior de la rótula delantera es una región que se ve comprometida debido a que se presenta una concentración de esfuerzos en la zona curva.

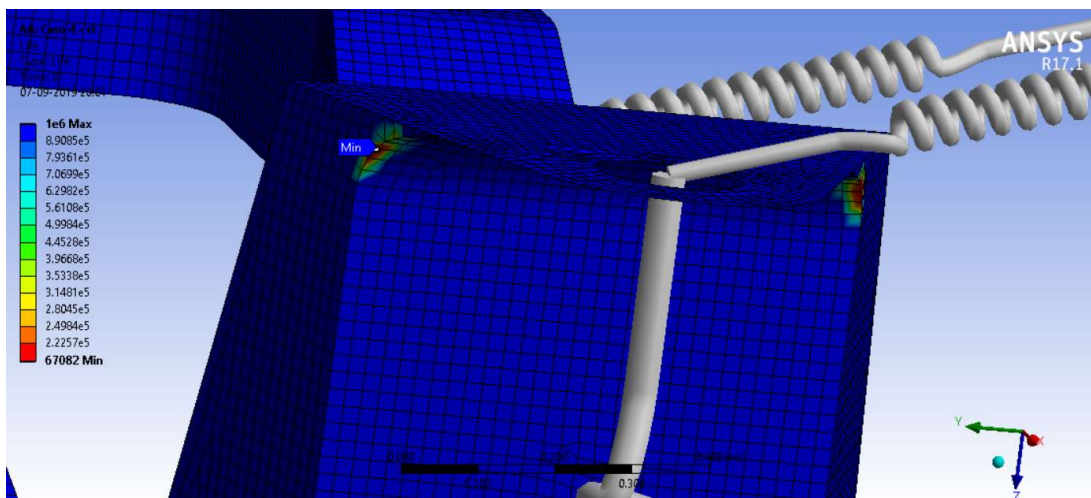


Figura 5.41: Vida del chasis ante una carga de 996676 [N].

- La zona central del chasis también es una región de altos esfuerzos, sin embargo, no es tan crítica como el cuello del apoyo de la rótula delantera superior.

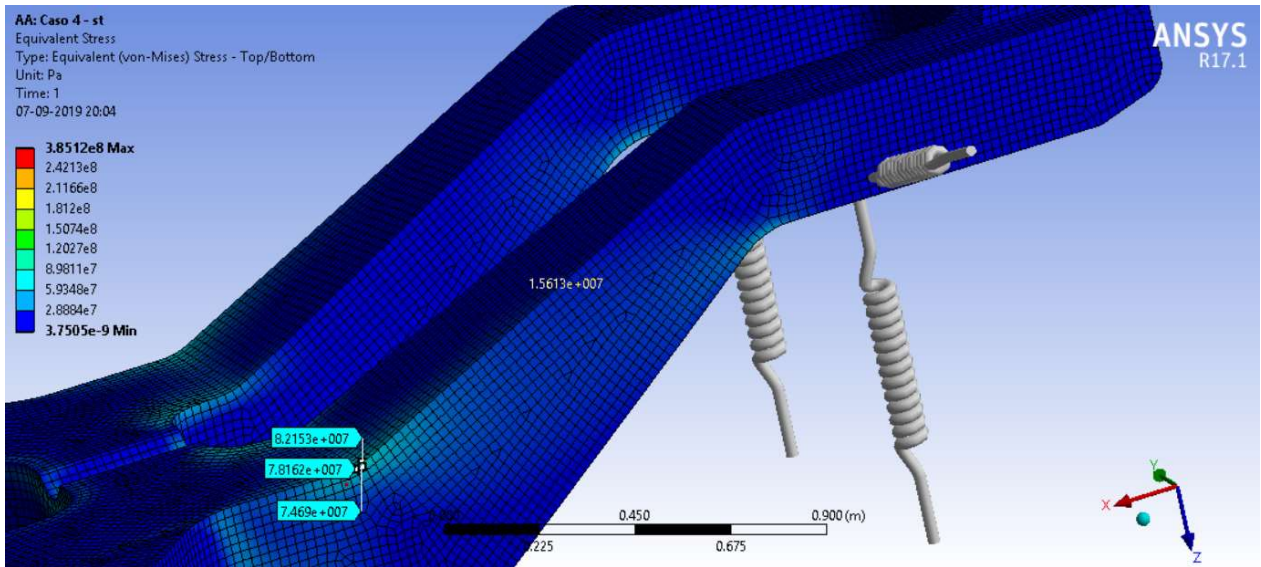


Figura 5.42: Esfuerzos en zona central del chasis

- El apoyo inferior de la rótula delantera también presenta una alta concentración de esfuerzos, por lo que también es una región susceptible a falla por fatiga. En esta zona existe una concentración de esfuerzos en la parte curva de la estructura al igual que en en el apoyo de la rótula superior delantera.

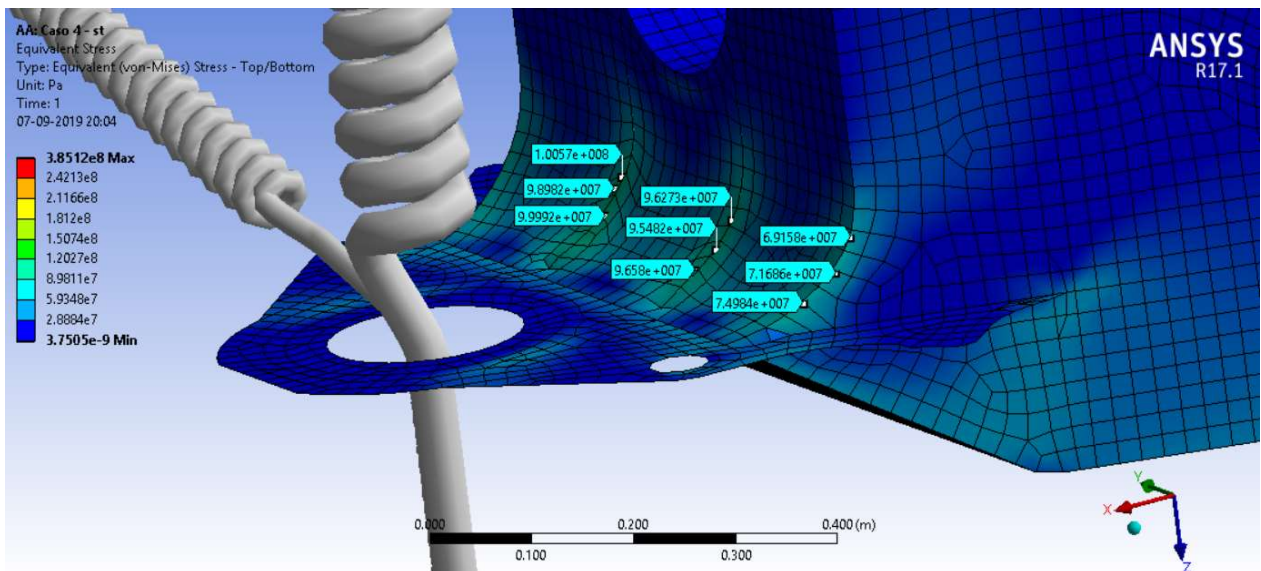


Figura 5.43: Esfuerzos en apoyo inferior de la rótula delantera.

## 6. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN

### 6.1. CONSTRUCCIÓN DEL MODELO NUMÉRICO

- Se construye un modelo numérico del chasis trasero del camión a partir de planos verificados mediante mediciones de dimensiones en terreno. Las diferencias obtenidas en terreno de las cotas críticas utilizadas para modelar el chasis son menores a 5 mm.
- Se presta atención en las regiones curvas del modelo, en especial la zona donde falló el camión antiguo, buscando que la curvatura donde se concentran los esfuerzos sea lo más cercana a la realidad en el modelo numérico.
- La medición de espesores mediante ultrasonido permite obtener con precisión dicha característica de la estructura.

### 6.2. MODOS DE VIBRACIÓN Y FRECUENCIAS NATURALES MODELO NUMÉRICO

- El primer modo de vibración obtenido se correlaciona bien con lo que ocurre en la realidad. Es común que las estructuras presenten en su primer modo un movimiento vertical en Z a una frecuencia que queda determinada por su masa y la rigidez en sus puntos de apoyo, en este caso, la rigidez de los neumáticos.
- Se observan modos de flexión, torsión y otros que son combinaciones de estos a frecuencias mayores.
- Como se observa en la tabla 5.8, los modos obtenidos en ANSYS y FEMTools de manera preliminar difieren bastante en las frecuencias, esto debido a que ANSYS no permite realizar restricciones de movimiento a las impuestas en FEMTools, que simulan mejor el problema.

### 6.3. MEDICIONES EXPERIMENTALES DE FRF

- Como se observa en la tabla 5.11, la medición de Funciones de Respuesta en Frecuencia en terreno permite generar un modelo experimental que calcula los 6 primeros modos de vibración reales de la estructura. Estos modos pueden ser utilizados para validar el modelo experimental y generar condiciones de borde más similares a lo que ocurre en la realidad, como, por ejemplo, entregar un valor de rigidez para los neumáticos que utiliza el camión.
- El modelo experimental permite revisar el comportamiento real de la estructura ante frecuencias menores que 100 [Hz], dado que el martillo se encontraba en su configuración para excitar frecuencias bajas.
- La medición experimental se realiza sobre la estructura del chasis trasero del camión sometido a condiciones de borde y carga difíciles de simular en primera instancia.

- En la tabla 5.9 y la figura 5.15 se observa que el número de puntos de medición es bajo debido a la dificultad de golpear por los diversos obstáculos presenten en el chasis, por lo que es esperable no alcanzar resultados muy altos en cuanto a MAC al realizar la correlación.

#### 6.4. AJUSTE DEL MODELO

- El modelo ajustado presenta correlaciones superiores al 70% principalmente gracias a la variación de la rigidez de los neumáticos y la distribución de masa de la tolva. Las leves variaciones del módulo de Young y de los espesores no son tan determinante en el resultado final de los modos de vibración.
- En la tabla 5.18 y la figura 5.22 se puede observar que son 4 los modos correlacionados tras el ajuste. Los pares 1 y 2 se asemejan bastante en cuanto a movimiento y frecuencia, sin embargo, los pares 3 y 4 difieren bastante en frecuencia y la forma de vibrar no es tan clara. Esto se puede explicar debido a la baja cantidad de puntos de medición utilizada, pues no permiten representar completamente la geometría de dichos modos (figuras 5.23 y 5.24).
- A pesar de lo anterior, como se observa en la tabla 5.18 los resultados de la matriz MAC en su mayoría superiores a un 70% para los modos correlacionados, por lo que es un buen resultado considerando la baja cantidad de puntos de medición.
- En la tabla 5.18 se ve que no todos los modos obtenidos experimentalmente fueron correlacionados con los obtenidos de manera numérica. La causa de esto puede ser la falta de puntos de medición o que el sensor utilizado no captase los desplazamientos de ciertas regiones en direcciones específicas.

#### 6.5. ESTIMACIÓN DE LA CARGA SOBRE EL CHASIS

- En las tablas 5.20, 5.21 y 5.22 se ve que la estimación de la carga mediante energía de deformación entrega valores más altos cuando no se considera la masa de la tolva en los cálculos que cuando si se realiza, es puede ser debido a que al considerar la masa de la estructura donde ocurre el impacto, esta absorbe parte de la energía del golpe.
- La estimación de carga que no utiliza la masa de la tolva es permite generar resultados más conservadores en los cálculos de vida dado que la magnitud de los esfuerzos generados es mayor.
- Se observa en la figura el rango de alturas 4 a 6 metros variación de la carga es lineal con respecto a la altura de caída de mineral.
- Es razonable que la caída de rocas de gran masa y desde más de 4 metros de altura genere una carga de impacto mayor que la carga estática de 63 toneladas para las cuales está diseñada el camión. En el camión antiguo Sandvik TH550 la carga

producto del impacto resultó ser mayor que la carga de diseño del camión, dando como resultado las fallas por fatiga mostradas en las figuras 3.4, 3.5 y 3.6.

- La carga producto de la caída de material desde una gran altura resulta ser crítica para estudiar la vida del camión operando en el sector Pacífico Superior. En esta operación pueden caer rocas de hasta  $1 m^3$  desde 5 o 6 metros de altura, por lo que el daño en la estructura debido a estas cargas puede acortar la vida útil del camión.

## 6.6. ESFUERZOS Y FATIGA

- Como se observa en las tablas 5.20, 5.21 y 5.22 los esfuerzos de von Mises calculados en la estructura son menores que el límite de fluencia del material, por lo que una falla por fluencia no debería aparecer en el camión.
- En las tablas 5.20, 5.21 y 5.22 se ve que factores de seguridad con respecto al límite de fluencia presentes para cada carga son mayores a 1. En el libro *Fundamentals of Machine Component Design* [1] se muestran las recomendaciones de factores de seguridad de Joseph Vidosic. Aquí se menciona que los valores para factor de seguridad de estructuras cuyo material de fabricación es conocido y que están sometidas a condiciones variables de carga deben tener valores entre 1.5 y 2.5 con respecto al límite de fluencia. Considerando esto y que existen cargas que generan esfuerzos que dejan la estructura fuera de este rango, se debe tener precaución al momento de operar en estas condiciones.
- En el mismo libro, *Fundamentals of Machine Component Design* [1], se recomienda además que estructuras bajo cargas de impacto deben tener un factor de seguridad que va desde 2 a 4 con respecto al límite de fluencia. Debido a esto y los resultados mencionados anteriormente, es probable que la estructura del chasis no esté diseñada para impactos de grandes rocas desde alturas considerables (mayor a 4 metros).
- Es posible ver en la figura 5.27 que el nivel de esfuerzo máximo de von Mises en la estructura aumenta de manera lineal con respecto a la carga aplicada en el chasis.
- El límite de resistencia a la fatiga  $S_e$  calculado de la estructura es de  $162.81 [MPa]$ , lo cual es un 33.91% del límite de fluencia  $S_y$  y un 23.94% de la resistencia última a la tracción  $S_{ut}$ . Este valor es conservador pero aproximado a la realidad dado que usualmente los valores de resistencia a la fatiga fluctúan entre un 40% a un 50% de la resistencia última a la tracción, sin embargo, dadas las condiciones de fabricación del material (laminado en caliente), la presencia de concentradores de esfuerzo y uniones soldadas, es razonable utilizar un límite de resistencia a la fatiga bajo para el estudio de vida.
- En tablas 5.24 y 5.25 se muestran los resultados de estimación de vida para el Caso 1 de carga, donde se simula la caída de rocas de gran tamaño desde el buzón de

descarga sobre la tolva. Acá se puede ver que los resultados utilizando el criterio de Goodman como el de Gerber muestran que la vida de la estructura es de más de  $10^6$  ciclos, por lo que es factible que opere sin problemas bajo estas condiciones.

- En tablas 5.26 y 5.27 se muestran los resultados de estimación de vida para el Caso 2 de carga, donde se simula la caída de rocas de gran tamaño desde 4, 5 y 6 metros de altura mediante pala de LHD. Acá se puede ver que los resultados utilizando el criterio de Goodman como el de Gerber muestran que la vida de la estructura no es infinita, por lo que se debe tener precaución con al realizar cargas de piedras de gran tamaño sobre el chasis, pues disminuyen considerablemente la vida útil de la estructura. Una estimación conservadora de la vida restante del chasis tras una cierta cantidad de ciclos de carga de estas características se puede obtener mediante la regla de Miner de acumulación de daño descrita en la sección 3.8.6. Como resultado de esto, mediante el criterio de Goodman se obtiene una vida  $N_{total} = 222788 \text{ ciclos} = 7.63 \text{ años} = 66836 \text{ horas}$ .
- En las tablas 5.28 y 5.29 se muestra que la carga estática simulada como cíclica no permite la vida infinita si se considera el cálculo mediante el criterio de Goodman, mientras que al utilizar el criterio de Gerber se obtiene como resultado vida infinita. A pesar de esto, el número de ciclos de carga que es capaz de soportar el camión según el criterio de Goodman es mayor que el número de cargas que se realizan en el camión durante toda su vida útil ( $80 \frac{\text{cargas}}{\text{día}} \cdot 365 \frac{\text{días}}{\text{año}} \cdot 10 \text{ años} = 292000 \text{ cargas}$ ).
- En el gráfico de la figura 5.37 la carga máxima que permite alcanzar vida infinita es de 647176 [N]
- En el gráfico de la figura 5.38 el esfuerzo máximo de Von Mises que permite alcanzar vida infinita es de 256.06 [MPa], por lo que al realizar una medición de esfuerzos mediante strain gauges es esperable obtener un valor similar para que el camión no falle durante su vida útil en las condiciones de operación que fue realizada la medición.

## 7. CONCLUSIONES

De este trabajo de memoria es posible establecer las siguientes conclusiones generales

1. La construcción de un modelo numérico de elementos finitos de una estructura compleja es posible, sin embargo, se debe tener precaución con las geometrías más críticas o de concentración de esfuerzos y las condiciones y restricciones que aplican al problema.
2. Con respecto al objetivo planteado en un principio, es posible decir que se modela y valida de manera satisfactoria el chasis trasero del camión Sandvik TH663, permitiendo llevar a cabo un estudio de los esfuerzos presentes y así estimar su vida útil bajo diferentes condiciones de carga.
3. Las mediciones experimentales permiten validar el modelo numérico, sin embargo, si se busca obtener una mejor correlación entre los modos de vibración es necesario realizar las mediciones de FRF en una mayor cantidad de puntos de medición que representen mejor la estructura y sin restricciones de carga. Una manera de mejorar la medición es golpear el chasis sin su tolva y sumar puntos de medición a los que su acceso estaba condicionado por la presencia de esta.
4. Se obtienen los modos de vibración reales de la estructura sujeta a las restricciones de movimiento, de apoyos y cargas presentes durante la medición experimental. Los modos presentes representan flexión, torsión, traslación vertical, horizontal y las combinaciones de estas.
5. Las variables a las que el modelo numérico es más sensible con respecto a su manera de vibrar son los apoyos (rigidez vertical y lateral de los neumáticos) y la distribución de masas considerada para la tolva.
6. Se obtienen cuatro modos con una buena correlación tras el ajuste de propiedades y condiciones de borde. Esto es suficiente para dar por validado el modelo.
7. Los dos métodos presentados para la estimación de las cargas por impacto en una viga difieren en sus resultados debido a que en uno se considera el factor de absorción de energía debido a la masa de la tolva.
8. El software Inventor 2015 es una buena herramienta para realizar la construcción del modelo del chasis del camión a partir de superficies. La realización de este modelo mediante la herramienta de diseño de ANSYS hubiera sido más complicado debido a que cuenta con menos funcionalidades en cuanto a diseño que Inventor.
9. ANSYS es un buen programa para realizar el mallado de la estructura y realizar análisis de vibraciones, medir esfuerzos y estimación de vida.



10. El haber realizado el modelo mediante elementos de superficie permite realizar simulaciones en menor tiempo en comparación a si se hubiera hecho mediante elementos sólidos 3D. Además, permite asignar y variar de manera más efectiva variables tales como los espesores o propiedades como el módulo de Young de cada una de las planchas con las que se fabrica el chasis. También, es importante que se logra un modelo cuya cantidad de nodos y elemento no es tan grande (menor a 50000). De modo contrario, no hubiera sido posible trabajar y ajustar el modelo mediante FEMTools dado que la licencia está limitada a 50000 elementos.
11. Al realizar la estimación de esfuerzos en la estructura es posible ver que en ninguno de los casos supuestos se presenta un esfuerzo máximo de von Mises mayor al límite de fluencia del material de fabricación del chasis, por lo que el mecanismo de falla por fluencia no es algo que pueda ocurrir en la realidad.
12. Los resultados de vida por fatiga muestran que el camión no falla en su vida útil si se considera como carga cíclica las 63 toneladas y también se muestra que es capaz de operar en el nivel Teniente 7 mediante carga por buzón dado que el impacto del material que cae sobre la tolva genera esfuerzos por debajo del límite de resistencia a la fatiga calculado.
13. A partir de los resultados obtenidos, se puede decir que el camión Sandvik TH663 puede fallar por fatiga en algún momento de su vida, sin embargo, es difícil saber en qué periodo esto puede ocurrir debido a que no se conoce la cantidad de veces en que se ve sometida a esfuerzos que superan el límite de resistencia a la fatiga. La caída de rocas de gran volumen y masa desde una gran altura en el sector Pacífico Superior condiciona y disminuye la vida útil del camión.
14. Es recomendable para la operación del camión descargar rocas desde una altura menor a 4 metros según los resultados obtenidos reduciendo considerablemente los esfuerzos en la región que se ve más exigida.
15. Un estudio de medición de esfuerzos en terreno mediante strain gauges mientras el camión opera en el sector Pacífico Superior sería de gran utilidad dado que mediante la información recolectada se podría estimar qué cantidad de impactos de piedras grandes puede soportar el camión durante la operación.

## 8. BIBLIOGRAFÍA

- [1] R. C. Juvinall y K. M. Marshek, Fundamentals of Machine Component Design - Fifth Edition, Texas: John Wiley & Sons, INC, 2012.
- [2] R. G. y. N. J. BUDYNAS, Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley. 8ª ed, México. D.F.: Mc Graw-Hill, 2008.
- [3] V. M. N., Apuntes para el curso ME706 - Dinámica Estructural, Santiago: Departamento de Ingeniería Mecánica. FCFM, Universidad de Chile, 2016.
- [4] Sandvik, Manual de Servicio del Camión Sandvik TH663.
- [5] I. Autodesk, «Sección de ayuda de Autodesk Inventor 2015,» 2015. [En línea]. Available: <http://help.autodesk.com/view/INVNTOR/2015/ESP/?guid=GUID-6304E297-4739-4FE7-9C19-337F1BA1B17C>.
- [6] SHARCNet, «Manual de uso ANSYS Mechanical APDL,» 2016. [En línea]. Available: <https://www.sharcnet.ca>.
- [7] RUUKKI, Optim 500 ML structural steels, 2013.
- [8] M. S. Sobarzo, Estudio de la dinámica de la estructura del receptor radiastronómico para la Banda 1 de ALMA, vol. Tesis para optar al título de ingeniera civil mecánica, Santiago: Universidad de Chile, 2012.
- [9] «CAE Associates,» Septiembre 2011. [En línea]. Available: [https://caeai.com/sites/default/files/fatigue\\_in\\_ansys\\_0.pdf](https://caeai.com/sites/default/files/fatigue_in_ansys_0.pdf). [Último acceso: 01 diciembre 2018].
- [10] Robert C. Juvinall, Fundamentals of Machine Component Design.

