



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

**DISEÑO Y OPTIMIZACIÓN DE VIGAS DE METAMATERIALES CON
ENREJADO QUIRAL PARA LA SUPRESIÓN DE VIBRACIONES,
UTILIZANDO MODELO DE ELEMENTOS FINITOS Y ALGORITMOS
GENÉTICOS**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MECÁNICO

JUAN GUILLERMO CUBILLOS POLLONI

PROFESOR GUÍA:
VIVIANA MERUANE NARANJO

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
ALEJANDRO ORTIZ BERNARDIN
JUAN ZAGAL MONTEALEGRE

SANTIAGO, CHILE
2020

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MECÁNICO
POR: **JUAN GUILLERMO CUBILLOS POLLONI**
FECHA: 2020
PROF. GUÍA: VIVIANA MERUANE NARANJO

DISEÑO Y OPTIMIZACIÓN DE VIGAS DE METAMATERIALES CON ENREJADO QUIRAL PARA LA SUPRESIÓN DE VIBRACIONES, UTILIZANDO MODELO DE ELEMENTOS FINITOS Y ALGORITMOS GENÉTICOS

Los metamateriales son materiales compuestos artificiales, cuyas propiedades (mecánicas, físicas, térmicas, etc.) pueden ser diferentes a las de sus materiales constitutivos. Esta característica se logra diseñando estructuras específicas para la propiedad que se necesite. Una de las propiedades que se puede lograr en el diseño de metamateriales, corresponde a la posibilidad de suprimir vibraciones mecánicas a ciertas bandas de frecuencia. Dicha propiedad presenta la oportunidad de diseñar vigas de algún metamaterial para suprimir vibraciones estudiadas por disciplinas como la ingeniería mecánica, estructural o aeroespacial.

Considerando lo señalado anteriormente, se plantea como trabajo de título el diseñar una viga de metamaterial capaz de suprimir vibraciones, utilizando como antecedente directo los paneles y vigas disponibles en literatura. Se define como objetivo general del trabajo de título "Diseñar una viga de metamaterial con enrejado quiral, para la supresión de vibraciones en una banda de frecuencias".

El término quiral corresponde a la propiedad de asimetría que la celda constituyente del enrejado de la viga posee, es decir, no existe ningún eje de simetría en la geometría seleccionada.

Para cumplir con lo anteriormente señalado, se definen como objetivos específicos: validar el procedimiento de optimización del enrejado quiral de una viga, modelar en un software de elementos finitos una viga de metamaterial y validar la capacidad de diseñar vigas para distintas bandas de frecuencia según los materiales constitutivos.

En el proceso de diseño se utilizó el SDT de Matlab para modelar alternativas de vigas que fueron generadas en base a la rutina de optimización de celda quiral para distintas bandas de frecuencia (0-200 Hz; 0-10 Hz; 30-60 Hz y 200-400Hz).

Se concluye que el modelo FEM desarrollado, así como la rutina de optimización por algoritmos genéticos adaptada del artículo de Abdeljaber et al. [5] son válidos y útiles para el diseño de vigas de metamateriales con enrejado quiral. En base a los diseños obtenidos se establece que fue posible sintonizar bandas de frecuencia donde la viga de metamaterial suprime vibraciones, quedando establecido que para altas frecuencias es más eficiente utilizar materiales constitutivos de alto módulo de elasticidad (10^9 [Pa]), mientras que para frecuencias bajas lo mejor es utilizar materiales constitutivos con módulo de elasticidad en el orden de 10^6 [Pa].

*A mi querido abuelito Luis quien me ha acompañado durante toda mi vida,
espero estés orgulloso de tu nieto.*

Saludos a dondequiera que estés

Agradecimientos

Debo agradecer en primer lugar a mi familia, con la que me crié y me eduqué por 23 años. A mi madre Marisa, quien con su profundo amor me permitió siempre soñar y me enseñó que haciendo las cosas bien podría lograr lo que quisiera, me educó para ser alguien solidario y siempre consciente del sufrimiento de los demás, espero que este título me permita ayudar a quien más lo necesite, se que eso la haría muy feliz.

A mi padre Juan, que siempre se preocupó de mi educación y con quien he compartido tantos pasatiempos en la vida, el mejor papá que me pudo tocar, porque a pesar de todas las diferencias de pensamiento, nunca ha dejado de amarme, me ha criado por la senda de la rectitud y la amabilidad, gracias a él soy el hombre que soy.

A mi hermano Luis, la persona más inteligente que he conocido en mi vida y quien ha sido un apoyo en todos los logros que he conseguido, sin su insistencia porque hiciera las cosas bien, tal vez no hubiera logrado todo lo que he logrado.

A mi hermana Tiare, una segunda madre que me acompañó en mi infancia y me enseñó mucho de la vida cotidiana tal vez sin ni siquiera notarlo, gracias por jugar conmigo cada vez que lo pedí cuando era chico.

En segundo lugar agradecer a los amigos que hice durante mi vida, los de colegio y de la U, que siempre hicieron más amena mi estadía y me ayudaron a vivir con menos estrés, gracias a todos los momentos de risas que compartimos.

Finalmente agradecer a mi 'nueva' familia, Vicente y Camila con quienes espero compartir toda mi vida, fueron la mayor motivación para siempre estudiar, sus abrazos en los momentos que peor estuve fueron la mejor terapia, la compañía de vicentito mientras estudiaba o hacía tareas era la mejor inspiración para hacer las cosas bien, las ocasiones en que Camila me escuchaba hablar apasionado de mi carrera y se alegraba conmigo de lo que aprendía no tienen precio y me ayudaron mucho. Gracias por su amor, comprensión y compañía.

A todos y todas, muchas gracias.

Tabla de Contenido

1. Introducción	1
2. Antecedentes	3
2.0.1. Metamateriales	3
2.0.2. Vigas para la supresión de vibraciones	4
2.0.3. Enrejado quiral	8
2.0.4. Optimización de enrejado quiral para metamateriales supresores de vibraciones en bandas de frecuencias, utilizando algoritmos genéticos.	11
3. Metodología	14
4. Proceso de Verificación	16
4.0.1. Verificación viga de metamaterial por FEM	16
4.0.1.1. Bases del modelo generado	16
4.0.1.2. Resultados del modelo de viga óptima	26
4.0.2. Verificación de optimización por algoritmo genético	27
4.0.2.1. Condiciones y restricciones en la rutina de optimización	29
4.0.2.2. Resultados de la rutina de optimización por algoritmo genético	30
4.0.3. Discusión de resultados de verificación	32
5. Bases para el diseño de vigas, utilizando rutina de optimización creada	34
6. Vigas diseñadas	36
6.1. Ligamentos de silicona, nodos de acero	36
6.1.1. Banda de frecuencia 0-200 [Hz]	36
6.1.2. Banda de frecuencia 0-10 [Hz]	38
6.1.3. Banda de frecuencia 30-60 [Hz]	40
6.1.4. Banda de frecuencia 200-400 [Hz]	42
6.2. Ligamentos de PLA, nodos de acero	44
6.2.1. Banda de frecuencia 0-200 [Hz]	44
6.2.2. Banda de frecuencia 0-10 [Hz]	46
6.2.3. Banda de frecuencia 30-60 [Hz]	48
6.2.4. Banda de frecuencia 200-400 [Hz]	50
6.3. Ligamentos de silicona, nodos de aluminio	52
6.3.1. Banda de frecuencia 0-200 [Hz]	52
6.3.2. Banda de frecuencia 0-10 [Hz]	54
6.3.3. Banda de frecuencia 30-60 [Hz]	56
6.3.4. Banda de frecuencia 200-400 [Hz]	58

7. Análisis de resultados de vigas diseñadas	61
8. Conclusiones	69
Bibliografía	70
Anexo A. Código en Matlab para la generación del modelo	72
Anexo B. Código de función optimizada por algoritmo genético	75
Anexo C. Nuevas restricciones a las masas de nodos metálicos para el diseño de vigas	91
Anexo D. Cantidad de modos de vibración utilizados en el cálculo de la FRF	92
Anexo E. Definición de materiales usados en el código de Matlab	93

Índice de Tablas

2.1.	Frecuencia central y ancho de banda para los 3 modelos en elementos finitos [4].	7
2.2.	Parámetros de enrejado con quiralidad periódica [2].	9
2.3.	Cotas de parámetros para un individuo [5].	12
2.4.	Parámetros para enrejado óptimo [5].	12
4.1.	Parámetros para enrejado óptimo[5].	26
4.2.	Cotas de parámetros para un individuo [5].	29
4.3.	Parámetros del óptimo estudiado y valor RMS entregado.	31
4.4.	Parámetros del óptimo generado y valor RMS entregado.	31
4.5.	Error porcentual del resultado obtenido comparado con el paper referencial. . .	33
5.1.	Bandas de frecuencias a suprimir.	34
5.2.	Combinaciones de materiales constitutivos de la viga de metamaterial.	34
6.1.	Parámetros de enrejado base	36
6.2.	Parámetros de enrejado óptimo para ligamentos de silicona, nodos de acero y banda de frecuencia de 0-200 [Hz]	37
6.3.	Parámetros de enrejado óptimo para ligamentos de silicona, nodos de acero y banda de frecuencia de 0-10 [Hz]	38
6.4.	Parámetros de enrejado óptimo para ligamentos de silicona, nodos de acero y banda de frecuencia de 30-60 [Hz]	40
6.5.	Parámetros de enrejado óptimo para ligamentos de caucho, nodos de acero y banda de frecuencia de 200-400 [Hz]	42
6.6.	Parámetros de enrejado óptimo para ligamentos de PLA, nodos de acero y banda de frecuencia de 0-200 [Hz]	45
6.7.	Parámetros de enrejado óptimo para ligamentos de PLA, nodos de acero y banda de frecuencia de 0-10 [Hz]	46
6.8.	Parámetros de enrejado óptimo para ligamentos de PLA, nodos de acero y banda de frecuencia de 30-60 [Hz]	48
6.9.	Parámetros de enrejado óptimo para ligamentos de PLA, nodos de acero y banda de frecuencia de 200-400 [Hz]	50
6.10.	Parámetros de enrejado óptimo para ligamentos de silicona, nodos de aluminio y banda de frecuencia de 0-200 [Hz]	52
6.11.	Parámetros de enrejado óptimo para ligamentos de silicona, nodos de aluminio y banda de frecuencia de 0-10 [Hz]	54
6.12.	Parámetros de enrejado óptimo para ligamentos de silicona, nodos de aluminio y banda de frecuencia de 30-60 [Hz]	56
6.13.	Parámetros de enrejado óptimo para ligamentos de silicona, nodos de aluminio y banda de frecuencia de 200-400 [Hz]	58

Índice de Ilustraciones

2.1.	Viga con absorbedores de un grado de libertad [2].	4
2.2.	Relación entre excitación de entrada y respuesta de salida en el extremo de la viga [2].	5
2.3.	Viga con absorbedores de n grados de libertad [2].	6
2.4.	Relación entre excitación de entrada y respuesta de salida con resonadores de más de un grado de libertad [2].	6
2.5.	Enrejado cúbico y resonadores locales [4].	7
2.6.	Celda unitaria quiral[2].	8
2.7.	Configuraciones de enrejado quiral [2].	9
2.8.	Viga con quiralidad periódica [2].	10
2.9.	Resultados de la viga diseñada [2]	10
2.10.	Diseños de enrejados graduales; (a) con aumento del radio de inclusiones, (b) con aumento del radio de inclusión y disminución de distancias entre nodos [2].	11
2.11.	Resultados para la viga con enrejado gradual [2].	11
2.12.	Modelo generado por optimización de algoritmo genético [5].	13
2.13.	Comparación de FRF entre una viga sin enrejado, con el enrejado de Baravelli y Ruzzene y el enrejado óptimo de algoritmo genético [5].	13
3.1.	Procesos de metodología.	15
4.1.	Parámetros de enrejado quiral a optimizar (1).	16
4.2.	Parámetros de enrejado quiral a optimizar (2).	17
4.3.	Parámetros de enrejado quiral a optimizar (3).	17
4.4.	Viga base para diseño de enrejado quiral.	18
4.5.	Parámetros para interpolación en segundo grado.	19
4.6.	Distancia vertical entre nodos.	20
4.7.	Esquema geometría nodos metálicos.	20
4.8.	División de viga de metamaterial en nodos y elementos FEM.	21
4.9.	División nodo de acero en 8 elementos tipo (1) y 8 elementos tipo (2).	23
4.10.	Movimiento permitido solo en la dirección vertical.	24
4.11.	Movimiento permitido en la dirección vertical, horizontal y rotación en eje perpendicular al plano.	24
4.12.	Fuerza aplicada sobre la viga.	25
4.13.	Sensor sobre la viga.	25
4.14.	Modelo generado.	26
4.15.	Primer modo de vibración.	26
4.16.	cuadragésimo primer modo de vibración.	26
4.17.	modo de vibración 113.	27
4.18.	FRF vs Frecuencia en el modelo generado.	27

4.19.	Definición tamaño población.	28
4.20.	Definición Rank.	28
4.21.	Definición Crossover.	28
4.22.	Definición de función a optimizar con valores mínimo y máximo.	29
4.23.	Explicación gráfica de la primera restricción.	30
4.24.	Explicación gráfica de la segunda restricción.	30
4.25.	Modelo generado por algoritmo genético.	31
4.26.	Primer modo de vibración.	31
4.27.	Cuadragésimo primer modo de vibración.	31
4.28.	Decimoquinto modo de vibración.	31
4.29.	FRF vs Frecuencia en el modelo generado.	32
4.30.	FRF del óptimo estudiado en [5].	33
6.1.	Viga con enrejado base.	36
6.2.	Modelo generado por algoritmo genético.	37
6.3.	Modo de vibración 223.	37
6.4.	Modo de vibración 281.	37
6.5.	FRF de 3 casos de vigas.	38
6.6.	Modelo generado por algoritmo genético.	38
6.7.	Modo de vibración 8.	39
6.8.	Modo de vibración 37.	39
6.9.	FRF de 3 casos de vigas.	39
6.10.	FRF de 3 casos de vigas en banda de 0-200 [Hz]	40
6.11.	Modelo generado por algoritmo genético.	40
6.12.	Modo de vibración 86.	41
6.13.	Modo de vibración 146.	41
6.14.	FRF de 3 casos de vigas.	41
6.15.	FRF de 3 casos de vigas en banda de 0-200 [Hz]	42
6.16.	Modelo generado por algoritmo genético.	42
6.17.	Modo de vibración 252.	43
6.18.	Modo de vibración 451.	43
6.19.	FRF de 3 casos de vigas.	43
6.20.	FRF de 3 casos de vigas en banda de 0-400 [Hz]	44
6.21.	Modelo generado por GA (ligamentos PLA-Nodos acero).	45
6.22.	Segundo modo de vibración.	45
6.23.	Modo de vibración 26.	45
6.24.	FRF para banda de frecuencias 0-200 [Hz].	46
6.25.	Modelo generado por GA.	46
6.26.	Segundo modo de vibración.	47
6.27.	Sexto modo de vibración.	47
6.28.	FRF para la banda de frecuencia 0-10 [Hz].	47
6.29.	FRF de 3 casos de vigas en banda de 0-200 [Hz]	48
6.30.	Modelo generado para banda 30-60 [Hz]	48
6.31.	Segundo modo de vibración.	49
6.32.	Cuarto modo de vibración.	49
6.33.	FRF para la banda de frecuencia 30-60 [Hz]	49
6.34.	FRF de 3 casos de vigas en banda de 0-200 [Hz]	50
6.35.	Modelo generado por GA para banda de frecuencias altas.	50

6.36.	Modo de vibración 30.	51
6.37.	Modo de vibración 49.	51
6.38.	FRF para banda de frecuencias altas 200-400 [Hz].	51
6.39.	FRF de 3 casos de vigas en banda de 0-400 [Hz]	52
6.40.	Modelo generado por GA para banda 0-200 [Hz]	53
6.41.	Modo de vibración 237.	53
6.42.	Modo de vibración 318.	53
6.43.	FRF para la banda de frecuencia 0-200 [Hz].	54
6.44.	Modelo generado por GA para banda 0-10 [Hz].	54
6.45.	Segundo modo de vibración.	55
6.46.	Modo de vibración 27.	55
6.47.	FRF para banda de frecuencia 0-10 [Hz].	55
6.48.	FRF de 3 casos de vigas en banda de 0-200 [Hz]	56
6.49.	Modelo generado por GA para banda 30-60 [Hz].	56
6.50.	Modo de vibración 96.	57
6.51.	Modo de vibración 184.	57
6.52.	FRF para banda de frecuencia 30-60 [Hz].	57
6.53.	FRF de 3 casos de vigas en banda de 0-200 [Hz]	58
6.54.	Modelo generado por GA para banda 200-400 [Hz].	58
6.55.	Modo de vibración 250.	59
6.56.	Modo de vibración 410.	59
6.57.	FRF para banda de frecuencia 200-400 [Hz].	59
6.58.	FRF de 3 casos de vigas en banda de 0-400 [Hz]	60
7.1.	FRF para distintos materiales constitutivos en banda de frecuencia 0-200 [Hz].	61
7.2.	(a) Modo 281 a 105.3 [Hz]; (b) Modo 237 a 100.1 [Hz]	62
7.3.	FRF para distintos materiales constitutivos en banda de frecuencia 0-10 [Hz]. .	63
7.4.	(a) Modo 8 a 7.176 [Hz];(b) Modo 2 a 6.624 [Hz] a ;(c) Modo 2 a 76.32 [Hz]. .	64
7.5.	FRF para distintos materiales constitutivos en banda de frecuencia 30-60 [Hz].	65
7.6.	(a) Modo 86 a 33.76 [Hz];(b) Modo 96 a 31.53 [Hz] a ;(c) Modo 3 a 326.5 [Hz].	66
7.7.	FRF para distintos materiales constitutivos en banda de frecuencia 200-400 [Hz].	67
7.8.	(a) Modo 252 a 204 [Hz];(b) Modo 250 a 204.4 [Hz] a ;(c) Modo 30 a 237.8 [Hz].	68
A.1.	Comando para la creación de un material.	72
A.2.	Comando para la creación de propiedades del elemento.	73
A.3.	Comando para la creación de un elemento.	73
A.4.	Definición de 'case' en el modelo.	73
A.5.	Comandos para obtener información del modelo.	74

Capítulo 1

Introducción

En el presente informe se describe el trabajo de título realizado por el estudiante, el cual consiste en el diseño de una viga de metamaterial con enrejado quiral, para la supresión de vibraciones.

Sun H. [1], describe los metamateriales como una nueva clase de compuestos, propuestos por la *Defense Advanced Research Projects Agency (DARPA)* para exhibir propiedades excepcionales en un material, que no se observan en la naturaleza o en los materiales constituyentes, a fin de desarrollar nuevas tecnologías.

En un principio se desarrollaron metamateriales para tratar con ondas electromagnéticas, sin embargo, dada la analogía de éstas con las ondas mecánicas, recientes estudios han avanzado en la elaboración de los metamateriales que responden de alguna forma particular a vibraciones mecánicas, llamados metamateriales acústicos.

Una propiedad lograda por vigas de metamateriales, corresponde a la supresión de vibraciones para una banda de frecuencias. En este informe se estudia a detalle la estrategia de diseñar metamateriales con enrejado de resonancias locales, en particular, el de topología quiral.

El objetivo general del trabajo planteado, consiste en **diseñar vigas de metamaterial con enrejado quiral, para la supresión de vibraciones en bandas de frecuencias determinadas.**

Existen tres objetivos específicos del trabajo a realizar, los cuales son:

- Modelar en un software de elementos finitos el comportamiento de una viga de metamaterial.
- Determinar la configuración óptima del enrejado quiral para minimizar la respuesta en un rango de frecuencias.
- Diseñar vigas de metamaterial con celda quiral óptima, en base a los materiales constitutivos y la banda de frecuencias que se busca suprimir.

El alcance de este trabajo es crear una rutina de optimización capaz de generar una viga de metamaterial con un enrejado quiral óptimo para distintas bandas de frecuencia y diversos materiales constitutivos de la viga.

Capítulo 2

Antecedentes

En el siguiente apartado, se exponen conceptos relativos a los metamateriales, vigas para la supresión de vibraciones en forma general y algunos modelos existentes de vigas que sirven como referencia para el trabajo de título realizado.

Toda la información corresponde a artículos donde se modelan, diseñan, fabrican, optimizan y testean vigas de metamateriales para la supresión de vibraciones.

2.0.1. Metamateriales

El primer concepto relevante a estudiar corresponde a los metamateriales. Este tipo de material fue propuesto en 2001 por la Defense Advanced Research Projects Agency (DARPA) como una nueva clase de materiales compuestos, cuyas propiedades no se observan frecuentemente en la naturaleza, por lo que resultan útiles para el desarrollo de tecnologías innovadoras.

Uno de los principales puntos de interés en este tipo de materiales, corresponde al hecho de que las propiedades de los materiales constituyentes son diferentes a las del metamaterial fabricado, ya que, el aspecto de mayor relevancia a la hora de definir una propiedad determinada, es la geometría con la que se diseña dicho metamaterial.

En un principio, los metamateriales fueron diseñados para responder a ondas electromagnéticas. Un ejemplo concreto se presenta en [1], donde la creación de metamateriales con cavidad óptica que permite la resonancia entre las ondas electromagnéticas y la carga del material, permite propiedades como el efecto doppler inverso (fuente de luz moviéndose hacia el observador parece reducir su frecuencia) o romper la ley de Snell al refractar rayos hacia el mismo lado que la normal define en la superficie de contacto.

Recientemente, dada la analogía entre ondas mecánicas y electromagnéticas, se han desarrollado metamateriales cuyas propiedades responden a ondas mecánicas. [1] Define estos materiales como los metamateriales acústicos, siendo uno de los usos más conocidos, la generación de paneles capaces de suprimir ondas de sonido en ciertos intervalos de frecuencia (aislamiento acústico).

En particular, existe una aplicación de los metamateriales para ondas mecánicas, la cual es el desarrollo de paneles y vigas para la supresión de vibraciones. Dicha aplicación es el

objeto de estudio de este trabajo de título y será descrita en detalle en las siguientes secciones.

2.0.2. Vigas para la supresión de vibraciones

Para diversas áreas de la ingeniería como la mecánica, civil o aeroespacial, resulta fundamental desarrollar sistemas capaces de suprimir vibraciones, con el objetivo de asegurar una alta confiabilidad y rendimiento en los dispositivos, equipos o estructuras diseñadas. Idealmente, los sistemas que controlan o suprimen vibraciones deben tener una alta eficiencia al menor costo posible, por lo que el desarrollo de metamateriales representa una oportunidad de innovación en la materia.

Por otro lado, al diseñar elementos estructurales, aparece la problemática de elegir entre rigidez del elemento (soporte de cargas) o capacidad de suprimir vibraciones, ya que, por lo general esta última propiedad se asocia a materiales caracterizados por tener una rigidez entre baja y moderada [2]. Las soluciones recientes a este trade-off entre rigidez y disipación de energía, corresponden a vigas fabricadas con dos materiales diferentes, uno aporta la capacidad de soportar cargas, mientras que el otro entrega la propiedad de suprimir vibraciones disipando energía [4]. Sin embargo, esto no corresponde a simples materiales compuestos, sino que a metamateriales, ya que, es la geometría diseñada para acoplar ambos materiales, la que define la forma en que se disipa la energía y, por lo tanto, la forma en que la vibración aplicada sobre una viga se transmite de un extremo a otro.

La base teórica que permite diseñar la geometría adecuada para estas vigas, a la vez que permite determinar el material rígido y el elástico a utilizar, corresponde a los **absorbedores de vibraciones**. La metodología general [1]; [2]; [4], comienza con modelar una viga con una determinada rigidez y densidad, a la cual se acoplan sucesivos absorbentes de un grado de libertad, siendo todos de iguales características en una primera iteración. Posteriormente, se plantean estrategias para plasmar dichos absorbentes al interior de la viga diseñada.

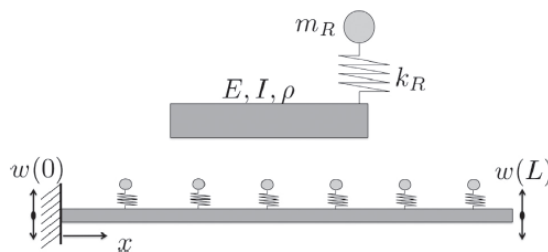


Figura 2.1: Viga con absorbentes de un grado de libertad [2].

En la Fig. 2.1 se presenta un esquema del modelo inicial teórico en el que diversos articulados se basan para diseñar vigas de metamateriales que supriman vibraciones.

Los absorbentes, también llamados resonadores, quedan definidos por m_R y k_R , es decir, la masa y la constante elástica, valores que permiten calcular la frecuencia natural de dicho resonador (ω_T).

$$\omega_T = \sqrt{\frac{k_R}{m_R}} \quad (2.1)$$

El principio de funcionamiento del absorbedor consiste en sintonizar la frecuencia natural de éste con la frecuencia de la excitación externa sobre la viga, esto provoca una resonancia entre la fuerza externa y el resonador. Cuando la frecuencia de excitación es igual a la frecuencia natural del absorbedor, éste ejerce una fuerza a la viga que es de igual magnitud a la excitación externa pero va en sentido contrario, suprimiendo así el efecto de la vibración. Para lograr lo anteriormente descrito, es posible variar tanto la masa como la constante elástica del absorbedor, sin embargo, el principal problema que se presenta es que las frecuencias a las cuales el resonador suprime vibraciones serían un intervalo limitado en torno a ω_T , por lo que variaciones en la frecuencia de la excitación externa harían que el sistema no cumpliera el objetivo de evitar las vibraciones en la viga.

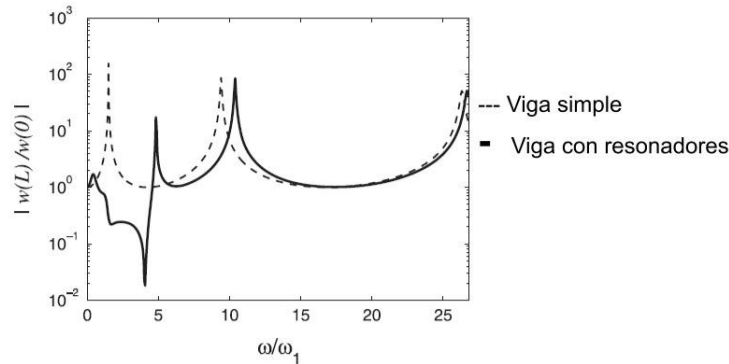


Figura 2.2: Relación entre excitación de entrada y respuesta de salida en el extremo de la viga [2].

La Fig. 2.2 muestra la relación entre la respuesta en el extremo libre de la viga (Fig. 2.1) y la excitación de entrada, siendo la línea punteada el caso de una viga simple y la línea continua el caso con resonadores. En el eje de las abscisas se tiene la relación entre frecuencia de entrada de la excitación (ω) y la frecuencia natural de los resonadores (ω_1). Es posible observar que para valores de $\frac{\omega}{\omega_1}$ en torno al 1, es decir, para resonadores sintonizados a la frecuencia de vibración externa, la respuesta al final de la viga es muy pequeña en comparación con la señal de entrada. Sin embargo, es posible apreciar que la supresión de vibraciones se da solo en las cercanías de la frecuencia sintonizada.

Por lo tanto, si lo que se busca en el diseño de las vigas, es lograr una banda de frecuencias a las cuales se pueden suprimir las vibraciones, la solución consiste en integrar a la viga resonadores con múltiples grados de libertad [1] [2].

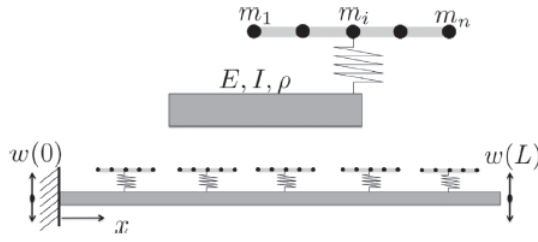


Figura 2.3: Viga con absorbedores de n grados de libertad [2].

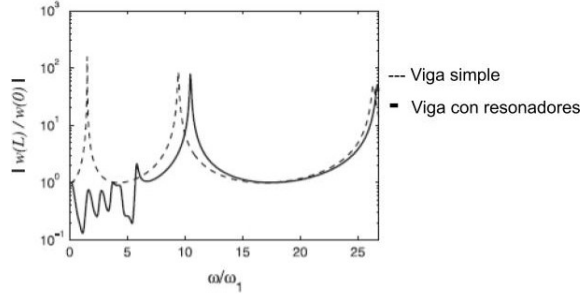


Figura 2.4: Relación entre excitación de entrada y respuesta de salida con resonadores de más de un grado de libertad [2].

La Fig. 2.3 representa el modelo de la viga con resonadores de más de un grado de libertad, fenómeno que es representado por la existencia de n masas en cada resonador. Al mantenerse constante el valor de k_R , las nuevas masas definen distintas frecuencias naturales para cada absorbedor, lo que permite suprimir vibraciones en una banda de frecuencias. En la Fig. 2.4 se aprecia que para valores de ω/ω_1 entre 1 y 5, se tiene supresión de vibraciones, es decir, para más de una frecuencia externa, el sistema de resonadores está sintonizado.

Recapitulando, se ha mencionado que los metamateriales significan la oportunidad para crear elementos que conservando un valor adecuado de rigidez, sean capaces de disipar energía suprimiendo vibraciones. Por otra parte, se señala que para lograr una supresión de vibraciones en una banda de frecuencias, es posible crear un metamaterial que cumpla con el modelo teórico de una viga en voladizo con resonadores de más de un grado de libertad. A continuación, se presentan ejemplos de vigas de metamateriales que suprimen vibraciones cumpliendo con alguno de los puntos previamente señalados.

Matlack et al. [4] proponen una viga de metamaterial basado en resonancias locales, logradas por el diseño de un enrejado cúbico de policarbonato, con cubos de acero insertos actuando como resonadores.

Dentro de las particularidades de este modelo, se encuentra la posibilidad de suprimir vibraciones en bandas de baja frecuencia. Estas frecuencias pequeñas presentan el problema de que un resonador necesita de una cantidad considerable de masa para lograr la sintonización con su frecuencia natural, por lo tanto, al poder construir el enrejado con métodos de manufactura aditiva, la mayor cantidad de masa se debe concentrar solo en los resonadores

de acero sin afectar la viga completa.

Por otro lado, la masa de los cubos de acero actuando como absorbedores es la misma para todos los casos, por lo que es el enrejado como tal el encargado de sintonizar con una banda de frecuencias a suprimir. En el diseño de esta viga se utilizaron tres configuraciones de enrejado, de alta, media y baja rigidez, siendo la cantidad de elementos viga (beam) en el enrejado lo que definía la rigidez del panel.

Finalmente, es importante destacar que este diseño corresponde a uno de tipo periódico, es decir, los resonadores locales se encuentran todos a la misma distancia entre ellos, lo que constituye una primera aproximación tomada también por otros autores [2] [5], que reconocen en esta configuración una simplificación que facilita el estudio pero perjudica la eficiencia para suprimir vibraciones.

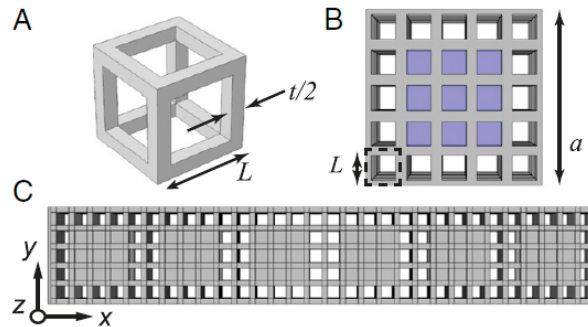


Figura 2.5: Enrejado cúbico y resonadores locales [4].

La Fig. 2.5 muestra el modelo de enrejado con resonadores locales estudiado en [4]. Los resultados obtenidos de frecuencias suprimidas, al modelar con elementos finitos, se resumen en la siguiente tabla.

Tabla 2.1: Frecuencia central y ancho de banda para los 3 modelos en elementos finitos [4].

Rigidez	Frecuencia central de banda [Hz]	Ancho de banda [%]
Alta	7454	27
Media	6212	49
Baja	4822	62

La Tabla 2.1 muestra que mientras menor es la rigidez, las frecuencias centrales son menores y las bandas de supresión asociadas son de mayor rango. Es decir, una menor cantidad de elementos viga (menor rigidez), permite sintonizar la resonancia en una banda de frecuencias más amplia.

El principal problema con este modelo, es que más allá de agregar o sacar elementos beam del enrejado, no existe una alta flexibilidad a la hora de sintonizar la viga a diversas frecuencias de excitación.

2.0.3. Enrejado quiral

Baravelli y Ruzzene [2], proponen una viga para la supresión de vibraciones con un enrejado quiral. El principio de funcionamiento de este panel es el mismo descrito en la sección previa, siendo la geometría del enrejado la encargada de producir resonadores con más de un grado de libertad, mientras que el resonador como tal corresponde a un inserto metálico, que en este caso es circular.

El enrejado de este modelo se basa en la unión de celdas unitarias que presentan quiralidad. La quiralidad corresponde a una propiedad de asimetría en figuras, objetos, cuerpos, moléculas, etc. Y es fácil de representar como la imposibilidad de superponer un objeto sobre si mismo cuando este presenta quiralidad, otra forma de interpretar esta propiedad, es que la geometría quiral no presenta ningún eje de simetría.

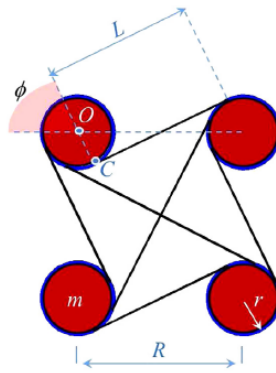


Figura 2.6: Celda unitaria quiral[2].

La Fig. 2.6 corresponde a la celda quiral utilizada en este diseño. Los parámetros que definen a la celda son:

- R: Tamaño de la celda.
- r: Radio de los círculos en la celda.
- ϕ : Ángulo característico de la celda.
- m: Masas en los nodos (círculos en la celda).

El ángulo característico define la asimetría o quiralidad de la celda, siendo $\phi = 0$ la celda simétrica, mientras que el mayor valor posible se tiene en el ángulo que permite que los ligamentos sean tangenciales, siendo ésta la última posición de unión entre el nodo y el ligamento.

Dentro de las características favorables de esta celda para enrejado, se encuentra la flexibilidad de sintonización del sistema a distintas frecuencias, esto puede ser cambiando las masas en los nodos, el radio del nodo, el largo de los ligamentos o el ángulo característico.

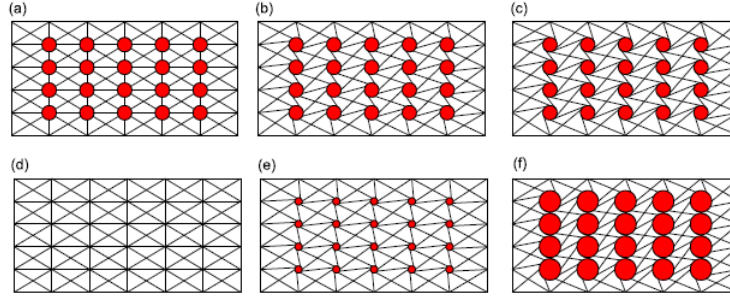


Figura 2.7: Configuraciones de enrejado quirral [2].

La Fig. 2.7 muestra enrejados quirales con ángulos característicos de (a) $\phi = 0^\circ$, (b) $\phi = 30^\circ$, (c) $\phi = 60^\circ$ y $r = 0.5R$. Mientras que (d) $r = 0$, (e) $r = 0.25R$, (f) $r = 0.75R$, con $\phi = 30^\circ$.

El concepto teórico que sustenta la utilización de este enrejado para sintonizar una banda de frecuencias a suprimir, es la teoría de vigas Euler-Bernoulli. De esta forma es posible modelar la frecuencia natural de los ligamentos de la celda.

$$f_n = \frac{a_n^2}{2\pi L_l^2} \sqrt{\frac{EI_l}{\rho A_l}} \quad (2.2)$$

Donde a_n depende de las condiciones de borde de los elementos, L_l , A_l , I_l , corresponden al largo, sección transversal y segundo momento de área de un ligamento dado.

La primera viga generada, corresponde a una de configuración periódica de las celdas quirales. Con los siguientes parámetros:

Tabla 2.2: Parámetros de enrejado con quiralidad periódica [2].

Parámetro	Descripción	Valor [mm]
L	Largo del marco	754
H	Ancho del marco	100
b	Profundidad del marco	19.05
h	Espesor del marco	4.76
R	Tamaño de celda	40
r	Radio de inclusiones	9.525
t	Espesor ligamentos	5

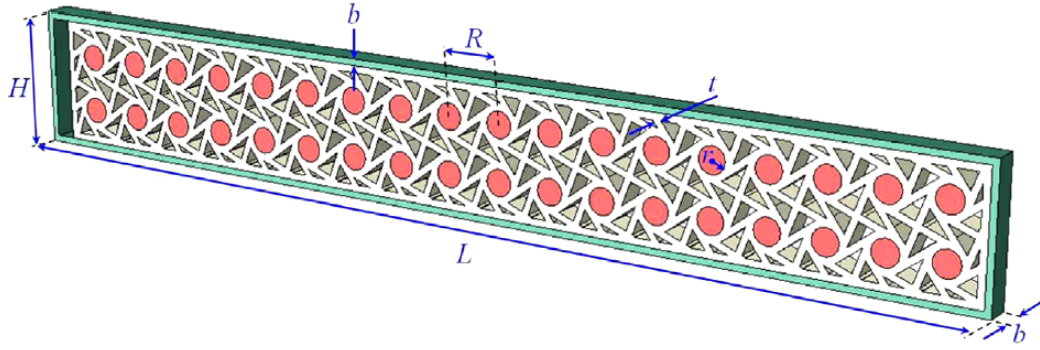


Figura 2.8: Viga con quiralidad periódica [2].

Esta viga fue diseñada para que la primera resonancia del marco se de a los 10 [Hz] aproximadamente, en una configuración en voladizo. Los materiales utilizados en la simulación en elementos finitos fueron aluminio para el marco ($\rho = 2713 [kg/m^3]$; $E = 69 [GPa]$), caucho para el enrejado ($\rho = 1378 [kg/m^3]$; $E = 3.5 [GPa]$) y acero para las inscripciones en los nodos ($\rho = 8027 [kg/m^3]$; $E = 193 [GPa]$).

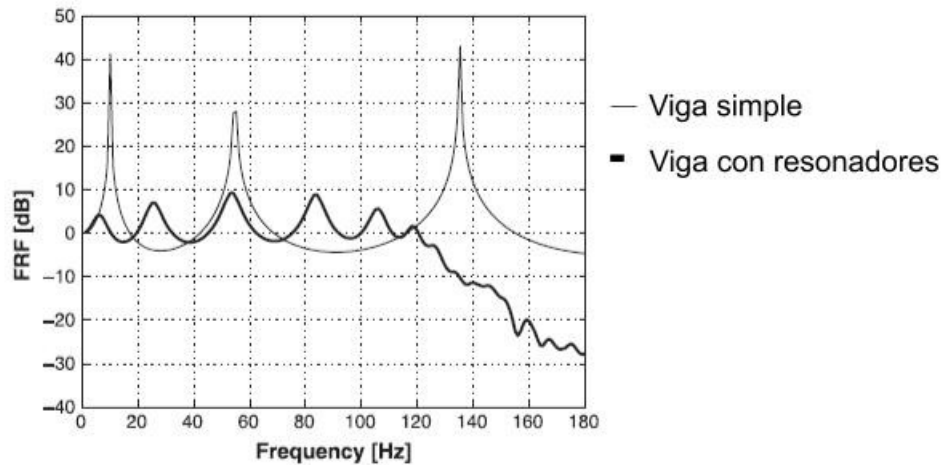


Figura 2.9: Resultados de la viga diseñada [2]

La Fig. 2.9 muestra que la relación entre la aceleración de entrada al panel con la aceleración de salida, disminuye drásticamente para la frecuencia de resonancia cuando se tiene el enrejado (línea gruesa) en comparación a cuando se tiene la viga simple (línea delgada).

Una vez observado el comportamiento del enrejado quiral periódico, Baravelli y Ruzzene diseñaron vigas con enrejado gradual, es decir, los nodos son de distinto tamaño (ascendente) y están a diferentes distancias unos de otros.

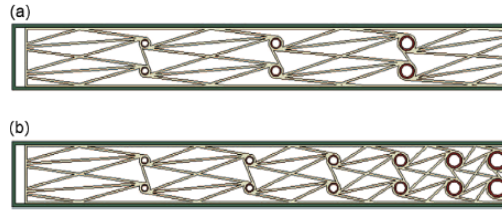


Figura 2.10: Diseños de enrejados graduales; (a) con aumento del radio de inclusiones, (b) con aumento del radio de inclusión y disminución de distancias entre nodos [2].

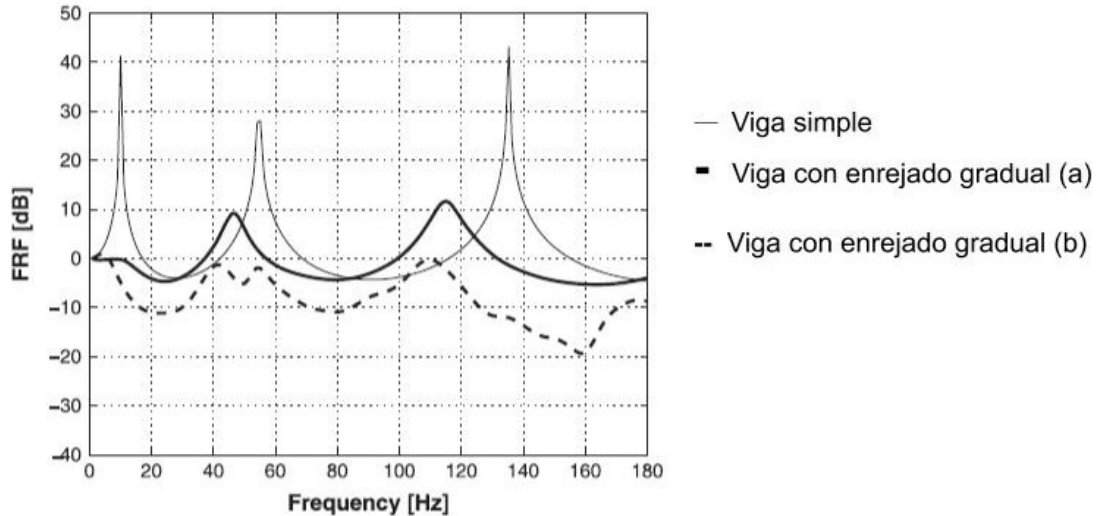


Figura 2.11: Resultados para la viga con enrejado gradual [2].

En la Fig. 2.11 se muestra la relación entre aceleración de entrada y salida de la viga (FRF) para los casos sin enrejado (línea continua delgada), enrejado gradual de Fig. 2.10 (a) (línea continua gruesa) y enrejado gradual de Fig. 2.10 (b) (línea segmentada).

En base a estos resultados, es posible concluir que las vigas graduales son la mejor opción dentro de las vigas con enrejado quiral, por lo que se deben buscar formas de optimizar el diseño del enrejado con esta topología sin utilizar solamente el ensayo y error.

2.0.4. Optimización de enrejado quiral para metamateriales supresores de vibraciones en bandas de frecuencias, utilizando algoritmos genéticos.

Con todos los antecedentes señalados previamente, el trabajo de título aquí referido, pretende replicar una técnica de optimización de enrejado quiral para generar una viga que suprima vibraciones de la forma más eficiente posible.

Tomando como punto de partida lo desarrollado en [2], Abdeljaber et al. [5], plantean un procedimiento de optimización de la geometría del enrejado quiral, para lograr una mayor

supresión en la banda de 0-200 [Hz].

El procedimiento consiste en utilizar un algoritmo genético, mediante un toolbox de Matlab, cuya función fitness es la aceleración RMS a la salida de la viga estudiada.

Para el algoritmo genético se define un individuo con ciertos parámetros que determinan un enrejado en particular. Los parámetros son:

- n_x : número de nodos circulares en la dirección larga (eje x).
- n_y : número de nodos circulares en la dirección corta (eje y).
- ϕ : ángulo característico de la celda quiral.
- t : espesor del ligamento de la celda.
- R_s : radio del nodo más a la izquierda en el enrejado.
- R_f : radio del nodo más a la derecha en el enrejado.
- R_m : radio del nodo al centro del enrejado.
- x_s : distancia entre el centro del nodo más a la izquierda del enrejado y la cara interna del enrejado.
- x_f : distancia entre el centro del nodo más a la derecha del enrejado y el centro del nodo anterior.

Los 9 parámetros anteriores definen a un individuo de una población de 90. La población inicial genera modelos de elementos finitos en el software comercial Abaqus, el cual entrega la aceleración RMS de salida del panel nuevamente a la rutina de Matlab, dicha rutina utiliza una función rank para los fitness que ingresan, además de producir un 80 % de cada generación por crossover de individuos y un 20 % por mutación.

Tomando la viga desarrollada por Baravelli y Ruzzene, la cual presenta como largo 75.4 [cm], alto 10 [cm] y espesor del marco 4.76 [mm], se optimiza un enrejado gradual bajo la condición de viga como voladizo. Los materiales utilizados son los mismos que en la viga de partida, cambiando el caucho por silicona ($E = 1.37$ [MPa]; $\rho = 1240$ [kg/m^3]).

A los parámetros que definen un individuo se les fija una cota inferior y una superior:

Tabla 2.3: Cotas de parámetros para un individuo [5].

Parámetro	n_x	n_y	ϕ	t (mm)	R_s (mm)	R_f (mm)	R_m (mm)	x_s (cm)	x_f (cm)
Cota inferior	1	1	-70	3	1	1	1	2	2
Cota superior	10	3	70	5	20	20	20	25	25

Lo que entrega los siguientes resultados al correr la rutina.

Tabla 2.4: Parámetros para enrejado óptimo [5].

n_x	n_y	ϕ	t (mm)	R_s (mm)	R_f (mm)	R_m (mm)	x_s (cm)	x_f (cm)
5	3	48	4.99	4.00	7.36	6.50	25.0	2.89

Generando el siguiente modelo.

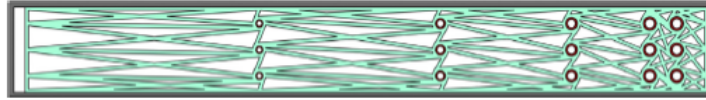


Figura 2.12: Modelo generado por optimización de algoritmo genético [5].

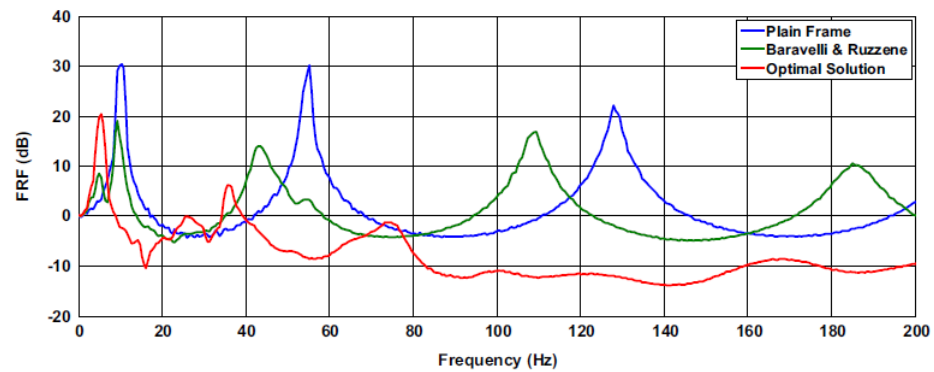


Figura 2.13: Comparación de FRF entre una viga sin enrejado, con el enrejado de Baravelli y Ruzzene y el enrejado óptimo de algoritmo genético [5].

De la Fig. 2.13 se concluye que la rutina de optimización permite obtener un panel con mejor supresión de vibraciones para una banda entre 0-200 [Hz].

Capítulo 3

Metodología

El trabajo de título consiste en crear una rutina de optimización basada en el proceso de optimización estudiado [5], variando algunos parámetros como pueden ser los materiales constitutivos de la viga, las restricciones geométricas o de masas del enrejado, todo con el objetivo de estudiar posibles nuevas bandas de frecuencia a suprimir.

La primera etapa del trabajo consistió en la verificación de la estrategia de diseño y optimización de una viga de metamateriales con enrejado quiral descrito en el artículo **Optimization of chiral lattice based metastructures for broadband vibration suppression using genetic algorithms**. [5].

El proceso de verificación fue dividido en dos partes, por un lado, se generó un modelo de elementos finitos que replica el diseño de viga óptimo obtenido por Adeljaber et al. [5].

De dicho modelo se extrajo la función de respuesta en frecuencia para la aceleración del extremo libre de la viga en una banda de frecuencia de 0-200 [Hz]. Este resultado fue comparado con el declarado en el artículo previamente señalado.

La etapa posterior consistió en utilizar un algoritmo genético, que en base al modelo de elementos finitos previamente verificado, entregaba un nuevo diseño de viga óptimo, el cual fue comparado con la **viga óptima** utilizada como punto de partida.

La verificación se dió al tener resultados con un nivel aceptable de error entre el modelo propio generado y el modelo presente en el artículo de referencia.

La rutina de optimización por algoritmo genético y el modelo FEM de la viga fueron realizados en Matlab. Utilizando los Toolbox: Global Optimization Toolbox y Structural Dynamics Toolbox (SDT) respectivamente.

En la Fig. 3.1 se esquematizan los procesos de metodología del trabajo.

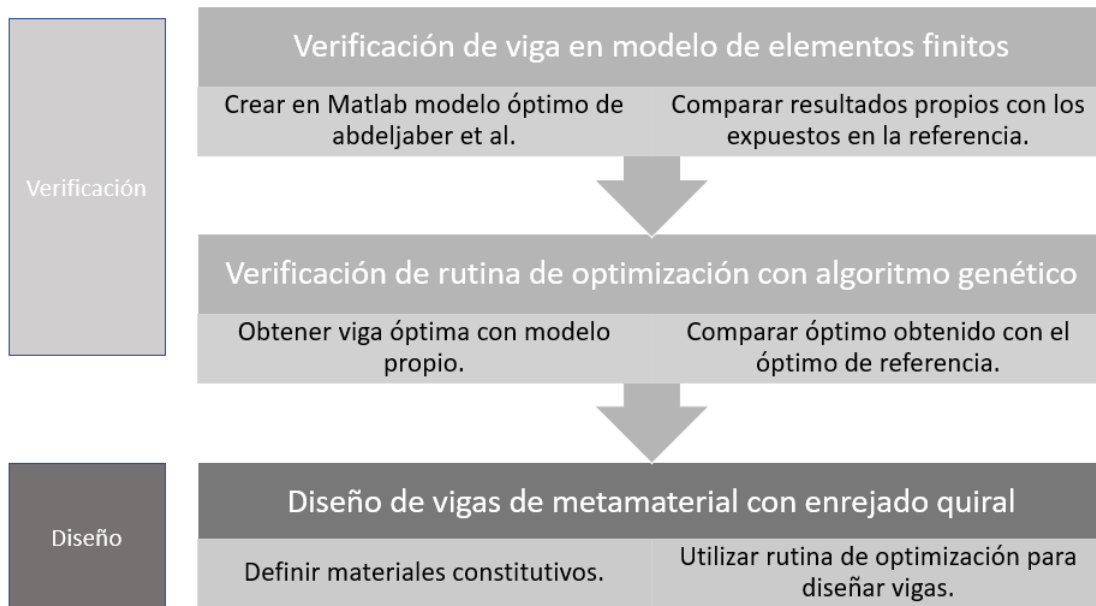


Figura 3.1: Procesos de metodología.

Capítulo 4

Proceso de Verificación

4.0.1. Verificación viga de metamaterial por FEM

A continuación se describe el proceso de creación del modelo por elementos finitos de una viga con enrejado quirral, detallando la base teórica del modelo generado, así como la elaboración del código utilizado en el toolbox SDT de Matlab.

Por otro lado, se detalla el proceso de verificación del modelo al comparar el resultado obtenido con el modelo de referencia.

4.0.1.1. Bases del modelo generado

El modelo generado se basa en los 9 parámetros que definen el enrejado quirral, los cuales se detallan a continuación:

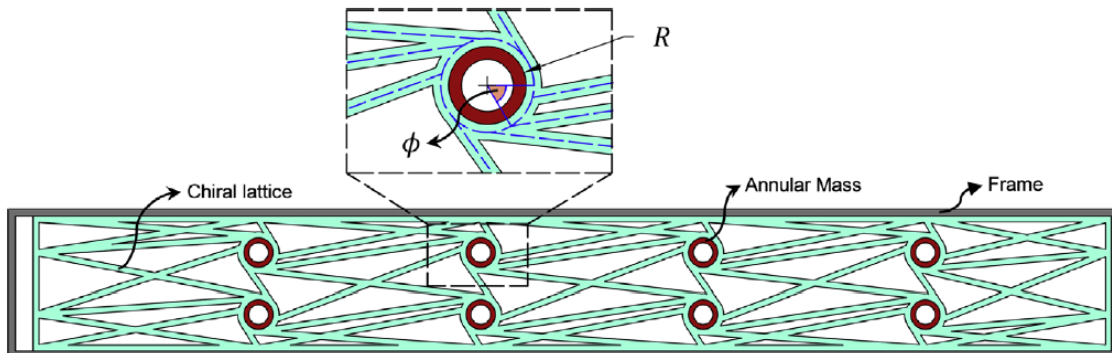


Figura 4.1: Parámetros de enrejado quirral a optimizar (1).

En la Fig. 4.1 se tiene:

- ϕ : ángulo característico de quiralidad.

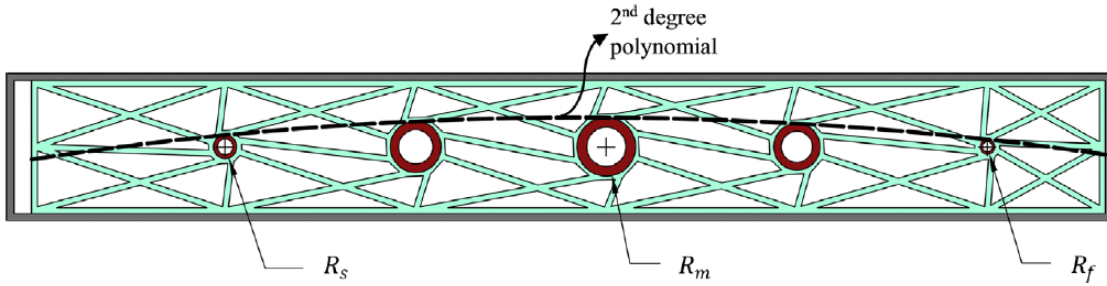


Figura 4.2: Parámetros de enrejado quirral a optimizar (2).

En la Fig. 4.2 se muestran:

- R_s : radio de inserto metálico más a la izquierda del enrejado.
- R_m : radio de inserto metálico en el centro del enrejado.
- R_f : radio más a la derecha en el enrejado.

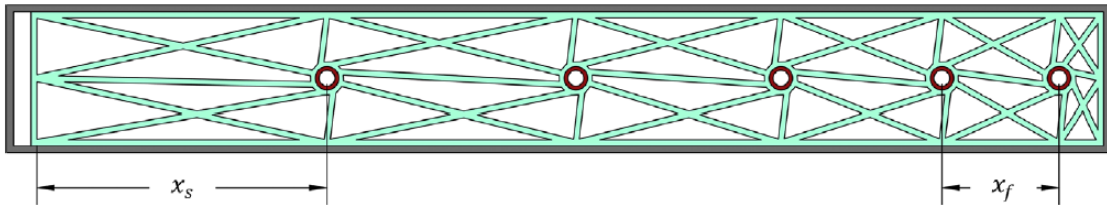


Figura 4.3: Parámetros de enrejado quirral a optimizar (3).

En la Fig. 4.3 se tienen:

- x_s : Distancia entre el extremo izquierdo del enrejado y el primer inserto metálico a la izquierda.
- x_f : Distancia entre el inserto metálico más a la derecha del enrejado y el nodo más cercano a éste.

Los otros parámetros corresponden a:

- n_x : Cantidad de insertos metálicos en la dirección horizontal de la viga.
- n_y : Cantidad de insertos metálicos en la dirección vertical de la viga.
- t : Espesor de los ligamentos en el enrejado.

La viga base (Fig. 4.4) utilizada para desarrollar el enrejado quirral que define este sistema como un metamaterial, tiene las siguientes dimensiones:

- W : 100 [mm]
- T : 4.76 [mm]

- L: 75.4 [mm]
- b: 19.05 [mm]

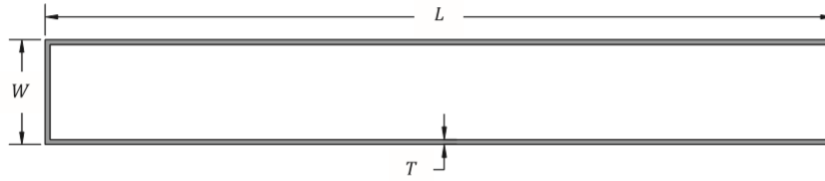


Figura 4.4: Viga base para diseño de enrejado quiral.

El código creado, toma los 9 parámetros mencionados anteriormente y construye el enrejado quiral con los siguientes cálculos:

1.- Para obtener la distancia horizontal entre los nodos de acero del enrejado, se realiza una interpolación lineal, tomando como datos:

- x_s : distancia entre el centro del nodo más a la izquierda del enrejado y la cara interna del enrejado (Fig. 4.3).
- x_f : distancia entre el centro del nodo más a la derecha del enrejado y el centro del nodo anterior (Fig. 4.3).
- n_x : número de nodos circulares en la dirección larga (eje x).

Así, utilizando la ecuación de la recta, es posible obtener la distancia entre todos los nodos en el eje horizontal.

$$dx_i = dx_{i-1} + i \cdot (X_s - X_f)/(1 - n_x) + (X_f - n_x \cdot X_s)/(1 - n_x) \quad (4.1)$$

Donde dx_i corresponde a la distancia desde el origen del nodo i en el eje x.

2.- Con las distancias entre nodos en el eje x calculadas, se obtiene el valor de cada radio de insertos metálicos (nodos). Los radios varían solamente según la posición en el eje horizontal de la viga, siendo indiferentes a la posición en el eje vertical.

Para calcular el valor de todos los radios de nodos, se realiza una interpolación en segundo grado, tomando como datos:

- x_s : valor en eje x asociado al radio más a la izquierda del enrejado.
- dx_{final} : valor en eje x asociado al radio más a la derecha del enrejado (Fig. 4.5).
- dx_{mitad} : valor en eje x asociado al radio en el medio del enrejado (Fig. 4.5).
- R_s : Radio más a la izquierda del enrejado.,
- R_m : Radio al medio del enrejado.

- R_f Radio más a la izquierda del enrejado.

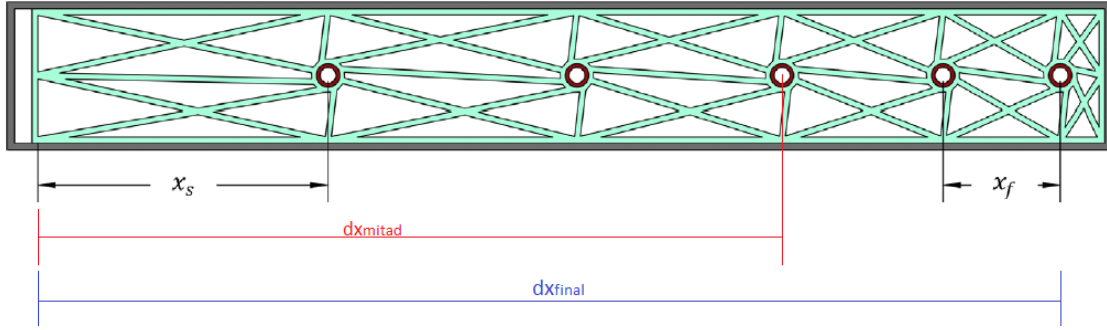


Figura 4.5: Parámetros para interpolación en segundo grado.

Así, utilizando la función cuadrática con los puntos (X_s, R_s) ; (dx_{mitad}, R_m) ; (dx_{final}, R_f) , se obtienen los valores de radio para cualquier posición en el eje horizontal del enrejado.

3.- Teniendo las posiciones en el eje horizontal de cada nodo de acero del enrejado, se debe determinar la posición vertical respectiva. Para esto, se calcula el valor definido como l_y , el cual corresponde a.

$$l_y = W - 2 \cdot T - 2 \cdot t \quad (4.2)$$

Donde W y T se observan en Figura 4.4 y t fue definido como el espesor del ligamento en el enrejado de la viga. l_y corresponde por lo tanto, al espacio vertical disponible para los nodos metálicos en la viga de metamaterial.

El modelo replicado, establece que la distancia vertical entre nodos debe ser igual al doble de la distancia entre el marco de la viga y el primer y último nodo (Ver Fig. 4.6). Por lo tanto, la distancia que define la posición vertical de los nodos en el enrejado queda definida de la siguiente forma.

$$Dis = l_y/n_y - (2 \cdot R_{max} - 2 \cdot t) \quad (4.3)$$

Donde:

- n_y : Número de nodos circulares en la dirección corta (eje y).
- R_{max} : Radio máximo entre los generados por el procedimiento aquí descrito.

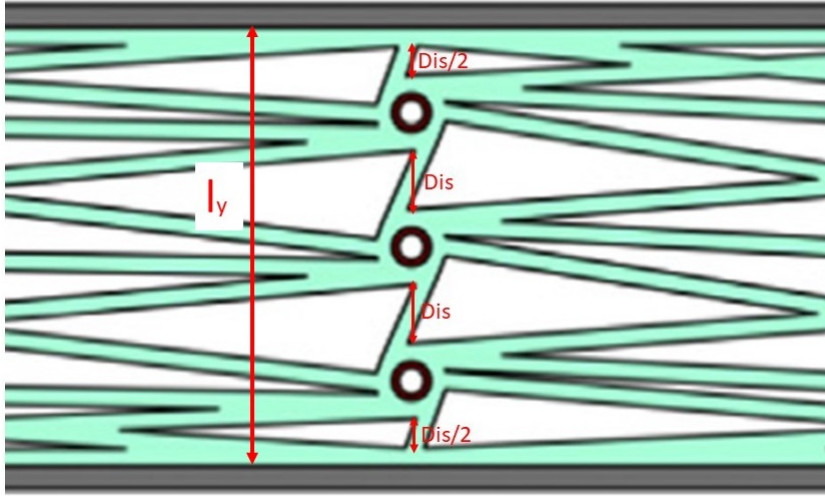


Figura 4.6: Distancia vertical entre nodos.

4.- Teniendo la posición en el eje X e Y de cada centro de los nodos de acero, es posible construir los nodos en base al ángulo característico ϕ de la celda quiral.

Considerando que el modelo de topología quiral contempla 8 ligamentos para cada nodo de acero, se dividió una circunferencia en 8 partes de $\pi/4$ [rad] cada una (Ver Fig. 4.7). A dicho ángulo se le debe sumar ϕ , lo que genera la asimetría deseada para este diseño. Luego por trigonometría se tiene que si el centro de un nodo de acero fue fijado en la coordenada (x,y) por las etapas anteriormente descritas, el nodo se constituye por los puntos $(x+R_i \cdot \sin[\phi+i \cdot \pi/4]$, $y+R_i \cdot \cos[\phi+i \cdot \pi/4]$); Con i tomando valores del 1 al 8.

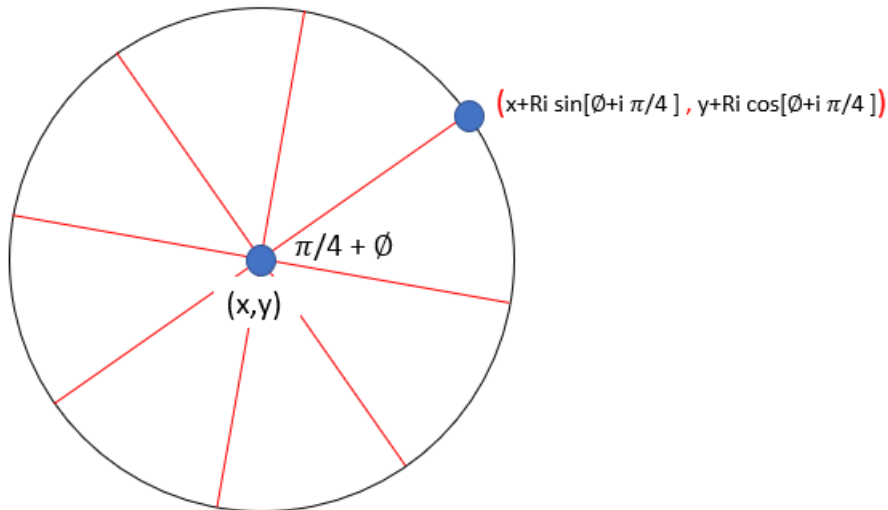


Figura 4.7: Esquema geometría nodos metálicos.

Con la geometría ya establecida en base a los 9 parámetros variables, se definen las particularidades del modelo de elementos finitos.

El primer elemento generado es el que define el marco de aluminio que forma la viga diseñada.

Las secciones horizontales de la viga (superior e inferior), se modelan con la división del largo total en 100 elementos (beam). Mientras que las secciones verticales (derecha e izquierda) se dividen en 8 elementos (beam), esto se grafica en la siguiente imagen:

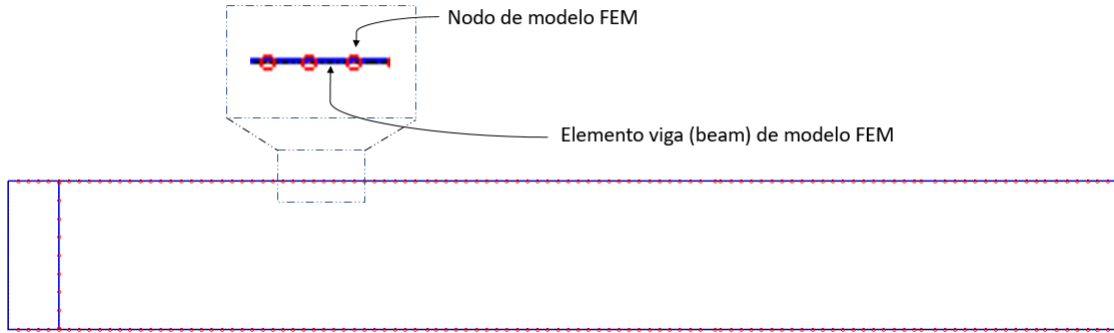


Figura 4.8: División de viga de metamaterial en nodos y elementos FEM.

La razón de dividir las secciones horizontales en muchos más elementos que las secciones verticales, responde a la necesidad de obtener resultados precisos para la vibración transmitida en el eje horizontal, ya que esto es lo que se busca suprimir, por otro lado, la respuesta vertical no resulta relevante por lo que se establece discreta para optimizar el uso de recursos computacionales.

En ambos casos (horizontal y vertical), los nodos creados se unen por un elemento tipo viga Euler-Bernoulli (beam), el elemento beam utilizado corresponde a una viga con sección transversal rectangular. Las propiedades del material de este marco estructural corresponden a las del aluminio.

- E : 69 [GPa]
- ν : 0.3
- ρ : 2713 [kg/m³]

Mientras que las propiedades dimensionales de la viga que modela los elementos son:

- A : $b \cdot T$ [m²]
- I_x : $(1/12) \cdot T \cdot b^3$ [m⁴]
- I_y : $I_x + I_z$ [m⁴]
- I_z : $(1/12) \cdot b \cdot T^3$ [m⁴]

En dichas propiedades se definen las inercias y el área transversal de todas las vigas de aluminio, el largo queda definido según la separación entre nodos previamente establecida.

El segundo material relevante a modelar corresponde a la silicona que define el enrejado quiral.

Tomando como referencia los mismos nodos generados para el marco de aluminio, se generan los elementos que constituyen la zona interna del marco (Ver Fig. 4.8), correspondiente a una estructura de silicona con las siguientes propiedades.

- E : 1.37 [MPa]
- ν : 0.5
- ρ : 1240 [kg/m³]

Para el caso de las propiedades dimensionales de estos elementos, existe una variación en función de uno de los 9 parámetros de diseño, esto es t , lo que corresponde al espesor del ligamento de silicona. Por lo que se tiene:

- A : $b \cdot t$ [m²]
- I_x : $(1/12) \cdot t \cdot b^3$ [m⁴]
- I_y : $I_x + I_z$ [m⁴]
- I_z : $(1/12) \cdot b \cdot t^3$ [m⁴]

Finalmente, se modelan los nodos metálicos insertos en el enrejado usando la siguiente estrategia:

Tomando como base la división de la circunferencia que modela el nodo de acero anteriormente descrito, se crearon 8 elementos viga (Euler-Bernoulli) que unidos constituyen el perímetro de la circunferencia, además cada extremo de dichos elementos se une al centro de la circunferencia, distribuyendo de esta forma la masa total del disco de acero en 16 elementos tipo viga (Ver Fig. 4.9). Las propiedades del acero utilizado fueron:

- E : 193 [GPa]
- ν : 0.28
- ρ : 8027 [kg/m³]

En el caso de las propiedades dimensionales para los elementos que modelan los nodos de acero se tiene:

- $A = b \cdot t_{nodo}$ [m²]
- $I_x = (1/12) \cdot t_{nodo} \cdot b^3$ [m⁴]

- $I_y = I_x + I_z;$
- $I_z = (1/12) \cdot b \cdot t_{nodo}^3 [m^4]$

t_{nodo} corresponde a una variable definida para que los 16 elementos que modelan el disco de acero tengan una masa que al ser sumada corresponda a la masa definida por el radio del disco, cuando este es un cilindro sólido.

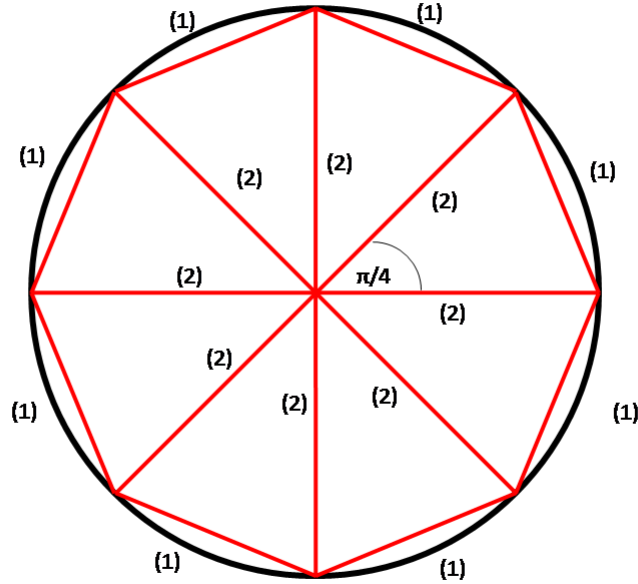


Figura 4.9: División nodo de acero en 8 elementos tipo (1) y 8 elementos tipo (2).

Como se observa en la Fig.4.9, existen dos tipos de elementos para este modelo de nodos de acero. El elemento (1) corresponde a una viga cuya longitud es igual a la de un arco que representa 1/8 de circunferencia, es decir, tiene un largo de $\pi/4 \cdot R$. El elemento (2) corresponde a una viga cuyo largo es el radio de la circunferencia (R).

En este caso, no influye el parámetro ϕ característico de la celda quiral, ya que dicho valor solo desplaza los arcos, al desplazar los ángulos, sin adular su largo.

La densidad para cada elemento es la misma (la del acero o la del metal que se utilice), por lo que se puede trabajar solo en base a los volúmenes de la siguiente forma:

$$V_t = 8 \cdot b \cdot t_{nodo} \cdot R + 8 \cdot b \cdot t_{nodo} \cdot \pi/4 \cdot R \quad (4.4)$$

Siendo V_t el volumen total de un nodo de acero, se tiene que:

$$V_t = b \cdot \pi \cdot R^2 \quad (4.5)$$

Reemplazando (4.5) en (4.4) y despejando t_{nodo} , se tiene:

$$t_{nodo} = \frac{\pi \cdot R}{8 \cdot (1 + \pi/4)} \quad (4.6)$$

Con los nodos de acero modelados, éstos se unen al recubrimiento interno de la viga, a través de ligamentos que cumplen con las mismas propiedades de elemento silicón anteriormente descrito.

Con la viga de metamaterial completamente modelada por elementos finitos, se definieron las condiciones relevantes del problema.

Respecto a los grados de libertad del sistema, existen dos casos:

El primero corresponde al extremo izquierdo de la viga. Todos los nodos en esta zona quedaron con libertad de movimiento solo en el eje vertical. (Puntos rojos en Fig. 4.10)

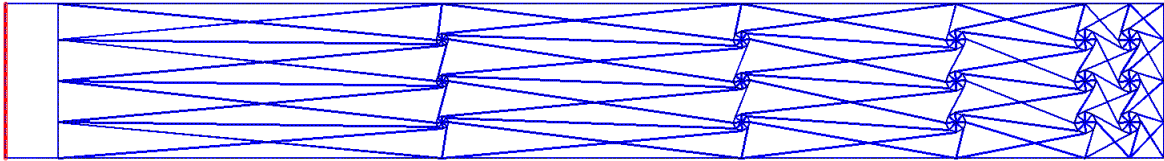


Figura 4.10: Movimiento permitido solo en la dirección vertical.

Esta definición de grados de libertad busca simular el montaje que se tendría en una viga fabricada, es decir, una viga adherida a una plataforma donde se induce la vibración.

El segundo caso corresponde a todos los otros nodos que constituyen elementos del modelo. Para estos nodos se permite el movimiento vertical, horizontal y la rotación en torno al eje perpendicular al plano definido por la viga. (Puntos rojos en Fig. 4.11)

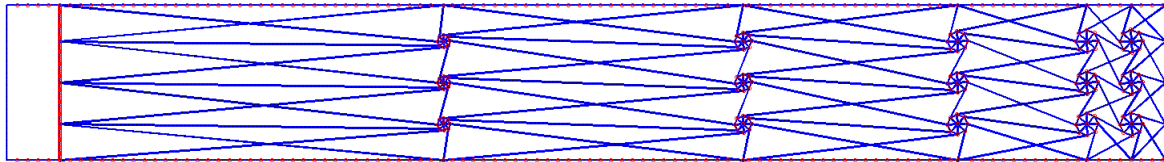


Figura 4.11: Movimiento permitido en la dirección vertical, horizontal y rotación en eje perpendicular al plano.

La fuerza aplicada sobre la viga, corresponde a una carga unitaria en la dirección vertical sobre todos los nodos en el extremo izquierdo del modelo. (Flechas rojas en Fig. 4.12)

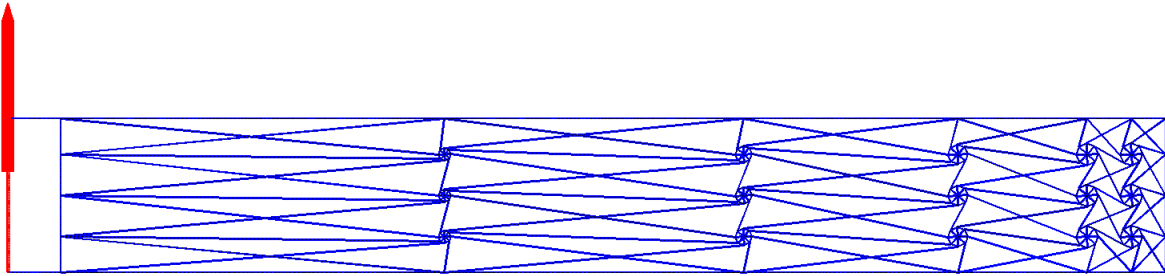


Figura 4.12: Fuerza aplicada sobre la viga.

Para determinar la respuesta del modelo, se posicionó un sensor (con la herramienta computacional del toolbox SDT de Matlab) en el nodo del extremo superior derecho de la viga. (Flecha roja en Fig. 4.13)

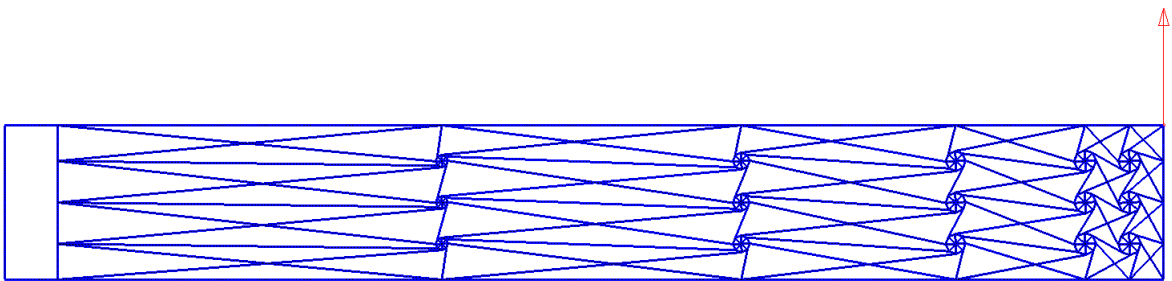


Figura 4.13: Sensor sobre la viga.

Al modelo generado se le calculan las matrices de masa y rigidez, con esto se obtienen los modos de vibración en una banda de frecuencia entre 0-200 [Hz], posteriormente los modos de frecuencia permiten calcular la función de respuesta en frecuencia para las distintas frecuencias de la banda, al promedio de las FRF se le calcula la RMS, que corresponde al valor utilizado para comparar el funcionamiento de las distintas vigas diseñadas. Todos los cálculos mencionados se realizaron gracias a herramientas disponibles en el Toolbox SDT de Matlab.

4.0.1.2. Resultados del modelo de viga óptima

En base al modelo FEM detallado previamente, tomando los parámetros de viga óptima de Abdeljaber et al. [5].

Tabla 4.1: Parámetros para enrejado óptimo[5].

n_x	n_y	ϕ	t (mm)	R_s (mm)	R_f (mm)	R_m (mm)	x_s (cm)	x_f (cm)
5	3	48	4.99	4.00	7.36	6.50	25.0	2.89

Se obtienen los siguientes resultados.

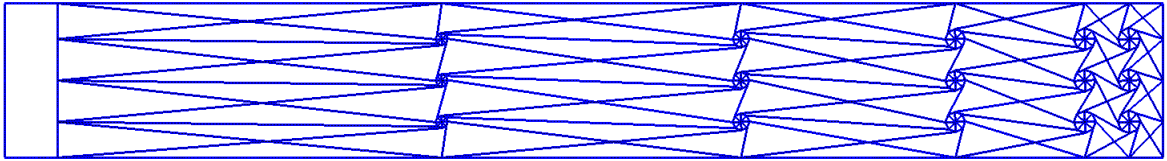


Figura 4.14: Modelo generado.

Es posible observar modos de vibración de la viga generada.

Mode 1 at 0.0003529 Hz

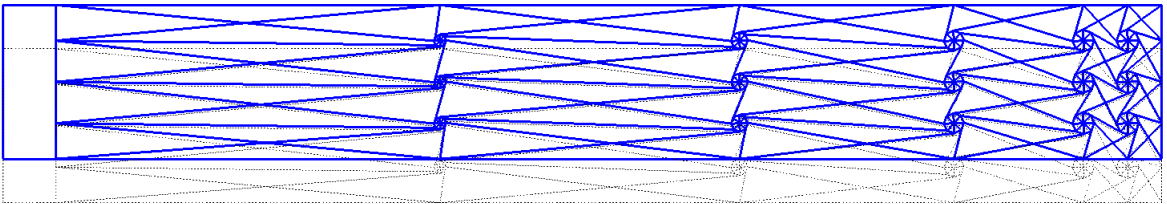


Figura 4.15: Primer modo de vibración.

La Fig. 4.15 muestra el primer modo de vibración de la viga, el cual se tiene a los 0 [Hz].

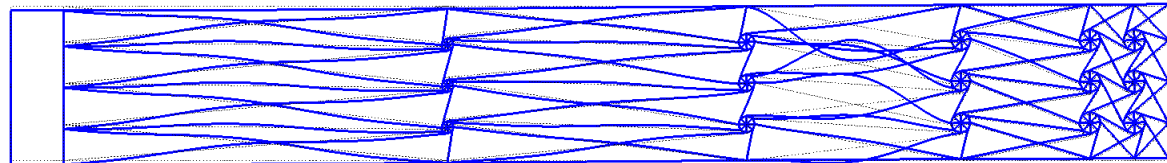


Figura 4.16: cuadragésimo primer modo de vibración.

En la Fig. 4.16 se observa el cuadragésimo primer modo de vibración a una frecuencia de 9.269 [Hz].

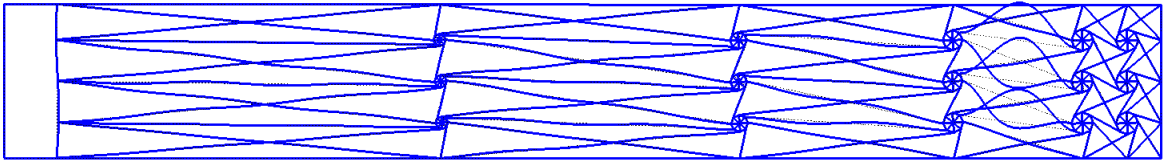


Figura 4.17: modo de vibración 113.

En la Fig. 4.17 se aprecia el modo de vibración 113 de la viga a los 27.46 [Hz].

Además se calculó la FRF del modelo generado para frecuencias entre 0-200 [Hz].

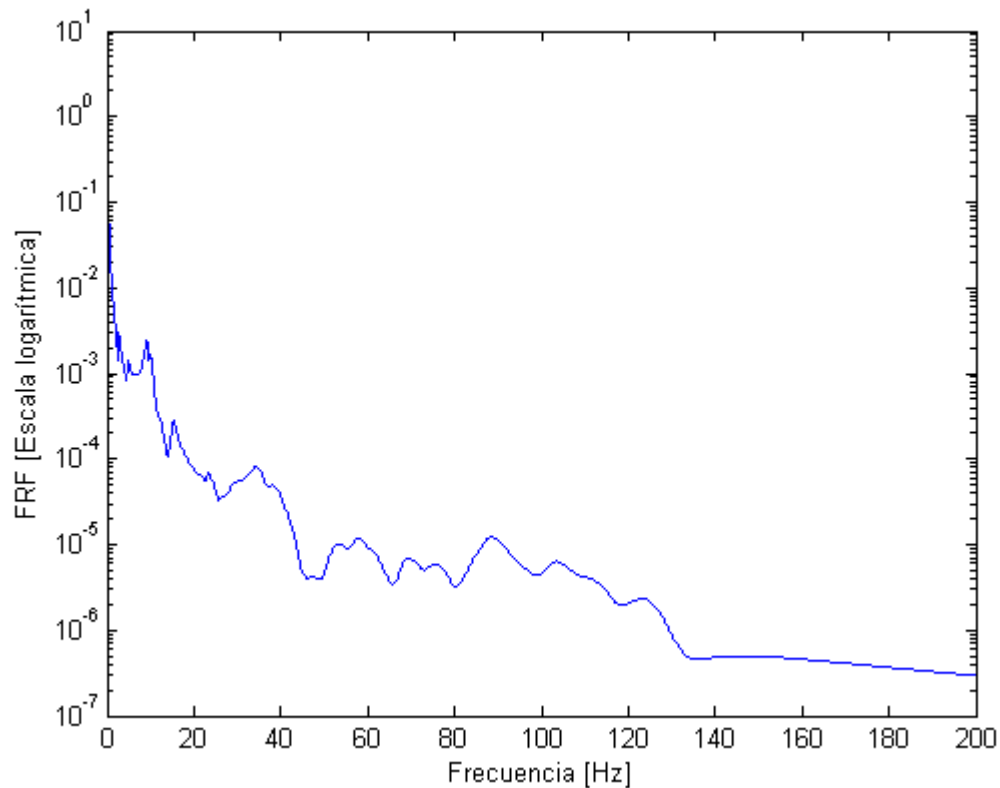


Figura 4.18: FRF vs Frecuencia en el modelo generado.

4.0.2. Verificación de optimización por algoritmo genético

Con el código capaz de generar un modelo de viga bajo cualquier combinación de 9 parámetros, la siguiente etapa fue realizar la verificación del proceso de optimización en base a algoritmos genéticos.

Tomando como punto de partida las condiciones de algoritmo genético utilizado en [5], se tienen los siguientes parámetros.

- RMS del promedio de FRF como función fitness para comparar entre individuos.

- Un tamaño de población de 90 individuos (Ver Fig. 4.19)
- Rank como comparación entre el fitness de dos individuos (Ver Fig. 4.20)
- Cruzamiento de tipo Scattered con 80 % de población siguiente generada por crossover y el resto generado por mutación (Ver Fig. 4.21)

El Toolbox utilizado para el proceso de verificación corresponde al Global Optimization Toolbox de Matlab, siendo seteado para los parámetros anteriormente definidos.

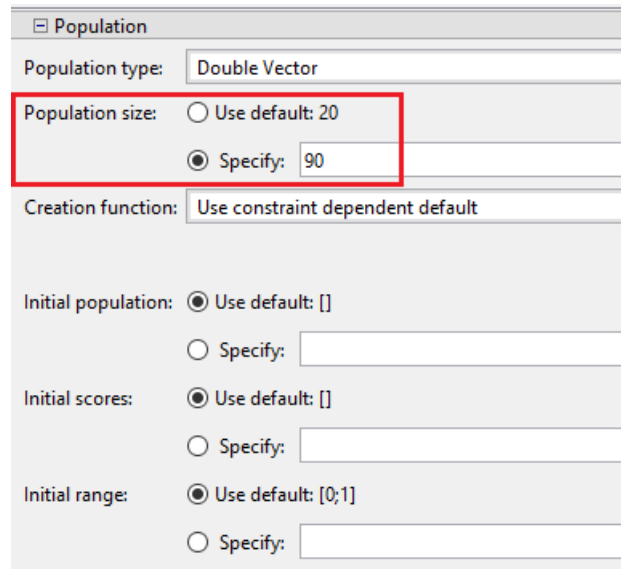


Figura 4.19: Definición tamaño población.

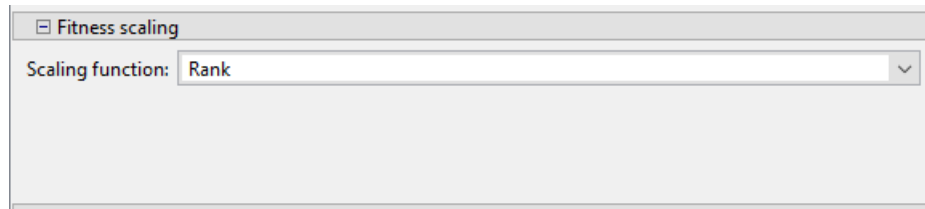


Figura 4.20: Definición Rank.

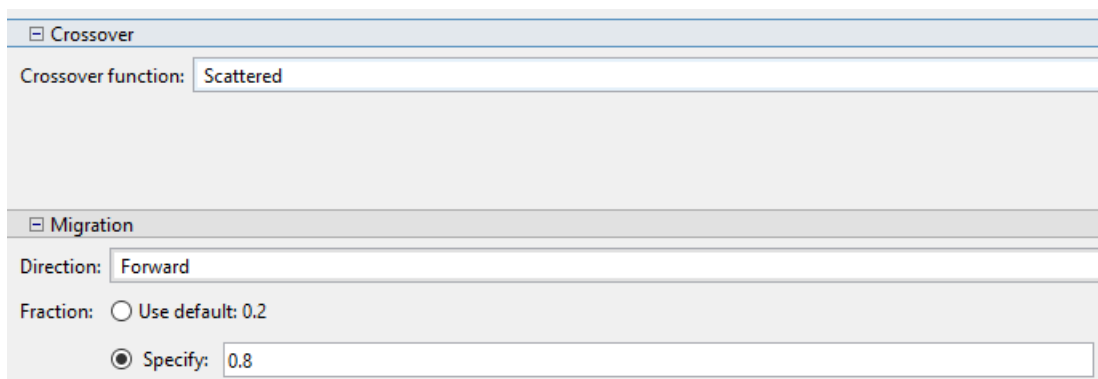


Figura 4.21: Definición Crossover.

4.0.2.1. Condiciones y restricciones en la rutina de optimización

Se creó la función FTESIS (Ver Anexo), la cual toma un vector con 9 valores, que corresponden a los 9 parámetros que definen una viga de enrejado quiral y entrega el valor RMS del promedio de las FRF calculadas según lo descrito en secciones previas de este informe.

Para correr el algoritmo genético de optimización se definieron valores mínimos y máximos que pueden tomar los 9 parámetros que crean la viga.

Tabla 4.2: Cotas de parámetros para un individuo [5].

Parámetro	n_x	n_y	ϕ	t (mm)	R_s (mm)	R_f (mm)	R_m (mm)	x_s (cm)	x_f (cm)
Cota inferior	1	1	-70	3	1	1	1	2	2
Cota superior	10	3	70	5	20	20	20	25	25

Figura 4.22: Definición de función a optimizar con valores mínimo y máximo.

La función FTESIS contempla las restricciones geométricas que deben cumplir las vigas generadas por los 9 parámetros.

Dichas restricciones son:

$$2 \cdot n_y \cdot (R_{max} + t) - l_y + n_y \cdot th \leq 0 \quad (4.7)$$

Donde R_{max} corresponde al máximo valor entre los radios de los nodos de acero y th es una cota establecida en este caso como 2.1 [mm].

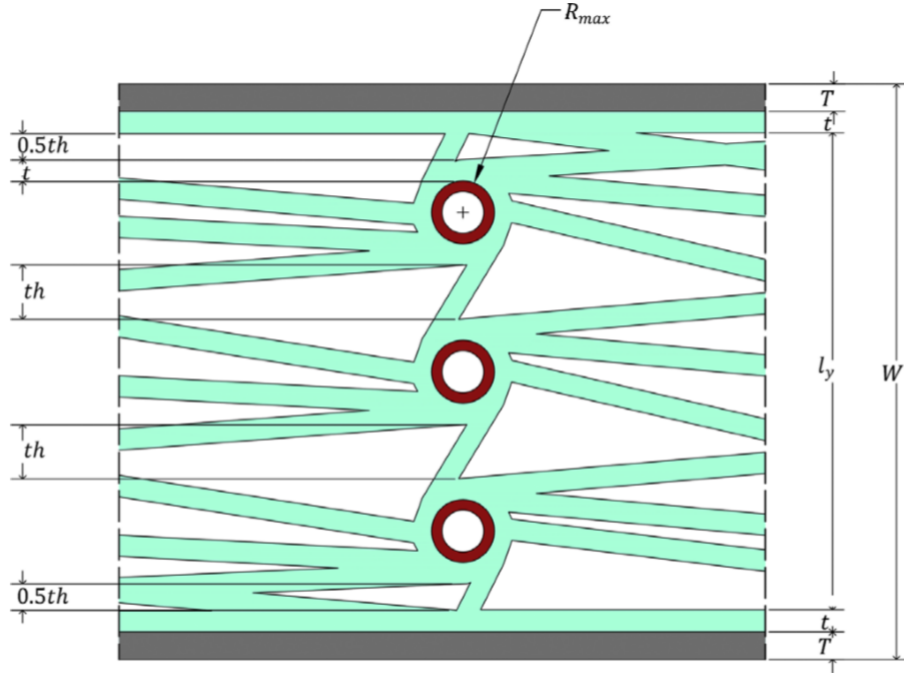


Figura 4.23: Explicación gráfica de la primera restricción.

La segunda restricción es:

$$n_x \cdot \left(\frac{X_s + X_f}{2} \right) - l_x + th_1 \leq 0 \quad (4.8)$$

Donde l_x corresponde al espacio horizontal que ocupa el enrejado quiral de caucho en la viga y th_1 es una cota establecida en este caso como 22.2 [mm].

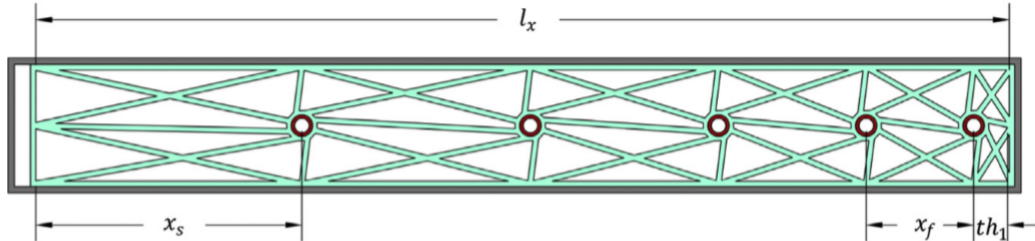


Figura 4.24: Explicación gráfica de la segunda restricción.

La tercera restricción es:

$$R_m - \left(\frac{X_s + X_f}{2} \right) + th_2 \leq 0 \quad (4.9)$$

Donde th_2 es una cota establecida en este caso como 15 [mm].

4.0.2.2. Resultados de la rutina de optimización por algoritmo genético

El modelo FEM elaborado arroja los siguientes valores para el óptimo detallado en [5].

Tabla 4.3: Parámetros del óptimo estudiado y valor RMS entregado.

nx	ny	ϕ	t [mm]	Rs [mm]	Rf [mm]	Rm [mm]	Xs [mm]	Xf [mm]	RMS
5	3	48	4.99	4.00	7.36	6.5	250	28.9	<i>1.5913</i>

La rutina de optimización generó el siguiente resultado.

Tabla 4.4: Parámetros del óptimo generado y valor RMS entregado.

nx	ny	ϕ	t [mm]	Rs [mm]	Rf [mm]	Rm [mm]	Xs [mm]	Xf [mm]	RMS
5	3	61	4.9	4.6	6.03	7.19	238.3	39.01	<i>1.5294</i>

El cual construye la siguiente viga.

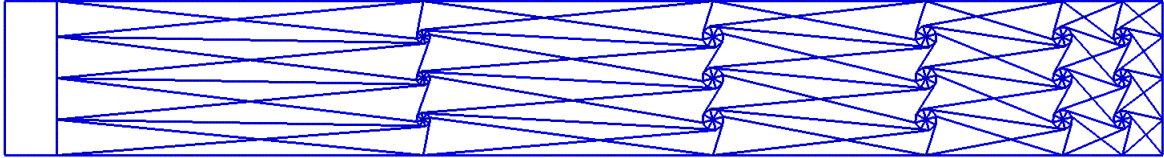


Figura 4.25: Modelo generado por algoritmo genético.

Con sus modos de vibración

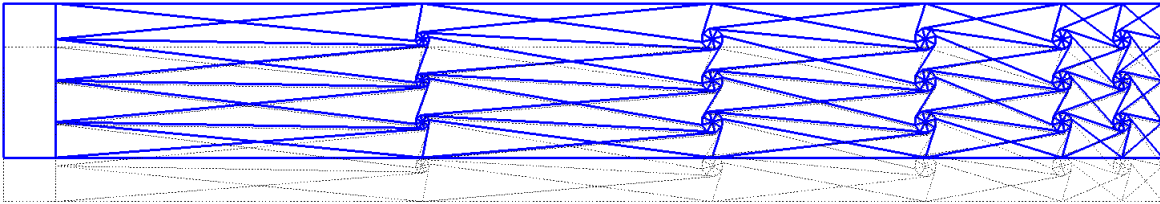


Figura 4.26: Primer modo de vibración.

La Fig. 4.26 muestra el primer modo de vibración de la viga, el cual se tiene a los 0 [Hz].

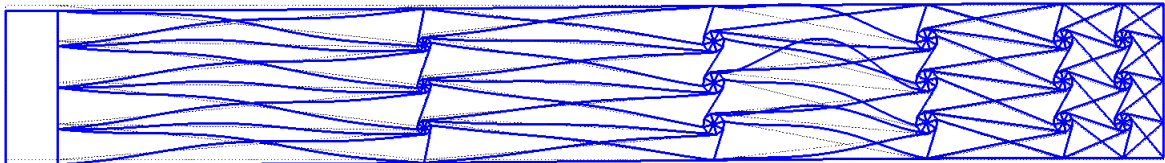


Figura 4.27: Cuadragésimo primer modo de vibración.

En la Fig. 4.27 se observa el cuadragésimo primer modo de vibración a una frecuencia de 9.252 [Hz].

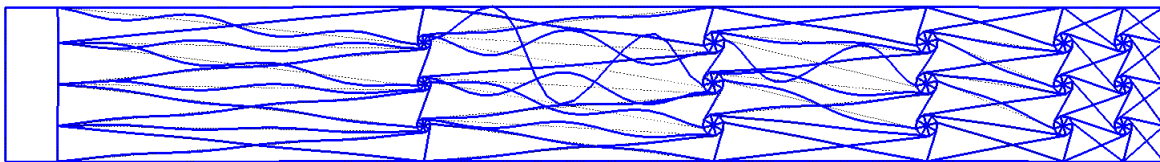


Figura 4.28: Decimoquinto modo de vibración.

En la Fig. 4.28 se aprecia el modo de vibración 113 de la viga a los 27.46 [Hz].

Además se calculó la FRF del modelo entregado por algoritmo genético para frecuencias entre 0-200 [Hz].

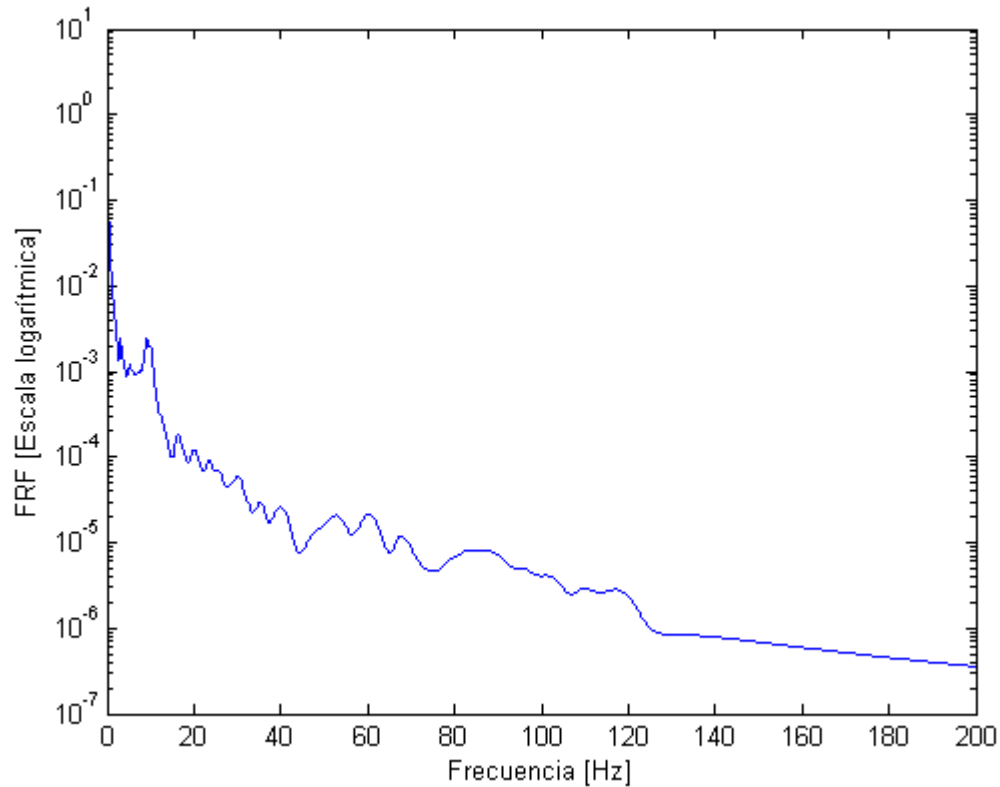


Figura 4.29: FRF vs Frecuencia en el modelo generado.

4.0.3. Discusión de resultados de verificación

En primer lugar, se puede observar que los modos de vibración registrados, tanto para el modelo óptimo de Abdeljaber et al. [5] como para el modelo obtenido en la rutina de optimización propia, corresponden a modos de vibración coherentes y consistentes para el objeto estudiado, es decir, una viga empotrada en un extremo.

Se puede observar también, que el enrejado quiral sufre una deformación al momento de estar la viga sometida a una vibración. Es decir, el sistema ligamentos+nodos vibra evitando transferir la vibración a la viga completa.

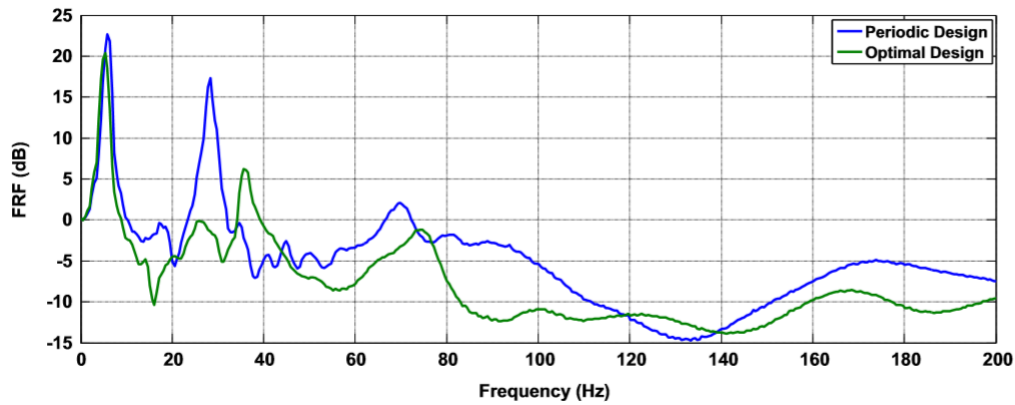


Figura 4.30: FRF del óptimo estudiado en [5].

Al comparar las FRF observadas en las Fig. 4.18 y 4.30 (curva color verde), se tiene que las curvas no coinciden de manera exacta. Esto se puede explicar por el hecho de que ambos gráficos no representan exactamente lo mismo, mientras en la Fig. 4.18 se puede ver la FRF que compara la aceleración de entrada a la viga con la aceleración a la salida de la viga en una escala logarítmica, en la Fig. 4.30 se muestra la FRF midiendo en decibeles la comparativa entre ambas aceleraciones.

Por otro lado, el modelo desarrollado para esta memoria, contempla una fuerza unitaria sobre la viga, mientras que el modelo del articulo referencial utiliza una fuerza de tipo ruido blanco con frecuencias entre 0 y 200 [Hz].

A pesar de las diferencias ya explicadas, ambos gráficos muestran comportamiento similar, ya que, en el intervalo de frecuencias estudiado, la aceleración de salida de la viga es menor a la aceleración de entrada a la viga, siendo esta diferencia mayor a medida que la frecuencia aumenta.

Respecto a la rutina de optimización, se tienen los siguientes porcentajes de variación entre parámetros obtenidos por Abdeljaber et al. y el modelo propio.

Tabla 4.5: Error porcentual del resultado obtenido comparado con el paper referencial.

Parámetro	nx	ny	ϕ	t	Rs	Rf	Rm	Xs	Xf	RMS
Error [%]	0	0	27.08	-1.80	15.00	-18.07	10.62	-4.68	34.98	-4

Los errores detallados se pueden explicar por la utilización de modelos de elementos finitos diferentes, ya que, mientras Abdeljaber et al. utilizan el modelo 4-node bilinear plane stress quadrilateral element, aquí se optó por modelo de vigas Euler-Bernoulli.

A pesar de las diferencias señaladas previamente, es posible asegurar que tanto el modelo FEM desarrollado, como la rutina de optimización utilizada están verificadas y es posible diseñar vigas de metamateriales con el código y rutina de optimización creados.

Capítulo 5

Bases para el diseño de vigas, utilizando rutina de optimización creada

Para el proceso de diseño de vigas de metamateriales, se definieron cuatro bandas de frecuencia a suprimir, las cuales se resumen en la siguiente tabla.

Tabla 5.1: Bandas de frecuencias a suprimir.

Banda de frecuencias caso base	Banda de frecuencias bajas	Banda de frecuencias intermedias	Banda de frecuencias altas
0-200 Hz	0-10 Hz	30-60 Hz	200-400 Hz

La banda de frecuencias caso base corresponde al intervalo con el que la rutina de optimización se creó y se utiliza como referencia de análisis para determinar la cantidad de modos de vibración a setear en el código creado. El resto de bandas de frecuencia se definieron en base al ensayo y error de diseñar vigas con diferentes materiales constitutivos.

Adicional a las bandas de frecuencia, se definieron combinaciones de materiales para ligamentos y nodos metálicos en el enrejado de la viga con marco de aluminio como base.

Tabla 5.2: Combinaciones de materiales constitutivos de la viga de metamaterial.

	Viga/combinación caso base	Viga/Combinación 1	Viga/Combinación 2
Material ligamentos	Silicona	PLA	Silicona
Material nodos metálicos	Acero	Acero	Aluminio

Se definieron el acero y aluminio como los materiales para nodos de las vigas, dada la facilidad de fabricación de discos metálicos que éstos presentarían a la hora de materializar la viga diseñada. Por otro lado, se utilizó PLA como posible material para los ligamentos del enrejado, ya que sería posible fabricar la viga con técnicas de impresión 3D, eliminando la manufactura sustractiva que la silicona necesita.

Con el objetivo de diseñar vigas que en un futuro se puedan fabricar fácilmente, se añadieron nuevas restricciones al código que elabora el enrejado quiral. La primera restricción incluida corresponde a la suma de las masas de los nodos metálicos, dicha cantidad se fijó en no más de 100 [kg]. Por otro lado, se aplicó también la restricción de que las masas de nodos

metálicos deben ser en promedio menor a 20 [kg] (Ver anexo para detalles de restricción en el código).

Buscando mayor validez en los resultados obtenidos, se modificó la cantidad de elementos que constituyen los ligamentos en el modelo FEM, quedando 20 elementos por cada ligamento para todos los diseños.

Mediante ensayo y error, se definió que la cantidad de modos de vibración a calcular en el código creado son 320 modos. Con este número se logra tener las FRF de las vigas diseñadas para las distintas bandas de frecuencia en la mayoría de los casos. Las excepciones fueron el estudio de la banda de frecuencias entre 200-400 [Hz], donde se utilizaron 1000 modos de vibración y la banda de frecuencias 0-10 [Hz] para la viga con ligamentos de PLA, caso en el cual se utilizaron 10 modos de vibración para el cálculo (Ver anexo con código que establece modos de vibración calculados).

Capítulo 6

Vigas diseñadas

Con lo anteriormente establecido, se diseñaron las vigas de metamaterial con enrejado quiral que se muestran en este capítulo.

6.1. Ligamentos de silicona, nodos de acero

Para efectos de comparación, se diseñó en primer lugar una viga con un enrejado base arbitrario (sin rutina de optimización). La viga generada cuenta con ligamentos de silicona y nodos de acero, cumpliendo con los siguientes parámetros:

Tabla 6.1: Parámetros de enrejado base

nx	ny	ϕ	t [mm]	Rs [mm]	Rf [mm]	Rm [mm]	Xs [mm]	Xf [mm]
10	1	0	3	3	4	5	60	60

Estos parámetros crean el modelo en Fig. 6.1:

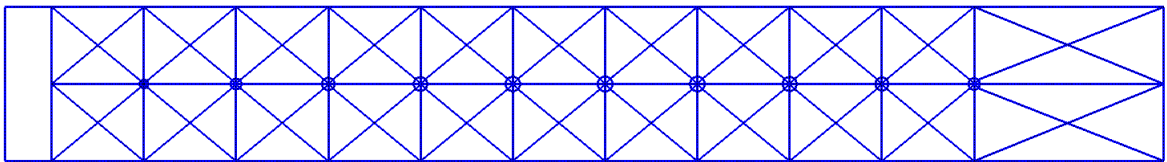


Figura 6.1: Viga con enrejado base.

Al utilizar la rutina de optimización con el mismo seteo que en el proceso de validación, se obtienen los siguientes resultados.

6.1.1. Banda de frecuencia 0-200 [Hz]

El algoritmo genético entregó el siguiente resultado.
El cual construye la siguiente viga.

Tabla 6.2: Parámetros de enrejado óptimo para ligamentos de silicona, nodos de acero y banda de frecuencia de 0-200 [Hz]

nx	ny	ϕ	t [mm]	Rs [mm]	Rf [mm]	Rm [mm]	Xs [mm]	Xf [mm]
5	3	61	4.9	4.6	6.03	7.19	238.3	39.01

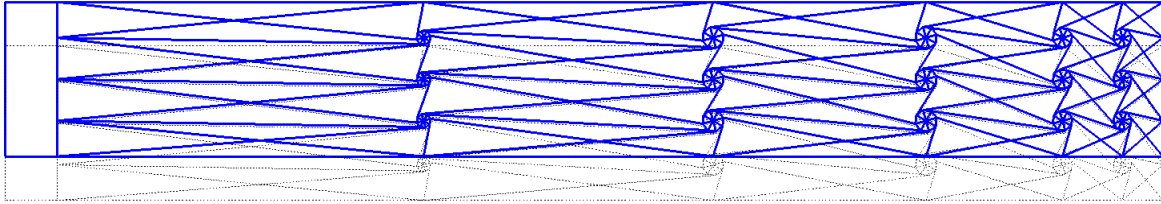


Figura 6.2: Modelo generado por algoritmo genético.

Con sus modos de vibración

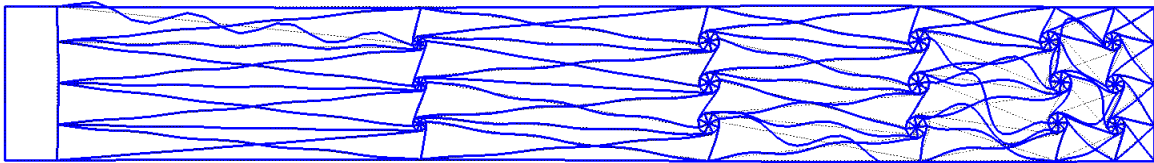


Figura 6.3: Modo de vibración 223.

La Fig. 6.3 muestra el modo de vibración 223 de la viga, el cual se tiene a los 75.98 [Hz].

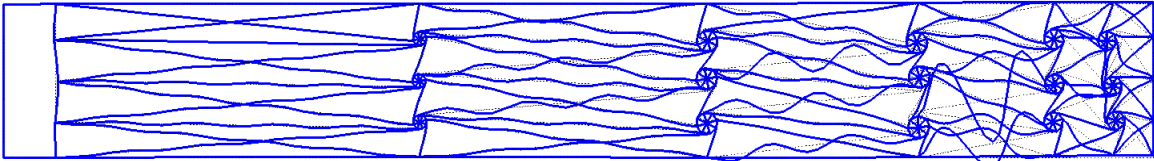


Figura 6.4: Modo de vibración 281.

En la Fig. 6.4 se observa el modo de vibración 281, a una frecuencia de 105.3 [Hz].

Para analizar la supresión de vibración en la banda de frecuencias estudiada, se grafican las FRF de:

- Viga óptima obtenida (Fig. 6.2)
- Viga con enrejado base (Fig . 6.1)
- Viga sin enrejado (Fig. 4.4)

Generando el siguiente gráfico:

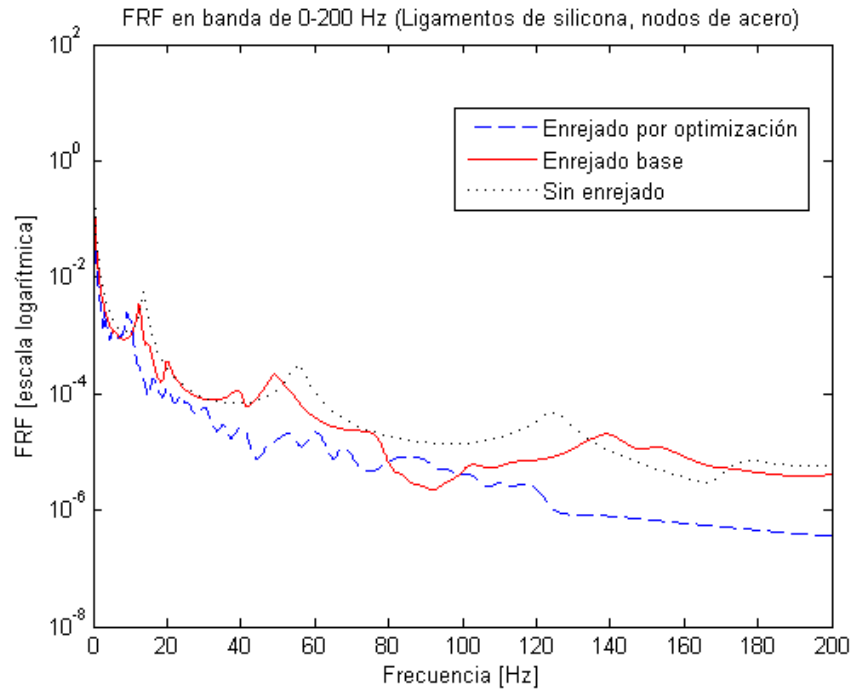


Figura 6.5: FRF de 3 casos de vigas.

6.1.2. Banda de frecuencia 0-10 [Hz]

El algoritmo genético entregó el siguiente resultado.

Tabla 6.3: Parámetros de enrejado óptimo para ligamentos de silicona, nodos de acero y banda de frecuencia de 0-10 [Hz]

nx	ny	ϕ	t [mm]	Rs [mm]	Rf [mm]	Rm [mm]	Xs [mm]	Xf [mm]
5	3	70	4.4457	4.7010	5.7274	7.1275	144.1468	92.6211

El cual construye la siguiente viga.

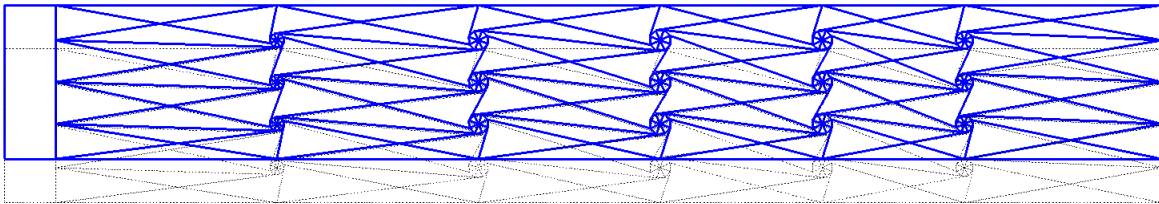


Figura 6.6: Modelo generado por algoritmo genético.

Con sus modos de vibración

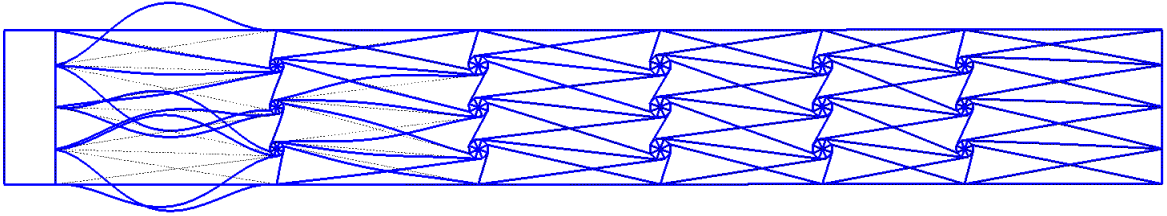


Figura 6.7: Modo de vibración 8.

La Fig. 6.7 muestra el octavo modo de vibración de la viga, el cual se tiene a los 7.176[Hz].

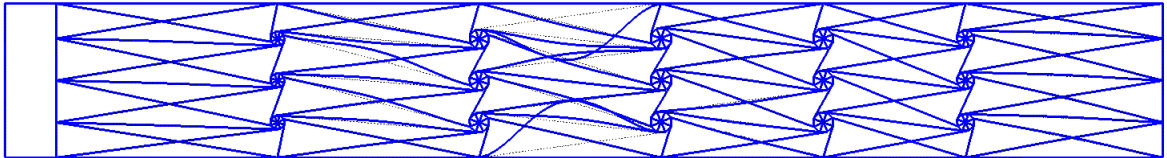


Figura 6.8: Modo de vibración 37.

En la Fig. 6.8 se observa el modo de vibración 37, a una frecuencia de 10 [Hz].

Se grafican las mismas tres FRF descritas en la sección anterior, generando el siguiente gráfico:

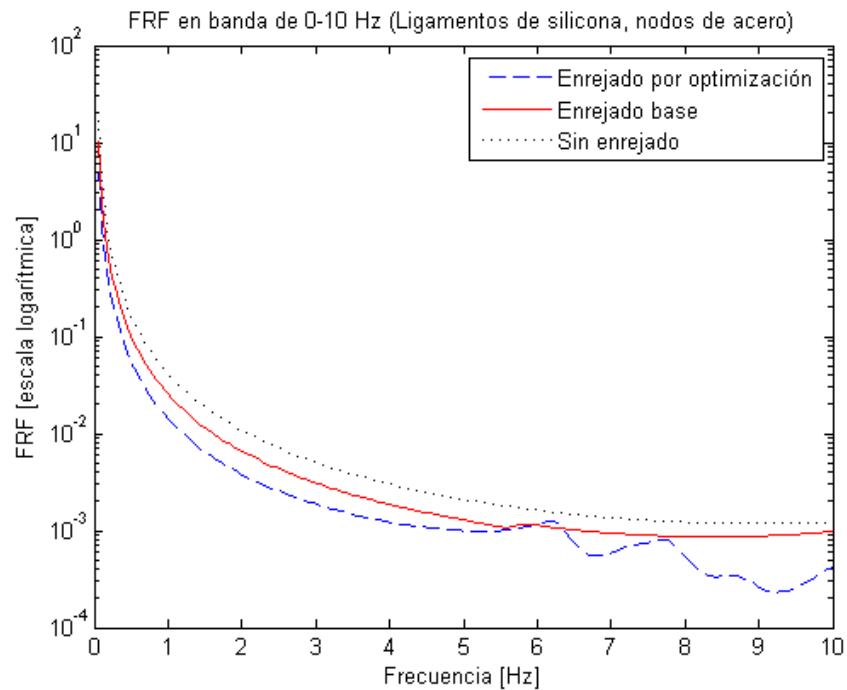


Figura 6.9: FRF de 3 casos de vigas.

Además, para ver comportamiento en una banda amplia de frecuencias se tiene;

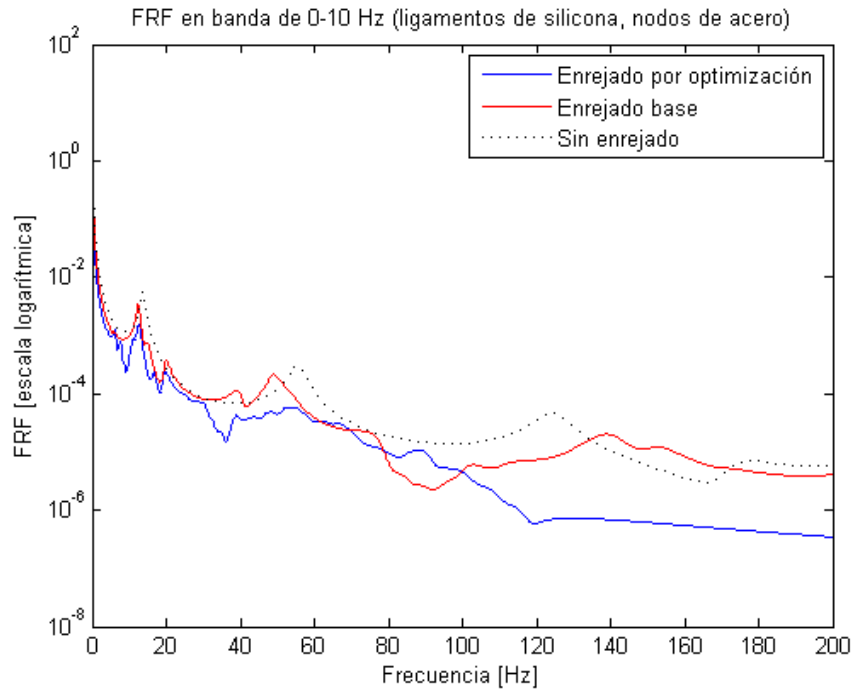


Figura 6.10: FRF de 3 casos de vigas en banda de 0-200 [Hz]

La Fig. 6.10 muestra las FRF comparativas entre viga sin enrejado, diseño base y diseño por optimización para la banda de 0-10 [Hz] graficadas en un intervalo de 0-200 [Hz].

6.1.3. Banda de frecuencia 30-60 [Hz]

El algoritmo genético entregó el siguiente resultado.

Tabla 6.4: Parámetros de enrejado óptimo para ligamentos de silicona, nodos de acero y banda de frecuencia de 30-60 [Hz]

nx	ny	ϕ	t [mm]	Rs [mm]	Rf [mm]	Rm [mm]	Xs [mm]	Xf [mm]
7	3	52	4.9440	7.4291	6.2632	3.6800	42.5208	153.2431

El cual construye la siguiente viga.

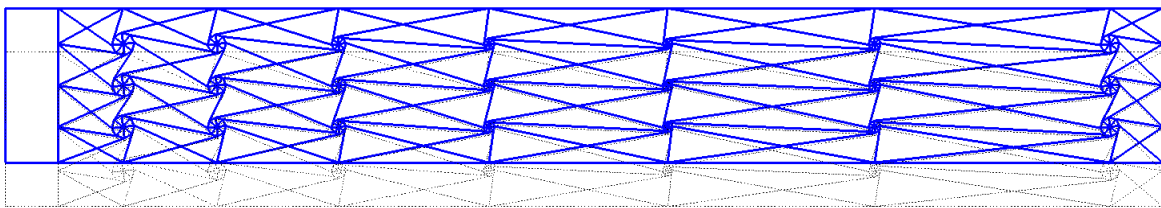


Figura 6.11: Modelo generado por algoritmo genético.

Con sus modos de vibración

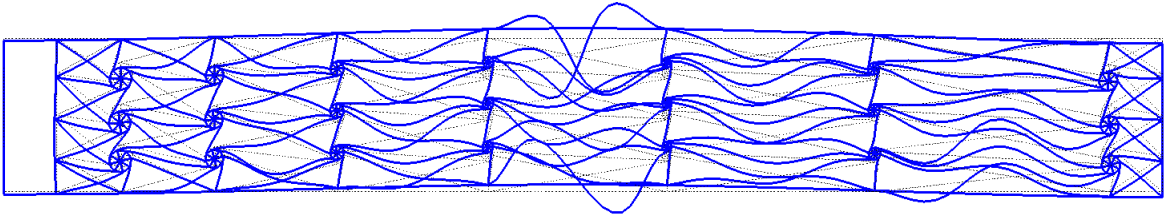


Figura 6.12: Modo de vibración 86.

La Fig. 6.12 muestra el modo de vibración 86 de la viga, el cual se tiene a los 33.76 [Hz].

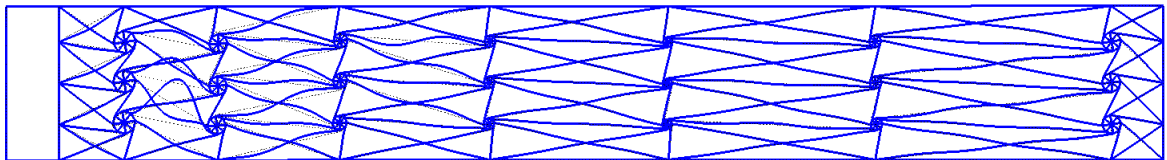


Figura 6.13: Modo de vibración 146.

En la Fig. 6.13 se observa el modo de vibración 146, a una frecuencia de 57.5 [Hz].

Se grafican las mismas tres FRF descritas en las secciones anteriores, generando el siguiente gráfico:

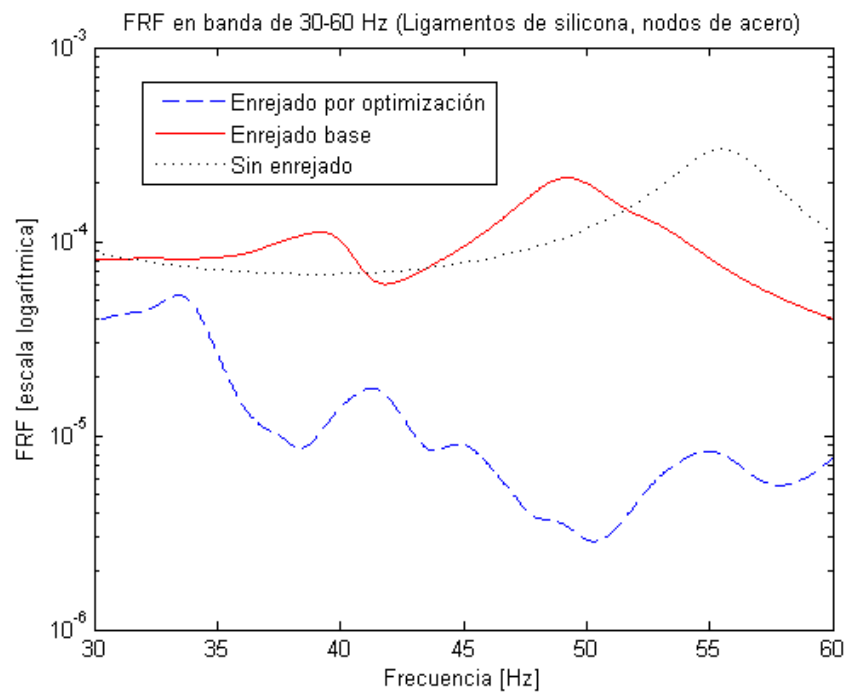


Figura 6.14: FRF de 3 casos de vigas.

Para ver comportamiento en una banda de frecuencias general, se tiene:

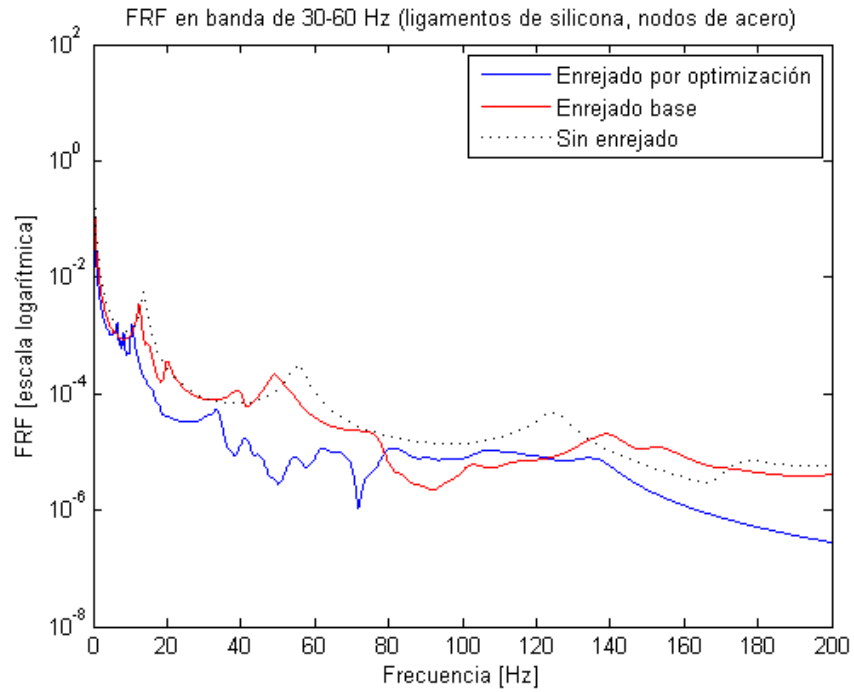


Figura 6.15: FRF de 3 casos de vigas en banda de 0-200 [Hz]

La Fig. 6.15 muestra las FRF comparativas entre viga sin enrejado, diseño base y diseño por optimización para la banda de 30-60 [Hz] graficadas en un intervalo de 0-200 [Hz].

6.1.4. Banda de frecuencia 200-400 [Hz]

Finalmente se tiene la banda de frecuencias altas para la viga con enrejado de ligamentos de silicona y nodos de acero.

El algoritmo genético entregó el siguiente resultado.

Tabla 6.5: Parámetros de enrejado óptimo para ligamentos de caucho, nodos de acero y banda de frecuencia de 200-400 [Hz]

nx	ny	ϕ	t [mm]	Rs [mm]	Rf [mm]	Rm [mm]	Xs [mm]	Xf [mm]
10	1	64	4.994	2.6175	8.0782	1.3497	66.1740	49.2712

El cual construye la siguiente viga.

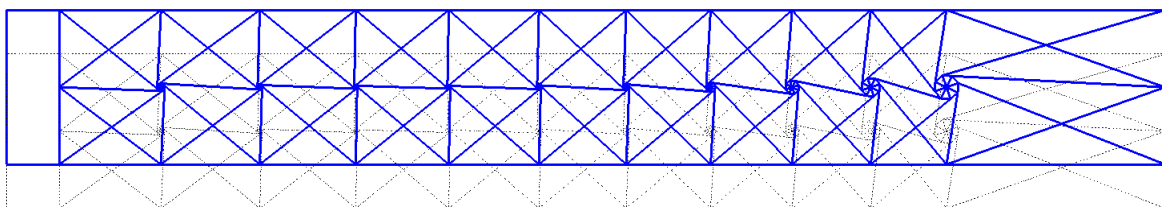


Figura 6.16: Modelo generado por algoritmo genético.

Con sus modos de vibración

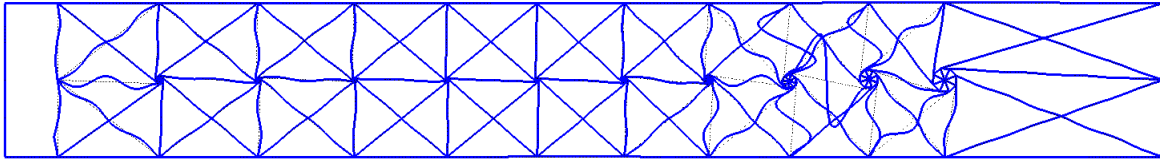


Figura 6.17: Modo de vibración 252.

La Fig. 6.17 muestra el modo de vibración 252 de la viga, el cual se tiene a los 204 [Hz].

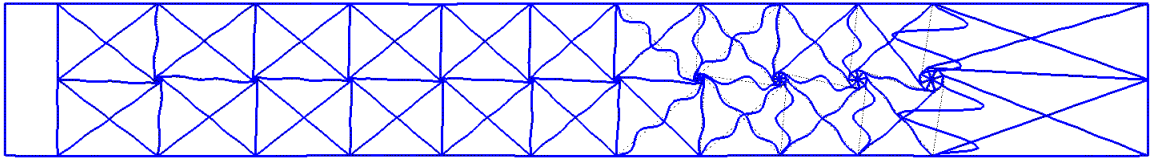


Figura 6.18: Modo de vibración 451.

En la Fig. 6.18 se observa el modo de vibración 451, a una frecuencia de 400.6 [Hz].

Se grafican las mismas tres FRF descritas en las secciones anteriores, generando el siguiente gráfico:

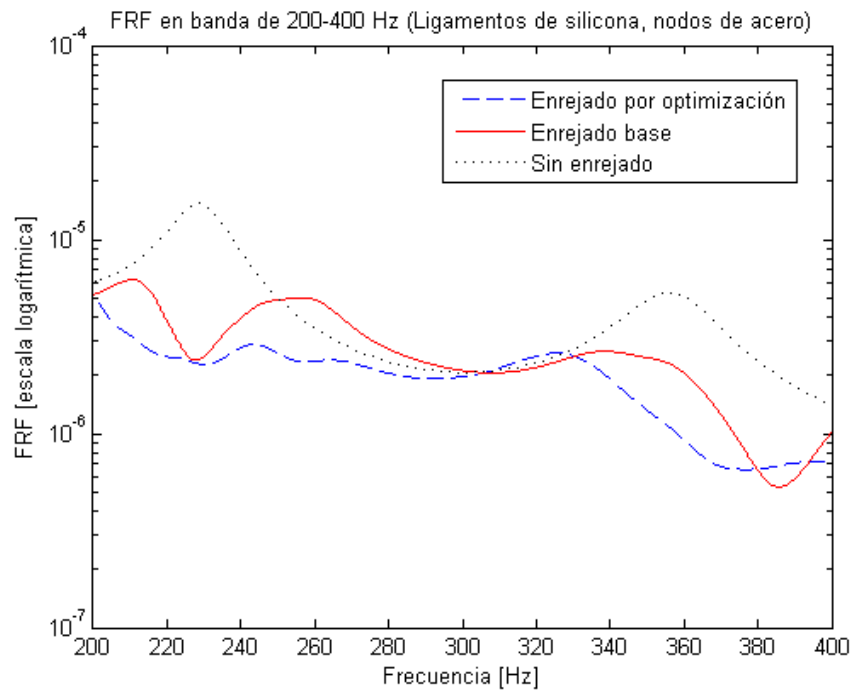


Figura 6.19: FRF de 3 casos de vigas.

Se grafican también las FRF en otro intervalo general:

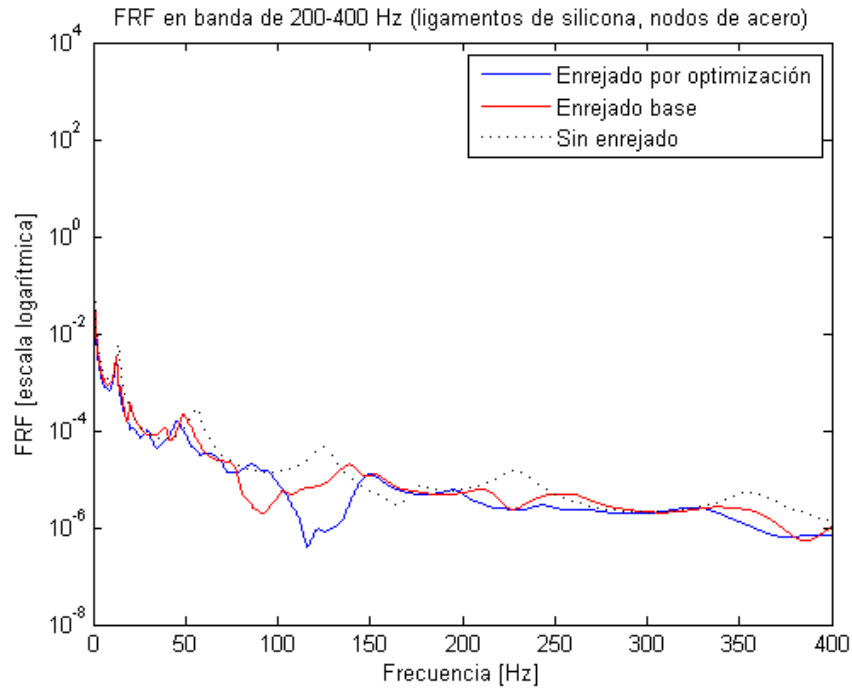


Figura 6.20: FRF de 3 casos de vigas en banda de 0-400 [Hz]

La Fig. 6.10 muestra las FRF comparativas entre viga sin enrejado, diseño base y diseño por optimización para la banda de 200-400 [Hz] graficadas en un intervalo de 0-400 [Hz].

6.2. Ligamentos de PLA, nodos de acero

Los siguientes diseños corresponden a vigas cuyo enrejado tiene ligamentos de PLA y nodos de acero. Las propiedades mecánicas del PLA son [8].

- $E = 2346.5$ [MPa]
- $\rho = 1240$ [kg/m³]

Se genera en primer lugar la viga con enrejado base, utilizando los mismos 9 parámetros descritos en Tabla 6.1, pero esta vez con ligamentos de PLA y nodos de acero.

Posteriormente, utilizando la rutina de algoritmos genéticos se tienen los siguientes resultados según banda de frecuencias a suprimir.

6.2.1. Banda de frecuencia 0-200 [Hz]

Los 9 parámetros entregados como individuo óptimo por el algoritmo genético son:
Los cuales generan el siguiente modelo

Tabla 6.6: Parámetros de enrejado óptimo para ligamentos de PLA, nodos de acero y banda de frecuencia de 0-200 [Hz]

nx	ny	ϕ	t [mm]	Rs [mm]	Rf [mm]	Rm [mm]	Xs [mm]	Xf [mm]
4	3	57	4.6873	1.9568	5.0451	7.5870	71.1957	86.6340

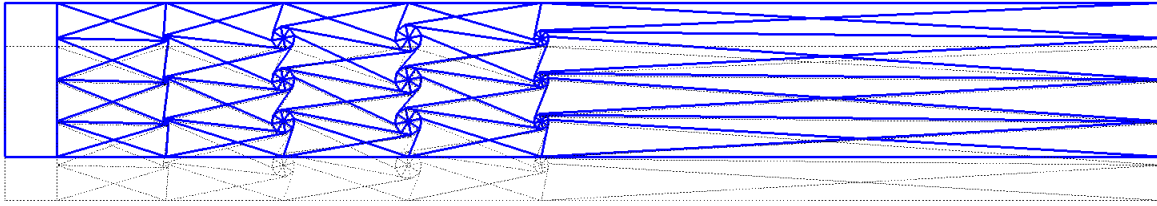


Figura 6.21: Modelo generado por GA (ligamentos PLA-Nodos acero).

Con modos de vibración tales como:

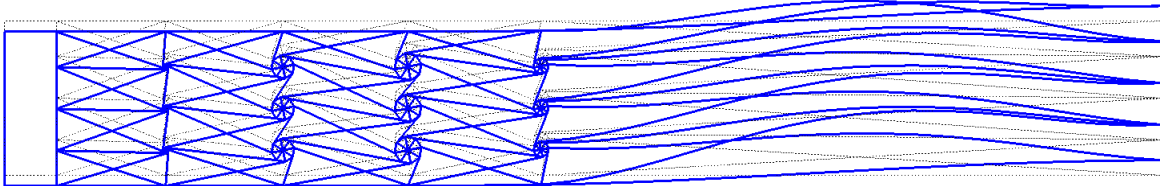


Figura 6.22: Segundo modo de vibración.

En la Fig. 6.22 se muestra el segundo modo de vibración a 37.82 [Hz].

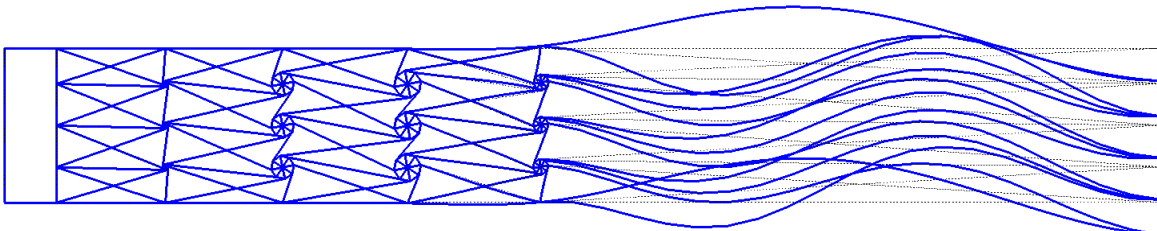


Figura 6.23: Modo de vibración 26.

La Fig. 6.23 presenta el modo de vibración 26, con una frecuencia de 139 [Hz].

Tal como en el caso de vigas con ligamentos de silicona y nodos de acero, se grafican las funciones de respuesta en frecuencia para una viga sin enrejado, una con enrejado base y otra con el enrejado óptimo recién obtenido.

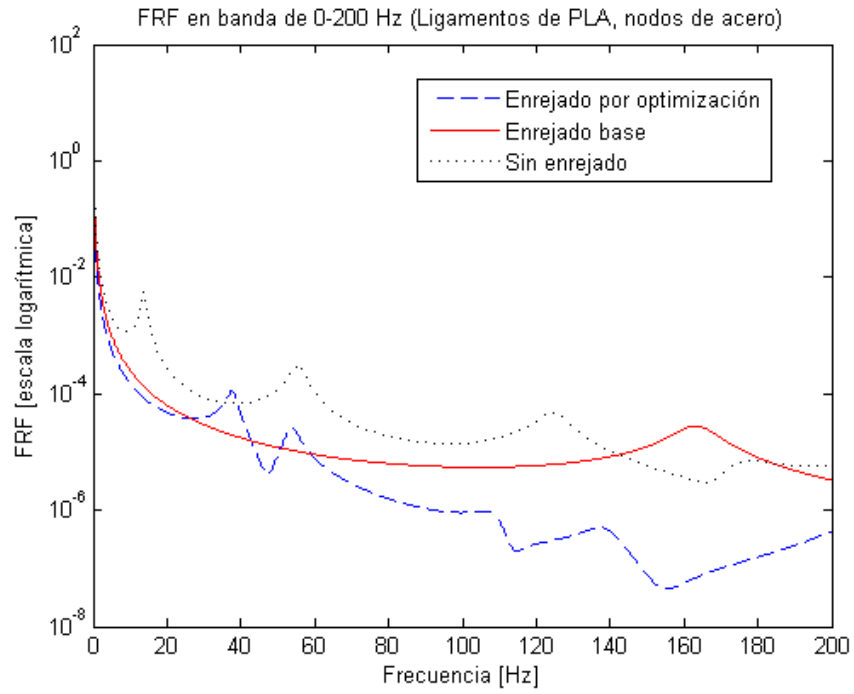


Figura 6.24: FRF para banda de frecuencias 0-200 [Hz].

6.2.2. Banda de frecuencia 0-10 [Hz]

Para esta banda de frecuencias se obtienen los siguientes parámetros:

Tabla 6.7: Parámetros de enrejado óptimo para ligamentos de PLA, nodos de acero y banda de frecuencia de 0-10 [Hz]

nx	ny	ϕ	t [mm]	Rs [mm]	Rf [mm]	Rm [mm]	Xs [mm]	Xf [mm]
9	3	69	4.8426	4.1668	6.2854	4.0692	70.4940	30.1880

Que generan el modelo:

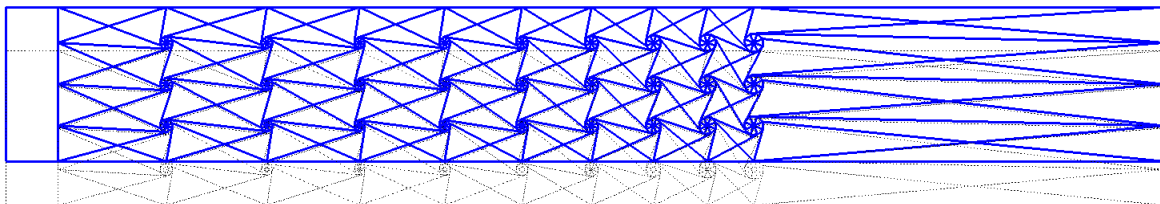


Figura 6.25: Modelo generado por GA.

Con sus modos de vibración:

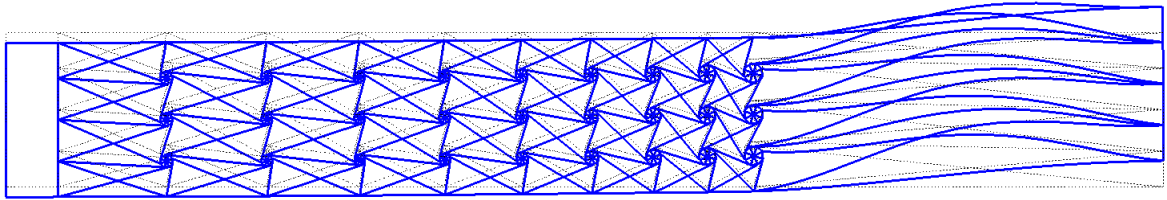


Figura 6.26: Segundo modo de vibración.

En la Fig. 6.26 se tiene el segundo modo de vibración del modelo de viga diseñado, a 37.82 [Hz]

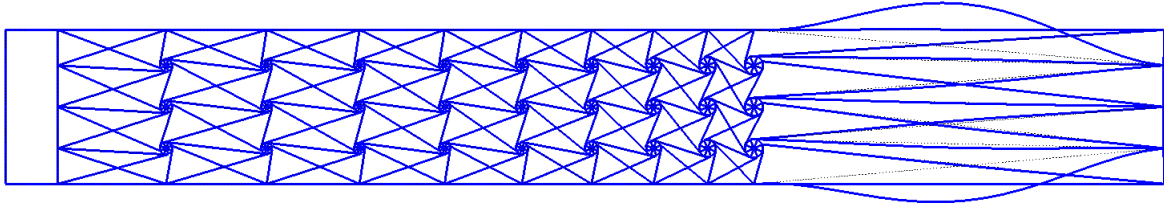


Figura 6.27: Sexto modo de vibración.

El sexto modo de vibración representado en la Fig. 6.27 se tiene a los 95.01 [Hz]. Con el modelo obtenido, se grafican las FRF detalladas en secciones anteriores

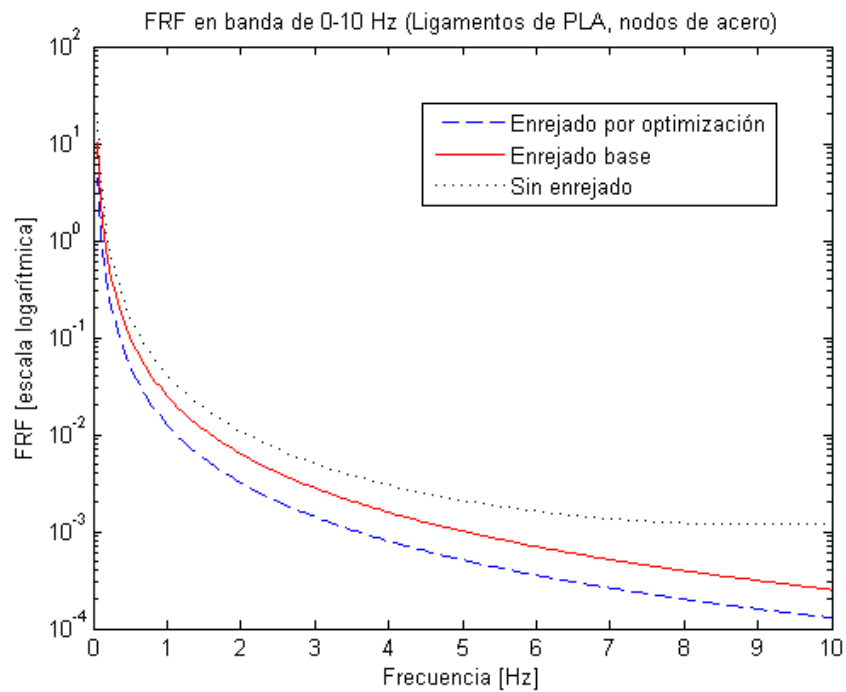


Figura 6.28: FRF para la banda de frecuencia 0-10 [Hz].

Además, para ver comportamiento en una banda amplia de frecuencias se tiene:

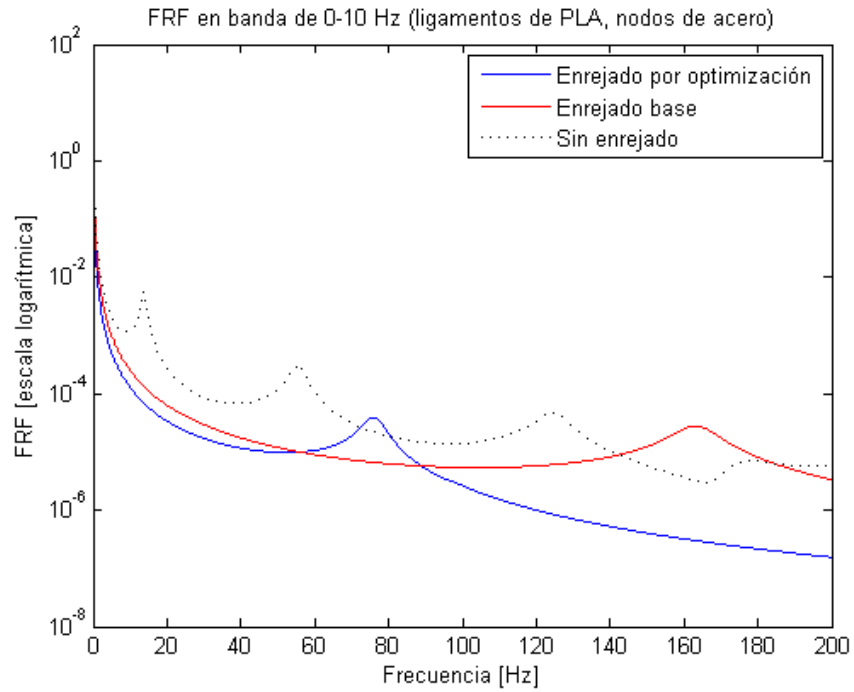


Figura 6.29: FRF de 3 casos de vigas en banda de 0-200 [Hz]

La Fig. 6.29 muestra las FRF comparativas entre viga sin enrejado, diseño base y diseño por optimización para la banda de 0-10 [Hz] graficadas en un intervalo de 0-200 [Hz].

6.2.3. Banda de frecuencia 30-60 [Hz]

Para la banda de frecuencia entre 30 y 60 [Hz], se obtienen los siguientes parámetros que optimizan la supresión de vibraciones.

Tabla 6.8: Parámetros de enrejado óptimo para ligamentos de PLA, nodos de acero y banda de frecuencia de 30-60 [Hz]

nx	ny	ϕ	t [mm]	Rs [mm]	Rf [mm]	Rm [mm]	Xs [mm]	Xf [mm]
7	2	69	4.9994	5.0021	8.9199	3.2514	90.5902	88.9068

Los 9 parámetros generan el siguiente modelo:

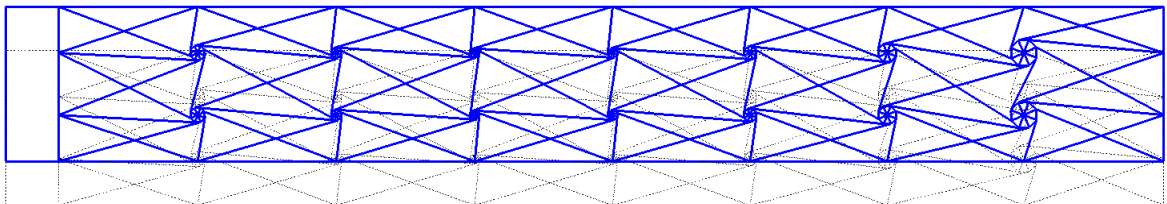


Figura 6.30: Modelo generado para banda 30-60 [Hz]

Con sus consecuentes modos de vibración:

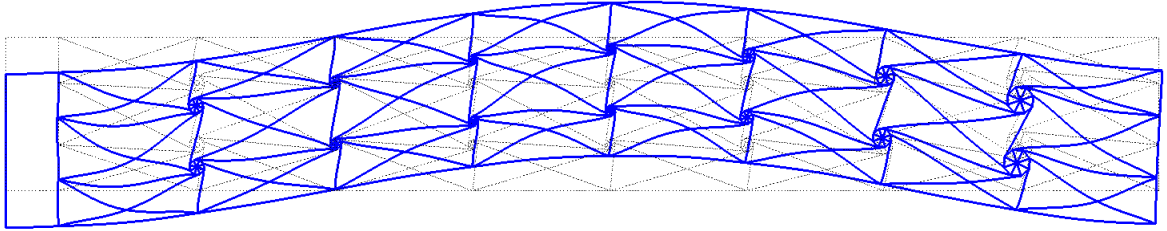


Figura 6.31: Segundo modo de vibración.

El tercer modo de vibración (Fig. 6.31), se tiene a 326.5 [Hz]

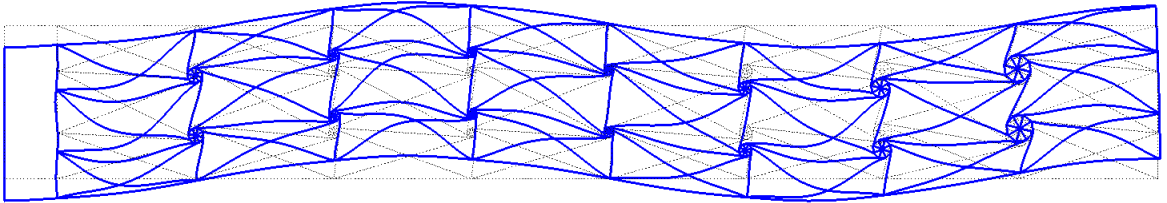


Figura 6.32: Cuarto modo de vibración.

En la Fig. 6.32 se tiene el cuarto modo de vibración a 479.5 [Hz]

Luego se genera el gráfico de las FRF para este diseño.

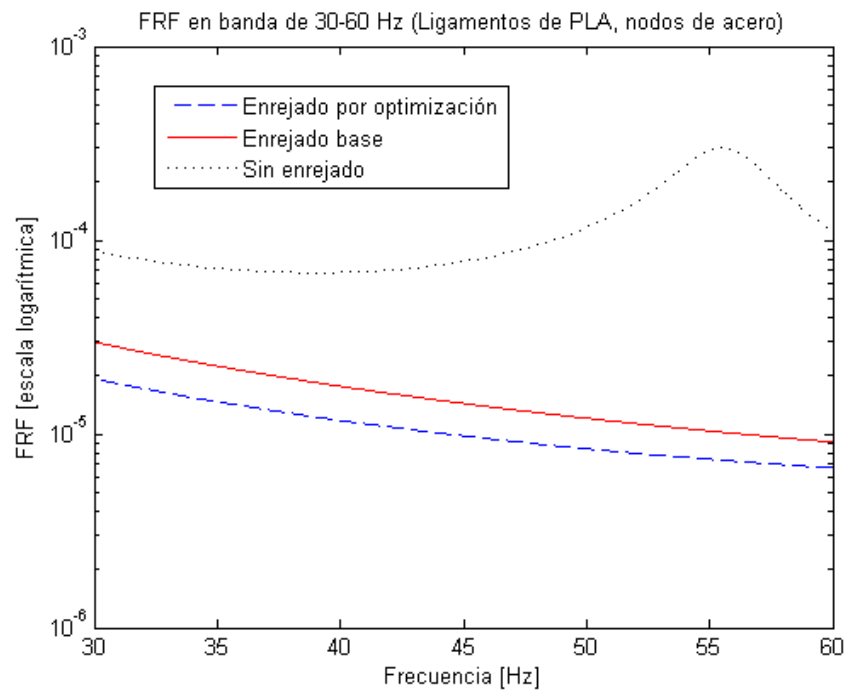


Figura 6.33: FRF para la banda de frecuencia 30-60 [Hz]

Para ver comportamiento en una banda amplia de frecuencias se tiene:

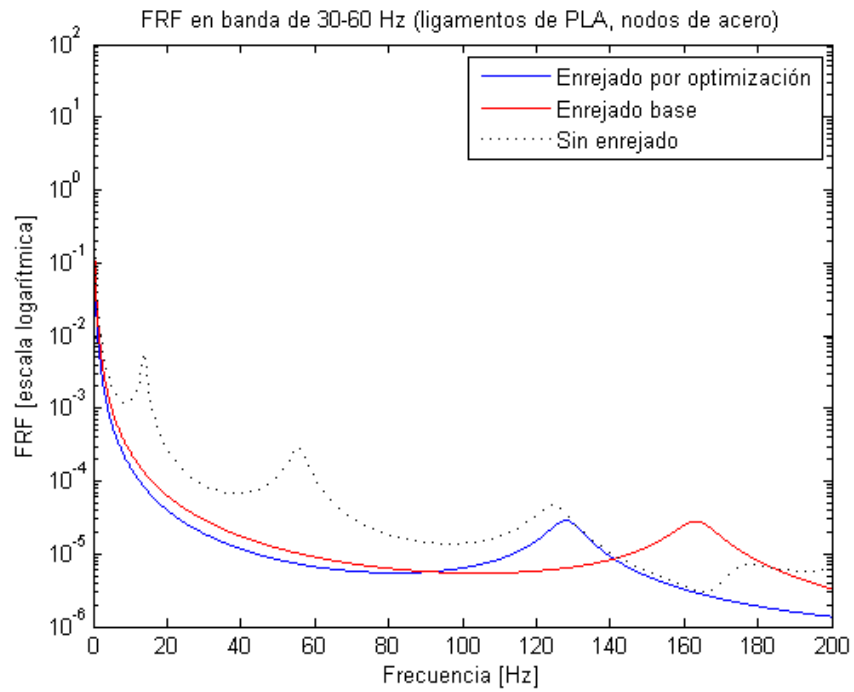


Figura 6.34: FRF de 3 casos de vigas en banda de 0-200 [Hz]

La Fig. 6.34 muestra las FRF comparativas entre viga sin enrejado, diseño base y diseño por optimización para la banda de 30-60 [Hz] graficadas en un intervalo de 0-200 [Hz].

6.2.4. Banda de frecuencia 200-400 [Hz]

Finalmente se diseña la viga con nodos de acero y ligamentos de PLA para la banda de frecuencias altas (200-400 [Hz]), para la cual se obtienen los siguientes parámetros.

Tabla 6.9: Parámetros de enrejado óptimo para ligamentos de PLA, nodos de acero y banda de frecuencia de 200-400 [Hz]

nx	ny	ϕ	t [mm]	Rs [mm]	Rf [mm]	Rm [mm]	Xs [mm]	Xf [mm]
2	2	44.3691	4.2865	2.2111	8.7957	1.3985	249.9860	107.5688

Generando el siguiente modelo

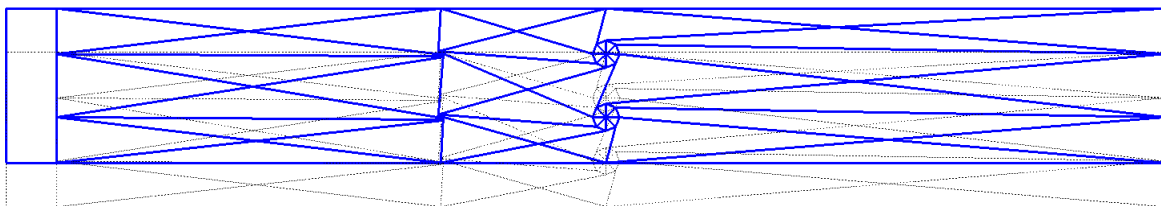


Figura 6.35: Modelo generado por GA para banda de frecuencias altas.

Con sus modos de vibración

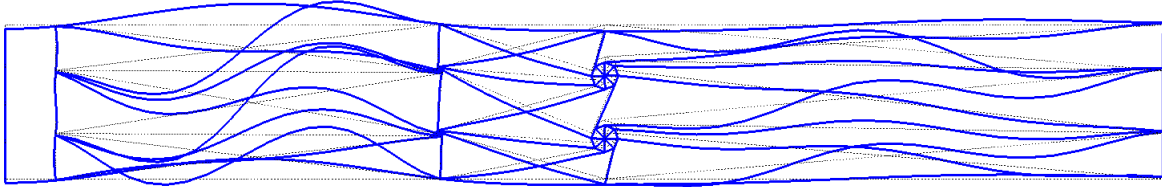


Figura 6.36: Modo de vibración 30.

El modelo generado presenta el modo de vibración 30 (Fig. 6.36) a 237.8 [Hz]

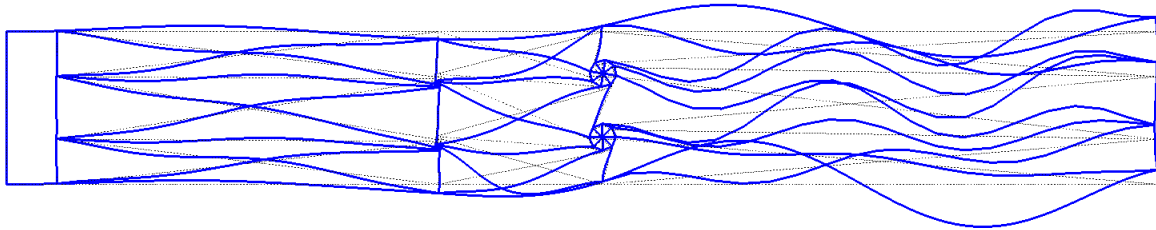


Figura 6.37: Modo de vibración 49.

El modo de vibración 49 (Fig. 6.37) se tiene a 385.2 [Hz]

Finalmente, se tienen las FRF para la banda de frecuencia estudiada.

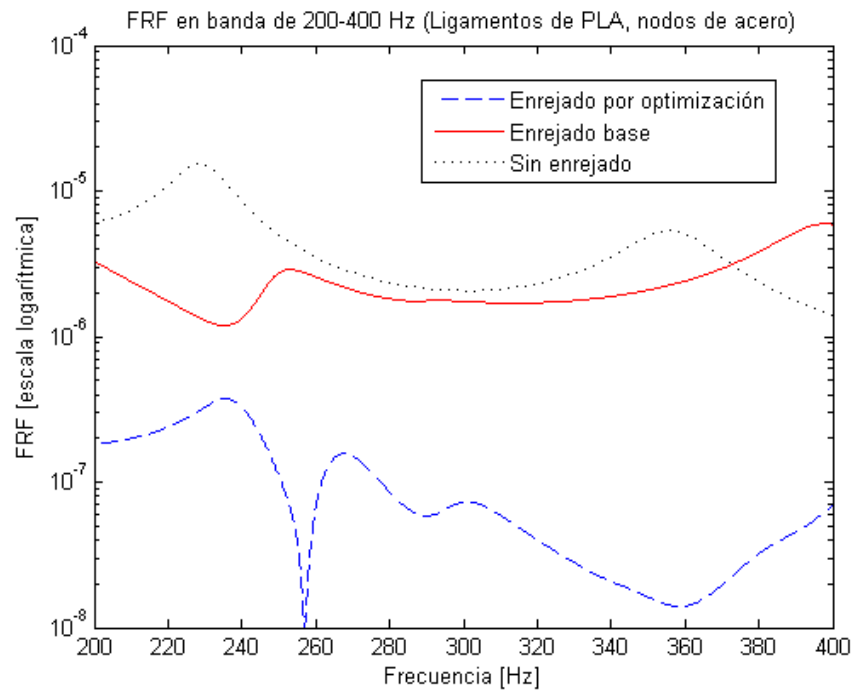


Figura 6.38: FRF para banda de frecuencias altas 200-400 [Hz].

Se grafica el comportamiento en una banda amplia de frecuencias:

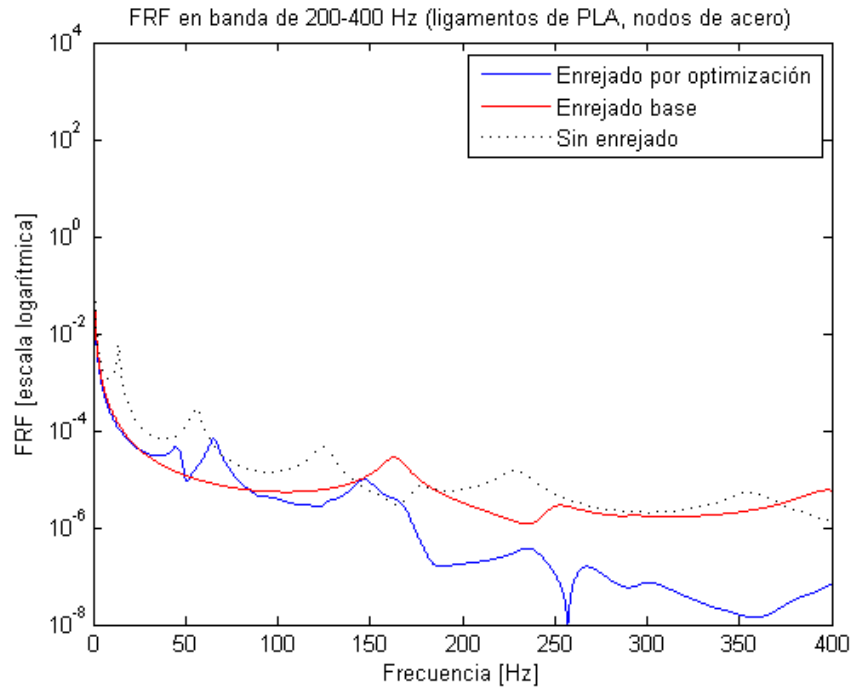


Figura 6.39: FRF de 3 casos de vigas en banda de 0-400 [Hz]

La Fig. 6.29 muestra las FRF comparativas entre viga sin enrejado, diseño base y diseño por optimización para la banda de 200-400 [Hz] graficadas en un intervalo de 0-400 [Hz].

6.3. Ligamentos de silicona, nodos de aluminio

Como última combinación de materiales constitutivos de la viga, se tiene la silicona para los ligamentos y el aluminio para los nodos metálicos del enrejado. Esta combinación de materiales permite determinar el efecto de la reducción de masa en los nodos del diseño, dada la menor densidad del aluminio en comparación al acero.

Se analizan las mismas 4 bandas de frecuencia de los casos anteriores.

6.3.1. Banda de frecuencia 0-200 [Hz]

El algoritmo genético entrega los siguientes parámetros para esta banda de frecuencia.

Tabla 6.10: Parámetros de enrejado óptimo para ligamentos de silicona, nodos de aluminio y banda de frecuencia de 0-200 [Hz]

nx	ny	ϕ	t [mm]	Rs [mm]	Rf [mm]	Rm [mm]	Xs [mm]	Xf [mm]
7	3	50	4.8583	3.667	5.9873	1.4430	163.94	33.9045

Generando el modelo:

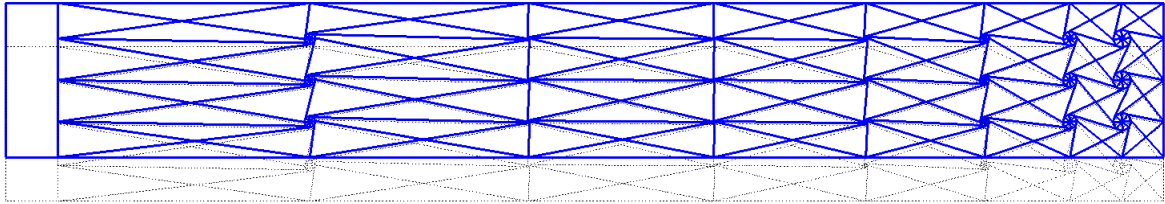


Figura 6.40: Modelo generado por GA para banda 0-200 [Hz]

Y sus modos de vibración

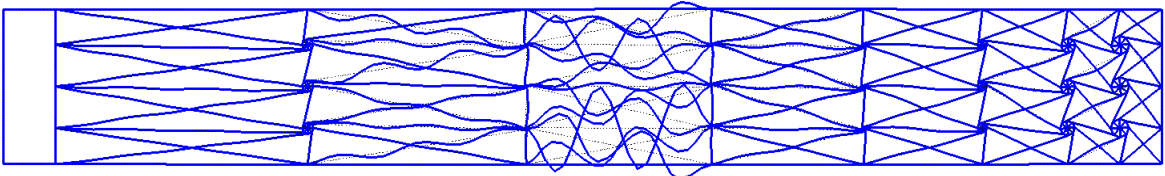


Figura 6.41: Modo de vibración 237.

En la Fig. 6.41 se tiene el modo de vibración 237 a 100.1 [Hz]

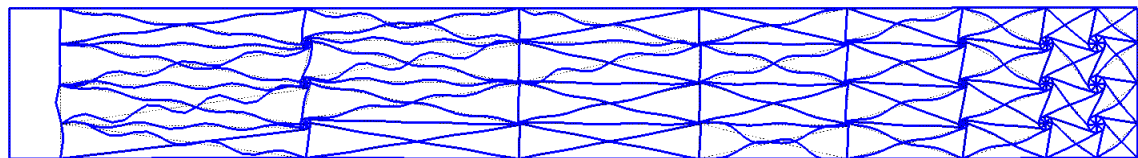


Figura 6.42: Modo de vibración 318.

El modo de vibración 318 representado en la Fig. 6.42 se tiene a 137.4 [Hz]

Con el diseño óptimo obtenido se pueden graficar las FRF para la banda de frecuencias.

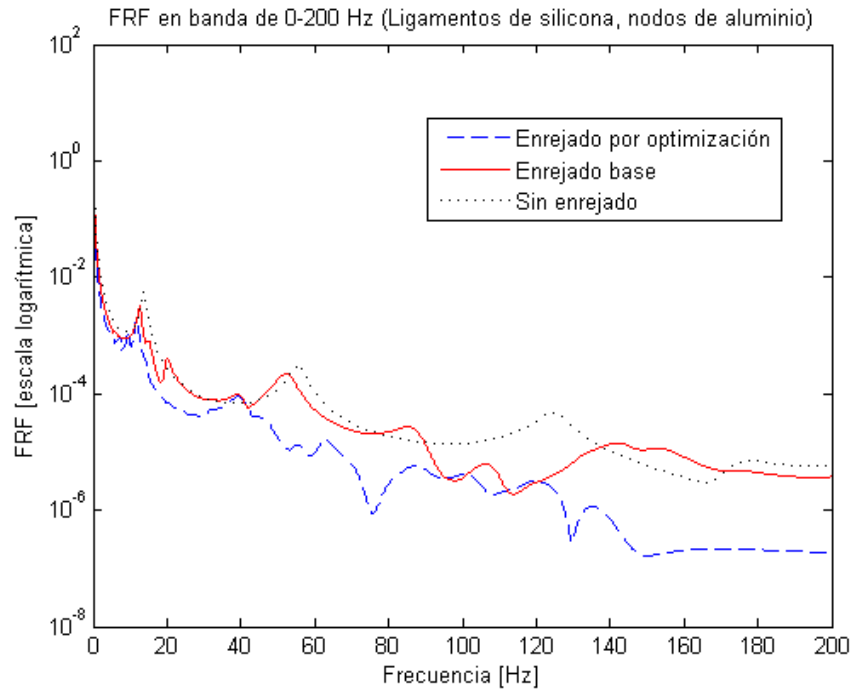


Figura 6.43: FRF para la banda de frecuencia 0-200 [Hz].

6.3.2. Banda de frecuencia 0-10 [Hz]

Para esta banda de frecuencia se obtuvo el siguiente resultado

Tabla 6.11: Parámetros de enrejado óptimo para ligamentos de silicona, nodos de aluminio y banda de frecuencia de 0-10 [Hz]

nx	ny	ϕ	t [mm]	Rs [mm]	Rf [mm]	Rm [mm]	Xs [mm]	Xf [mm]
6	3	66	4.6429	1.2113	5.0224	6.4668	140.6425	54.3809

Lo que construye el siguiente modelo de viga:

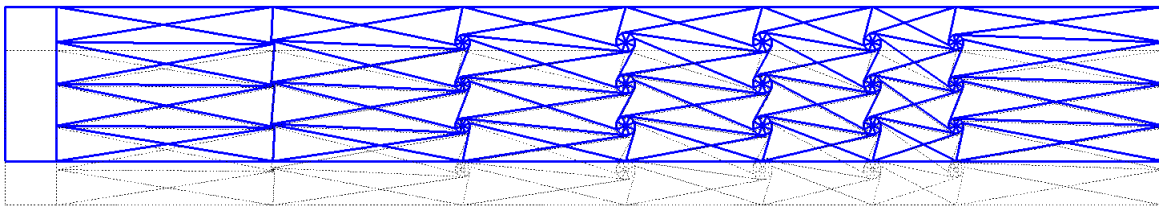


Figura 6.44: Modelo generado por GA para banda 0-10 [Hz].

Con los modos de vibración:

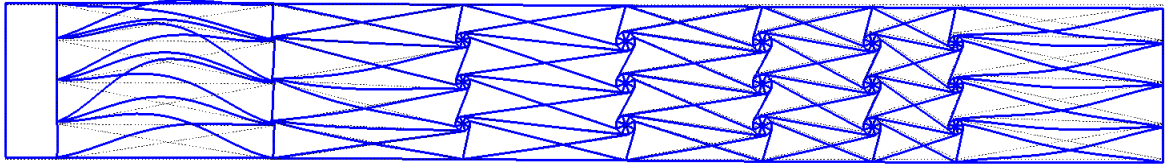


Figura 6.45: Segundo modo de vibración.

En la Fig. 6.45 se presenta el segundo modo de vibración a 6.624 [Hz].

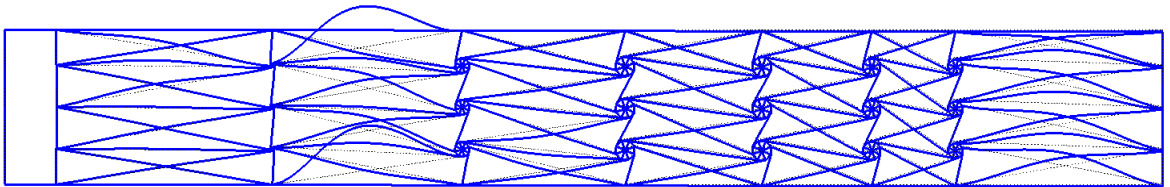


Figura 6.46: Modo de vibración 27.

La Fig. 6.46 muestra el modo de vibración 27 a 9.787 [Hz]

Por lo tanto, se tiene el modelo para graficar las FRF.

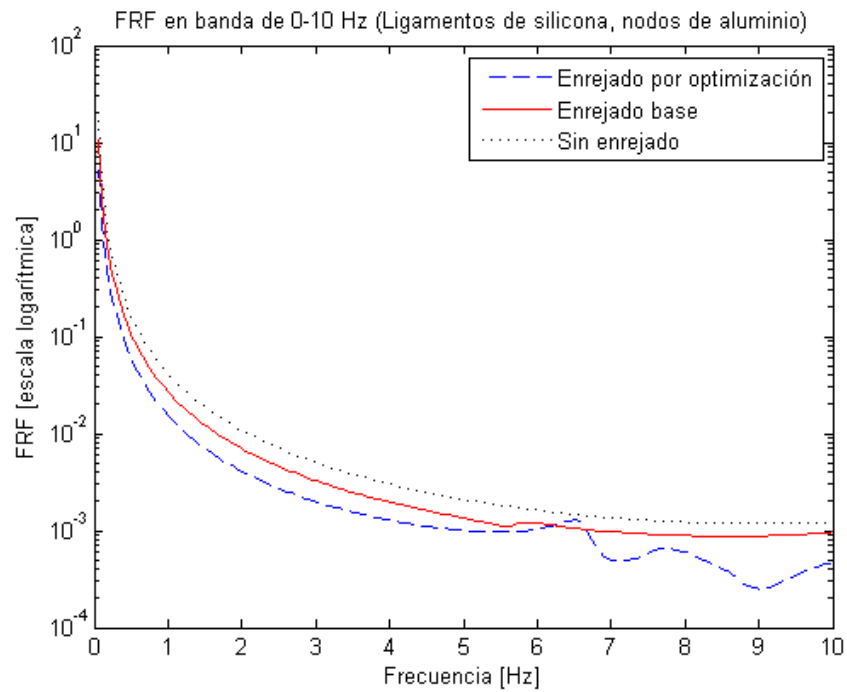


Figura 6.47: FRF para banda de frecuencia 0-10 [Hz].

Además, para ver comportamiento en una banda amplia de frecuencias se tiene:

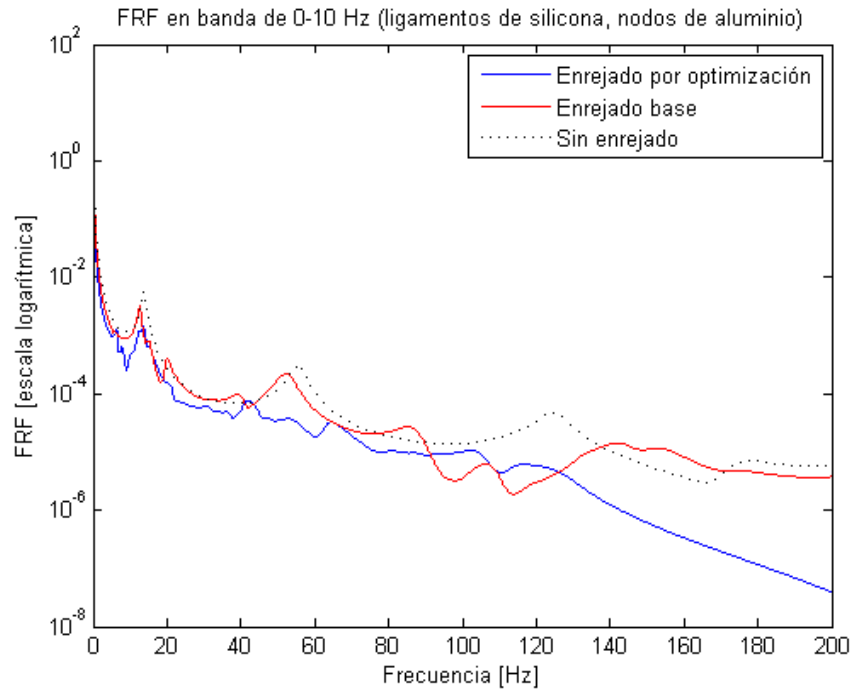


Figura 6.48: FRF de 3 casos de vigas en banda de 0-200 [Hz]

La Fig. 6.48 muestra las FRF comparativas entre viga sin enrejado, diseño base y diseño por optimización para la banda de 0-10 [Hz] graficadas en un intervalo de 0-200 [Hz].

6.3.3. Banda de frecuencia 30-60 [Hz]

En la banda de frecuencias medias se tiene el siguiente individuo obtenido por GA.

Tabla 6.12: Parámetros de enrejado óptimo para ligamentos de silicona, nodos de aluminio y banda de frecuencia de 30-60 [Hz]

nx	ny	ϕ	t [mm]	Rs [mm]	Rf [mm]	Rm [mm]	Xs [mm]	Xf [mm]
5	3	60	4.9977	6.3201	5.2493	6.6433	63.1890	205.0847

Lo que determina el siguiente modelo.

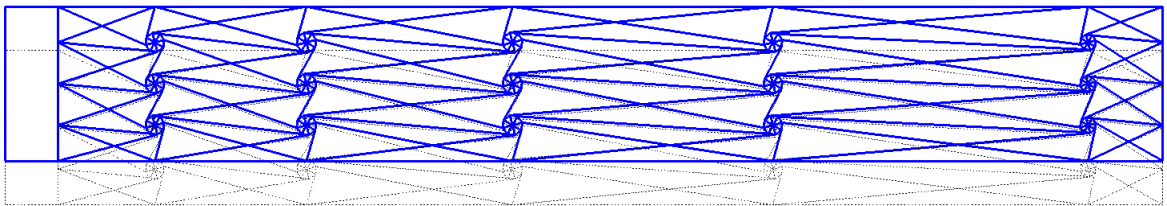


Figura 6.49: Modelo generado por GA para banda 30-60 [Hz].

Con modos vibración tales como:

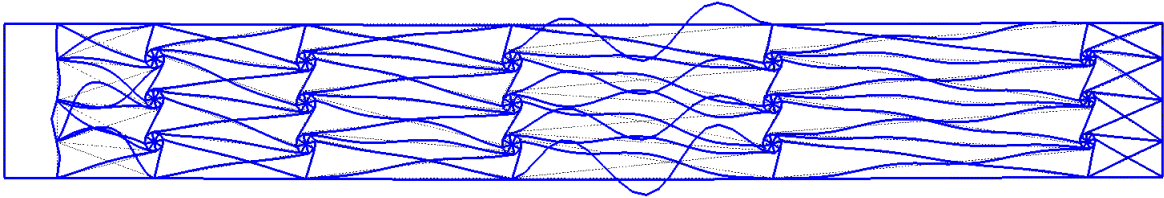


Figura 6.50: Modo de vibración 96.

En la Fig. 6.50 se tiene el modo de vibración 96 a 31.53 [Hz]

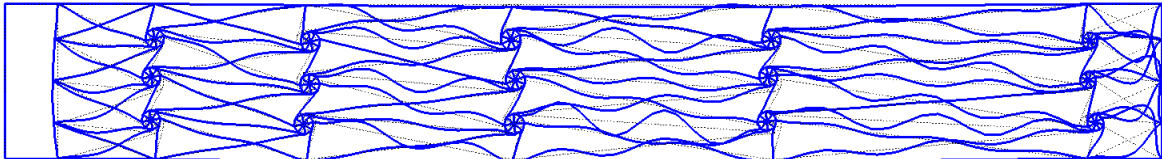


Figura 6.51: Modo de vibración 184.

El modo de vibración 184 en la Fig. 6.51 se tiene a 60.22 [Hz]

Así, se tiene el modelo para graficar las FRF.

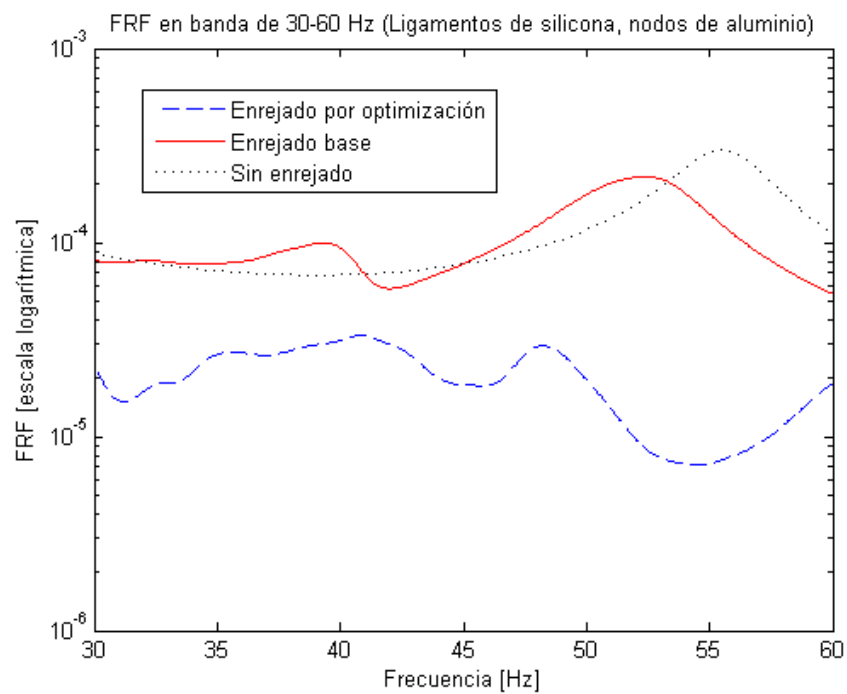


Figura 6.52: FRF para banda de frecuencia 30-60 [Hz].

Además, para ver comportamiento en una banda amplia de frecuencias se tiene:

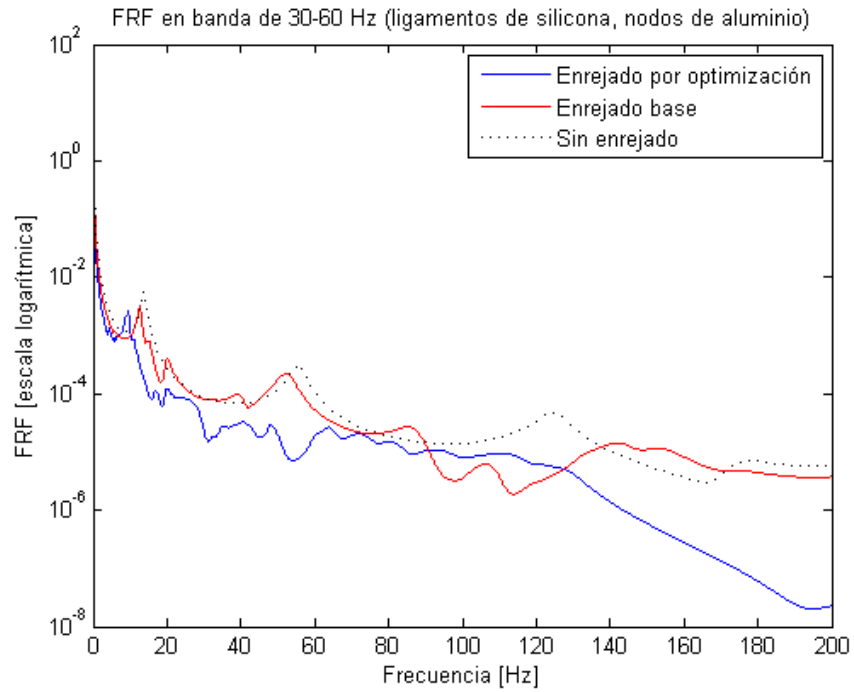


Figura 6.53: FRF de 3 casos de vigas en banda de 0-200 [Hz]

La Fig. 6.53 muestra las FRF comparativas entre viga sin enrejado, diseño base y diseño por optimización para la banda de 30-60 [Hz] graficadas en un intervalo de 0-200 [Hz].

6.3.4. Banda de frecuencia 200-400 [Hz]

Por último, en la banda de frecuencias altas, se obtienen los siguientes parámetros:

Tabla 6.13: Parámetros de enrejado óptimo para ligamentos de silicona, nodos de aluminio y banda de frecuencia de 200-400 [Hz]

nx	ny	ϕ	t [mm]	Rs [mm]	Rf [mm]	Rm [mm]	Xs [mm]	Xf [mm]
8	1	65	4.9868	1.5930	9.8232	7.2866	55.0443	118.2920

Lo que genera el siguiente modelo:

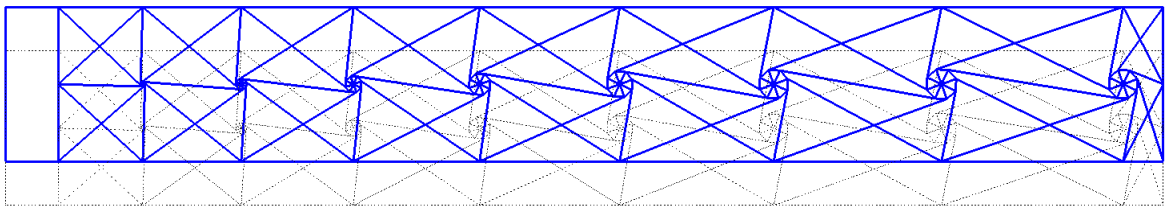


Figura 6.54: Modelo generado por GA para banda 200-400 [Hz].

Con modos vibración tales como:

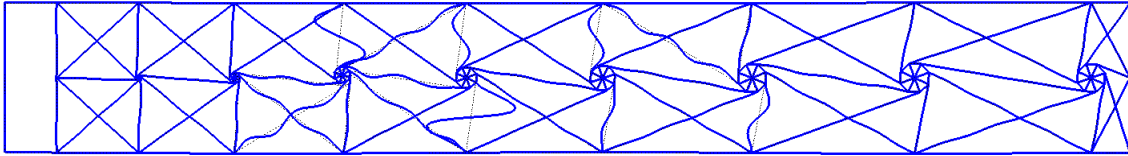


Figura 6.55: Modo de vibración 250.

En la Fig. 6.55 se muestra el modo de vibración 250 a 204.4 [Hz]

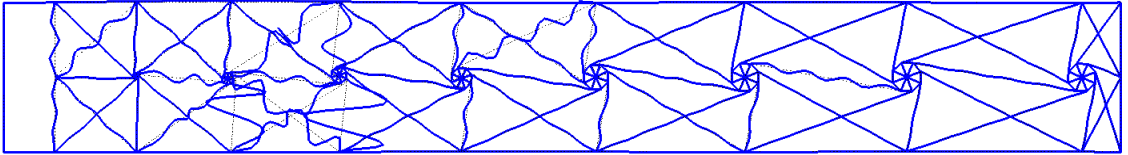


Figura 6.56: Modo de vibración 410.

El modo de vibración 410 en la Fig. 6.56 se tiene a 385.3 [Hz]

Así, se tiene el modelo para graficar las FRF.

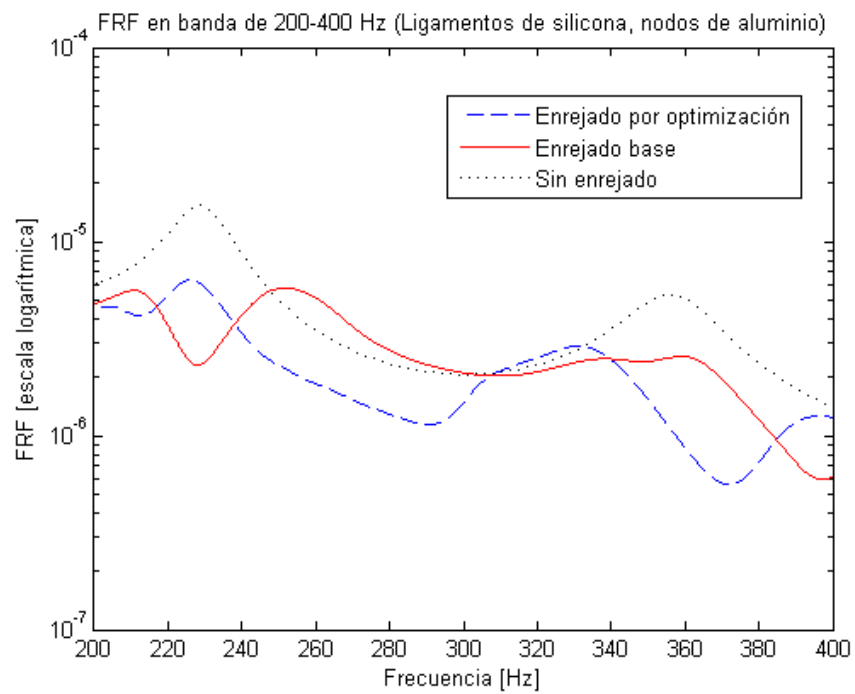


Figura 6.57: FRF para banda de frecuencia 200-400 [Hz].

Para ver comportamiento en una banda amplia de frecuencias se tiene:

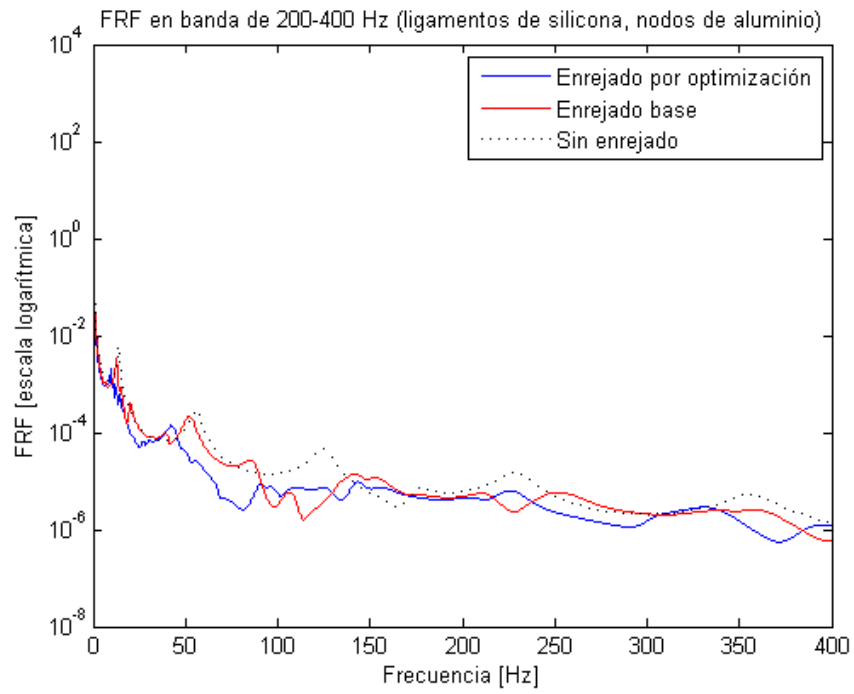
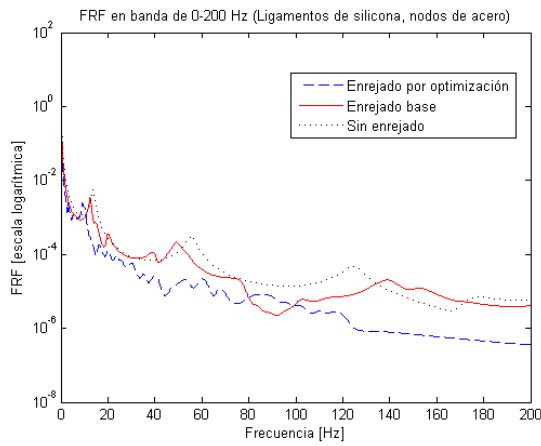


Figura 6.58: FRF de 3 casos de vigas en banda de 0-400 [Hz]

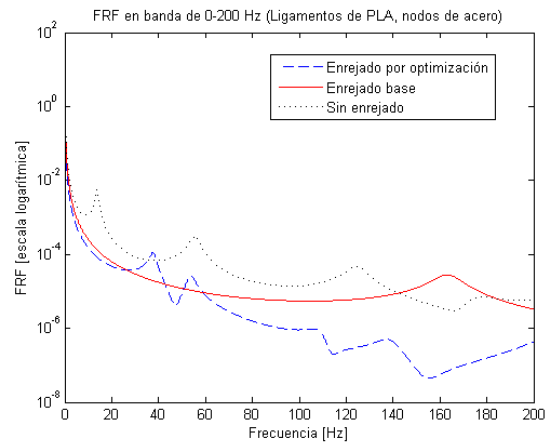
La Fig. 6.58 muestra las FRF comparativas entre viga sin enrejado, diseño base y diseño por optimización para la banda de 200-400 [Hz] graficadas en un intervalo de 0-400 [Hz].

Capítulo 7

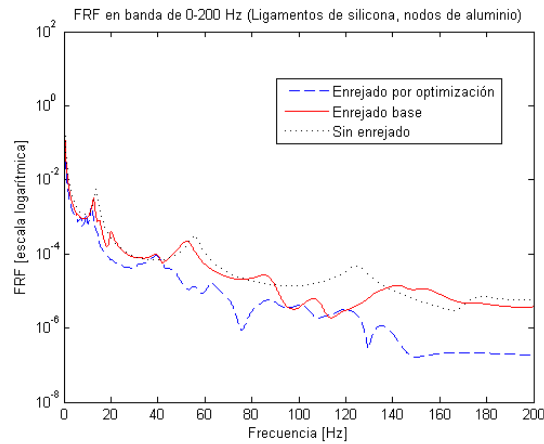
Análisis de resultados de vigas diseñadas



(a) Ligamentos silicona; Nodos de acero



(b) Ligamentos PLA; Nodos de acero

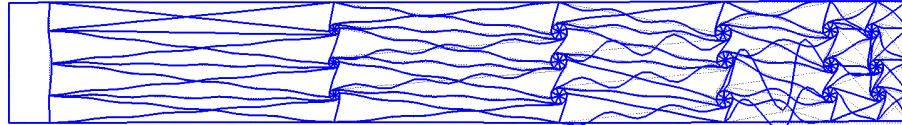


(c) Ligamentos silicona; Nodos aluminio

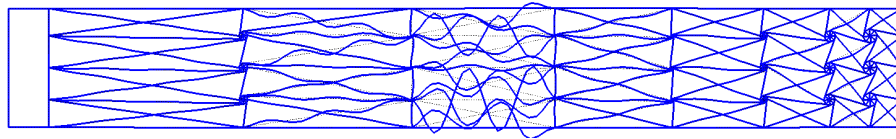
Figura 7.1: FRF para distintos materiales constitutivos en banda de frecuencia 0-200 [Hz].

En la Fig. 7.1 se tienen las FRF para la banda de frecuencia base (0-200 [Hz]), con las tres combinaciones de materiales previamente detalladas. Es posible apreciar en los tres gráficos, que efectivamente la supresión de vibración se logra con el enrejado óptimo que entrega el algoritmo genético, especialmente en frecuencias por sobre los 100 [Hz], mientras que el enrejado base utilizado responde de manera similar a no tener ningún enrejado.

Es en torno a los 120 [Hz] donde se obtiene la mayor supresión, lo que se explica por la sintonización que logran los ligamentos+nodos, siendo ese sistema el que vibra, evitando transmitir la vibración a la viga completa. Esto se puede ver en la Fig. 7.2, donde se aprecia la deformación de ligamentos y la practicamente nula oscilación de la viga completa.



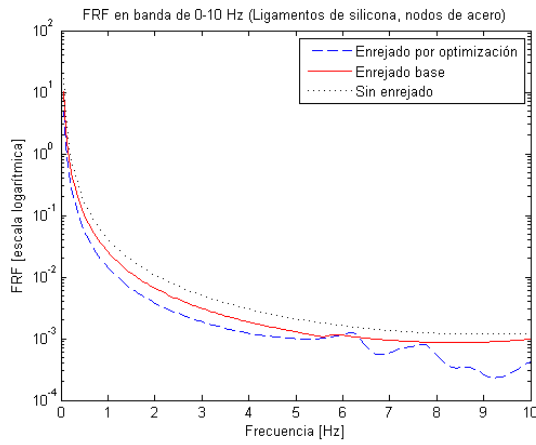
(a) Ligamentos silicón; Nodos de acero.



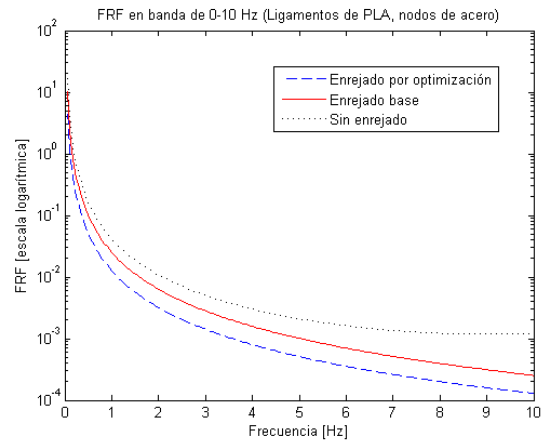
(b) Ligamentos silicón; Nodos de aluminio.

Figura 7.2: (a) Modo 281 a 105.3 [Hz]; (b) Modo 237 a 100.1 [Hz] .

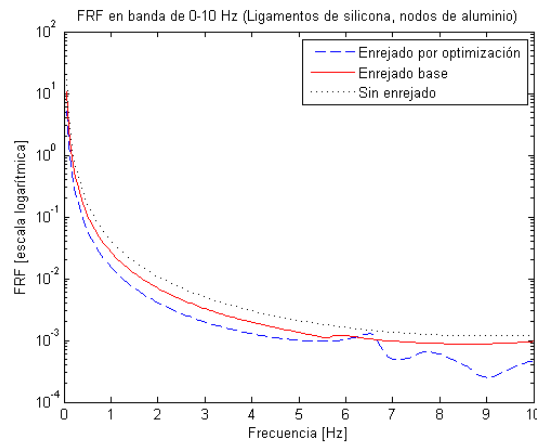
Para el caso de la banda de frecuencias bajas (0-10 [Hz]) se presenta una gran oportunidad de análisis, ya que es acá donde los resultados según material constitutivo varían en comportamiento.



(a) Ligamentos silicona; Nodos de acero



(b) Ligamentos PLA; Nodos de acero

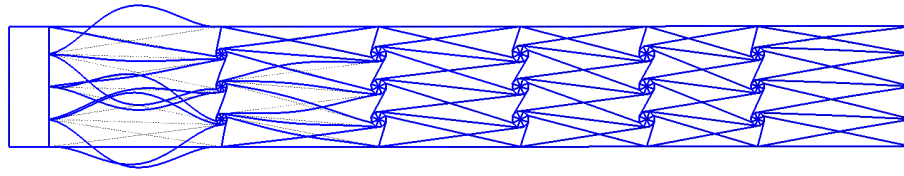


(c) Ligamentos silicona; Nodos aluminio

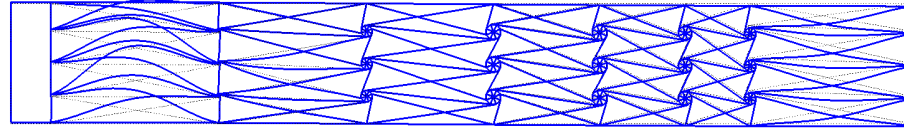
Figura 7.3: FRF para distintos materiales constitutivos en banda de frecuencia 0-10 [Hz].

Como se observa en la Fig. 7.3 (b), para el caso en que los ligamentos son de PLA, la curva FRF parece simplemente un desplazamiento de las curvas de viga sin enrejado o con enrejado base. La explicación de este comportamiento se debe a que el ligamento PLA presenta mayor rigidez (Módulo de elasticidad en GPa), lo que no permite obtener modos de vibración a bajas frecuencias, es decir, para este material no hay sintonización con la banda a suprimir y el efecto de supresión se tiene solo por el hecho de agregar masa a la viga, provocando que no aparezcan los peak de supresión que si se registran en los dos casos con ligamentos de silicona Fig. 7.3 (a) y (c).

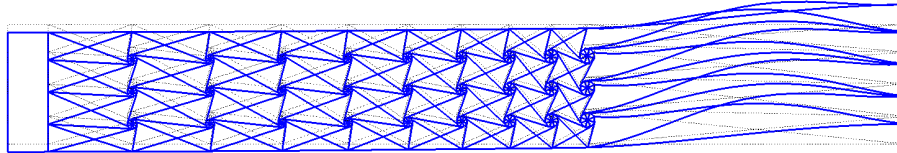
En la Fig. 7.4 (c) se muestra el efecto de no lograr que los ligamentos+nodos vibren sintonizados, transmitiendo la vibración a la viga completa, además se tiene que el modo 2 en la viga con ligamentos de PLA ya está en 76.32 [Hz].



(a) Ligamentos silicona; Nodos de acero.



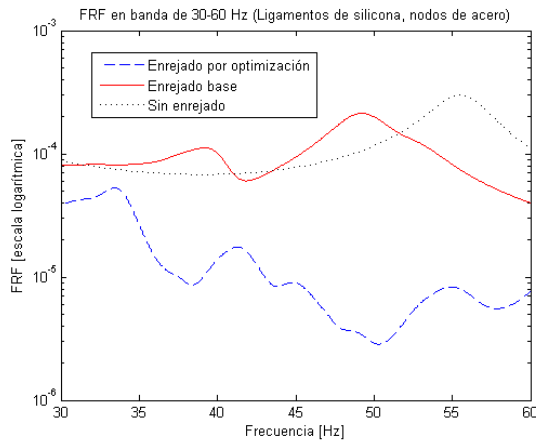
(b) Ligamentos silicona; Nodos de aluminio.



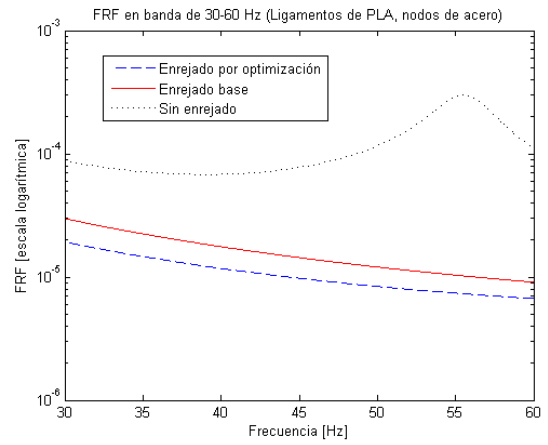
(c) Ligamentos PLA; Nodos de acero.

Figura 7.4: (a) Modo 8 a 7.176 [Hz];(b) Modo 2 a 6.624 [Hz] a ;(c) Modo 2 a 76.32 [Hz].

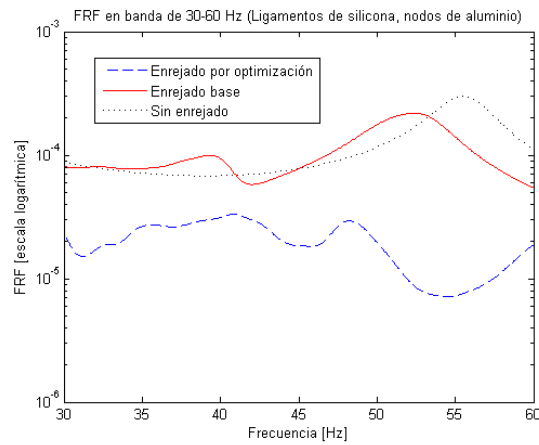
Para el caso de la banda de frecuencias medias (30-60 [Hz]), se tiene un caso similar de no poder sintonizar la banda a suprimir cuando los ligamentos son de PLA (material muy rígido). Esto se ve en la Fig. 7.5 (b), donde nuevamente la FRF para este material de ligamentos, no presenta peak de supresión.



(a) Ligamentos silicona; Nodos de acero



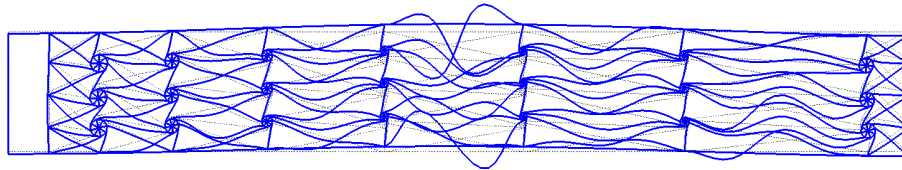
(b) Ligamentos PLA; Nodos de acero



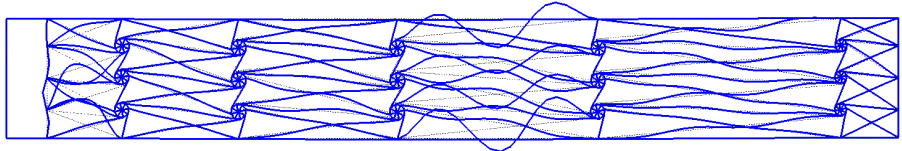
(c) Ligamentos silicona; Nodos aluminio

Figura 7.5: FRF para distintos materiales constitutivos en banda de frecuencia 30-60 [Hz].

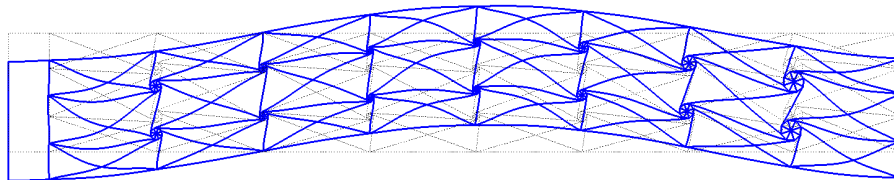
Por otro lado, en la Fig. 7.5 (a) y (c), se observa que el enrejado obtenido por optimización de GA, suprime las vibraciones de la mejor manera (en comparación a otras bandas de frecuencia), ya que en todo el intervalo de frecuencias, la FRF está por debajo de la FRFs de la viga con enrejado base y la viga sin enrejado.



(a) Ligamentos silicona; Nodos de acero.



(b) Ligamentos silicona; Nodos de aluminio.

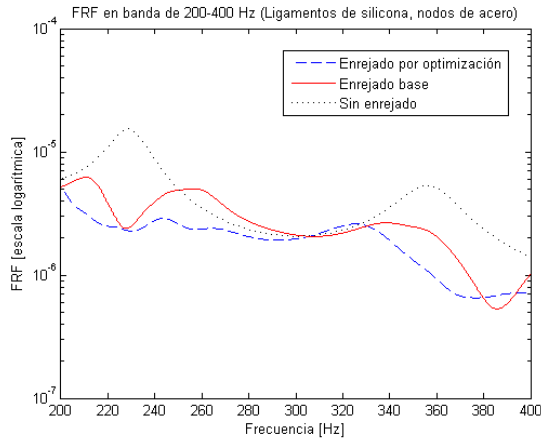


(c) Ligamentos PLA; Nodos de acero.

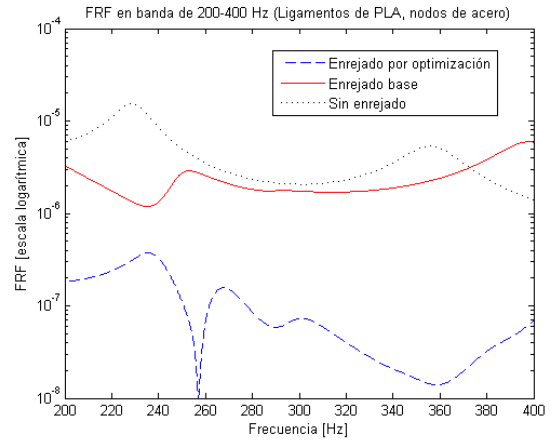
Figura 7.6: (a) Modo 86 a 33.76 [Hz];(b) Modo 96 a 31.53 [Hz] a ;(c) Modo 3 a 326.5 [Hz].

En la Fig. 7.6 (a) y (b) se tiene el caso de correcta sintonización de las vigas de metamateriales, absorbiendo la vibración el sistema ligamentos+nodos, mientras en la Fig. 7.6 (c) se ve como la viga completa vibra, ya que dada la rigidez de los ligamentos, los primeros modos de vibración se tienen a frecuencias mayores a la banda que se busca sintonizar para suprimir.

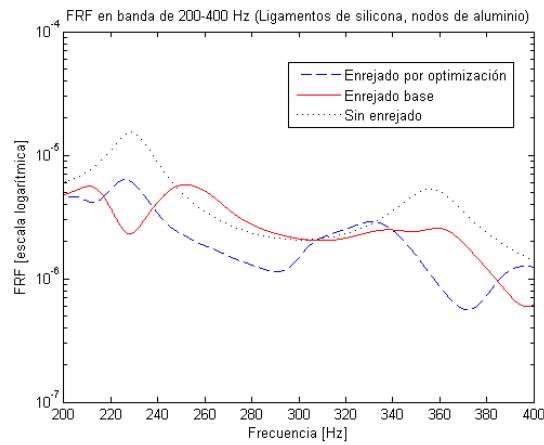
Finalmente, para el caso de la banda de frecuencias altas (200-400 [Hz]) se tiene que el mejor resultado posible se da cuando los ligamentos presentan mayor rigidez (Fig. 7.7 (b)), esto se debe a que a altas frecuencias ya se pueden sintonizar los modos de vibración de la viga con ligamentos de PLA.



(a) Ligamentos silicona; Nodos de acero



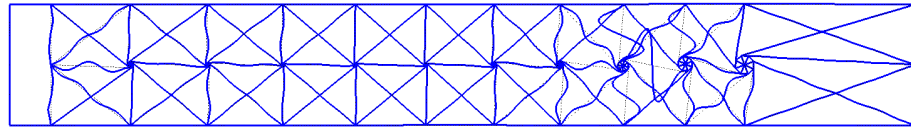
(b) Ligamentos PLA; Nodos de acero



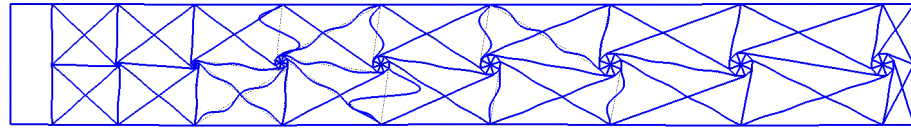
(c) Ligamentos silicona; Nodos aluminio

Figura 7.7: FRF para distintos materiales constitutivos en banda de frecuencia 200-400 [Hz].

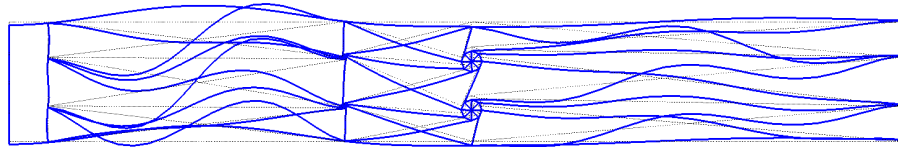
En la Fig. 7.8 se muestra que ya al modo 30 de vibración, la viga con ligamentos de PLA está dentro de la banda de frecuencias a suprimir. Para las vigas con ligamentos de silicona, se necesita calcular una mayor cantidad de nodos, pero se logra tener un enrejado capaz de suprimir vibraciones de todas formas.



(a) Ligamentos silicona; Nodos de acero.



(b) Ligamentos silicona; Nodos de aluminio.



(c) Ligamentos PLA; Nodos de acero.

Figura 7.8: (a) Modo 252 a 204 [Hz];(b) Modo 250 a 204.4 [Hz] a ;(c) Modo 30 a 237.8 [Hz].

En resumen, se tiene que para todos los casos, la función de respuesta en frecuencia, es decir, la relación de vibración entre la señal que entra a la viga vs la que sale en el extremo opuesto, es mejor para el enrejado que entrega el algoritmo genético. En todas las Figuras previamente señaladas, el enrejado óptimo presenta la mayor parte de la curva FRF por debajo de las curvas FRF de la viga sin enrejado o las vigas con un enrejado base arbitrario.

Capítulo 8

Conclusiones

A modo de conclusión se tiene que se cumple con el objetivo general del trabajo, ya que se logró crear un código capaz de generar un modelo FEM de viga de metamaterial. Dicho código cumple con la capacidad de variar los materiales constitutivos de la viga, sintonizar 'absorbedores de vibración' para distintas bandas de frecuencias (variando los modos de vibración que se calculan) y sirve para 9 parámetros entregados por un algoritmo genético, logrando por lo tanto un diseño óptimo en base a la rutina creada.

Se confirma que la rutina es capaz de generar el enrejado óptimo de la viga para cualquier combinación de materiales y para cualquier banda de frecuencia, existiendo casos puntuales necesarios de analizar. Se determina que un enrejado periódico (radios de nodos no varían y separación de nodos es constante) NO es el mejor enrejado. La rutina entrega enrejados sin un orden preestablecido, donde los nodos varían tanto su tamaño como la separación entre ellos. El diseño de enrejado obtenido en la rutina no se puede generar sin el uso de algoritmos genéticos o herramientas computacionales similares.

En particular, se cumple que para bandas de bajas frecuencias y frecuencias intermedias, la mejor opción de material para ligamentos de enrejado, corresponde a uno que presente una rigidez no elevada, es decir, que su módulo de elasticidad esté en el orden de 10^6 [Pa]. Módulos de elasticidad en el orden de los 10^9 [Pa], generan ligamentos demasiado rígidos, lo que no permite una correcta sintonización de la viga con la banda de frecuencias a suprimir, ya que para este caso los modos de vibración se tienen a frecuencias más elevadas que la de la vibración que se quiere eliminar.

En base a lo anterior, se concluye que para altas frecuencias (200-400 [Hz] o más), resulta mucho mejor utilizar ligamentos de mayor rigidez (módulo elasticidad en GPa), ya que en estos casos, los ligamentos reemplazan a los nodos metálicos (cuya misión era entregar rigidez), perdiendo capacidad de sintonizar de manera precisa, sin embargo, esto último facilitaría eventuales construcciones de las vigas que no requieren una sintonización detallada (vibraciones a altas frecuencias).

Para el caso de bandas de frecuencias con un intervalo más grande, se concluye que tanto la rutina de GA creada, como el modelo FEM elaborado, cumple bajo cualquier combinación de materiales con entregar el enrejado óptimo, ya que al tener un amplio espectro de frecuencias, la sintonización de los modos de vibración se logra casi en la totalidad de la banda

estudiada.

Respecto a la masa de los nodos metálicos, no se aprecia una influencia determinante de éstos en la sintonización de bandas de frecuencias a suprimir, ya que dichas masas solo afectan en el tamaño que toman los ligamentos, para que a distintas masas, el efecto absorbedor de vibración se pueda cumplir. Simplemente sería recomendable utilizar el material de nodo metálico que presente mayor facilidad para construir las vigas diseñadas.

Finalmente, queda propuesto como trabajo a futuro, variar la geometría de la viga base, para estudiar nuevas frecuencias sintonizables para suprimir vibraciones. Es posible que variaciones geométricas muestren una diferencia considerable al sintonizar con módulos de elasticidad más 'rígidos' o más 'elásticos', lo que podría facilitar la construcción de vigas, al reducir tamaños sin perder la capacidad supresora de vibraciones.

Bibliografía

- [1] Sun H., Du X., Frank P. *Theory of Metamaterial Beams for Broadband Vibration Absorption*. 2010.
- [2] Baravelli E., Ruzzene M. *Internally resonating lattices for bandgap generation and low-frequency vibration control*. 2013.
- [3] Ampatzidis T., Leach R.K., Tuck C.J., Chronopoulos D. *Band gap behaviour of optimal one-dimensional composite structures with an additive manufactured stiffener* 2018.
- [4] Matlack H., Bauhofer A., Krödel S., Palermo A., Daraio C. *Composite 3D-printed metastructures for lowfrequency and broadband vibration absorption* 2016.
- [5] Abdeljaber O., Avcı O., Inman D. *Optimization of chiral lattice based metastructures for broadband vibration suppression using genetic algorithms*. 2016
- [6] Bacigalupo A., Gambarotta L. 2016. *Simplified modelling of chiral lattice materials with local resonators*
- [7] Bianchi J., Balmes E. 2010. *Structural Dynamics Toolbox Primer*
- [8] Ficha de de datos técnicos PLA [en línea] <<https://ultimaker.com/download/67583/TDS%20PLA%20v3.011-spa-ES.pdf>> [consulta: 06 Marzo 2020]

Anexo A

Código en Matlab para la generación del modelo

Las bases del modelo descritas en el informe, fueron ejecutadas utilizando el toolbox SDT de Matlab, dicho software requiere la generación de un código con particularidades descritas a continuación.

La sintaxis del lenguaje para utilizar SDT, toma como base el objeto **model**, es a dicho objeto al que se le insertan los nodos, elementos, condiciones y se le fijan valores a medir. Para declarar la creación de nodos se utilizó el comando **model.Node** de la siguiente forma:

```
model.Node = [N 0 0 0 X Y Z]
```

Donde **N** corresponde al número que identifica al nodo creado, los tres ceros corresponden a opciones del toolbox, y **X Y Z** son las coordenadas cartesianas del nodo.

Para crear las propiedades de los materiales se utilizó el comando **model.pl** de la siguiente forma:

```
model.pl=[N fe_mat('m_elastic','SI',1) E nu rho];
```

Figura A.1: Comando para la creación de un material.

Donde **N** corresponde al indicador del material, para ser utilizado posteriormente en la creación de elementos; `fe_mat('m_elastic','SI',1)` es la función que define al material como elástico isotrópico y **E**, **nu** y **rho** son las propiedades del material que han sido anteriormente señaladas.

Para las propiedades dimensionales de los elementos se utilizó el comando **model.il** de la siguiente forma:

```
model.il=[N fe_mat('p_beam','US',1) Ix Iy Iz A];
```

Figura A.2: Comando para la creación de propiedades del elemento.

Donde **N** corresponde al indicador de la propiedad, para ser utilizada en la creación de elementos; `fe_mat('p_beam','US',1)` es la función que define al elemento como uno de tipo viga; I_x , I_y , I_z son los segundos momentos de inercia y A es el área transversal de las vigas.

Para crear un elemento tipo viga se utilizó el comando **model.Elt** de la siguiente forma:

```
model.Elt=[Inf abs('beam1') 0];|
```

Figura A.3: Comando para la creación de un elemento.

Donde `abs('beam1')` define el tipo de viga utilizada, es decir, de Euler-Bernoulli.

Los grados de libertad, condiciones de borde, fuerza y sensor en el modelo se aplican todos utilizando la función `fe_case` de la siguiente forma.

```
model = fe_case(model, 'FixDof', 'empotrado', 'x==0 -DOF 1 3 4 5 6', ...
    'FixDof', 'todos los nodos', 'x>0 -DOF 3 4 5 ', ...
    'DofLoad', 'fuerza en izquierda', Load, ...
    'SensDof', 'Sensor parte superior marco', K4(length(K4))+0.02 );
```

Figura A.4: Definición de 'case' en el modelo.

Donde `'FixDof', 'empotrado', 'x==0 -DOF 1 3 4 5 6'` define el movimiento permitido solo en el eje vertical.

`'FixDof', 'todos los nodos', 'x>0 -DOF 3 4 5 '` define el movimiento permitido en el eje vertical, horizontal y la rotación perpendicular al plano de la viga.

`'DofLoad', 'fuerza en izquierda', K3+0.02`, define la fuerza aplicada en el extremo izquierdo de la viga, siendo $K3$ un vector donde se almacenaron todos los nodos de dicho extremo

Y `'SensDof', 'Sensor parte superior marco', K4(length(K4))+0.02`, define el sensor en la viga.

La obtención de resultados a partir del modelo creado se obtiene con los siguientes comandos.

```

%construir matrices de rigidez y masa
[m0,k0,mdof0] = fe_mk(model,'Options',0);

%determinar modos de vibracion
def0 = fe_eig({m0,k0,mdof0},[5 200 1e3]);

%calcular funciones de respuesta en frecuencia
IIxh0=nr2xf(def0,[],model,1:1:200,['hz','acc']);
xf = abs(IIxh0(:, :));

%calculo de rms
rms0 = RMS(xf,[1:1:200]);
rms = rms0(5);

```

Figura A.5: Comandos para obtener información del modelo.

Donde **fe_mk** es la función que permite generar las matrices de rigidez y masa del modelo.

fe_eig toma las matrices de rigidez y masa para generar los 320 modos de vibración en la mayoría de los casos (casos especiales fueron calcular 10 o 1000 modos).

nr2xf utiliza los modos de vibración generados para calcular la función de respuesta en frecuencia para cada frecuencia de vibración, considerando la aceleración de entrada y salida de la viga.

RMS calcula la Root Mean Square del promedio de las funciones de respuesta en frecuencia previamente calculado.

Anexo B

Código de función optimizada por algoritmo genético

Código B.1:

```
1 function [val] = FTESIS(u)
2
3
4 %parametros que definen el marco
5
6 % H = altura marco
7 % L = largo marco
8 % b = profundidad marco
9 % h = espesor marco
10
11 % nueve parámetros que definen el enrejado
12
13 % Nx = nodos horizontales
14 % ny = nodos verticales
15 % phi = angulo de quiralidad
16 % t = espesor ligamento
17 % Rs = nodo mas pequeño
18 % Rf = nodo mas grande
19 % Rm = nodo mediano
20 % Xs = distancia izquierda
21 % Xf = distancia derecha
22
23
24 %parametros para restricciones de optimizacion
25 %ly = altura dentro de marco silicona o PLA
26 %th = distancia entre nodo+espesor ligamento
27 %th1 = distancia entre parte interna marco plástico y radio del nodo
28 %lx = distancia dentro del marco en horizontal
29 %ly = distancia dentro del marco en vertical
30
31
32
```

```

33 nx = u(1);
34 ny = u(2);
35 phi = u(3);
36 tplastico = u(4);
37 Rs = u(5);
38 Rf = u(6);
39 Rm = u(7);
40 Xs = u(8);
41 Xf = u(9);
42
43
44 th = 2.1; %mm
45 th1=22.2; %mm
46 th2 = 15; %mm
47
48
49
50 phirad = phi*pi/180;
51
52
53 H = 100; %mm
54 L = 754; %mm
55 b = 19.05; %mm
56 h = 4.76; %mm
57
58
59
60
61 %Marco de enrejado de plastico
62 lx = L-2*h-2*tplastico-th2; %mm largo horizontal del marco que entra en la restricci3n de
    ↪ la optimizaci3n
63 Li = L-lx; %mm Inicio del marco de plastico
64 Lf = L; %mm Final del marco de plastico
65 K5 = []; %nodos de la horizontal inferior del marco
66 K6 = []; %nodos de la horizontal superior del marco
67 K7 = []; %vector para rellenar con nodos de modelo FEM
68 K8 = []; %vector para rellenar con nodos de modelo FEM
69
70
71
72
73
74
75
76
77 %Dibujo enrejado plastico
78
79 %interpolaci3n entre distancias , son nx distancias a calcular
80 dx = []; %vector de distancias horizontales entre nodos
81

```

```

82 dx(1) = Xs;
83
84 if nx==1
85     R = [Rm];
86 elseif nx == 2
87     R = [Rs,Rf];
88     for i=2:nx
89         dx(i) = dx(i-1)+i*(Xs-Xf)/(1-nx)+(Xf-nx*Xs)/(1-nx); %mm
90     end
91
92 else
93     for i=2:nx
94         dx(i) = dx(i-1)+i*(Xs-Xf)/(1-nx)+(Xf-nx*Xs)/(1-nx); %mm
95     end
96     %ajuste de segundo grado de radios
97     p = polyfit ([Xs,dx(round(nx/2)),dx(length(dx))],[Rs,Rm,Rf],2);
98     R = polyval(p,dx); %mm
99 end
100
101
102 if nx == 1;
103     Rmax = Rm;
104 elseif nx == 2;
105     Rmax = max([Rs Rf]);
106 else
107     Rmax = max([Rs Rf Rm]); %maximo radio en el modelo
108 end
109
110
111
112 ly = H-2*tplastico-2*h;
113
114
115
116 %funcion que asocia el radio del nodo con su masa
117     %densidad de nodos (aluminio en este caso)(kg/m3)
118     rhon = 2713; %(para otros casos se usa acero)
119     %volumen del nodo
120     V = pi.*(R/1000).*(R/1000)*b;
121     %masa del nodo (kg)
122     M = rhon*V;
123
124
125 %RESTRICCIÓN PARA DISTANCIAS HORIZONTALES DE NODOS
126 val = 0;
127 for i = 2:nx
128     if dx(i)-dx(i-1)-R(i)-R(i-1)-2* tplastico < th/2
129         val = 1000;
130     end
131 end

```

```

132
133
134
135 %RESTRICCIONES GENERALES EN BASE A PAPER
136
137 if 2*ny*(Rmax+tplastico)-ly+ny*th > 0
138     val = 1000;
139 elseif nx*(Xs+Xf)/2-lx+th1 > 0
140     val = 1000;
141 elseif Rm-(Xs+Xf)/2+th2 > 0
142     val = 1000;
143 elseif mean(M)>20;
144     val = 1000;
145 elseif round(sum(M))>100;
146     val = 1000;
147 elseif val == 1000;
148     val = 1000;
149 else
150
151
152
153
154
155
156
157
158
159 K9 = []; %vector nodos acero mas a la izquierda
160 K10 = []; %vector nodos alrededor del acero
161
162 % construir el mallado con estos parámetros
163
164
165 %se arma primero el marco de aluminio (fijo siempre)
166
167 %puntos del marco
168 model.Node = [];
169
170
171 k=1;
172 K1 = [];
173 K2 = [];
174 K3 = [];
175 K4 = [];
176 for i=0:(Li/1000)/5:(L/1000) %Esta división asegura que un nodo
    ↪ esté al inicio del plástico
177     model.Node = [model.Node;k 0 0 0 i 0 0];
178     K1 = [K1;k]; %nodos de la horizontal inferior del marco
179     k=k+1;
180

```



```

181 end
182
183
184
185 for i=0:(Li/1000)/5:(L/1000) %Esta división asegura que un nodo
    ↪ esté al inicio del plástico
186     model.Node = [model.Node;k 0 0 0 i (H/1000) 0];
187     K2 = [K2;k]; %nodos de la horizontal superior del marco
188     k = k+1;
189 end
190
191 for j=(H/1000)/100:(H/1000-2*H/100000)/8:(H/1000)-(H/1000)/100 %100 nodos
    ↪ verticales para el marco izquierdo
192     model.Node = [model.Node;k 0 0 0 0 j 0];
193     K3 = [K3;k]; %nodos de la vertical izquierda del marco
194     k=k+1;
195
196 end
197
198
199 for j=0:H/1000/8:H/1000
200     model.Node = [model.Node;k 0 0 0 (L/1000) j 0]; %100 nodos verticales para el marco
    ↪ derecho
201     K4 = [K4;k]; %nodos de la vertical derecha del marco
202     k=k+1;
203 end
204
205
206
207
208
209
210
211 %Para asegurarse que en el marco existen los nodos que despues se unirán
212 %como ligamentos a los nodos metalicos
213 for i=1:length(dx)
214     model.Node(round(((dx(i)+Li)/1000)/(Li/5000))+1,5) = (dx(i)+Li)/1000;
215     model.Node(round(((dx(i)+Li)/1000)/(Li/5000))+1+length(K1),5) = (dx(i)+Li)/1000;
216 end
217
218 %
    ↪ %%%%%%%%%%%
    ↪
219
220
221
222 %nodos vertical izquierdo
223 for i = 0.001:((H/1000-0.001)-0.001)/8:H/1000-0.001 %8 nodos
224     model.Node = [model.Node; k 0 0 0 Li/1000 i 0];
225     K5 = [K5;k];

```

```

226     k = k+1;
227 end
228
229
230
231
232
233 %creacion nodos metálicos en enrejado
234 if nx == 1;
235     Rmax = Rm;
236 elseif nx == 2;
237     Rmax = max([Rs Rf]);
238 else
239     Rmax = max([Rs Rf Rm]); %maximo radio en el modelo
240 end
241
242 LY = H-2*tplastico-2*h;
243
244 dis = ly/ny-(2*Rmax+2*tplastico);
245
246
247
248 for count = 1:nx
249
250 %crea todos los nodos verticales
251     for i = 1:ny
252         model.Node = [model.Node;k 0 0 0 (Li+dx(count))/1000 h/1000+tplastico/1000+dis
↪ /2000+(Rmax+tplastico)/1000+(i-1)*(dis/1000+(2*Rmax+2*tplastico)/1000) 0];
253
254
255         K9=[K9;k];
256         k = k+1;
257
258
259         %creacion de circulo con 8 puntos alrededor de un centro
260         if phi<=0
261             for j = [ pi/2-phiрад 3*pi/4-phiрад pi-phiрад 5*pi/4-phiрад 3*pi/2-phiрад
↪ 7*pi/4-phiрад 2*pi-phiрад 9*pi/4-phiрад];
262                 model.Node = [model.Node;k 0 0 0 (Li+dx(count))/1000+(R(count)/1000)*
↪ sin(j) h/1000+tplastico/1000+dis/2000+(Rmax+tplastico)/1000+(i-1)*(dis/1000+(2*
↪ Rmax+2*tplastico)/1000)+(R(count)/1000)*cos(j) 0];
263                 K10 = [K10;k];
264                 k = k+1;
265             end
266         else
267
268             for j = [pi/2-phiрад 3*pi/4-phiрад pi-phiрад 5*pi/4-phiрад 3*pi/2-phiрад 7*pi/4-
↪ phiрад 2*pi-phiрад 9*pi/4-phiрад];
269                 model.Node = [model.Node;k 0 0 0 (Li+dx(count))/1000+(R(count)/1000)*sin(j) h
↪ /1000+tplastico/1000+dis/2000+(Rmax+tplastico)/1000+(i-1)*(dis/1000+(2*Rmax

```

```

↪ +2*tplastico)/1000)+(R(count)/1000)*cos(j) 0];
270     K10 = [K10;k];
271     k = k+1;
272     end
273     end
274     end
275
276
277
278
279
280
281 end
282
283
284
285
286
287
288
289
290
291
292
293
294 %distancias verticales para asegurarse que ligamentos llegarán bien al
295 %marco de plastico
296 for i=1:ny
297 dy(i) = model.Node(K9(i),6);
298 end
299
300 for j=1:length(dy)
301 model.Node(round(dy(j)/(H/8000))+1+length(K1)+length(K2)+length(K3),6) = dy(j);
302 model.Node(round(dy(j)/(H/8000))+1+length(K1)+length(K2)+length(K3)+length(K4),6)
    ↪ = dy(j);
303 end
304
305 %unir nodos con ligamentos
306 model.Elt = [Inf abs('beam1') 0];
307 dir=[0 0 1];
308
309 %Material del marco (ALUMINIO)
310 E=69e9; %modulo de Young
311 nu=0.3; %coeficiente de Poisson
312 rho=2713; %densidad aluminio
313 model.pl=[1 fe_mat('m_elastic','SI',1) E nu rho];
314
315 %elemento marco
316 A=(b/1000)*(h/1000); %m^2 area
317 Iz=(1/12)*(b/1000)*(h/1000)^3; %m^4 inercia sección

```

```

318 Ix=(1/12)*(h/1000)*(b/1000)^3; %m^4 inercia sección
319 Iy=Ix+Iz;
320 model.il=[1 fe_mat('p_beam','US',1) Ix Iy Iz A];
321
322
323
324 %Material del enrejado plastico (silicona en este caso)
325 E=1.37e6; %modulo de Young
326 nu=0.5; %coeficiente de Poisson
327 rho=1240; %densidad aluminio
328 model.pl=[model.pl; 2 fe_mat('m_elastic','SI',1) E nu rho];
329
330 %elemento marco plastico
331 A=(b/1000)*(tplastico/1000); %m^2 area
332 Iz=(1/12)*(b/1000)*(tplastico/1000)^3; %m^4 inercia sección
333 Ix=(1/12)*(tplastico/1000)*(b/1000)^3; %m^4 inercia sección
334 Iy=Ix+Iz;
335 model.il=[model.il; 2 fe_mat('p_beam','US',1) Ix Iy Iz A];
336
337 %%%%%%%%%%%%%%%
338 %que cada nodo vertical izquierdo tenga tres ligamentos
339
340 for i=1:ny
341     model.Elt = [model.Elt; model.Node(round(dy(i)/(H/8000))+1+length(K1)+length(K2)
↪ +length(K3)+length(K4),1) K9(i)+5 2 2 dir];
342     model.Elt = [model.Elt; model.Node(round(dy(i)/(H/8000))+1+length(K1)+length(K2)
↪ +length(K3),1) K9(i+nx*ny-ny)+1 2 2 dir];
343     if i>1
344
345         model.Elt = [model.Elt; model.Node(round(dy(i)/(H/8000))+1+length(K1)+length(
↪ K2)+length(K3)+length(K4),1) K9(i)-3 2 2 dir];
346         model.Elt = [model.Elt; model.Node(round(dy(i)/(H/8000))+1+length(K1)+length(
↪ K2)+length(K3),1) K9(i+nx*ny-ny)-1 2 2 dir];
347     else
348         model.Elt = [model.Elt; model.Node(round(dy(i)/(H/8000))+1+length(K1)+length(
↪ K2)+length(K3)+length(K4),1) model.Node(round(((dx(1)+Li)/1000)/(Li/5000))
↪ +1,1) 2 2 dir];
349
350     end
351     if i<ny
352         model.Elt = [model.Elt; model.Node(round(dy(i)/(H/8000))+1+length(K1)+length(
↪ K2)+length(K3)+length(K4),1) K9(i)+13 2 2 dir];
353         model.Elt = [model.Elt; model.Node(round(dy(i)/(H/8000))+1+length(K1)+length(
↪ K2)+length(K3),1) K9(i+nx*ny-ny)+11 2 2 dir];
354     else
355         model.Elt = [model.Elt; model.Node(round(dy(i)/(H/8000))+1+length(K1)+length(
↪ K2)+length(K3)+length(K4),1) model.Node(round(((dx(1)+Li)/1000)/(Li/5000))
↪ +1+length(K1),1) 2 2 dir];
356     end
357 end

```

```

358
359
360
361
362
363 %que cada nodo horizontal tenga tres ligamentos
364
365 for j=1:nx
366     model.Elt = [model.Elt; model.Node(round(((dx(j)+Li)/1000)/(Li/5000))+1+length(K1)
↪ ,1) K9(j*ny)+7 2 2 dir];
367     if j>1
368         model.Elt = [model.Elt; model.Node(round(((dx(j)+Li)/1000)/(Li/5000))+1+length(
↪ K1),1) K9((j-1)*ny)+8 2 2 dir];
369         model.Elt = [model.Elt; model.Node(round(((dx(j)+Li)/1000)/(Li/5000))+1,1) K9(j*
↪ ny-ny+1)+3 2 2 dir];
370         model.Elt = [model.Elt; model.Node(round(((dx(j)+Li)/1000)/(Li/5000))+1,1) K9(j*
↪ ny-2*ny+1)+2 2 2 dir];
371
372     end
373
374     if j<nx
375         model.Elt = [model.Elt; model.Node(round(((dx(j)+Li)/1000)/(Li/5000))+1+length(
↪ K1),1) K9((j+1)*ny)+6 2 2 dir];
376         model.Elt = [model.Elt; model.Node(round(((dx(j)+Li)/1000)/(Li/5000))+1,1) K9(j
↪ *ny+1)+4 2 2 dir];
377     end
378
379 end
380 %union de elementos viga plastico horizontal inferior
381 ind = round((Li/1000)/(Li/5000)+1); %en este numero de nodo debería estar el inicio del
↪ plastico
382
383 %extremos que siempre van a existir
384 model.Elt = [model.Elt; K1(ind) K9(1)+4 2 2 dir];
385 model.Elt = [model.Elt; K2(ind) K9(ny)+6 2 2 dir];
386 model.Elt = [model.Elt; K4(length(K4)) K9(nx*ny)+8 2 2 dir];
387 model.Elt = [model.Elt; K4(1) K9(nx*ny-ny+1)+2 2 2 dir];
388 model.Elt = [model.Elt; model.Node(round(((dx(1)+Li)/1000)/(Li/5000))+1,1) K9(1)+3 2 2
↪ dir];
389 model.Elt = [model.Elt; model.Node(round(((dx(length(dx))+Li)/1000)/(Li/5000))+1+
↪ length(K1),1) model.Node(round(dy(ny)/(H/8000))+1+length(K1)+length(K2)+
↪ length(K3),1) 2 2 dir];
390 model.Elt = [model.Elt; model.Node(round(((dx(length(dx))+Li)/1000)/(Li/5000))+1,1)
↪ model.Node(round(dy(1)/(H/8000))+1+length(K1)+length(K2)+length(K3),1) 2 2
↪ dir];
391
392
393
394 Vector = ny*[1:nx];
395 for j=1:ny*nx-1 %para que el ultimo no trate de conectarse

```

```

396     if find(Vector == j)>0
397         j;
398     else
399         model.Elt = [model.Elt; K9(j)+7 K9(j)+12 2 2 dir];
400     end
401 end
402
403
404 %ultimos nodos verticales no se conecten
405 s=1;
406 for t=0:ny-1
407     Vector2(s) = ny*nx-t;
408     s=s+1;
409 end
410
411 for j=1:Vector2(length(Vector2))-1
412     if find(Vector == j)>0
413         j;
414     else
415         model.Elt = [model.Elt; K9(j)+1 K9(j)+(ny)*9+5 2 2 dir];
416         model.Elt = [model.Elt; K9(j)+8 K9(j)+(ny+1)*9+4 2 2 dir];
417     end
418 end
419
420 %nodos horizontales mas bajos no se tocan
421 Vector3 = [1:ny:ny*nx];
422 for j = 1:ny*nx
423     if find(Vector3 == j)>0
424         j;
425     elseif find(Vector2 == j)>0
426         j;
427     else
428         model.Elt = [model.Elt;K9(j)+2 K9(j)+(ny-1)*9+6 2 2 dir];
429     end
430 end
431
432 %solo para nodos horizontales superiores
433 for j = Vector
434     if j==ny*nx
435         j;
436     else
437         model.Elt = [model.Elt;K9(j)+1 K9(j)+(ny)*9+5 2 2 dir];
438     end
439 end
440
441
442
443
444
445

```

```

446 %division del modelo para que ligamentos tengan la cantidad adecuada de
447 %elementos modelando
448 model = feutil('divide 20',model);
449
450
451
452
453
454
455
456
457
458
459
460
461 %Material del marco (SIEMPRE ALUMINIO)
462 E=69e9; %modulo de Young
463 nu=0.3; %coeficiente de Poisson
464 rho=2713; %densidad aluminio
465 model.pl=[1 fe_mat('m_elastic','SI',1) E nu rho];
466
467 %elemento marco
468 A=(b/1000)*(h/1000); %m^2 area
469 Iz=(1/12)*(b/1000)*(h/1000)^3; %m^4 inercia sección
470 Ix=(1/12)*(h/1000)*(b/1000)^3; %m^4 inercia sección
471 Iy=Ix+Iz;
472 model.il=[1 fe_mat('p_beam','US',1) Ix Iy Iz A];
473
474
475
476 %elementos entre nodos
477 dir=[0 0 1];
478 model.Elt=[model.Elt;Inf abs('beam1') 0];
479
480 for t =1:K1(length(K1)-1)
481     model.Elt = [model.Elt;t (t+1) 1 1 dir];
482 end
483
484 for t=K2(1):K2(length(K2)-1)
485     model.Elt = [model.Elt; t (t+1) 1 1 dir];
486 end
487
488 for t=K3(1):K3(length(K3)-1)
489     model.Elt = [model.Elt; t (t+1) 1 1 dir];
490 end
491
492 for t=K4(1):K4(length(K4)-1)
493     model.Elt = [model.Elt; t (t+1) 1 1 dir];
494 end
495

```

```

496 %unir todos los nodos de las esquinas
497 model.Elt = [model.Elt; K1(1) K3(1) 1 1 dir; K1(length(K1)) K4(1) 1 1 dir;K4(length(K4))
    ↪ K2(length(K2)) 1 1 dir;K3(length(K3)) K2(1) 1 1 dir];
498
499 %creacion marco plastico
500
501 %Material del enrejado plastico (silicona en este caso)
502 E=1.37e6; %modulo de Young
503 nu=0.5; %coeficiente de Poisson
504 rho=1240; %densidad aluminio
505 model.pl=[model.pl; 2 fe_mat('m_elastic','SI',1) E nu rho];
506
507 %elemento marco plastico
508 A=(b/1000)*(tplastico/1000); %m^2 area
509 Iz=(1/12)*(b/1000)*(tplastico/1000)^3; %m^4 inercia sección
510 Ix=(1/12)*(tplastico/1000)*(b/1000)^3; %m^4 inercia sección
511 Iy=Ix+Iz;
512 model.il=[model.il; 2 fe_mat('p_beam','US',1) Ix Iy Iz A];
513
514 %union de elementos viga plastico horizontal inferior
515 ind = round((Li/1000)/(Li/5000)+1); %en este numero de nodo debería estar el inicio del
    ↪ plastico
516
517 for t=K1(ind):K1(length(K1)-1)
518     model.Elt = [model.Elt; t (t+1) 2 2 dir];
519 end
520
521 %union de elementos viga plastico horizontal superior
522 for t=K2(ind):K2(length(K2)-1)
523     model.Elt = [model.Elt; t (t+1) 2 2 dir];
524 end
525
526 %union de elementos viga plastico vertical izquierdo
527 for t=K5(1):K5(length(K5)-1)
528     model.Elt = [model.Elt; t (t+1) 2 2 dir];
529 end
530
531 %union de elementos viga plastico vertical derecho
532 for t=K4(1):K4(length(K4)-1)
533     model.Elt = [model.Elt; t (t+1) 2 2 dir];
534 end
535
536
537 %unir todos los nodos de las esquinas
538 model.Elt = [model.Elt; K1(ind) K5(1) 2 2 dir; K1(length(K1)) K4(1) 2 2 dir;K4(length(K4))
    ↪ ) K2(length(K2)) 2 2 dir;K5(length(K5)) K2(ind) 2 2 dir];
539
540
541
542

```



```
543
544
545
546
547
548
549
550
551
552
553
554
555
556
557
558
559
560
561
562
563
564
565
566
567
568
569
570
571
572
573
574
575
576
577
578
579
580
581
582
583
584 %Material de nodos metalicos en enrejado (aluminio en este caso)
585 E=69e9; %modulo de Young
586 nu=0.3; %coeficiente de Poisson
587 rho=2713; %densidad aluminio
588 model.pl=[model.pl; 3 fe_mat('m_elastic','SI',1) E nu rho];
589
590
591
592
```

```

593
594 %unir rigidamente nodos alrededor del metal
595 model.Elt =[model.Elt;Inf abs('beam1') 0];
596 C = [1:8];
597 D = [1:8];
598 %generar los tnode para cada radio
599 for i = 1:nx
600     RR(:,i) = R(i)*ones(1,ny);
601 end
602
603
604 for j=1:length(K9)
605
606 %elemento para vigas que hacen nodo de metal
607 tnode = (pi*RR(j))/(8*(1+pi/4));
608
609
610 A=(b/1000)*(tnode/1000); %m^2 area
611 Iz=(1/12)*(b/1000)*(tnode/1000)^3; %m^4 inercia sección
612 Ix=(1/12)*(tnode/1000)*(b/1000)^3; %m^4 inercia sección
613 Iy=Ix+Iz;
614 model.il=[model.il; 3+j fe_mat('p_beam','US',1) Ix Iy Iz A];
615
616
617
618
619 for i=C(1):C(8)
620 model.Elt =[model.Elt;K9(j) K10(i) 3 3+j dir];
621
622 end
623 C = C+8;
624 for i=D(1):D(8)
625     if i==D(8)
626         model.Elt =[model.Elt;K10(i) K10(i-7) 3 3+j dir];
627     else
628         model.Elt =[model.Elt;K10(i) K10(i+1) 3 3+j dir];
629     end
630 end
631 D = D+8;
632 end
633
634 %cubrir con plastico nodos de metal
635 model.Elt =[model.Elt;Inf abs('beam1') 0];
636 C = [1:8];
637 D = [1:8];
638 for j=1:length(K9)
639
640 for i=D(1):D(8)
641     if i==D(8)
642         model.Elt =[model.Elt;K10(i) K10(i-7) 2 2 dir];

```

```

643     else
644         model.Elt =[model.Elt;K10(i) K10(i+1) 2 2 dir];
645     end
646 end
647 D = D+8;
648 end
649
650
651
652 Load =[];
653
654
655 for i=1:length(K3)
656     Load = [Load;K3(i)+0.02];    %define todos los nodos donde se aplica la fuerza
657 end
658
659 % Definir condiciones de borde y fuerzas
660
661 model = fe_case(model,'FixDof','empotrado','x==0 -DOF 1 3 4 5 6',...
662                 'FixDof','todos los nodos','x>0 -DOF 3 4 5 ',...
663                 'DofLoad','fuerza en izquierda',K3+0.02,...
664                 'SensDof','Sensor parte superior marco',K4(length(K4))+0.02 );
665
666
667
668
669
670 %Soluciones
671
672 zeta = 5/(2*100)+0.0002*100/2;
673
674
675
676 %amortiguamiento estandar utilizado
677 model=stack_set(model,'info','DefaultZeta',zeta);
678
679 %construir matrices de rigidez y masa
680 [m0,k0,mdof0] = fe_mk(model,'Options',0);
681
682 %determinar modos de vibracion
683 def0 = fe_eig({m0,k0,mdof0},{5 320 1e3});
684
685 cf=feplot(1); %crea dibujo en la figura 1
686 cf.model = model; %ingresa modelo acá realizado en el grafico
687 cf.def = def0; %muestra deformacion
688
689
690
691
692 %calcular funciones de respuesta en frecuencia (para banda de frecuencias)

```

```

693 IIXh0=nor2xf(def0,[],model,cota inferior banda:0.05:cota superior banda,['hz','acc']);
694
695 xf = IIXh0 (:,:) ;
696 %calculo de rms
697
698 %promedio de funciones de respuesta en frecuencia para cada frecuencia
699 xfp=mean(abs(xf)');
700
701 %rms calculada con promedio anterior
702 rm0 = sqrt(sum(abs(xfp).^2)/length(xfp));
703
704
705
706
707
708
709
710
711
712
713
714
715 val = rm0;
716 end
717
718
719 %entrega los 9 parametros y la rms del promedio de funciones de respuesta
720 %en frecuencia
721 u
722 val

```

Anexo C

Nuevas restricciones a las masas de nodos metálicos para el diseño de vigas

Código C.1:

```
1 %restriccion previa
2 if 2*ny*(Rmax+tcaucho)-ly+ny*th > 0
3     val = 1000;
4
5 %restriccion previa
6 elseif nx*(Xs+Xf)/2-lx+th1 > 0
7     val = 1000;
8
9 %restriccion previa
10 elseif Rm-(Xs+Xf)/2+th2 > 0
11     val = 1000;
12
13 %nueva restriccion de promedios de masas
14 elseif mean(M)>20;
15     val = 1000;
16
17
18 %nueva restriccion de masa total de nodos metalicos
19 elseif round(sum(M))>100;
20     val = 1000;
21 else
```

Anexo D

Cantidad de modos de vibración utilizados en el cálculo de la FRF

Código D.1:

```
1 %Modos de vibración general
2 def0 = fe_eig({m0,k0,mdof0},[5 320 1e3]);
3
4 %Modos de vibración banda de frecuencias 200-400 Hz
5 def0 = fe_eig({m0,k0,mdof0},[5 1000 1e3]);
6
7 %Modos de vibración banda de frecuencias 0-10 Hz, ligamentos PLA
8 def0 = fe_eig({m0,k0,mdof0},[5 10 1e3]);
```

Anexo E

Definición de materiales usados en el código de Matlab

Código E.1:

```
1 %ALUMINIO
2 E=69e9; %modulo de Young
3 nu=0.3; %coeficiente de Poisson
4 rho=2713; %densidad aluminio
5 model.pl=[1 fe_mat('m_elastic','SI',1) E nu rho];
6
7 %SILICONA
8 E=1.37e6; %modulo de Young
9 nu=0.5; %coeficiente de Poisson
10 rho=1240; %densidad silicona
11 model.pl=[model.pl; 2 fe_mat('m_elastic','SI',1) E nu rho];
12
13 %ACERO
14 E=193e9; %modulo de Young
15 nu=0.28; %coeficiente de Poisson
16 rho=8027; %densidad acero
17 model.pl=[model.pl; 3 fe_mat('m_elastic','SI',1) E nu rho];
18
19 %PLA
20 E=2.3465e9; %modulo de Young
21 nu=0.5; %coeficiente de Poisson
22 rho=1240; %densidad PLA
23 model.pl=[model.pl; 4 fe_mat('m_elastic','SI',1) E nu rho];
```