



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

CARACTERIZACIÓN DE LAS FORMAS DE FONDO GENERADAS EN UN LECHO
GRANULAR POR EL FLUJO DE UN FLUIDO PSEUDOPLÁSTICO EN CANALES

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERA CIVIL

CONSTANZA FRANCISCA VÁSQUEZ DÍAZ

PROFESOR GUÍA:
ALDO TAMBURRINO TAVANTZIS

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
YARKO NIÑO CAMPOS
CHRISTIÁN IHLE BASCUÑÁN

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por FONDECYT a través del proyecto de
investigación N° 1161751.

SANTIAGO DE CHILE
2020

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE INGENIERA CIVIL
POR: CONSTANZA FRANCISCA VÁSQUEZ DÍAZ
FECHA: 2020
PROF. GUÍA: ALDO TAMBURRINO TAVANTZIS

CARACTERIZACIÓN DE LAS FORMAS DE FONDO GENERADAS EN UN LECHO GRANULAR POR EL FLUJO DE UN FLUIDO PSEUDOPLÁSTICO EN CANALES

La interacción de un lecho granular no cohesivo con el flujo laminar de un fluido pseudo-plástico en canales puede generar en ciertas condiciones experimentales ondas sedimentarias, denominadas formas de fondo. Este fenómeno puede ocurrir en la industria de la minería en el transporte de relaves por canaletas. Los resultados de un estudio experimental de la caracterización de las formas de fondo generadas en un lecho granular por el flujo de un fluido tipo ley de potencia en canales se presenta en este trabajo. La instalación experimental donde se llevaron a cabo los experimentos se encuentra en el Laboratorio de Hidráulica Francisco J. Domínguez, del Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Chile. Los fluidos pseudoplásticos se generan a partir de una mezcla de agua y carboximetilcelulosa (CMC).

Una metodología no intrusiva es utilizada para medir las características geométricas de las formas de fondo en diferentes condiciones experimentales de pendiente, caudal y reología. A partir de dos planos de iluminación generados por láseres, dos líneas iluminadas se forman sobre el lecho, que al deformarse distorsiona las líneas marcando el contorno del lecho. La evolución de los contornos del perfil transversal del canal es capturado con una cámara fotográfica. A partir de un procesamiento de imágenes se calcula la amplitud, celeridad y longitud de onda, el gasto sólido de fondo y la resistencia al flujo asociada a la presencia de las formas de fondo.

Las formas de fondo obtenidas en los experimentos tienen una morfología linguoide y se clasifican en cuatro categorías: dunas centrales, barras, barras dobles o triples y rizos. Su morfología está influenciada por la textura de las partículas y el número de Reynolds del flujo.

El gasto sólido de fondo obtenido de los experimentos se ajusta a una relación entre el número de Galileo y el exceso de esfuerzo de corte, al escalar por una función entre el peso específico sumergido, los parámetros reológicos y el diámetro de la partícula. La amplitud de las formas de fondo escalada con el diámetro de la partícula aumenta con el número de Froude y de Reynolds del flujo, pero es independiente del número de Reynolds modificado de la partícula. Por otra parte, la longitud de onda de las formas de fondo aumenta con el número de Froude y la celeridad escalada tanto con la velocidad media del flujo como la velocidad friccional depende del número de Reynolds modificado de la partícula. El esfuerzo de corte de fondo asociado a la resistencia generada por las formas de fondo es dependiente del número de Reynolds modificado de la partícula y se ajusta a una relación tipo Einstein-Barbarossa para la velocidad de flujo escalada por la velocidad friccional.

A partir del sistema de medición PIV se determina que la configuración del perfil de velocidades de la superficie libre se relaciona con la forma de fondo presente al momento de la medición.

*"I want to thank me for believing in me, I want to thank me for doing all this hard work, I want to thank me for having no days off, I want to thank me for never quitting, I want to thank me for always being a giver and trying to give more than I receive. I want to thank me for trying to do more right than wrong, I want to thank me for just being me at all times. Snoop Dogg, you a bad motherf*****." (Snoop Dogg, 2018)*

Agradecimientos

Quisiera agradecer primero a mi familia, mis papás y mi hermana, por siempre estar preocupados por mí, apoyándome en cada paso que daba en mi carrera y salvándome cada vez que podían.

A mi primera profesora de Matemáticas en quinto básico, la profe Sara Padilla, que me hizo amar las matemáticas.

A mis amigos de plan común Beli y Jorge, que fueron los primeros en no dejar que me rindiera ante un problema de cálculo. También destaco la ayuda de otros amigos como el Koreano, Katy Varela y Cote González.

También les agradezco a mis amiguitos de Civil: Alo, Lucho, Nacho, Trejo, Pablito, Hans, Caldo, Pame y Daslav, por siempre protegerme y todos los buenos ratos en los viajes a la playa.

A mis hidrauloquillos del corazón Cami, Pauli, Cata, Javi, Isa, Nati, Ale, Cote, Fabi, Diego y Rodri. Una mención especial para el Alvarito que me aceptó como su lapa en el primer día de hidrología y me acompañó durante todo el suplicio de la hidráulica.

Agradezco demasiado la ayuda de la gente del laboratorio de Hidráulica: Don Manuel y Don Juan, que siempre me cuidaban y hacían todas las estructuras que les pedía. A mi minion Felipe siempre dispuesto a quedarse hasta tarde conmigo. Al Giovanni, Dieguín, Joaquín, Frodo, Tomas E, Tomás S y Kevin. Hago una mención especial a la Natalia que como dice el profe Tamburrino "Nadie se titula sin la Natalia", que me ayudaba siempre que lo necesitaba. A la Jackie por sus conversaciones que me relajaban antes de entrar al tercero.

A mis profesores de la comisión Cristián Ihle y Yarko Niño por su ayuda en este proceso de titulación. Al profe Aldo Tamburrino que siempre ha creído en mí y apoyado en todo. Muchas gracias por todas las enseñanzas y las historias, que sigan por mucho tiempo.

Al Cristóbal por todo su amor y amistad, que me enseñó a amar la investigación y la vida y a no temerles.

Por último, le agradezco a mi tata Jimmy que estaría muy orgulloso si pudiera verme y a mi gatita Lamer que me recibía con su desprecio/amor todos los días.

Tabla de Contenido

Índice de Tablas	vii
Índice de Ilustraciones	viii
1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Objetivos	2
1.2.1. Generales	2
1.2.2. Específicos	2
1.3. Contenidos del informe	2
2. Marco Teórico	3
2.1. Fluidos no newtonianos	3
2.2. Transporte de sedimentos	5
2.2.1. Gasto sólido de fondo	6
2.2.2. Amplitud y longitud de onda	7
2.3. Sistema de medición PIV	9
3. Metodología	10
3.1. Instalación experimental	10
3.2. Sedimento	13
3.3. Generación fluido pseudoplástico	13
3.4. Condiciones experimentales	14
3.5. Procesamiento de imágenes	14
3.5.1. Corrección errores por perspectiva y refracción	15
3.6. Procesamiento de resultados	17
3.6.1. Detección de formas de fondo	17
3.6.2. Celeridad y gasto sólido de fondo	18
3.6.3. Amplitud y longitud de onda	19
3.6.4. Corrección por efecto de pared	20
3.7. Sistema de medición PIV	22
3.7.1. Registro de imágenes	22
3.7.2. Procesamiento de imágenes	23
3.7.3. Corrección por perspectiva con programa River 2.4.1	24
3.7.4. Error velocidad superficial medida con PIV	25
4. Resultados	26

4.1. Morfología de las formas de fondo	26
4.2. Características geométricas de las formas de fondo	30
4.2.1. Gasto sólido de fondo	31
4.2.2. Amplitud	39
4.2.3. Longitud de onda	41
4.2.4. Celeridad de formas de fondo	43
4.3. Resistencia al flujo	47
4.4. Influencia de formas de fondo en perfiles de velocidad en la superficie	50
5. Conclusiones	54
Bibliografía	56
A. Mapas de resultados	59
A.1. Mapas de celeridad, amplitud y gasto sólido de fondo.	59
B. Propagación de errores	81
C. Tablas resultados experimentales	88
C.1. Condiciones experimentales	88
C.2. Parámetros reológicos	91
C.3. Características geométricas de las formas de fondo y gasto sólido de fondo	95
C.4. Parámetros adimensionales	95

Índice de Tablas

2.1. Definición de tramos de la curva del gasto sólido de fondo en función de una relación del número de Reynolds de la partícula y el esfuerzo de corte adimensional, determinada por Grass et al. (1982).	7
3.1. Diámetros medios de cada tamaño de partículas utilizado.	13
3.2. Rango de índices de consistencia y flujo y viscosidad para deformación angular de 100 ($Pa \cdot s$) para cada concentración de CMC.	14
3.3. Condiciones experimentales.	14
4.1. Rango de gasto sólido de fondo promedio, celeridad, amplitud y longitud de onda, calculados a partir de datos experimentales.	30
4.2. Factores de fricción y esfuerzos de corte de fondo totales, asociado al sedimento y a las formas de fondo de cada experimento.	48
C.1. Condiciones experimentales de todas las experiencias. Parte 1	88
C.2. Condiciones experimentales de todas las experiencias. Parte 2.	89
C.3. Condiciones experimentales de todas las experiencias. Parte 3.	90
C.4. Condiciones experimentales de todas las experiencias. Parte 4.	91
C.5. Parámetros reológicos para cada rango de temperaturas de cada experiencia.	91
C.6. Características geométricas de las formas de fondo y el gasto sólido de fondo promedio de cada experiencia.	95
C.7. Parámetros adimensionales promedio de cada experimento. Parte 1.	96
C.8. Parámetros adimensionales promedio de cada experimento. Parte 2.	97
C.9. Parámetros adimensionales promedio de cada experimento. Parte 3.	98
C.10. Parámetros adimensionales promedio de cada experimento. Parte 4.	99

Índice de Ilustraciones

2.1. Rizos linguoides en equilibrio. Fuente: Baas (1999).	5
3.1. Esquema de los componentes del montaje experimental.	11
3.2. Esquema instalación experimental.	12
3.3. Fotografías del montaje experimental	12
3.4. Reograma fluido mezcla Agua + CMC al 0,25 %	13
3.5. Corrección perspectiva de la cámara.	15
3.6. Procesamiento de imágenes. (a) Imagen original. (b) Contorno del perfil transversal de una forma de fondo obtenida en L1. (c) Contorno de una forma de fondo obtenida en L2. Líneas de color negro corresponden al contorno original y las de color rojo a las corregidas.	17
3.7. Ejemplo de un perfil longitudinal del lecho utilizado para identificar formas de fondo. El registro corresponde al eje del canal ($x = b/2$). La líneas roja y negra corresponden a los perfiles longitudinales captados por los láseres ubicados aguas arriba y abajo, respectivamente.	18
3.8. Parámetros medidos en cada láser.	20
3.9. Áreas de influencia en la zona de estudio.	21
3.10. Distribución de las partículas trazadoras en la sección transversal del canal. .	23
3.11. Pre-procesamiento de imágenes en PIVlab.	24
3.12. Corrección por perspectiva del campo de velocidad en programa River 2.4.1.	25
4.1. Morfología de las formas de fondo.	26
4.2. Tipos de barras presenciadas en los experimentos.	27
4.3. Diagrama de los tipos de formas de fondo observadas.	28
4.4. Campos de estabilidad de formas de fondo en flujos de agua uniformes y unidireccionales en un gráfico de velocidad-diámetro para alturas de flujo de 0,25-0,4 (m) (modificado de Southard Boguchwal, 1990). Los tipos de formas de fondo son: (●) dunas de forma linguoide, (-) dunas con rizos superpuestos y (×) lecho plano (nivel superior) con dunas diluidas.	28
4.5. Formas de fondo obtenidas con lecho de microesferas de vidrio.	29
4.6. Formas de fondo obtenidas con lecho de arena.	30
4.7. Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 1120$, $Fr = 1,05$, $Re_{*p}^K = 1,61$ y $d_s = 0,000325[m]$	31
4.8. Gasto sólido de fondo adimensional en función del exceso de esfuerzo de corte de fondo. Resultados experimentales y relaciones por Charru & Mouilleron-Arnould (2002) y Charru et al. (2004) (Ver Capítulo 2).	32

4.9. Gasto sólido de fondo adimensional en función del exceso de esfuerzo de corte relativo de fondo. Resultados experimentales y relaciones por Charru & Mouilleron-Arnould (2002) y Charru et al. (2004) (Ver Capítulo 2). Coeficiente de correlación de la línea de tendencia corresponde a $R^2 = 0,156$	32
4.10. Gasto sólido de fondo escalado por un término viscoso en función de una relación de Cheng (2004), entre el número de Reynolds modificado de la partícula y el esfuerzo de corte adimensional. Coeficiente de correlación de la línea de tendencia corresponde a $R^2 = 0,051$	33
4.11. Gasto sólido de fondo escalado por el peso sumergido en función de una relación de Cheng (2004), entre el número de Reynolds modificado de la partícula y el esfuerzo de corte adimensional. Coeficiente de correlación de la línea de tendencia corresponde a $R^2 = 0,291$	34
4.12. Gasto sólido de fondo escalado por un término viscoso que depende de la velocidad friccional y el diámetro de la partícula ($\mu_{eff*} = K \left(\frac{2u_*}{d_s}\right)^{(n-1)}$), en función de una relación de Cheng (2004), entre el número de Reynolds modificado de la partícula y el esfuerzo de corte adimensional. Coeficiente de correlación de la línea de tendencia corresponde a $R^2 = 0,059$	34
4.13. Gasto sólido de fondo escalado por el peso sumergido y los parámetros reológicos en función del exceso de esfuerzo de corte de fondo.	35
4.14. Gasto sólido de fondo escalado por el peso sumergido y los parámetros reológicos en función del exceso de esfuerzo de corte de fondo relativo. Coeficiente de correlación de la línea de tendencia corresponde a $R^2 = 0,182$	36
4.15. Gasto sólido de fondo escalado por el peso sumergido y los parámetros reológicos en función de una relación de Cheng (2004), entre el número de Reynolds modificado de la partícula y el esfuerzo de corte adimensional. Coeficiente de correlación de la línea de tendencia corresponde a $R^2 = 0,060$	36
4.16. Gasto sólido de fondo adimensional (q_{sK}) en función de una relación entre el número de Galileo y el exceso de esfuerzo de corte. Coeficiente de correlación de la línea de tendencia corresponde a $R^2 = 0,584$	38
4.17. Relación entre la amplitud de onda escalada con el diámetro de la partícula y el número de Froude. Coeficiente de correlación de la línea de tendencia corresponde a $R^2 = 0,178$	39
4.18. Relación entre la amplitud de onda escalada con el diámetro de la partícula y el número de Reynolds. Coeficiente de correlación de la línea de tendencia corresponde a $R^2 = 0,42$	40
4.19. Relación entre la amplitud de onda escalada con el diámetro de la partícula y el número de Reynolds modificado de la partícula. Coeficiente de correlación de la línea de tendencia corresponde a $R^2 = 0,18$	40
4.20. Relación entre la longitud de onda escalada con la altura de flujo y el número de Reynolds de flujo. Coeficiente de correlación de la línea de tendencia corresponde a $R^2 = 0,170$	41
4.21. Relación entre la longitud de onda escalada con la altura de flujo y el número de Froude. Coeficiente de correlación de la línea de tendencia corresponde a $R^2 = 0,496$	42

4.22. Relación entre la longitud de onda escalada con la altura de flujo y el número de Reynolds modificado de la partícula. Coeficiente de correlación de la línea de tendencia corresponde a $R^2 = 0,179$	42
4.23. Celeridad de la onda escalada con la velocidad friccional y la velocidad media de flujo en función del número de Froude. Coeficientes de correlación de las líneas de tendencia corresponden a $R^2 = 0,447$ (gráfico al costado izquierdo) y $R^2 = 0,351$ (gráfico al costado derecho).	43
4.24. Celeridad de la onda escalada con la velocidad friccional y la velocidad media de flujo en función del número de Reynolds. Coeficientes de correlación de las líneas de tendencia corresponden a $R^2 = 0,533$ (gráfico al costado izquierdo) y $R^2 = 0,436$ (gráfico al costado derecho).	44
4.25. Celeridad de la onda escalada con la velocidad friccional y la velocidad media de flujo en función del número de Reynolds modificado de la partícula. Coeficientes de correlación de las líneas de tendencia corresponden a $R^2 = 0,378$ (gráfico al costado izquierdo) y $R^2 = 0,542$ (gráfico al costado derecho).	44
4.26. Celeridad de la onda escalada con la velocidad friccional y la velocidad media de flujo en función de la amplitud escalada por el diámetro característico de las partículas. Coeficientes de correlación de las líneas de tendencia corresponden a $R^2 = 0,295$ (gráfico al costado izquierdo) y $R^2 = 0,262$ (gráfico al costado derecho).	45
4.27. Celeridad de la onda escalada con la velocidad friccional y la velocidad media de flujo en función de la longitud de onda escalada por la altura media de flujo. Coeficientes de correlación de las líneas de tendencia corresponden a $R^2 = 0,55$ (gráfico al costado izquierdo) y $R^2 = 0,502$ (gráfico al costado derecho).	46
4.28. Relación del factor de fricción y el número de Reynolds. Datos experimentales y relación de Burger (2010).	47
4.29. Factor de fricción de las formas de fondo en función del número de Reynolds modificado de la partícula. Coeficiente de correlación de la línea de tendencia corresponde a $R^2 = 0,191$	49
4.30. Coeficiente de fricción asociado a la resistencia por efecto de forma en función del transporte del sedimento. Método de Einstein-Barbarossa. Datos en color rojo y azul corresponde a resultados experimentales.	49
4.31. Relación entre los esfuerzos de corte adimensionales total, τ_* , y asociado a los granos, τ'_* . Método de Engelund. Datos en color rojo y azul corresponde a resultados experimentales.	50
4.32. Comparación del perfil transversal de velocidades con la forma de fondo presente al inicio de un experimento con lecho de arena. (a) Forma de fondo al inicio del experimento. (b) Perfiles transversales de velocidad en la superficie libre al inicio del experimento calculados con PIV.	51
4.33. Comparación del perfil transversal de velocidades con la forma de fondo presente al inicio de un experimento con lecho de microesferas de vidrio. (a) Forma de fondo al inicio del experimento. (b) Perfiles transversales de velocidad en la superficie libre al inicio del experimento calculados con PIV.	51
4.34. Comparación del perfil transversal de velocidades con la forma de fondo presente al final de un experimento con lecho de arena. (a) Forma de fondo al final del experimento. (b) Perfiles transversales de velocidad en la superficie libre al final del experimento calculados con PIV.	52

4.35. Comparación del perfil transversal de velocidades con la forma de fondo presente al final de un experimento con lecho de microesferas de vidrio. (a) Forma de fondo al final del experimento. (b) Perfiles transversales de velocidad en la superficie libre al final del experimento calculados con PIV.	53
A.1. Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 1120$, $Fr = 1,05$, $Re_{*p}^K = 1,61$ y $d_s = 0,000325[m]$	59
A.2. Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 866$, $Fr = 1,14$, $Re_{*p}^K = 0,91$ y $d_s = 0,000325[m]$	60
A.3. Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 1667$, $Fr = 1,32$, $Re_{*p}^K = 1,33$ y $d_s = 0,000325[m]$	61
A.4. Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 1833$, $Fr = 1,28$, $Re_{*p}^K = 1,25$ y $d_s = 0,000325[m]$	62
A.5. Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 2010$, $Fr = 0,83$, $Re_{*p}^K = 1,11$ y $d_s = 0,000183[m]$	63
A.6. Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 1296$, $Fr = 1,48$, $Re_{*p}^K = 0,94$ y $d_s = 0,000183[m]$	64
A.7. Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 1161$, $Fr = 1,52$, $Re_{*p}^K = 0,67$ y $d_s = 0,000183[m]$	65
A.8. Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 2059$, $Fr = 1,68$, $Re_{*p}^K = 0,92$ y $d_s = 0,000183[m]$	66
A.9. Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 1864$, $Fr = 0,94$, $Re_{*p}^K = 0,44$ y $d_s = 0,000151[m]$	67
A.10. Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 1071$, $Fr = 0,91$, $Re_{*p}^K = 0,55$ y $d_s = 0,000151[m]$	68
A.11. Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 1678$, $Fr = 0,96$, $Re_{*p}^K = 1,14$ y $d_s = 0,000151[m]$	69
A.12. Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 1678$, $Fr = 0,68$, $Re_{*p}^K = 0,64$ y $d_s = 0,000098[m]$	70
A.13. Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 1277$, $Fr = 0,91$, $Re_{*p}^K = 0,39$ y $d_s = 0,000098[m]$	71
A.14. Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 1031$, $Fr = 0,49$, $Re_{*p}^K = 0,21$ y $d_s = 0,000098[m]$	72
A.15. Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 1062$, $Fr = 1,06$, $Re_{*p}^K = 0,34$ y $d_s = 0,000183[m]$	73
A.16. Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 853$, $Fr = 0,66$, $Re_{*p}^K = 0,27$ y $d_s = 0,000183[m]$	74
A.17. Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 782$, $Fr = 1,17$, $Re_{*p}^K = 0,36$ y $d_s = 0,000183[m]$	75
A.18. Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 901$, $Fr = 1,14$, $Re_{*p}^K = 0,92$ y $d_s = 0,000325[m]$	76
A.19. Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 475$, $Fr = 0,98$, $Re_{*p}^K = 0,36$ y $d_s = 0,000325[m]$	77
A.20. Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 366$, $Fr = 0,61$, $Re_{*p}^K = 0,43$ y $d_s = 0,000265[m]$	78
A.21. Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 622$, $Fr = 1,11$, $Re_{*p}^K = 0,64$ y $d_s = 0,000265[m]$	79

A.22.Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 204$, $Fr = 0,36$, $Re_{*p}^K = 0,36$ y $d_s = 0,000265[m]$ 80

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

La interacción entre un lecho granular no cohesivo y un fluido, bajo ciertas condiciones, puede generar ondas sedimentarias conocidas como formas de fondo. Estas formaciones pueden encontrarse en arroyos naturales con lechos de arena y en áreas costeras, alterando la geomorfología del terreno.

Adicionalmente, las formas de fondo pueden encontrarse en procesos industriales y mineros. Por ejemplo, en el transporte de relaves de una mezcla sólido-líquida, donde el material grueso en suspensión puede sedimentar formando un lecho apropiado para la formación de formas de fondo. Por otro lado, la mezcla de agua con las partículas más finas del relave puede considerarse equivalente a un fluido no-newtoniano. Según Spelay (2007), mezclas que contienen tanto arcilla como partículas de arena gruesa típicamente exhiben comportamiento reológico no newtoniano.

Los canales abiertos o canaletas son bastante utilizados para el transporte de relaves debido a su mayor facilidad para la inspección y mantención. Adicionalmente, como en Chile las industrias mineras se encuentran generalmente en sectores montañosos, las pendientes son favorables para el uso de canaletas (Nielsen, 2014).

Las ondas sedimentarias no son deseables en sistemas mineros porque aumentan la resistencia al flujo, produciendo un aumento en la pérdida de energía (Tamburrino et al. 2016). El fenómeno físico asociado al transporte hidráulico de sólidos no ha sido cabalmente estudiado, aún menos al considerar el efecto que genera la reología del fluido. La mayoría de los modelos de flujo han sido desarrollados para flujos que exhiben comportamiento newtoniano, por lo tanto, el estudio de flujos de fluidos no newtonianos es necesario para entender los mecanismos de transporte hidráulico de sólidos, para mejorar y optimizar el diseño de transporte de relaves.

El presente estudio es una continuación del trabajo experimental realizado por Negrete (2014) en su memoria de título, que busca estudiar la generación de formas de fondo en un lecho de partículas sólidas bajo la acción de un fluido no newtoniano en superficie libre.

En este trabajo se aplica una nueva metodología experimental no intrusiva para determinar las características físicas de las formas de fondo. Adicionalmente, se analizan los perfiles de velocidad en la superficie con la metodología PIV, antes y después de la aparición de las formas de fondo.

1.2. Objetivos

1.2.1. Generales

Estudiar experimentalmente la aparición de formas de fondo al someter un lecho de material granular no cohesivo, inicialmente plano, a un flujo laminar de un fluido pseudoplástico en canales de forma rectangular bajo diferentes condiciones hidráulicas, como pendiente, caudal y reología.

1.2.2. Específicos

1. Identificar las condiciones hidráulicas bajo las cuales se generan formas de fondo.
2. Analizar las características morfológicas de las formas de fondo como amplitud y longitud de onda. Cuantificar la resistencia al flujo que generan las formas de fondo, su celeridad y el gasto sólido de fondo.
3. Medir y analizar el perfil de velocidades en la superficie del flujo antes y después de la aparición de las formas de fondo.
4. Analizar los resultados obtenidos, buscando relaciones empíricas cualitativas y cuantitativas que describan la generación de formas de fondo.

1.3. Contenidos del informe

El presente trabajo de memoria de título se compone de cinco capítulos:

- **Introducción:** Se describe el fenómeno estudiado y su presencia e importancia en procesos industriales y mineros.
- **Marco Teórico:** Se recopilan estudios que abordan el fenómeno para entender el tema. Se divide en tres secciones: fluidos no newtonianos, transporte de sedimentos y sistema de medición PIV.
- **Metodología:** Se describe la instalación experimental, el tipo de sedimento utilizado y la generación del fluido tipo ley de potencia. Se presentan las condiciones experimentales y la metodología de procedimiento de imágenes y resultados.
- **Resultados:** Se presentan y analizan los principales resultados obtenidos experimentalmente.
- **Conclusiones:** Se presentan las principales conclusiones del análisis de resultados.

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1. Fluidos no newtonianos

Los fluidos no newtonianos son aquellos donde la relación entre la tasa de deformación angular $\dot{\gamma}$ y el esfuerzo de corte τ no es lineal. En este caso más de un parámetro es requerido para relacionar el esfuerzo de corte con la deformación angular aplicada. Las ecuaciones del modelo constitutivo para algunos fluidos no newtonianos, independientes del tiempo, se muestran a continuación:

- Ley de potencia: Dos parámetros

$$\tau = K\dot{\gamma}^n \quad (2.1)$$

- Bingham: Dos parámetros

$$\tau = \tau_y + \mu_p\dot{\gamma} \quad (2.2)$$

- Herschel-Bulkley: Tres parámetros

$$\tau = \tau_y + K\dot{\gamma}^n \quad (2.3)$$

- Casson: Dos parámetros

$$\tau^{1/2} = \tau_y^{1/2} + (\mu_c\dot{\gamma})^{1/2} \quad (2.4)$$

Donde τ_y corresponde al esfuerzo de corte de fluencia, μ la viscosidad dinámica, μ_c la viscosidad de Casson, K y n los índices de consistencia y flujo, respectivamente. En este trabajo se estudia el flujo uniforme de fluidos pseudoplásticos, que son del tipo ley de potencia u Ostwald-de Waele, donde $n < 1$, por lo que se utiliza la expresión 2.1 para representar el modelo reológico (Chhabra y Richardson, 2011).

Burger et al. (2010) define el número de Reynolds para fluidos pseudoplásticos como:

$$Re = \frac{\rho v^{2-n} R_H^n}{2^{n-3} K} \quad (2.5)$$

Donde ρ es la densidad del fluido, v la velocidad promedio del flujo y R_H el radio hidráulico. Luego, a partir de la expresión 2.5 y la definición general del número de Reynolds (Ecuación 2.6) se encuentra una ecuación para la viscosidad efectiva μ_{eff} (Ecuación 2.7).

$$Re = \frac{\rho v^4 R_H}{\mu_{eff}} \quad (2.6)$$

$$\mu_{eff} = K \left(\frac{2v}{R_H} \right)^{n-1} \quad (2.7)$$

Mientras más viscoso es el fluido, es más probable encontrar flujo laminar, por lo tanto, es importante determinar el régimen de flujo para ciertas condiciones. Haldenwang et al. (2010) define el número de Reynolds crítico (Re_c) desde el cual comienza la transición a flujo turbulento como una relación empírica que depende del número de Froude, $Fr = v/\sqrt{gh}$ (donde g es la aceleración por gravedad y h de la altura del flujo). Su estudio se realizó para flujos con un amplio rango de número de Reynolds comprendido entre $1 < Re < 10^4$.

$$Re_c = 853,1 \left(\frac{\mu_{\dot{\gamma}=100 \text{ s}^{-1}}}{\mu_w} \right)^{-0,21} Fr + 1,263 \times 10^4 \left(\frac{\mu_{\dot{\gamma}=100 \text{ s}^{-1}}}{\mu_w} \right)^{-0,75} \quad (2.8)$$

Donde μ_w es la viscosidad del agua y $\mu_{\dot{\gamma}=100 \text{ s}^{-1}}$ la viscosidad aparente del fluido para una tasa de deformación angular $\dot{\gamma} = 100 \text{ s}^{-1}$.

El criterio para definir la condición crítica para un flujo (subcrítico o supercrítico) con un perfil de velocidad no uniforme, se deriva de la ecuación de momento dada por $Fr^2 = 1/\beta$, donde β es el coeficiente de Boussinesq para el flujo uniforme de un fluido de ley de potencia, obtenido a partir de la expresión del perfil de velocidades en régimen laminar deducido por Carrillo (2011).

$$\beta = \frac{4n + 2}{3n + 1} \quad (2.9)$$

Straub et al. (1956) presentó un estudio para flujo laminar de fluidos newtonianos en canales abiertos con varias secciones transversales, en el cual se muestra que los resultados en régimen laminar pueden definirse por una ley general $f = a/Re$, donde f es el factor de fricción de Fanning, Re el número de Reynolds para fluidos newtonianos y a es un coeficiente numérico dependiente de la forma del canal, que para secciones transversales rectangulares es igual a 16,4 (Burger et al., 2010).

$$f = \frac{16,4}{Re} \quad (2.10)$$

2.2. Transporte de sedimentos

La iniciación de formas de fondo, rizos o dunas, todavía no puede explicarse a cabalidad. Raudviki y Witte (1990) argumentan que dado que los rizos no se forman en flujo laminar, la iniciación debe ser una función de la turbulencia, es decir, las primeras perturbaciones se producen de procesos turbulentos en la superficie del lecho (Coleman y Melville, 1996). Por otra parte, Cheng (2004) dice que para flujos laminares, las perturbaciones turbulentas desaparecen y la inestabilidad de las partículas del lecho está asociada mayoritariamente con su aleatoriedad geométrica, dado que cada una puede ser diferente de las otras por su tamaño, forma y posición en el lecho, por lo que las características aleatorias del lecho se convierten en un factor dominante en el transporte de sedimentos.

Las leyes de transporte son generalmente escritas como funciones del parámetro de Shields ($\tau_* = \tau / [(\rho_s - \rho)gd_s]$), que compara el esfuerzo tangencial aplicado al lecho con la fuerza normal (usualmente el peso de la capa superior de granos). Contrario a esto, Devauchelle et al. (2010) postulan que se debe tomar en cuenta tanto el efecto de la pendiente del lecho o el tiempo requerido para que el flujo de partículas llegue al equilibrio.

La tasa de generación y desarrollo de formas de fondo para flujos laminares en canales es notoriamente más lento que en flujos aluviales. Esto puede atribuirse a los efectos de la viscosidad relativa, sin embargo, para ambos la tasa de desarrollo de formas de fondo aumenta con el flujo (Coleman y Eling, 2000). Experimentos en canales de flujo en régimen laminar con arena muy fina realizados por Bass (1999), muestran que el desarrollo de rizos desde un lecho plano es independiente de la velocidad del flujo. A cualquier velocidad, los rizos evolucionan de una forma incipiente, a un frente casi perpendicular a la dirección del flujo, luego pasan a ser sinuosas y de forma linguoide en no equilibrio, para posteriormente adoptar una morfología linguoide en equilibrio, como se observa en la Figura 2.1. El tiempo necesario para alcanzar un plano linguoide en equilibrio va desde varios minutos a más de 100 horas, siendo mayor este tiempo para arenas finas que arenas muy finas (Baas, 1999).

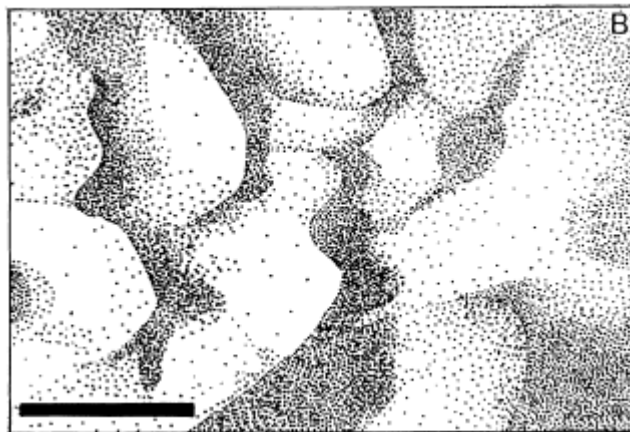


Figura 2.1: Rizos linguoides en equilibrio. Fuente: Baas (1999).

Para que se generen formas de fondo en lecho granulares no cohesivos, el esfuerzo de corte en el fondo (τ) debe ser lo suficientemente grande para superar la condición de arrastre

incipiente, caracterizado por el esfuerzo de corte crítico adimensional (τ_{*c}). Tamburrino et al. (2016) estudia teórica y experimentalmente el arrastre incipiente de las partículas en flujos laminares de fluidos pseudoplásticos, tipo ley de potencia, modificando el número de Reynolds de la partícula de la siguiente manera.

$$Re_{*p}^K = \frac{\rho u_*^{2-n} d_s^n}{K} \quad (2.11)$$

Donde u_* es la velocidad friccional y d_s el diámetro característico de las partículas del lecho. Como resultado, se obtuvo que la condición incipiente de movimiento está bien descrita por el diagrama de Shields, presentando una ecuación válida para $Re_{*p}^K < 1$:

$$\tau_{*c} = 0,1 Re_{*p}^{K-0,2} \quad (2.12)$$

2.2.1. Gasto sólido de fondo

Cheng (2004) afirma que resultados teóricos muestran que el gasto sólido de fondo para flujos laminares es dependiente del esfuerzo de corte adimensional (τ_*) y del número de Reynolds de la partícula. Teóricamente, para flujo turbulento el efecto viscoso en la estructura cercana al lecho del flujo no puede ser ignorado si el número de Reynolds de la partícula es pequeño ($Re_* = u_* D / \nu < 70$), donde ν es la viscosidad cinemática del fluido. A partir de análisis adimensional, se puede deducir que el gasto sólido de fondo adimensional (q_*) debería depender tanto de τ_* y Re_* . Esto implica que las fórmulas existentes pueden ser aplicables solo para condiciones de borde hidráulicas rugosas. Por lo tanto, debería ser más importante investigar cómo incluir el número de Reynolds de la partícula en tasas de transporte de sólidos de fondo que desarrollar otra expresión entre q_* y τ_* . El mismo autor propone dos definiciones para el gasto sólido de fondo adimensional q_* dependientes del esfuerzo de corte adimensional τ_* , el diámetro adimensional D_* , el número de Reynolds de la partícula Re_* y una constante a_3 .

$$q_* = a_3 D_*^{1,5} [\sinh(0,139 \tau_*^2 D_*^{0,58})]^2 \quad (2.13)$$

$$q_* = a_3 \tau_*^{-0,5} Re_* [\sinh(0,139 \tau_*^{1,81} Re_*^{0,39})]^2, \quad (2.14)$$

donde $q_* = q_s / (d_s \sqrt{\Delta g d_s})$, con q_s el gasto sólido de fondo volumétrico por unidad de ancho, $\Delta = ((\rho_s - \rho) / \rho)$, ρ_s y ρ la densidad del sedimento y del fluido respectivamente, $D_* = (\Delta g / \nu^2)^{1/3} d_s$, a_3 una constante, ν la viscosidad cinemática del fluido y el parámetro de Shields τ_* .

Al igual que Cheng, Grass et al. (1982) proponen una expresión para el gasto sólido de fondo para flujos laminares y turbulentos en función del número de Shields y el número de Reynolds de la partícula, a partir de la realización de una serie de experimentos en canales.

$$q_s = a(\tau_* Re_*^{0,64})^b \quad (2.15)$$

$$\text{Laminar} = \begin{cases} (1) & a = 1,63 & b = 2,39 \\ (2) & a = 1,54 & b = 2,7 \\ (3) & a = 3,24 & b = 2,67 \end{cases} \quad (2.16)$$

$$\text{Turbulento} = \{ (4) & a = 2,04 & b = 2,67 \} \quad (2.17)$$

Donde (1), (2), (3) y (4) representan distintos tramos de la curva del gasto sólido de fondo en función de una relación del número de Reynolds de la partícula y el esfuerzo de corte adimensional. En la Tabla 2.1 se definen los rangos de $\tau_* Re_*^{0,64}$ y q_s donde se encuentra cada tramo.

Tabla 2.1: Definición de tramos de la curva del gasto sólido de fondo en función de una relación del número de Reynolds de la partícula y el esfuerzo de corte adimensional, determinada por Grass et al. (1982).

Tramo	$\tau_* Re_*^{0,64}$	q_s
(1)	0,6-2	0,3-10
(2)	0,2-0,6	0,02-0,3
(3)	0,1-0,2	0-0,02
(4)	2-10	0,03-4

Otras expresiones para el gasto sólido de fondo (q_s) bajo la acción de flujos laminares han sido propuestas por Charru y Mouilleron-Arnold (2002) y Charru et al. (2004) dependientes del exceso del número de Shields, $(\tau_* - \tau_{*c})$. El gasto sólido de fondo se escala considerando la importancia de la viscosidad del fluido en el transporte de sedimentos. Las ecuaciones 2.18 y 2.19 corresponde a las expresiones propuestas por Charru y Mouilleron-Arnold (2002) y Charru et al. (2004), respectivamente.

$$q_*^{vis} \equiv \frac{q_s \mu_{eff}}{(\rho_s - \rho) g d_s^3} = 0,42(\tau_* - \tau_{*c}) \quad (2.18)$$

$$q_*^{vis} \equiv \frac{q_s \mu_{eff}}{(\rho_s - \rho) g d_s^3} = 0,025\tau_*(\tau_* - \tau_{*c}) \quad (2.19)$$

Para este estudio, como los fluidos son de tipo ley de potencia, μ_{eff} se define como la ecuación 2.7.

2.2.2. Amplitud y longitud de onda

La mayoría de las teorías sobre la generación de formas de fondo a partir de un lecho plano predicen que los parámetros como amplitud y longitud de onda son principalmente funciones del flujo. Coleman & Melville (1996) observaron que la tasa de generación de formas de fondo

desde un lecho plano aumenta con el esfuerzo de corte de fondo y disminuye con el diámetro de las partículas.

Según Baas & De Koning (1995), una disminución lineal en la altura y longitud de los rizos se observa con el aumento de la velocidad del flujo para arenas finas. Adicionalmente, para bajos números de Reynolds ($Re < 15$) la longitud de onda pareciera ser independiente de este último parámetro y la amplitud para arena más fina ($d_s < 0,236$ mm) tiene un ligero aumento con éste.

Por otra parte, Coleman & Melville (1996) para flujo turbulento en canales demuestran que la longitud de onda escalada con el diámetro medio geométrico de la partícula (λ/d_s) no muestra aparente dependencia con el exceso de esfuerzo de corte relativo $(\tau_* - \tau_{*c})/\tau_{*c}$, pero sí con el número de Reynolds crítico de la partícula $R_{*c} = d_s u_{*c}/\nu$, donde u_{*c} es la velocidad friccional crítica, como se muestra en la expresión 2.20, por lo que la longitud de onda depende más del diámetro de las partículas que del esfuerzo de corte sobre el lecho. En un estudio posterior de Coleman & Eling (2000) se observa que esta propiedad de la longitud de onda se repite para flujos laminares en canales, definiendo la expresión 2.21, donde λ corresponde a la longitud de onda en milímetros al igual que el diámetro de la partícula.

$$(\lambda/d_s)R_{*c}^{0,2} = 10^{2,5} \quad (2.20)$$

$$\lambda = 175 d_s^{0,75} \quad (2.21)$$

De acuerdo a Zhang et al. (2009), estudios demuestran que la geometría morfológica de las formas de fondo no depende de la altura de flujo, sino de cinco parámetros: la densidad del fluido ρ , la densidad del sedimento ρ_s , la viscosidad cinemática ν , la velocidad friccional del flujo u_* y el diámetro característico de las partículas del lecho. Estos autores utilizan dos parámetros adimensionales: el número material (Ξ) definido en la ecuación 2.22.

$$\Xi = \frac{\rho_s g d_s^3}{\rho \nu^2}, \quad (2.22)$$

que refleja las características de las partículas de arena y los fluidos, y el número de Reynolds de la partícula Re_* , para definir la longitud de onda escalada con el diámetro de la partícula en la ecuación 2.23.

$$\frac{\lambda}{d_s} = \frac{3000}{\Xi^{0,88} \sqrt{Re_*} (1 - 0,22 \sqrt{Re_*})} \quad (2.23)$$

Negrete (2014) define una expresión para la longitud de onda a partir de estos parámetros (Ecuación 2.24, válida para flujos laminares de fluidos pseudoplásticos, tipo ley de potencia).

$$\frac{\lambda}{h} = 0,75 \left(\frac{\rho u^{2-n} d_s^n}{K} \right)^{0,38} \quad (2.24)$$

Adicionalmente, Negrete (2014) definió una expresión que relaciona la amplitud y la celeridad de la onda (c) para flujos laminares de fluidos pseudoplásticos en canales, de la cual se observa que la celeridad de onda disminuye a medida que esta crece, lo cual condice con la conclusión de Niño et al. (2002), en experimentos con agua en flujo turbulento.

$$\frac{a}{h} = 0,0009 \left(\frac{c \Delta g d_s}{u_*^3} \right)^{-1,43} \quad (2.25)$$

2.3. Sistema de medición PIV

La velocimetría por imagen de partículas (PIV) es un sistema de medición óptico del flujo, que se basa en la interacción (refracción, absorción o dispersión) de una luz (visible) con un medio no homogéneo. En el caso particular del PIV, el movimiento del fluido se hace visible al agregar partículas trazadoras y de las posiciones de éstas en dos instancias de tiempo, se infiere el campo de velocidad del flujo.

Según Westerweel (1997) las partículas trazadoras son consideradas como un patrón observable ligado al fluido. Los patrones de las partículas en dos instantes consecutivos corresponden a las entradas y salidas del sistema, mientras que el campo de velocidades se infiere de un análisis de señales. Posteriormente, el patrón trazador es relacionado a las imágenes digitales observadas y se les aplica una descripción estadística para estimar el desplazamiento de la partícula como una función de resolución espacial.

Las partículas trazadoras son consideradas ideales cuando siguen exactamente el movimiento del flujo sin alterarlo sus propiedades y no interactúan entre ellas. La velocidad es medida indirectamente, como un desplazamiento $D(X; t', t'')$ del trazador en la posición X en un intervalo finito de tiempo $\Delta t = t'' - t'$.

$$D(X; t', t'') = \int_{t'}^{t''} v[X(t), t] dt \quad (2.26)$$

Donde $v[X(t)]$ es la velocidad de la partícula trazadora. Para partículas trazadoras ideales la velocidad del trazador v es igual a la velocidad local del fluido $u(X, t)$. Adicionalmente, la ecuación 2.26 implica que el campo de desplazamiento solo provee información sobre la velocidad promedio a lo largo de la trayectoria en un tiempo Δt .

La información del flujo solo se obtiene de las ubicaciones donde las partículas trazadoras están presentes. Como estas están distribuidas aleatoriamente en el flujo, el desplazamiento de una partícula individual constituye una muestra aleatoria del campo de desplazamiento, y diferentes muestras constituyen distintas estimaciones de D (Westerweel, 1997).

Capítulo 3

Metodología

3.1. Instalación experimental

Los resultados presentados en este trabajo se generan a partir de experimentos realizados en un canal de acrílico, de sección transversal rectangular de 360 cm de largo, 11,5 cm de ancho y 14 cm de alto, con pendiente i variable.

Un sistema de recirculación cerrado permite que un caudal Q sea descargado al canal desde aguas arriba. Este consta de las estructuras que son demostradas en la Figura 3.1.

- Estanque cilíndrico de descarga de 85 cm y 52 cm de alto y diámetro, respectivamente, relleno con aproximadamente 170 litros de fluido no-newtoniano.
- Tubería de PVC de 2" de diámetro, donde circula el fluido desde el estanque de descarga a la bomba.
- Bomba centrífuga EBARA 3M 50-125/3, que impulsa el fluido desde la tubería al estanque de carga inferior.
- Cámara de carga superior de 22x22x25 cm de largo, ancho y alto, respectivamente. Recibe el fluido de la bomba y lo lleva al estanque de carga inferior.
- Cámara de carga inferior de 30x20x40 cm de largo, ancho y alto, respectivamente. Dirige el fluido del estanque de carga superior al canal haciéndolo pasar por un aquietador de flujo de tipo panal de abeja, que al producir pérdida de energía al flujo controla la turbulencia de entrada al canal.

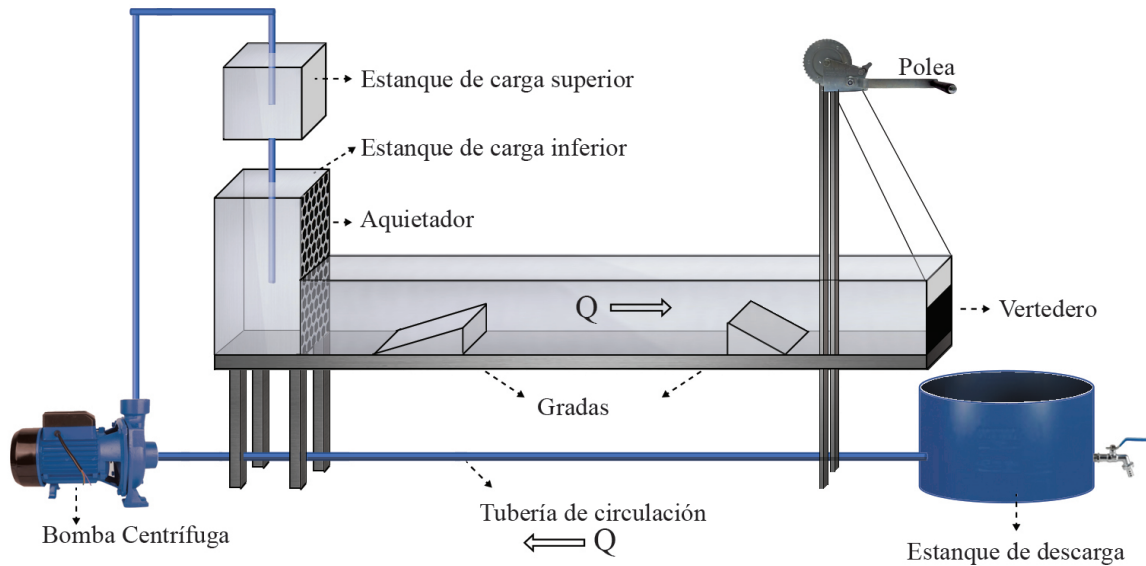


Figura 3.1: Esquema de los componentes del montaje experimental.

El lecho granular es contenido por dos gradas triangulares de 3 cm de alto, colocadas cercanas a ambos extremos del canal. Un vertedero es colocado al final del canal para controlar el flujo en ciertas condiciones experimentales.

La zona de estudio se ubica en la zona central del canal para lo cual se construyeron dos plataformas desmontables que se colocan sobre el canal, para sostener una cámara fotográfica Canon EOS REBEL T3i y dos láseres CivilLaser de potencia ajustable (máxima 300 mW) cuya luz emitida tiene una longitud de onda de 532 nm (verde). La cámara se coloca mirando el perfil transversal del canal con su eje de colimación inclinado respecto a la vertical. Los láseres se posicionan verticalmente separados por 1 cm de distancia en promedio, emitiendo dos rayos perpendiculares a la dirección del flujo, los que al pasar por dos lentes cilíndricos generan dos planos de iluminación paralelos entre sí y perpendiculares a las paredes del canal.

La zona de estudio es iluminada por una hilera de luces LED instaladas detrás de una placa de acrílico blanco, cuya función es atenuar la luz verde emitida por los láseres. En la figura 3.2 se presenta un esquema de la instalación experimental donde se observa la disposición de la cámara y los láseres. Por otra parte, en la Figura 3.3 se muestran dos fotografías captadas durante el desarrollo de un experimento.

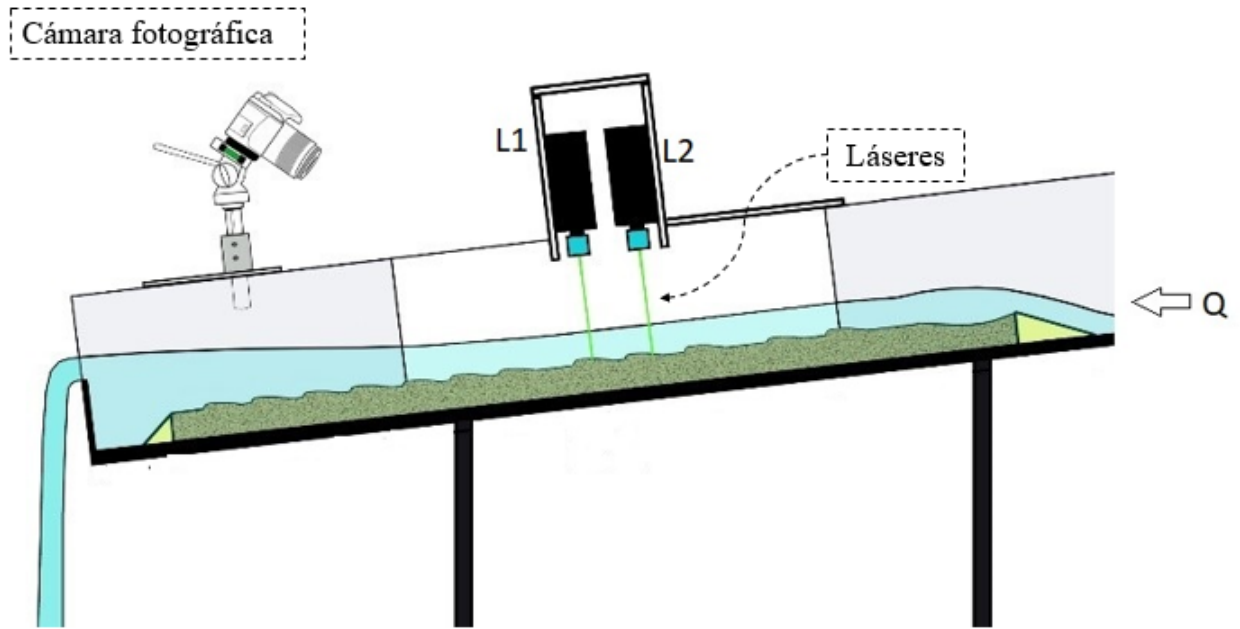
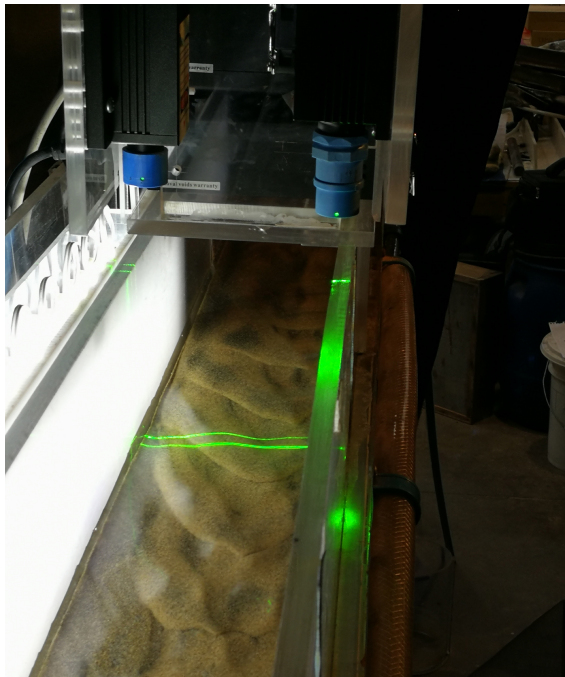
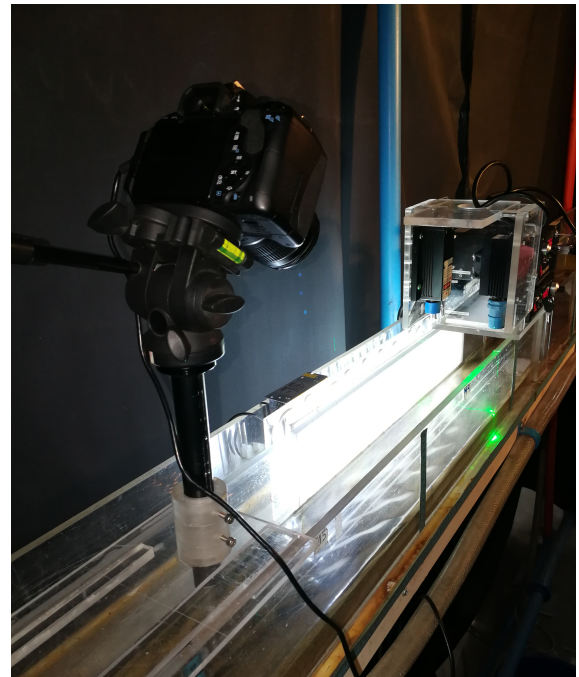


Figura 3.2: Esquema instalación experimental.



(a) Estructura de láseres sobre el canal



(b) Posición de la cámara sobre el canal.

Figura 3.3: Fotografías del montaje experimental

La instalación experimental está contenida dentro de una carpa negra de tal manera que los cambios en la iluminación del laboratorio no afecten las mediciones.

3.2. Sedimento

El lecho utilizado en los experimentos es obtenido a partir de muestras de arena y microesferas de vidrio de marca Ballotini y Lorenzini, tamizadas para generar cinco lechos con diámetro característico uniforme de gravedad específica $G_s = 2,65$.

Las partículas utilizadas tienen comportamiento no cohesivo, por lo tanto, las propiedades electroquímicas no influyen en su interacción ni en el flujo. En la Tabla 3.1 los diámetros característicos de los cinco tamaños de partículas y la apertura de los tamices utilizados para obtenerlos.

Tabla 3.1: Diámetros medios de cada tamaño de partículas utilizado.

Material	Diámetro medio d_s [μm]	Aberturas tamices [μm]
Arena	325	240-410
	182,5	125-240
Microesferas de vidrio	265	180-350
	151	122-180
	98	74-122

3.3. Generación fluido pseudoplástico

Para generar los fluidos pseudoplásticos se utilizaron mezclas de agua con carboximetilcelulosa (CMC) en concentraciones de 0,2; 0,25; 0,3 y 0,35 % en peso. Utilizando un reómetro Anton Paar RheolabQC se obtiene de dos muestras (inicial y final) los índices de consistencia y flujo, K y n respectivamente, y la viscosidad para una deformación angular de 100 1/s, para cada temperatura dentro del rango inicial y final. Luego, los resultados de ambas muestras se promedian. En la Figura 3.4 se presenta un reograma de una muestra inicial de fluido de mezcla de agua y CMC al 0,25 % de un experimento. En la Tabla C.5 del apéndice C del Anexo se resumen los valores obtenidos en cada experiencia. En la Tabla 3.2 se presentan los rangos de los parámetros para cada concentración de CMC observadas en los experimentos.

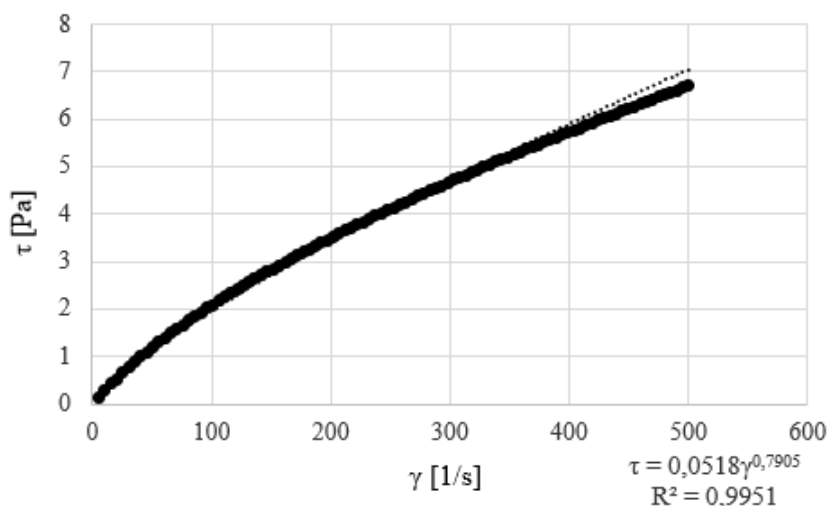


Figura 3.4: Reograma fluido mezcla Agua + CMC al 0,25 %

Tabla 3.2: Rango de índices de consistencia y flujo y viscosidad para deformación angular de 100 ($Pa \cdot s$) para cada concentración de CMC.

Parámetros	0,2 %	0,25 %	0,3 %	0,35 %
$K (Pa \cdot s^n)$	0,042-0,053	0,045-0,091	0,069-0,155	0,218-0,232
$n (-)$	0,757-0,797	0,707-0,835	0,66-0,844	0,628-0,629
$\mu_{\gamma=100} s^{-1} (Pa \cdot s)$	0,012-0,016	0,021-0,023	0,031-0,033	0,038-0,041

Dado que la temperatura del fluido influye en el valor de los índices de consistencia y flujo, un ventilador de 130 W de potencia es posicionado sobre el estanque de descarga para evitar grandes cambios en la temperatura del fluido pseudoplástico.

3.4. Condiciones experimentales

Inicialmente el lecho se encuentra plano y se satura con la mezcla de CMC fijando la pendiente del canal en forma horizontal, con el vertedero a una altura cercana al doble de la altura del sedimento y un caudal bajo de tal manera que no haya arrastre de fondo. Luego, se fijan las condiciones de pendiente y caudal donde se observe arrastre generalizado en la zona de estudio. El registro fotográfico comienza cuando una forma de fondo se encuentra aproximadamente a un centímetro del láser aguas arriba y dura entre una y tres horas, tomando fotografías del lecho cada cinco segundos. Las condiciones experimentales se presentan en la Tabla 3.3, donde i es la pendiente del lecho, \bar{h} la altura media del flujo y f el factor de fricción de Darcy. Las condiciones experimentales de la totalidad de las experiencias se presentan en la Tabla C.1 del apéndice C del Anexo.

Tabla 3.3: Condiciones experimentales.

Parámetros	$d_s = 0,098$ mm	$d_s = 0,151$ mm	$d_s = 0,183$ mm	$d_s = 0,265$ mm	$d_s = 0,325$ mm
Q [l/s]	0,75-1,13	0,71-1,19	0,62-1,84	1,03-1,24	0,60-2,13
i [%]	0,96-2,47	0,75-2,64	1,54-2,64	2,02-2,65	1,68-2,91
K [$Pa \cdot s^n$]	0,033-0,041	0,025-0,044	0,039-0,068	0,091-0,232	0,041-0,105
n	0,769-0,804	0,761-0,917	0,757-0,844	0,629-0,707	0,734-0,802
\bar{h} [cm]	1,66-2,64	1,71-2,32	1,16-3,33	1,44-3,00	1,28-2,25
v [m/s]	0,27-0,40	0,36-0,45	0,29-0,67	0,18-0,36	0,36-0,59
Fr	0,49-0,91	0,91-0,96	0,66-1,68	0,36-1,11	0,98-1,32
Re	1031-1678	1071-1864	782-2059	204-622	475-1833
Re_c	2048-2212	2005-2270	1458-2476	927-1695	1317-2102
Régimen	Laminar	Laminar	Laminar	Laminar	Laminar
Re_{sp}^K	0,21-0,64	0,44-1,14	0,27-1,11	0,24-0,7	0,36-1,61
τ_*	0,38-2,30	0,45-2,40	0,25-1,76	0,27-0,71	0,27-1,05
f	0,07-0,21	0,04-0,23	0,06-0,19	0,17-0,27	0,08-0,23
Material	Microesferas de vidrio	Microesferas de vidrio	Arena	Microesferas de vidrio	Arena

3.5. Procesamiento de imágenes

Los planos de iluminación de los láseres al intersectar el lecho plano generan una proyección en dos líneas rectas de iluminación. Luego, la presencia de formas de fondo distorsiona las líneas proyectadas, marcando su contorno. La altura del lecho en el perfil transversal se

extrae de las deformaciones capturadas con la cámara a través de un procesamiento digital de imágenes.

Primero, con Matlab se corta la sección de la figura que contiene la línea completa de cada láser por separado. Posteriormente, se calcula la intensidad de color de la imagen y se binariza (donde los píxeles del color de los láseres toman el valor de 1 y el resto de la figura 0), registrando los píxeles de color verde que delimitan la forma de fondo. Utilizando filtros estadísticos se eliminan puntos y/o segmentos de color verde que se encuentren lejos del promedio en la vertical, manteniendo sólo el contorno de la forma de fondo. Posibles espacios en el contorno, ocasionados por la variación en la intensidad del láser, se rellenan mediante interpolación lineal, al igual que los extremos de la imagen donde se produce mayor distorsión de la luz.

3.5.1. Corrección errores por perspectiva y refracción

Dada la perspectiva de la cámara, el perfil obtenido del procesamiento de imágenes representa la deformación del contorno generado por el láser en el plano perpendicular al ángulo de inclinación de la cámara θ_i . Por lo tanto, se debe realizar una corrección de la medición en cada punto del perfil para obtener la altura vertical de las formas de fondo. En la Figura 3.5 se presenta lo explicado.

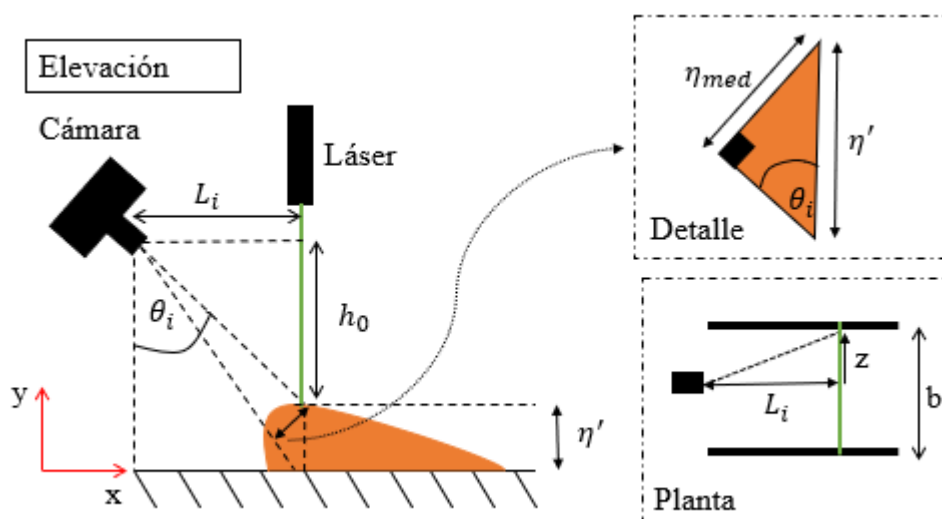


Figura 3.5: Corrección perspectiva de la cámara.

Del esquema de la Figura 3.5 la altura del lecho corregida por perspectiva de cada punto del perfil medido η' se define con la ecuación 3.1, donde η_{med} es la altura en cada punto del perfil obtenida del procesamiento de imágenes.

$$\eta' = \frac{\eta_{med}}{\sin(\theta_i)} \quad (3.1)$$

En la ecuación 3.2 se define el ángulo de inclinación para cada posición ($\theta_i \sim [30^\circ - 50^\circ]$).

Con z la distancia entre el centro del perfil y punto de la medición, L_i la distancia desde el eje óptico a cada láser y h_o la altura desde el eje óptico a la cumbre de la forma de fondo.

$$\theta_i = \arctan \left(\frac{\sqrt{L_i^2 + z^2}}{h_o - \eta_{med}} \right) \quad (3.2)$$

Adicionalmente, se corrigen los errores ocasionados por la refracción del rayo de la cámara con el fluido. Utilizando la ley de Snell y relaciones trigonométricas deducidas por Garcés (2017), se definen las ecuaciones 3.3 y 3.4 para determinar la altura real de la forma de fondo η , donde θ_r corresponde al ángulo del rayo de la cámara refractado.

$$\theta_r = \arcsin \left(\frac{\sin(\theta_i)}{1,33} \right) \quad (3.3)$$

$$\eta = \frac{\tan(\theta_i)}{\tan(\theta_r)} \eta' \quad (3.4)$$

En la Figura 3.6 se presentan las etapas de procesamiento, desde la selección del corte de la imagen a la diferencia entre el contorno corregido (errores por perspectiva y refracción) de la forma de fondo y el originalmente extraído.

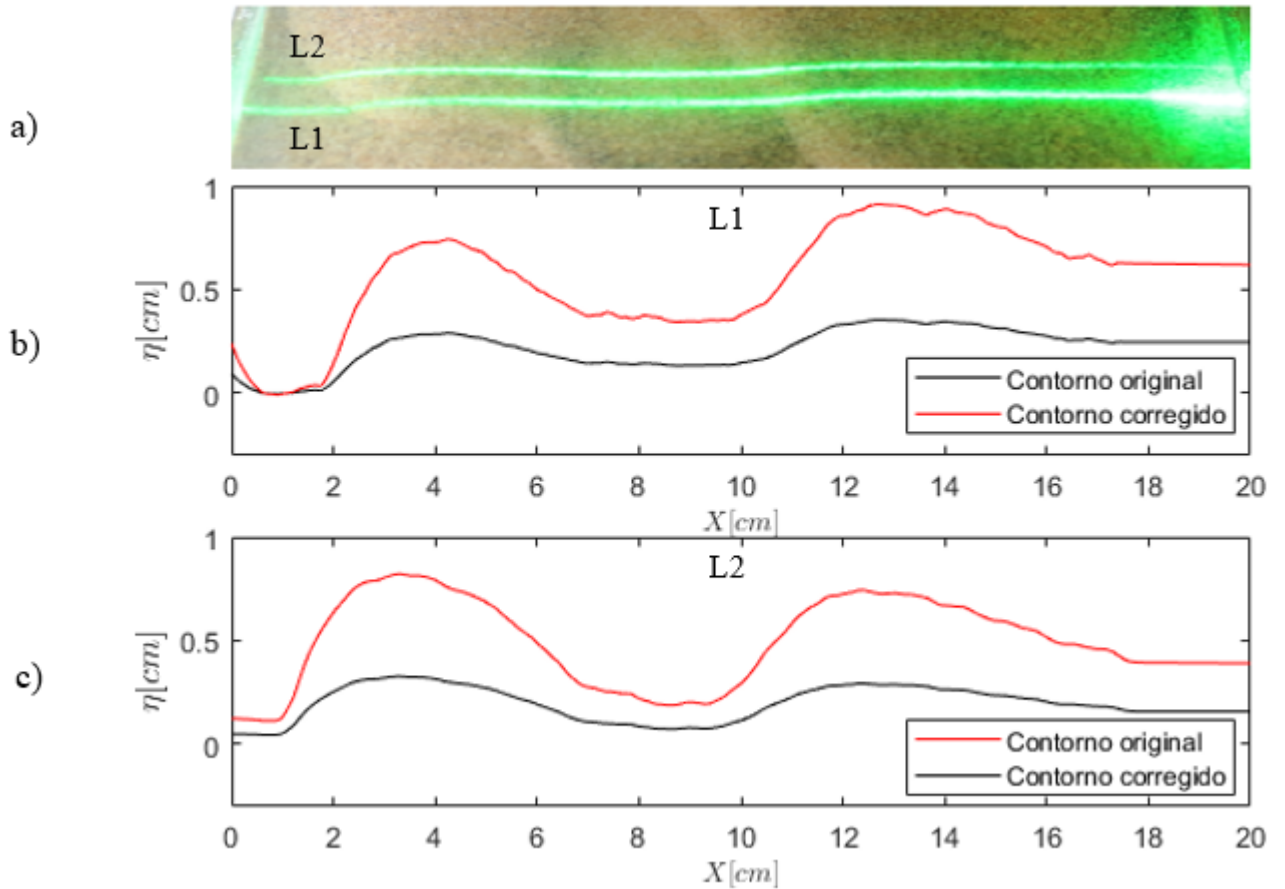


Figura 3.6: Procesamiento de imágenes. (a) Imagen original. (b) Contorno del perfil transversal de una forma de fondo obtenida en L1. (c) Contorno de una forma de fondo obtenida en L2. Líneas de color negro corresponden al contorno original y las de color rojo a las corregidas.

3.6. Procesamiento de resultados

3.6.1. Detección de formas de fondo

Por cada punto de iluminación en el perfil transversal del canal (x_i), definido por el contorno generado por el láser, la altura del lecho es extraída en función del tiempo ($\eta(x_i, t)$). Irregularidades en el perfil causadas por fluctuaciones del flujo y repentinas variaciones en la luz son eliminadas utilizando el filtro Savitzky y Golay (1964), que suaviza la señal al aplicar ajustes polinómicos locales.

Luego, para detectar las formas de fondo, se identifica el máximo local de todos los perfiles y el tiempo en que ocurren. No todos los máximos locales corresponden a formas de fondo, sino que a pequeñas irregularidades en la señal. Para eliminarlos se descartan los máximos de amplitud menor al diámetro de las partículas y se define el tiempo mínimo que transcurre entre dos formas de fondo, el cual se define visualmente. En la figura 3.7 se presenta un fragmento del perfil longitudinal, donde cada línea representa la altura del lecho obtenida en cada láser al centro del canal ($\eta(x = b/2)$) y los puntos los máximos locales de los perfiles.

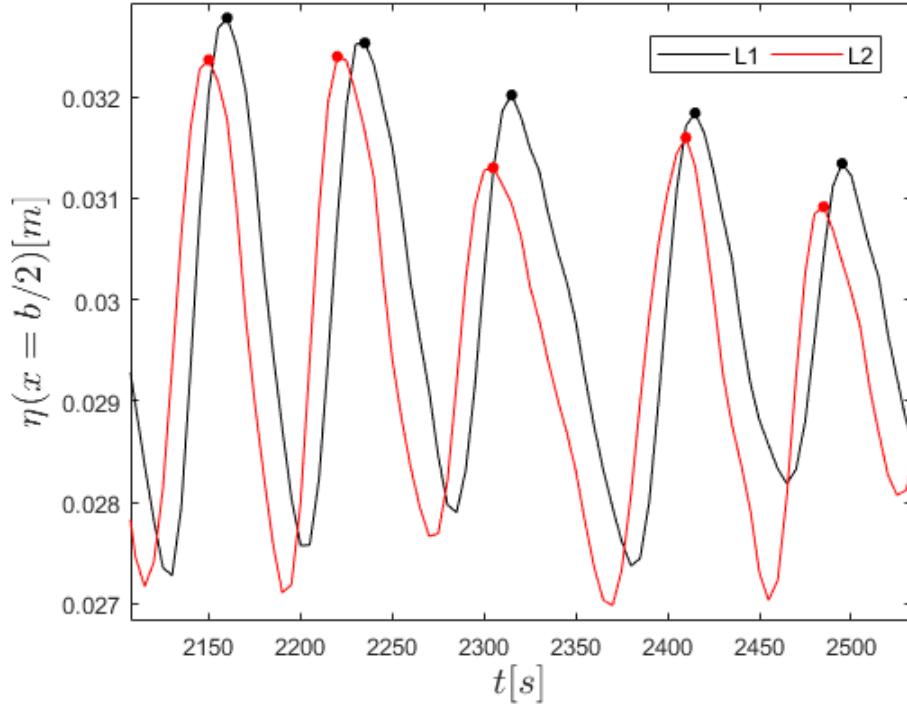


Figura 3.7: Ejemplo de un perfil longitudinal del lecho utilizado para identificar formas de fondo. El registro corresponde al eje del canal ($x = b/2$). La líneas roja y negra corresponden a los perfiles longitudinales captados por los láseres ubicados aguas arriba y abajo, respectivamente.

3.6.2. Celeridad y gasto sólido de fondo

El desfase entre las curvas presentadas en la Figura 3.7 se utiliza para calcular la velocidad de las formas de fondo. Detectando el tiempo cuando una forma de fondo pasa por cada láser (t_{L1}, t_{L2}) y midiendo la distancia entre ellos (ΔL), la celeridad se puede calcular con la siguiente expresión:

$$c = \frac{\Delta L}{t_{L2} - t_{L1}} \quad (3.5)$$

Adicionalmente, se registra visualmente el tiempo donde las formas de fondo llegan a cada láser, calculando otro valor de la celeridad que se compara con el anterior.

El gasto sólido de fondo es cuantificado usando la ecuación de continuidad para sedimentos (Ecuación de Exner). El gasto sólido de fondo promedio puede calcularse según Garcés (2017):

$$\bar{q}_s = (1 - p)c\bar{\eta} \quad (3.6)$$

Donde \bar{q}_s representa en el gasto sólido de fondo, η la altura de la forma de fondo, p la porosidad y (\cdot) el promedio en la dirección longitudinal. Para determinar la altura promedio

de la forma de fondo, se identifica el punto más bajo entre cada máximo, y $\bar{\eta}$ se estima como la diferencia entre los máximos y los mínimos, para cada láser. Dado que la celeridad puede ser calculada de dos maneras, el gasto sólido de fondo se obtiene para cada valor y se compara.

La ecuación 3.6 es válida para todo tipo de forma de fondo, donde las zonas de erosión y depositación sean claramente identificables, es decir, las partículas se arrastran sobre la forma de fondo hasta detenerse en su frente y no saltan desde su cresta a la siguiente (Garcés, 2017).

3.6.3. Amplitud y longitud de onda

Dado que las formas de fondo obtenidas no son simétricas respecto del eje central del canal, la amplitud de la onda no se puede determinar a partir de un solo perfil longitudinal, porque el frente de la forma de fondo puede estar más cerca a una pared que al centro. Para resolver este problema, se identifica el perfil transversal del lecho en el momento en que la forma de fondo se encuentre justo aguas arriba del láser y el perfil cuando alcanza su máxima altura. Luego, se sustraen y la amplitud se define como la máxima diferencia.

De la misma manera que la celeridad, la amplitud se calcula adicionalmente registrando visualmente el momento en que las formas de fondo alcanzan su máximo en cada láser, realizando el mismo procedimiento que la primera metodología.

La longitud de onda λ se calcula como el producto entre la celeridad obtenida con la ecuación 3.5 y la diferencia entre el tiempo en que una forma de fondo llega al láser ($t_{Li}(j+1)$) y el tiempo en que la siguiente alcanza el mismo láser ($t_{Li}(j)$). Este procedimiento se realiza para ambos láseres.

$$\lambda = c[t_{Li}(j+1) - t_{Li}(j)] \quad (3.7)$$

A modo de ejemplo, en la Figura 3.8 se comparan los resultados de los parámetros obtenidos con cada láser para una condición experimental particular, para analizar la similitud de los resultados.

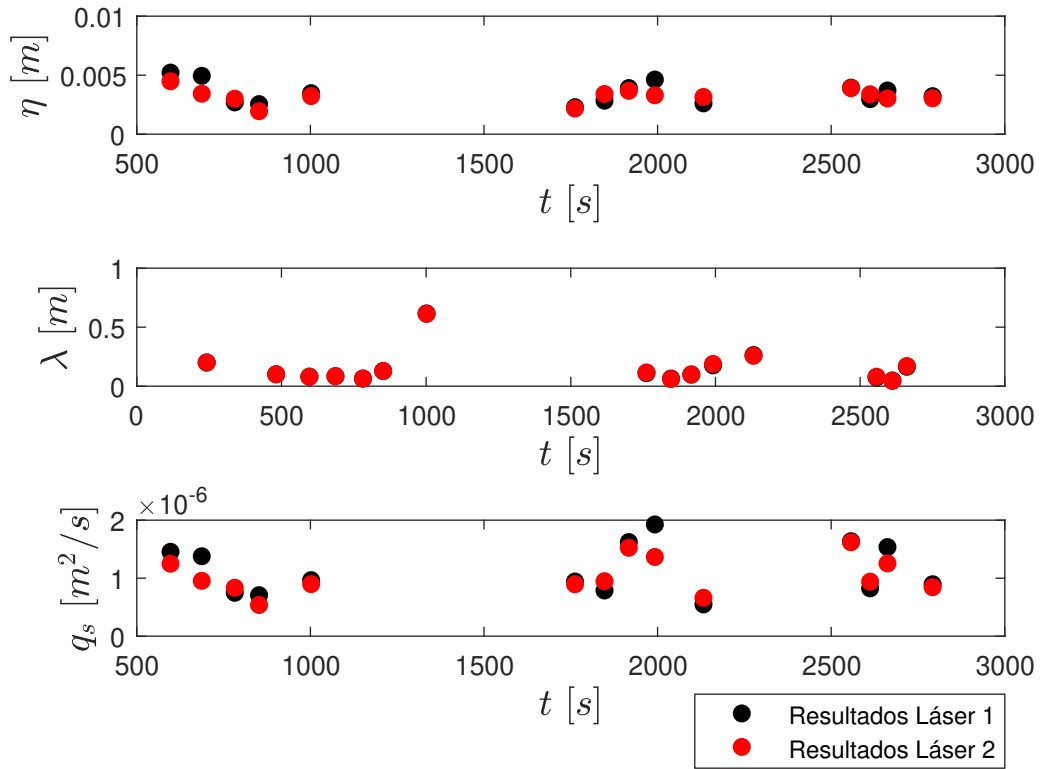


Figura 3.8: Parámetros medidos en cada láser.

3.6.4. Corrección por efecto de pared

Al conducir estudios experimentales de flujo en canales abiertos, la resistencia hidráulica de las paredes de un canal de laboratorio puede no ser igual a la del lecho (Cheng, 2011). Por lo tanto, para unificar los resultados de la resistencia al flujo que son gobernados por una configuración del lecho particular, la remoción del efecto de pared, denominada corrección por efecto de pared, es necesaria (Cheng, 2011).

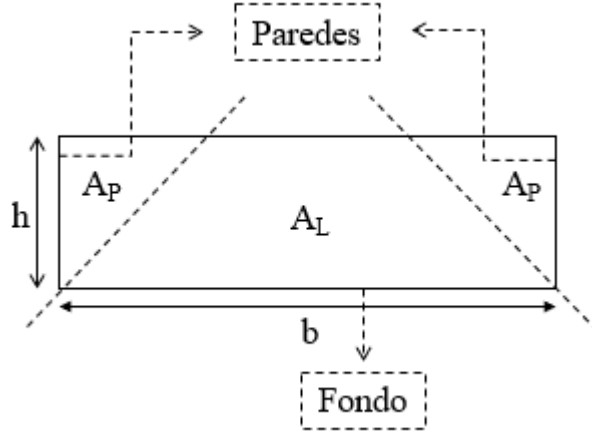


Figura 3.9: Áreas de influencia en la zona de estudio.

Considerando las áreas de influencia del lecho A_L y las paredes A_P como se muestra en la Figura 3.9 y h la altura del flujo. El radio hidráulico total corresponde a:

$$R_H = \frac{A_T}{P_T} = \frac{A_L + 2A_P}{b + 2h} \quad (3.8)$$

A su vez, la fuerza de fricción total sobre el flujo está compuesta por la de las paredes F_{τ_P} y la del lecho F_{τ_L} .

$$F_{\tau_T} = F_{\tau_P} + F_{\tau_L} \quad (3.9)$$

$$\tau_T(b + 2h) = \tau_P 2h + \tau_L b \quad (3.10)$$

Definiendo las áreas de influencia de tal manera que sus secciones tienen igual velocidad media, utilizando el factor de fricción de Darcy, el esfuerzo de corte total, de las paredes y el del lecho se pueden determinar a partir de las ecuaciones 3.11. Luego al reemplazar en la ecuación 3.10 se obtiene la expresión 3.12.

$$\tau_T = \frac{\rho f u^2}{8} ; \tau_P = \frac{\rho f_P u^2}{8} ; \tau_L = \frac{\rho f_L u^2}{8} \quad (3.11)$$

$$f(b + 2h) = f_P 2h + f_L b \quad (3.12)$$

Según Burger et al. (2010) el factor de fricción corresponde al cociente entre una constante a con el número de Reynolds, tomando la definición 2.5 se tiene que:

$$f = \frac{a}{Re} = \frac{aK2^{n-3}}{\rho u^{2-n} R_H^n} \quad (3.13)$$

Definiendo el radio hidráulico para cada área de influencia en la ecuación 3.14 se obtienen expresiones para los factores de fricción asociados a la pared y el lecho.

$$R_{H,P} = \frac{A_P}{h} ; R_{H,L} = \frac{A_L}{b} \quad (3.14)$$

$$f_P = \frac{aK2^{n-3}}{\rho u^{2-n} R_{H,P}^n} ; f_L = \frac{aK2^{n-3}}{\rho u^{2-n} R_{H,L}^n} \quad (3.15)$$

Reemplazando las expresiones en 3.15 en la ecuación 3.12 se obtiene:

$$\frac{b+2h}{R_H^n} = \frac{2h^{1+n}}{A_P^n} + \frac{b^{1+n}}{A_L^n} \quad (3.16)$$

$$A_T = bh = A_L + 2A_P \quad (3.17)$$

Luego, el área total A_T se obtiene de la ecuación 3.17 y en conjunto con la expresión 3.16, es posible despejar el área de influencia de la pared y el lecho, con lo cual se obtiene el factor de fricción asociado al lecho.

3.7. Sistema de medición PIV

3.7.1. Registro de imágenes

El campo de velocidad del perfil transversal de la superficie libre se determina con el sistema de medición PIV. Para esto se graban videos a 30 cuadros por segundo del paso de las partículas trazadoras por un área de estudio de 15 cm y 20 cm de largo y ancho respectivamente, antes y después de la aparición de las formas de fondo.

Las partículas trazadoras corresponden a esferas de poliestireno expandido cubiertas por plasticina, para que se encuentren sumergidas en el flujo a la altura de la superficie libre. Las partículas tienen un diámetro de medio centímetro y son de color oscuro para diferenciarse del sedimento.

Los trazadores son lanzados al flujo a una distancia suficiente aguas arriba de la zona de estudio para que pudieran incorporarse al flujo tomando su velocidad. Se trata que las partículas ocupen toda el área transversal del canal para calcular el campo de velocidad en toda la sección. En la Figura 3.10 se muestra la distribución de las partículas trazadoras en la zona de estudio.

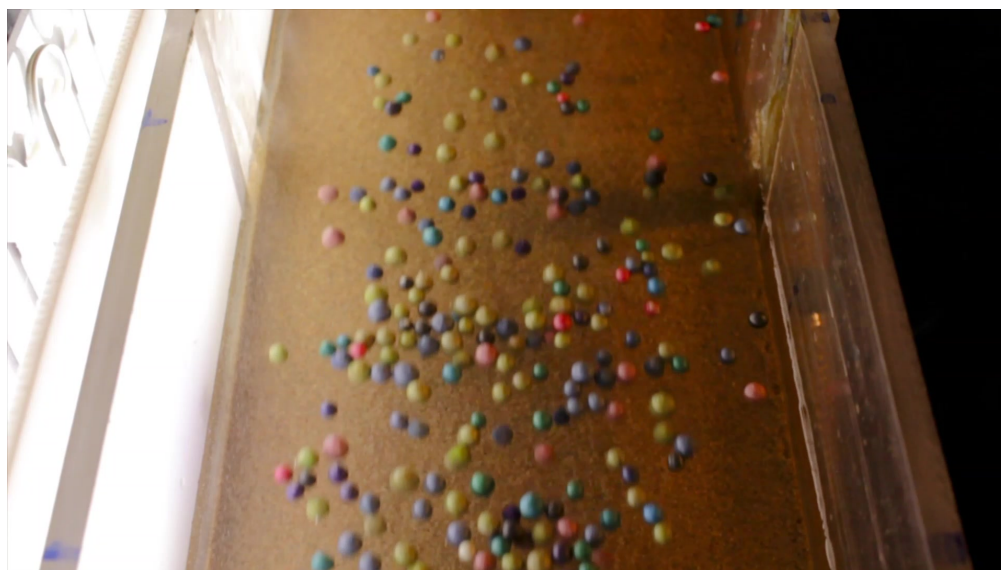


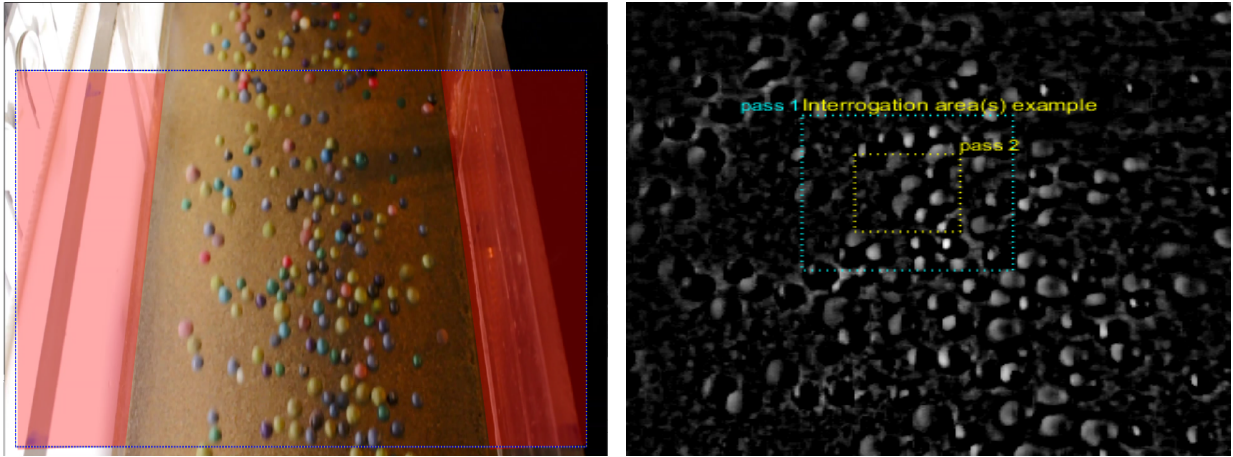
Figura 3.10: Distribución de las partículas trazadoras en la sección transversal del canal.

Por cada experimento se graban tres videos antes y después de la aparición de las formas de fondo, para luego promediar los resultados.

3.7.2. Procesamiento de imágenes

Los videos se recortan solo en los cuadros donde las partículas trazadoras abarcan la totalidad del área de estudio. Luego, con el programa River 2.4.1 (Rectification of Image Velocimetry Results) se convierte el video en imágenes.

Posteriormente, en el procesador PIVlab se seleccionan las imágenes de alguno de los registros y se define un área de evaluación, eliminando las paredes del análisis (zona coloreada rojo), como se observa en la Figura 3.11a. Además, se aplican dos filtros: CLAHE que mejora el contraste en la imagen y paso alto que elimina información de baja frecuencia del fondo de la imagen causada por iluminación no homogénea (Thielicke, 2014), para que en el flujo sólo se distingan las partículas trazadoras (información de alta frecuencia).



(a) Delimitación área de análisis en sistema de medición PIV.

(b) Aplicación de filtros y definición de áreas de interrogación en sistema de medición PIV.

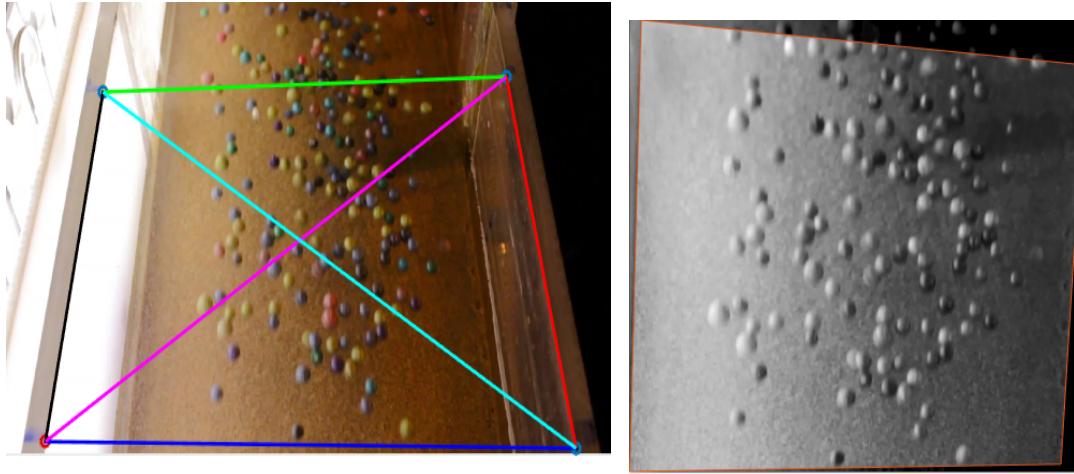
Figura 3.11: Pre-procesamiento de imágenes en PIVlab.

Se escoge un área de interrogación que abarque un número adecuado de partículas (mínimo 5 partículas dentro de un área de 2 cm X 2 cm), el cual incluye otra área más pequeña, que sea más grande que la superficie de una partícula trazadora. En la Figura 3.11b se observa el tamaño de cada área de interrogación.

Luego, se aplica el análisis PIV, se descartan velocidades en la dirección del flujo que sean negativas y se acota el rango en el perfil transversal eliminando valores lejos del promedio. Finalmente, se calcula la magnitud del campo de velocidad para cada imagen de los cuales se obtiene un valor promedio.

3.7.3. Corrección por perspectiva con programa River 2.4.1

Dado que la cámara con la que se registran los videos se encuentra inclinada, se debe realizar una corrección de perspectiva al campo de velocidades obtenido del PIVlab. Para esto se ocupa el programa River 2.4.1, donde a partir de la definición de las dimensiones del área de estudio (Figura 3.12a) y relaciones trigonométricas aplicadas por el programa se obtiene una matriz con la magnitud de la velocidad corregida a lo largo y ancho de la zona de estudio.



(a) Definición de dimensiones del área de estudio en programa River 2.4.1.

(b) Fotograma corregido por perspectiva.

Figura 3.12: Corrección por perspectiva del campo de velocidad en programa River 2.4.1.

3.7.4. Error velocidad superficial medida con PIV

Thielicke (2014) dice que bajo condiciones óptimas (diámetro de la partícula en la imagen ~ 3 pixeles, densidad de partículas $\sim 5-15$ partículas/ventana de medición, sin desenfoque de movimiento, sin ruido) el error de la medición es menor a 0,005 pixeles. Luego, dado que el tiempo que pasa entre cada imagen (Δt) es de 0,033 (s) y la distancia de calibración (L_c) en la imagen es igual a 1270,15/200 (pixeles/mm) , el error de la medición se obtiene así:

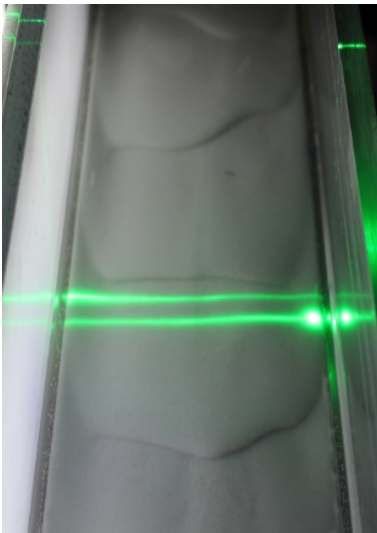
$$\sigma_{PIV} = 0,005 \cdot \frac{L_c}{\Delta t} = 0,001 \text{ (m/s)} \quad (3.18)$$

Capítulo 4

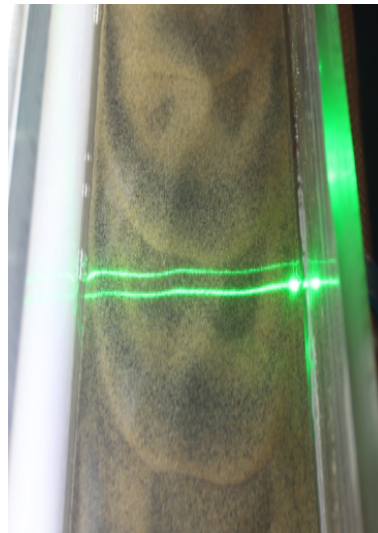
Resultados

4.1. Morfología de las formas de fondo

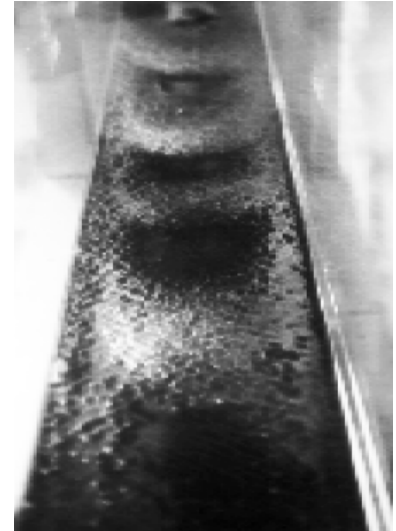
En la mayoría de los experimentos, la morfología de las formas de fondo obtenidas se asemeja a lenguas que se extienden en el ancho completo del canal, con su *peak* localizado al centro (ver Figura 4.1a). Coleman & Eling (1999) también obtuvieron formas de fondo con esta morfología en experimentos con agua en flujos laminares sobre lechos de arena inicialmente planos en circuitos abiertos, lo cual asocian a la naturaleza laminar del fluido.



(a) Formas de fondo obtenida en lecho de microesferas de vidrio inicialmente plano.



(b) Formas de fondo obtenida en lecho de arena inicialmente plano.



(c) Formas de fondo obtenidas por Coleman y Eling en flujos de agua sobre lechos de arena inicialmente planos (Coleman y Eling, 1999).

Figura 4.1: Morfología de las formas de fondo.

En algunos experimentos se presentan otros tipos de formas de fondo. Entre ellas, barras

localizadas en los costados del canal, barras dobles con una geometría con un máximo localizado en la cercanía de cada pared, barras triples con un máximo extra al centro del canal y barras tipo transversales, ocupando el ancho total del canal. En la Figura 4.2 se muestran los diferentes tipos de barras presenciados.

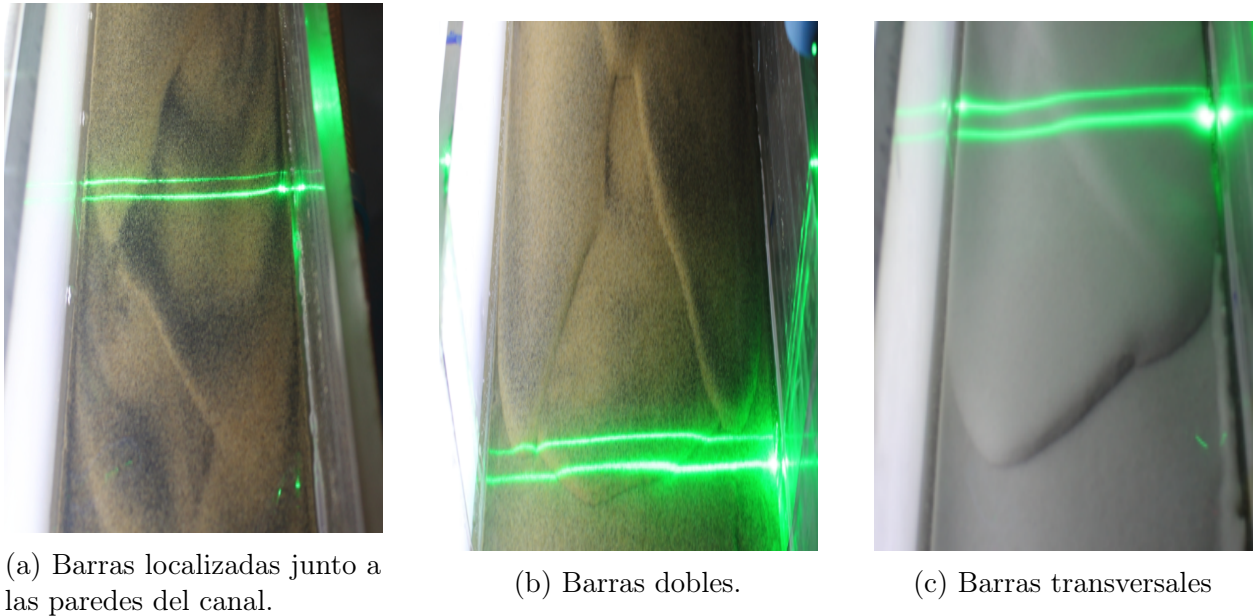


Figura 4.2: Tipos de barras presenciadas en los experimentos.

En otros casos se presentan rizos difíciles de identificar, pero que al observar el movimiento vertical de las líneas de iluminación láser sobre el fondo y descartar la presencia de ondulaciones en la superficie libre, es posible establecer su presencia.

Para este estudio se categorizan las formas de fondo observadas en cuatro grupos:

- Dunas centrales: Son todas aquellas formas de fondo con forma de lengua que se extienden desde ambos extremos del canal con su máximo al centro.
- Barras laterales: Son las formas de fondo que se encuentren junto a alguna pared con una geometría que presenta su máximo en el centro de alguna mitad del canal.
- Barras dobles y/o triples: Son aquellas que presenten dos máximos o tres, respectivamente, a la misma altura en el eje transversal del canal.
- Rizos: Son formas de fondo poco claras que son identificables solo por el movimiento vertical de las líneas de iluminación sobre el fondo.

En función de estas categorías, se identifican los rangos de velocidad media en los que aparecen según el diámetro de la partícula del lecho. En la Figura 4.3 se presenta un diagrama de fase indicando los tipos de formas de fondo presenciados en el estudio, donde la superposición de las áreas indica que pueden presentarse más de un tipo de forma de fondo para esas condiciones experimentales. El área de color blanco corresponde a zonas sin datos experimentales.

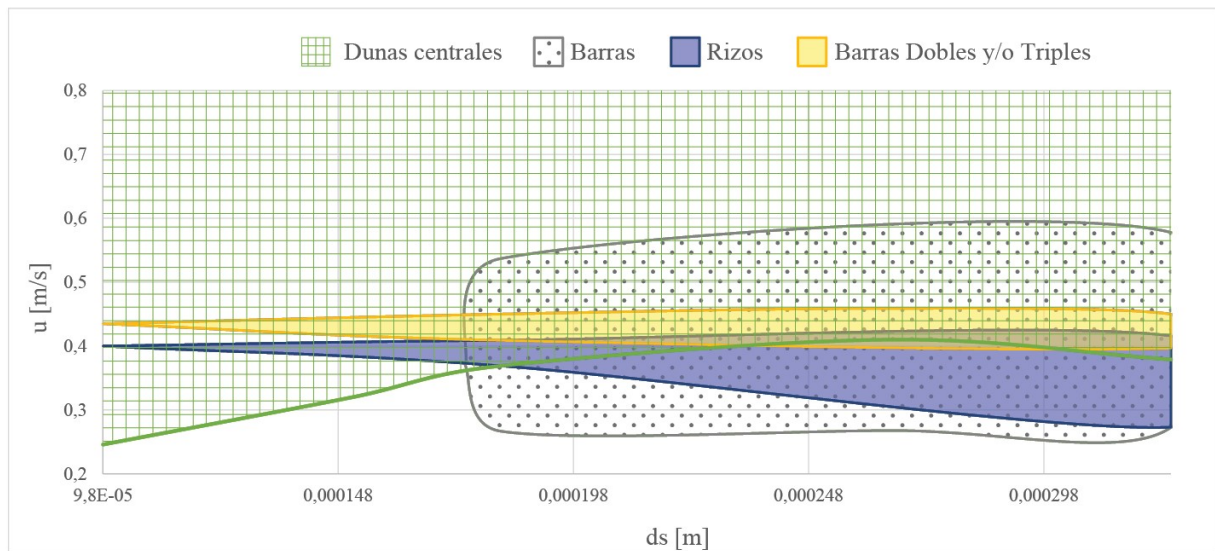


Figura 4.3: Diagrama de los tipos de formas de fondo observadas.

Southard Boguchwal (1990) elaboran un diagrama de fase a partir de la relación entre la velocidad media de flujo y el diámetro de la partícula, el cual fue posteriormente modificado por Baas (1999) en la Figura 4.4.

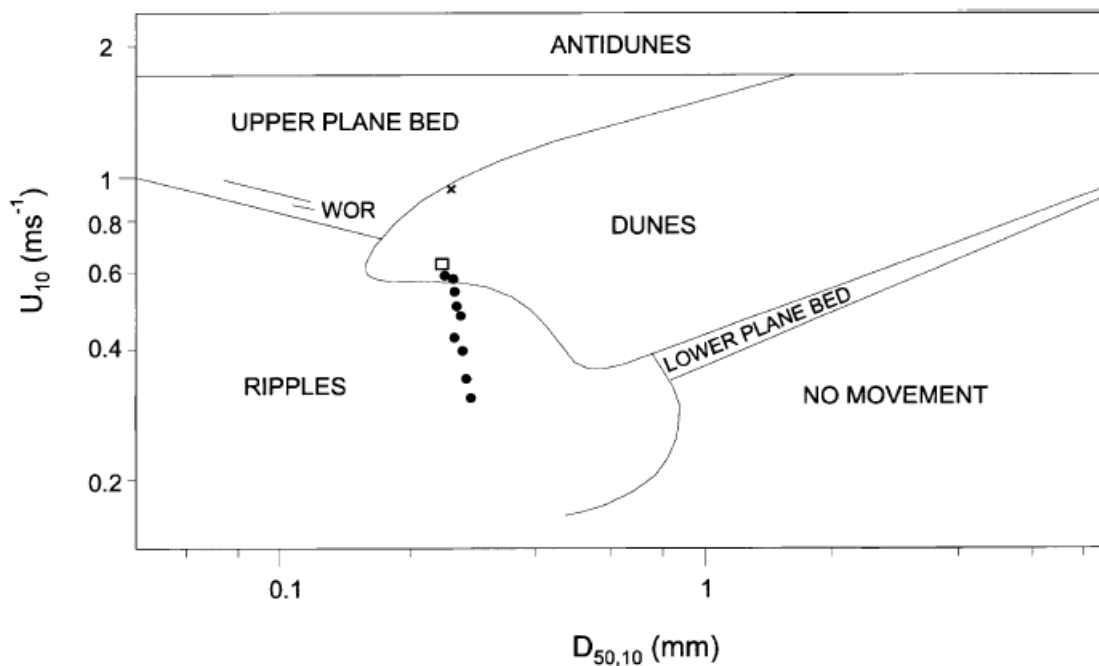
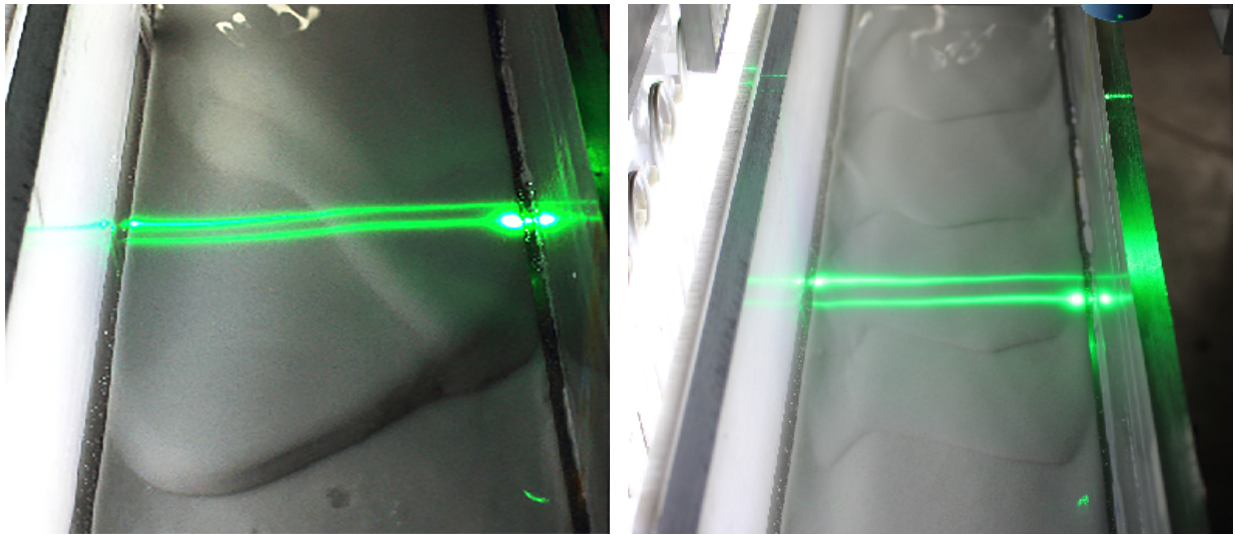


Figura 4.4: Campos de estabilidad de formas de fondo en flujos de agua uniformes y unidireccionales en un gráfico de velocidad-diámetro para alturas de flujo de 0,25-0,4 (m) (modificado de Southard Boguchwal, 1990). Los tipos de formas de fondo son: (●) dunas de forma lingüide, (□) dunas con rizos superpuestas y (x) lecho plano (nivel superior) con dunas diluidas.

Se observa que la zona de dunas comienza en diámetros de la partícula de 0,2 (mm) y velocidad media flujo igual a 0,3 (m/s) similar a lo obtenido en la Figura 4.3. Por otra parte, Baas (1999) presencia dunas de tipo linguoide, que equivalen a barras en este estudio, en lechos de diámetro 0,2 (mm) y velocidades medias de flujo de 0,3 (m/s) a 0,6 (m/s), lo cual coincide con el área demarcada en la Figura 4.3 que representa la aparición de barras.

Para los lechos formados por microesferas de vidrio una forma de fondo simétrica del tipo duna central de alta amplitud se genera al comienzo del canal, viajando aguas abajo al área de estudio. Luego, sobre ella se generan formas de fondo más pequeñas, con su centro de gravedad localizado a un costado del canal con número de Reynolds bajos (flujo laminar), como se muestra en la Figura 4.5a. Por otra parte, para números de Reynolds mayores, cercanos a la transición a flujo turbulento, el máximo de las formas de fondo tiende a localizarse en la mitad del canal y son simétricas en el perfil transversal, como se observa en la Figura 4.5b.

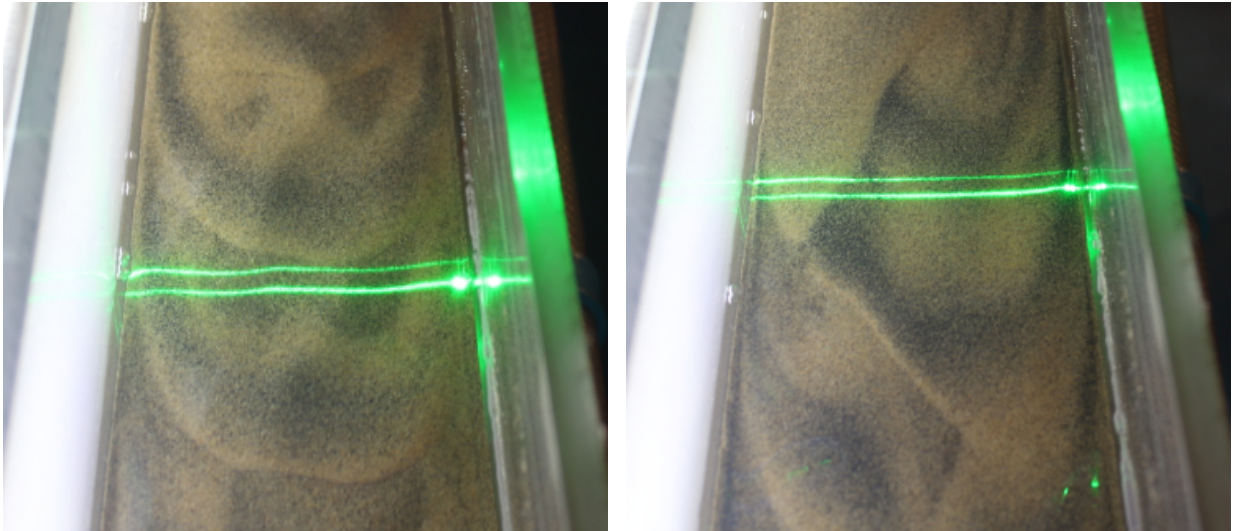


(a) Formas de fondo generadas en régimen laminar ($Re=1170$, $Re_c = 2212$).

(b) Formas de fondo generadas cercanas al régimen de transición ($Re=1696$, $Re_c = 2216$).

Figura 4.5: Formas de fondo obtenidas con lecho de microesferas de vidrio.

Para lechos de arena el efecto de número de Reynolds es el contrario, generando a Re cercanos a la transición a flujo turbulento, formas de fondo irregulares con sus *peaks* localizados a un costado del canal, como se muestra en la figura 4.6b. Para Re más bajos (régimen laminar) se observan formas de fondo más simétricas respecto del eje central del canal, como se presenta en la Figura 4.6a. La diferencia en la morfología de las formas de fondo puede ser atribuida a la textura de la partícula, lo cual ha sido notado también por Baas (1999) en flujos de agua.



(a) Formas de fondo generadas en régimen laminar ($Re=1178$, $Re_c = 2045$).

(b) Formas de fondo generadas cercanas al régimen de transición ($Re=2050$, $Re_c = 2299$).

Figura 4.6: Formas de fondo obtenidas con lecho de arena.

4.2. Características geométricas de las formas de fondo

Al calcular el gasto sólido de fondo junto con la celeridad, la amplitud y la longitud de onda (corrigiendo el efecto de la pared), se obtienen los valores promedios de estas variables en cada experimento, considerando solo las formas de fondo detectadas por ambos láseres claramente. Solo cinco de los veintidós experimentos se encuentran en flujo subcrítico ($Fr < 1$) y todos en régimen laminar. En la Tabla 4.1 se resumen las principales características geométricas de las formas de fondo obtenidas. En la Tabla C.6 del apéndice C del Anexo se encuentran los valores promedios de las características geométricas de las formas de fondo de todos los experimentos.

Tabla 4.1: Rango de gasto sólido de fondo promedio, celeridad, amplitud y longitud de onda, calculados a partir de datos experimentales.

Parámetro	$d_s = 0,098$ [mm]	$d_s = 0,151$ [mm]	$d_s = 0,183$ [mm]	$d_s = 0,265$ [mm]	$d_s = 0,325$ [mm]
q_s [$10^{-7}m^2/s$]	0,96-1,36	1,56-4,59	0,69-8,19	1,29-5,39	2,08-9,88
c [mm/s]	0,10-0,22	0,17-0,58	0,06-0,56	0,01-0,17	0,08-1,08
a [mm]	0,73-3,01	0,68-1,49	0,95-3,04	0,99-1,47	0,96-4,03
λ [cm]	5,61-8,55	7,63-15,45	6,21-10,94	3,82-6,41	5,48-14,37
Material	Microesferas de vidrio	Microesferas de vidrio	Arena	Microesferas de vidrio	Arena

Al graficar el valor del gasto sólido de fondo, amplitud y celeridad del perfil transversal de cada forma de fondo, se observa la distribución que toman en el perfil longitudinal del canal. En la Figura 4.7 se presenta una condición experimental particular de la distribución mencionada (en el apéndice A del Anexo se encuentran las figuras de las condiciones experimentales restantes).

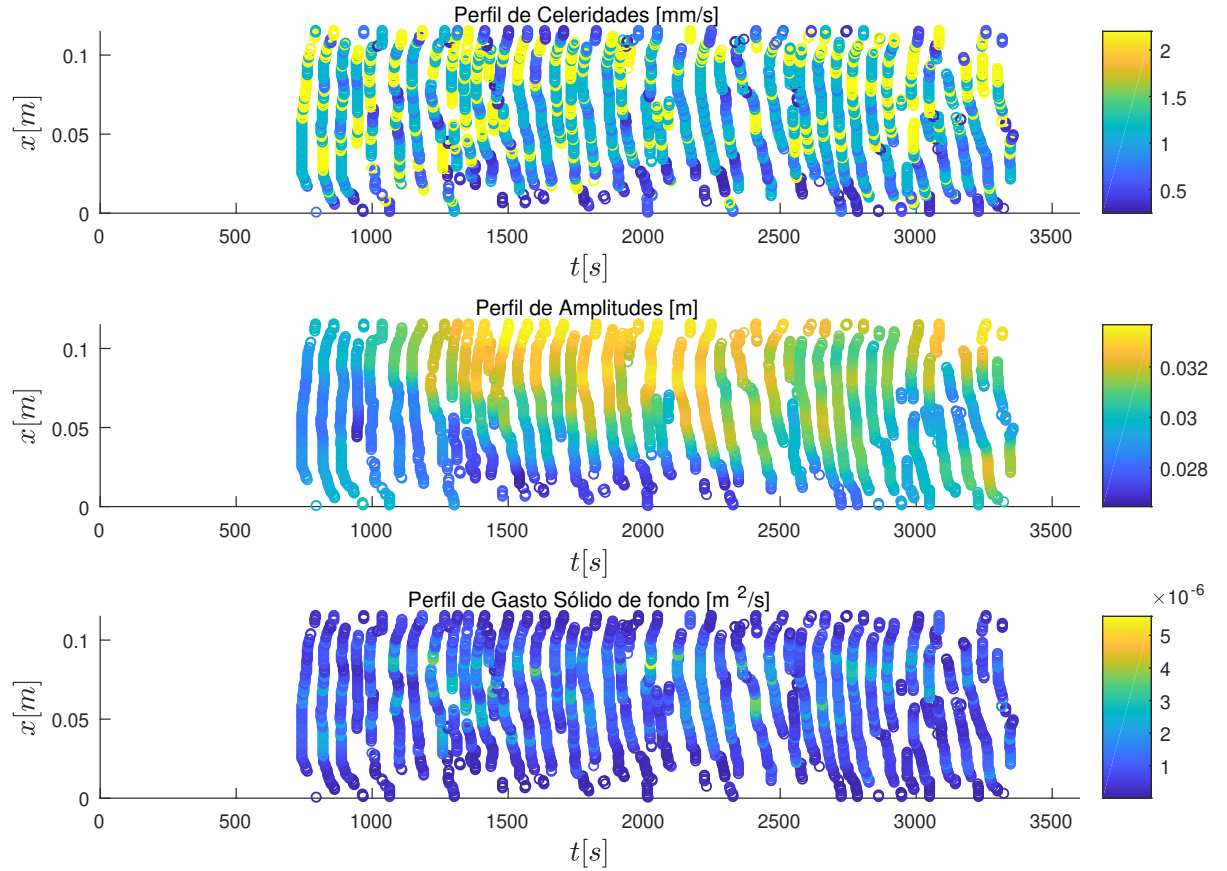


Figura 4.7: Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 1120$, $Fr = 1,05$, $Re_{*p}^K = 1,61$ y $d_s = 0,000325[m]$

De la Figura 4.7 se observa que en esta condición experimental particular se generan inicialmente dunas centrales, seguidas por barras laterales de mayor amplitud, terminando con dunas centrales de menor amplitud. El gasto sólido de fondo es de mayor magnitud en el eje central del canal. La magnitud de la celeridad no tiene relación con el tipo de forma de fondo.

4.2.1. Gasto sólido de fondo

El gasto sólido de fondo calculado se grafica en las Figuras 4.8, 4.9, 4.10, 4.11 y 4.12.

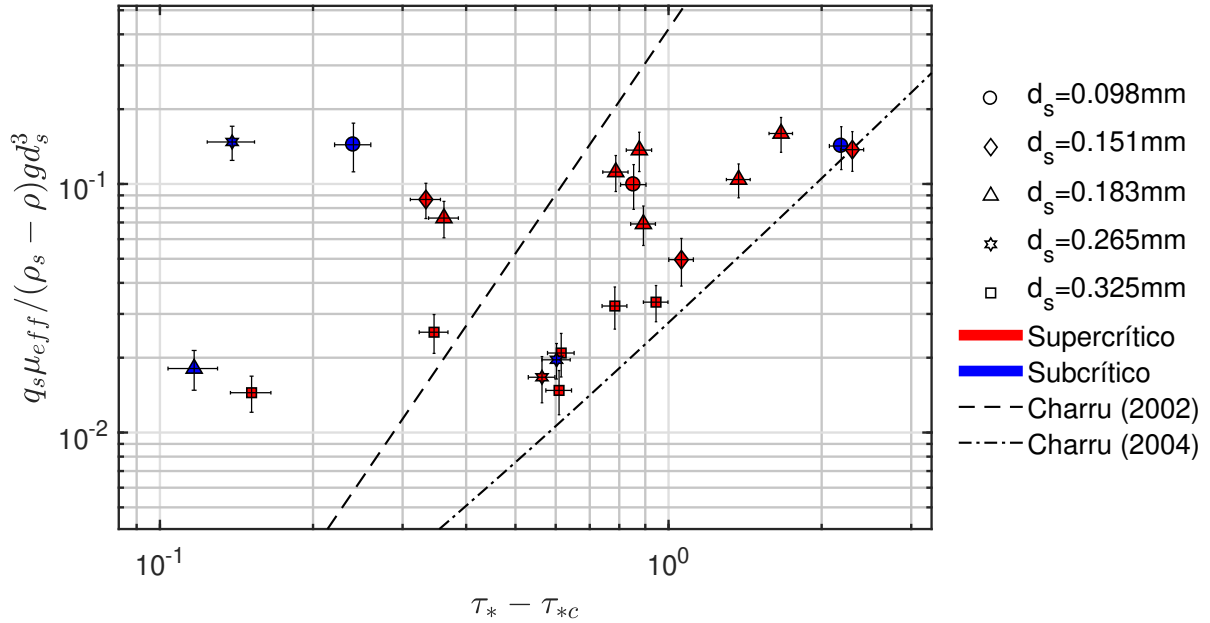


Figura 4.8: Gasto sólido de fondo adimensional en función del exceso de esfuerzo de corte de fondo. Resultados experimentales y relaciones por Charru & Mouilleron-Arnould (2002) y Charru et al. (2004) (Ver Capítulo 2).

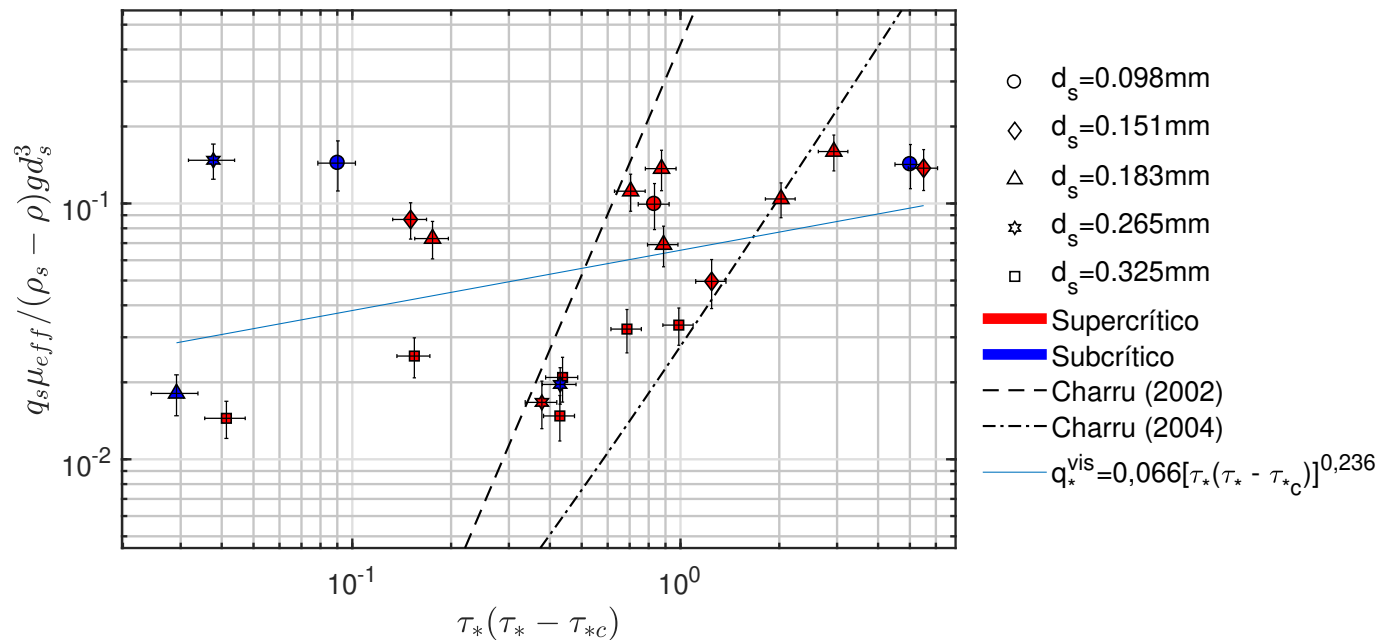


Figura 4.9: Gasto sólido de fondo adimensional en función del exceso de esfuerzo de corte relativo de fondo. Resultados experimentales y relaciones por Charru & Mouilleron-Arnould (2002) y Charru et al. (2004) (Ver Capítulo 2). Coeficiente de correlación de la línea de tendencia corresponde a $R^2 = 0,156$.

En las Figuras 4.8 y 4.9 las líneas segmentadas representan las fórmulas del gasto sólido de fondo deducidas por Charru & Mouilleron-Arnould (2002) y Charru et al. (2004). Al considerar el efecto viscoso del fluido en el escalamiento del gasto sólido de fondo no se observa dependencia con el exceso de esfuerzo de corte, pero sí con el exceso de esfuerzo de corte relativo. Esta dependencia se define con la siguiente expresión.

$$q_*^{vis} = 0,066[\tau_*(\tau_* - \tau_{*c})]^{0,236}; \quad R^2 = 0,156 \quad (4.1)$$

Cheng (2004) estudia la relación entre el gasto sólido de fondo con una función del número de Reynolds de la partícula y el esfuerzo de corte adimensional. En la ecuación 4.2 se presenta la relación utilizando el número de Reynolds modificado de la partícula.

$$C(Re_{*p}^K, \tau_*) = (Re_{*p}^K)^{1,78} \tau_*^{3,12} \quad (4.2)$$

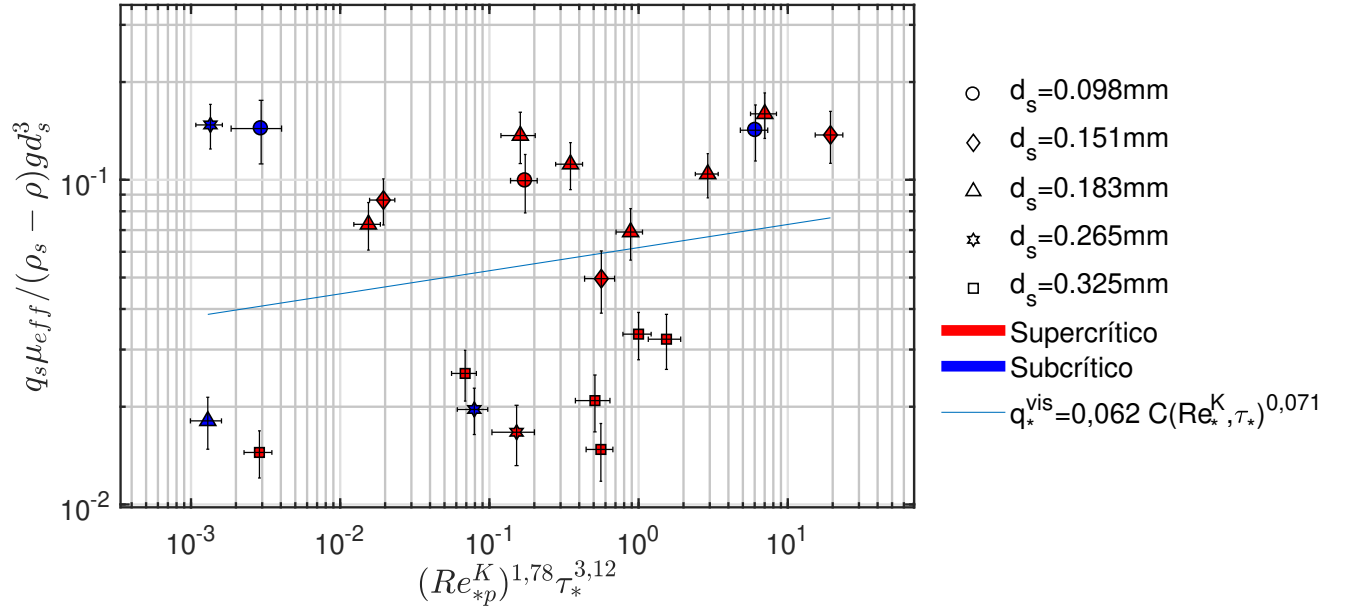


Figura 4.10: Gasto sólido de fondo escalado por un término viscoso en función de una relación de Cheng (2004), entre el número de Reynolds modificado de la partícula y el esfuerzo de corte adimensional. Coeficiente de correlación de la línea de tendencia corresponde a $R^2 = 0,051$.

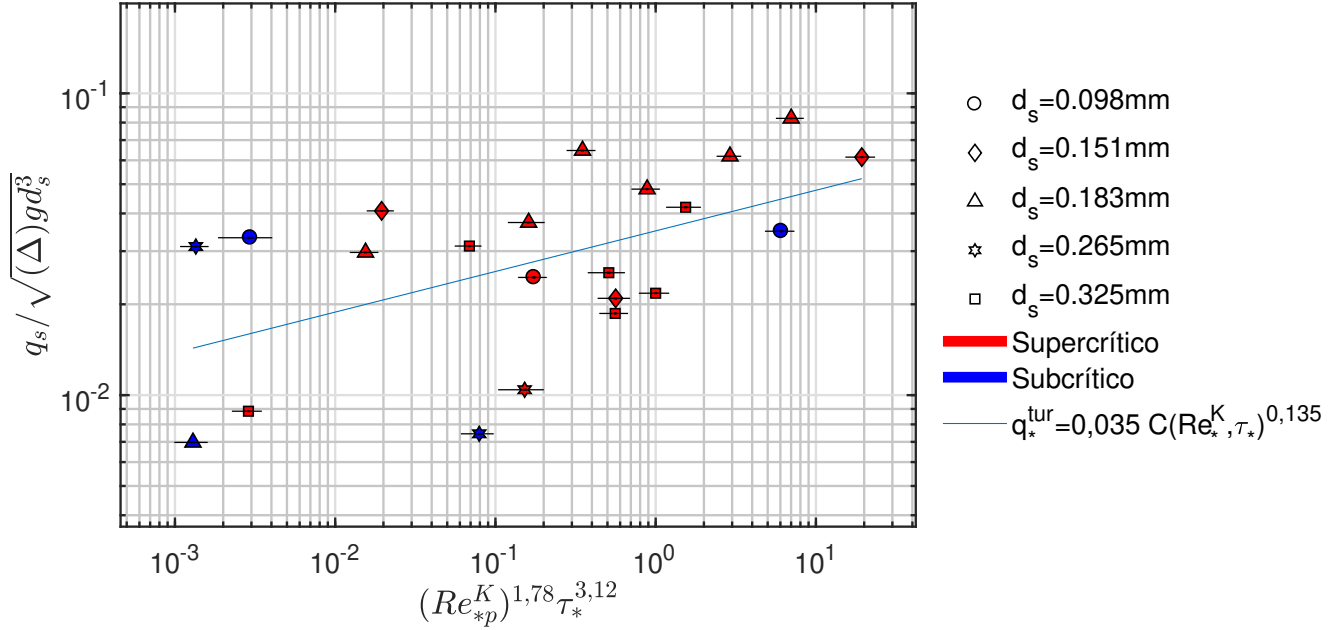


Figura 4.11: Gasto sólido de fondo escalado por el peso sumergido en función de una relación de Cheng (2004), entre el número de Reynolds modificado de la partícula y el esfuerzo de corte adimensional. Coeficiente de correlación de la línea de tendencia corresponde a $R^2 = 0,291$.

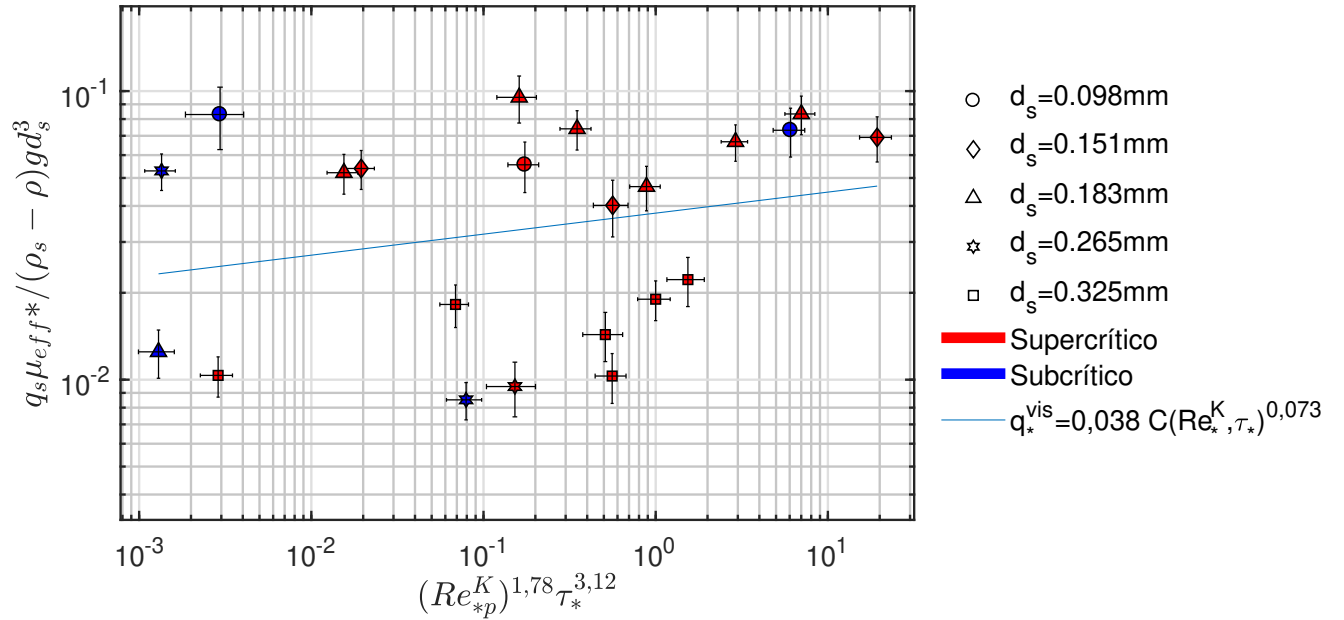


Figura 4.12: Gasto sólido de fondo escalado por un término viscoso que depende de la velocidad friccional y el diámetro de la partícula ($\mu_{eff}^* = K \left(\frac{2u_*}{d_s}\right)^{(n-1)}$), en función de una relación de Cheng (2004), entre el número de Reynolds modificado de la partícula y el esfuerzo de corte adimensional. Coeficiente de correlación de la línea de tendencia corresponde a $R^2 = 0,059$.

Al graficar el gasto sólido de fondo con la relación 4.2 se observa que la dispersión vertical de los resultados es menor al escalar el q_s con el peso sumergido ($\sqrt{\Delta g d_s^3}$) (Figura 4.11), respecto a los términos viscosos presentados en las Figuras 4.10 y 4.12. Adicionalmente, la pendiente del ajuste potencial también es mayor. En la ecuación 4.3 se presenta la expresión para el gasto sólido de fondo adimensional que mejor se ajusta.

$$q_*^{tur} = 0,035 Re_{*p}^{K0,24} \tau_*^{0,42}; \quad R^2 = 0,291 \quad (4.3)$$

Al realizar un análisis dimensional del gasto sólido de fondo con el peso sumergido y los parámetros reológicos se determina el siguiente número adimensional:

$$q_s^* = \frac{q_s}{d_s^2} \left(\frac{K}{(\rho_s - \rho)gd_s} \right)^{1/n} \quad (4.4)$$

En las Figuras 4.13, 4.14 y 4.15 se grafica el gasto sólido de fondo adimensional, q_s^* en función del exceso de esfuerzo de corte de fondo, exceso de esfuerzo de corte relativo de fondo y una relación entre el número de Reynolds modificado de la partícula y el número de Shields, respectivamente.

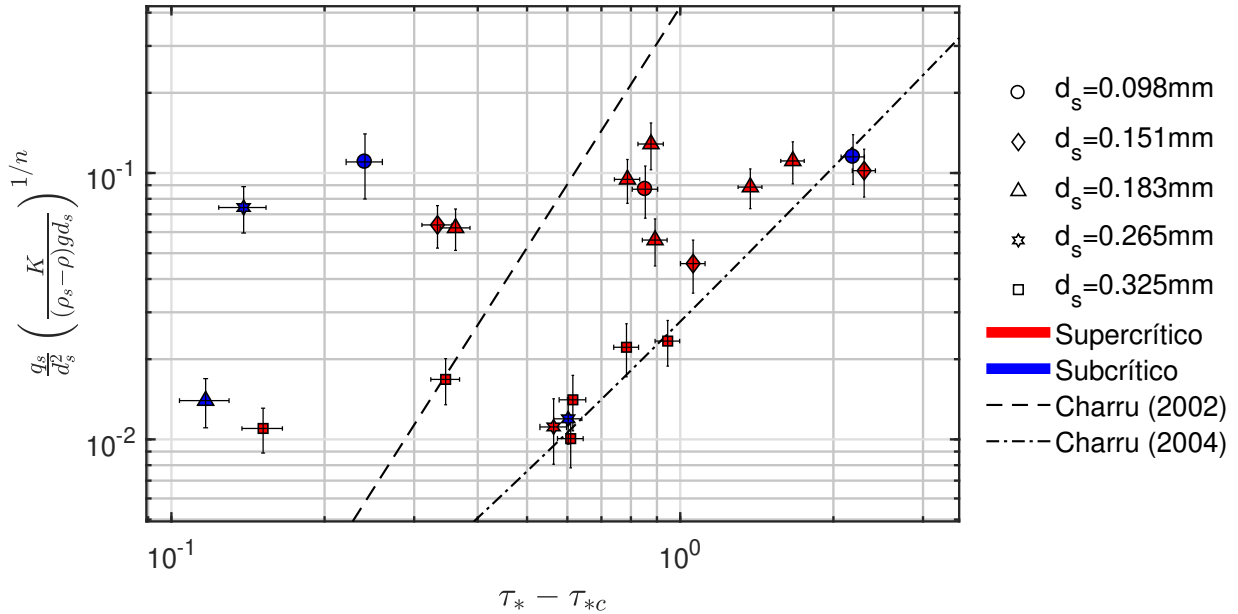


Figura 4.13: Gasto sólido de fondo escalado por el peso sumergido y los parámetros reológicos en función del exceso de esfuerzo de corte de fondo.

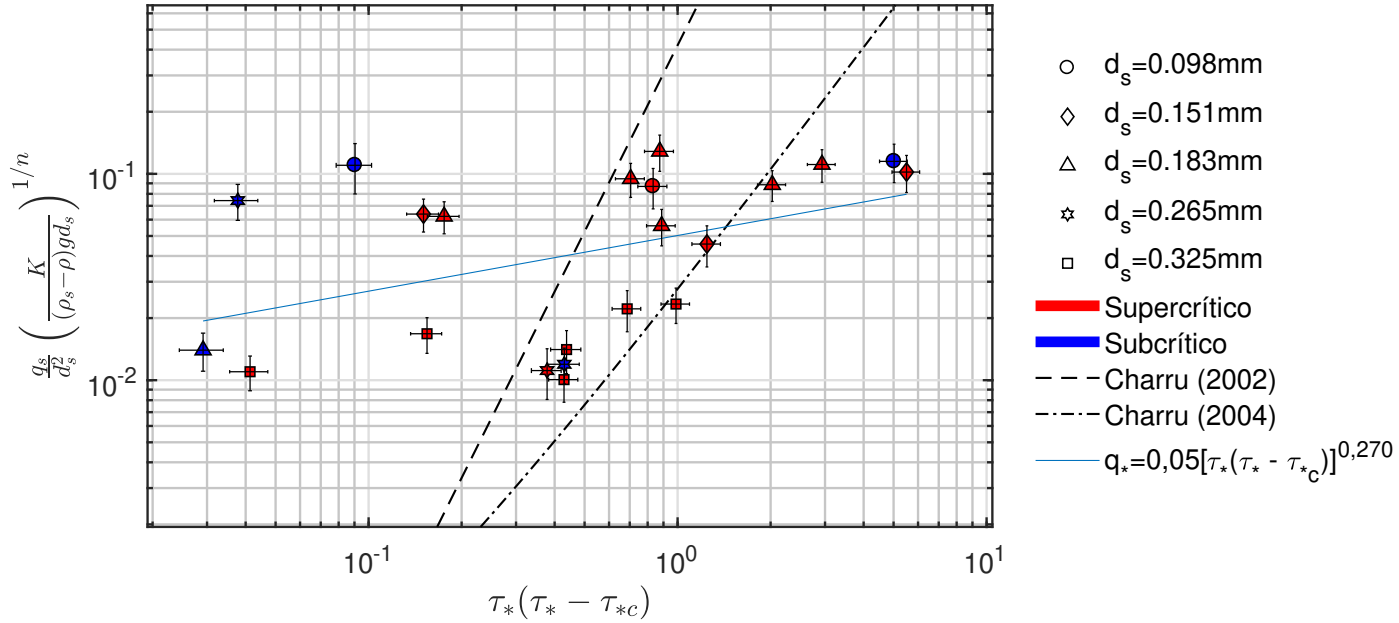


Figura 4.14: Gasto sólido de fondo escalado por el peso sumergido y los parámetros reológicos en función del exceso de esfuerzo de corte de fondo relativo. Coeficiente de correlación de la línea de tendencia corresponde a $R^2 = 0,182$.

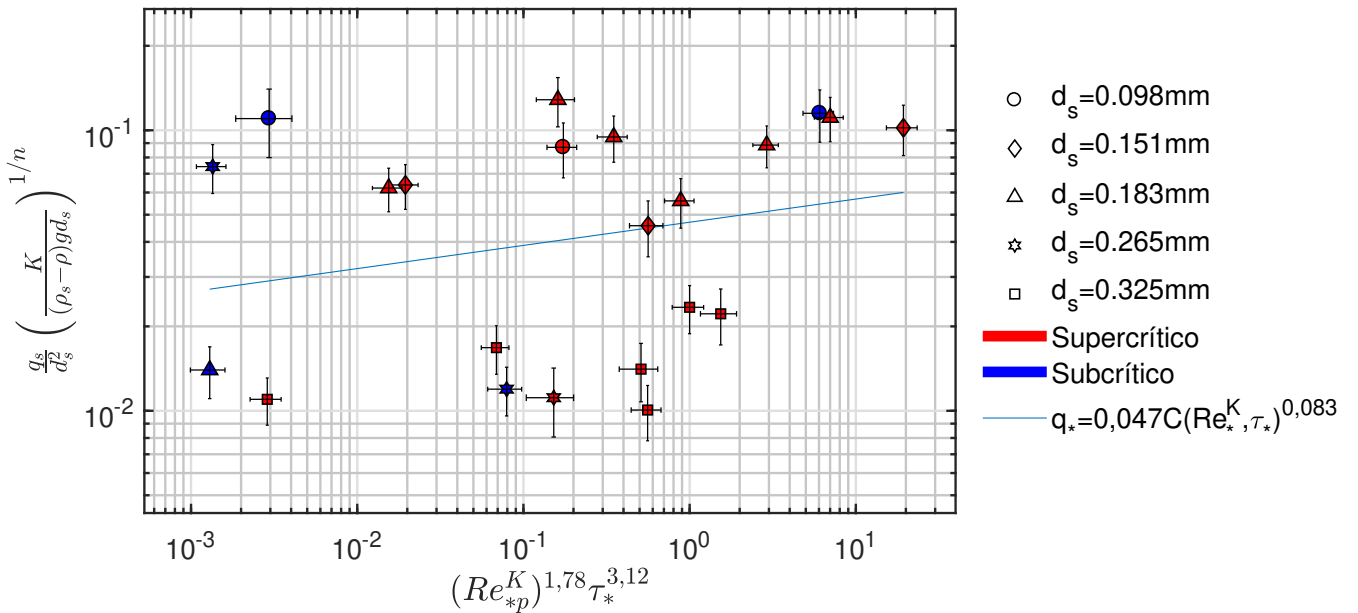


Figura 4.15: Gasto sólido de fondo escalado por el peso sumergido y los parámetros reológicos en función de una relación de Cheng (2004), entre el número de Reynolds modificado de la partícula y el esfuerzo de corte adimensional. Coeficiente de correlación de la línea de tendencia corresponde a $R^2 = 0,060$.

La dispersión vertical de los resultados al graficar el gasto sólido de fondo escalado con el

peso sumergido y los parámetros reológicos no permite definir relaciones con ninguno de los parámetros adimensionales presentados en las Figuras 4.13, 4.14 y 4.15.

Por otra parte, al realizar el análisis dimensional del gasto sólido de fondo en función de los siguientes parámetros:

$$q(s) = f((\rho_s - \rho)g, d_s, K, n, \rho, (\tau - \tau_c)) \quad (4.5)$$

Eligiendo la base $((\rho_s - \rho)g, d_s, K)$ se obtienen cuatro parámetros adimensionales.

$$\Pi_1 = n \quad (4.6)$$

$$\Pi_2 = \frac{\tau - \tau_c}{(\rho_s - \rho)gd_s} = \tau_* - \tau_{*c} \quad (4.7)$$

$$\Pi_3 = q_s \left[\frac{K}{d_s^{2n+1}(\rho_s - \rho)g} \right]^{1/n} \quad (4.8)$$

$$\Pi_4 = \frac{(\rho_s - \rho)g\rho^{n/(2-n)}d_s^{(2+n)/(2-n)}}{K^{2/(2-n)}} = Ga_K \quad (4.9)$$

El cuarto número adimensional corresponde a una modificación al número de Galileo (Ga), también conocido como número de Arquímedes, que relaciona los efectos boyantes y viscosos actuando sobre una partícula, bajo la acción de un fluido (Traslaviña, 2017). Para estudiar la formación de formas de fondo bajo la acción de fluidos no newtonianos, Tamburrino et al. (2020) formula un número de Galileo que incorpora los parámetros reológicos y sea independiente de las características del flujo, denominado Ga_K .

Luego, $\Phi(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi_4) = 0$ nos lleva a:

$$\frac{q_s}{(\rho_s - \rho)g} \left(\frac{K}{g^{1-n}d_s^{1+2n}} \right)^{1/n} = \Phi_1(n, Ga_K, (\tau_* - \tau_{*c}))$$

Suponiendo:

$$\frac{q_s}{(\rho_s - \rho)g} \left(\frac{K}{g^{1-n}d_s^{1+2n}} \right)^{1/n} = \Phi_1(n, Ga_K)\Phi_2((\tau_* - \tau_{*c}))$$

Definiendo el gasto sólido de fondo adimensional como:

$$q_{sK} = q_s \left[\frac{K}{d_s^{2n+1}(\rho_s - \rho)g} \right]^{1/n} \quad (4.10)$$

Considerando además que el efecto de n está bien representado en los exponentes de los distintos parámetros, se supone una relación del tipo:

$$q_{sK} = aGa_K^b(\tau_* - \tau_{*c})^c \quad (4.11)$$

Al graficar el gasto sólido de fondo adimensional de la ecuación 4.10 en función del número de Galileo (Ga_K) y el exceso de esfuerzo de corte, se calibran los parámetros a , b y c de la ecuación 4.11.

$$q_{sK} = 0,05Ga_K^{-0,5}(\tau_* - \tau_{*c})^{0,3} \quad (4.12)$$

En la Figura 4.16 se grafica el gasto sólido de fondo adimensional (q_{sK}) en función del lado derecho de la relación entre el número de Galileo y el exceso de esfuerzo de corte de la ecuación 4.12

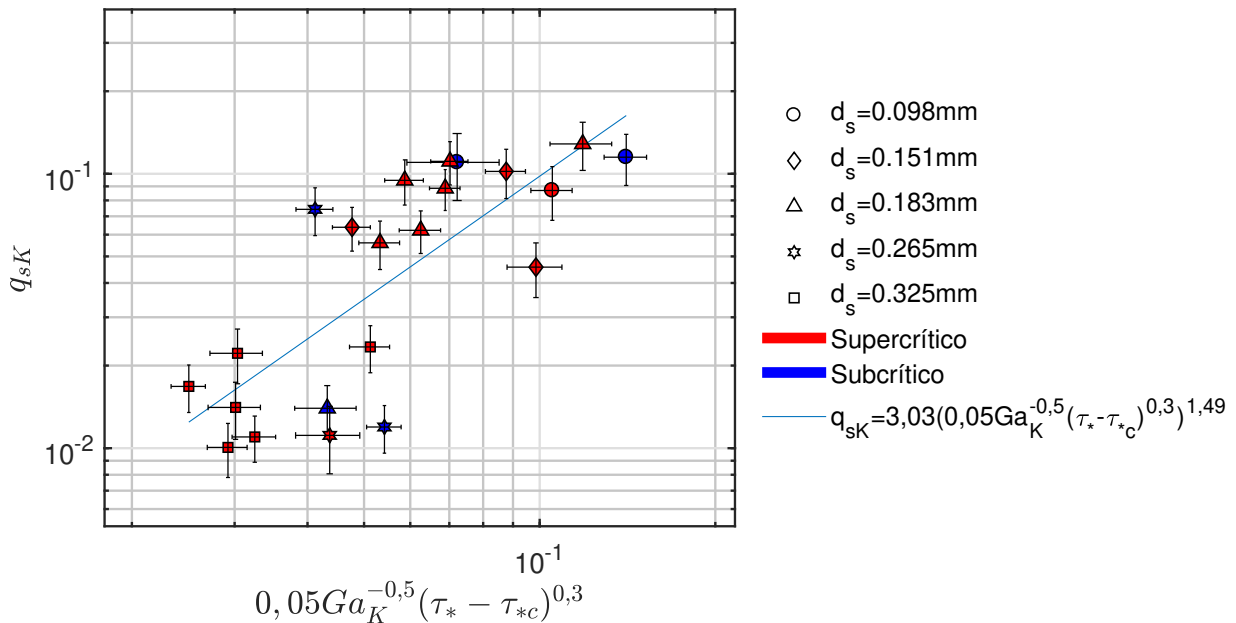


Figura 4.16: Gasto sólido de fondo adimensional (q_{sK}) en función de una relación entre el número de Galileo y el exceso de esfuerzo de corte. Coeficiente de correlación de la línea de tendencia corresponde a $R^2 = 0,584$.

A partir del coeficiente de correlación de la línea de tendencia del gráfico del gasto sólido de fondo adimensional (q_{sK}) en función de una relación entre el número de Galileo y el exceso de esfuerzo de corte, en conjunto con la baja dispersión de los resultados que se observa en

la Figura 4.16, se determina que la expresión del gasto sólido de fondo adimensional con el mejor ajuste corresponde a la ecuación 4.13.

$$q_{sK} = 0,15Ga_K^{-0,75}(\tau_* - \tau_{*c})^{0,45} \quad (4.13)$$

4.2.2. Amplitud

La amplitud de las formas de fondo escalada con el diámetro de la partícula se grafica en función de distintos parámetros adimensionales en las Figuras 4.17, 4.18 y 4.19. La amplitud media es entre 3 y 30 veces el diámetro de la partícula y es de 3 y un 30% de la altura media del flujo, por lo tanto su tamaño es suficiente para no influir en la superficie libre del flujo.

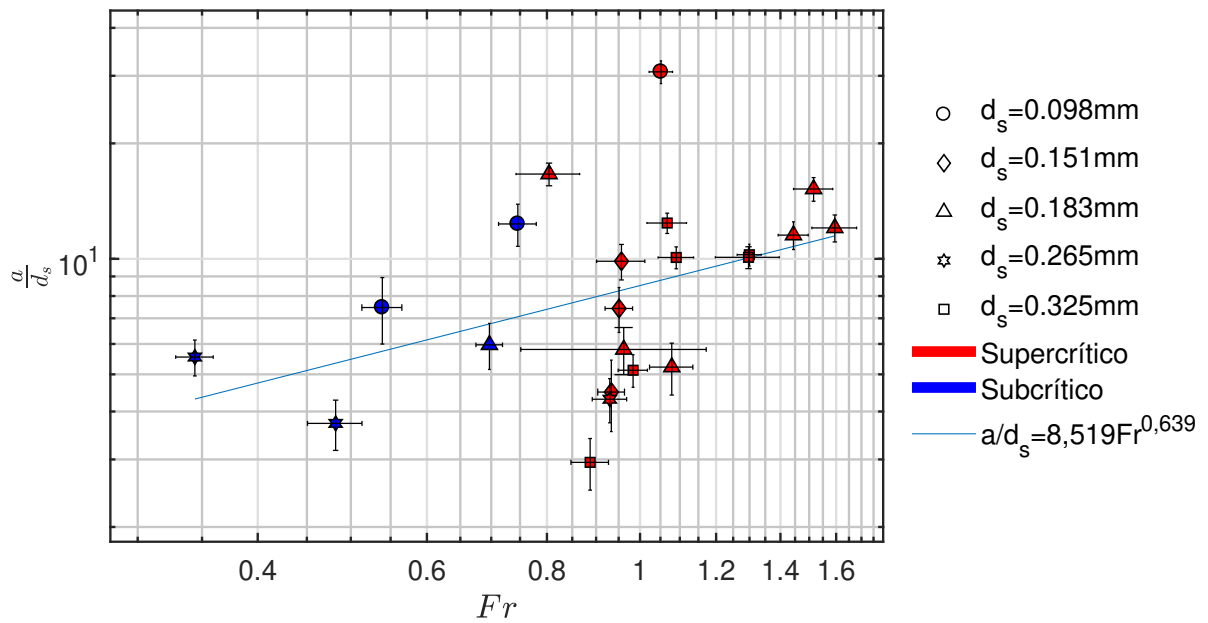


Figura 4.17: Relación entre la amplitud de onda escalada con el diámetro de la partícula y el número de Froude. Coeficiente de correlación de la línea de tendencia corresponde a $R^2 = 0,178$.

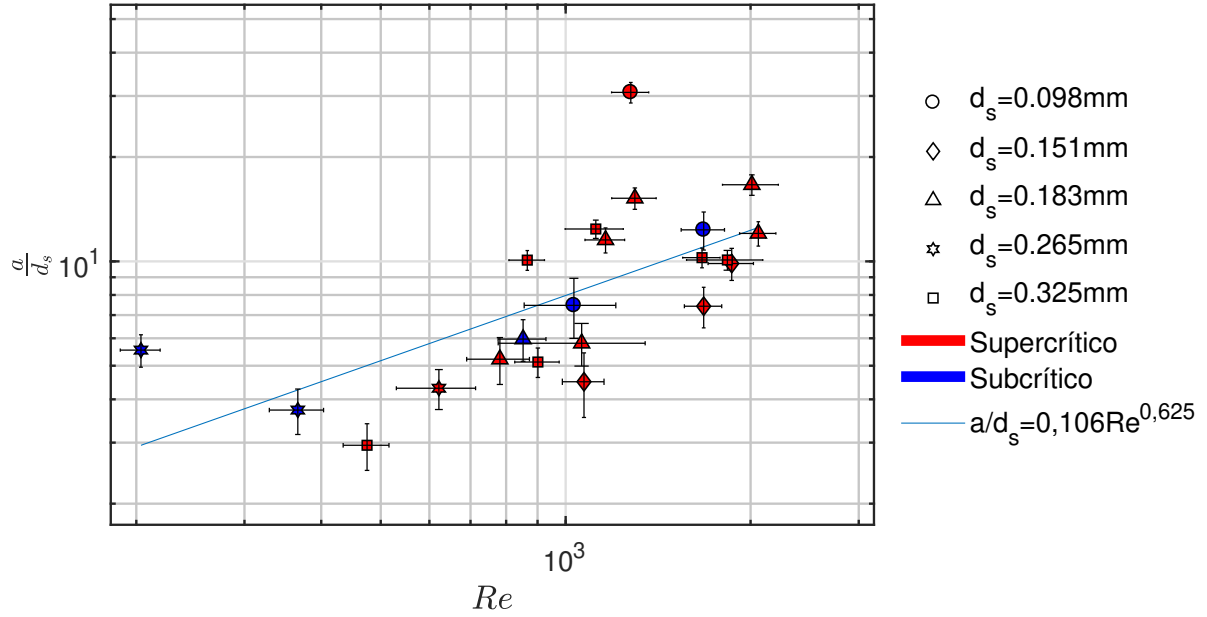


Figura 4.18: Relación entre la amplitud de onda escalada con el diámetro de la partícula y el número de Reynolds. Coeficiente de correlación de la línea de tendencia corresponde a $R^2 = 0,42$.

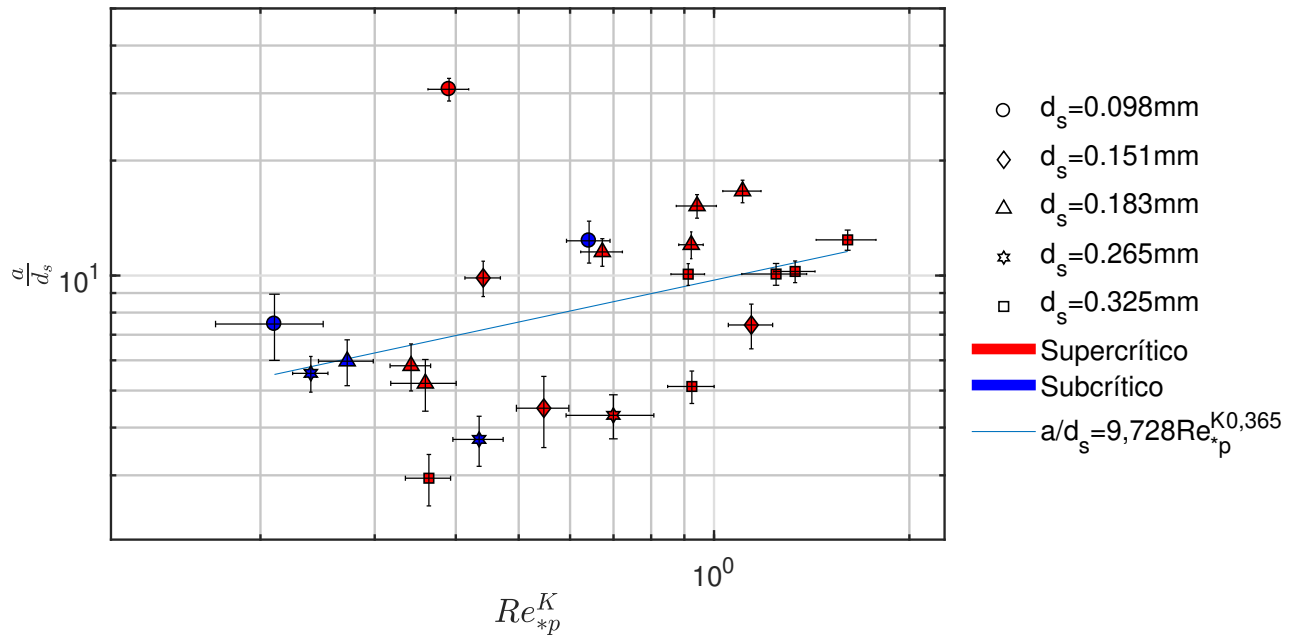


Figura 4.19: Relación entre la amplitud de onda escalada con el diámetro de la partícula y el número de Reynolds modificado de la partícula. Coeficiente de correlación de la línea de tendencia corresponde a $R^2 = 0,18$.

De la Figura 4.19 se observa que la amplitud escalada por el diámetro del sedimento

es independiente del número de Reynolds modificado de la partícula. La dispersión vertical de los resultados con el número de Froude (Figura 4.17) no permite definir una tendencia entre ambos parámetros. Por último, la dispersión entre la amplitud escalada y el número de Reynolds (Figura 4.18) es menor respecto al parámetro anterior. Realizando un ajuste potencial se obtiene que:

$$\frac{a}{d_s} = 0,106Re^{0,625}; \quad R^2 = 0,42 \quad (4.14)$$

4.2.3. Longitud de onda

La longitud de onda de las formas de fondo se puede escalar con la altura media del flujo y se grafica en las Figuras 4.21, 4.20 y 4.22. El valor promedio obtenido es 2 a 10 veces la altura del flujo. Para los tres diámetros de la partícula más grandes (arena y microesferas de vidrio), los valores de la longitud de onda escalada con el diámetro del sedimento van de 200 a 600, resultado similar al obtenido por Eling (1997) en experimentos llevados a cabo en canales con flujo laminar de agua y lechos compuestos de partículas de diámetro entre 0,29 y 0,39 milímetros. Por otra parte, en experimentos en canales con flujo laminar, Baas (1999) obtuvo longitudes de onda de rizos de 141,1 mm, para lechos de arena de diámetro 0,238 (mm) .

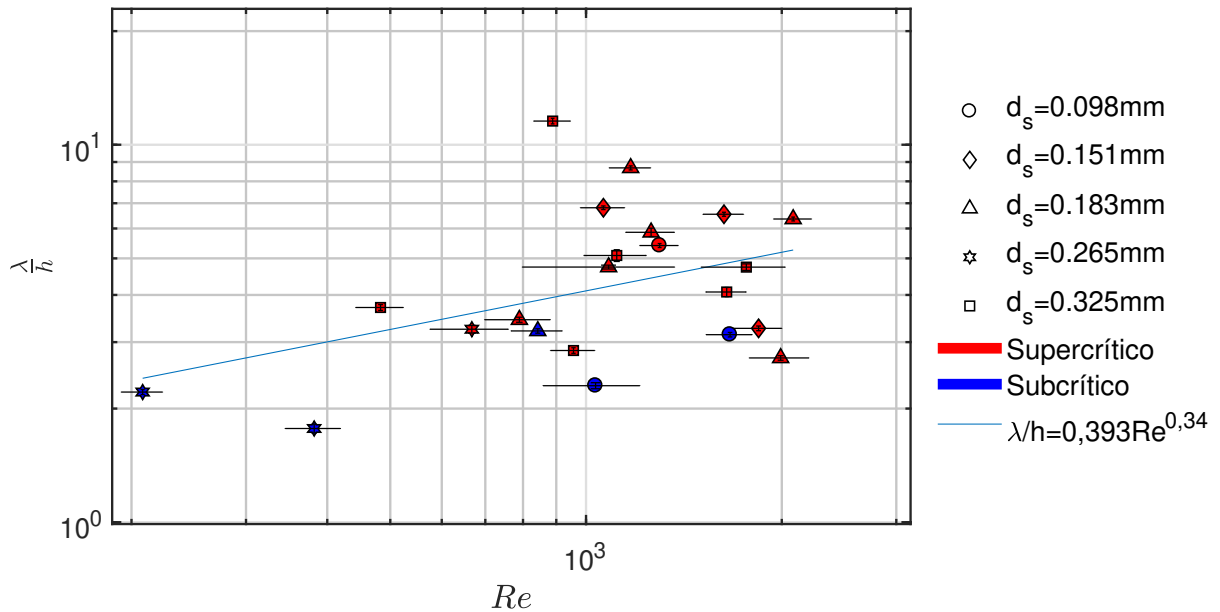


Figura 4.20: Relación entre la longitud de onda escalada con la altura de flujo y el número de Reynolds de flujo. Coeficiente de correlación de la línea de tendencia corresponde a $R^2 = 0,170$.

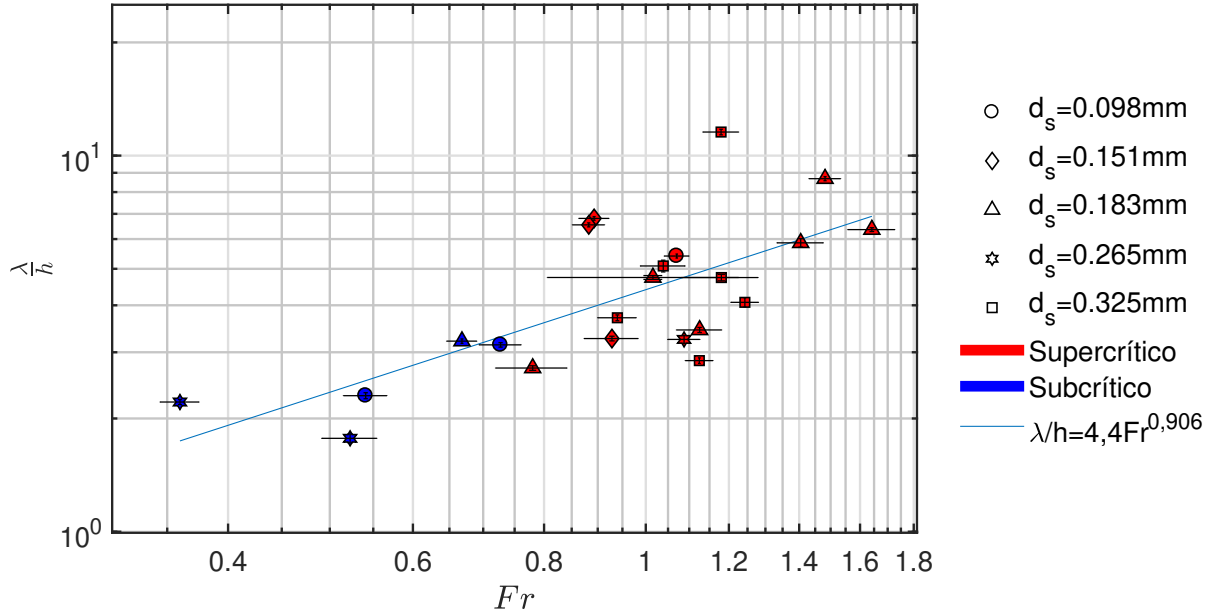


Figura 4.21: Relación entre la longitud de onda escalada con la altura de flujo y el número de Froude. Coeficiente de correlación de la línea de tendencia corresponde a $R^2 = 0,496$.

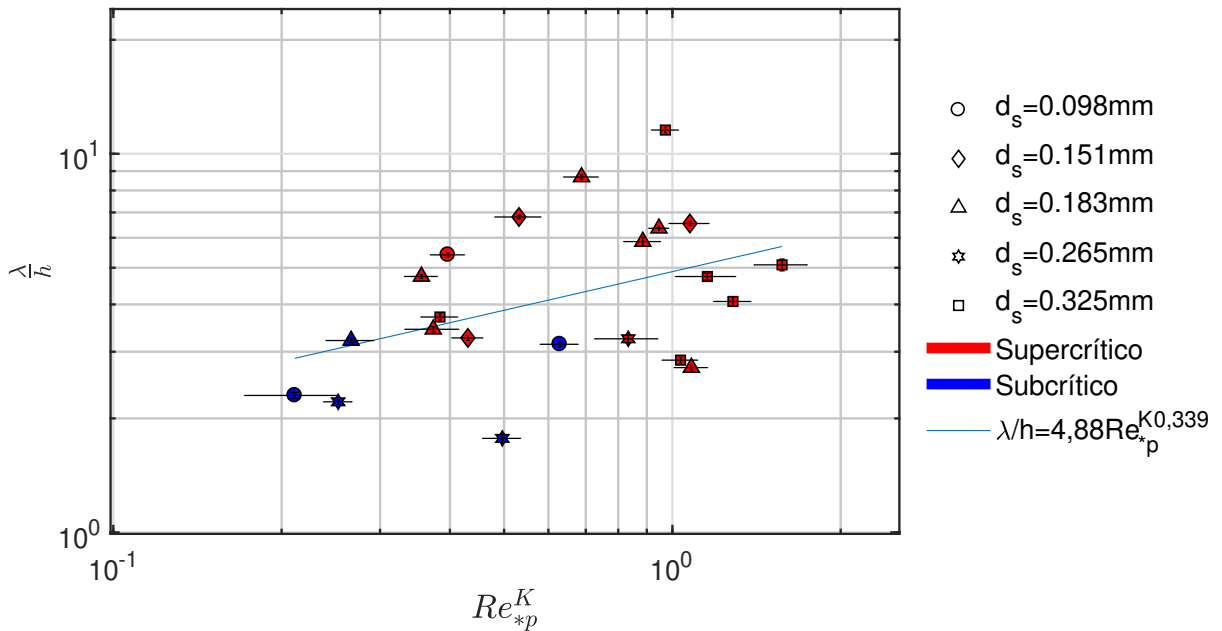


Figura 4.22: Relación entre la longitud de onda escalada con la altura de flujo y el número de Reynolds modificado de la partícula. Coeficiente de correlación de la línea de tendencia corresponde a $R^2 = 0,179$.

Los resultados de la longitud de onda escalada con el número de Reynolds modificado de la partícula (Figura 4.22) presentan una dispersión vertical mayor a la obtenida al graficar con

el número de Froude (Figura 4.21). Por otra parte, los resultados con el número de Reynolds (Figura 4.20) del flujo se encuentran poco distribuidos en el eje horizontal, acumulándose en el rango de valores de $1000 < Re < 2000$, por lo que no es posible deducir expresiones con ninguno de los parámetros. Sin embargo, al graficar en función del número de Froude se nota una tendencia de incremento, que se expresa en la siguiente relación. (Figura 4.21)

$$\frac{\lambda}{h} = 4,4Fr^{0,906}; \quad R^2 = 0,496 \quad (4.15)$$

4.2.4. Celeridad de formas de fondo

La celeridad de las formas de fondo escalada con la velocidad media del flujo y la velocidad friccional se grafica en función de diferentes parámetros adimensionales en las Figuras 4.23, 4.24, 4.25, 4.26 y 4.27. La celeridad promedio es el 0,03 al 2% de la velocidad friccional y el 0,007 al 0,3% de la velocidad media del flujo.

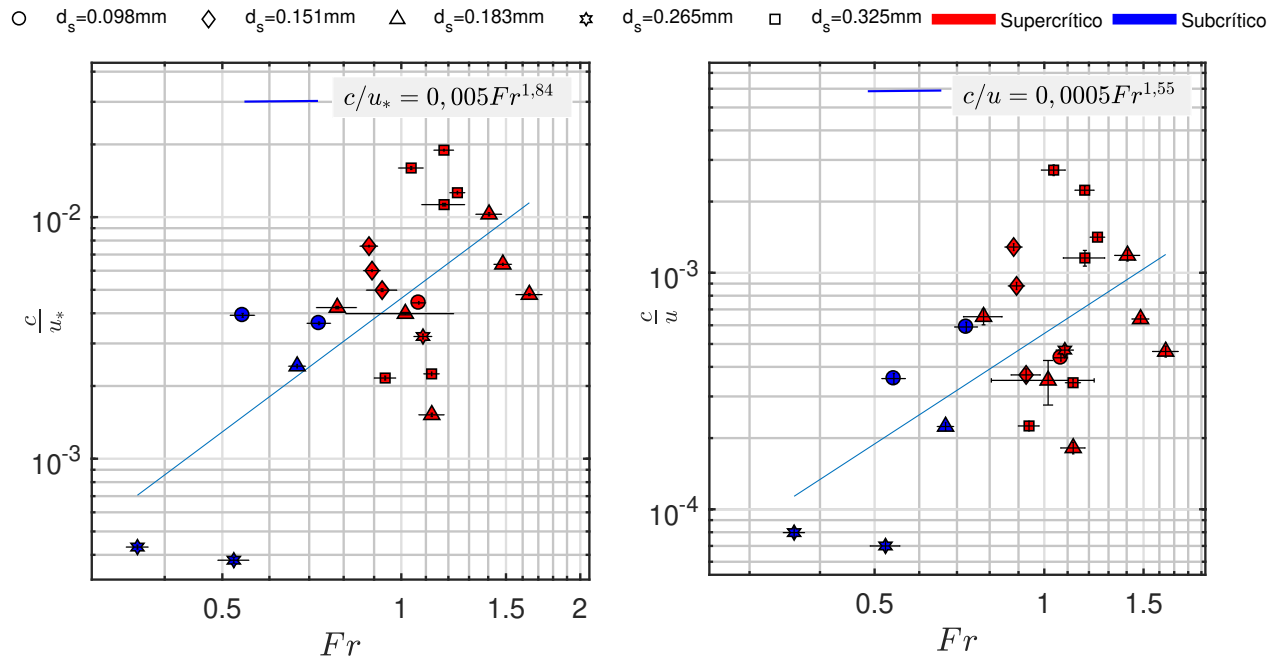


Figura 4.23: Celeridad de la onda escalada con la velocidad friccional y la velocidad media de flujo en función del número de Froude. Coeficientes de correlación de las líneas de tendencia corresponden a $R^2 = 0,447$ (gráfico al costado izquierdo) y $R^2 = 0,351$ (gráfico al costado derecho).

○ $d_s=0.098\text{mm}$ ◇ $d_s=0.151\text{mm}$ △ $d_s=0.183\text{mm}$ ☆ $d_s=0.265\text{mm}$ □ $d_s=0.325\text{mm}$ ■ Supercrítico ● Subcrítico

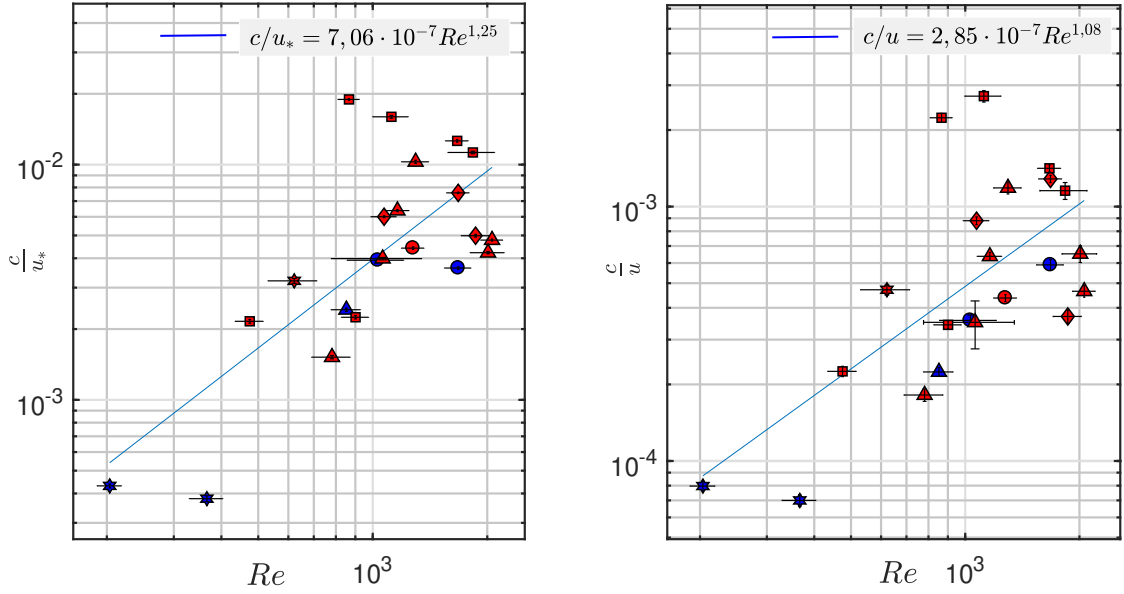


Figura 4.24: Celeridad de la onda escalada con la velocidad friccional y la velocidad media de flujo en función del número de Reynolds. Coeficientes de correlación de las líneas de tendencia corresponden a $R^2 = 0,533$ (gráfico al costado izquierdo) y $R^2 = 0,436$ (gráfico al costado derecho).

○ $d_s=0.098\text{mm}$ ◇ $d_s=0.151\text{mm}$ △ $d_s=0.183\text{mm}$ ☆ $d_s=0.265\text{mm}$ □ $d_s=0.325\text{mm}$ ■ Supercrítico ● Subcrítico

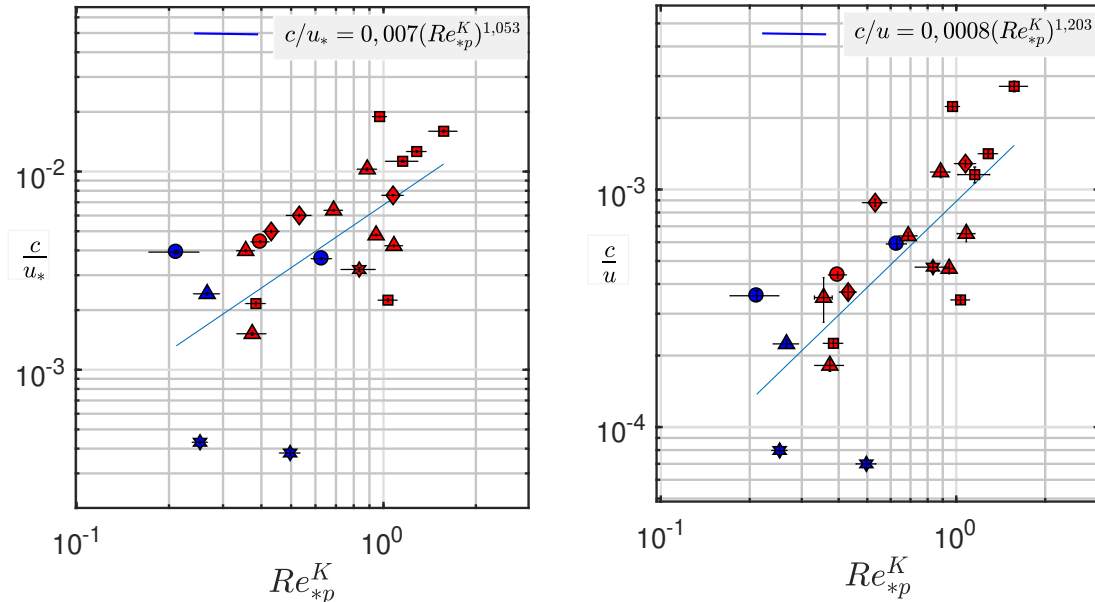


Figura 4.25: Celeridad de la onda escalada con la velocidad friccional y la velocidad media de flujo en función del número de Reynolds modificado de la partícula. Coeficientes de correlación de las líneas de tendencia corresponden a $R^2 = 0,378$ (gráfico al costado izquierdo) y $R^2 = 0,542$ (gráfico al costado derecho).

Al graficar la celeridad escalada tanto con la velocidad media del flujo como la friccional, en función del número de Froude, se observa que la dispersión vertical de los resultados no permite generar relaciones con la celeridad. Por otra parte, al graficar la celeridad escalada con la velocidad friccional del flujo se nota que a pesar de presentar dos puntos alejados de la tendencia, la dispersión vertical de los resultados es mejor que al escalar con la velocidad del flujo. El ajuste se presenta en la siguiente ecuación.

$$\frac{c}{u_*} = 7 \cdot 10^{-7} Re^{1,25}; \quad R^2 = 0,533 \quad (4.16)$$

Por último, la distribución horizontal de los resultados al graficar en función del número de Reynolds modificado de la partícula abarca un mayor rango de valores (Figura 4.25), al escalar la celeridad con la velocidad media del flujo y con la velocidad friccional. Los ajustes se expresan en las siguientes definiciones.

$$\frac{c}{u_*} = 0,007 Re_{*p}^{K 1,053}; \quad R^2 = 0,378 \quad (4.17)$$

$$\frac{c}{u} = 0,001 Re_{*p}^{K 1,203}; \quad R^2 = 0,542 \quad (4.18)$$

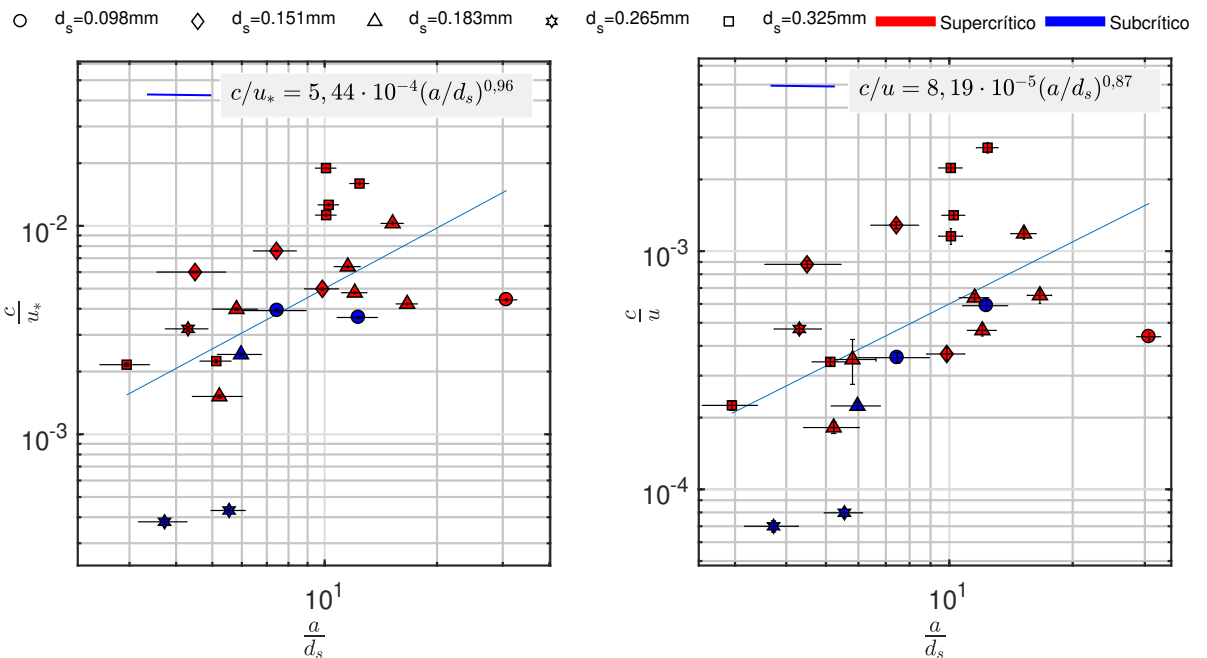


Figura 4.26: Celeridad de la onda escalada con la velocidad friccional y la velocidad media de flujo en función de la amplitud escalada por el diámetro característico de las partículas. Coeficientes de correlación de las líneas de tendencia corresponden a $R^2 = 0,295$ (gráfico al costado izquierdo) y $R^2 = 0,262$ (gráfico al costado derecho).

○ $d_s=0.098\text{mm}$ ◇ $d_s=0.151\text{mm}$ △ $d_s=0.183\text{mm}$ ☆ $d_s=0.265\text{mm}$ □ $d_s=0.325\text{mm}$ ■ Supercrítico ■ Subcrítico

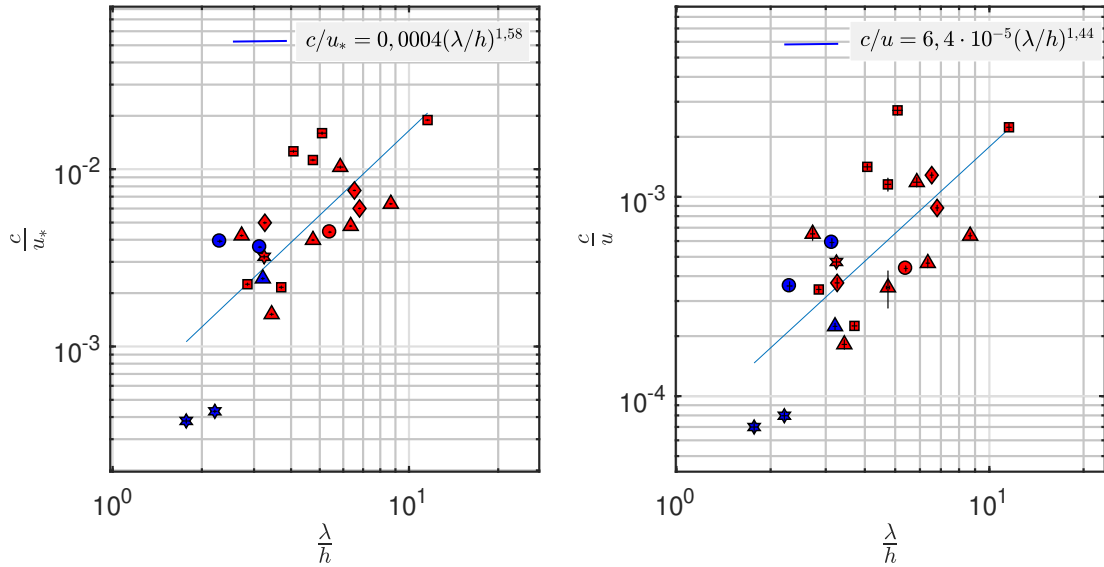


Figura 4.27: Celeridad de la onda escalada con la velocidad friccional y la velocidad media de flujo en función de la longitud de onda escalada por la altura media de flujo. Coeficientes de correlación de las líneas de tendencia corresponden a $R^2 = 0,55$ (gráfico al costado izquierdo) y $R^2 = 0,502$ (gráfico al costado derecho).

Luego, al comparar con otras características geométricas de las formas de fondo (Figuras 4.26 y 4.27), se observa que la mejor distribución horizontal y vertical de los resultados se obtiene al graficarla celeridad escalada por la velocidad friccional en función de la longitud de onda escalada por la altura media del flujo, lo cual queda expresado en la ecuación 4.19.

$$\frac{c}{u_*} = 0,0004 \left(\frac{\lambda}{h} \right)^{1,584} ; \quad R^2 = 0,55 \quad (4.19)$$

4.3. Resistencia al flujo

El factor de fricción del lecho se grafica en función del número de Reynolds en la Figura 4.28. La línea de color negro corresponde a la expresión de la resistencia al flujo propuesta por Burger et al. (2010) para lecho fijo (ecuación 2.10).

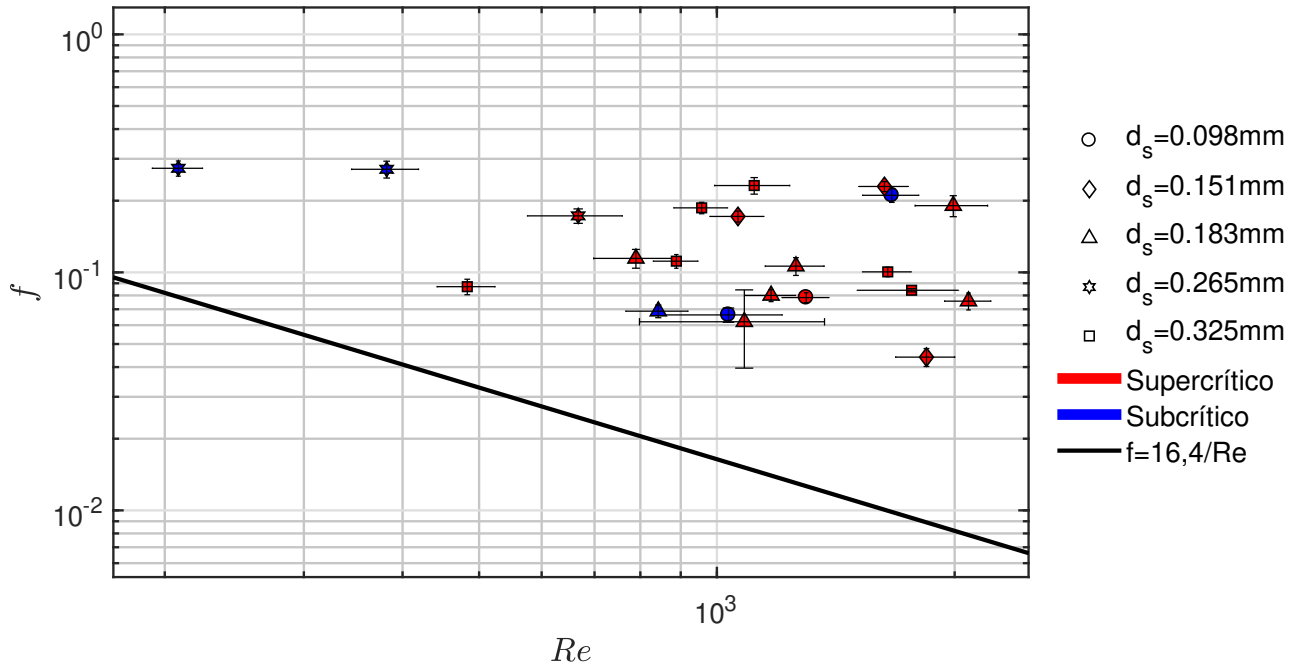


Figura 4.28: Relación del factor de fricción y el número de Reynolds. Datos experimentales y relación de Burger (2010).

De la Figura 4.28 se observa que la relación de Burger et al. (2010) subestima el factor de fricción del lecho. Este fenómeno se explica por la presencia de las formas de fondo en el lecho, que aumentan la resistencia al flujo, especialmente por el aumento de superficie donde actúa el esfuerzo de corte. Einstein (1950) afirma que el esfuerzo de corte actuando sobre el lecho τ_0 se puede descomponer de la siguiente forma:

$$\tau_0 = \tau_0' + \tau_0'' \quad (4.20)$$

Donde τ_0' y τ_0'' corresponden al esfuerzo de corte asociado a la rugosidad inducida por las partículas y a las formas de fondo, respectivamente. Considerando el factor de fricción asociado al esfuerzo de corte generado por la rugosidad de las partículas del lecho como se presenta en la ecuación 2.10, en conjunto con la ecuación de Darcy para el esfuerzo de corte se definen las magnitudes de τ_0' y τ_0'' .

$$f_{\tau_0''} = \frac{\tau_0 - \rho \frac{16,4}{Re} \frac{v^2}{8}}{\rho v^2 / 8} \quad (4.21)$$

En la Tabla 4.2 se presentan los factores de fricción y esfuerzos de corte de fondo totales, asociado a la rugosidad inducida por las partículas y a las formas de fondo.

Tabla 4.2: Factores de fricción y esfuerzos de corte de fondo totales, asociado al sedimento y a las formas de fondo de cada experimento.

Exp	f	f'	f''	τ	τ'_0	τ''_0	$\%f''/f$	$\%\tau''_0/\tau_0$
1	0,23	0,01	0,22	4,61	0,29	4,32	94	94
2	0,11	0,02	0,09	2,35	0,40	1,95	83	83
3	0,10	0,01	0,09	3,70	0,36	3,34	90	90
4	0,08	0,01	0,08	3,74	0,39	3,34	89	89
5	0,19	0,02	0,17	5,50	0,53	4,97	90	90
6	0,09	0,03	0,05	1,44	0,57	0,87	60	61
7	0,19	0,01	0,18	5,21	0,22	4,98	96	96
8	0,11	0,01	0,09	2,94	0,35	2,59	88	88
9	0,08	0,01	0,07	2,64	0,46	2,18	82	82
10	0,08	0,01	0,07	4,36	0,45	3,90	89	90
11	0,06	0,02	0,05	1,43	0,35	1,08	75	75
12	0,07	0,02	0,05	0,74	0,20	0,53	72	73
13	0,11	0,02	0,09	2,95	0,54	2,41	82	82
14	0,04	0,01	0,04	1,10	0,22	0,88	80	80
15	0,17	0,02	0,16	2,87	0,25	2,62	91	91
16	0,23	0,01	0,22	5,86	0,25	5,61	96	96
17	0,21	0,01	0,20	3,64	0,17	3,47	95	95
18	0,08	0,01	0,07	1,55	0,25	1,30	84	84
19	0,07	0,02	0,05	0,60	0,14	0,45	76	76
20	0,27	0,04	0,23	3,06	0,50	2,56	83	84
21	0,17	0,03	0,15	2,88	0,43	2,44	85	85
22	0,27	0,08	0,19	1,17	0,34	0,82	71	71

Al calcular τ''_0 se observa que corresponde a un 60-90 % del esfuerzo de corte total, al igual que el factor de fricción generado por las formas de fondo.

El factor de fricción asociado a las formas de fondo solo presenta dependencia con el número de Reynolds modificado de la partícula como se muestra en la Figura 4.29.

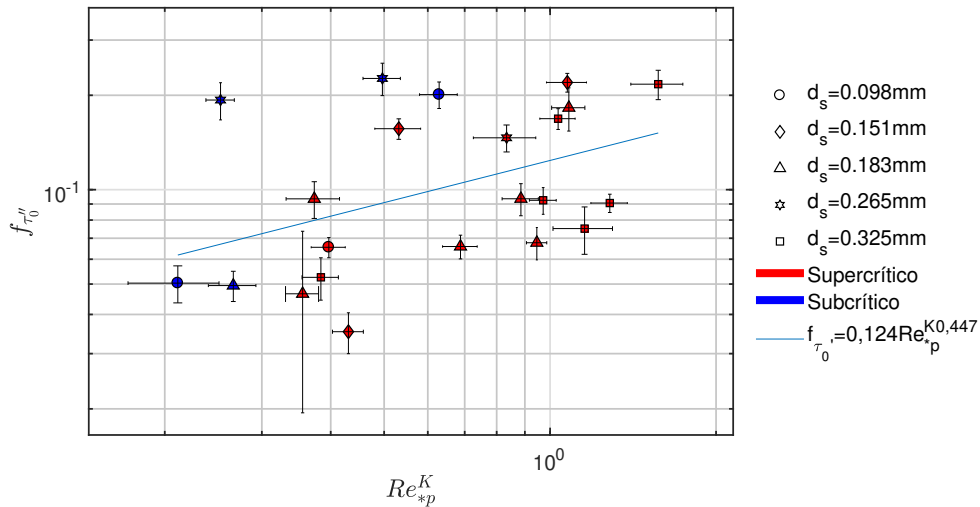


Figura 4.29: Factor de fricción de las formas de fondo en función del número de Reynolds modificado de la partícula. Coeficiente de correlación de la línea de tendencia corresponde a $R^2 = 0,191$.

Einstein y Barbarossa proponen una relación del tipo: $u/u_*'' = f(1/\tau_*')$, dado que $u/u_*'' = \sqrt{8/f''}$, que se presenta en la Figura 4.30 (Einstein y Barbarossa, 1952).

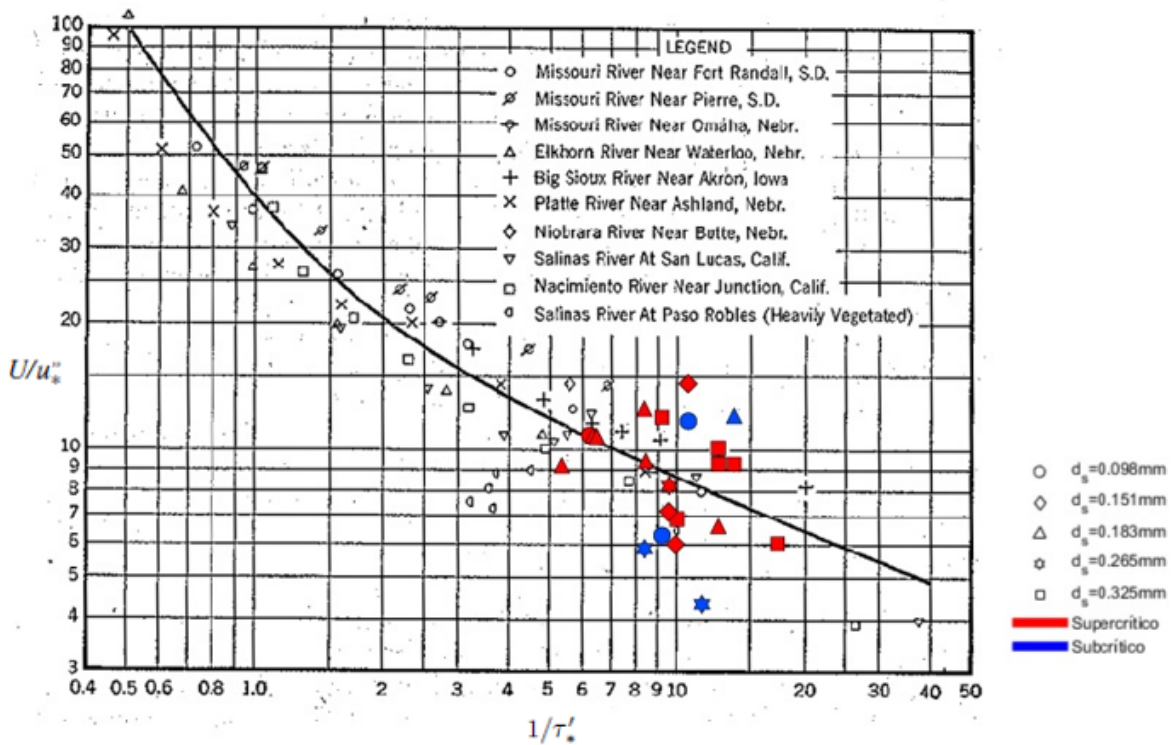


Figura 4.30: Coeficiente de fricción asociado a la resistencia por efecto de forma en función del transporte del sedimento. Método de Einstein-Barbarossa. Datos en color rojo y azul corresponde a resultados experimentales.

Se observa de la Figura 4.30 que los resultados experimentales siguen la tendencia de la relación propuesta por Einstein, del coeficiente de fricción (dependiente de los parámetros reológicos. Ver Capítulo 3) asociado a la resistencia al flujo por efecto de las formas de fondo y el cociente entre la velocidad media del flujo y la friccional, coincidiendo con resultados obtenidos en ríos.

Por otra parte, Engelund (1966) determina una función empírica que relaciona el esfuerzo de corte adimensional total sobre el lecho, τ_* , con el esfuerzo de corte adimensional asociado a los granos, τ'_* . Esta relación se muestra en la Figura 4.31, donde existen dos curvas representando dos regímenes del lecho. El primero es el inferior donde existen rizos y dunas, y el segundo el superior donde existe lecho plano y antidunas.

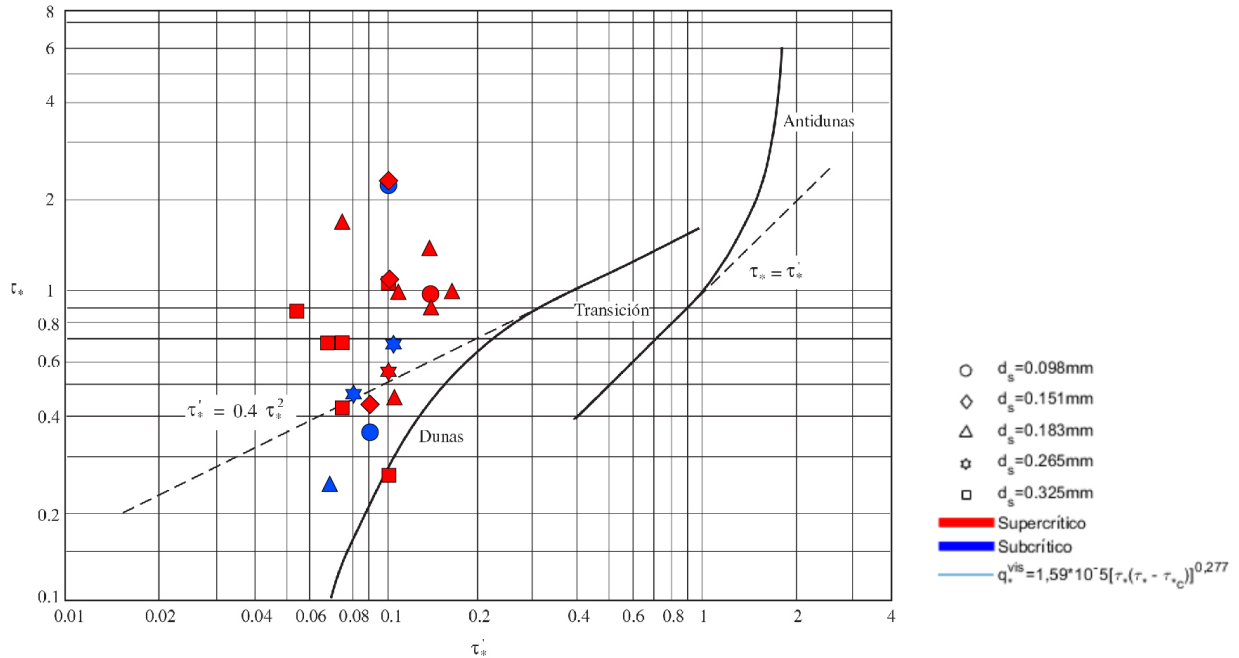


Figura 4.31: Relación entre los esfuerzos de corte adimensionales total, τ_* , y asociado a los granos, τ'_* . Método de Engelund. Datos en color rojo y azul corresponde a resultados experimentales.

De la Figura 4.31 se observa que tanto los experimentos en régimen subcrítico como supercrítico se encuentran en la zona donde se generarían dunas según el método de Engelund.

Los parámetros adimensionales calculados se presentan en la Tabla C.7 del apéndice B del Anexo.

4.4. Influencia de formas de fondo en perfiles de velocidad en la superficie

Para estudiar la influencia de las formas de fondo en el campo de velocidades de la superficie libre del flujo, se realizan mediciones de PIV antes y después de la generación de

las ondas sedimentarias. Al momento de la medición inicial, el lecho se encuentra totalmente plano y solo se observa arrastre generalizado de fondo. En las Figuras 4.32a y 4.33a se muestran las primeras formas de fondo de los experimentos, que se originan luego de la medición y en las Figuras 4.32b y 4.33b se presentan los perfiles transversales de velocidad en distintas posiciones del perfil longitudinal, denominadas con la letra y .

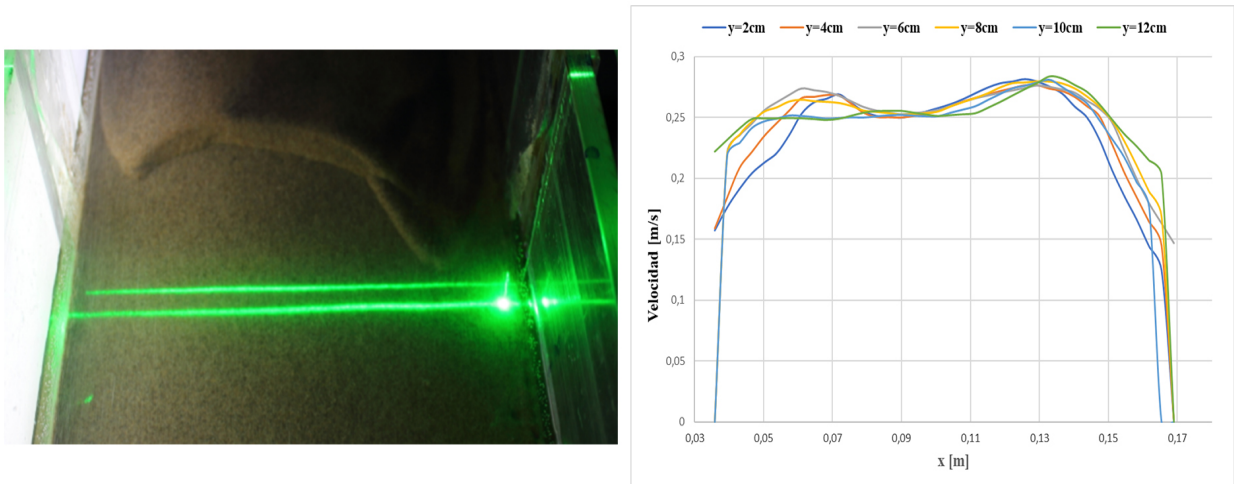


Figura 4.32: Comparación del perfil transversal de velocidades con la forma de fondo presente al inicio de un experimento con lecho de arena. (a) Forma de fondo al inicio del experimento. (b) Perfiles transversales de velocidad en la superficie libre al inicio del experimento calculados con PIV.

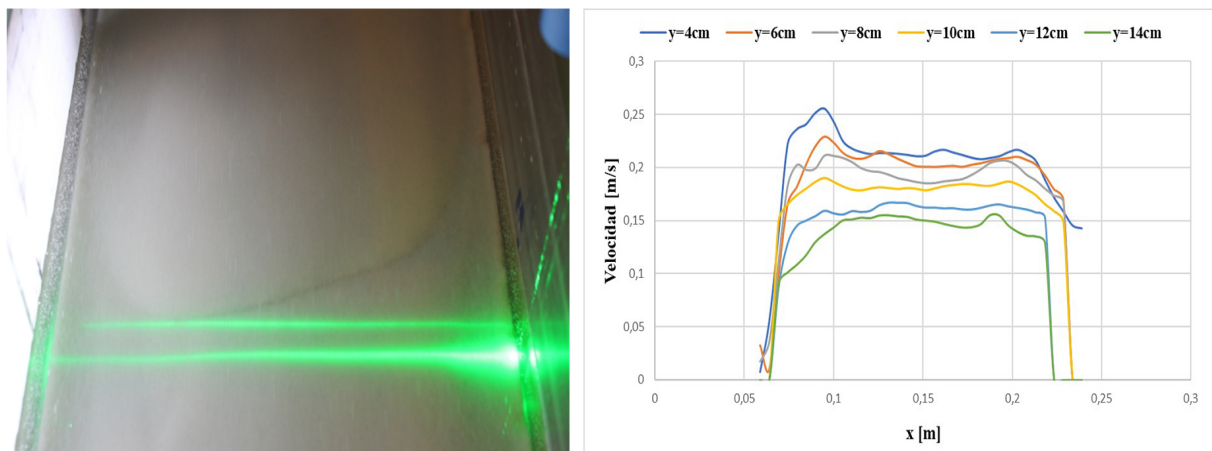


Figura 4.33: Comparación del perfil transversal de velocidades con la forma de fondo presente al inicio de un experimento con lecho de microesferas de vidrio. (a) Forma de fondo al inicio del experimento. (b) Perfiles transversales de velocidad en la superficie libre al inicio del experimento calculados con PIV.

Al comparar los perfiles transversales de velocidad con las formas de fondo iniciales, se

observan similitudes en sus morfologías. En el perfil de la Figura 4.32b, se ven dos *peaks* localizados a los costados del canal al igual que en la fotografía de la primera forma de fondo del experimento.

Por otro lado, en la Figura 4.33a se muestra una forma de fondo cuasi simétrica a lo largo del canal, donde el perfil de velocidades no presenta *peaks* y es prácticamente perpendicular al flujo en toda su extensión.

Luego al realizar la medición PIV al final del experimento se obtienen los perfiles transversales de velocidad, que se presentan en las Figuras 4.34a y 4.35a. Las formas de fondo presentes al momento de la medición se muestran en las Figuras 4.34b y 4.35b.

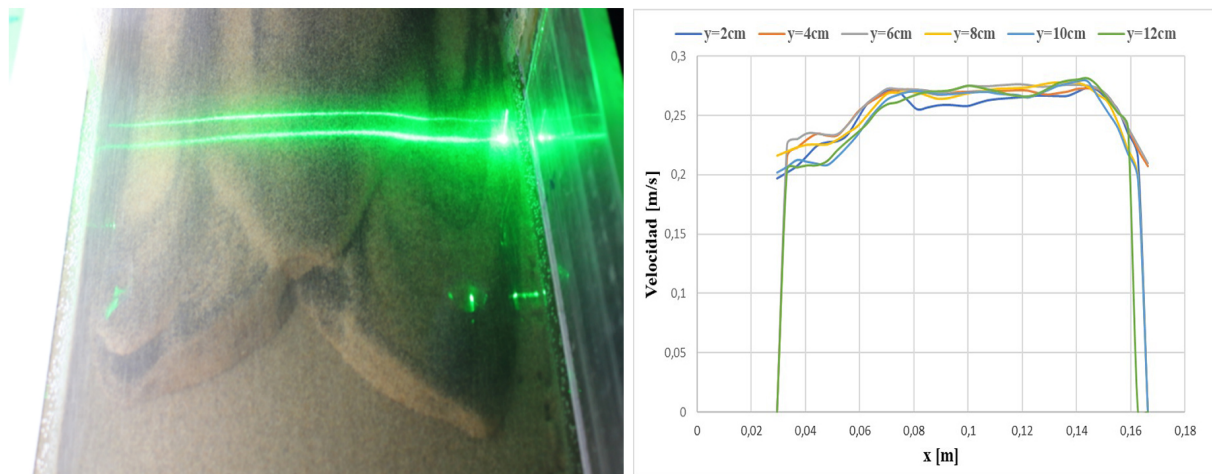


Figura 4.34: Comparación del perfil transversal de velocidades con la forma de fondo presente al final de un experimento con lecho de arena. (a) Forma de fondo al final del experimento. (b) Perfiles transversales de velocidad en la superficie libre al final del experimento calculados con PIV.

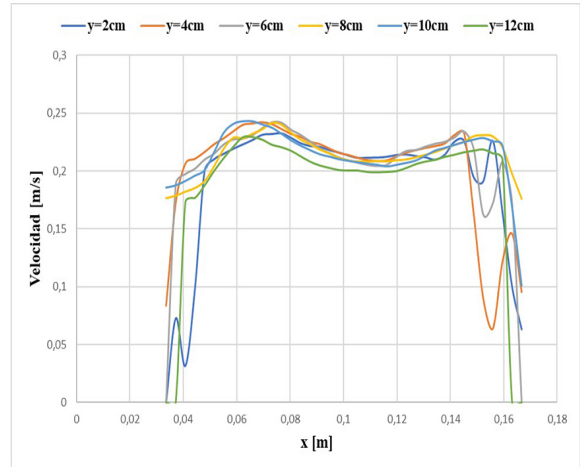
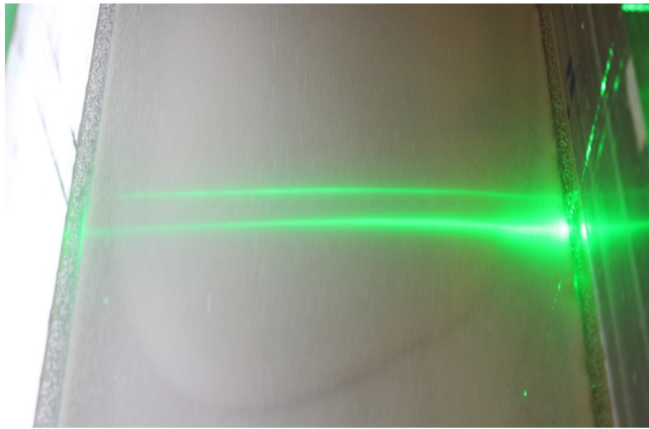


Figura 4.35: Comparación del perfil transversal de velocidades con la forma de fondo presente al final de un experimento con lecho de microesferas de vidrio. (a) Forma de fondo al final del experimento. (b) Perfiles transversales de velocidad en la superficie libre al final del experimento calculados con PIV.

Al igual que en las mediciones al inicio del experimento, los perfiles transversales de velocidad de la superficie libre al final del experimento, tienen una morfología similar a la de las formas de fondo presentes al término del experimento.

Capítulo 5

Conclusiones

A partir de una metodología no intrusiva, se determinaron experimentalmente las características geométricas de las formas de fondo generadas por el flujo de un fluido de tipo ley de potencia en contornos abiertos.

La morfología de las formas de fondo corresponde en su mayoría a lenguas que se ubican en diferentes posiciones del perfil transversal del canal. Se identifican cuatro morfologías: dunas centrales, que se extienden en todo el perfil con su máximo localizado al centro del canal; barras de ancho menor al del canal junto a las paredes; barras dobles o triples con dos o tres máximos ubicados a los costados del canal; y rizos, que corresponde a formas de fondo muy pequeñas que se identifican por la deformación del contorno generado por el láser.

Del diagrama de los tipos de formas de fondo, se observa que las barras dobles se generan en velocidades de flujo mayores a 0,4 (m/s) y los rizos a velocidades menores que este valor. Ambos tipos de formas de fondo aumentan su frecuencia de aparición con el diámetro de la partícula. Por otra parte, las barras se presentan en lechos con partículas de diámetro mayor a 0.151 (mm) y las dunas centrales se presentan en todos los tamaños de partículas estudiados. Cabe mencionar que el diagrama se elabora a partir de parámetros dimensionales, por lo que el efecto de otra variable puede influir en su estructura. Al comparar con el diagrama elaborado por Baas (1999) se observa la presencia de barras en las mismas condiciones experimentales que demarcan la sección de este tipo de forma de fondo en el diagrama presentando en el Capítulo 4. Adicionalmente, el área de aparición de dunas centrales identificada por Southard Boguchwal (1990) coincide aproximadamente con la de éste estudio.

La morfología de las formas de fondo pareciera depender de la textura de las partículas del sedimento. En los lechos de arena la morfología se hace más irregular a mayores números de Reynolds del flujo, pero para lechos de microsferas de vidrio las formas de fondo se vuelven más simétricas con el aumento.

Con respecto al gasto sólido de fondo, se observa que este aumenta con el diámetro de la partícula, independientemente del material del lecho. Por otra parte, la amplitud, celeridad y longitud de onda no dependen del material ni del diámetro del sedimento.

El gasto sólido de fondo escalado por un término viscoso es independiente del exceso de esfuerzo de corte de fondo y aumenta con el exceso de esfuerzo de corte relativo. Sin embargo, el mejor ajuste para el gasto sólido de fondo se obtiene al escalar por una relación entre el peso específico sumergido, el diámetro de la partícula y los parámetros reológicos, en función de una relación entre el número de Galileo para fluidos pseudoplásticos y el exceso de esfuerzo de corte.

A partir de los resultados, se observa que la amplitud de las formas de fondo escalada con el diámetro de la partícula es independiente del número de Reynolds modificado de la partícula y aumenta con el número de Froude y el de Reynolds del flujo, ajustándose mejor con éste último. También se ve que la longitud de onda escalada por la altura del flujo aumenta con el número de Froude y no presenta relación con otros parámetros adimensionales del flujo.

La celeridad de la onda escalada tanto por la velocidad friccional como por la velocidad media del flujo aumenta con el número de Reynolds modificado de la partícula, con una buena distribución de los resultados en ambos ejes del gráfico para los dos casos. Al comparar con las características geométricas de las formas de fondo el mejor ajuste se observa al escalar con la velocidad del flujo y graficar con la longitud de onda escalada con la altura media del flujo.

El esfuerzo de corte de fondo asociado a la resistencia generada por las formas de fondo corresponde al 60-90 % del esfuerzo de corte total. El factor de fricción asociado a esta resistencia presenta una dependencia solo con el número de Reynolds modificado de la partícula. Adicionalmente, se observa que los resultados experimentales siguen la tendencia de la relación propuesta por Einstein-Barbarossa ($u/u_*'' = f(1/\tau_*')$).

Al analizar la relación entre los esfuerzos de corte adimensionales total y asociado a los granos del lecho, los datos experimentales, en régimen subcrítico y supercrítico, se ubican en el régimen inferior del lecho caracterizado por Engelund (1966), donde predomina la formación de dunas y rizos, lo cual concuerda con lo observado.

Finalmente, pareciera existir una relación entre la forma del perfil de velocidades de la superficie libre y la morfología de la forma de fondo presente al momento de la medición con el sistema PIV.

Bibliografía

- [1] BAAS, J. H. An empirical model for the development and equilibrium morphology of current ripples in fine sand. *Sedimentology* 46, 1 (1999), 123–138.
- [2] BAAS, J. H., AND DE KONING, H. Washed-out ripples; their equilibrium dimensions, migration rate, and relation to suspended-sediment concentration in very fine sand. *Journal of Sedimentary Research* 65, 2a (1995), 431–435.
- [3] BURGER, J., HALDENWANG, R., AND ALDERMAN, N. Friction factor-reynolds number relationship for laminar flow of non-newtonian fluids in open channels of different cross-sectional shapes. *Chemical Engineering Science* 65, 11 (2010), 3549–3556.
- [4] CARRILLO, D. Arrastre incipiente de partículas en flujos de fluidos no newtonianos. *Universidad de Chile. Santiago de Chile [Tesis de diploma]* (2011).
- [5] CHARRU, F., MOUILLERON, H., AND EIFF, O. Erosion and deposition of particles on a bed sheared by a viscous flow. *Journal of Fluid Mechanics* 519 (2004), 55–80.
- [6] CHARRU, F., AND MOUILLERON-ARNOULD, H. Instability of a bed of particles sheared by a viscous flow. *Journal of Fluid Mechanics* 452 (2002), 303–323.
- [7] CHENG, N.-S. Analysis of bedload transport in laminar flows. *Advances in water resources* 27, 9 (2004), 937–942.
- [8] CHENG, N.-S. Revisited vanoni-brooks sidewall correction. *International Journal of Sediment Research* 26, 4 (2011), 524–528.
- [9] CHHABRA, R. P., AND RICHARDSON, J. F. *Non-Newtonian flow and applied rheology: engineering applications*. Butterworth-Heinemann, 2011.
- [10] COLEMAN, S. E., AND ELING, B. Sand wavelets in laminar open-channel flows. *Journal of Hydraulic Research* 38, 5 (2000), 331–338.
- [11] COLEMAN, S. E., AND MELVILLE, B. W. Initiation of bed forms on a flat sand bed. *Journal of Hydraulic Engineering* 122, 6 (1996), 301–310.
- [12] DEVAUCHELLE, O., MALVERTI, L., LAJEUNESSE, E., LAGRÉE, P.-Y., JOSSERAND, C., AND THU-LAM, K.-D. N. Stability of bedforms in laminar flows with free surface: from bars to ripples. *Journal of Fluid Mechanics* 642 (2010), 329–348.

- [13] EINSTEIN, H. A. *The bed-load function for sediment transportation in open channel flows*. No. 1026. US Government Printing Office, 1950.
- [14] EINSTEIN, H. A. River channel roughness. *Transactions of ASCE* 117 (1952), 1121–1132.
- [15] ELING, B. Sand-wave development in a rectangular channel under uniform laminar flow. *Department of Civil and Resource Engineering, The University of Auckland, Auckland, New Zealand* (1997).
- [16] ENGELUND, F. Hydraulic resistance of alluvial streams. *Journal of the Hydraulics Division* 92, 2 (1966), 315–326.
- [17] GARCÉS CATALÁN, A. E. Características de formas de fondo generadas en un ducto a presión debido al flujo en régimen laminar de un fluido pseudoplástico. *Tesis de Magister, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile* (2017).
- [18] GRASS, A. J., AND AYOUB, R. N. Bed load transport of fine sand by laminar and turbulent flow. In *Coastal Engineering 1982*. 1982, pp. 1589–1599.
- [19] HALDENWANG, R., SLATTER, P., AND CHHABRA, R. An experimental study of non-newtonian fluid flow in rectangular flumes in laminar, transition and turbulent flow regimes. *Journal of the South African Institution of Civil Engineering* 52, 1 (2010), 0–0.
- [20] NEGRETE SUAREZ, F. I. Estudio experimental de formas de fondo en flujos laminares con superficie libre de fluidos pseudoplásticos. *Memoria de Título, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile* (2014).
- [21] NIELSEN ISLA, L. Efecto de curvas en canales abiertos sobre el flujo de relaves. *Memoria de Título, Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad de Chile* (2014).
- [22] OURIEMI, M., AUSSILLOUS, P., AND GUAZZELLI, E. Sediment dynamics. part 1. bed-load transport by laminar shearing flows. *Journal of Fluid Mechanics* 636 (2009), 295–319.
- [23] PATALANO, A., GARCÍA, C. M., AND RODRÍGUEZ, A. Rectification of image velocity results (river): A simple and user-friendly toolbox for large scale water surface particle image velocimetry (piv) and particle tracking velocimetry (ptv). *Computers & Geosciences* 109 (2017), 323–330.
- [24] SAVITZKY, A., AND GOLAY, M. J. Smoothing and differentiation of data by simplified least squares procedures. *Analytical chemistry* 36, 8 (1964), 1627–1639.
- [25] SPELAY, R. B. Solids transport in laminar, open channel flow of non-newtonian slurries. *PhD thesis, Department of Chemical Engineering, University of Saskatchewan* (2007).
- [26] STRAUB, L. G., SILBERMAN, E., AND NELSON, H. C. Some observations on open channel flow at small reynolds numbers. *Journal of the Engineering Mechanics Division* 82, 3 (1956), 1–28.

- [27] TAMBURRINO, A., CARRILLO, D., NEGRETE, F., AND IHLE, C. F. Critical shear stress for incipient motion of non-cohesive particles in open-channel flows of pseudoplastic fluids. *The Canadian Journal of Chemical Engineering* 94, 6 (2016), 1084–1091.
- [28] TAMBURRINO, A., AND TRASLAVIÑA, C. Condition for the incipient motion of non-cohesive particles due to laminar flows of power-law fluids in closed conduits. *Water* 12, 5 (2020), 1295.
- [29] THIELICKE, W., AND STAMHUIS, E. Pivlab—towards user-friendly, affordable and accurate digital particle image velocimetry in matlab. *Journal of Open Research Software* 2, 1 (2014).
- [30] TRASLAVIÑA SALDES, C. A. Estudio experimental de la evolución temporal de las formas de fondo en flujos en presión con régimen laminar de fluidos pseudoplásticos. *Memoria de Título, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile* (2017).
- [31] WESTERWEEL, J. Fundamentals of digital particle image velocimetry. *Measurement science and technology* 8, 12 (1997), 1379.
- [32] ZHANG, X.-D., TANG, L.-M., AND XU, T.-Y. Experimental study of flow intensity influence on 2-d sand ripple geometry characteristics. *Water Science and Engineering* 2, 4 (2009), 52–59.

Apéndice A

Mapas de resultados

A.1. Mapas de celeridad, amplitud y gasto sólido de fondo.

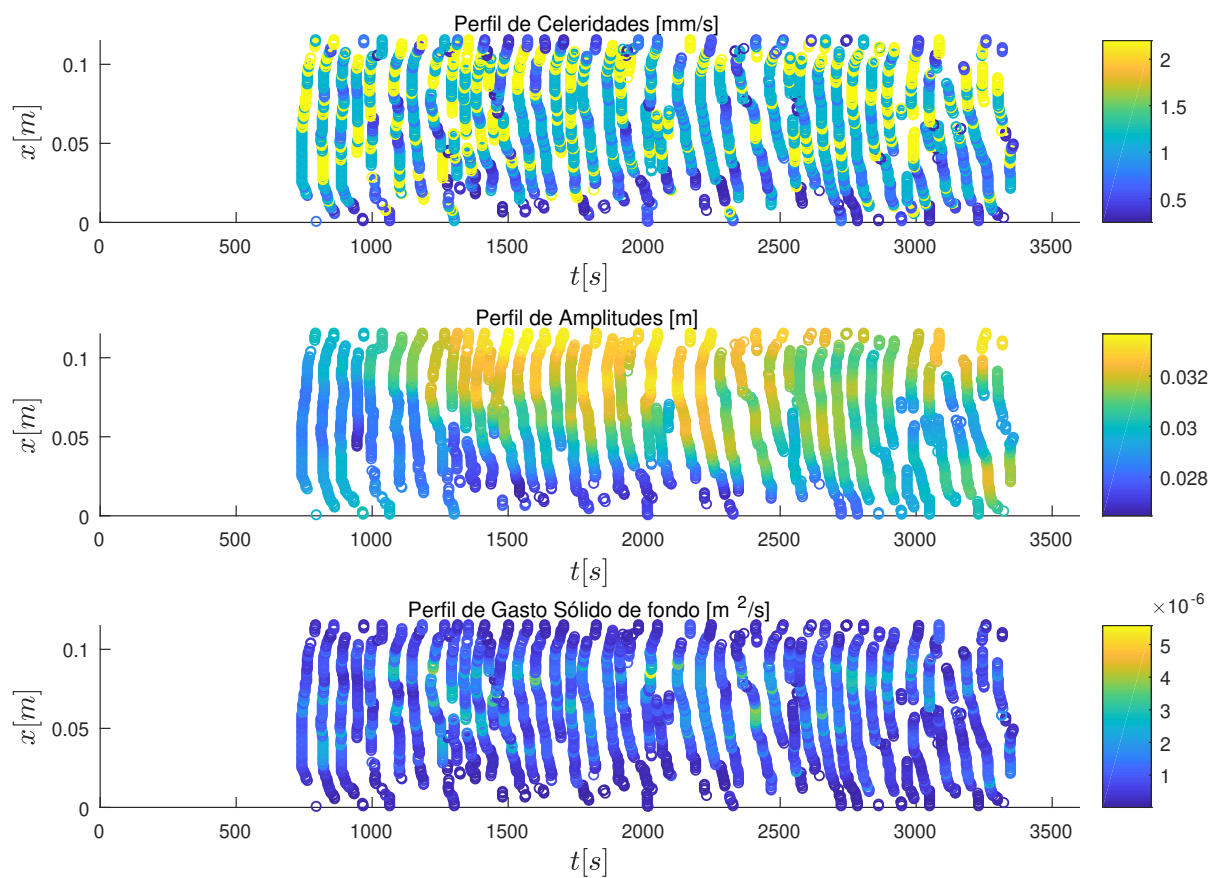


Figura A.1: Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 1120$, $Fr = 1,05$, $Re_{*p}^K = 1,61$ y $d_s = 0,000325[m]$

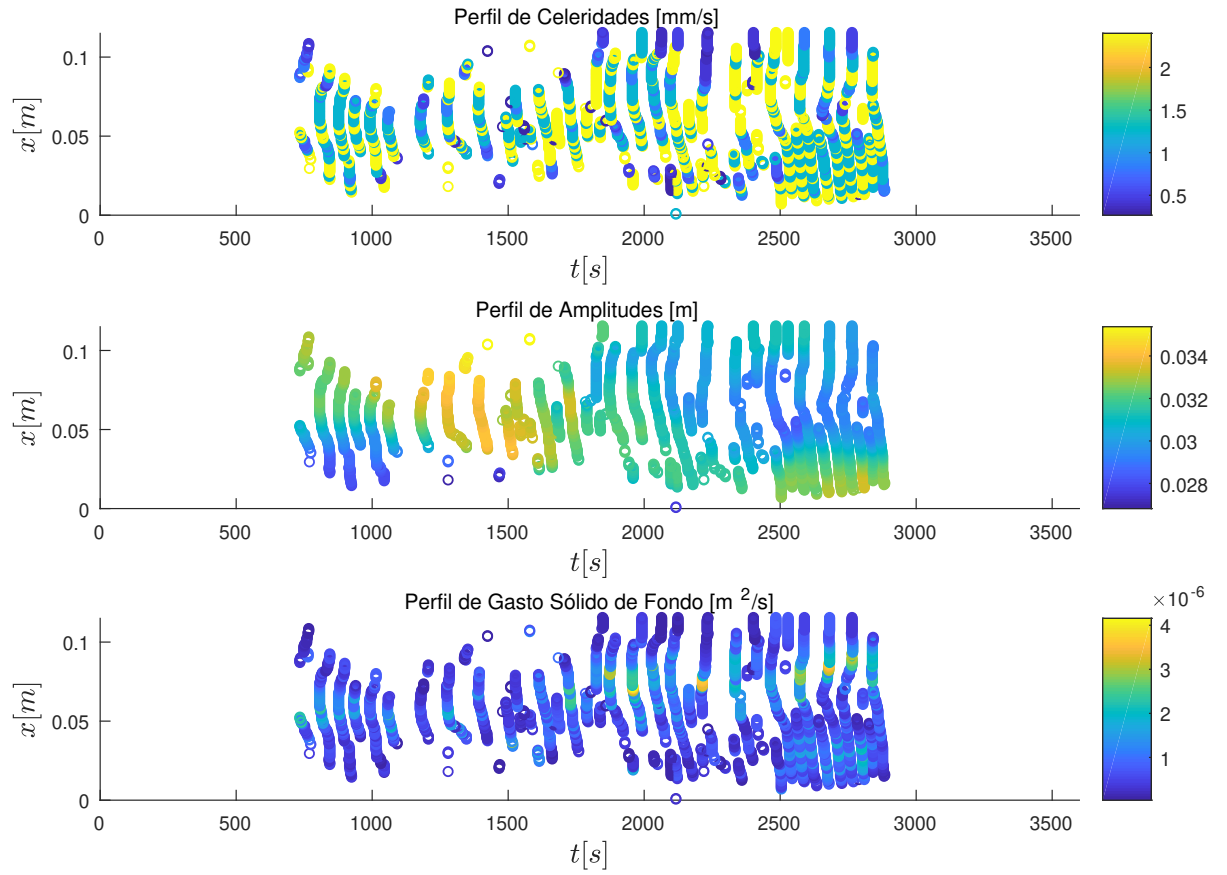


Figura A.2: Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 866$, $Fr = 1,14$, $Re_{*p}^K = 0,91$ y $d_s = 0,000325[m]$

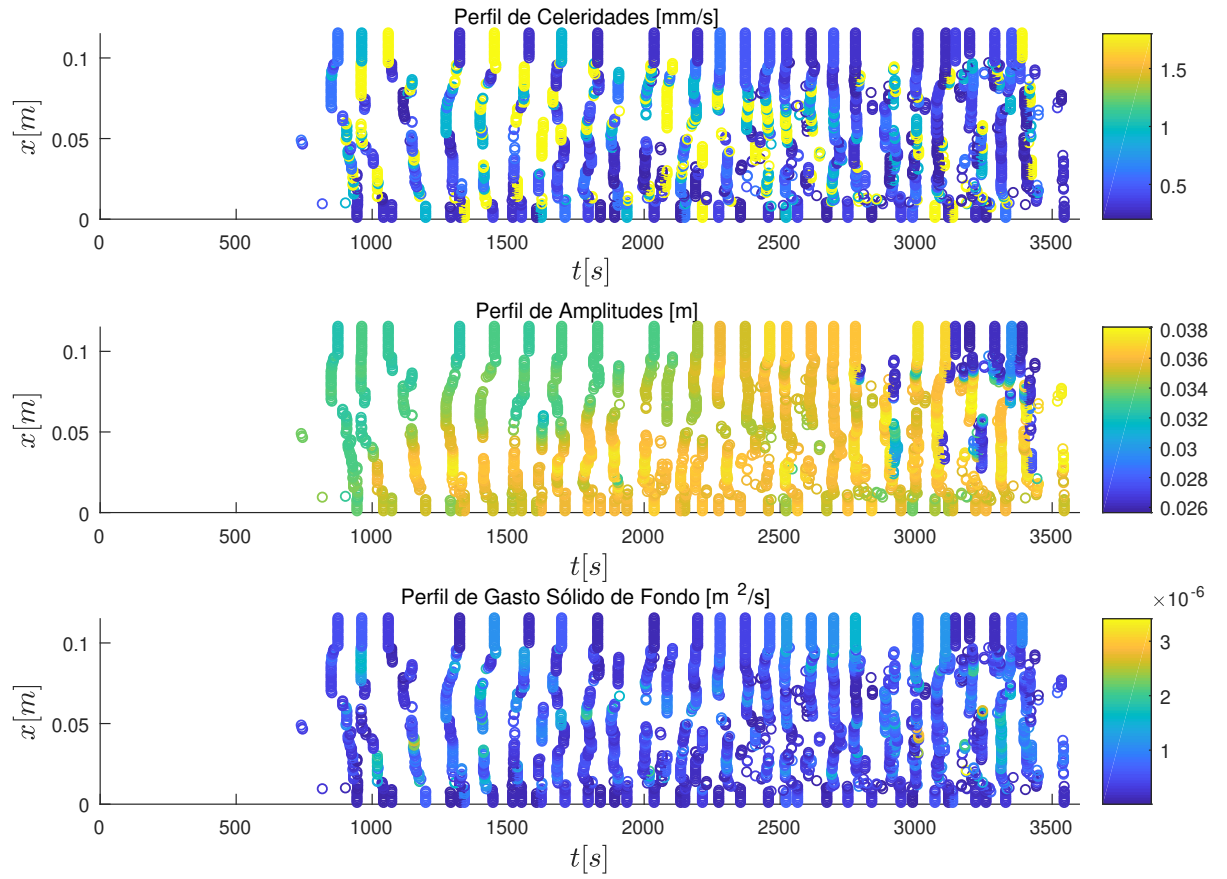


Figura A.3: Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 1667$, $Fr = 1,32$, $Re_{*p}^K = 1,33$ y $d_s = 0,000325[m]$

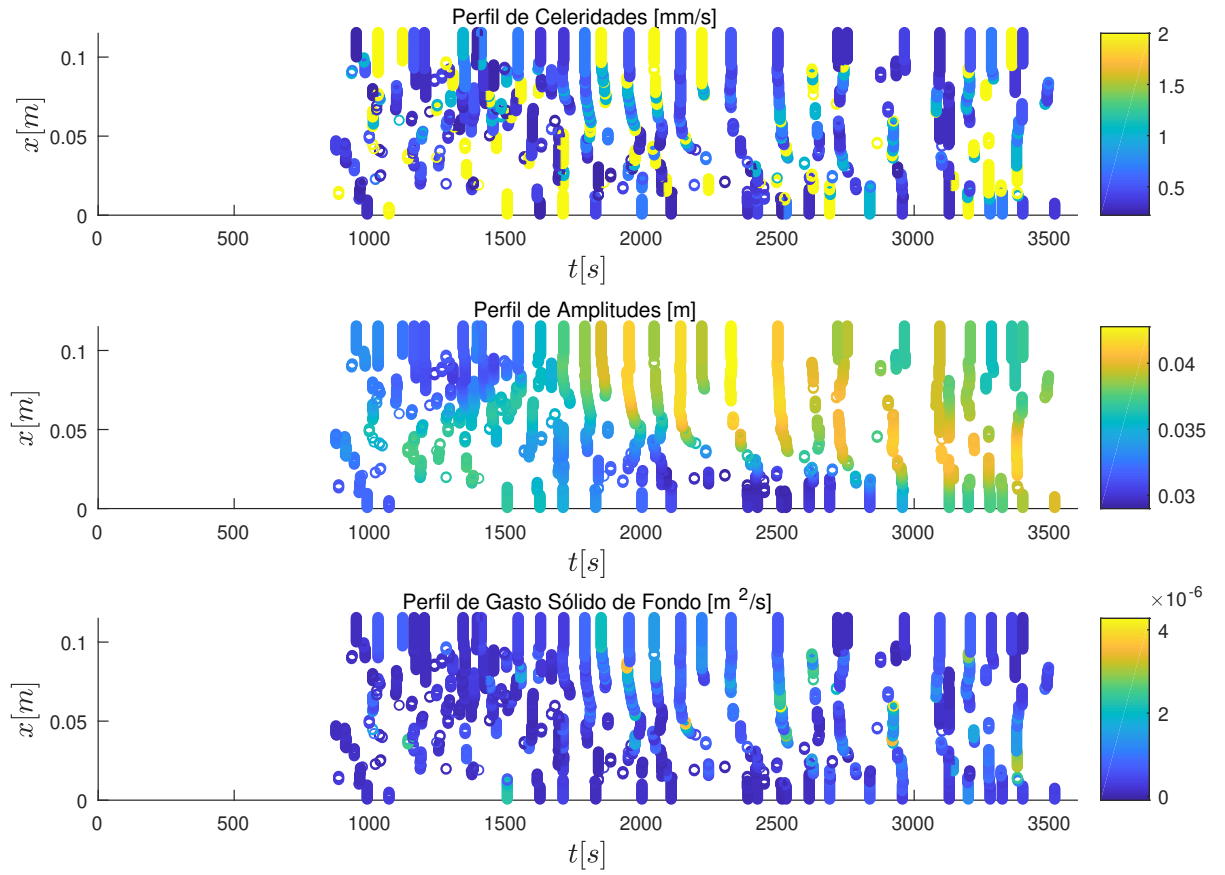


Figura A.4: Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 1833$, $Fr = 1,28$, $Re_{*p}^K = 1,25$ y $d_s = 0,000325[m]$

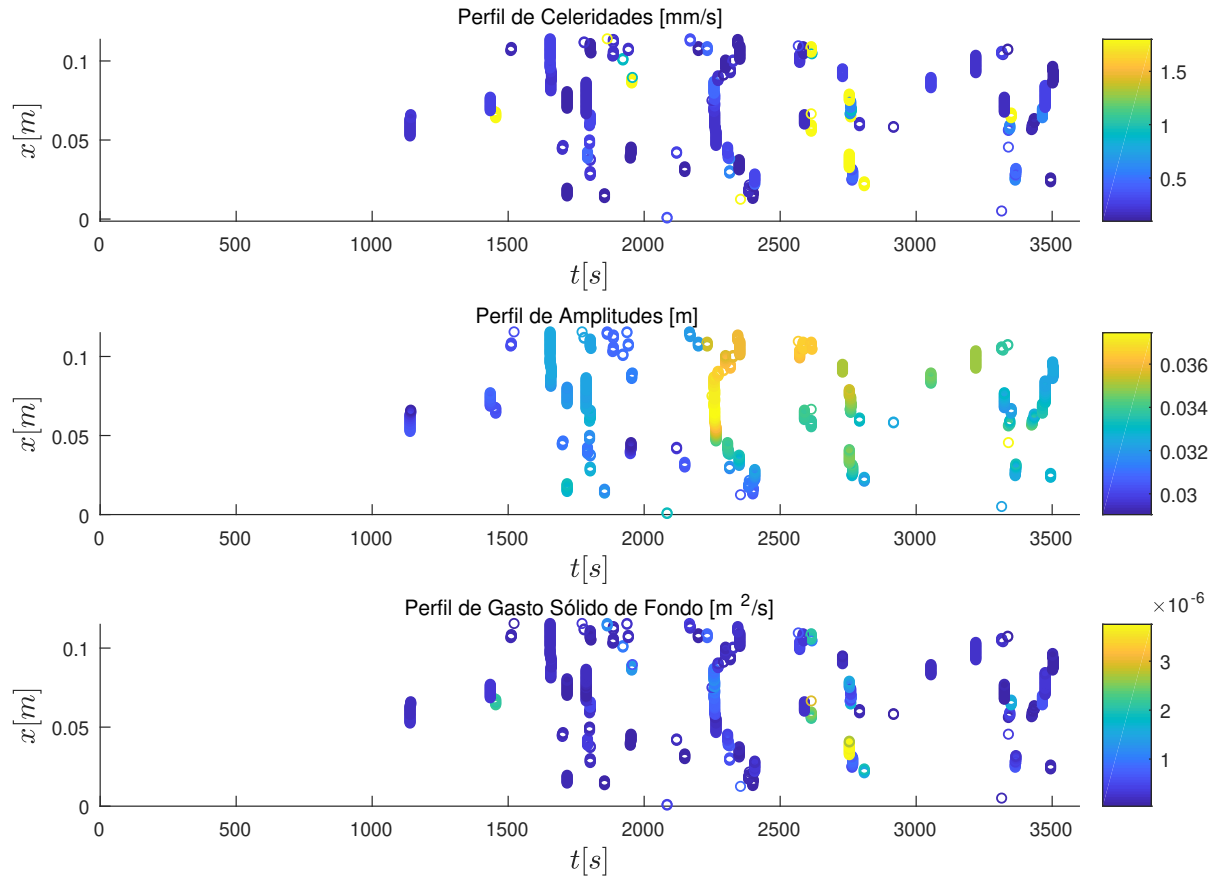


Figura A.5: Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 2010$, $Fr = 0,83$, $Re_{*p}^K = 1,11$ y $d_s = 0,000183$ [m]

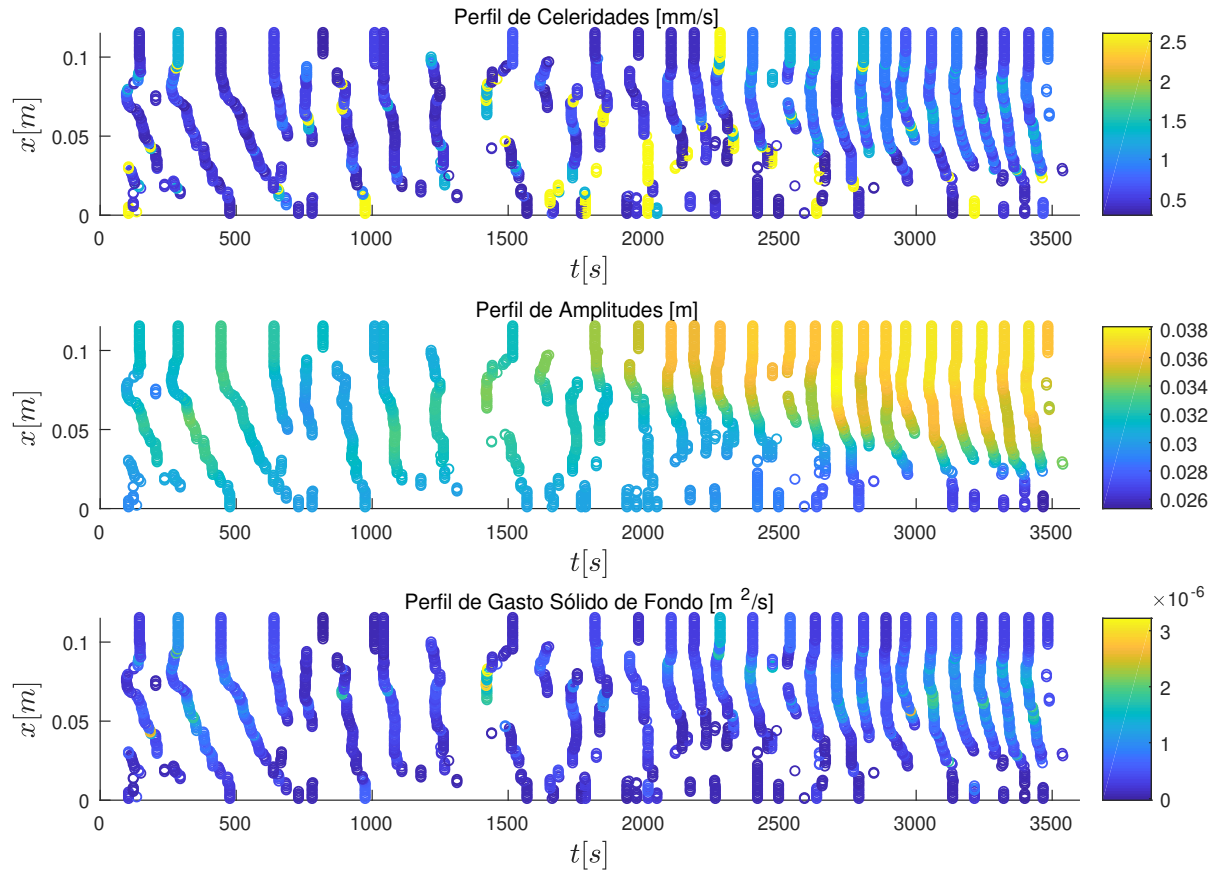


Figura A.6: Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 1296$, $Fr = 1,48$, $Re_{*p}^K = 0,94$ y $d_s = 0,000183[m]$

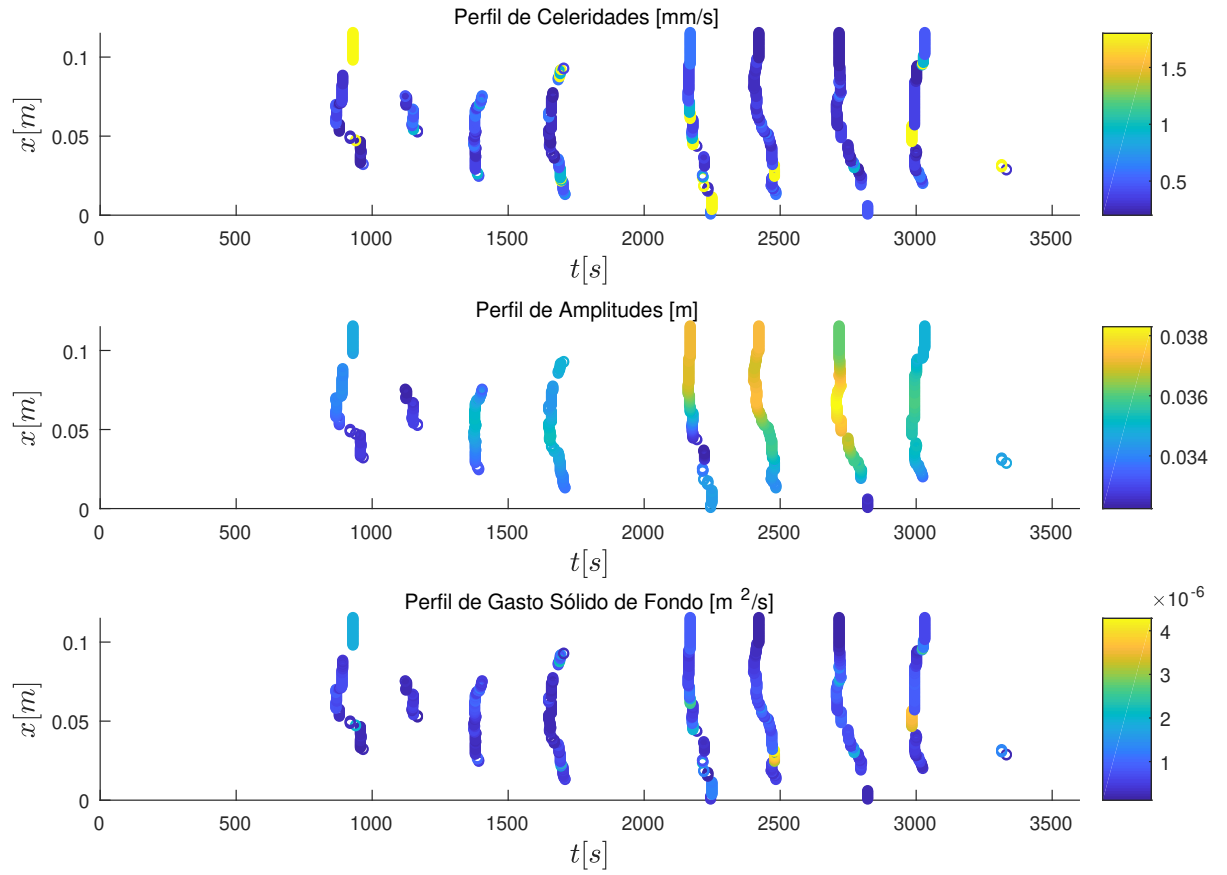


Figura A.7: Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 1161$, $Fr = 1,52$, $Re_{*p}^K = 0,67$ y $d_s = 0,000183[m]$

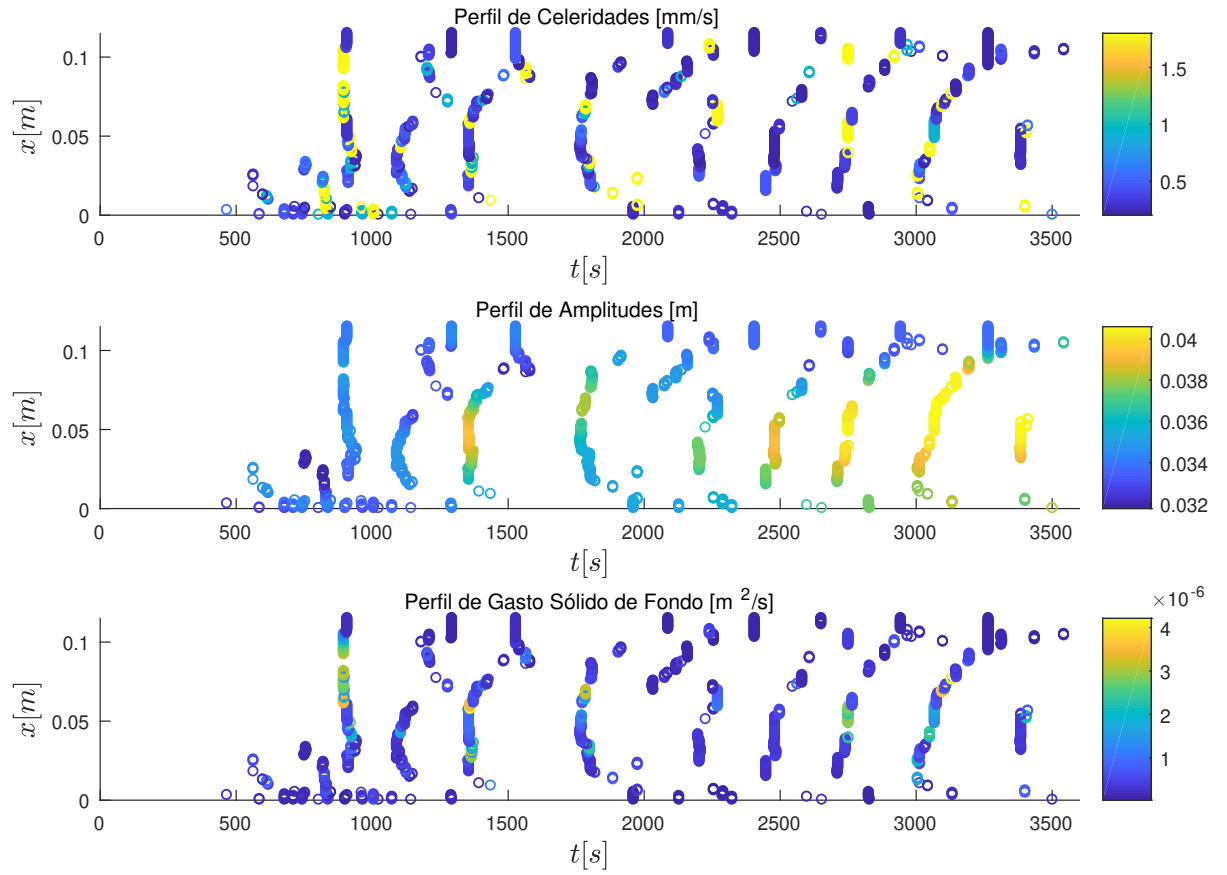


Figura A.8: Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 2059$, $Fr = 1,68$, $Re_{*p}^K = 0,92$ y $d_s = 0,000183[m]$

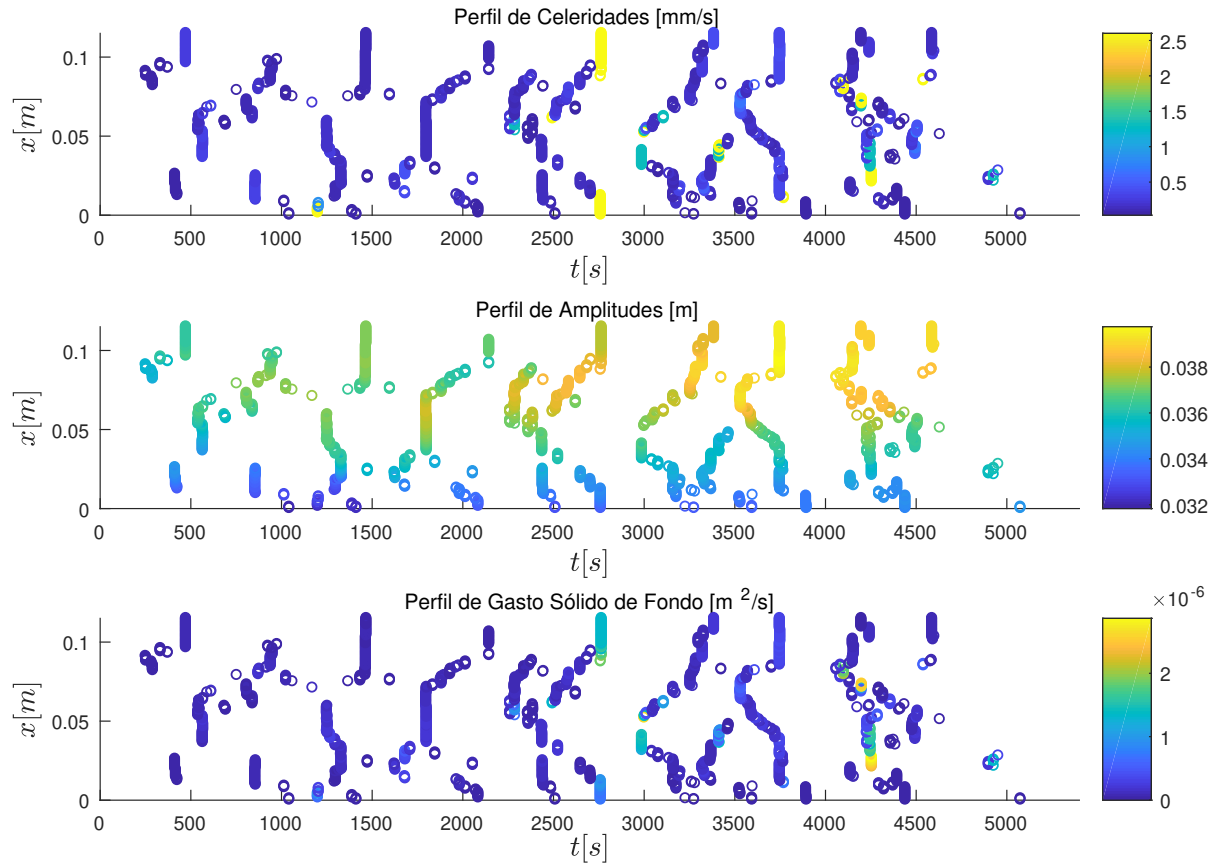


Figura A.9: Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 1864$, $Fr = 0,94$, $Re_{*p}^K = 0,44$ y $d_s = 0,000151[m]$

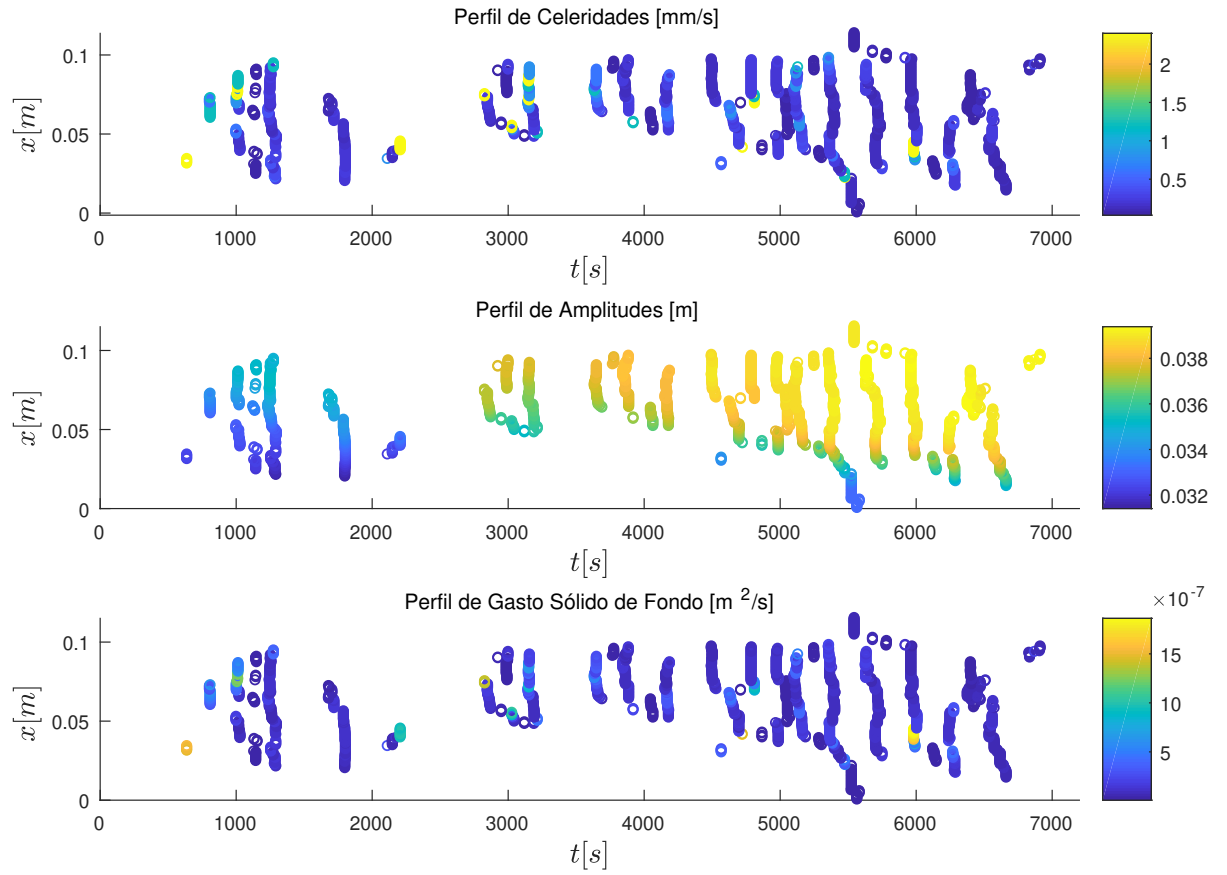


Figura A.10: Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 1071$, $Fr = 0,91$, $Re_{*p}^K = 0,55$ y $d_s = 0,000151[m]$

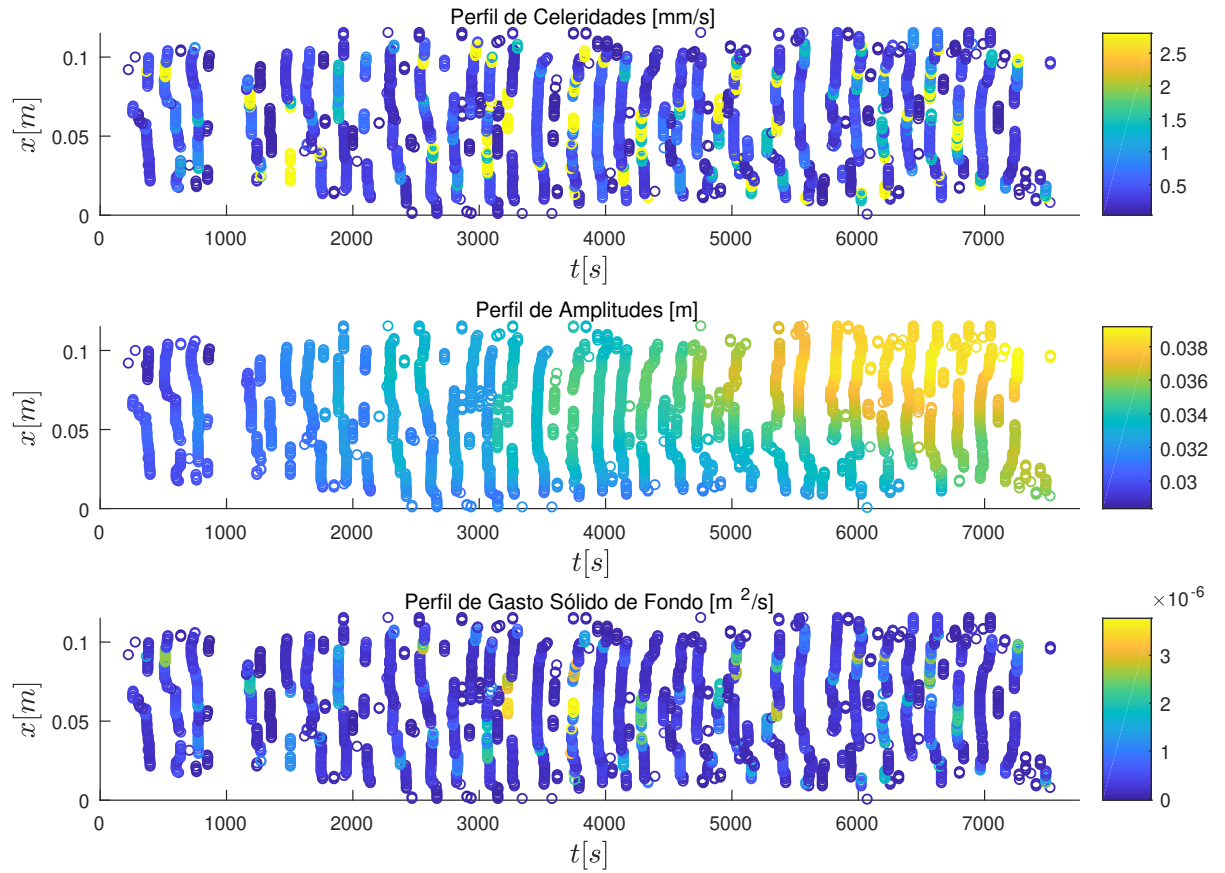


Figura A.11: Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 1678$, $Fr = 0,96$, $Re_{*p}^K = 1,14$ y $d_s = 0,000151[m]$

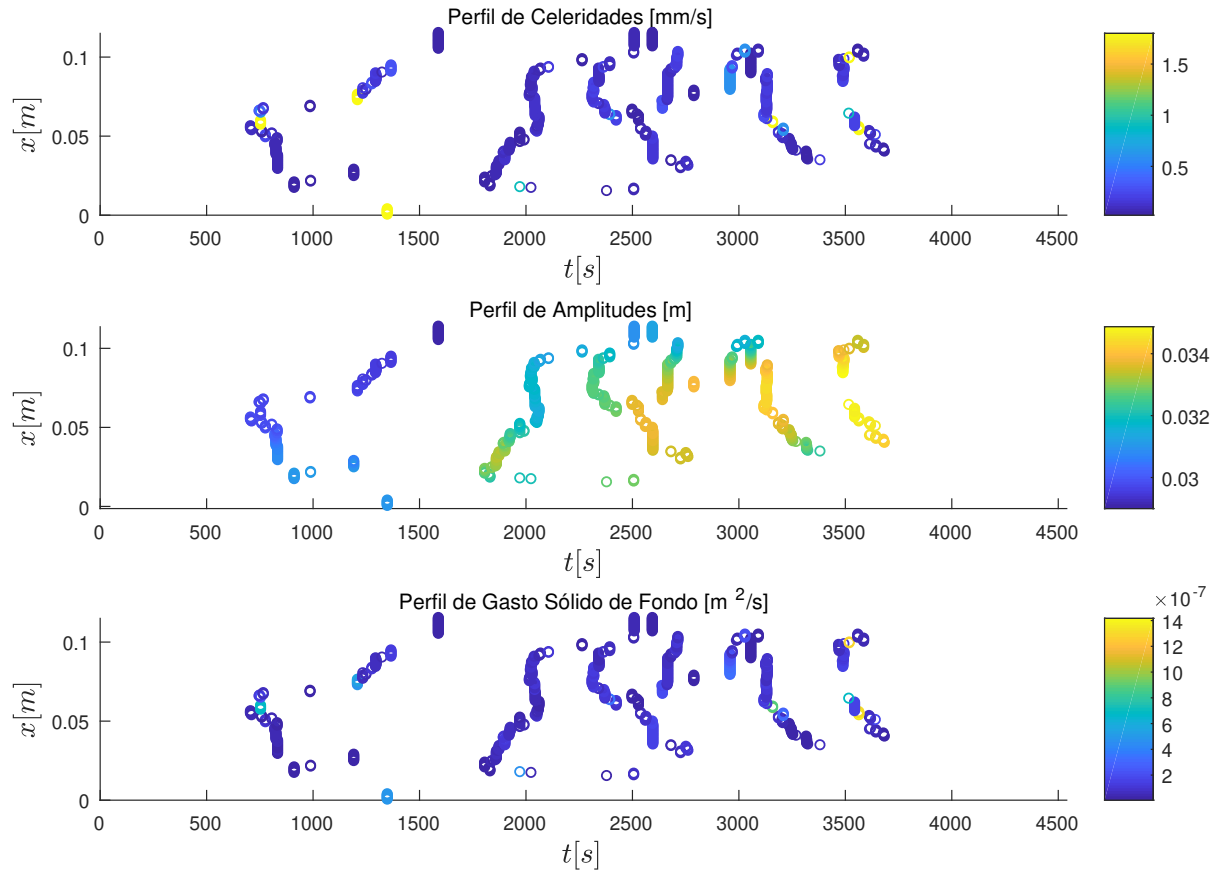


Figura A.12: Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 1678$, $Fr = 0,68$, $Re_{*p}^K = 0,64$ y $d_s = 0,000098[m]$

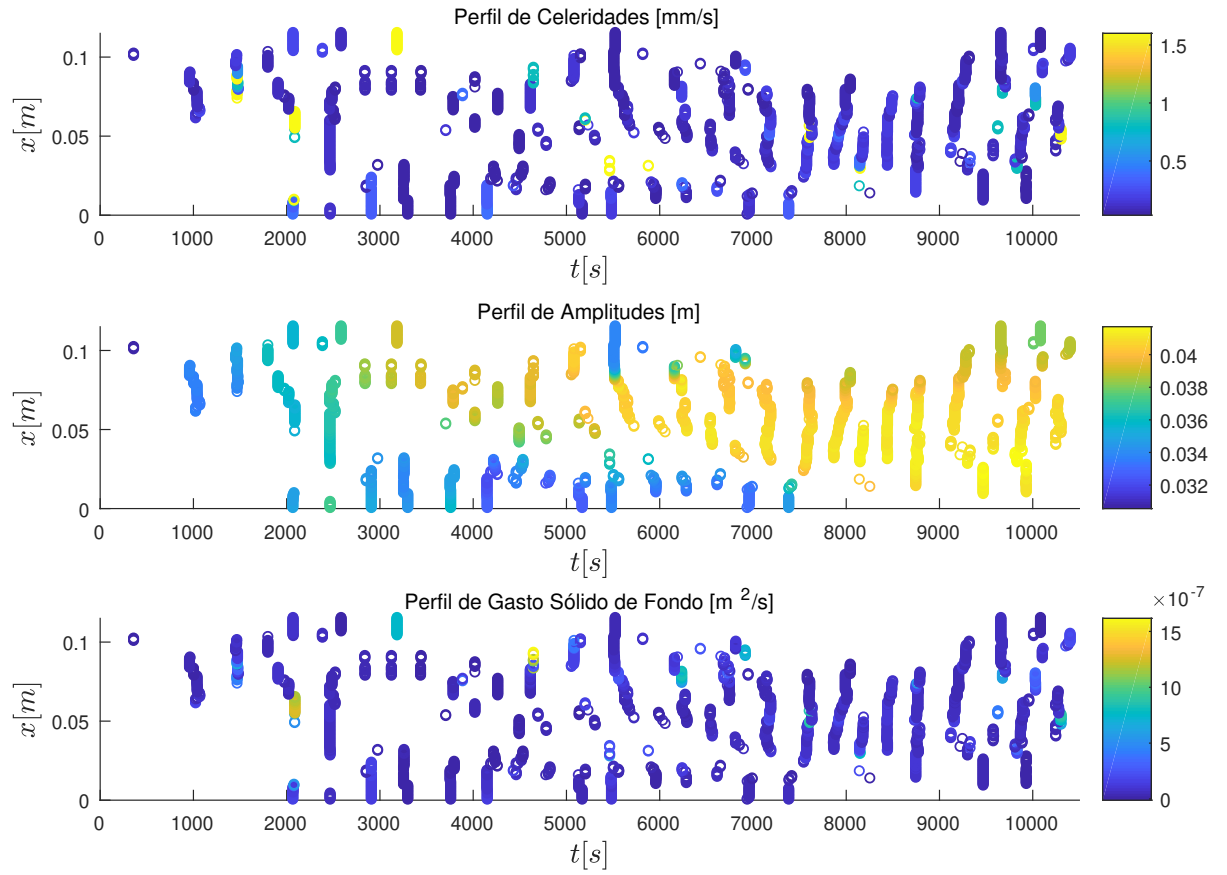


Figura A.13: Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 1277$, $Fr = 0,91$, $Re_{*p}^K = 0,39$ y $d_s = 0,000098[m]$

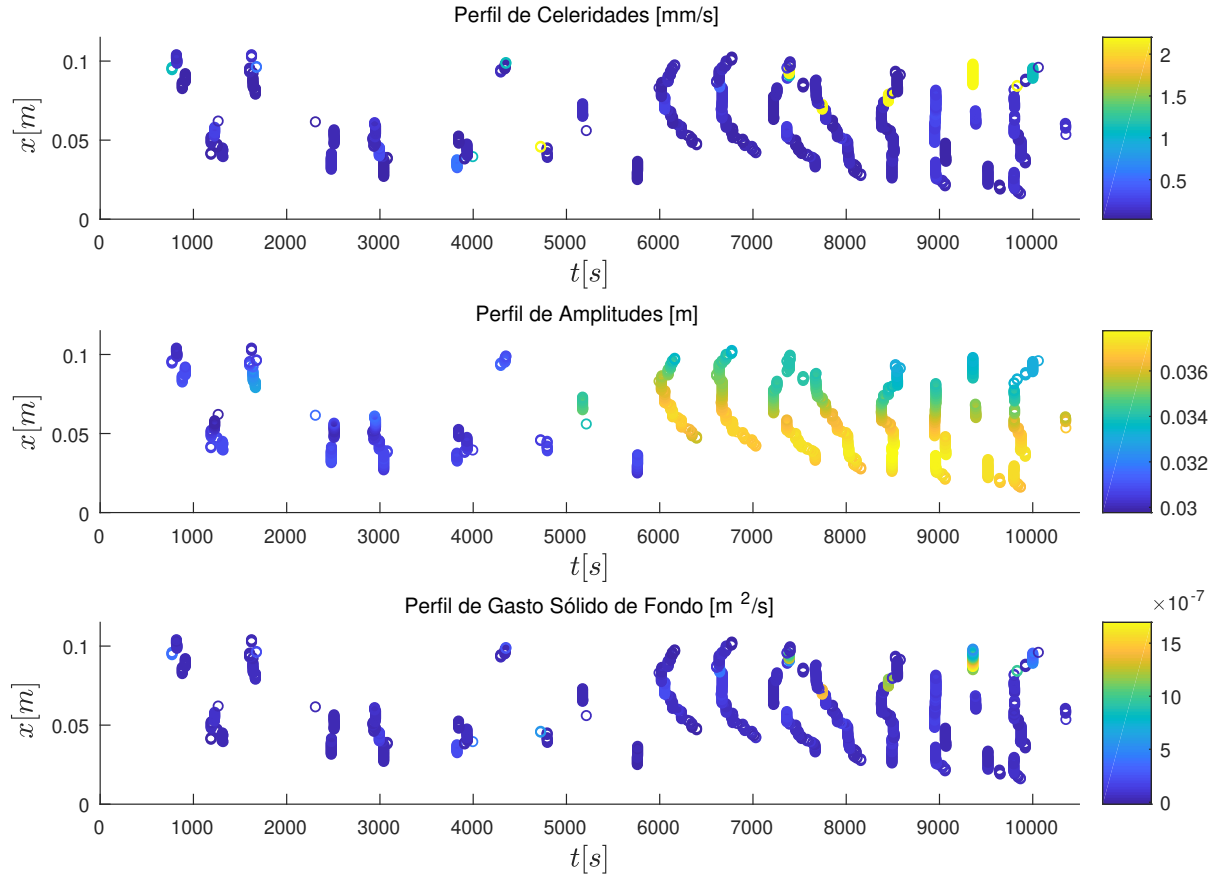


Figura A.14: Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 1031$, $Fr = 0,49$, $Re_{*p}^K = 0,21$ y $d_s = 0,000098[m]$

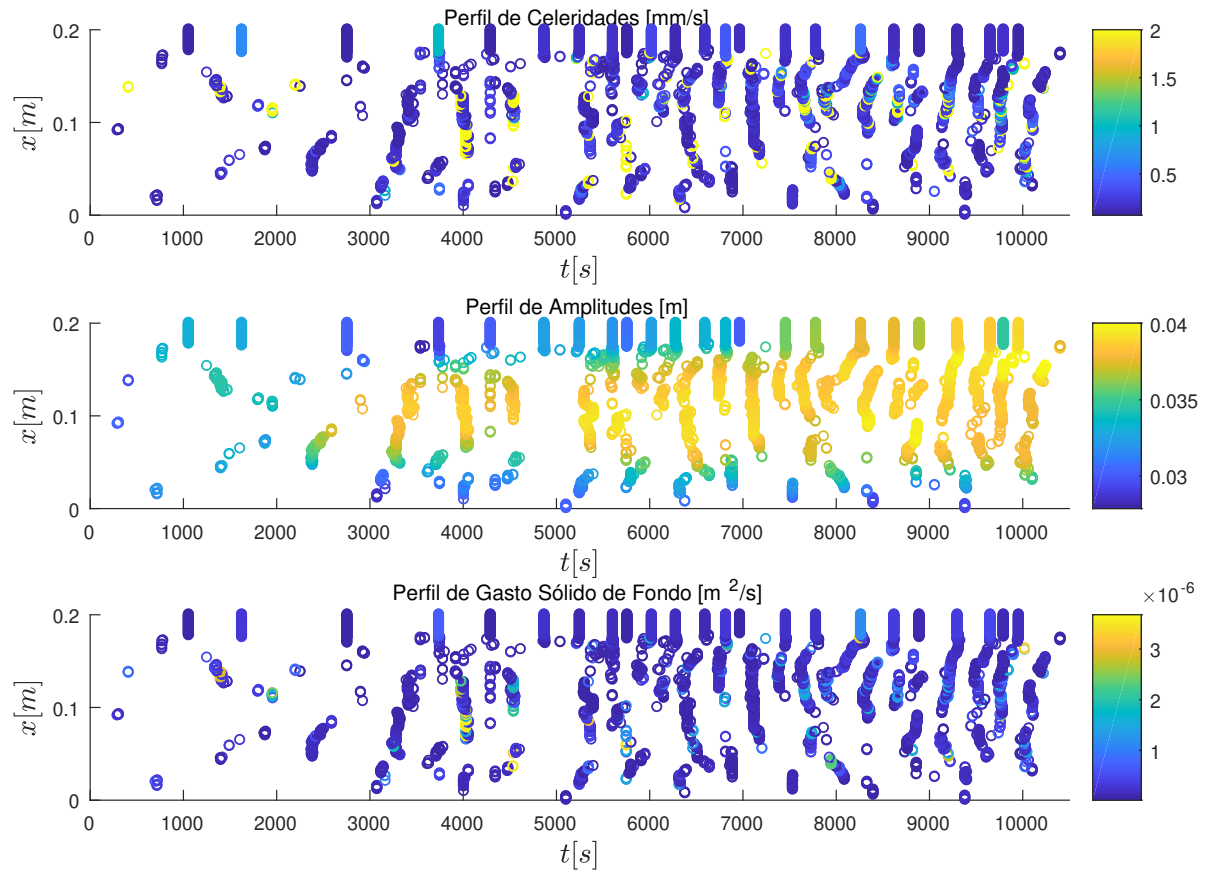


Figura A.15: Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 1062$, $Fr = 1,06$, $Re_{*p}^K = 0,34$ y $d_s = 0,000183[m]$

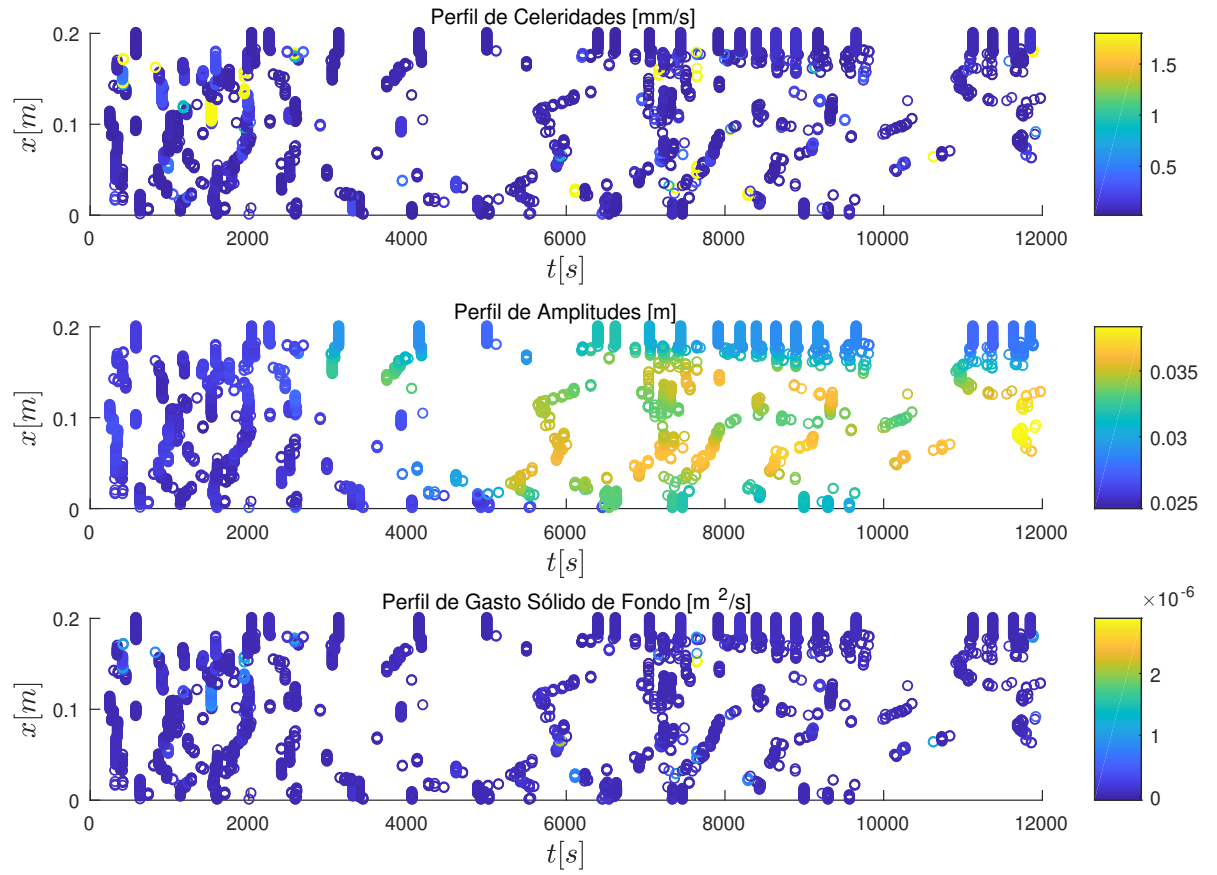


Figura A.16: Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 853$, $Fr = 0,66$, $Re_{*p}^K = 0,27$ y $d_s = 0,000183[m]$

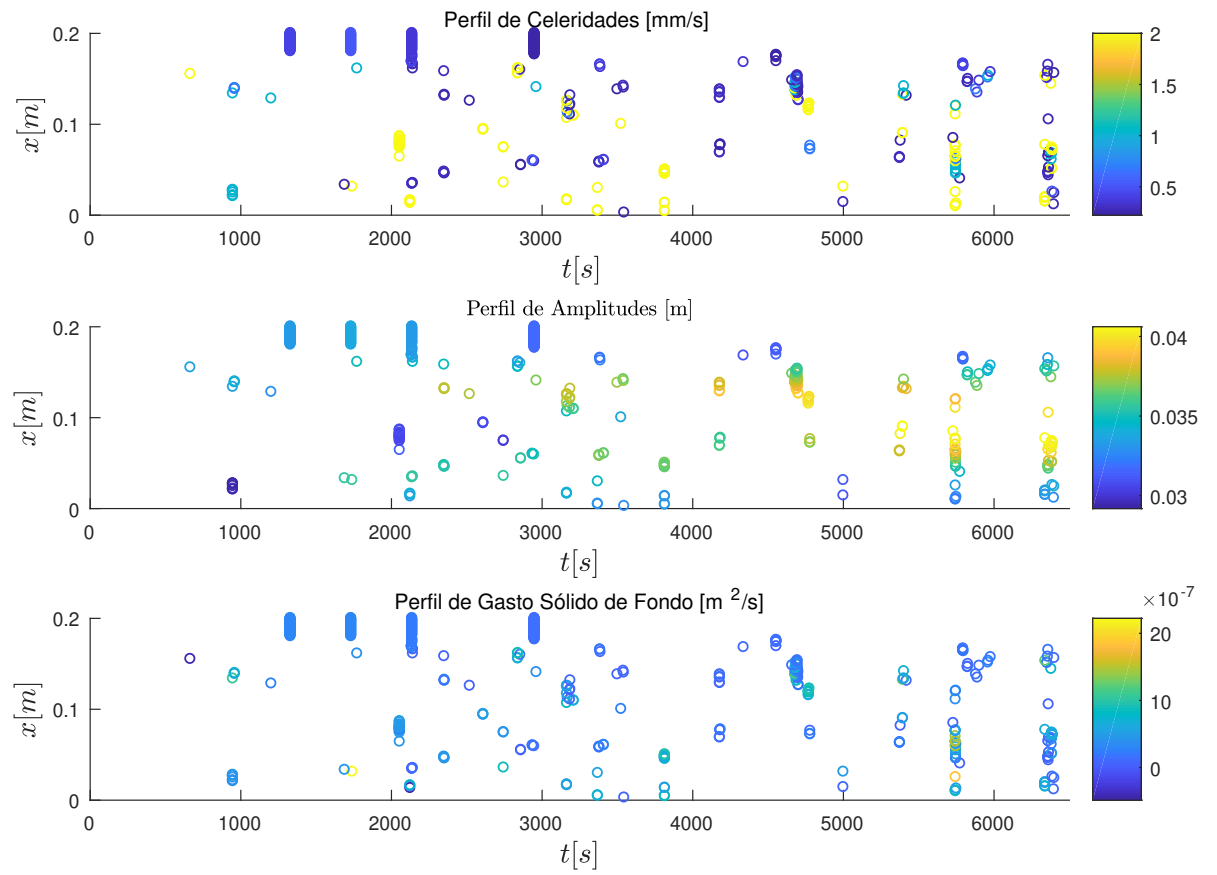


Figura A.17: Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 782$, $Fr = 1,17$, $Re_{*p}^K = 0,36$ y $d_s = 0,000183[m]$

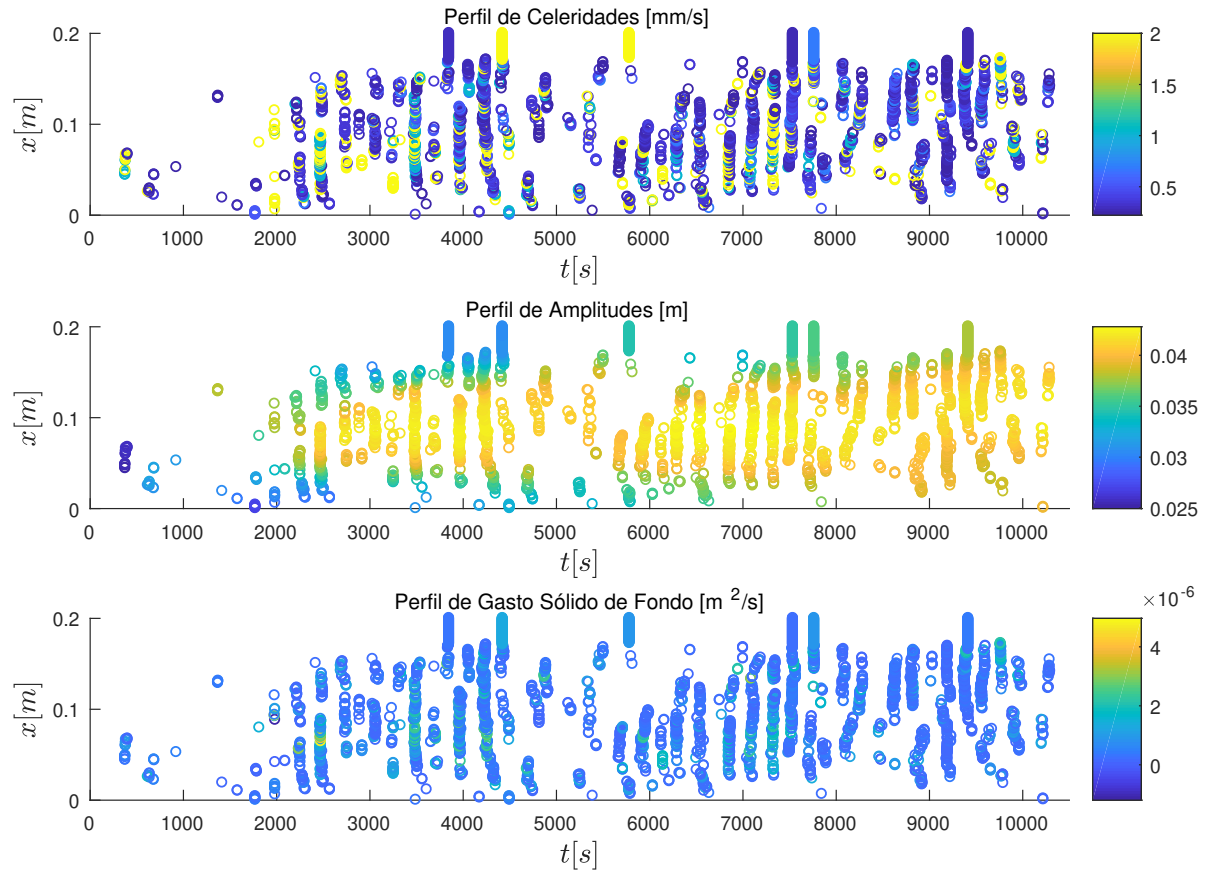


Figura A.18: Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 901$, $Fr = 1,14$, $Re_{*p}^K = 0,92$ y $d_s = 0,000325[m]$

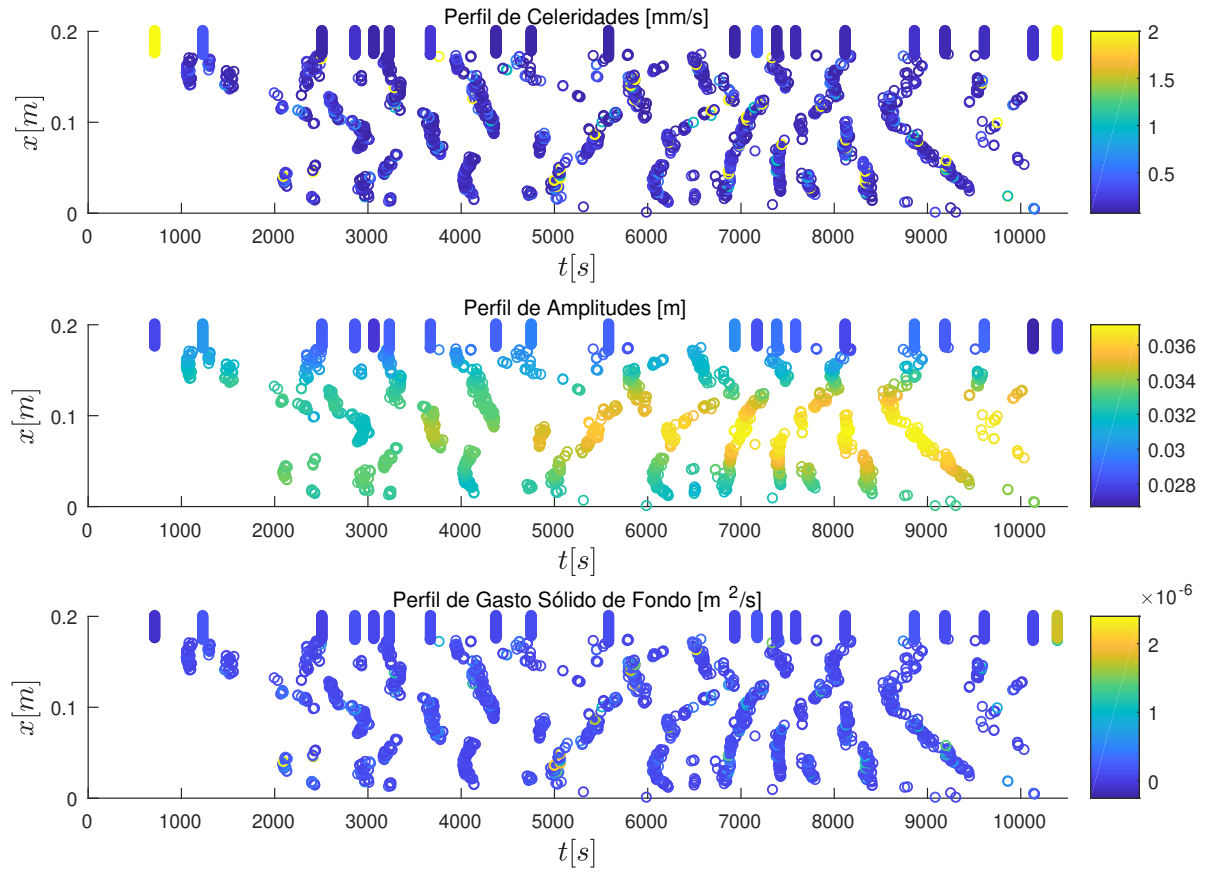


Figura A.19: Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 475$, $Fr = 0,98$, $Re_{*p}^K = 0,36$ y $d_s = 0,000325[m]$

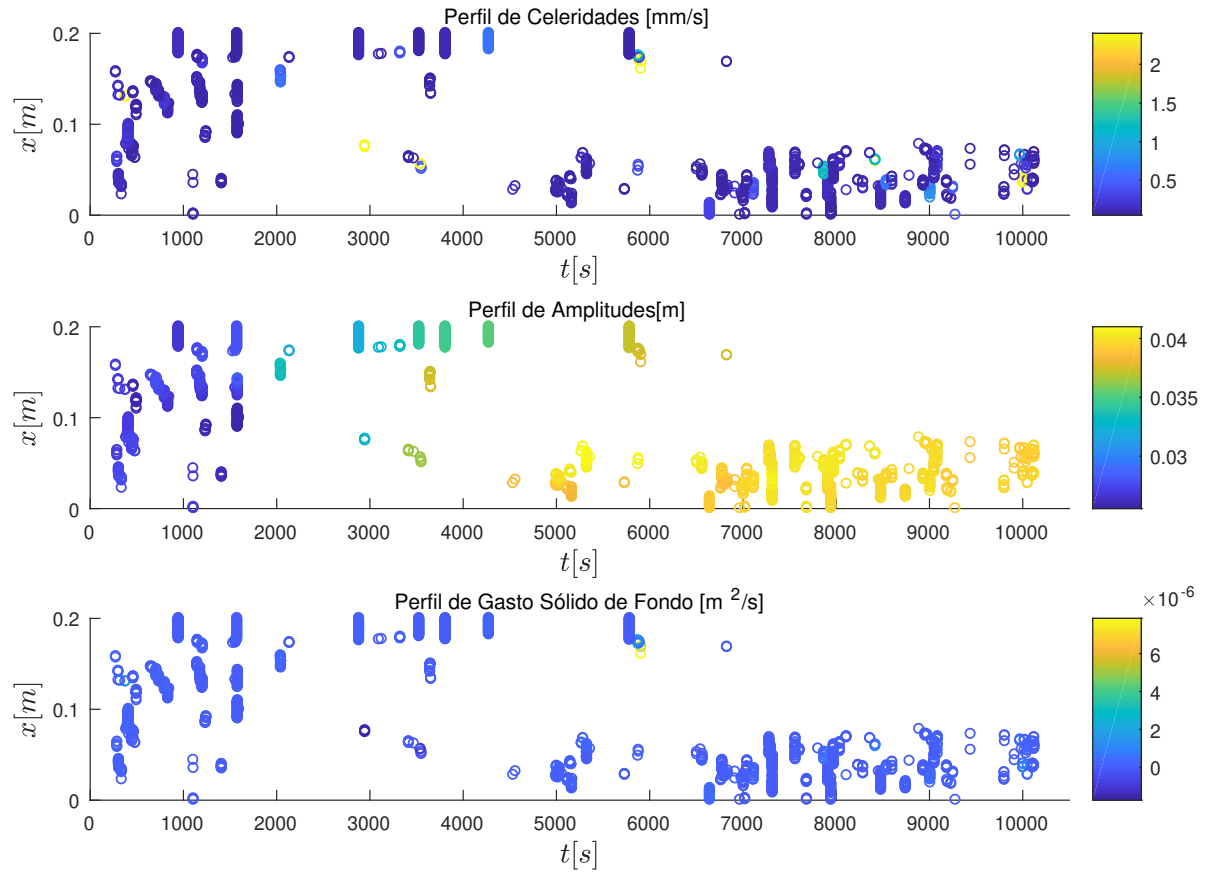


Figura A.20: Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 366$, $Fr = 0,61$, $Re_{*p}^K = 0,43$ y $d_s = 0,000265[m]$

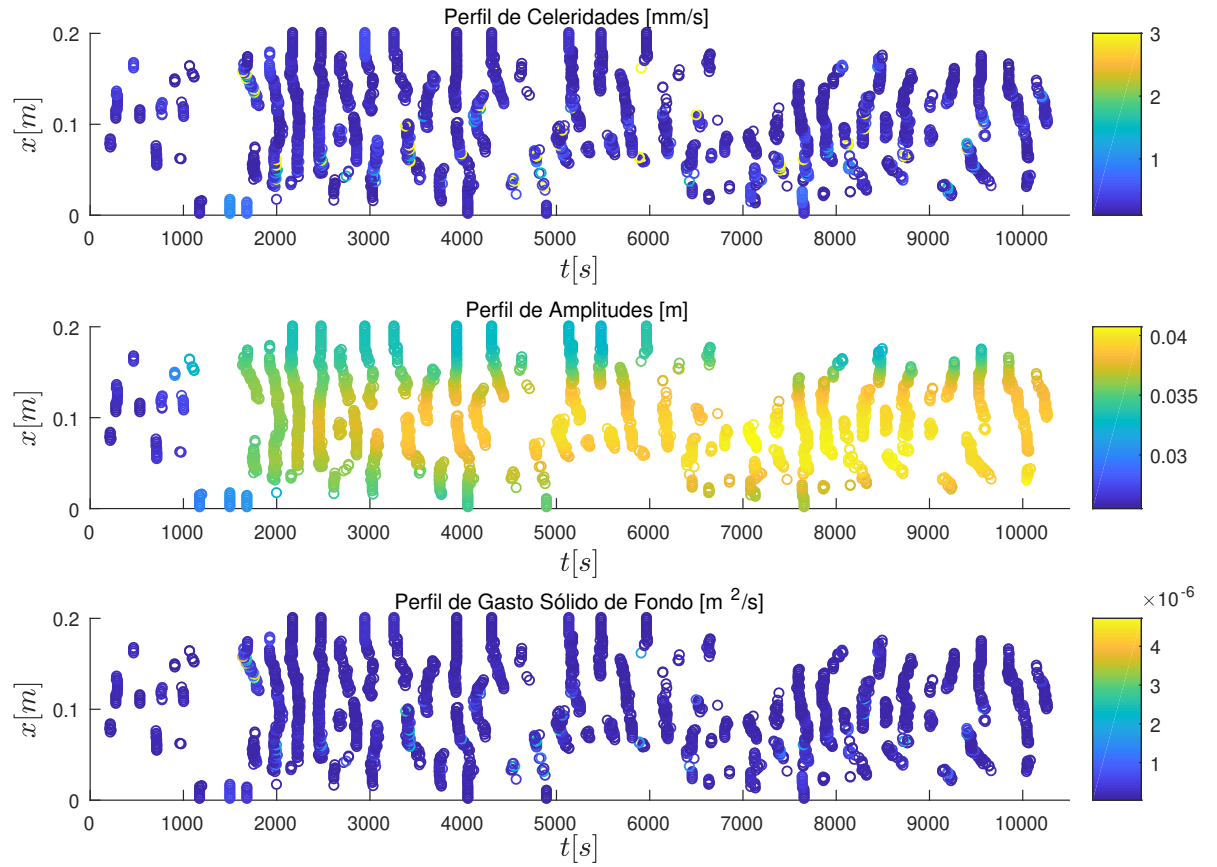


Figura A.21: Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 622$, $Fr = 1,11$, $Re_{*p}^K = 0,64$ y $d_s = 0,000265[m]$

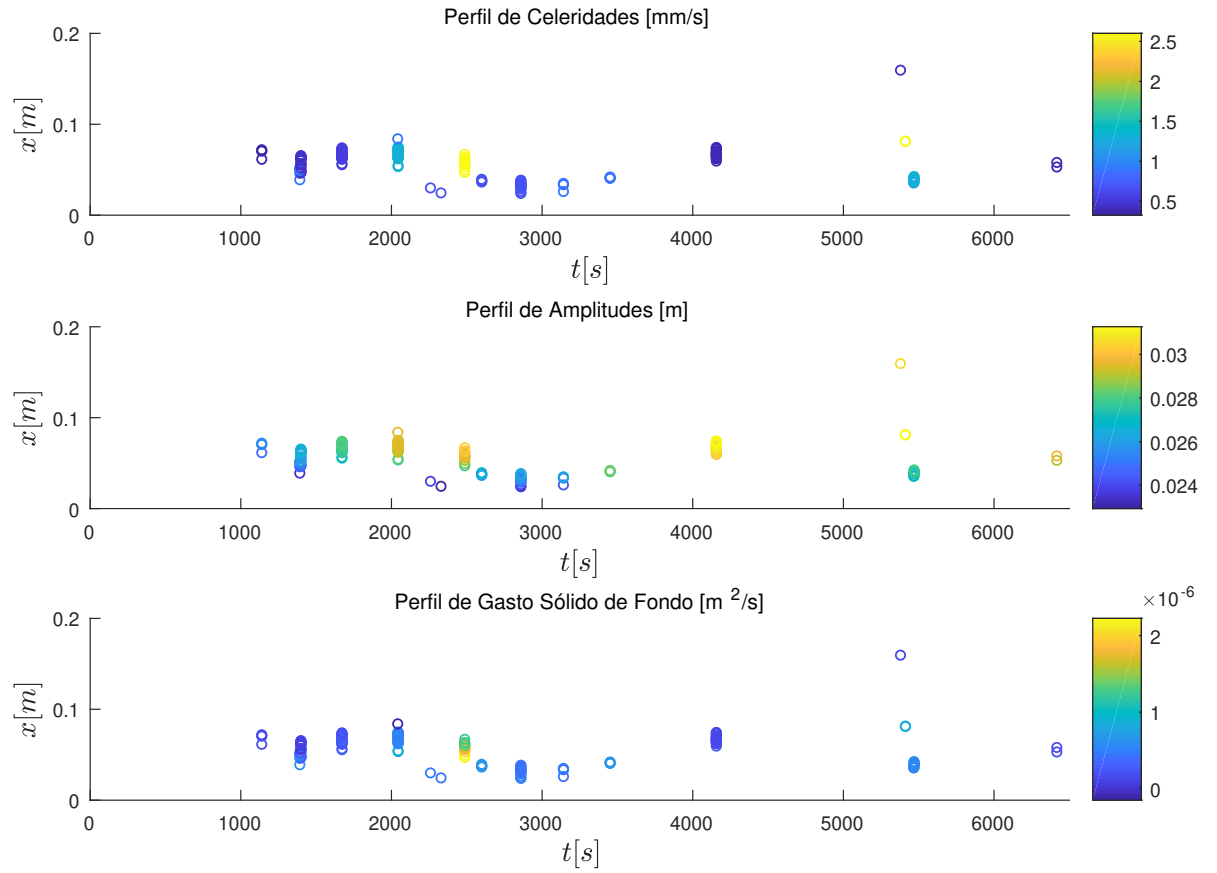


Figura A.22: Celeridad, alturas y gasto sólido de fondo para $Re = 204$, $Fr = 0,36$, $Re_{*p}^K = 0,36$ y $d_s = 0,000265$ [m]

Apéndice B

Propagación de errores

Los resultados presentados en la sección 4 conllevan un error inherente al proceso de medición. La expresión para calcular la propagación de errores de una función f con N variables, tal que $f = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ es la siguiente:

$$\sigma_f^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \sigma_{x_i} \right)^2 \quad (\text{B.1})$$

donde σ_{x_i} es el error asociado a la variable x_i .

Las variables medidas directamente en el laboratorio son el caudal Q , la cota del agua H , el diámetro característico de las partículas d_s y los parámetros reológicos K y n . A continuación, se presentan los criterios adoptados para calcular el error de las mediciones.

Caudal (Q): El error se estima como la desviación estándar de las mediciones obtenidas en cada experimento. Los valores se presentan en la Tabla C.1 de la Sección C.

Cota del agua (H): El error se estima como la mitad de la menor medición de la regla utilizada, luego $\sigma_H = 0,5 [mm]$.

Diámetro característico (d_s): Se estima que el error es un 5% del diámetro característico, $\sigma_{d_s} = 0,05d_s$.

Índices de consistencia y flujo (K y n): El error se estima como la desviación estándar de las mediciones obtenidas en cada experimento, ya que se tienen más de cinco mediciones de cada uno por experiencia. Los valores se presentan en la Tabla C.1 de la Sección C.

Cota del lecho (z_{lecho}): Se estima como un pixel de la fotografía, $\sigma_{z_{lecho}} = 9,85 \cdot 10^{-2} [mm]$.

Altura de escurrimiento (h): La altura de escurrimiento se calcula como la resta entre la cota del agua (H) y la cota del lecho (z_{lecho}). El error se calcula según la siguiente expresión:

$$\sigma_h^2 = \sigma_H^2 + \sigma_{z_{techo}}^2 \quad (\text{B.2})$$

Pendiente del canal (i): La pendiente del canal se obtiene ajustando una recta de la altura del canal (y) medido en cinco puntos diferentes a lo largo del perfil longitudinal x_i , tal que $y_i = i \cdot x_i + y(x_i = 0)$. El error de la pendiente de un ajuste lineal se calcula así:

$$\sigma_i^2 = \frac{N_x \sum (y_i - i \cdot x_i - y(x_i = 0))^2}{(N_x - 2)(N_x \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2)} \quad (\text{B.3})$$

donde N_x corresponde al número de puntos donde se mide la altura del canal.

Pendiente de la línea de energía específica ($\frac{dE}{dx}$): Se calcula de la misma manera que la pendiente del canal. El error se calcula con la ecuación B.3.

Pendiente de la línea de energía (J): Se obtiene de la suma entre la pendiente de la línea de energía específica (dE/dx) y la pendiente (i). El error de la pendiente de la línea de energía se calcula así:

$$\sigma_J^2 = i^2 \sigma_{\frac{dE}{dx}}^2 + \left(\frac{dE}{dx} \right)^2 \sigma_i^2 \quad (\text{B.4})$$

Área de escurrimiento total (A):

$$\sigma_A^2 = h^2 \sigma_b^2 + b^2 \sigma_h^2 \quad (\text{B.5})$$

donde $\sigma_b = 0,5 [mm]$.

Perímetro mojado total (P):

$$\sigma_P^2 = 4\sigma_h^2 + \sigma_b^2 \quad (\text{B.6})$$

Radio hidráulico total (R_h):

$$\sigma_{R_h}^2 = \left(\frac{1}{P} \right)^2 \sigma_A^2 + \left(\frac{A}{P^2} \right)^2 \sigma_P^2 \quad (\text{B.7})$$

Velocidad media del flujo (u):

$$\sigma_u^2 = \left(\frac{1}{A} \right)^2 \sigma_Q^2 + \left(\frac{Q}{A^2} \right)^2 \sigma_A^2 \quad (\text{B.8})$$

Coeficiente de Boussinesq (β):

$$\sigma_{\beta}^2 = \left(\frac{2}{(3n+1)^2} \right)^2 \sigma_n^2 \quad (\text{B.9})$$

Número de Froude (Fr):

$$\sigma_{Fr}^2 = \left(\frac{1}{gh} \right) \sigma_v^2 + \left(-\frac{gv}{2(gh)^{3/2}} \right)^2 \sigma_h^2 \quad (\text{B.10})$$

Número de Reynolds (Re):

$$\begin{aligned} \sigma_{Re}^2 = & \left(\frac{(n-2)\rho R_h^n u^{1-n}}{K2^{n-3}} \right)^2 \sigma_u^2 + \left(\frac{n\rho R_h^{n-1} u^{2-n}}{K2^{n-3}} \right)^2 \sigma_{R_h}^2 + \left(\frac{\rho R_h^n u^{2-n}}{K2^{2n-3}} \right)^2 \sigma_K^2 \\ & + \left(\frac{\rho R_h^n u^{2-n}}{K2^{n-3}} \log\left(\frac{R_h}{2u}\right) \right)^2 \sigma_n^2 \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

Viscosidad efectiva (μ_{eff}):

$$\begin{aligned} \sigma_{\mu_{eff}}^2 = & \left(\left(\frac{2u}{R_h} \right)^{n-1} \right)^2 \sigma_K^2 + \left(k \left(\frac{2v}{R_h} \right)^{n-1} \log\left(\frac{2u}{R_h}\right) \right)^2 \sigma_n^2 + (K(n-1) 2^{n-1} R_h^{1-n} u^{n-2})^2 \sigma_u^2 \\ & + (K(n-1)(2u)^{n-1} R_h^{-n})^2 \sigma_{R_h}^2 \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

Número de Reynolds crítico (Re_c):

$$\begin{aligned} \sigma_{Re_c}^2 = & \left(853,1 \cdot -0,21 \left(\frac{\mu_{\gamma=100}}{\mu_w} \right)^{-1,21} Fr + 1,263 \cdot 10^4 \cdot -0,75 \left(\frac{\mu_{\gamma=100}}{\mu_w} \right)^{-1,75} \right)^2 \sigma_{\mu_{\gamma=100}}^2 \\ & + \left(853,1 \left(\frac{\mu_{\gamma=100}}{\mu_w} \right)^{-0,21} \right)^2 \sigma_{Fr}^2 \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

Esfuerzo de corte de fondo (τ_0):

$$\sigma_{\tau_0}^2 = (\gamma J)^2 \sigma_{R_h}^2 + (\gamma R_h)^2 \sigma_J^2 \quad (\text{B.14})$$

Velocidad friccional (u_*):

$$\sigma_{u_*}^2 = \left(\frac{1}{2\sqrt{\rho\tau}} \right)^2 \sigma_{\tau_0}^2 \quad (\text{B.15})$$

Número de Reynolds modificado de la partícula (Re_{*p}^K):

$$\begin{aligned} \sigma_{Re_{*p}^2}^2 = & \left(\frac{\rho d_s^n u_*^{2-n} \log(d_s/u_*)}{K} \right)^2 \sigma_n^2 + \left(\frac{\rho d_s^n u_*^{2-n}}{K^2} \right)^2 \sigma_K^2 + \left(\frac{(n-2)\rho d_s^n u_*^{1-n}}{K} \right)^2 \sigma_{u_*}^2 \\ & + \left(\frac{n\rho d_s^{n-1} u_*^{2-n}}{K} \right)^2 \sigma_{d_s}^2 \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

Factor de fricción (f):

$$\sigma_f^2 = \left(\frac{8gJ}{u^2} \right)^2 \sigma_{R_h}^2 + \left(\frac{8gR_h}{u^2} \right)^2 \sigma_J^2 + \left(\frac{-16gR_h J}{u^3} \right)^2 \sigma_u^2 \quad (\text{B.17})$$

Esfuerzo de corte según Darcy (τ):

$$\sigma_\tau^2 = \left(\frac{\rho u^2}{8} \right)^2 \sigma_f^2 + \left(\frac{2\rho f u}{8} \right)^2 \sigma_u^2 \quad (\text{B.18})$$

Número de Shields (τ_*):

$$\sigma_{\tau_*}^2 = \left(\frac{1}{d_s g (\rho_s - \rho)} \right)^2 \sigma_\tau^2 + \left(\frac{\tau}{(\rho_s - \rho) g d_s^2} \right)^2 \sigma_{d_s}^2 \quad (\text{B.19})$$

Esfuerzo de corte crítico (τ_{*c}):

$$\sigma_{\tau_{*c}}^2 = (-0,02 Re_{*p}^{K-1,2})^2 \sigma_{Re_{*p}^K}^2 \quad (\text{B.20})$$

Amplitud de la onda (a):

$$\sigma_a^2 = 2\sigma_{z_{lecho}}^2 \quad (\text{B.21})$$

Celeridad de la onda (c):

$$\sigma_c^2 = \left(\frac{1}{t_{L2} - t_{L1}} \right)^2 \sigma_{\Delta L}^2 + \left(\frac{\Delta L}{(t_{L2} - t_{L1})^2} \right)^2 \sigma_{\Delta t}^2 \quad (\text{B.22})$$

donde $\sigma_{\Delta t} = 2,5 [s]$.

Longitud de onda (λ):

$$\sigma_{\lambda}^2 = c^2 \sigma_{\Delta t}^2 + (\Delta t)^2 \sigma_c^2 \quad (\text{B.23})$$

Gasto sólido de fondo (q_s):

$$\sigma_{q_s}^2 = ((1-p)\bar{\eta})^2 \sigma_c^2 + ((1-p)c)^2 \sigma_{\bar{\eta}}^2 \quad (\text{B.24})$$

donde $\sigma_{\bar{\eta}} = \sigma_{z_{lecho}}$ y p es la porosidad del lecho.

Amplitud adimensionalizada de la onda (a/d_s):

$$\sigma_{a/d_s}^2 = \left(\frac{1}{d_s}\right)^2 \sigma_a^2 + \left(\frac{a}{d_s^2}\right)^2 \sigma_{d_s}^2 \quad (\text{B.25})$$

Longitud adimensionalizada de onda (λ/h):

$$\sigma_{\lambda/h}^2 = \left(\frac{1}{h}\right)^2 \sigma_{\lambda}^2 + \left(\frac{\lambda}{h^2}\right)^2 \sigma_h^2 \quad (\text{B.26})$$

Celeridad de la onda adimensionaliza por la velocidad media de flujo (c/u):

$$\sigma_{c/u}^2 = \left(\frac{1}{u}\right)^2 \sigma_c^2 + \left(\frac{c}{u^2}\right)^2 \sigma_u^2 \quad (\text{B.27})$$

Celeridad de la onda adimensionaliza por la velocidad friccional (c/u_*):

$$\sigma_{c/u_*}^2 = \left(\frac{1}{u_*}\right)^2 \sigma_c^2 + \left(\frac{c}{u_*^2}\right)^2 \sigma_{u_*}^2 \quad (\text{B.28})$$

Exceso de esfuerzo de corte ($\tau_* - \tau_{*c}$):

$$\sigma_{\tau_* - \tau_{*c}}^2 = \sigma_{\tau_*}^2 + \sigma_{\tau_{*c}}^2 \quad (\text{B.29})$$

Exceso de esfuerzo de corte relativo ($\tau_*(\tau_* - \tau_{*c})$):

$$\sigma_{\tau_*(\tau_* - \tau_{*c})}^2 = (2\tau_* - \tau_{*c})^2 \sigma_{\tau_*}^2 + \tau_*^2 \sigma_{\tau_{*c}}^2 \quad (\text{B.30})$$

Gasto sólido de fondo escalado por un término viscoso (q_*^{vis}):

$$\sigma_{q_*^{vis}}^2 = \left(\frac{\mu_{eff}}{(\rho_s - \rho)gd_s^3} \right)^2 \sigma_{q_s}^2 + \left(\frac{q_s}{(\rho_s - \rho)gd_s^3} \right)^2 \sigma_{\mu_{eff}}^2 + \left(\frac{3q_s\mu_{eff}}{(\rho_s - \rho)gd_s^4} \right)^2 \sigma_{d_s}^2 \quad (B.31)$$

Gasto sólido de fondo escalado por el peso sumergido (q_*^{turb}):

$$\sigma_{q_*^{turb}}^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{(\rho_s - \rho)gd_s^3}} \right)^2 \sigma_{q_s}^2 + \left(\frac{3q_s}{2\sqrt{(\rho_s - \rho)gd_s}} \right)^2 \sigma_{d_s}^2 \quad (B.32)$$

Gasto sólido de fondo escalado por un término viscoso que depende de la velocidad friccional y diámetro de la partícula ($q_{\mu_{eff}^*}^{vis}$):

$$\begin{aligned} \sigma_{q_{\mu_{eff}^*}^{vis}}^2 &= \left(\frac{K2^{n-1}q_s}{d_s^3g(\rho_s - \rho)} \left(\frac{u_*}{d_s} \right)^{n-1} \log \left(\frac{2u_*}{d_s} \right) \right)^2 \sigma_n^2 + \left(\frac{2^{n-1}q_s}{d_s^3g(\rho_s - \rho)} \left(\frac{u_*}{d_s} \right)^{n-1} \right)^2 \sigma_K^2 \\ &+ \left(\frac{-K2^{n-1}(n-1)q_s u_*}{d_s^5g(\rho_s - \rho)} \left(\frac{u_*}{d_s} \right)^{n-2} - \frac{3 \cdot 2^{n-1}Kq_s}{d_s^4g(\rho_s - \rho)} \left(\frac{u_*}{d_s} \right)^{n-1} \right)^2 \sigma_{d_s}^2 \\ &+ \left(\frac{K2^{n-1}}{(\rho_s - \rho)gd_s^3} \left(\frac{u_*}{d_s} \right)^{n-1} \right)^2 \sigma_{q_s}^2 \end{aligned} \quad (B.33)$$

Gasto sólido de fondo escalado por el peso sumergido y los parámetros reológicos (q_s^*):

$$\begin{aligned} \sigma_{q_s^*}^2 &= \left(\frac{q_s}{d_s^2n^2} \left(\frac{K}{(\rho_s - \rho)gd_s} \right)^{1/n} \log \left(\frac{K}{(\rho_s - \rho)gd_s} \right) \right)^2 \sigma_n^2 + \left(\frac{(2n+1)q_s}{d_s^3n} \left(\frac{K}{(\rho_s - \rho)gd_s} \right)^{1/n} \right)^2 \sigma_{d_s}^2 \\ &+ \left(\left(\frac{K}{(\rho_s - \rho)gd_s} \right)^{1/n} \frac{1}{d_s^2} \right)^2 \sigma_{q_s}^2 + \left(\frac{q_s}{d_s^2Kn} \left(\frac{K}{(\rho_s - \rho)gd_s} \right)^{1/n} \right)^2 \sigma_K^2 \end{aligned} \quad (B.34)$$

Gasto sólido de fondo escalado por el peso específico del flujo, el diámetro de la partícula y los parámetros reológicos (q_s^K):

$$\begin{aligned}
\sigma_{q_s K}^2 &= \left(\frac{K}{d_s^{2n+1}(\rho_s - \rho)g} \right)^2 \sigma_{q_s}^2 + \left(\frac{q_s}{Kn} \left(\frac{K d_s^{-2n-1}}{(\rho_s - \rho)g} \right)^{1/n} \right)^2 \sigma_K^2 + \left(\frac{(2n+1)q_s}{d_s n} \left(\frac{K d_s^{-2n-1}}{(\rho_s - \rho)g} \right)^{1/n} \right)^2 \sigma_{d_s}^2 \\
&+ \left(q_s \left(\frac{K d_s^{-2n-1}}{(\rho_s - \rho)g} \right)^{1/n} \left(\frac{-\log \left(\frac{K d_s^{-2n-1}}{(\rho_s - \rho)g} \right)^{1/n}}{n^2} - \frac{2 \log(d_s)}{n} \right) \right)^2 \sigma_n^2
\end{aligned} \tag{B.35}$$

Función de una relación de Cheng (2004), entre el número de Reynolds modificado de la partícula y el esfuerzo de corte adimensional.

$$\sigma_{Re_{*p}^{K 1,78, \tau_*^{3,12}}}^2 = (1,78 Re_{*p}^{K 0,78} \tau_*^{3,12})^2 \sigma_{Re_{*p}^K}^2 + (3,12 Re_{*p}^{K 1,78} \tau_*^{2,12})^2 \sigma_{\tau_*}^2 \tag{B.36}$$

Número de galileo para fluidos pseudoplásticos (Ga_K):

$$\begin{aligned}
\sigma_{Ga_K}^2 &= \left(\frac{n+2}{2-n} (\rho_s - \rho) g \rho^{n/(2-n)} d_s^{(n+2)/(2-n)-1} K^{-2/(2-n)} \right)^2 \sigma_{d_s}^2 \\
&+ \left(\frac{2}{2-n} (\rho_s - \rho) g \rho^{n/(2-n)} d_s^{(n+2)/(2-n)} K^{-2/(2-n)} \right)^2 \sigma_K^2 \\
&+ \left[\left(\frac{n}{(2-n)^2} + \frac{1}{2-n} \right) (\rho_s - \rho) g \rho^{n/(2-n)} \log(\rho) d_s^{(n+2)/(2-n)} K^{-2/(2-n)} \right. \\
&+ \left. \left(\frac{n+2}{(2-n)^2} + \frac{1}{2-n} \right) (\rho_s - \rho) g \rho^{n/(2-n)} d_s^{(n+2)/(2-n)} \log(d_s) K^{-2/(2-n)} \right. \\
&- \left. \left(\frac{2}{(2-n)^2} (\rho_s - \rho) g \rho^{n/(2-n)} d_s^{(n+2)/(2-n)} \log(K) K^{-2/(2-n)} \right)^2 \sigma_n^2
\end{aligned} \tag{B.37}$$

Factor de fricción asociado a la presencia de formas de fondo (f_{τ_0}''):

$$\sigma_{f_{\tau_0}''}^2 = \left(\frac{16\tau_0}{\rho u^3} \right)^2 \sigma_u^2 + \left(\frac{16,4}{Re^2} \right)^2 \sigma_{Re}^2 + \left(\frac{8}{\rho u^2} \right)^2 \sigma_{\tau_0}^2 \tag{B.38}$$

Relación entre el número de Galileo y el exceso de esfuerzo de corte ($0,05 Ga_K^{-0,5} (\tau_* - \tau_{*c})^{0,3}$):

$$\sigma_{0,05 Ga_K^{-0,5} (\tau_* - \tau_{*c})^{0,3}}^2 = (-0,025 Ga_K^{-1,5} (\tau_* - \tau_{*c})^{0,3})^2 \sigma_{Ga_K}^2 + (0,015 Ga_K^{-0,5} (\tau_* - \tau_{*c})^{-0,7})^2 \sigma_{(\tau_* - \tau_{*c})}^2 \tag{B.39}$$

Apéndice C

Tablas resultados experimentales

C.1. Condiciones experimentales

Tabla C.1: Condiciones experimentales de todas las experiencias. Parte 1

Exp	1	2	3	4
Q [l/s]	$0,75 \pm 0,04$	$0,60 \pm 0,02$	$1,19 \pm 0,04$	$1,42 \pm 0,11$
i [%]	$2,91 \pm 0,010$	$2,91 \pm 0,010$	$1,92 \pm 0,010$	$1,92 \pm 0,004$
d_s [mm]	$0,325 \pm 0,016$	$0,325 \pm 0,016$	$0,325 \pm 0,016$	$0,325 \pm 0,016$
K [$Pa \cdot s^n$]	$0,041 \pm 0,003$	$0,057 \pm 0,002$	$0,050 \pm 0,002$	$0,056 \pm 0,005$
n	$0,80 \pm 0,013$	$0,75 \pm 0,004$	$0,77 \pm 0,008$	$0,76 \pm 0,011$
P [cm]	$14,68 \pm 0,05$	$14,05 \pm 0,05$	$15,32 \pm 0,05$	$15,70 \pm 0,05$
A [cm^2]	$18,29 \pm 0,08$	$14,66 \pm 0,06$	$21,94 \pm 0,10$	$24,14 \pm 0,10$
R_h [cm]	$1,25 \pm 0,007$	$1,04 \pm 0,006$	$1,43 \pm 0,008$	$1,54 \pm 0,008$
u [cm/s]	$39,86 \pm 2,00$	$41,01 \pm 1,64$	$54,25 \pm 1,62$	$59,43 \pm 4,50$
μ_{eff} [$Pa \cdot s$]	$0,018 \pm 0,002$	$0,019 \pm 0,001$	$0,019 \pm 0,001$	$0,019 \pm 0,002$
h [cm]	$1,59 \pm 0,00003$	$1,28 \pm 0,00003$	$1,91 \pm 0,00003$	$2,10 \pm 0,00003$
Fr	$1,05 \pm 0,05$	$1,14 \pm 0,05$	$1,32 \pm 0,04$	$1,28 \pm 0,10$
Re	$1.119,62 \pm 121,61$	$866,02 \pm 57,63$	$1.667,20 \pm 116,61$	$1.833,41 \pm 260,14$
Re_c	$2.045,00 \pm 23,96$	$2.006,00 \pm 21,65$	$2.102,00 \pm 17,56$	$2.025,00 \pm 45,99$
Re_{*p}^K	$1,61 \pm 0,17$	$0,91 \pm 0,05$	$1,33 \pm 0,10$	$1,25 \pm 0,14$
τ [Pa]	$4,61 \pm 0,020$	$2,35 \pm 0,011$	$3,70 \pm 0,015$	$3,74 \pm 0,053$
u_* [cm/s]	$6,78 \pm 0,015$	$4,84 \pm 0,011$	$6,08 \pm 0,013$	$6,09 \pm 0,043$
f	$0,23 \pm 0,019$	$0,11 \pm 0,007$	$0,10 \pm 0,005$	$0,08 \pm 0,001$
β	$1,53 \pm 0,002$	$1,54 \pm 0,001$	$1,53 \pm 0,002$	$1,54 \pm 0,002$
J	$0,030 \pm 0,000012$	$0,019 \pm 0,000018$	$0,020 \pm 0,000003$	$0,018 \pm 0,000351$

Tabla C.2: Condiciones experimentales de todas las experiencias. Parte 2.

Exp	5	6	7	8	9	10	11
Q [l/s]	2,13±0,07	1,12±0,05	1,78±0,13	0,62±0,03	0,70±0,02	1,31±0,07	1,84±0,35
i [%]	2,12±0,042	1,68±0,336	2,09±0,010	2,38±0,010	2,38±0,010	2,64±0,010	1,91±0,009
d_s [mm]	0,325±0,016	0,325±0,016	0,183±0,009	0,183±0,009	0,183±0,009	0,183±0,009	0,183±0,009
K [$Pa \cdot s^n$]	0,105±0,006	0,098±0,005	0,045±0,002	0,039±0,002	0,053±0,003	0,048±0,001	0,047±0,002
n	0,73±0,007	0,77±0,010	0,77±0,007	0,78±0,009	0,76±0,005	0,77±0,002	0,83±0,006
P [cm]	24,49±0,05	23,11±0,05	18,16±0,05	13,81±0,05	13,89±0,05	14,93±0,05	23,83±0,05
A [cm ²]	44,92±0,11	31,09±0,08	38,29±0,17	13,29±0,06	13,77±0,06	19,70±0,09	38,30±0,10
R_h [cm]	1,83±0,006	1,35±0,004	2,11±0,011	0,96±0,005	0,99±0,006	1,32±0,007	1,61±0,005
u [cm/s]	48,19±1,62	36,21±1,56	46,63±3,50	46,92±2,40	51,20±1,78	67,34±3,50	42,72±9,11
μ_{eff} [$Pa \cdot s$]	0,036±0,002	0,039±0,002	0,019±0,001	0,014±0,001	0,017±0,001	0,017±0,000	0,024±0,002
h [cm]	2,25±0,00003	1,55±0,00003	3,33±0,00003	1,16±0,00003	1,20±0,00003	1,71±0,00003	1,91±0,00003
Fr	1,14±0,03	0,98±0,04	0,83±0,06	1,48±0,07	1,52±0,05	1,68±0,09	1,06±0,21
Re	901,13±74,86	474,98±40,69	2.009,78±209,67	1.296,20±107,78	1.161,25±86,10	2.059,07±139,90	1.061,85±285,32
Re_c	1.443,04±14,32	1.317,46±16,31	2.004,00±29,25	2.476,00±34,91	2.225,00±24,46	2.299,00±40,34	1.744,63±94,14
Re_{*p}^K	0,92±0,08	0,36±0,03	1,11±0,07	0,94±0,07	0,67±0,05	0,92±0,04	0,34±0,02
τ [Pa]	5,50±0,022	1,44±0,005	5,21±0,018	2,94±0,014	2,64±0,012	4,36±0,018	1,43±0,005
u_* [cm/s]	7,36±0,015	3,78±0,007	7,20±0,013	5,41±0,013	5,12±0,012	6,55±0,014	3,76±0,007
f	0,19±0,010	0,09±0,007	0,19±0,019	0,11±0,009	0,08±0,005	0,08±0,006	0,06±0,022
β	1,54±0,001	1,54±0,002	1,53±0,001	1,53±0,002	1,54±0,001	1,53±0,000	1,52±0,001
J	0,025±0,000091	0,009±0,000026	0,017±0,000010	0,026±0,000002	0,023±0,000016	0,026±0,000004	0,008±0,000021

Tabla C.3: Condiciones experimentales de todas las experiencias. Parte 3.

Exp	12	13	14	15	16	17	18
Q [l/s]	1,33±0,05	1,73±0,09	1,19±0,07	0,71±0,02	1,13±0,04	1,13±0,05	0,75±0,02
i [%]	1,74±0,044	1,54±0,010	0,75±0,025	2,41±0,022	2,64±0,020	2,09±0,030	2,47±0,018
d_s [mm]	0,183±0,009	0,183±0,009	0,151±0,008	0,151±0,008	0,151±0,008	0,098±0,005	0,098±0,005
K [$Pa \cdot s^n$]	0,045±0,003	0,068±0,005	0,039±0,001	0,025±0,001	0,044±0,002	0,033±0,002	0,041±0,002
n	0,84±0,016	0,84±0,013	0,77±0,007	0,92±0,012	0,76±0,008	0,80±0,006	0,77±0,007
P [cm]	24,67±0,05	23,83±0,05	16,15±0,05	14,92±0,05	15,93±0,05	16,78±0,05	14,82±0,05
A [cm^2]	46,72±0,12	38,35±0,10	26,71±0,12	19,67±0,09	25,45±0,11	30,38±0,13	19,09±0,08
R_h [cm]	1,89±0,006	1,61±0,005	1,65±0,009	1,32±0,007	1,60±0,009	1,81±0,010	1,29±0,007
u [cm/s]	29,02±1,06	45,35±2,43	44,75±2,64	36,37±1,22	44,96±1,46	37,17±1,72	39,62±1,19
μ_{eff} [$Pa \cdot s$]	0,026±0,002	0,036±0,004	0,016±0,001	0,018±0,001	0,017±0,001	0,016±0,001	0,016±0,001
h [cm]	2,34±0,00003	1,92±0,00003	2,32±0,00003	1,71±0,00003	2,21±0,00003	2,64±0,00003	1,66±0,00003
Fr	0,66±0,02	1,17±0,06	0,94±0,06	0,91±0,03	0,96±0,03	0,68±0,03	0,91±0,03
Re	852,51±76,30	781,52±91,51	1.863,51±158,05	1.071,13±83,47	1.677,69±117,24	1.677,74±135,95	1.276,54±88,76
Re_c	1.600,91±10,02	1.457,94±23,24	2.270,01±27,31	2.004,67±14,21	2.216,36±15,35	2.157,01±16,70	2.212,31±14,47
Re_{*p}^K	0,27±0,03	0,36±0,04	0,44±0,03	0,55±0,05	1,14±0,09	0,64±0,05	0,39±0,03
τ [Pa]	0,74±0,008	2,95±0,010	1,10±0,004	2,87±0,013	5,86±0,023	3,64±0,014	1,55±0,009
u_* [cm/s]	2,69±0,015	5,43±0,009	3,32±0,007	5,33±0,012	7,62±0,015	6,03±0,011	3,92±0,011
f	0,07±0,004	0,11±0,010	0,04±0,004	0,17±0,009	0,23±0,011	0,21±0,014	0,08±0,004
β	1,52±0,003	1,52±0,002	1,53±0,001	1,51±0,002	1,54±0,002	1,53±0,001	1,53±0,001
J	0,003±0,000044	0,016±0,000036	0,005±0,000002	0,017±0,000025	0,028±0,000003	0,015±0,000005	0,010±0,000047

Tabla C.4: Condiciones experimentales de todas las experiencias. Parte 4.

Exp	19	20	21	22
Q [l/s]	0,75±0,04	1,24±0,06	1,03±0,04	1,11±0,05
i [%]	0,96±0,006	2,65±0,113	2,02±0,068	2,26±0,113
d_s [mm]	0,098±0,005	0,265±0,013	0,265±0,013	0,265±0,013
K [Pa · s ⁿ]	0,034±0,004	0,155±0,008	0,091±0,010	0,232±0,007
n	0,80±0,023	0,66±0,004	0,71±0,018	0,63±0,009
P [cm]	16,36±0,05	24,16±0,05	22,88±0,05	26,00±0,05
A [cm ²]	27,94±0,12	41,57±0,10	28,77±0,07	60,05±0,15
R_h [cm]	1,71±0,009	1,72±0,006	1,26±0,004	2,31±0,007
u [cm/s]	26,84±1,26	29,97±1,42	36,28±1,44	18,46±0,84
μ_{eff} [Pa · s]	0,017±0,003	0,046±0,003	0,028±0,004	0,082±0,004
h [cm]	2,43±0,00003	2,08±0,00003	1,44±0,00003	3,00±0,00003
Fr	0,49±0,03	0,61±0,03	1,11±0,04	0,36±0,02
Re	1.031,39±175,44	366,42±37,12	621,78±91,67	203,52±15,17
Re_c	2.048,29±12,76	1.212,16±13,03	1.694,73±16,91	926,56±6,05
Re_{*p}^K	0,21±0,04	0,43±0,04	0,70±0,11	0,24±0,01
τ [Pa]	0,60±0,004	3,06±0,061	2,88±0,017	1,17±0,024
u_* [cm/s]	2,44±0,007	5,52±0,055	5,33±0,016	3,42±0,035
f	0,07±0,005	0,27±0,022	0,17±0,012	0,27±0,020
β	1,53±0,004	1,56±0,001	1,55±0,004	1,56±0,002
J	0,003±0,000017	0,015±0,000357	0,020±0,000118	0,004±0,000104

C.2. Parámetros reológicos

Tabla C.5: Parámetros reológicos para cada rango de temperaturas de cada experiencia.

Experimento	Temperatura [°C]/Tiempo	K [Pa · s ⁿ]	n	$\mu_{\gamma=100}$ [1/s] [Pa · s]
1	16/Inicio	0,041	0,807	0,017
	17/Inicio	0,044	0,790	0,016
	18/Inicio	0,041	0,798	0,016
	19/Inicio	0,039	0,801	0,015
	16/Final	0,041	0,813	0,017
	17/Final	0,047	0,781	0,017
	18/Final	0,041	0,803	0,016
	19/Final	0,037	0,822	0,016
2	17/Inicio	0,060	0,745	0,018
	18/Inicio	0,058	0,749	0,017
	19/Inicio	0,055	0,753	0,017
	17/Final	0,056	0,757	0,018
	18/Final	0,057	0,749	0,017
	19/Final	0,052	0,761	0,017
	15/Inicio	0,049	0,786	0,018
	16/Inicio	0,053	0,767	0,018
	17/Inicio	0,052	0,767	0,017

Table C.5 Continuación

3	18/Inicio	0,050	0,769	0,017
	19/Inicio	0,046	0,779	0,016
	15/Final	0,050	0,780	0,018
	16/Final	0,051	0,775	0,018
	17/Final	0,054	0,758	0,017
	18/Final	0,049	0,770	0,017
	19/Final	0,046	0,777	0,016
4	15/Inicio	0,060	0,756	0,019
	16/Inicio	0,064	0,740	0,019
	17/Inicio	0,060	0,745	0,018
	18/Inicio	0,055	0,756	0,018
	19/Inicio	0,049	0,772	0,017
	15/Final	0,058	0,759	0,019
	16/Final	0,059	0,754	0,018
	17/Final	0,057	0,755	0,018
	18/Final	0,053	0,764	0,018
19/Final	0,051	0,766	0,017	
5	18/Inicio	0,047	0,772	0,016
	19/Inicio	0,047	0,768	0,016
	20/Inicio	0,045	0,771	0,015
	18/Final	0,043	0,785	0,016
	19/Final	0,045	0,776	0,016
	20/Final	0,044	0,772	0,015
6	15/Inicio	0,041	0,778	0,015
	16/Inicio	0,037	0,786	0,014
	17/Inicio	0,040	0,775	0,014
	18/Inicio	0,039	0,775	0,013
	15/Final	0,037	0,797	0,014
	16/Final	0,040	0,779	0,014
	17/Final	0,040	0,772	0,014
	18/Final	0,034	0,797	0,013
7	14/Inicio	0,058	0,750	0,018
	15/Inicio	0,054	0,755	0,017
	16/Inicio	0,050	0,767	0,017
	17/Inicio	0,050	0,758	0,016
	14/Final	0,055	0,756	0,017
	15/Final	0,053	0,758	0,017
	16/Final	0,051	0,759	0,016
	17/Final	0,051	0,756	0,016
8	16/Inicio	0,049	0,772	0,017
	17/Inicio	0,048	0,770	0,016
	16/Final	0,048	0,773	0,017
	17/Final	0,047	0,772	0,016
9	26/Inicio	0,042	0,764	0,014
	27/Inicio	0,040	0,764	0,013

Table C.5 Continuación

	26/Final	0,039	0,776	0,014
	27/Final	0,036	0,787	0,013
10	26/Inicio	0,024	0,935	0,016
	27/Inicio	0,025	0,917	0,016
	28/Inicio	0,023	0,922	0,016
	26/Final	0,026	0,908	0,017
	27/Final	0,026	0,907	0,016
	28/Final	0,024	0,914	0,016
	11	25/Inicio	0,045	0,759
26/Inicio		0,046	0,750	0,014
27/Inicio		0,045	0,752	0,013
28/Inicio		0,042	0,758	0,013
25/Final		0,046	0,763	0,015
26/Final		0,044	0,764	0,015
27/Final		0,041	0,774	0,014
28/Final		0,041	0,769	0,014
12	24/Inicio	0,036	0,793	0,014
	25/Inicio	0,031	0,811	0,013
	26/Inicio	0,032	0,803	0,013
	24/Final	0,034	0,804	0,014
	25/Final	0,033	0,803	0,013
	26/Final	0,033	0,803	0,013
13	24/Inicio	0,041	0,772	0,014
	25/Inicio	0,042	0,764	0,014
	26/Inicio	0,040	0,768	0,013
	24/Final	0,045	0,759	0,014
	25/Final	0,041	0,776	0,014
	26/Final	0,039	0,776	0,014
14	22/Inicio	0,038	0,785	0,014
	23/Inicio	0,033	0,808	0,013
	24/Inicio	0,032	0,805	0,013
	25/Inicio	0,026	0,843	0,013
	22/Final	0,040	0,773	0,014
	23/Final	0,036	0,786	0,014
	24/Final	0,033	0,800	0,013
	25/Final	0,035	0,785	0,013
15	18/Inicio	0,051	0,831	0,023
	19/Inicio	0,048	0,837	0,022
	20/Inicio	0,047	0,831	0,021
	21/Inicio	0,046	0,829	0,020
	22/Inicio	0,043	0,835	0,020
	18/Final	0,047	0,847	0,023
	19/Final	0,049	0,836	0,022
	20/Final	0,049	0,831	0,022
	21/Final	0,046	0,837	0,021

Table C.5 Continuación

	22/Final	0,047	0,825	0,021
16	19/Inicio	0,046	0,844	0,022
	20/Inicio	0,046	0,835	0,021
	21/Inicio	0,045	0,831	0,020
	22/Inicio	0,045	0,820	0,019
	19/Final	0,042	0,863	0,022
	20/Final	0,051	0,814	0,021
	21/Final	0,046	0,837	0,021
	22/Final	0,043	0,840	0,020
	17	17/Inicio	0,080	0,825
18/Inicio		0,074	0,835	0,032
19/Inicio		0,068	0,848	0,031
20/Inicio		0,063	0,860	0,030
21/Inicio		0,067	0,833	0,029
22/Inicio		0,064	0,836	0,028
17/Final		0,067	0,867	0,033
18/Final		0,075	0,835	0,032
19/Final		0,068	0,853	0,031
20/Final		0,065	0,855	0,030
21/Final		0,063	0,853	0,030
22/Final		0,067	0,830	0,029
18	18/Inicio	0,114	0,726	0,032
	19/Inicio	0,101	0,742	0,030
	20/Inicio	0,106	0,724	0,029
	21/Inicio	0,096	0,738	0,029
	18/Final	0,111	0,733	0,032
	19/Final	0,106	0,738	0,032
	20/Final	0,102	0,739	0,031
	21/Final	0,104	0,730	0,030
19	16/Inicio	0,103	0,764	0,034
	17/Inicio	0,096	0,772	0,033
	18/Inicio	0,103	0,746	0,032
	19/Inicio	0,091	0,769	0,031
	16/Final	0,098	0,779	0,035
	17/Final	0,103	0,764	0,034
	18/Final	0,098	0,766	0,033
	19/Final	0,092	0,778	0,032
20	19/Inicio	0,150	0,663	0,031
	20/Inicio	0,149	0,662	0,030
	19/Final	0,163	0,655	0,032
	20/Final	0,157	0,658	0,031
21	18/Inicio	0,110	0,678	0,023
	19/Inicio	0,090	0,707	0,023
	20/Inicio	0,087	0,708	0,022
	18/Final	0,084	0,727	0,024
	19/Final	0,091	0,710	0,023

Table C.5 Continuación

	20/Final	0,086	0,714	0,023
22	19/Inicio	0,230	0,632	0,041
	20/Inicio	0,241	0,618	0,040
	19/Final	0,228	0,635	0,041
	20/Final	0,228	0,631	0,040

C.3. Características geométricas de las formas de fondo y gasto sólido de fondo

Tabla C.6: Características geométricas de las formas de fondo y el gasto sólido de fondo promedio de cada experiencia.

Exp	a [mm]	c [mm/s]	λ [cm]	q_s [$10^{-7} m^2/s$]
1	4,03±0,14	1,08±0,0147	7,89±0,29	9,88±0,76
2	3,28±0,14	0,92±0,0065	14,37±0,25	7,35±0,63
3	3,33±0,14	0,77±0,0096	8,15±0,22	4,40±0,53
4	3,28±0,14	0,69±0,0067	10,45±0,20	6,00±0,48
5	1,67±0,14	0,17±0,0028	5,92±0,11	5,13±0,14
6	0,96±0,14	0,08±0,0015	5,48±0,10	2,08±0,07
7	3,04±0,14	0,30±0,0033	9,20±0,13	8,19±0,23
8	2,78±0,14	0,56±0,0084	6,82±0,17	4,78±0,39
9	2,10±0,14	0,33±0,0031	10,52±0,13	6,41±0,23
10	2,20±0,14	0,31±0,0029	10,94±0,13	6,14±0,22
11	1,06±0,14	0,15±0,0017	8,97±0,11	2,95±0,11
12	1,09±0,14	0,06±0,0010	6,70±0,10	0,69±0,05
13	0,95±0,14	0,08±0,0013	6,21±0,10	3,70±0,08
14	1,49±0,14	0,17±0,0022	7,63±0,11	3,04±0,12
15	0,68±0,14	0,32±0,0028	11,66±0,13	1,56±0,22
16	1,12±0,14	0,58±0,0038	15,45±0,18	4,59±0,40
17	1,21±0,14	0,22±0,0027	8,29±0,11	1,36±0,15
18	3,01±0,14	0,17±0,0020	8,55±0,11	0,96±0,12
19	0,73±0,14	0,10±0,0017	5,61±0,10	1,30±0,07
20	0,99±0,14	0,02±0,0005	3,82±0,10	1,29±0,04
21	1,14±0,14	0,17±0,0039	4,38±0,11	1,81±0,13
22	1,47±0,14	0,01±0,0002	6,41±0,10	5,39±0,08

C.4. Parámetros adimensionales

Tabla C.7: Parámetros adimensionales promedio de cada experimento. Parte 1.

Exp	1	2	3	4	5	6
q_*^{vis}	$0,03 \pm 0,006$	$0,03 \pm 0,005$	$0,01 \pm 0,003$	$0,02 \pm 0,004$	$0,03 \pm 0,006$	$0,01 \pm 0,002$
q_*^{turb}	$0,04 \pm 0,00014$	$0,03 \pm 0,00011$	$0,02 \pm 0,00008$	$0,03 \pm 0,00009$	$0,02 \pm 0,00006$	$0,01 \pm 0,00002$
$q_*^{vis}(u_*, d_s)$	$0,02 \pm 0,004$	$0,02 \pm 0,003$	$0,01 \pm 0,002$	$0,01 \pm 0,003$	$0,02 \pm 0,003$	$0,01 \pm 0,002$
q_s^*	$0,02 \pm 0,005$	$0,02 \pm 0,003$	$0,01 \pm 0,002$	$0,01 \pm 0,003$	$0,02 \pm 0,005$	$0,01 \pm 0,002$
q_s^K	$0,02 \pm 0,005$	$0,02 \pm 0,003$	$0,01 \pm 0,002$	$0,01 \pm 0,003$	$0,02 \pm 0,005$	$0,01 \pm 0,002$
a/d_s	$12,40 \pm 0,75$	$10,08 \pm 0,66$	$10,25 \pm 0,67$	$10,09 \pm 0,66$	$5,12 \pm 0,50$	$2,95 \pm 0,45$
λ/h	$5,09 \pm 0,18$	$11,55 \pm 0,20$	$4,07 \pm 0,11$	$4,74 \pm 0,09$	$2,85 \pm 0,05$	$3,71 \pm 0,07$
c/u	$0,027 \pm 0,000141$	$0,022 \pm 0,000091$	$0,014 \pm 0,000046$	$0,012 \pm 0,000088$	$0,004 \pm 0,000013$	$0,002 \pm 0,000011$
c/u_*	$0,159 \pm 0,000219$	$0,190 \pm 0,000141$	$0,127 \pm 0,000161$	$0,113 \pm 0,000136$	$0,023 \pm 0,000038$	$0,021 \pm 0,000040$
τ_*	$0,88 \pm 0,04$	$0,45 \pm 0,02$	$0,70 \pm 0,04$	$0,71 \pm 0,04$	$1,05 \pm 0,05$	$0,27 \pm 0,01$
τ_{*c}	$0,09 \pm 0,002$	$0,10 \pm 0,001$	$0,09 \pm 0,001$	$0,10 \pm 0,002$	$0,10 \pm 0,002$	$0,12 \pm 0,002$
$\tau_* - \tau_{*c}$	$0,78 \pm 0,04$	$0,35 \pm 0,02$	$0,61 \pm 0,04$	$0,62 \pm 0,04$	$0,94 \pm 0,05$	$0,15 \pm 0,01$
$\tau_*(\tau_* - \tau_{*c})$	$0,69 \pm 0,073$	$0,15 \pm 0,018$	$0,43 \pm 0,046$	$0,44 \pm 0,049$	$0,99 \pm 0,104$	$0,04 \pm 0,006$
$f_{\tau''}$	$0,22 \pm 0,023$	$0,09 \pm 0,009$	$0,09 \pm 0,006$	$0,08 \pm 0,013$	$0,17 \pm 0,013$	$0,05 \pm 0,008$
Ga_K	$0,63 \pm 0,48$	$0,63 \pm 0,27$	$0,64 \pm 0,33$	$0,93 \pm 0,42$	$0,20 \pm 0,14$	$0,45 \pm 0,12$
$f(Ga_K, (\tau_* - \tau_{*c}))$	$0,06 \pm 0,003$	$0,05 \pm 0,002$	$0,05 \pm 0,002$	$0,04 \pm 0,003$	$0,11 \pm 0,004$	$0,04 \pm 0,003$
$f(Re_{*sp}^K, \tau_*)$	$1,54 \pm 0,3768$	$0,07 \pm 0,0130$	$0,56 \pm 0,1138$	$0,51 \pm 0,1329$	$1,00 \pm 0,2143$	$0,00 \pm 0,0006$

Tabla C.8: Parámetros adimensionales promedio de cada experimento. Parte 2.

Exp	7	8	9	10	11	12
q_*^{vis}	$0,16 \pm 0,026$	$0,07 \pm 0,012$	$0,11 \pm 0,018$	$0,10 \pm 0,016$	$0,07 \pm 0,012$	$0,02 \pm 0,003$
q_*^{turb}	$0,08 \pm 0,00021$	$0,05 \pm 0,00017$	$0,06 \pm 0,00017$	$0,06 \pm 0,00016$	$0,03 \pm 0,00008$	$0,01 \pm 0,00002$
$q_*^{vis}(u_*, d_s)$	$0,08 \pm 0,013$	$0,05 \pm 0,008$	$0,07 \pm 0,012$	$0,07 \pm 0,010$	$0,05 \pm 0,008$	$0,01 \pm 0,002$
q_s^*	$0,11 \pm 0,020$	$0,06 \pm 0,011$	$0,09 \pm 0,018$	$0,09 \pm 0,015$	$0,06 \pm 0,011$	$0,01 \pm 0,003$
q_s^K	$0,11 \pm 0,020$	$0,06 \pm 0,011$	$0,09 \pm 0,018$	$0,09 \pm 0,015$	$0,06 \pm 0,011$	$0,01 \pm 0,003$
a/d_s	$16,64 \pm 1,13$	$15,21 \pm 1,08$	$11,53 \pm 0,96$	$12,04 \pm 0,97$	$5,81 \pm 0,82$	$5,97 \pm 0,82$
λ/h	$2,72 \pm 0,04$	$5,86 \pm 0,15$	$8,68 \pm 0,11$	$6,36 \pm 0,07$	$4,74 \pm 0,06$	$3,21 \pm 0,04$
c/u	$0,006 \pm 0,000049$	$0,012 \pm 0,000063$	$0,006 \pm 0,000023$	$0,005 \pm 0,000025$	$0,004 \pm 0,000075$	$0,002 \pm 0,000009$
c/u_*	$0,042 \pm 0,000047$	$0,104 \pm 0,000158$	$0,064 \pm 0,000063$	$0,047 \pm 0,000045$	$0,040 \pm 0,000045$	$0,022 \pm 0,000039$
τ_*	$1,76 \pm 0,09$	$0,99 \pm 0,05$	$0,90 \pm 0,04$	$1,47 \pm 0,07$	$0,49 \pm 0,02$	$0,25 \pm 0,01$
τ_{*c}	$0,10 \pm 0,001$	$0,10 \pm 0,001$	$0,11 \pm 0,002$	$0,10 \pm 0,001$	$0,12 \pm 0,002$	$0,13 \pm 0,003$
$\tau_* - \tau_{*c}$	$1,66 \pm 0,09$	$0,89 \pm 0,05$	$0,79 \pm 0,04$	$1,37 \pm 0,07$	$0,36 \pm 0,02$	$0,12 \pm 0,01$
$\tau_*(\tau_* - \tau_{*c})$	$2,93 \pm 0,303$	$0,89 \pm 0,094$	$0,70 \pm 0,076$	$2,02 \pm 0,211$	$0,18 \pm 0,021$	$0,03 \pm 0,005$
$f_{\tau''}$	$0,18 \pm 0,029$	$0,09 \pm 0,011$	$0,07 \pm 0,006$	$0,07 \pm 0,008$	$0,05 \pm 0,027$	$0,05 \pm 0,005$
Ga_K	$0,20 \pm 0,10$	$0,21 \pm 0,13$	$0,35 \pm 0,09$	$2,35 \pm 0,07$	$0,57 \pm 0,05$	$0,37 \pm 0,09$
$f(Ga_K, (\tau_* - \tau_{*c}))$	$0,13 \pm 0,005$	$0,11 \pm 0,004$	$0,08 \pm 0,004$	$0,04 \pm 0,004$	$0,05 \pm 0,005$	$0,04 \pm 0,005$
$f(Re_{*sp}^K, \tau_*)$	$7,01 \pm 1,3847$	$0,88 \pm 0,1780$	$0,35 \pm 0,0715$	$2,91 \pm 0,5078$	$0,02 \pm 0,0031$	$0,00 \pm 0,0003$

Tabla C.9: Parámetros adimensionales promedio de cada experimento. Parte 3.

Exp	13	14	15	16	17	18
q_*^{vis}	0,14±0,025	0,09±0,014	0,05±0,011	0,14±0,025	0,14±0,028	0,10±0,020
q_*^{turb}	0,04±0,00009	0,04±0,00011	0,02±0,00011	0,06±0,00022	0,03±0,00015	0,02±0,00011
$q_*^{vis}(u_*, d_s)$	0,10±0,018	0,05±0,008	0,04±0,009	0,07±0,012	0,07±0,014	0,06±0,011
q_s^*	0,13±0,026	0,06±0,012	0,05±0,010	0,10±0,021	0,11±0,024	0,09±0,019
q_s^K	0,13±0,026	0,06±0,012	0,05±0,010	0,10±0,021	0,11±0,024	0,09±0,019
a/d_s	5,22±0,81	9,86±1,05	4,50±0,95	7,42±0,99	12,33±1,55	30,72±2,09
λ/h	3,44±0,05	3,26±0,05	6,81±0,08	6,54±0,08	3,14±0,04	5,41±0,07
c/u	0,002±0,000010	0,004±0,000022	0,009±0,000031	0,013±0,000043	0,006±0,000028	0,004±0,000014
c/u_*	0,015±0,000025	0,051±0,000066	0,060±0,000053	0,076±0,000052	0,036±0,000044	0,043±0,000053
τ_*	1,00±0,05	0,45±0,02	1,17±0,06	2,40±0,12	2,30±0,12	0,98±0,05
τ_{*c}	0,12±0,003	0,12±0,001	0,11±0,002	0,10±0,002	0,11±0,002	0,12±0,002
$\tau_* - \tau_{*c}$	0,88±0,05	0,33±0,02	1,06±0,06	2,30±0,12	2,19±0,12	0,85±0,05
$\tau_*(\tau_* - \tau_{*c})$	0,88±0,094	0,15±0,018	1,24±0,132	5,51±0,564	5,02±0,516	0,83±0,090
$f_{\tau''}$	0,09±0,013	0,04±0,005	0,16±0,012	0,22±0,015	0,20±0,019	0,07±0,005
Ga_K	2,11±0,04	0,16±0,08	0,92±0,06	2,17±0,08	0,27±0,03	0,76±0,03
$f(Ga_K, (\tau_* - \tau_{*c}))$	0,03±0,014	0,09±0,004	0,05±0,011	0,04±0,007	0,12±0,012	0,05±0,009
$f(Re_{*sp}^K, \tau_*)$	0,16±0,0416	0,02±0,0037	0,56±0,1280	19,33±4,0547	6,07±1,2637	0,17±0,0353

Tabla C.10: Parámetros adimensionales promedio de cada experimento. Parte 4.

Exp	19	20	21	22
q_*^{vis}	0,14±0,032	0,02±0,003	0,02±0,004	0,15±0,023
q_*^{turb}	0,03±0,00010	0,01±0,00002	0,01±0,00003	0,03±0,00008
$q_*^{vis}(u_*, d_s)$	0,08±0,020	0,01±0,001	0,01±0,002	0,05±0,008
q_s^*	0,11±0,030	0,01±0,002	0,01±0,003	0,07±0,015
q_s^K	0,11±0,030	0,01±0,002	0,01±0,003	0,07±0,015
a/d_s	7,47±1,47	3,72±0,56	4,31±0,57	5,55±0,59
λ/h	2,30±0,04	1,77±0,05	3,25±0,08	2,21±0,03
c/u	0,004±0,000018	0,001±0,000004	0,005±0,000022	0,001±0,000004
c/u_*	0,041±0,000071	0,004±0,000011	0,032±0,000074	0,003±0,000008
τ_*	0,38±0,02	0,71±0,04	0,67±0,03	0,27±0,01
τ_{*c}	0,14±0,005	0,11±0,002	0,11±0,003	0,13±0,002
$\tau_* - \tau_{*c}$	0,24±0,02	0,60±0,04	0,56±0,03	0,14±0,01
$\tau_*(\tau_* - \tau_{*c})$	0,09±0,012	0,43±0,051	0,38±0,042	0,04±0,006
$f_{\tau''}$	0,05±0,007	0,23±0,027	0,15±0,014	0,19±0,026
Ga_K	2,06±0,07	0,69±0,08	0,54±0,23	0,82±0,06
$f(Ga_K, (\tau_* - \tau_{*c}))$	0,02±0,013	0,05±0,004	0,06±0,005	0,03±0,003
$f(Re_{*p}^K, \tau_*)$	0,00±0,0011	0,08±0,0183	0,15±0,0482	0,00±0,0003