



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

SIMULACIÓN DEL DESGASTE DE UN REACTOR DE  
CEMENTACIÓN DE COBRE CON BRIQUETAS METÁLICAS  
UTILIZANDO EL MÉTODO DE ELEMENTOS DISCRETOS

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MECÁNICO

KIDEL ALEJANDRO FUENTES GUILLOUX

**PROFESOR GUÍA:**  
ÁLVARO VALENCIA MUSALEM

**MIEMBROS DE LA COMISIÓN:**  
GONZALO MONTES ATENAS  
ALDO CASALI BACELLI

SANTIAGO DE CHILE  
2020

RESUMEN DE MEMORIA PARA OPTAR  
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MECÁNICO  
POR: KIDEL FUENTES GUILLOUX  
FECHA: JUNIO DE 2020  
PROF. GUÍA: ÁLVARO VALENCIA MUSALEM

SIMULACIÓN DEL DESGASTE DE UN REACTOR DE CEMENTACIÓN DE COBRE CON  
BRIQUETAS METÁLICAS UTILIZANDO EL MÉTODO DE ELEMENTOS DISCRETOS

El presente trabajo consiste en la simulación del movimiento de briquetas metálicas dentro de un reactor de cementación de cobre durante su operación en condiciones normales, con la finalidad de estudiar el impacto negativo, traducido como roturas o desgaste, que 3 tipos distintos de briquetas metálicas le generan al equipo, en particular a revestimientos y *lifters*.

La cementación es el proceso hidrometalúrgico mediante el cual se produce la precipitación de un metal desde una solución acuosa, que se da por el efecto de la presencia de otro metal. En este proceso el metal precipitado se deposita o “cementa” sobre el metal añadido. La cementación tiene como objetivo la recuperación de metales de elevado valor económico utilizando metales de bajo valor, particularmente, la recuperación de cobre a partir de disoluciones acuosas provenientes de lixiviación utilizando chatarra de hierro.

Para realizar el estudio del impacto generado por las briquetas dentro del reactor se utilizó el Método de Elementos Discretos (DEM por sus siglas en inglés) implementado por el software de modelamiento digital Rocky. Las simulaciones DEM han sido ampliamente estudiadas por la industria minera, principalmente para el diseño de molinos de molienda, en donde el principal foco es encontrar la mayor eficiencia en la conminución del mineral con el menor desgaste de los equipos. No obstante, desarrollar una simulación DEM continúa siendo un proceso sumamente complejo, dado que, para reproducir el comportamiento del material de estudio, únicamente se dispone de modelos de contacto simplificados, lo que se debe principalmente a las limitaciones computacionales.

Estas complicaciones se acrecientan cuando el elemento a modelar y el entorno del mismo corresponden a geometrías y estados poco convencionales, como lo es el caso de una briketa metálica en un entorno rotativo como un reactor. Para resolver estos problemas, se llevó a cabo un estudio previo de los modelos de contacto, también se realizaron pruebas de malla y de las geometrías de las briquetas, y se estudió la validez de ambas para obtener una simulación lo más representativa de la realidad que sea posible.

Se efectuaron 3 simulaciones del reactor en operación normal (divididas en 6 etapas o sub-simulaciones cada una), para 3 briquetas de acero con distinto volumen, densidad y masa, con las cuales se realizó un estudio comparativo del impacto negativo que éstas le provocaron al tambor del reactor, revestimientos y *lifters*.

Finalmente se identificó en base a los resultados de las simulaciones, la potencia acumulada y las tasas de absorción, que la briketa que generó el menor daño al equipo (revestimientos y *lifters*) a lo largo de todas las simulaciones, correspondió a la que tenía la menor relación densidad-masa.

*Para Marilyn y Pedro, quienes hicieron todo esto posible.*

*“Una lección sin dolor no tiene sentido. Eso es porque no se puede ganar algo sin sacrificar algo a cambio.”*

# Agradecimientos

Muchas personas estuvieron a lo largo de esta travesía, y a pesar de que me es imposible mencionarlos a todos, sepan que hubiese sido imposible sin su ayuda.

Quiero agradecer a Diego y Catalina quienes fueron mis primeros amigos y estuvieron conmigo cuando llegué a Santiago. También a Matías, hermano de la vida, el destino no nos pudo separar desde la media; espero que esta vez no sea diferente.

Un apartado especial a Gonzalo por brindarme su amistad a pesar de ser tan diferentes y por aguantar conmigo los primeros golpes de la especialidad. Además de lo anterior, por presentarme a Alonso, quien se convertiría con el tiempo en una de las personas que más estimo y aprecio de mi etapa universitaria. Hacer mención a los cabros de mecánica, con los que carretiamos, los que formamos el equipo para jugar a la pelota, en particular a Vicente y Cristobal y a los míticos de la sala de memoristas. Una mención especial dentro de todo mecánica para Paulina, quien me brindó su amistad desinteresada cuando más la necesité.

Tomás y Francisca quienes vivieron conmigo y me soportaron a pesar de mi mal carácter y todos mis malos momentos. Quiero agradecer también a Andrea, a quien conocí durante mis primeros años de universidad y siempre me dió a entender que podía lograr cualquier cosa si realmente lo quería. Una mención para Abel, un viejo amigo, quien dice admirarme, sin saber que yo lo admiro aún más a él.

Quiero agradecer a Patricio, mi mejor amigo, quien siempre ha estado ahí para mí sin pedir nada a cambio, siendo mis ojos cuando estuve ciego y mis piernas cuando creí que no podía caminar. Espero algún día poder ser para ti lo que tú eres para mí.

Mencionar a mi familia materna, quienes siempre estuvieron preocupadas de mi pasar. A mi hermana Crislyn y a Javier, por estar siempre conmigo y apoyarme sin importar el problema y, últimamente, por darme el impulso que necesité cuando estaba por rendirme, el nacimiento de Nahuel.

Finalmente, agradecer a mis padres quienes siempre confiaron en mí e hicieron todo esto posible. A mi madre Marilyn, la luz que iluminó mi camino aún cuando yo no podía vislumbrar el final o no sabía si podría recorrerlo, apaciguando mi alma y fortaleciendo mi corazón y a mi padre Pedro, mi ejemplo a seguir, quién me mostró que por más veces que la vida te haga caer, siempre hay una buena razón para levantarse e intentarlo nuevamente, sacando fuerzas de donde parece no haberlas.

# Tabla de contenido

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Antecedentes Generales . . . . .	1
1.2. Motivación . . . . .	2
1.3. Objetivos . . . . .	3
1.3.1. Objetivos Generales . . . . .	3
1.3.2. Objetivos Específicos . . . . .	3
1.4. Organización de la memoria . . . . .	3
<b>2. Marco teórico</b>	<b>4</b>
2.1. Cementación . . . . .	4
2.1.1. Aspectos Termodinámicos . . . . .	4
2.1.2. Aspectos Cinéticos . . . . .	6
2.2. Aspectos Mecánicos . . . . .	9
2.2.1. Equipos de Cementación . . . . .	9
2.2.2. Mecanismos de daño a los equipos . . . . .	11
2.2.3. Movimiento de la carga . . . . .	12
2.3. Software Rocky DEM . . . . .	14
2.3.1. Método de Elementos Discretos . . . . .	14
2.3.2. Aspectos teóricos de DEM . . . . .	15
2.3.3. Simulación de una partícula . . . . .	15
2.3.4. Esquema de iteración DEM . . . . .	18
2.3.5. Interpretación de las fuerzas actuantes en Rocky . . . . .	18
2.3.6. Modelos de contacto generales . . . . .	20
2.3.7. Modelos específicos . . . . .	22
2.3.8. Espectro de energía de partícula (Energy Spectra) . . . . .	29
<b>3. Metodología</b>	<b>30</b>
3.1. Adquisición de datos y Visita Técnica . . . . .	31
3.2. Reactor . . . . .	33
3.2.1. Briquetas . . . . .	34
3.2.2. Pruebas de Malla . . . . .	39
3.2.3. Modelación . . . . .	43
3.2.4. Solver . . . . .	46
<b>4. Resultados</b>	<b>48</b>
4.0.1. Briqueta 25x30 . . . . .	49
4.0.2. Briqueta 40x40 . . . . .	53

4.0.3. Briqueta 40x60 . . . . .	57
<b>5. Análisis de Resultados</b>	<b>61</b>
<b>6. Conclusiones y trabajo futuro</b>	<b>66</b>
6.1. Conclusiones . . . . .	66
6.2. Trabajo futuro . . . . .	67
<b>Bibliografía</b>	<b>68</b>
<b>Anexos</b>	<b>70</b>
<b>A. Espectros de Energía para Briqueta 25x30</b>	<b>71</b>
A.0.1. Trayectoria y Velocidad . . . . .	71
A.0.2. Fracción de Volumen . . . . .	73
<b>B. Espectros de Energía para Briqueta 40x40</b>	<b>75</b>
B.0.1. Trayectoria y Velocidad . . . . .	75
B.0.2. Fracción de Volumen . . . . .	77
<b>C. Espectros de Energía para Briqueta 40x60</b>	<b>79</b>
C.0.1. Trayectoria y Velocidad . . . . .	79
C.0.2. Fracción de Volumen . . . . .	81

# Índice de figuras

2.1.	Evolución del proceso de cementación. (a) Primera etapa. (b) Segunda etapa	8
2.2.	Reactor de tambor rotatorio utilizado en el proceso de cementación en Minera Los Pelambres. . . . .	10
2.3.	Representación de la pared interna de un reactor de tambor rotatorio. Se evidencia el ancho de pared y las diferentes alturas de dos tipos de <i>lifters</i> [20].	10
2.4.	Esquema de los modos de movimiento de material. Deslizamiento (Sliding), Cascada (Cascading) y Catarata (Catarating) [8]. . . . .	13
2.5.	Simulación de una partícula cayendo en distintos intervalos de tiempo. . . .	16
2.6.	Ejemplificación del puente líquido en las fuerzas de adhesión/cohesión. . . .	17
2.7.	Esquema de Iteración DEM. . . . .	18
2.8.	Ejemplificación de <i>overlap</i> o superposición. . . . .	19
2.9.	Coefficiente de restitución $\varepsilon$ . $V_{in}$ y $V_{out}$ corresponden a la velocidad antes y después de la colisión, respectivamente. . . . .	19
2.10.	Ejemplo de erosión/desgaste en el software DEM Rocky. . . . .	23
2.11.	Secuencia de tiempo de $t$ a $t + \Delta t$ del modelo de desgaste Archard. . . . .	23
2.12.	Modelo de contacto en muchas partículas, destacando el desgaste que éstas realizan en la zona de contacto (zona roja en la malla) [12]. . . . .	24
2.13.	A la izquierda, determinación sitios (establecimientos) en el sólido. A la derecha, teselación del sólido según el algoritmo de Voronoi. . . . .	28
3.1.	Cemento de cobre extraído del reactor de Minera Los Pelambres. . . . .	31
3.2.	Vista lateral del reactor de Minera Los Pelambres. . . . .	32
3.3.	Vista frontal del reactor de Minera Los Pelambres. . . . .	32
3.4.	A la izquierda, CAD del tambor. A la derecha, CAD de los revestimientos de goma. . . . .	33
3.5.	Briquetas metálicas compactadas. . . . .	34
3.6.	Modelo de briqueta 25x30. . . . .	37
3.7.	Modelo de briqueta 40x40. . . . .	38
3.8.	Modelo de briqueta 40x60. . . . .	38
3.9.	Malla de 0.7 [m]. . . . .	39
3.10.	Malla de 0.3 [m]. . . . .	40
3.11.	Malla de 0.1 [m]. . . . .	40
3.12.	Malla de 0.05 [m]. . . . .	40
3.13.	Análisis 3D de Malla 0.1 [m]. . . . .	41
3.14.	Análisis 3D de Malla 0.05 [m]. . . . .	42
4.1.	Partículas a lo largo de las distintas etapas. . . . .	49
4.2.	Desgaste del equipo a lo largo de la simulación. . . . .	51

4.3.	Estado final del equipo. . . . .	52
4.4.	Partículas a lo largo de las distintas etapas. . . . .	53
4.5.	Desgaste del equipo a lo largo de la simulación. . . . .	55
4.6.	Estado final del reactor. . . . .	56
4.7.	Partículas a lo largo de las distintas etapas. . . . .	57
4.8.	Desgaste del revestimiento a lo largo de la simulación. . . . .	59
4.9.	Estado final del equipo. . . . .	60
5.1.	Tasa de absorción para los 3 elementos modelados. . . . .	61
5.2.	Potencia Acumulada para los 3 elementos modelados. . . . .	62
5.3.	Tasa de Colisión Vs Energía de Colisión. . . . .	63
5.4.	Pérdida de Volumen para los 3 modelos. . . . .	64
A.1.	Trayectoria de las partículas y su velocidad a los 600 segundos. . . . .	71
A.2.	Trayectoria de las partículas y su velocidad a los 1800 segundos. . . . .	72
A.3.	Trayectoria de las partículas y su velocidad a los 3600 segundos. . . . .	72
A.4.	Fracción de volumen a los 600 segundos. . . . .	73
A.5.	Fracción de volumen a los 1800 segundos. . . . .	73
A.6.	Fracción de volumen a los 3600 segundos. . . . .	74
B.1.	Trayectoria de las partículas y su velocidad a los 600 segundos. . . . .	75
B.2.	Trayectoria de las partículas y su velocidad a los 1800 segundos. . . . .	76
B.3.	Trayectoria de las partículas y su velocidad a los 3600 segundos. . . . .	76
B.4.	Fracción de volumen a los 600 segundos. . . . .	77
B.5.	Fracción de volumen a los 1800 segundos. . . . .	77
B.6.	Fracción de volumen a los 3600 segundos. . . . .	78
C.1.	Trayectoria de las partículas y su velocidad a los 600 segundos. . . . .	79
C.2.	Trayectoria de las partículas y su velocidad a los 1800 segundos. . . . .	80
C.3.	Trayectoria de las partículas y su velocidad a los 3600 segundos. . . . .	80
C.4.	Fracción de volumen a los 600 segundos. . . . .	81
C.5.	Fracción de volumen a los 1800 segundos. . . . .	81
C.6.	Fracción de volumen a los 3600 segundos. . . . .	82

# Índice de tablas

2.1. Serie Electro Motriz de Potenciales [4]	5
2.2. Usos de los modelos de Fuerza Normal	21
2.3. Usos de los modelos de Fuerza Tangencial	21
2.4. Usos de los modelos de Fuerza Adhesiva	22
3.1. Parámetros mecánicos del reactor	33
3.2. Parámetros de operación del reactor	34
3.3. Parámetros mecánicos del acero.	34
3.4. Parámetros mecánicos de la Goma Hypalon.	34
3.5. Mediciones Briqueta 25x30	35
3.6. Mediciones Briqueta 40x40	35
3.7. Mediciones Briqueta 40x60	36
3.8. Resumen Briqueta 25x30	36
3.9. Resumen Briqueta 40x40	37
3.10. Resumen Briqueta 40x60	37
3.11. Tiempos de prueba de malla	42
3.12. Condiciones de sub-simulación	44
3.13. Detalles de la briqueta 25x30 en cada etapa de sub-simulación	44
3.14. Detalles de la briqueta 40x40 en cada etapa de sub-simulación	44
3.15. Detalles de la briqueta 40x60 en cada etapa de sub-simulación	45
3.16. Parámetros del <i>Solver</i>	46
3.17. Coeficientes de Interacción Acero-Acero	46
3.18. Coeficientes de Interacción Acero-Goma	47
4.1. Tasa de Absorción Específica Máxima.	50
4.2. Potencia Acumulada Máxima.	50
4.3. Tasa de Colisión Máxima en función de la Energía de Colisión.	50
4.4. Velocidad de Traslación de las partículas $[\frac{m}{s}]$ .	50
4.5. Desgaste del Tambor.	52
4.6. Desgaste del Revestimiento.	52
4.7. Tasa de Absorción Específica Máxima.	54
4.8. Potencia Acumulada Máxima.	54
4.9. Tasa de Colisión Máxima en función de la Energía de Colisión.	54
4.10. Velocidad de Traslación de las partículas $[\frac{m}{s}]$ .	54
4.11. Desgaste del Tambor.	56
4.12. Desgaste del Revestimiento.	56
4.13. Tasa de Absorción Específica Máxima.	58
4.14. Potencia Acumulada Máxima.	58

4.15. Tasa de Colisión Máxima en función de la Energía de Colisión. . . . .	58
4.16. Velocidad de Traslación de las partículas [ $\frac{m}{s}$ ]. . . . .	58
4.17. Desgaste del Tambor. . . . .	60
4.18. Desgaste del Revestimiento. . . . .	60

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Antecedentes Generales

La cementación corresponde a un proceso hidrometalúrgico el cual tiene como objetivo la recuperación de metales de alto valor económico procedentes, en la mayoría de los casos, de faenas mineras. La cementación de cobre corresponde a un caso particular, en el que se realiza la recuperación de cobre desde disoluciones acuosas resultantes del proceso de lixiviación utilizando chatarra metálica. Se trata de un proceso de carácter industrial que es realizado en muchas instalaciones mineras a lo largo del mundo.

La chatarra de hierro utilizada para cementación, proviene principalmente de excedentes de la industria de la construcción y es utilizada cuando se presenta en forma de rollos de acero o de briquetas metálicas compactadas. La cementación es realizada en un reactor, el cual corresponde a un tambor rotatorio horizontal, que tiene la función de mantener en constante movimiento la solución acuosa y la chatarra de hierro para propiciar su contacto y facilitar las reacciones que permiten que el proceso ocurra.

A pesar de la relegación a nivel mundial de dicho proceso debido a la aparición de nuevas tecnologías, como la Extracción por Solvente (SX) y la Electro Obtención (EW), en Chile la cementación se continúa realizando, donde la línea principal de trabajo gira en torno a la recuperación de molibdeno y cobre. En el marco de las plantas en donde se realiza el proceso de cementación en el país destacan; Andina (Codelco), Molynor (Molymet) y Minera Los Pelambres (AMSA).

El método de elementos discretos (desde ahora en adelante DEM por sus siglas en inglés) es un modelo matemático utilizado para representar las condiciones cinemáticas y dinámicas de un sistema de partículas. Éste método utiliza dos tipos de ecuaciones para modelar los sistemas antes mencionados, las de movimiento, que corresponden a Newton-Euler, y las leyes de contacto. Las primeras determinan los movimientos rotacionales y de traslación de las partículas al relacionar sus parámetros dinámicos y cinemáticos, mientras que las segundas son las que determinan los parámetros que resultan de la interacción entre partículas, y de éstas con su entorno.

Existen diversos estudios previos que han reportado que es posible simular, por medio del método de elementos discretos, el movimiento de sólidos dentro de un ambiente rotativo, obteniendo resultados altamente representativos de la realidad, más aún, estos estudios tienen como principal enfoque los molinos de bolas y la conminución de mineral.

El objetivo de este trabajo de memoria es simular el proceso de cementación en un reactor utilizando briquetas metálicas con la finalidad de identificar, entre 3 tipos de briquetas distintas, cuál de éstas en un régimen de operación normal le genera la menor cantidad de daño al equipo, específicamente a revestimientos y *lifters*. Finalmente, evaluar la factibilidad de utilizar la biqueta que generó el menor daño al equipo como nuevo material de alimentación para el proceso de la cementación.

La motivación de esta memoria nace debido a la dificultad de obtener rollos metálicos como material para la cementación y la infactibilidad económica de que este proceso se detenga. Por este motivo la búsqueda de materiales sustitutos a estos rollos es fundamental para asegurar la continuidad del proceso.

## 1.2. Motivación

Como consecuencia de la relegación del proceso de cementación a un segundo plano por la aparición de nuevas tecnologías, por ejemplo la Extracción por Solvente (SX) y la Electro Obtención (EW), la cantidad de estudios sobre el proceso de cementación ha ido disminuyendo considerablemente. Asimismo, los estudios que aún son desarrollados en torno a este proceso, se centran en evaluar distintas fuentes de perturbación que pueden generar un impacto a nivel cinético y fenomenológico, dejando mayormente de lado los análisis sobre los materiales de alimentación y la incidencia de éstos en la vida útil de los equipos.

Ajeno a este cambio, en Chile aún existen numerosas faenas, principalmente mineras, en las que este proceso es de fundamental importancia, donde la línea principal de trabajo gira en torno a la recuperación de molibdeno y cobre desde soluciones acuosas, provenientes de la lixiviación, utilizando chatarra metálica.

En la industria minera chilena, Minera Los Pelambres parte del grupo minero Antofagasta Minerals realiza el proceso de cementación como medio para la recuperación de Cobre, utilizando como material de alimentación rollos metálicos suministrados por la empresa, también chilena, Ferriko. Dada la disminución en los flujos de adquisición y venta que han tenido dichos materiales en el último tiempo, y la imposibilidad económica de que esta actividad se vea detenida, la búsqueda de un nuevo material de alimentación que asegure la realización de este proceso toma vital importancia.

La motivación de esta memoria es identificar, entre 3 tipos de briquetas que varían en volumen, densidad y masa, aquella que genere la menor cantidad de daño, traducido como roturas y desgastes, al reactor de cementación, principalmente a su revestimiento y *lifters* y, evaluar la factibilidad de que esta biqueta sea utilizada como un nuevo material de alimentación para el proceso.

## 1.3. Objetivos

### 1.3.1. Objetivos Generales

El objetivo de este trabajo de memoria es simular el proceso de cementación de cobre en un reactor horizontal utilizando briquetas metálicas con la finalidad de identificar, entre 3 tipos de briquetas distintas, cuál de éstas en un régimen de operación normal le genera la menor cantidad de daño al equipo, específicamente a revestimientos y *lifters*.

### 1.3.2. Objetivos Específicos

1. Identificar cuál de las briquetas utilizadas en la simulación le genera el menor daño al equipo, considerando tambor, revestimientos y *lifters*.
2. Acreditar los resultados del daño sufrido por el equipo con los datos obtenidos para la potencia acumulada y las tasas de absorción específica y de colisión de cada una de las briquetas analizadas.
3. Comparar los resultados obtenidos en las simulaciones de cada una de las briquetas, para identificar entre los parámetros en que éstas se diferencian (volumen, densidad y masa), cuál de estos tiene la mayor incidencia en el daño generado.
4. Evaluar la factibilidad de utilizar aquella biqueta que genera menor cantidad de daño a los equipos como nuevo material de alimentación para el proceso de cementación.

## 1.4. Organización de la memoria

- Capítulo 1: Se presentan los antecedentes generales y la motivación que da origen al problema en estudio. Se definen además los objetivos generales y específicos.
- Capítulo 2: Contiene el marco teórico de la memoria. Incluye una descripción del proceso de cementación y las variables más importantes que en él influyen, definición de los equipos utilizados en este proceso y una explicación de los mecanismos de desgaste que afectan al equipo. Finalmente se detalla el Método de Elementos Discretos (DEM) y cómo el software Rocky representa cada una de las situaciones a modelar.
- Capítulo 3: Describe la metodología a utilizar, en particular, las variables que fueron utilizadas para realizar la representación de los aspectos físicos y mecánicos en la interfaz del software. Explica también el proceso de selección de la malla a utilizar, la discretización temporal y el tipo de simulaciones que se realizan en la memoria.
- Capítulo 4: Se presentan los resultados obtenidos.
- Capítulo 5: Contiene el análisis de los resultados obtenidos, profundizando las comparaciones entre los distintos modelos realizados.
- Capítulo 6: Se concluye el trabajo y se responde al cumplimiento de los objetivos planteados. Se propone también el trabajo futuro.

# Capítulo 2

## Marco teórico

### 2.1. Cementación

El proceso de cementación de metales es una operación ampliamente utilizada para purificar soluciones o para obtener productos comercializables. En particular, la recuperación del cobre a partir de disoluciones acuosas provenientes de lixiviación mediante la cementación, es un proceso muy utilizado a escala industrial. Se utiliza chatarra de hierro, en distintas presentaciones para cementar cobre en numerosas instalaciones mineras repartidas por el mundo [1].

#### 2.1.1. Aspectos Termodinámicos

La cementación es un proceso espontáneo (su equilibrio se encuentra desplazado hacia la formación de productos) de precipitación de una especie metálica  $M_1$ , desde una solución acuosa inicial que la contiene en estado disuelto por reducción con otro metal sólido,  $M_2$ , mediante una reacción de óxido-reducción. De forma general, podemos representar la cementación a través de la Ecuación 2.1:



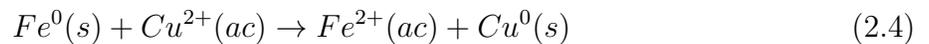
En los reactantes,  $M_2$  se disuelve anódicamente (se oxida), y el ion metálico  $M_1^{n+}$  se descarga catódicamente (se reduce). La naturaleza de la reacción es electroquímica, donde los electrones se intercambian mediante el contacto directo de los materiales involucrados en la misma [2].

La elección del metal sólido cementante, con respecto a la especie metálica en disolución, viene dada por la posición de ambos en la tabla denominada Serie Electromotriz de Potenciales (Tabla 2.1). Así, los metales que se encuentran en posiciones más altas en la serie son más electropositivos, y tienden a oxidarse con facilidad en presencia de metales que se encuentran en ubicaciones inferiores de la serie, los que, al contrario de los anteriores, tienden a reducirse fácilmente, siendo además más nobles y menos activos químicamente.

Tabla 2.1: Serie Electro Motriz de Potenciales [4]

Elemento	Reacción Electrodo	Potencial de Reducción [V]
Li	$Li^+ + e \rightarrow Li$	-3.045
K	$K^+ + e \rightarrow K$	-2.925
Ca	$Ca^{2+} + 2e \rightarrow Ca$	-2.870
Na	$Na^+ + e \rightarrow Na$	-2.714
Mg	$Mg^{2+} + 2e \rightarrow Mg$	-2.370
Al	$Al^{3+} + 3e \rightarrow Al$	-1.660
Zn	$Zn^{2+} + 2e \rightarrow Zn$	-0.763
Cr	$Cr^{3+} + 3e \rightarrow Cr$	-0.740
Fe	$Fe^{2+} + 2e \rightarrow Fe$	-0.440
Cd	$Cd^{2+} + 2e \rightarrow Cd$	-0.403
Ni	$Ni^{2+} + 2e \rightarrow Ni$	-0.250
Sn	$Sn^{2+} + 2e \rightarrow Sn$	-0.140
Pb	$Pb^{2+} + 2e \rightarrow Pb$	-0.126
H <sub>2</sub>	$2H^+ + e \rightarrow H_2$	0.000
Cu	$Cu^{2+} + 2e \rightarrow Cu$	+0.337
I <sub>2</sub>	$I_2 + 2e \rightarrow 2I^-$	+0.535
Hg	$Hg^{2+} + 2e \rightarrow Hg$	+0.789
Ag	$Ag^+ + e \rightarrow Ag$	+0.799
Br <sub>2</sub>	$Br_2 + 2e \rightarrow 2Br^-$	+1.080
Cl <sub>2</sub>	$Cl_2 + 2e \rightarrow 2Cl^-$	+1.360
Au	$Au^{3+} + 3e \rightarrow Au$	+1.500
F <sub>2</sub>	$F_2 + 2e \rightarrow 2F^-$	+2.870

Mientras mayor sea la diferencia de potencial entre ambos pares electroquímicos mayor será la fuerza impulsora (gradiente termodinámico) que produce la reacción de precipitación. Centrando el análisis en la cementación de cobre sobre hierro, el proceso electroquímico involucrado puede ser dividido en dos semi-reacciones: (1) Precipitación de Cobre Elemental (Ecuación 2.2), y (2) Corrosión de Hierro Elemental (Ecuación 2.3), las que conjuntamente dan origen a la reacción global para la cementación de cobre sobre hierro que se presenta en la Ecuación 2.4.



La Ecuación 2.4 corresponde al caso particular de cementación que se simulará y analizará en la presente memoria, donde se utilizarán excedentes metálicos en forma de briqueta como agente reactivo para la cementación del cobre.

### 2.1.2. Aspectos Cinéticos

La cementación puede ser considerada como un fenómeno de corrosión en el que el metal más activo, y menos noble, sufre un deterioro causado por la reducción de iones metálicos que se encuentran en disolución. En el caso del hierro, el depósito del metal reducido, vía mecanismos de nucleación en los sitios catódicos sobre su superficie, se une gradualmente a medida que la cementación progresa. A través de los estudios realizados desde mediados del siglo XX, en donde destaca el trabajo realizado por Rickard & Fuerstenau (1968) [3] sobre la hidrometalurgia extractiva, se describe el proceso de la cementación a través de los fenómenos de transporte (cinética) relacionados:

$$-\frac{d[C_{Cu^{2+}}]}{dt} = \frac{k_m A [C_{Cu^{2+}}]}{V} \quad (2.5)$$

donde  $C_{Cu^{2+}}$  representa la concentración del ión metálico de cobre,  $k_m$  la constante cinética del sistema,  $A$  el área expuesta del sólido cementante,  $V$  el volumen de la solución y  $t$  el tiempo en el que transcurre la reacción. Integrando esta ecuación y evaluando en los límites del metal disuelto en  $t = 0$  y  $t = t$  se tiene:

$$V \ln \left( \frac{[C_{Cu^{2+}}]_0}{[C_{Cu^{2+}}]_t} \right) = -\frac{A k_m t}{2,303} \quad (2.6)$$

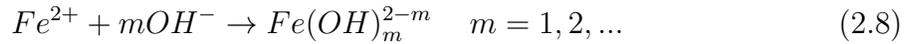
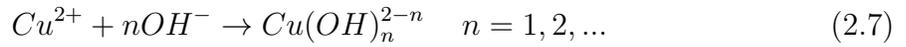
La Ecuación [2.6] representa una línea recta que pasa por el origen, con un valor de pendiente  $m = \frac{A k_m t}{2,303}$  y corresponde al modelo cinético de una reacción de primer orden realizada a temperatura constante.

A pesar del carácter lineal de la Ecuación 2.6, los investigadores han centrado sus esfuerzos en analizar el efecto de las condiciones bajo las que se llevan a cabo la reacción, tales como: temperatura, concentración, velocidad de rotación y pH. Dichas investigaciones presentan un comportamiento de proporcionalidad de la velocidad de reacción, con respecto a las variables antes mencionadas, bajo ciertas condiciones experimentales [4].

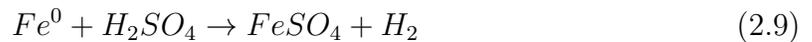
Se presentan a continuación distintas condiciones que tienen incidencia en la cinética del proceso de cementación y por ende, que afectan en el tiempo total en que ocurre este proceso:

- **pH:**

Al realizar la cementación en condiciones alcalinas (pH altos), se fomenta la formación de precipitados de hidróxidos metálicos y complejos solubles, los cuales son responsables de la disminución del área efectiva de intercambio entre la solución y el sólido, lo que tiene como resultado una disminución de la eficiencia del proceso, debido a la formación de distintos depósitos (codeposición), en este caso hidróxidos metálicos de cobre y de hierro sobre la superficie de reacción, expuestos en las Ecuaciones 2.7 y 2.8 respectivamente.



Por otro lado, en soluciones ácidas (pH bajos), el problema se traslada a la reacción representada en la Ecuación 2.9, ya que la concentración de protones tiende a competir por los sitios de descarga catódicos, dado que el hidrógeno gaseoso bloquea la superficie del metal, debido a su lento período de desorción, impidiendo el movimiento de los iones de cobre hacia la superficie.



■ **Presencia de metales extraños en la solución o en el sólido:**

Si se realiza la inmersión del metal precipitante o sustrato en una disolución que contiene iones de más de una especie metálica, se desarrollarán pequeñas diferencias de potencial a lo largo de la superficie de este. Las áreas de potencial más negativo son las áreas anódicas, las cuales tienen tendencia a disolverse, mientras que el resto de la superficie del sólido se comporta como un área catódica. Es en este último lugar donde es posible que tengan lugar reacciones de reducción de oxígeno [2.10] y evolución de hidrógeno [2.11] además de la ecuación principal de cementación [2.1] antes expuesta:



■ **Temperatura:**

La temperatura también juega un papel importante en la cinética de la cementación. A temperaturas inferiores a 22° C el depósito de cobre permanece adherido a la superficie de hierro, mientras que a temperaturas superiores a 22° C e inferiores a 60° C, el depósito de cobre es débilmente adherente, lo que genera un incremento notorio en la velocidad de reacción debido a una mayor área superficial expuesta, al tratarse de un depósito más poroso [5].

Según algunos autores, el proceso de cementación se segmenta en dos etapas principales, como se muestra en la Figura 2.1. Una primera etapa, en donde la velocidad de reducción es baja, se caracteriza por el comportamiento anódico de casi la totalidad de la superficie del material cementante, con pocas áreas catódicas, que corresponden a sectores con metal cementado sobre ellas. En la segunda etapa, que da inicio una vez consumido el oxígeno disuelto, se genera un primer depósito de metal en la superficie del agente cementante, mostrando un aumento considerable en la tasa de cementación, lo que se atribuye al efecto potenciador del depósito superficial [6].

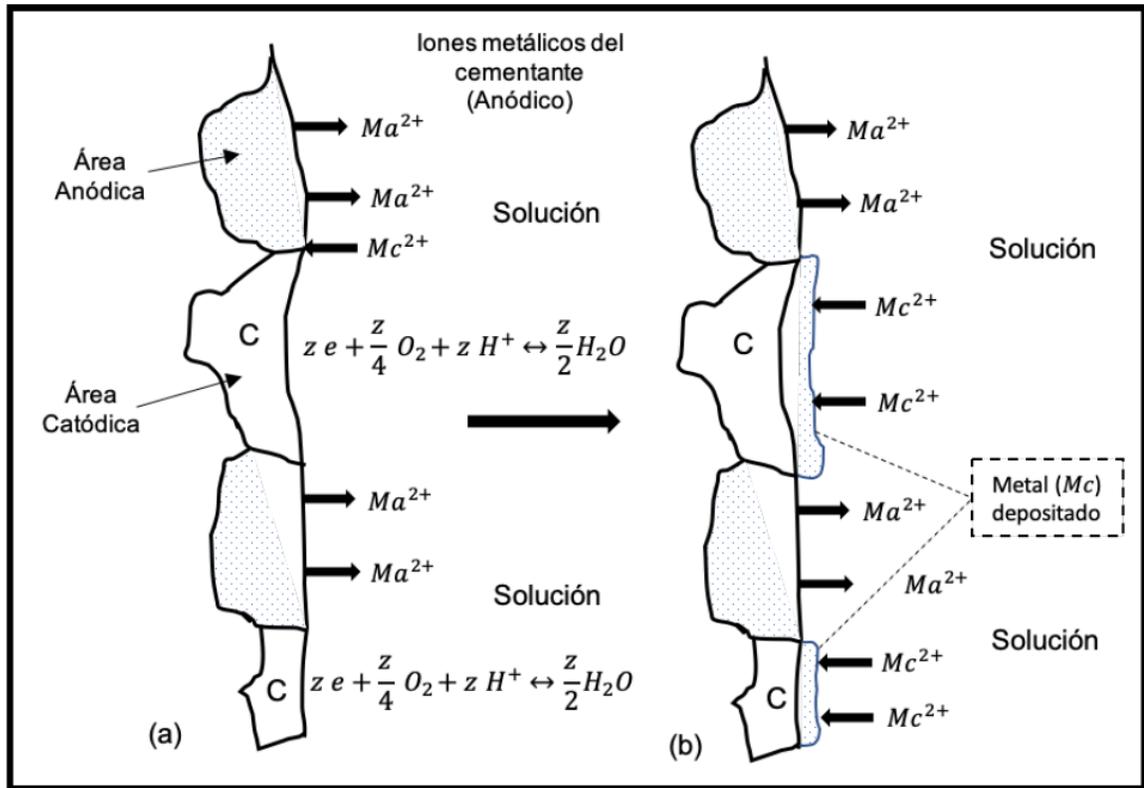


Figura 2.1: Evolución del proceso de cementación. (a) Primera etapa. (b) Segunda etapa

Finalmente, la velocidad de la reacción y la eficiencia del proceso de la cementación dependerán de otros factores intrínsecos de los elementos participantes en el proceso, como: la difusividad del ion del metal más noble, la viscosidad del medio, la velocidad de rotación del equipo utilizado, el área superficial efectiva del depósito, la concentración inicial del metal más noble y la temperatura [7] [4]. Además, en algunas ocasiones, se ha detectado que la forma que adopta el metal depositado, es decir, en forma de dendritas o en forma de una masa densa, depende del metal cementante. Es por esto, que el área superficial efectiva del material de alimentación para el proceso es un factor de suma importancia, dado que es capaz de modificar las condiciones de transferencia de masa y, afectando así, la velocidad de cementación [7] [4].

## 2.2. Aspectos Mecánicos

### 2.2.1. Equipos de Cementación

Existen distintos tipos de equipos que pueden ser utilizados para la cementación de cobre utilizando chatarra metálica, que van desde rudimentarios canales de drenaje hasta modernos reactores de tambor o precipitadores de cono. A continuación se describen los equipos más importantes.

- **Canales:**

Los canales son los reactores de cementación de cobre más antiguos y más utilizados a lo largo de la historia. Consisten básicamente en una cámara rectangular de aproximadamente 150 [m] de largo, 1.2 [m] de profundidad y 1.2 [m] de ancho. Con estas dimensiones poseen una capacidad promedio de procesamiento de  $4 \left[ \frac{m^3}{min} \right]$  de disolución de cobre y son capaces de recuperar cerca del 90% del metal contenido en ella. La solución acuosa de cobre fluye lentamente por gravedad sobre un lecho de chatarra de hierro que es cargada (continua o discontinuamente) en el canal. Una vez que toda la chatarra se ha consumido, el canal se lava, vacía y remueve el cemento a unos tanques. La velocidad de la solución que fluye sobre la chatarra debe ser adecuada para mantener un flujo uniforme. Los problemas relacionados a este método de cementación tienen que ver con la gran cantidad de mano de obra necesaria para su realización, así como que el nivel de pureza del producto final no supera el 90%, por lo que se necesita un proceso posterior a la cementación para la utilización del cobre recuperado (generalmente fusión para eliminar impurezas).

- **Precipitadores de tambor:**

Los tambores rotatorios de cementación (Figura 2.2) en la actualidad han sustituido a los canales de cementación descritos previamente. Estos equipos consisten en un recipiente de acero o tambor de forma usualmente cilíndrica, levemente inclinados y recubiertos internamente con un material no reactante a las disoluciones que es sometido. A una escala industrial se utilizan equipos de gran tamaño a los que se les añade chatarra de hierro. Estos equipos giran de manera continua y a velocidad baja. De esta rotación resulta un movimiento constante en donde la chatarra expone su superficie libre a la disolución, sin embargo, es este mismo movimiento y el golpeteo de los sólidos entre sí y con las paredes del equipo, lo que provoca el desgaste de los revestimientos y *lifters* (Figura 2.3) aumentando el costo de mantención y operación del proceso.

Debido a su masiva utilización en la industria actual, incluyendo la industria minera chilena, los reactores de tambor rotatorio horizontal, corresponden al equipo de cementación de cobre que será estudiado en este trabajo de memoria.



Figura 2.2: Reactor de tambor rotatorio utilizado en el proceso de cementación en Minera Los Pelambres.

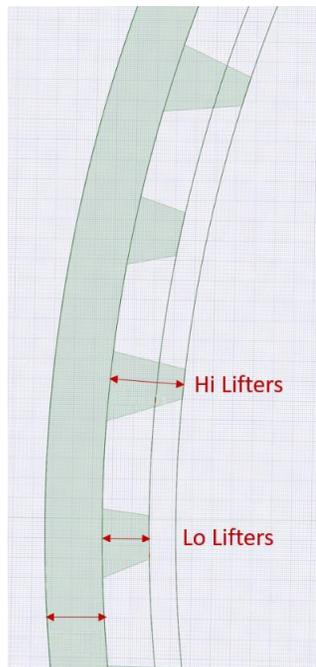


Figura 2.3: Representación de la pared interna de un reactor de tambor rotatorio. Se evidencia el ancho de pared y las diferentes alturas de dos tipos de *lifters* [20].

### 2.2.2. Mecanismos de daño a los equipos

En el desgaste de los equipos de cementación, principalmente *lifters* y revestimientos, es comúnmente asumido que debería existir una relación directa entre el movimiento de la carga del reactor y los mecanismos por los que ocurre el desgaste. En particular, se asume intuitivamente que altas velocidades de rotación conducirán a mecanismos de daño relacionados con impacto y que velocidades más bajas tendrán mayor porcentaje de daño por mecanismos de daño relacionados a la abrasión.

Operadores de minería y plantas de procesamiento mineral se enfrentan con el constante desafío de seleccionar el material más resistente a los distintos tipos de daño que sufre cada pieza del equipo y, por otra parte, de seleccionar el tipo de metal de alimentación (chatarra metálica en el caso de la cementación) que genere el menor daño posible. El desgaste de los componentes interiores del equipo constituye la mayor proporción de los costos operativos, a través del costo unitario de reemplazar dichos componentes y el tiempo de inactividad del equipo durante el cambio. En operaciones minerales de gran volumen, esta pérdida de producción puede medrar considerablemente la rentabilidad del proceso completo.

La resistencia al desgaste no es una propiedad simple de los materiales, y no existe un único material resistente que pueda entregar un buen desempeño en todos los tipos de ambientes de desgaste. Diferentes operaciones industriales causan desgaste y consumen los revestimientos y elementos internos por diferentes mecanismos de daño. Por lo tanto, la minimización del desgaste es imperativa, afectando no solamente el costo sino también la productividad, eficiencia y sustentabilidad de la operación.

En general, en molinos de minería, incluyendo el reactor de tambor rotatorio que se estudiará, revestimiento y *lifters* pueden ser desgastados por 3 amplias categorías de mecanismos, las cuales son descritos de una manera muy simplista como: “abrasión”, “corrosión” y “fractura relacionada a mecanismos de daño”. El último de estos es a menudo denominado como “impacto”; dado que en los primeros estudios de ingeniería es comúnmente observado que son los impactos (partícula-partícula y partícula-entorno), u ondas de choque el único fenómeno que promueve las fracturas y desgastes en revestimientos y elementos internos de los molinos. Sin embargo, existen estudios que indican que no es totalmente correcto considerar igual “fractura relacionada a mecanismos de daño” con “impacto” [8].

Es importante entender que las 3 categorías de daño expuestas anteriormente, no son procesos simples que puedan ser explicados únicamente como procesos micro o macromecánicos. Las complejidades surgen en dos aspectos, llamados (a) interacciones y (b) subdivisiones.

- (a) Interacciones: en la mayoría de los casos las 3 categorías de mecanismos de daño enumeradas anteriormente, típicamente no ocurren de manera solitaria como mecanismos claramente diferenciados; en cambio, es común que ocurran interacciones entre ellas o como mecanismos híbridos. Un ejemplo común es la acción conjunta de la abrasión y corrosión, que puede actuar sinérgicamente acelerando uno o ambos mecanismos componentes.

- (b) Subdivisiones: la amplia categoría de mecanismo de desgaste denominada “abrasión” tiene varias subdivisiones. Autores especializados [10] han descrito los micromecanismos del proceso de desgaste abrasivo en 3 divisiones denominadas “micro-arado”, “micro-corte” y “micro-fractura” [8].

Mientras que el desgaste o daño por impacto está relacionado directamente con la altura máxima que alcanza la partícula en caída libre, el mecanismo de desgaste relacionado a la abrasión considera las antes mencionadas subdivisiones y otros complejos matices. A continuación se detalla el mecanismo de desgaste abrasivo en función a la ecuación de Archard:

$$Q = k_1 \times k_2 \times P \times \frac{v}{H} \quad (2.12)$$

Donde Q es la tasa de desgaste expresada como volumen de material removido desde la superficie por unidad de tiempo, P es la fuerza de contacto normal, v es la velocidad de deslizamiento tangencial, H es la dureza del material de revestimiento,  $k_1$  es una constante adimensional que indica la agudeza de las asperezas del medio abrasivo (en este caso briquetas), y  $k_2$  que es la relación entre el volumen de escombros eliminados de la superficie y el volumen de ranuras primarias creadas por el paso de las asperezas abrasivas.

En aplicaciones simples de la ecuación de Archard, el énfasis tiende a ser ubicado en el parámetro H, tal que de la selección de un material con la máxima dureza se espera que este entregue la mayor resistencia al desgaste. La experiencia, sin embargo, muestra que tales expectativas recurrentemente no se cumplen, dado que hay una tendencia a descuidar la importancia de los coeficientes “k”, en especial de  $k_2$ . La magnitud de este coeficiente es pequeña (generalmente entre 0.01-0.05) cuando el mecanismo de “micro-arado” es dominante, grande (0.5-0.9) cuando el mecanismo de “micro-corte” es predominante en el desgaste producido, y potencialmente puede exceder 1.0 cuando la “micro-fractura” domina.

### 2.2.3. Movimiento de la carga

Bajo condiciones de operaciones del reactor normales, pueden ocurrir 3 modos de movimiento de carga. Interacciones entre estos modos pueden ocurrir simultáneamente en diferentes zonas del molino. Estos modos son comúnmente descritos como:

- **Deslizamiento:** que ocurre en el lo profundo del cuerpo de la carga.
- **Cascada:** donde el material cae por la cara expuesta de la carga dentro del reactor.
- **Catarata:** donde el material es lanzado desde lo alto de la carga y golpea a los pies de la carga o directamente sobre los revestimientos después de la caída libre.

El modo de movimiento de carga tipo deslizamiento implica cizallamiento entre el material de alimentación y los revestimientos, y es comúnmente asociado con el desgaste abrasivo. El movimiento de cascada implica una combinación de cizallamiento e impactos de alto ángulo, que corresponden a desgaste abrasivo y por impacto respectivamente.

Sin embargo, este tipo de movimiento de carga ocurre únicamente a bajas velocidades y por lo tanto la energía del impacto es baja. El movimiento de catarata involucra principalmente impactos de gran ángulo, con una considerable componente normal de velocidad, por lo que la energía de impacto puede ser de moderada a alta.

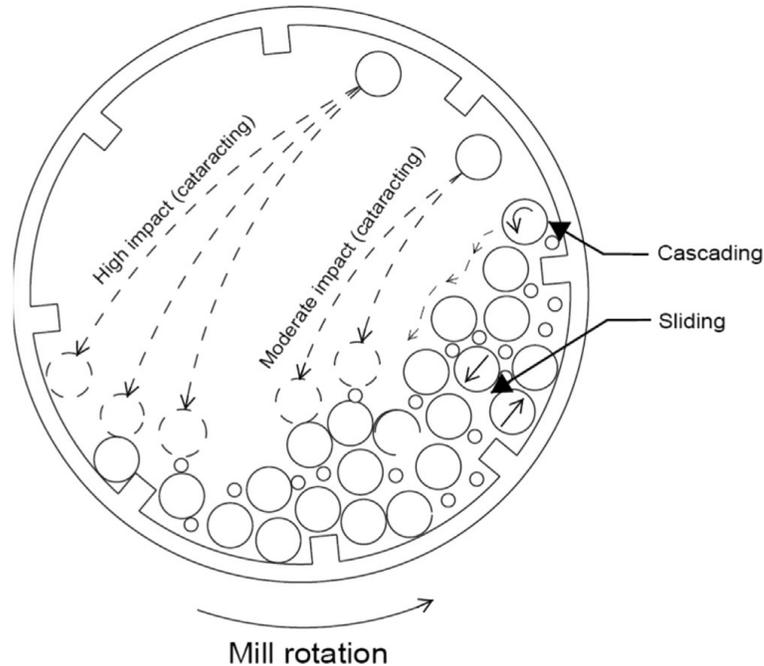


Figura 2.4: Esquema de los modos de movimiento de material. Deslizamiento (Sliding), Cascada (Cascading) y Catarata (Cataracting) [8].

Las proporciones de los diferentes modos de movimiento, y por lo tanto las energías promedio y máximas, son afectadas por la velocidad de rotación del molino. Con un incremento en la velocidad de rotación del molino el movimiento de la carga cambia de deslizamiento a cascada, luego a catarata y finalmente a la centrifugación una vez que el molino alcanza o supera su velocidad crítica [23]. A velocidades de rotación muy bajas (menos del 30% de la velocidad crítica), se espera que la carga experimente casi exclusivamente interacciones deslizantes tangenciales dentro de la carga. A velocidades intermedias (50-70% de la velocidad crítica), la cascada es el aspecto más significativo del movimiento de la carga. A velocidades altas (75-95% de la velocidad crítica) ocurre el movimiento de catarata, ayudando con el rompimiento de los elementos más grandes, pero reduciendo la eficiencia energética de la operación y aumentando los promedios de rotura de elementos internos del reactor.

Dado que el caso estudiado en esta memoria corresponde a un reactor de cementación en el cual la prioridad es mantener el conjunto bifásico en movimiento para propiciar las reacciones químicas y no directamente la conminución del material de alimentación, la velocidad de operación del equipo es muy baja, generalmente entre 1 y 4 [RPM]. Debido a esto la presencia del movimiento de carga tipo catarata será prácticamente nula.

El desgaste por corrosión corresponde a un fenómeno electroquímico y, por lo tanto, no será ahondado, dado que escapa de los alcances de esta memoria.

## 2.3. Software Rocky DEM

### 2.3.1. Método de Elementos Discretos

El método de elementos discretos, o también llamado método de elementos distintos es una familia de modelos matemáticos que permiten calcular el movimiento y efectos que producen una gran cantidad de partículas en un sistema controlado. Se define generalmente como una “técnica” para estudiar el comportamiento de una partícula sólida. El método se caracteriza por la inclusión de grados de libertad rotacionales a sus partículas y el poder simular los contactos tanto partícula-partícula como partícula-entorno en geometrías complicadas (incluidos los poliedros). Con los avances en potencia informática y algoritmos numéricos para la clasificación de vecinos más cercanos, se ha hecho posible simular numéricamente millones de partículas en un solo procesador. Este método es utilizado principalmente para representar las condiciones cinemáticas y dinámicas de un sistema de partículas dado.

Historia del método de elementos discretos:

- **1960s:** Se introducen por primera vez discontinuidades en los modelos continuos ya existentes.
- **1971:** Primera forma reconocible de DEM para resolver problemas de mecánica de rocas, propuesto por Peter A. Cundall [9].
- **1979:** Se extiende el modelo a materiales granulares, ampliando el alcance anterior que solo consideraba rocas (Cundall y Strack).
- DEM se definió como cualquier programa de computadora que:
  - Permite desplazamiento finito, rotación y desprendimiento de cuerpos discretos.
  - Reconoce nuevos contactos durante el cálculo.
- A finales de los 90 y principios del año 2000, el número de publicaciones que hacen referencia a DEM ha aumentado exponencialmente, debido a su masivo uso en áreas de importante peso económico como la minería.

En DEM existen dos tipos de ecuaciones que gobiernan todos los modelos y algoritmos matemáticos utilizados; las ecuaciones de movimiento de Newton-Euler, las cuales se utilizan para determinar los movimientos rotacionales y traslacionales de las partículas al relacionar sus parámetros dinámicos y cinemáticos; y las leyes de contacto, las cuales determinan los parámetros dinámicos resultantes de la interacción partícula-partícula y la interacción partícula-entorno.

En Rocky, en el contacto que ocurre entre partículas (o partícula-entorno) éstas no se deforman, sino que se traslapan o superponen (*overlap*) unas sobre otras con distintos “niveles”. A partir de esta superposición y mediante el análisis del “nivel” de traslape alcanzado se calculan las fuerzas de interacción existentes. Este último análisis puede realizarse desde una perspectiva macroscópica (analizando gravedad, fricción, etc.) hasta una perspectiva microscópica (analizando fuerzas de Coulomb o repulsión de Pauli, entre otros).

### 2.3.2. Aspectos teóricos de DEM

El modelo matemático que utiliza DEM considera que todos los elementos componentes del sistema son no deformables. Así, el movimiento de estos elementos dentro del entorno a analizar se rige por las leyes que propone la mecánica de sólidos. Las ecuaciones que rigen dichas leyes son las de Newton-Euler, las cuales están planteadas de manera general, por lo que son capaces de modelar cualquier tipo de geometría que adopten los elementos dentro del sistema.

Para un sistema que considera múltiples partículas, como el sistema con el cual se trabajará, el movimiento de una de partícula queda determinado por la combinación de dos expresiones:

- **Movimiento de traslación.** De la segunda ley de Newton se tiene:

$$m_i \frac{d^2}{dt^2} \vec{x}_i = \vec{F}_i + m_i \vec{g} \quad (2.13)$$

Donde  $\vec{F}_i$  corresponde a la fuerza neta sin considerar la gravedad,  $m_i$  y  $\vec{x}_i$  representan la masa y la posición de una partícula  $i$  cualquiera, respectivamente. La aceleración de gravedad componente de la fuerza potencial se representa con  $\vec{g}$ .

- **Movimiento rotacional.** De las ecuaciones de Euler se tiene:

$$I_i \frac{d}{dt} \vec{\omega}_i = \vec{T}_i \quad (2.14)$$

Donde  $\vec{T}_i$  corresponde al torque neto,  $I_i$  y  $\vec{\omega}_i$  representan el momento de inercia con respecto al centro de masa y la velocidad angular de una partícula  $i$  cualquiera, respectivamente.

Las ecuaciones anteriores son suficientes para determinar el comportamiento de cada una de las partículas pertenecientes al sistema en un tiempo determinado. Aún así, esto solo es posible con el conocimiento de las masas, momentos de inercia, fuerzas totales y torques totales sobre cada una de las partículas, considerando además, el conocimiento de las condiciones de borde necesarias para determinar las constantes que resultan de integrar la posición en la ecuaciones diferenciales, para obtener velocidad y aceleración en las ecuaciones de movimiento que gobiernan el modelo DEM.

### 2.3.3. Simulación de una partícula

La aplicación de la ecuación proveniente de la segunda ley de Newton a una partícula en relación al tiempo transcurrido, es la siguiente:

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_{cuerpo} + \vec{F}_{superficie} = m \frac{d^2}{dt^2} \vec{x}_i = m \vec{a} \quad (2.15)$$

Esta corresponde a otra representación de la Ecuación 2.13 donde se evidencia la presencia de las fuerzas pertenecientes intrínsecamente al cuerpo y las fuerzas de superficie, las cuales se relacionan con el contacto partícula-partícula o partícula-entorno.

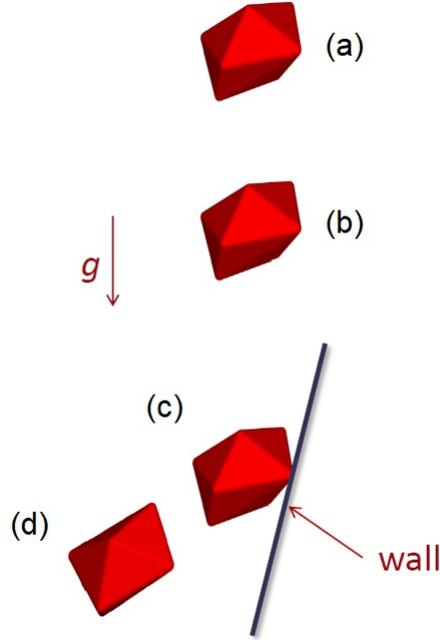


Figura 2.5: Simulación de una partícula cayendo en distintos intervalos de tiempo.

Analizando los intervalos de tiempo presentados en la Figura 2.5 de la partícula en caída libre en función de la Ecuación 2.15 se tiene que:

- Intervalo (a). Tiempo:  $t = t$

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_{cuerpo} = m \vec{g}$$

- Intervalo (b). Tiempo:  $t = t + \Delta t$

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_{cuerpo} = m \vec{g}$$

- Intervalo (c). Tiempo:  $t = t + 2\Delta t$

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_{cuerpo} + \vec{F}_{superficie} = m \vec{g} + \vec{F}(t)_{contacto}$$

- Intervalo (d). Tiempo:  $t = t + 3\Delta t$

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_{cuerpo} = m \vec{g}$$

Las fuerzas de contacto solo aparecen en la sumatoria total de fuerza en el intervalo de tiempo en que ésta se produce (en el caso expuesto en la Figura 2.5, el contacto partícula-entorno es en el intervalo (c)). En todo tiempo distinto a este, la sumatoria de fuerza total es igual al peso de la partícula. Este caso es análogo para el contacto partícula-partícula.

Se presenta a continuación una lista de fuerzas que pueden incidir en las sumatorias de fuerza del cuerpo y de la superficie:

- Fuerzas del Cuerpo:
  - Gravedad
  - Campos magnéticos
  - Arrastre
  - Campos electrostáticos
- Fuerzas de Superficie:
  - Fuerzas de contacto
  - Fuerzas de adhesión o cohesión (puente líquido)

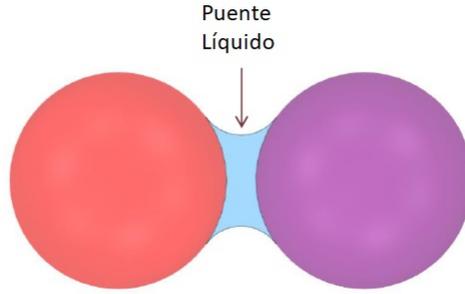


Figura 2.6: Ejemplificación del puente líquido en las fuerzas de adhesión/cohesión.

Análogo a lo visto con las ecuaciones de Newton, la sumatoria de momento para una partícula solo tendrá la componente de momentos de superficie ( $\vec{M}_{superficie}$ ), cuando dicha partícula entre en contacto con otra partícula o el entorno. La aplicación de la ecuación de Euler a una partícula es:

$$\sum \vec{M} = \vec{M}_{cuerpo} + \vec{M}_{superficie} = \vec{I}_l \frac{d}{dt} \vec{\omega}_l + (\vec{I}_l \times \vec{\omega}_l) \quad (2.16)$$

Donde  $\vec{I}_l \frac{d}{dt} \vec{\omega}_l$  corresponde al torque de la partícula y  $\vec{I}_l \times \vec{\omega}_l$  al momento angular.

Para la mayoría de los casos, la fuerza de contacto corresponde a la totalidad de las fuerzas de superficie existentes, variando únicamente cuando existen fuerzas de adhesión o cohesión relacionadas a materiales o entornos con características de fluido.

### 2.3.4. Esquema de iteración DEM

A continuación se presenta un diagrama simplificado de la iteración que el software Rocky-DEM utiliza para realizar las simulaciones de una partícula [21].

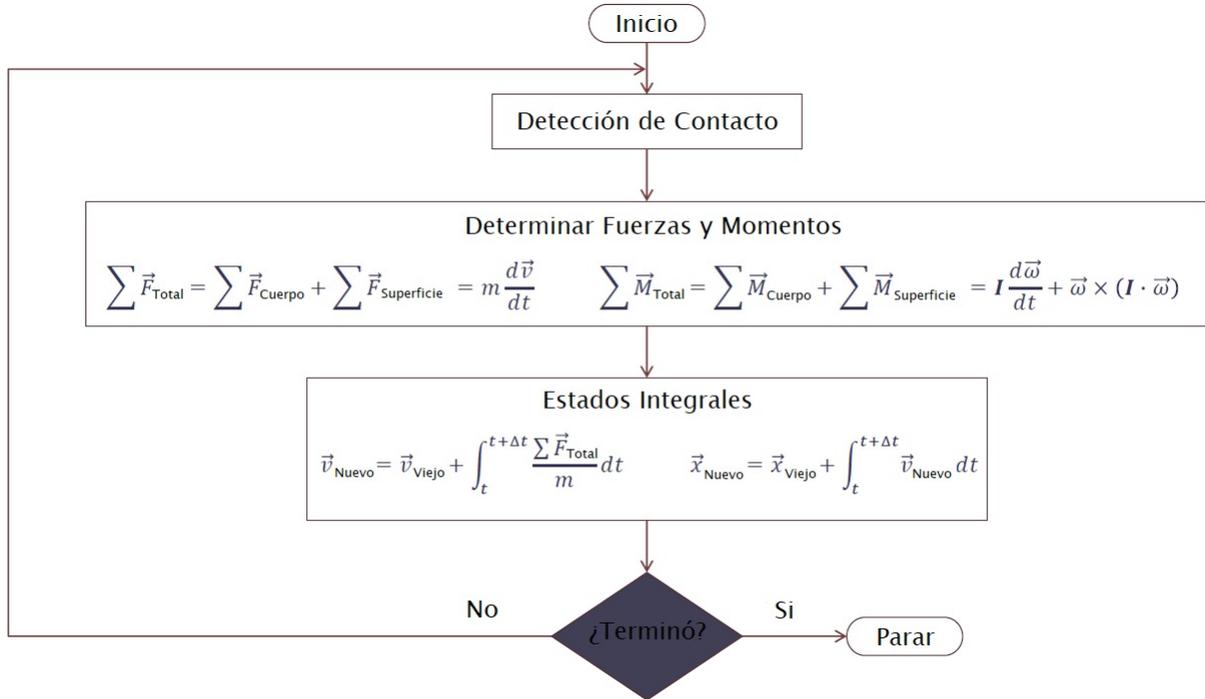


Figura 2.7: Esquema de Iteración DEM.

En una primera instancia el software toma una partícula inicial  $i$  del sistema de partículas. Luego realiza las detecciones de contacto donde, una vez encuentra y resuelve los “eventos” de contacto que sufren las partículas durante la modelación, continúa con la resolución de los Estados Integrales, obteniendo así posición, velocidad y aceleración de la partícula  $i$  y, por ende, determinando completamente su estado. Si el tiempo  $t$  analizado corresponde al tiempo final, entonces el software se detiene y comienza el análisis de la partícula  $i + 1$ . En el caso contrario, continúa con la búsqueda de detecciones de contacto para la partícula  $i$  pero en el tiempo  $t + \Delta t$ .

### 2.3.5. Interpretación de las fuerzas actuantes en Rocky

Como se mencionó anteriormente, todas las partículas se comportan como un sólido rígido y toda deformación por contacto se modela como un *overlap* o superposición. El modelo no entrega deformaciones visibles, sino que éstas se traducen en el modelo de fuerzas de contacto, donde estas fuerzas corresponden a una función de las características del *overlap*.

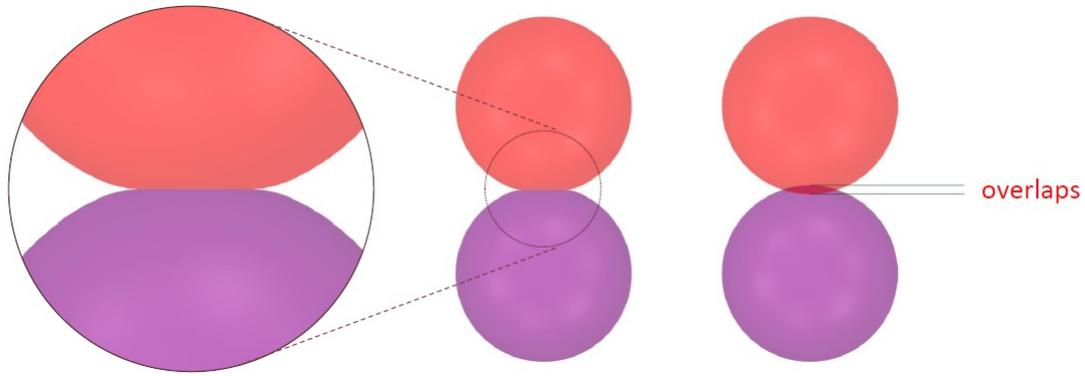


Figura 2.8: Ejemplificación de *overlap* o superposición.

El software Rocky DEM es capaz de clasificar por medio de determinados requerimientos las diferentes fuerzas que actúan sobre las partículas y que serán consideradas como fuerzas de contacto. A continuación se muestran los requerimientos mínimos de las fuerzas de contacto:

#### ■ Fuerza normal

La fuerza normal que afecta a las partículas cumple con los siguientes requisitos:

- Ser de carácter repulsivo.
- Permitir la disipación de energía, generalmente cuantificada por el coeficiente de restitución  $0 < \varepsilon < 1$  (Figura 2.9).
- La forma del perfil de la curva de deformación por contacto de fuerza (superposición) debe ser cercana a la experimental.
- Se definirá mediante valores de superposición y desplazamiento de contacto normal.

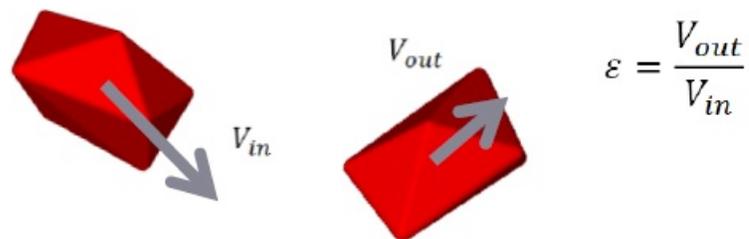


Figura 2.9: Coeficiente de restitución  $\varepsilon$ .  $V_{in}$  y  $V_{out}$  corresponden a la velocidad antes y después de la colisión, respectivamente.

- **Fuerza tangencial** La fuerza tangencial que afecta a las partículas cumple con los siguientes requisitos:
  - Representar el comportamiento friccional de Coulomb.
  - Permitir los coeficientes de fricción estática y dinámica.
  - Se definirá mediante valores de superposición y desplazamiento de contacto tangencial.

Existe una tercera fuerza capaz de afectar en las fuerzas de contactos de las partículas, denominada Fuerza Adhesiva. Esta únicamente actúa en medios bifásicos, donde el sólido está en contacto con algún tipo de fluido. Dado que la simulación se realizará de carácter monofásico (explicado en la Metodología) no se ahondará en los requerimientos de esta fuerza.

### 2.3.6. Modelos de contacto generales

Existen distintos tipos de modelos de contacto disponibles para utilizar en el software DEM, los cuales tienen un mejor o peor desempeño dependiendo de la situación que se quiera modelar, dado que agregan nuevas restricciones o disminuyen los valores de entrada de las ya existentes para la clasificación de las fuerzas de contacto mencionadas anteriormente.

Los modelos de contacto generales existentes se pueden diferenciar en 3 grandes categorías de acuerdo a la fuerza que son capaces de representar:

- Modelos de Fuerza Normal:
  1. Hysteretic Linear Spring (HLS)
  2. Linear Spring Dashpot (LSD)
  3. Hertzian Spring Dashpot (HSD)
- Modelos de Fuerza Tangencial:
  - Linear Spring Coulomb Limit (LSCL) (funciona con 1 y 2)
  - Coulomb Limit (CL) (funciona con 1, 2 y 3)
  - Mindlin-Deresiewicz (MD) (funciona con 3)
- Modelos de Fuerza Adhesiva:
  - Constant Adhesive (CT) (funciona con 1, 2 y 3)
  - Linear Adhesive (LN) (funciona con 1, 2 y 3)
  - Leeds Adhesive (LD) (funciona con 1)
  - JKR (funciona con 3)

Dentro de la gama de posibilidades presentadas para cada modelo de las 3 diferentes fuerzas, existen restricciones que no permiten la libre combinación de éstos como se detalla en el listado, por ejemplo, el modelo de fuerza tangencial MD puede únicamente ser combinado con el modelo de fuerza normal HSD.

La combinación de estos modelos de las fuerzas que actúan sobre una partícula permiten simular de mejor manera una gran cantidad de operaciones industriales. En este ámbito el método de elementos discretos ha sido ampliamente utilizado en la industria minera, específicamente en la confección, diseño y estudio de los medios de molienda (bolas o barras) para molinos de volteo, los cuales poseen considerables similitudes mecánicas con el reactor de cementación de cobre que se modelará [14].

A continuación se presentan los usos típicos para cada uno de los modelos expuestos anteriormente:

Tabla 2.2: Usos de los modelos de Fuerza Normal

Modelo	Uso
Hysteretic Linear Spring (HLS - Default)	Modela el comportamiento de partículas de material compresible e incompresible.
Linear Spring Dashpot (LSD)	Modela el comportamiento del material incompresible. También es típicamente más rápido que el modelo HLS.
Hertzian Spring Dashpot (HSD)	Utiliza una fuerza de resorte no lineal y se utiliza debido a su integridad con otros softwares. Este modelo puede influir en las cargas predichas en estructuras a diferencia de los otros dos modelos lineales.

Tabla 2.3: Usos de los modelos de Fuerza Tangencial

<b>Modelo</b>	<b>Uso</b>
Linear Spring Coulomb Limit (LSCL - Default)	Modela el comportamiento antideslizante en contacto.
Coulomb Limit (CL)	Modela solo el comportamiento de deslizamiento al contacto. El modelo es más rápido, pero se debe tener cuidado para verificar la sensibilidad de los resultados en comparación con el modelo predeterminado.
Mindlin-Deresiewicz (MD)	Modela el comportamiento antideslizante al contacto. Funciona solo con el modelo de fuerza normal HSD.

Tabla 2.4: Usos de los modelos de Fuerza Adhesiva

Modelo	Uso
Constant Adhesive Force (CT)	Aplica una fuerza adhesiva constante además de la fuerza normal. No modela el comportamiento de consolidación de tensiones del material. Modelo simple y más rápido disponible.
Linear Adhesive Force (LN)	Normalmente se usa con HLS para modelar el comportamiento de consolidación de tensiones del material.
Leed Adhesive Force (LD)	También modela el comportamiento de consolidación de tensiones en el contacto. Se incluye debido a su integridad con otros softwares. Funciona solo con el modelo HLS
JKR Adhesive Force (JKR)	También modela el comportamiento de consolidación de tensiones del material. Funciona solo con el modelo HSD.

### 2.3.7. Modelos específicos

A continuación se detallan los modelos específicos de desgaste y rotura que se utilizarán para la simulación:

- **Modelo de desgaste**

El software DEM es capaz de simular el desgaste de todas las piezas solidas que estén en contacto dentro del modelo en función de dichos contactos. En este caso, se modela el desgaste producido en las partículas y en el equipo de cementación (principalmente revestimientos y lifters) en forma de erosión, siendo esta última el objetivo principal de este trabajo.

La erosión es un fenómeno complejo que depende de distintos factores como:

- Propiedades de las partículas y caminos recorridos por las partículas.
- Flujo local y campos de turbulencia.
- Condición actual de la superficie a analizar.
- Efectos de estados bifásicos o trifásicos.
- Efecto de las cavidades locales debido a la eliminación del material.
- Interacciones partícula-partícula y partícula-fluido.

Debido a estos variados factores resulta imposible tener un modelo universal de erosión o desgaste, por lo que existen diferentes modelos para los diferentes regímenes de flujo existentes.

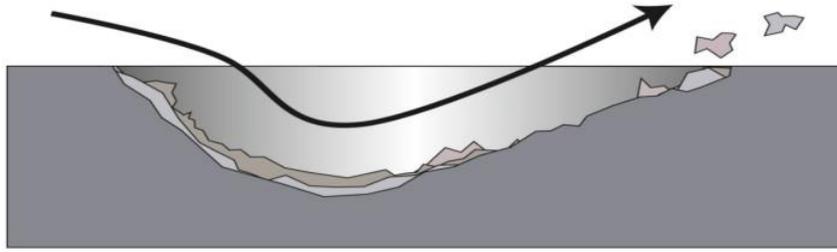


Figura 2.10: Ejemplo de erosión/desgaste en el software DEM Rocky.

Como se expuso en el ítem Mecanismos de Daño [2.2.2], el modelo de desgaste Archard es un modelo basado en corte que correlaciona el volumen perdido por el trabajo realizado por las fuerzas debido a la fricción.

A continuación se presenta la ecuación que rige el modelo de desgaste de Archard [15], la cual corresponde a otra representación de la Ecuación 2.12 expuesta anteriormente:

$$V = k \frac{F_{\tau} s_{\tau}}{H} \quad (2.17)$$

Donde  $V$  es el volumen total de material desgastado de la superficie,  $F_{\tau}$  es la fuerza tangencial aplicada sobre el sólido,  $s_{\tau}$  la distancia de deslizamiento,  $H$  la dureza del material y  $k$  es una constante adimensional resultante de la multiplicación de las constantes  $k_1$  y  $k_2$  de la Ecuación [2.12].

La representación del modelo de Archard que el software Rocky hace es la siguiente:

$$\Delta V = C \Delta W_{\tau} \quad (2.18)$$

Donde  $\Delta V$  corresponde al volumen de material desgastado desde la superficie,  $\Delta W_{\tau}$ , el esfuerzo cortante y  $C$  la relación volumen/esfuerzo cortante, la cual corresponde a un parámetro de entrada administrado por el usuario.

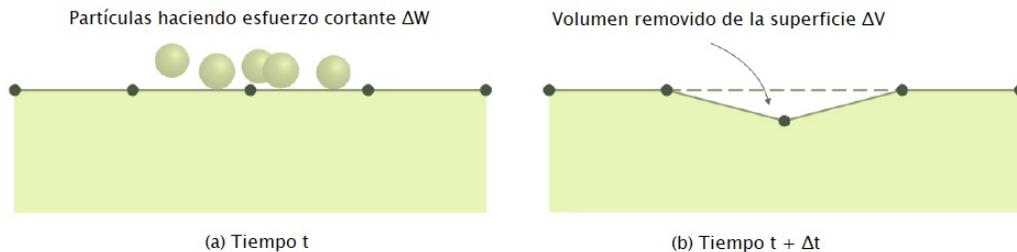


Figura 2.11: Secuencia de tiempo de  $t$  a  $t + \Delta t$  del modelo de desgaste Archard.

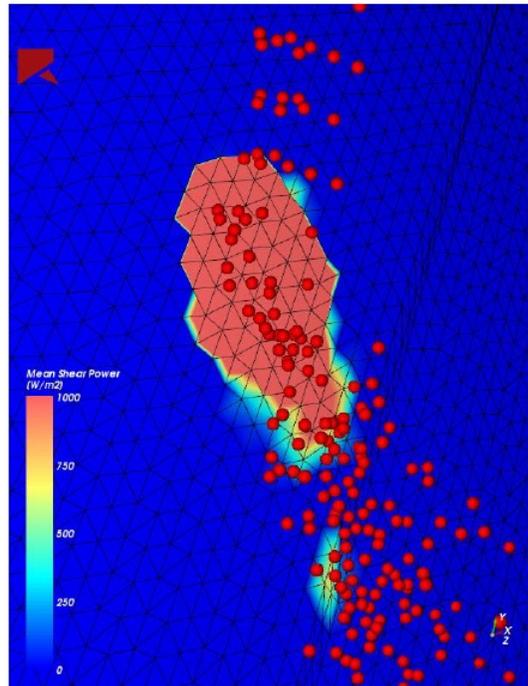


Figura 2.12: Modelo de contacto en muchas partículas, destacando el desgaste que éstas realizan en la zona de contacto (zona roja en la malla) [12].

El modelo de desgaste Archard ha sido ampliamente estudiado en una gran variedad de materiales utilizados para fabricar equipos industriales. Al intentar simular casos reales siempre es necesario tener datos experimentales para ajustar los parámetros del modelo a utilizar. Como ya se expuso anteriormente, el estudio del desgaste en molinos no es algo nuevo, y los parámetros antes mencionados (como la tasa de desgaste promedio) están definidos y referenciados por datos experimentales de otros estudios, como se presenta en mayor detalle en el ítem Metodología.

Dado que los reactores de cementación operan a velocidades de rotación muy bajas, es muy poco probable que exista una rotura (o fractura) de material. Aún así, éste sigue siendo un evento posible y por ende debe ser considerado. Debido a lo anterior, el modelo de rotura de partículas es muy importante en simulaciones de flujo de partículas para representar el real comportamiento de las mismas.

- **Modelo de Rotura de partículas**

Se define rotura, como el evento en el que un elemento pierde una parte de volumen mayor a la unidad mínima de remoción por contacto, definida por la tasa promedio de desgaste. Rocky trabaja con la rotura de partículas no redondeadas en donde se preserva tanto la masa como el volumen.

El software Rocky es capaz de utilizar dos métodos diferentes de rotura: JKMRC Ab- $t_{10}$  [11] y Tavares [16, 17, 18], donde la diferencia entre ambos es el uso de fracturas instantáneas o de fracturas por acumulación de daño y la utilización de parámetros experimentales dentro del modelo.

Se presentan a continuación la descripción y las ecuaciones más características de los dos modelos de rotura.

- **JKMRC Ab- $t_{10}$**

Este modelo de rotura trata a cada partícula como una entidad única que puede dividirse en fragmentos instantáneamente, en función de la fuerza de rotura y/o los valores de energía definidos.

Para cada partícula, la energía de contacto específica total,  $e_c$  se calcula sumando el trabajo realizado por las fuerzas de contacto en todos los puntos de contacto en una partícula durante la carga. Para dañar la partícula,  $e_c$  debe ser mayor que la energía mínima de rotura de la partícula,  $e_{min}$ :

$$e_{min} = e_{min,ref} \left( \frac{L_{ref}}{L} \right) \quad (2.19)$$

Donde  $L$  es el tamaño de la partícula,  $e_{min,ref}$  es la energía específica mínima de referencia y  $L_{ref}$  es el tamaño de partícula de referencia.

Para tener en cuenta el daño causado por sucesivas colisiones, la verificación de la rotura se realiza considerando un valor acumulativo de la energía de contacto específica,  $e_{cum}$ .

Si  $e_{cum}^t$  es el valor instantáneo de la energía de contacto específica en un momento  $t$  durante la fase de carga, la energía se acumula solo si  $e_c^t > e_{cum}$ . Posteriormente, el valor de  $e_{cum}$  se actualiza de acuerdo con:

$$e_{cum}^t = e_{cum}^{t-\Delta t} + (e_c^t - e_c^{t-\Delta t}) \quad (2.20)$$

Donde  $e_{cum}^{t-\Delta t}$  y  $e_c^{t-\Delta t}$  son la energía específica de contacto acumulada y la energía específica de contacto en el tiempo anterior respectivamente.

En este modelo la probabilidad de rotura para un valor de energía específica de contacto acumulada dada, se calcula como:

$$P(e_{cum}) = 1 - e^{-\left[S e_{cum} \left(\frac{L}{L_{ref}}\right)\right]} \quad (2.21)$$

Donde  $S$  es el coeficiente de la función de selección, que es una constante que el software calcula desde las constantes de los materiales participantes en el contacto.

Finalmente, la partícula se romperá en el momento en el que el valor de  $P(e_{cum})$ , calculado en la Ecuación 2.21, sea mayor que la fuerza de cohesión de la misma, la cual le es asignada azarosamente entre un rango definido. Si la partícula se rompe, los fragmentos se generarán siguiendo el algoritmo de fractura de Voronoi de acuerdo con una distribución de tamaño. Existen dos opciones de distribuciones de tamaño: Gaudin-Schumann y la función beta incompleta.

Para cualquiera de las opciones de distribución de tamaño seleccionada, es necesario el valor del parámetro  $t_{10}$ , que corresponde al porcentaje de fragmentos que pasan un tamaño de tamizado de  $1/10^{mo}$  del tamaño de partícula original. Éste último es calculado de acuerdo a la expresión:

$$t_{10} = M \left( 1 - e^{-\left[S \left(\frac{L}{L_{ref}}\right) e_{cum}\right]} \right) \quad (2.22)$$

Donde  $M$  representa el valor máximo para  $t_{10}$ .

## Tavares

El modelo Tavares amplía la funcionalidad de los modelos de rotura más simples al agregar capacidades que pueden hacer que la predicción de rotura sea bastante realista en una amplia variedad de situaciones.

Tavares se utiliza para realizar predicciones de rotura a un nivel más detallado que el modelo anterior. En particular, es útil para describir la reducción de tamaño de minerales en diferentes tipos de trituradoras, proporcionando una mayor confianza en la predicción de la proporción de partículas rotas y la distribución del tamaño del producto.

En el modelo, la probabilidad de rotura se basa en una distribución log-normal truncada superiormente de la energía de fractura específica  $e$ . Esta distribución está definida por la expresión:

$$P_0 = \frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{\ln(e^*) - \ln(e_{50})}{\sqrt{2}\sigma} \right) \right] \quad (2.23)$$

Donde  $e^*$  corresponde a la energía de fractura específica relativa,  $e_{50}$  la mediana de la energía de fractura específica y  $\sigma^2$  a la varianza de la distribución de energía de fractura específica. Además, la operatoria  $\operatorname{erf}$  corresponde a la función error de Gauss. La energía de fractura específica se define como:

$$e^* = \frac{e_{max} \cdot e}{e_{max} - e} \quad (2.24)$$

Donde  $e_{max}$  corresponde a la energía de impacto específica por encima de la cual todas las partículas se romperían en un solo impacto.

La energía de fractura específica depende en gran medida del tamaño de partícula,  $L$ . Esta dependencia se introduce en el modelo mediante la siguiente correlación entre la energía de fractura específica media,  $e_{50}$ , y el tamaño de partícula:

$$e_{50} = e_{\infty} \left[ 1 + \left( \frac{d_0}{L} \right)^{\varphi} \right] \quad (2.25)$$

Donde  $e_{\infty}$ ,  $d_0$  y  $\varphi$  son parámetros determinados mediante experimentación.

Finalmente, En cualquier momento  $t$  durante la etapa de carga en el  $n$ -ésimo evento de colisión, se define la siguiente Energía de contacto específica efectiva:

$$\Delta e_c^t = e_c^t - \max(e_c^0, e_{min}) \quad (2.26)$$

Donde  $e_c^t$  corresponde a la energía de contacto específica en el momento  $t$  dado,  $e_c^0$  a la energía de contacto específica inicial y  $e_{min}$  a la energía específica mínima para producir fractura.

Al igual que el modelo anterior, si la partícula se rompe, los fragmentos se generan siguiendo el algoritmo de fractura de Voronoi. El valor del parámetro  $t_{10}$ , que define las posibles distribuciones de tamaño, se calcula como:

$$t_{10} = A \left[ 1 - e^{-\left(b' \left(\frac{\Delta e_{c,b}}{e_{50b}}\right)\right)} \right] \quad (2.27)$$

Donde,  $A, b'$  son parámetros experimentales,  $\Delta e_c^t$  es la energía de contacto específica efectiva al momento de la rotura y  $e_{50b}$  la mediana de la energía de fractura específica de la partícula rota.

Como se explicó anteriormente en ambos modelos los fragmentos son generados mediante el algoritmo de Voronoi, el cual corresponde a un método de interpolación basado en la distancia euclidiana.

El diagrama de Voronoi induce una subdivisión del plano euclidiano (la región geográfica) del objeto analizado en función de un conjunto de sitios (denominados establecimientos), donde a cada sitio se le asocia una y solamente una subdivisión. Este conjunto de sitios se crean al unir los puntos que los definen entre sí, trazando las mediatrices de los segmentos de unión. Las intersecciones de estas mediatrices determinan una serie de polígonos en un espacio alrededor de un conjunto de puntos de control, de manera que el perímetro de los polígonos generados sea equidistante a los puntos vecinos y designan su área de influencia [22].

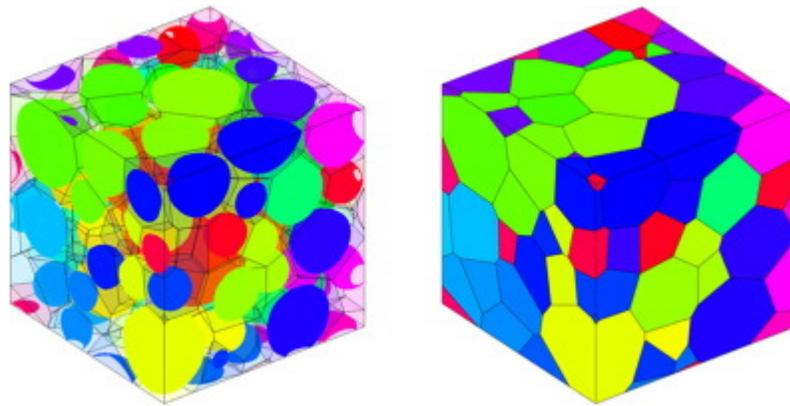


Figura 2.13: A la izquierda, determinación sitios (establecimientos) en el sólido. A la derecha, teselación del sólido según el algoritmo de Voronoi.

### 2.3.8. Espectro de energía de partícula (Energy Spectra)

En el software ROCKY es posible trabajar directamente con alguno de los modelos de rotura vistos anteriormente para simular el comportamiento de la erosión y fragmentación en todos los sólidos de interés. Sin embargo, este tipo de simulación aumenta en gran medida el costo computacional y como consecuencia aumenta el tiempo de procesado, llegando a extremos de inviabilidad computacional. Para simulaciones en las que el número de elementos que interactúan es alto, y se busca conocer el desgaste de todos ellos, Rocky posee otra característica para analizar rotura y desgaste denominada Espectro de energía de partícula o EA por sus siglas en inglés.

Energy Spectra recopila estadísticas para ayudar a predecir las tasas de rotura y desgaste para procesos continuos. Este modelo es ideal para simulaciones en las que el movimiento y la alimentación de material no varíen en el tiempo (por ejemplo un molino), dado que un alto porcentaje de la totalidad de los contactos que se generarán durante la simulación seguirán un mismo patrón, el cual se puede utilizar para evitar calcular la energía y, por ende, el desgaste de cada uno de los elementos por separado.

Los tipos de estadísticas de energía que Rocky puede recopilar incluyen las siguientes:

- Estadísticas basadas en partículas: la energía se recopila por tipo de partícula (material y tamaño).
- Estadísticas basadas en contactos: la energía se recopila por tipo de contacto (material, tipo y tamaño).

Los espectros de energía representan estadísticas de energía específica aplicada a partículas por unidad de tiempo, lo que hace que esta herramienta sea muy útil al momento de identificar tasas, por ejemplo, de desgaste y colisión.

# Capítulo 3

## Metodología

Para cumplir con los objetivos de la memoria se obtuvieron datos reales sobre el proceso y los equipos a modelar. La relación comercial entre la empresa metalmecánica Ferriko y Minera Los Pelambres se centra en el proceso de cementación, en donde la primera se encarga de suministrar el material de alimentación, el cual actualmente corresponde a rollos metálicos obtenidos principalmente como subproducto del sector de la construcción, los que Minera Los Pelambres utiliza en cementación con la finalidad de recuperar el cobre contenido en las soluciones de lixiviación provenientes de otra de sus líneas de producción.

En esta sección se detalla el reactor modelado, el cual corresponde a un reactor real que se utilizó en faena en Minera Los Pelambres, previo a la actualización de los equipos. También se explicitan las características de las briquetas metálicas que Ferriko es capaz de fabricar con los equipos de compactación que actualmente posee y que corresponde a las propuestas como nuevo material de alimentación para el proceso de cementación de cobre. Finalmente, se muestran los parámetros utilizados para realizar la modelación, así como las pruebas de malla y las discretizaciones temporales realizadas.

### 3.1. Adquisición de datos y Visita Técnica

Dado que la calidad de esta memoria depende directamente del nivel de representatividad de la realidad que la simulación alcance; la adquisición y selección de datos con los cuales se modelará el proceso de la cementación tiene una gran relevancia.

Para los datos de diseño y operación del reactor, en una primera instancia Minera Los Pelambres facilitó la información del equipo de cementación que en ese momento se encontraba en operación (previamente utilizada en otros trabajos relacionados a la cementación [7]), con lo cual se procedió a dar el punto de partida de esta memoria. Estos datos antes mencionados son expuestos en el ítem [3.2], en el que se presenta toda la información relevante sobre el reactor a modelar. Los parámetros de diseño y de operación se muestran en las Tablas 3.1 y 3.2 respectivamente.

Durante el transcurso de la realización de esta memoria, con la finalidad de acercar lo más posible el trabajo realizado a la realidad que se vive en faena, se realizó una visita de carácter técnico a las dependencias de Minera Los Pelambres, para poder revisar el estado del reactor de cementación de cobre.

A pesar de que el equipo de cementación fue actualizado (se cambiaron revestimientos y los materiales de éstos) en el lapso de tiempo que hubo entre la primera adquisición de datos y la visita técnica, el proceso de cementación en sí no se vio afectado, por lo que los resultados que fueron obtenidos a través de las simulaciones realizadas continuarán teniendo validez y serán de utilidad para las partes implicadas en la realización de esta memoria.

Finalmente, para el modelado de las briquetas, se realizó una visita técnica a la empresa Ferriko, en la cual se procedió a realizar mediciones experimentales de altura y masa a los 3 tipos de briquetas que serán modelados en esta memoria, con la finalidad de obtener valores promedios de estos parámetros que fuesen representativos de la realidad del producto que se está fabricando y, que se quiere simular.



Figura 3.1: Cemento de cobre extraído del reactor de Minera Los Pelambres.

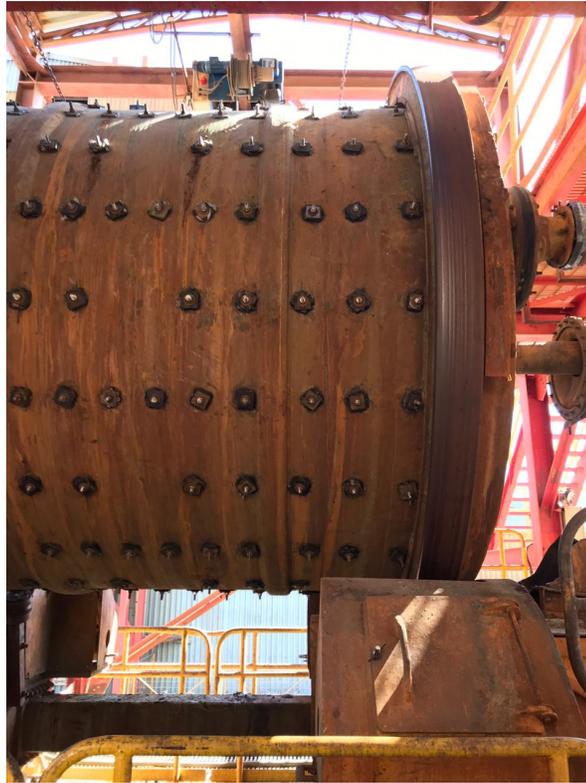


Figura 3.2: Vista lateral del reactor de Minera Los Pelambres.

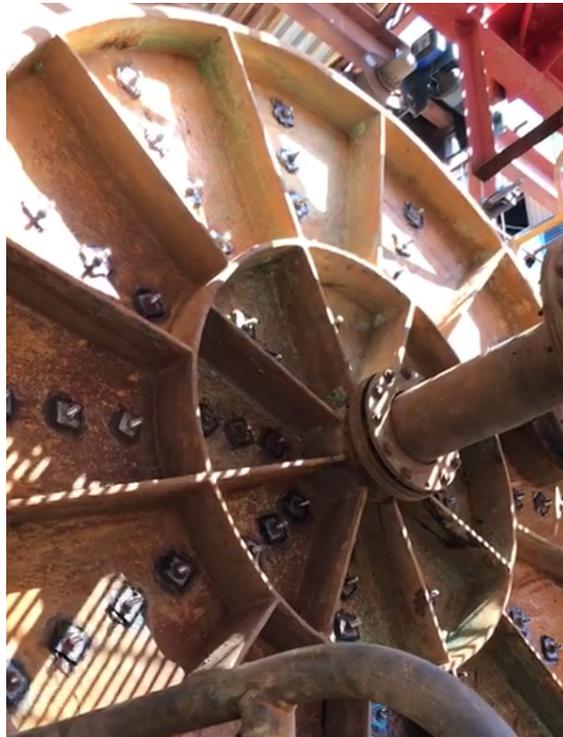


Figura 3.3: Vista frontal del reactor de Minera Los Pelambres.

## 3.2. Reactor

El equipo de cementación de cobre utilizado por Minera Los Pelambres corresponde a un reactor de tambor rotatorio horizontal, el cual estuvo operativo hasta mediados del año 2019, momento en el cual fue actualizado. Las características mecánicas del equipo se resumen a continuación:

Tabla 3.1: Parámetros mecánicos del reactor

Tipo de operación	Batch
Volumen total del tambor [ $m^3$ ]	20
Volumen útil del tambor [ $m^3$ ]	8
Material tambor	Acero
Diámetro [m]	3
Largo [m]	3
Tipo de lifter	Forma única
Dimensiones lifters [ $mm^3$ ]	75x100x3000
Cantidad lifters [ $mm^3$ ]	11
Espesor revestimiento [ $mm$ ]	20
Material revestimiento	Goma Hypalon

Por medio de un software de diseño asistido o CAD por sus siglas en inglés (Computer-Aided Design) se procede a modelar el reactor con los datos mostrados en la Tabla 3.1. Se generan dos elementos independientes que simulan al tambor del reactor y el revestimiento de goma, los cuales en conjunto conforman el modelo final del reactor.

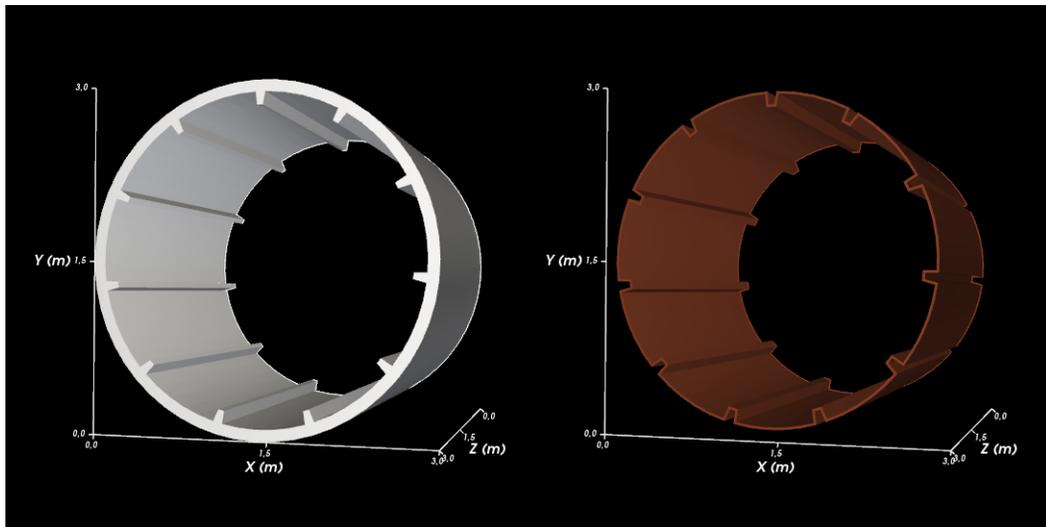


Figura 3.4: A la izquierda, CAD del tambor. A la derecha, CAD de los revestimientos de goma.

Además se resume información sobre la operación en condiciones normales del reactor para el proceso de cementación y se presentan los parámetros mecánicos más relevantes de los materiales que constituyen al tambor y al revestimiento de goma [19]:

Tabla 3.2: Parámetros de operación del reactor

Chatarra alimentada	2500 - 3000 [kg]
Velocidad de rotación	1.2 [RPM]
Tiempo de residencia aproximado	1 [h]
Temperatura de operación (inicial)	20 [C]

Tabla 3.3: Parámetros mecánicos del acero.

Densidad	7800 [ $\frac{kg}{m^3}$ ]
Módulo de Young	100 [Gpa]
Coefficiente de Poisson	0.3

Tabla 3.4: Parámetros mecánicos de la Goma Hypalon.

Densidad	1380 [ $\frac{kg}{m^3}$ ]
Módulo de Young	3150 [Gpa]
Coefficiente de Poisson	0.5

### 3.2.1. Briquetas

La empresa metalmecánica Ferriko dispone actualmente de 3 equipos de compactación capaces de generar briquetas de excedentes metálicos aptos para la cementación (Figura 3.5). Estos equipos están clasificados según las dimensiones del material de salida que entregan. De estos 3 equipos se obtienen las 3 dimensiones de briquetas que serán analizados en la simulación del proceso de cementación. Dichas briquetas tienen una denominación de acuerdo al área final que poseen: 25x30 [ $cm^2$ ], 40x40 [ $cm^2$ ] y 40x60 [ $cm^2$ ].



Figura 3.5: Briquetas metálicas compactadas.

Dado que los equipos de compactación trabajan con una presión de apriete fija, la altura y masa final de estas briquetas varía dependiendo del tipo y composición del material utilizado para su fabricación. Para efectos de esta memoria se asumirá que este material de alimentación corresponderá a acero en su totalidad y se calculará la altura y peso como un promedio de 10 mediciones realizadas a los 3 tamaños de briquetas antes mencionados. Se adjuntan a continuación las tablas con las mediciones realizadas:

Tabla 3.5: Mediciones Briqueta 25x30

N	Altura [cm]	Peso [kg]
1	22	23
2	20	21
3	23	24
4	26	26
5	17	20
6	23	23
7	18	20
8	19	21
9	23	23
10	24	25
Promedio	21.5	22.6

Tabla 3.6: Mediciones Briqueta 40x40

N	Altura [cm]	Peso [kg]
1	11	16
2	15	20
3	13	18
4	15	20
5	16	21
6	13	18
7	17	21
8	15	28
9	15	20
10	15	19
Promedio	14.5	19.1

Tabla 3.7: Mediciones Briqueta 40x60

N	Altura [cm]	Peso [kg]
1	25	76
2	26	79
3	26	75
4	24	75
5	23	74
6	28	80
7	26	77
8	25	77
9	24	74
10	24	76
Promedio	25.1	76.3

Las diferencias entre los pesos y alturas que se aprecian en las mediciones de los 3 tipos de briquetas son debido a las distintas presentaciones que tiene el acero utilizado como material de fabricación de dichas briquetas (fierros de construcción de distintos diámetros, hojalata, alambre, etc.).

Debido a que el software Rocky modela las partículas dentro del reactor como sólidos de composición homogénea, se procederá a calcular la densidad  $\rho$  de cada una de éstas briquetas por medio de la ecuación:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (3.1)$$

Donde  $m$  corresponde a la masa medida en  $kg$  expuesto en las Tablas 3.5, 3.6, 3.11 y  $V$  al volumen total de las briquetas medido en  $m^3$ , calculado como el área representativa de cada briqueta por la altura promedio de las mediciones realizadas. Se presentan a continuación tablas resumen para cada una de las briquetas a analizar, en donde las cantidades han sido redondeadas para mayor simplicidad:

Tabla 3.8: Resumen Briqueta 25x30

Altura	22 [cm]
Volumen	16500 [ $cm^3$ ]
Volumen	0.0165 [ $m^3$ ]
Masa	23 [kg]
Densidad	1394 [ $\frac{kg}{m^3}$ ]

Tabla 3.9: Resumen Briqueta 40x40

Altura	15 [cm]
Volumen	24000 [ $cm^3$ ]
Volumen	0.024 [ $m^3$ ]
Masa	19 [kg]
Densidad	792 [ $\frac{kg}{m^3}$ ]

Tabla 3.10: Resumen Briqueta 40x60

Altura	25 [cm]
Volumen	60000 [ $cm^3$ ]
Volumen	0.06 [ $m^3$ ]
Masa	76 [kg]
Densidad	1267 [ $\frac{kg}{m^3}$ ]

Una vez obtenidos los datos necesarios, se procede a realizar el modelo CAD de cada una de las 3 partículas con las cuales se simulará el proceso. Estas partículas se representarán como poliedros de 6 caras, los cuales para aumentar su semejanza con las briquetas reales y para disminuir los costos computacionales al momento de modelar, se le han achafanado todas sus aristas.

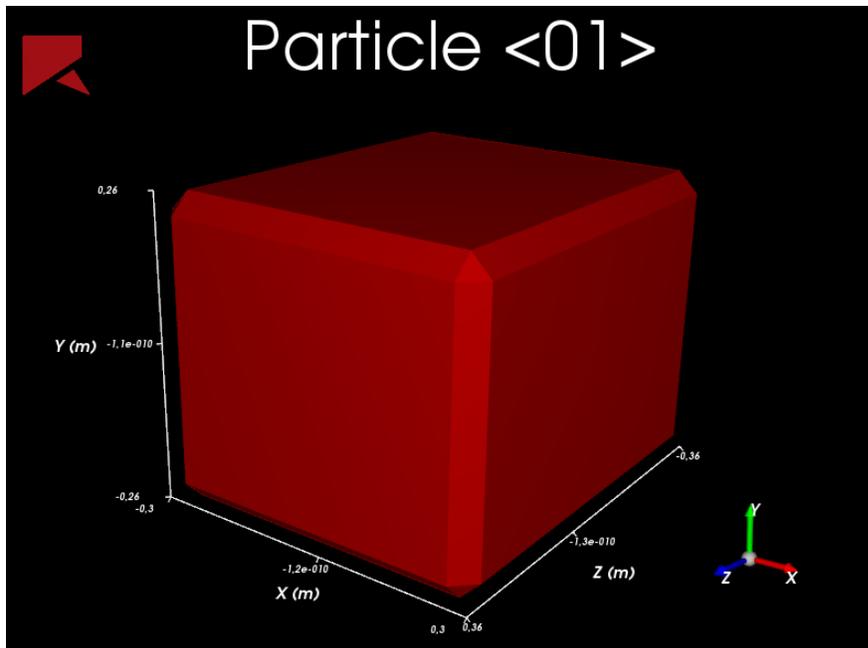


Figura 3.6: Modelo de briqueta 25x30.

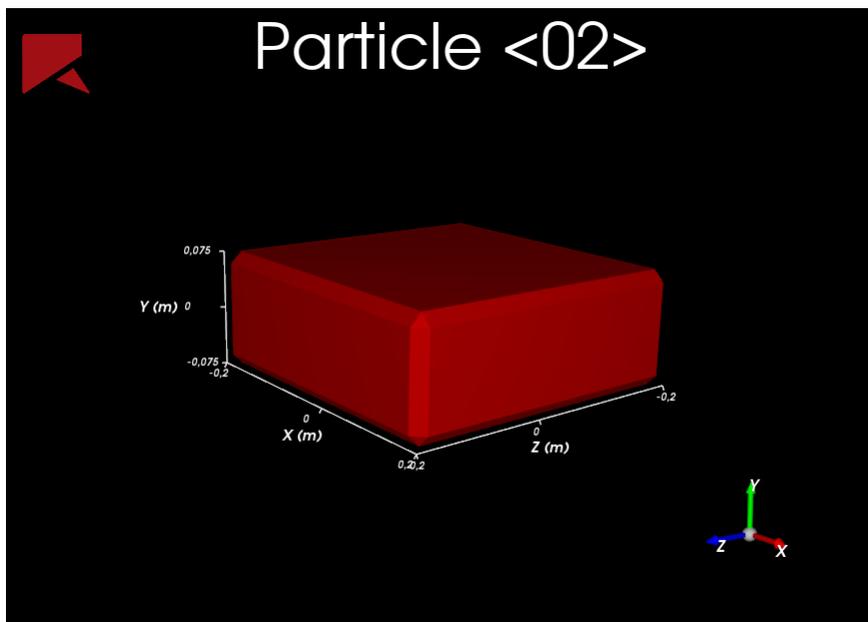


Figura 3.7: Modelo de briqueta 40x40.

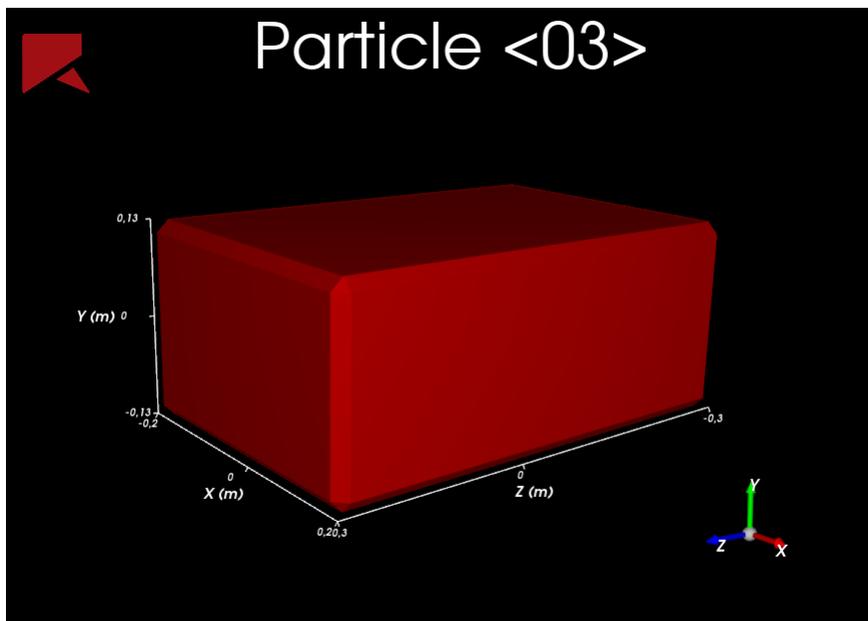


Figura 3.8: Modelo de briqueta 40x60.

### 3.2.2. Pruebas de Malla

Aunque el modelo de desgaste de Archard permite que el tamaño de la malla sea independiente del tamaño de partícula, la elección de esta es sumamente importante, ya que influye en el recuento total de elementos y por lo tanto en el valor del parámetro de desgaste utilizado.

Si se usa una malla muy fina con un alto recuento de elementos, esta conduciría a un tiempo de ejecución muy alto, además de permitir que los triángulos cerca de las puntas del *lifter* puedan hacer que el desgaste sea inestable. Por otro lado, si la malla es demasiado gruesa, existe el riesgo de cambios abruptos y no físicamente posibles en el cuerpo desgastado debido a la eliminación de grandes trozos de material. Por lo tanto, es importante equilibrar los tamaños de los elementos límite.

La malla seleccionada para la realización de esta memoria correspondió a aquella que presentara el tamaño de elementos más finos, pero que garantizara 3 puntos fundamentales:

- Que no existan elementos muy sesgados.
- Que no existan elementos que abarquen toda una cara.
- Que no existan inconsistencias físicas en el modelo.

Teniendo en cuenta que el software Rocky únicamente permite triángulos como elementos de malla, se realizaron 13 pruebas sobre los revestimientos del reactor de cementación con distintos niveles de mallado, los que variaron desde la malla más gruesa con elementos de 0.7 [m] hasta la malla más fina con elementos de 0.05 [m].

Para disminuir el costo computacional de estas pruebas de malla, el material de alimentación fueron partículas esféricas de acero y, además, se acotó el tiempo analizado en relación al tiempo de simulación final. A continuación se presentan los resultados más característicos de las pruebas:

- Malla de 0.7 [m]

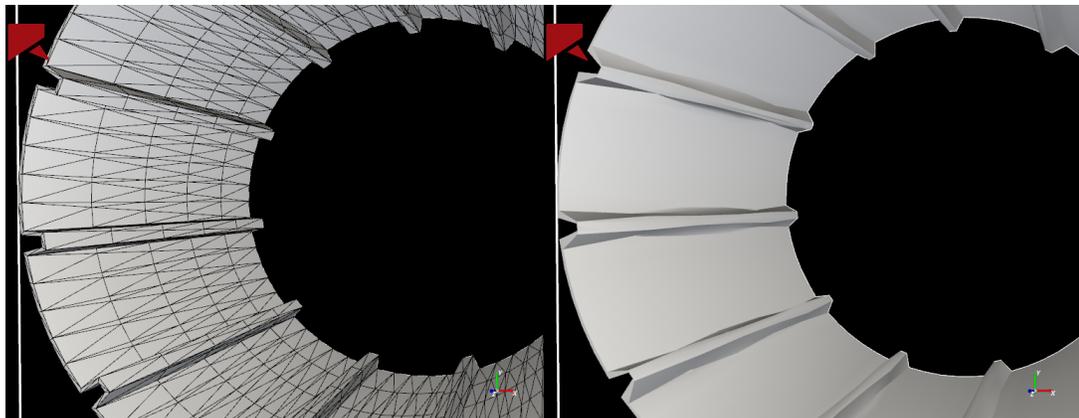


Figura 3.9: Malla de 0.7 [m].

- Malla de 0.3 [m]

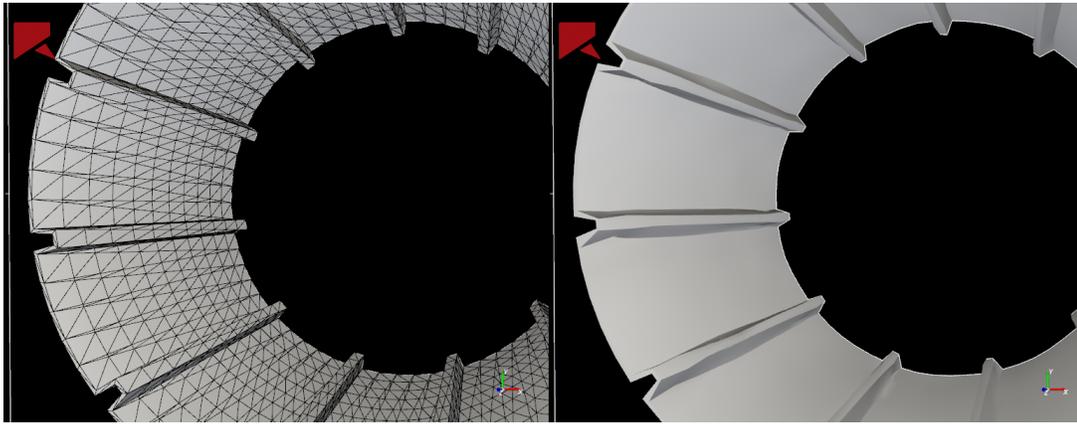


Figura 3.10: Malla de 0.3 [m].

- Malla de 0.1 [m]

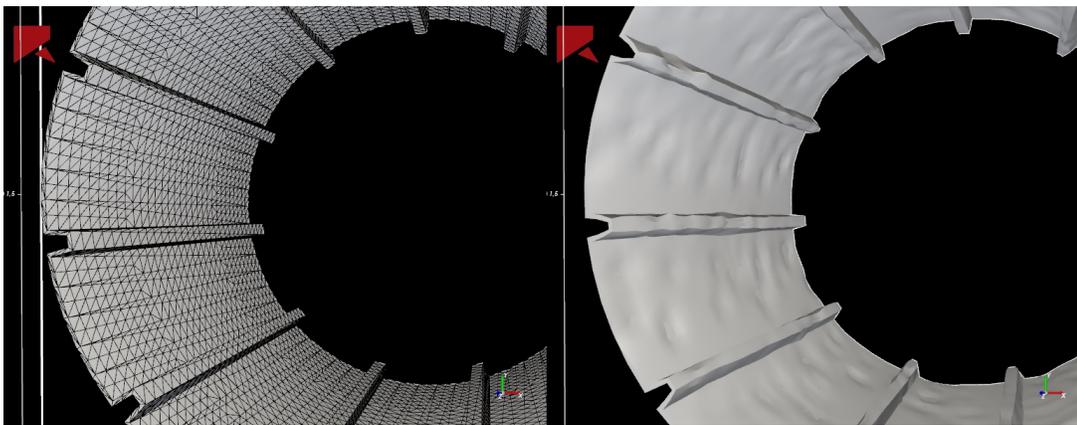


Figura 3.11: Malla de 0.1 [m].

- Malla de 0.05 [m]

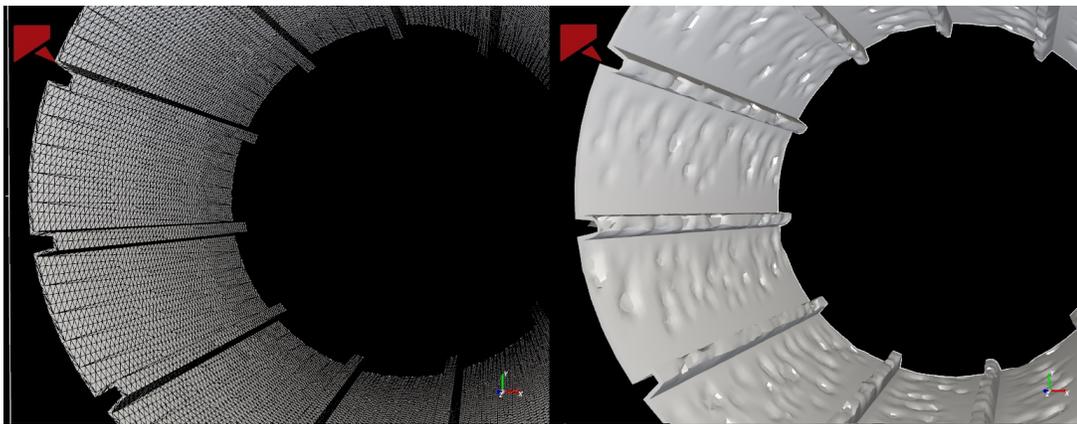


Figura 3.12: Malla de 0.05 [m].

En las Figuras 3.9 y 3.10, que representan las mallas para 0.7 y 0.3 [m], respectivamente, se aprecia, al lado derecho de ambas, que estos refinamientos no son capaces de representar correctamente el desgaste, dado que se genera un efecto de pérdida de material de manera triangular a lo largo del *lifter*, y el daño sobre el revestimiento es prácticamente inexistente. Esto se debe a que el elemento mínimo a analizar, en este caso un triángulo, posee un tamaño lo suficientemente grande para que la única manera de producir desgaste sea que el daño acumulado de los golpes del material de alimentación genere una rotura a nivel total del triángulo, separándolo del sólido que simula el revestimiento. Debido a lo anterior, todas las mallas en este rango fueron descartadas.

Para las mallas de 0.1 y 0.05 [m] (Figuras 3.11 y 3.12 respectivamente) se aprecian resultados mucho mejores, notándose claramente el desgaste en los sólido debido a los impactos y la abrasión, tanto sobre los *lifters* como sobre el revestimiento.

Se realizó un segundo análisis sobre estas 2 mallas para descartar errores físicos relacionados a mallados muy finos en los bordes de los *lifters*, dados los bruscos cambios de sección que esta geometría presenta. Este análisis consistió en la revisión 3D del CAD del sólido resultante luego de la prueba:

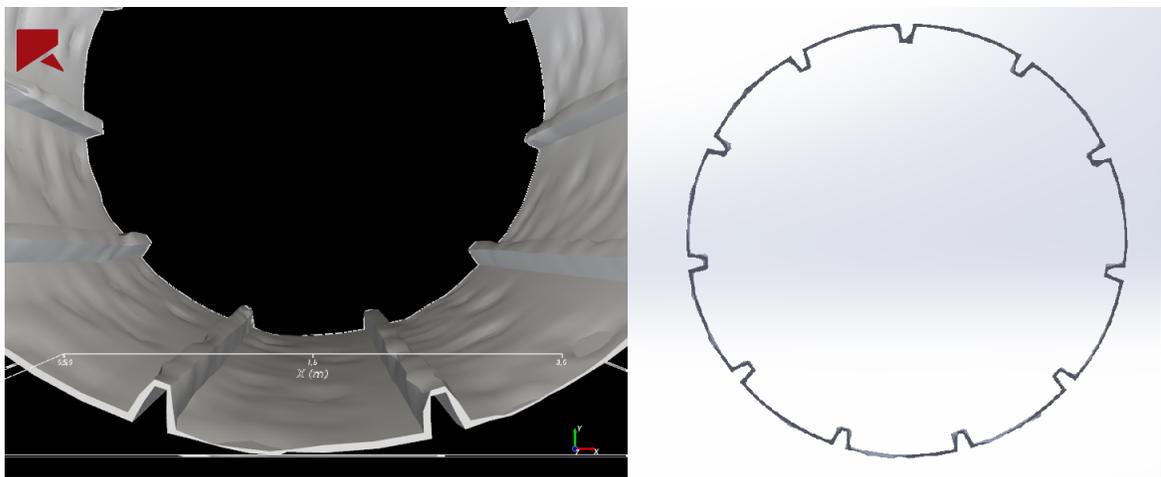


Figura 3.13: Análisis 3D de Malla 0.1 [m].

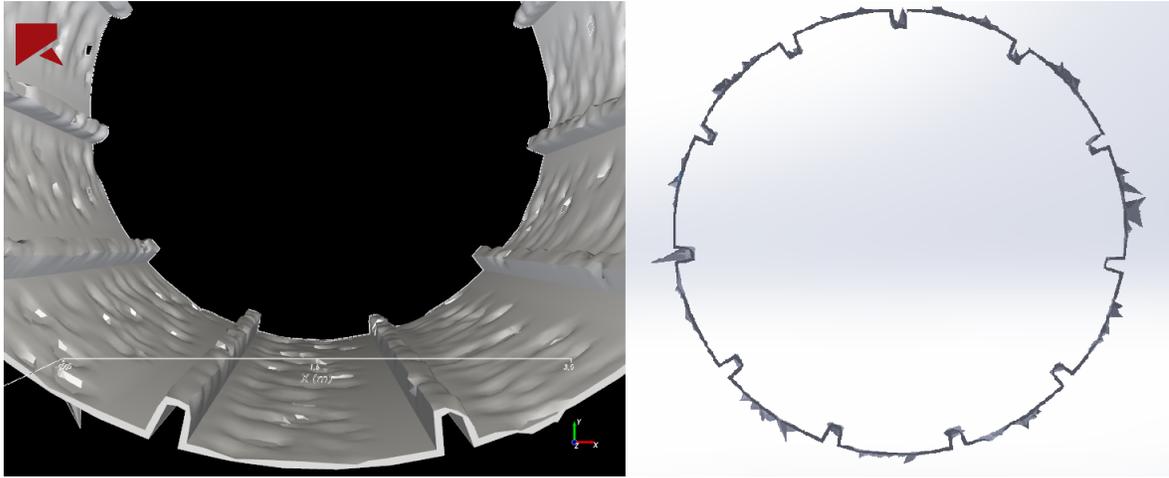


Figura 3.14: Análisis 3D de Malla 0.05 [m].

En las Figuras 3.13 y 3.14, que representan las mallas para 0.1 y 0.05 [m] respectivamente, se aprecia que a pesar de que la definición de los contactos es mayor para el caso en que la malla es de 0.05 [m], en este mismo caso, el corte transversal del sólido 3D muestra que existen inconsistencias físicas, dado que partes del sólido salen del cuerpo en forma de puntas.

Lo anterior se debe a que en los puntos “críticos” de la malla, como son vértices y esquinas, el software no es capaz de medir el desgaste en un solo elemento, dado que estos son más pequeños que la unidad de material removida por desgaste, por lo que se procede a eliminar esta sección desde la cara golpeada del sólido como una “esquirla” (como se muestra a la derecha en la Figura 3.14) en la dirección contraria al golpe.

Debido a lo señalado anteriormente, existen errores físicos que imposibilitan la utilización de la malla ultra fina de 0.05 [m], por lo que la malla elegida para el modelamiento de las briquetas dentro del reactor de cobre, corresponderá a triángulos de 0.1 [m], que fue la malla más fina que cumplió con todos los puntos del criterio de elección expuesto anteriormente.

A pesar de que no fueron considerados al momento de realizar la selección de malla, se adjunta a continuación una tabla en la cual se detallan los tiempos que tomaron las 4 pruebas aquí expuestas:

Tabla 3.11: Tiempos de prueba de malla

Tamaño de malla [m]	Tiempo [min]
0.7	42
0.3	49
0.1	75
0.05	156

### 3.2.3. Modelación

Se presentan a continuación los parámetros y la metodología específica utilizada en el software Rocky para llevar a cabo la simulación del proceso de cementación:

#### Aspectos Generales

Dado que la finalidad de esta memoria es un análisis del daño que las distintas briquetas le producen a los equipos de cementación, en particular a revestimientos y *lifters*, y no encontrar las condiciones óptimas sobre las cuales aumenta la eficiencia del proceso, se asumirán los datos de tiempo de residencia, velocidad de rotación y cantidad de material de alimentación obtenidos del reactor (Tabla 3.2) como parámetros invariables dentro del modelo .

Como se muestra en la Tabla 3.2, el tiempo total de simulación será 1 hora, el cual corresponde al tiempo aproximado de residencia del material dentro del reactor. Esta simulación se realizará bajo condiciones ideales de temperatura, pureza del material y pH, por lo tanto, como se expone en la Ecuación 2.6 se asumirá una velocidad de desintegración del sólido lineal.

Dado el carácter lineal de la desintegración del material de alimentación se tendrá que para  $t \approx 0$  las briquetas tendrán un 100 % de su volumen, mientras que para el tiempo  $t \approx 1$  [h], las briquetas tendrán un porcentaje de su volumen cercano al cero. Se utilizará también, como se muestra en la Tabla 3.2, el máximo de chatarra alimentada al reactor (3000 kg), para simular el caso que más daño realizaría al equipo.

Para el análisis del movimiento de las briquetas dentro del reactor, las simulaciones se realizarán en seco, es decir, únicamente se estudiarán los sólidos que actúan dentro del reactor bajo el método de los elementos discretos, tanto por la imposibilidad del software ROCKY de modelar conjuntos bifásicos (sólido-líquido en este caso) sin la ayuda de softwares complementarios externos, como por el alto costo computacional que esto significa.

Existen estudios centrados en las diferencias al realizar procesos de molienda en seco y con soluciones acuosas [24]. Lo principal es que, debido a la presencia de líquidos en el proceso, se produce un efecto de amortiguamiento, el cual disminuye la potencia total generada por los impactos. Aún así, debido a la densidad de las soluciones utilizadas y que los contactos sólido-sólido son esenciales para la conminución de las partículas, la presencia de soluciones bifásicas no tiene mayor incidencia en la potencia generada en los contactos y, por ende, en el desgaste de los equipos, dado que las simulaciones realizadas tienen un carácter de análisis puntual (solo un ciclo de procesamiento) y no a lo largo del tiempo (vida útil bajo muchos ciclos de operación), en donde dicho amortiguamiento si cobraría real importancia.

## Discretización Temporal

Se realizará una simulación semi-transiente, en la cual el tiempo total de residencia será discretizado en 6 sub-simulaciones o etapas de 10 minutos, tiempo en el cual se disminuirá el tamaño de las partículas de material de alimentación (briquetas) para simular la semidesintegración de estos sólidos con el paso del tiempo, sin variar el volumen total de material. En cada una de estas etapas se conservarán los resultados y estados de tambor y revestimientos de la etapa anterior de manera de generar correctamente la acumulación de daño con el paso del tiempo.

Tabla 3.12: Condiciones de sub-simulación

N	Intervalo de tiempo [s]	Volumen de la briqueta [%]
1	0-600	100
2	601-1200	81
3	1201-1800	62
4	1801-2400	43
5	2401-3000	24
6	3001-3600	5

Teniendo en cuenta las Tablas 3.8, 3.9, 3.10, en donde se presentan los volúmenes y masas originales de las 3 distintas briquetas, y la Tabla 3.12 que muestra la evolución del porcentaje de volumen de la briqueta a lo largo de las sub-simulaciones, se presenta a continuación el detalle de las 3 simulaciones para cada una de las briquetas analizadas:

Tabla 3.13: Detalles de la briqueta 25x30 en cada etapa de sub-simulación

Etapas	Volumen [%]	Volumen [ $m^3$ ]	Peso [Kg]	Cantidad de elementos a modelar
1	100	0.0165	23	130
2	81	0.0133	18.63	161
3	62	0.1023	14.26	210
4	43	0.0070	9.89	303
5	24	0.0039	5.52	543
6	5	0.0008	1.15	2608

Tabla 3.14: Detalles de la briqueta 40x40 en cada etapa de sub-simulación

Etapas	Volumen [%]	Volumen [ $m^3$ ]	Peso [Kg]	Cantidad de elementos a modelar
1	100	0.024	19	157
2	81	0.0194	15.39	194
3	62	0.0148	11.78	254
4	43	0.0103	8.17	367
5	24	0.0057	4.56	657
6	5	0.0012	0.95	3157

Tabla 3.15: Detalles de la briqueta 40x60 en cada etapa de sub-simulación

Etapa	Volumen [%]	Volumen [ $m^3$ ]	Peso [Kg]	Cantidad de elementos a modelar
1	100	0.06	76	39
2	81	0.0486	61.56	48
3	62	0.0372	47.12	63
4	43	0.0258	32.68	91
5	24	0.0144	18.24	164
6	5	0.003	3.8	789

## Configuración de las Etapas

Se presentan a continuación las diferentes configuraciones para cada una de las etapas o sub-simulaciones:

- **Etapa 1:** desde 0 a 600 [s]

El ingreso del material de alimentación se realiza por la parte superior del tambor del reactor, en un rectángulo virtual denominado *inlet* (entrada en inglés). El material ingresa en su totalidad por caída libre, lo cual transcurre aproximadamente en el intervalo 0-5 [s], variando de una briqueta a otra por las diferencias de peso.

Para la etapa 1, en la cual se da inicio a la simulación, se considera, a diferencia del resto de las etapas, el intervalo de tiempo entre 5-15 [s], en los cuales el reactor de cementación se somete a un movimiento de rotación con aceleración para alcanzar la velocidad a la cual trabaja. Posterior a esto, en el intervalo de tiempo 10-600 [s] el reactor se mantiene en un movimiento rotacional constante a 1.2 [RPM], velocidad a la cual opera normalmente (Tabla 3.1). La medición de desgaste se comienza a realizar desde el momento inicial de la simulación, considerando el daño que produce el ingreso del material al reactor.

- **Etapas 2 a 6:** desde 601 a 3600 [s]

Para todas las etapas siguientes, la simulación comienza con rotación constante a 1.2 [RPM], la velocidad de operación normal del reactor. El ingreso de material, se realiza de manera instantánea en el segundo 0 en el fondo del tambor del reactor, dado que para estos intervalos el material ya se encuentra dentro del reactor. La medición de desgaste se comienza a realizar desde el segundo 10, momento en el cual el movimiento de material dentro del reactor ya se ha homogeneizado.

### 3.2.4. Solver

Según lo visto en el ítem [2.3.6], se utilizará la combinación de los modelos generales Hysteretic Linear Spring (HLS - Default) para las fuerzas normales, debido a que este modelo permite operar con materiales compresibles e incompresibles (distintos casos de goma y acero) y Linear Spring Coulomb Limit (LSCL) para las fuerzas tangenciales, para poder reproducir el comportamiento antideslizante de los contactos. Además, como se comentó anteriormente, el modelo será monofásico (únicamente las partículas sólidas) y por ende no se considerará modelo de fuerza adhesiva.

Para el desgaste se utilizará el modelo Archard descrito en el ítem [2.3.7], con una tasa de desgaste de  $10^{-6}[\frac{m^3}{J}]$ , la cual corresponde a la mínima tasa utilizada (y recomendada) por el software [20]. Las pruebas indicaron que la relación de la tasa de desgaste y el tamaño de malla seleccionado no presentan inestabilidad a lo largo de las simulaciones por lo tanto este valor se mantendrá invariable.

El modelo de rotura a utilizar tendrá el enfoque JKMRC Ab-t10, debido a que además de ser un modelo más robusto en cuanto a la variedad de materiales con los que puede trabajar, no se poseen datos de pruebas experimentales que permitan la selección de los parámetros para el enfoque de Tavares. De igual manera para los dos modelos de rotura, la distribución de fragmentos posterior a la rotura se realiza siguiendo el algoritmo de Voronoi, como se expuso en el ítem [2.3.7]. Finalmente, para la recopilación de datos se utilizará la herramienta Espectro de Energía de Partícula para disminuir los costos computacionales de la simulación (ítem 2.3.8).

Se presenta a continuación una tabla con los parámetros utilizados para la recopilación y análisis de los datos, además de los coeficientes utilizados para las interacciones entre los distintos materiales:

Tabla 3.16: Parámetros del *Solver*

Duración de la simulación	600 [s]
Frecuencia de toma de datos	0.75 [s]
Frecuencia de actualización del desgaste en la geometría	0.075 [s]
Número de pasos de tiempo para generar espectros de energía	15
Rango de energía específica medido para cada partícula	0.0001 - 10000 [ $\frac{J}{kg}$ ]
Rango de energía medido para cada contacto	0.0001 - 10000 [J]

Tabla 3.17: Coeficientes de Interacción Acero-Acero

Fricción estática	0.3
Fricción dinámica	0.2
Relación de rigidez tangencial	0.25
Coefficiente de restitución	0.3

Tabla 3.18: Coeficientes de Interacción Acero-Goma

Fricción estática	0.7
Fricción dinámica	0.6
Relación de rigidez tangencial	0.55
Coeficiente de restitución	0.6

Debido a que en este trabajo de memoria no realizaron pruebas experimentales, los coeficientes utilizados, expuestos en las Tablas 3.17, 3.17, corresponden a los valores recomendados por el software Rocky para estos tipos de contactos.

# Capítulo 4

## Resultados

Se presentan a continuación los resultados de las simulaciones realizadas para cada uno de los 3 tipos de briquetas analizadas. Debido a que se discretizó el tiempo a modelar en 6 etapas para cada briqueta, se tienen 6 resultados parciales en cada ítem, con los cuales se confeccionará una tabla de resultados finales.

Dada la extensión total que alcanzaría el documento, se presentarán solamente los resultados finales de las simulaciones para cada una de las briquetas. En la tabla de resultados finales se presentarán los valores de cada uno de los puntos de interés a analizar (por ejemplo potencia y potencia acumulada), con los cuales se confeccionará un gráfico del estado final para cada modelo.

El gráfico formado por los resultados finales de cada simulación representará fehacientemente la evolución de fuerzas, potencias y tasas (según lo analizado) a lo largo de todo el proceso, dado que las condiciones son idénticas para todas las etapas de un tipo de briqueta a analizar, variando únicamente entre éstas el tamaño de las partículas como material de alimentación.

Los datos y gráficos obtenidos para cada una de las etapas de la simulación se agregarán en el apartado de Anexos, y serán citados correspondientemente.

### 4.0.1. Briqueta 25x30

Variación del tamaño y número de partículas a lo largo de las sub simulaciones, como se expone numéricamente en la Tabla 3.13.

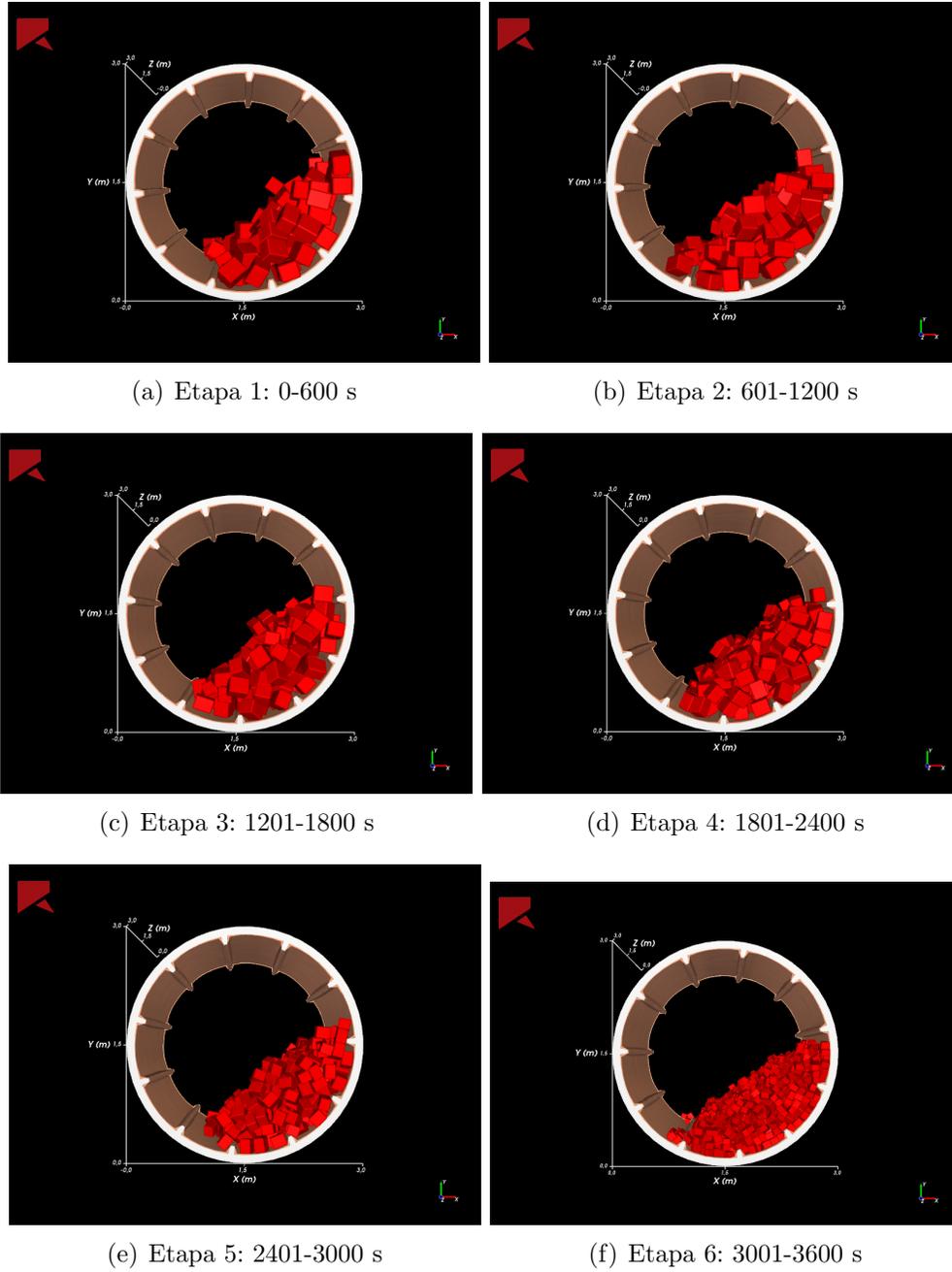


Figura 4.1: Partículas a lo largo de las distintas etapas.

Tabla 4.1: Tasa de Absorción Específica Máxima.

Etapa	Intervalo medido [s]	Tasa de Absorción Específica [ $\frac{W}{kg}$ ]
1	0-600	2.75826
2	601-1200	2.94628
3	1201-1800	3.30475
4	1801-2400	3.91736
5	2401-3000	5.10744
6	3001-3600	10.8879

Tabla 4.2: Potencia Acumulada Máxima.

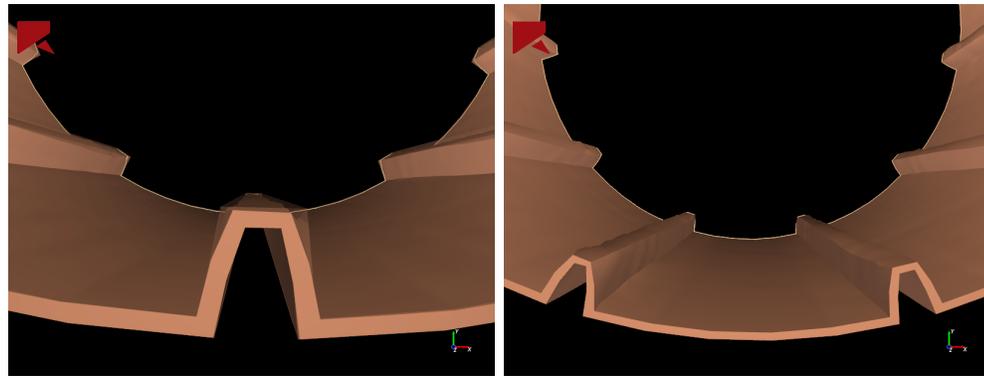
Etapa	Intervalo medido [s]	Potencia Acumulada [W]
1	0-600	2045.95
2	601-1200	1978.12
3	1201-1800	1776.81
4	1801-2400	1550.98
5	2401-3000	1354.05
6	3001-3600	1247.60

Tabla 4.3: Tasa de Colisión Máxima en función de la Energía de Colisión.

Etapa	Intervalo medido [s]	Tasa de Colisión [ $\frac{1}{s}$ ]	Energía de Colisión [J]
1	0-600	9693.11	0.00498956
2	601-1200	13884.30	0.00352746
3	1201-1800	16942.10	0.00303316
4	1801-2400	24793.40	0.00200829
5	2401-3000	40909.10	0.00104967
6	3001-3600	146336	0.00032054

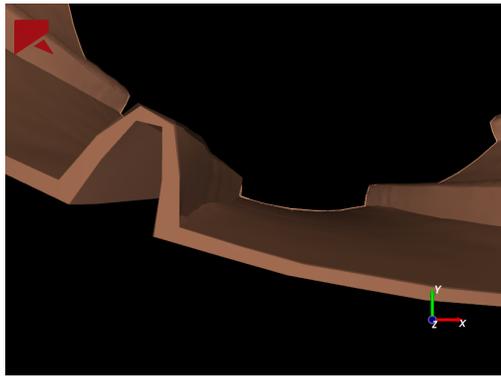
Tabla 4.4: Velocidad de Traslación de las partículas [ $\frac{m}{s}$ ].

Etapa	Intervalo medido [s]	Máxima	Mínima	Promedio
1	0-600	4.49	0.00338	0.196
2	601-1200	4.32	0.00466	0.196
3	1201-1800	3.98	0.00515	0.190
4	1801-2400	4.09	0.00307	0.187
5	2401-3000	3.24	0.00395	0.182
6	3001-3600	3.01	0.00256	0.174

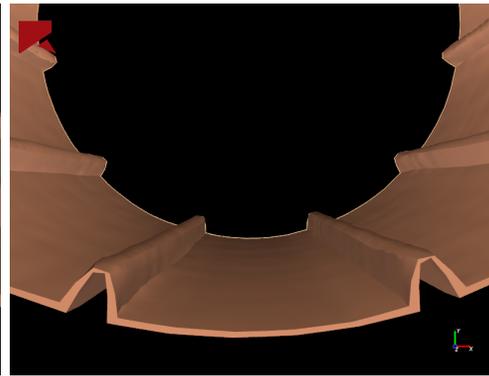


(a) *Lifters* a los 600 s

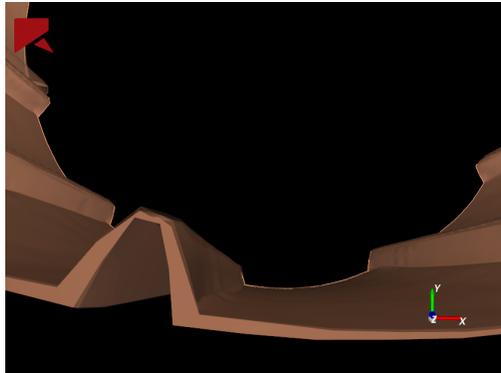
(b) Revestimiento a los 600 s



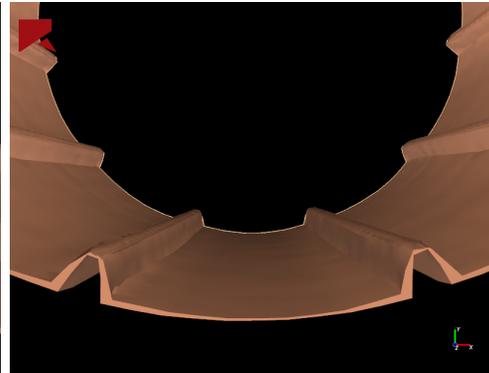
(c) *Lifters* a los 1800 s



(d) Revestimiento a los 1800 s



(e) *Lifters* a los 3600 s



(f) Revestimiento a los 3600 s

Figura 4.2: Desgaste del equipo a lo largo de la simulación.

La Figura 4.2 presenta la evolución del desgaste sobre los revestimientos conforme avanza el tiempo en las etapas iniciales, medias y finales (Etapas 1, 3 y 6). En las figuras (a), (c) y (e) se muestra la pérdida de material (presentada como material transparente), en relación al punto de análisis o sub modelo previo. Las figuras (b), (d) y (f) presentan un plano general del estado del revestimiento al final del sub modelo.

Tabla 4.5: Desgaste del Tambor.

Etapa	Intervalo medido [s]	Masa [Kg]	Volumen [ $m^3$ ]	Área Superficial [ $m^2$ ]
0	0	22735.858291	2.914854	62.875641
1	0-600	22732.756004	2.914456	62.865117
2	601-1200	22730.070073	2.914112	62.855019
3	1201-1800	22725.685359	2.913549	62.831240
4	1801-2400	22715.315962	2.912220	62.769434
5	2401-3000	22701.603315	2.910462	62.687423
6	3001-3600	22679.760022	2.907662	62.557589

Tabla 4.6: Desgaste del Revestimiento.

Etapa	Intervalo medido [s]	Masa [Kg]	Volumen [ $m^3$ ]	Área Superficial [ $m^2$ ]
0	0	966.713613	0.644476	65.364191
1	0-600	862.924263	0.575283	64.388460
2	601-1200	770.636222	0.513757	63.809892
3	1201-1800	691.157452	0.460772	63.395303
4	1801-2400	612.344847	0.40823	63.028987
5	2401-3000	548.745084	0.36583	62.755018
6	3001-3600	465.618140	0.310412	62.440372

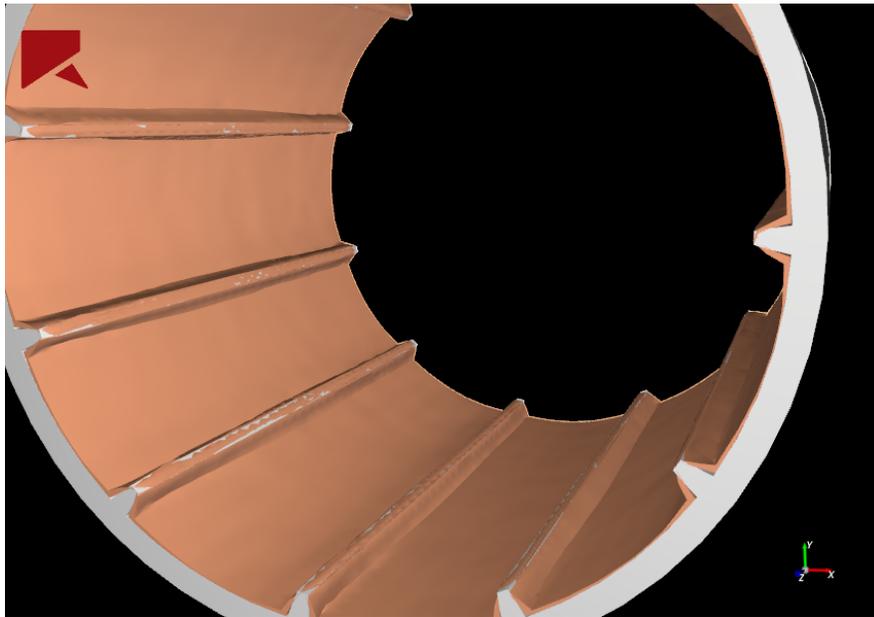


Figura 4.3: Estado final del equipo.

## 4.0.2. Briqueta 40x40

Variación del tamaño y número de partículas a lo largo de las sub simulaciones, como se expone numéricamente en la Tabla 3.14.

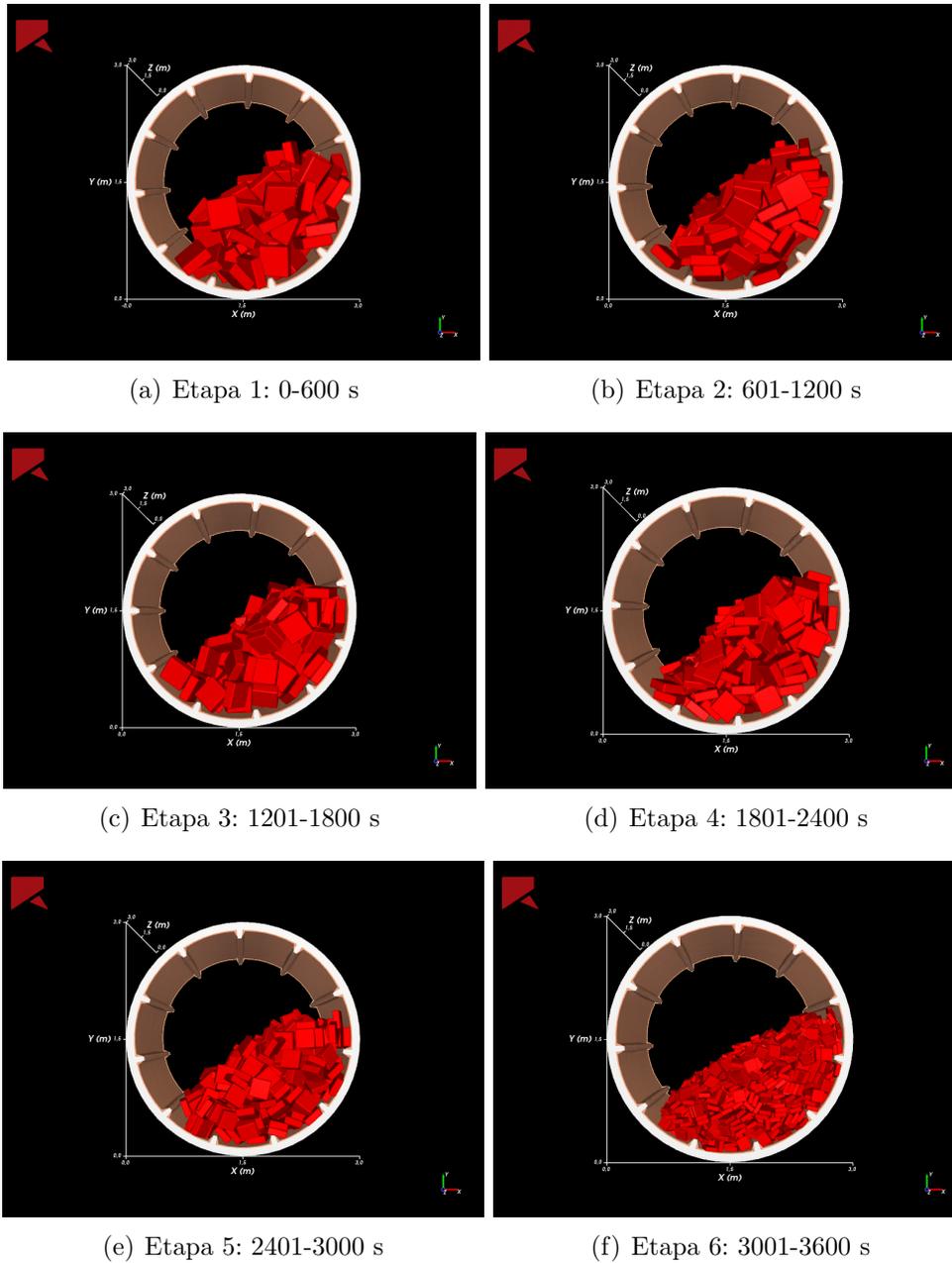


Figura 4.4: Partículas a lo largo de las distintas etapas.

Tabla 4.7: Tasa de Absorción Específica Máxima.

Etapa	Intervalo medido [s]	Tasa de Absorción Específica [ $\frac{W}{kg}$ ]
1	0-600	5.28099
2	601-1200	5.64050
3	1201-1800	6.19008
4	1801-2400	7.10744
5	2401-3000	8.78099
6	3001-3600	15.7931

Tabla 4.8: Potencia Acumulada Máxima.

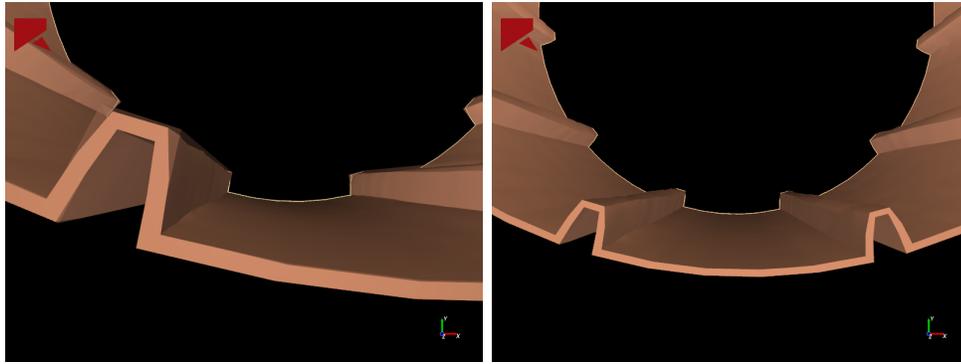
Etapa	Intervalo medido [s]	Potencia Acumulada [W]
1	0-600	2901.53
2	601-1200	2770.24
3	1201-1800	2743.98
4	1801-2400	2343.83
5	2401-3000	2234.33
6	3001-3600	1938.73

Tabla 4.9: Tasa de Colisión Máxima en función de la Energía de Colisión.

Etapa	Intervalo medido [s]	Tasa de Colisión [ $\frac{1}{s}$ ]	Energía de Colisión [J]
1	0-600	13276.9	0.00813095
2	601-1200	19917.4	0.00529148
3	1201-1800	23553.7	0.00422684
4	1801-2400	33677.7	0.00232195
5	2401-3000	56776.9	0.00106493
6	3001-3600	160345	0.000443669

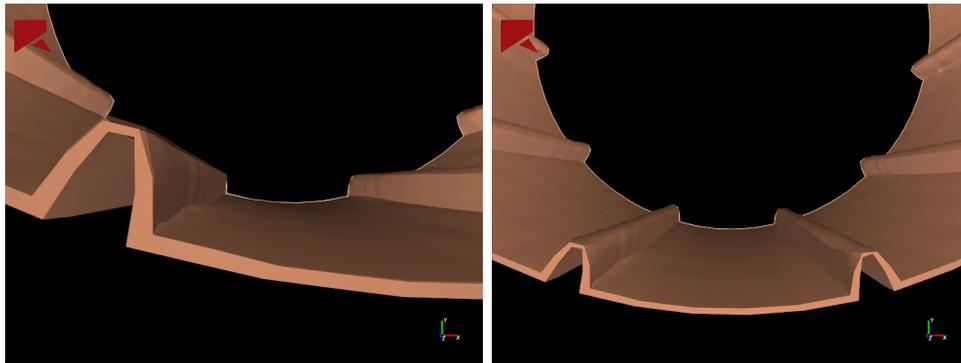
Tabla 4.10: Velocidad de Traslación de las partículas [ $\frac{m}{s}$ ].

Etapa	Intervalo medido [s]	Máxima	Mínima	Promedio
1	0-600	3.11	0.000699	0.157
2	601-1200	3.40	0.00509	0.157
3	1201-1800	3.88	0.00331	0.156
4	1801-2400	3.12	0.00352	0.155
5	2401-3000	3.02	0.00235	0.151
6	3001-3600	2.77	0.0031	0.147



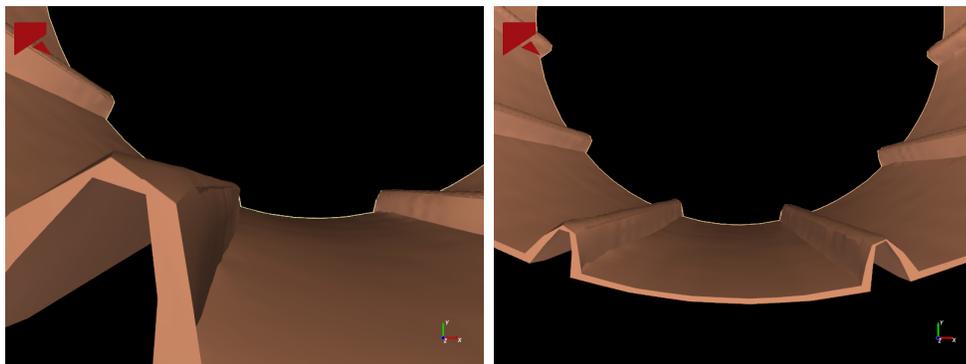
(a) *Lifters* a los 600 s

(b) Revestimiento a los 600 s



(c) *Lifters* a los 1800 s

(d) Revestimiento a los 1800 s



(e) *Lifters* a los 3600 s

(f) Revestimiento a los 3600 s

Figura 4.5: Desgaste del equipo a lo largo de la simulación.

Tabla 4.11: Desgaste del Tambor.

Etapa	Intervalo medido [s]	Masa [Kg]	Volumen [ $m^3$ ]	Área Superficial [ $m^2$ ]
0	0	22735.858291	2.914854	62.875641
1	0-600	22735.842359	2.914852	62.875638
2	601-1200	22735.706357	2.914834	62.875032
3	1201-1800	22734.868381	2.914727	62.869022
4	1801-2400	22729.725354	2.914067	62.831490
5	2401-3000	22720.472128	2.912881	62.768581
6	3001-3600	22717.849638	2.912545	62.751373

Tabla 4.12: Desgaste del Revestimiento.

Etapa	Intervalo medido [s]	Masa [Kg]	Volumen [ $m^3$ ]	Área Superficial [ $m^2$ ]
0	0	966.713613	0.644476	65.364191
1	0-600	890.948998	0.593966	64.468448
2	601-1200	820.918337	0.547279	63.889669
3	1201-1800	757.005646	0.504670	63.444438
4	1801-2400	704.080318	0.469387	63.107018
5	2401-3000	665.467512	0.443645	62.871575
6	3001-3600	660.250134	0.440167	62.83689

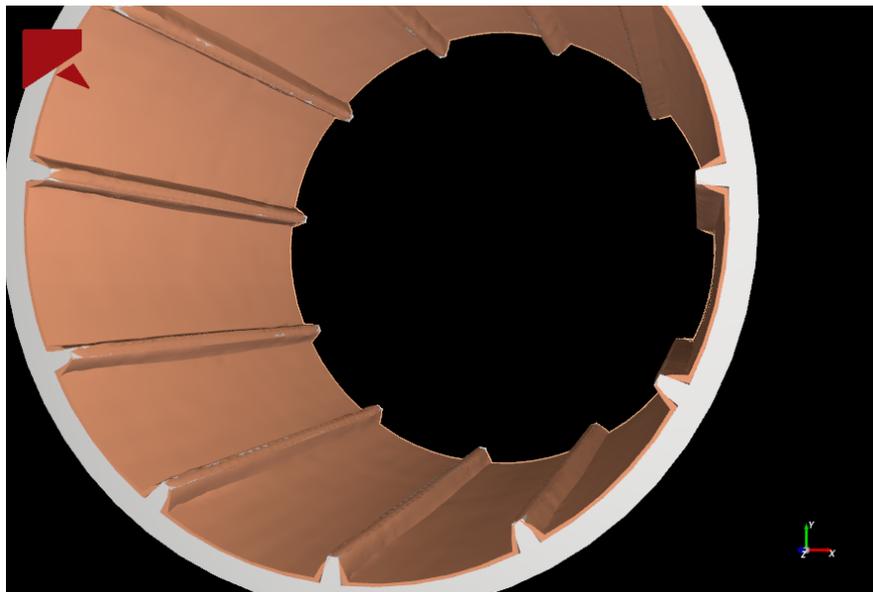


Figura 4.6: Estado final del reactor.

### 4.0.3. Briqueta 40x60

Variación del tamaño y número de partículas a lo largo de las sub simulaciones, como se expone numéricamente en la Tabla 3.15.

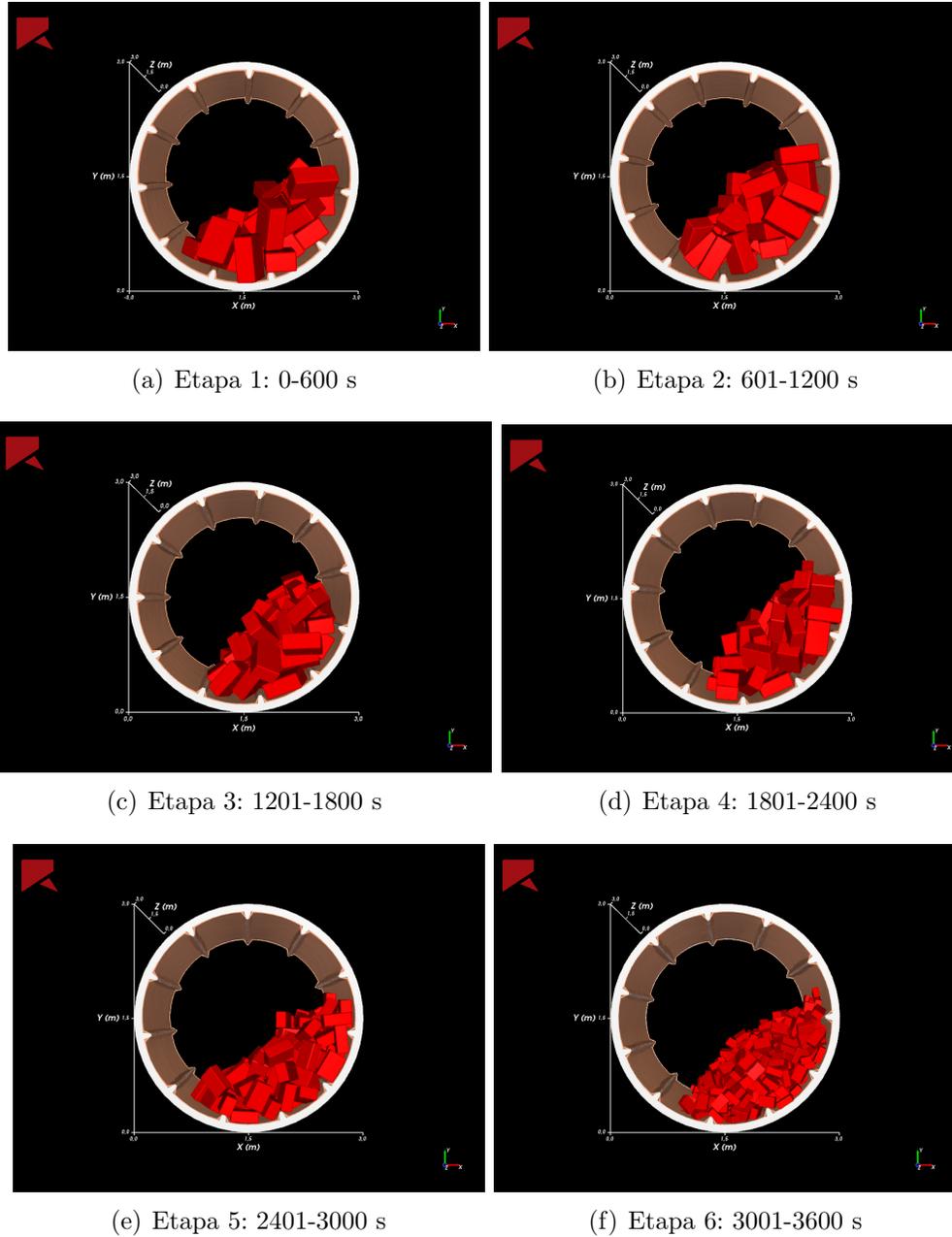


Figura 4.7: Partículas a lo largo de las distintas etapas.

Tabla 4.13: Tasa de Absorción Específica Máxima.

Etapa	Intervalo medido [s]	Tasa de Absorción Específica [ $\frac{W}{kg}$ ]
1	0-600	2.02047
2	601-1200	2.55388
3	1201-1800	2.89009
4	1801-2400	3.34914
5	2401-3000	4.07328
6	3001-3600	7.05175

Tabla 4.14: Potencia Acumulada Máxima.

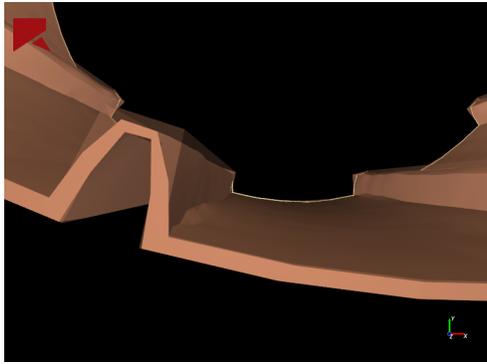
Etapa	Intervalo medido [s]	Potencia Acumulada [W]
1	0-600	2890.16
2	601-1200	2402.75
3	1201-1800	1812.36
4	1801-2400	1757.44
5	2401-3000	1734.75
6	3001-3600	1728.13

Tabla 4.15: Tasa de Colisión Máxima en función de la Energía de Colisión.

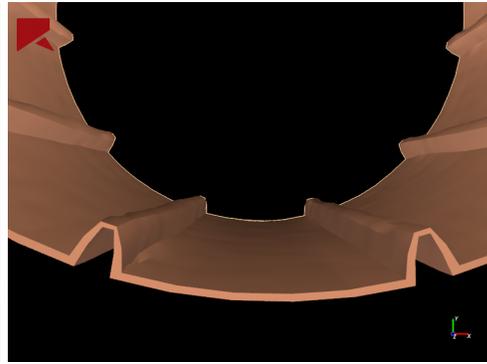
Etapa	Intervalo medido [s]	Tasa de Colisión [ $\frac{1}{s}$ ]	Energía de Colisión [J]
1	0-600	4407.33	0.0205774
2	601-1200	5612.07	0.01276
3	1201-1800	7327.57	0.00759175
4	1801-2400	9224.14	0.00529832
5	2401-3000	14103.40	0.00385662
6	3001-3600	47844.80	0.00137334

Tabla 4.16: Velocidad de Traslación de las partículas [ $\frac{m}{s}$ ].

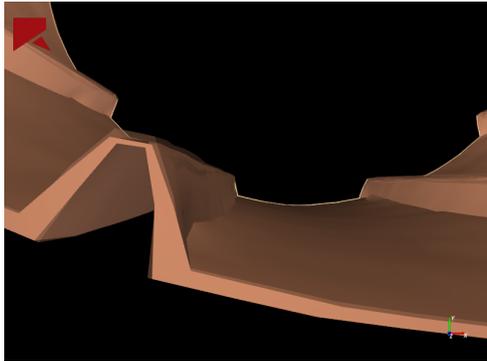
Etapa	Intervalo medido [s]	Máxima	Mínima	Promedio
1	0-600	3.09	0.00237	0.191
2	601-1200	3.43	0.00838	0.191
3	1201-1800	3.53	0.00872	0.189
4	1801-2400	4.22	0.0035	0.186
5	2401-3000	3.55	0.00975	0.185
6	3001-3600	3.22	0.00105	0.171



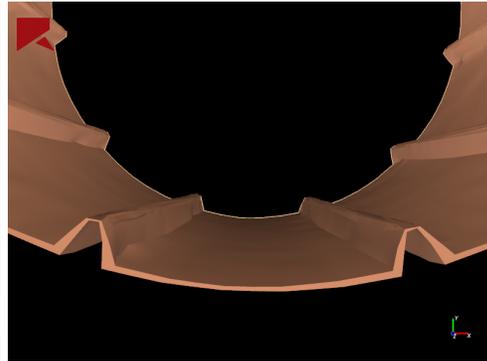
(a) *Lifters* a los 600 s



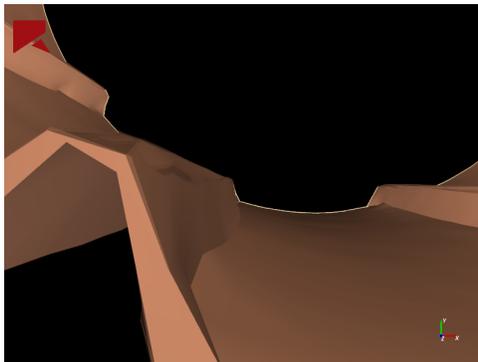
(b) Revestimiento a los 600 s



(c) *Lifters* a los 1800 s



(d) Revestimiento a los 1800 s



(e) *Lifters* a los 3600 s



(f) Revestimiento a los 3600 s

Figura 4.8: Desgaste del revestimiento a lo largo de la simulación.

Tabla 4.17: Desgaste del Tambor.

Etapa	Intervalo medido [s]	Masa [Kg]	Volumen [ $m^3$ ]	Área Superficial [ $m^2$ ]
0	0	22735.858291	2.914854	62.875641
1	0-600	22724.374301	2.913381	62.808227
2	601-1200	22673.670737	2.906881	62.497221
3	1201-1800	22583.357724	2.895302	62.028982
4	1801-2400	22508.016954	2.885643	61.647109
5	2401-3000	22452.965397	2.878585	61.376155
6	3001-3600	22431.514867	2.875835	61.271814

Tabla 4.18: Desgaste del Revestimiento.

Etapa	Intervalo medido [s]	Masa [Kg]	Volumen [ $m^3$ ]	Área Superficial [ $m^2$ ]
0	0	966.713613	0.644476	65.364191
1	0-600	799.102077	0.532735	63.522044
2	601-1200	669.203924	0.446136	62.389790
3	1201-1800	576.649758	0.384433	61.534334
4	1801-2400	494.353230	0.329569	60.917758
5	2401-3000	420.564243	0.280376	60.478060
6	3001-3600	372.043854	0.248029	60.259678

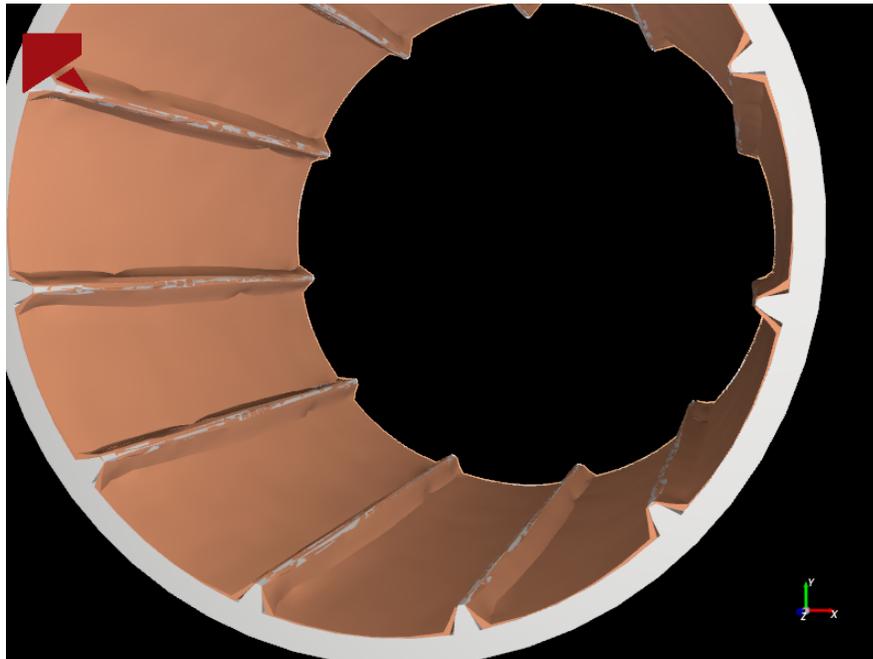


Figura 4.9: Estado final del equipo.

# Capítulo 5

## Análisis de Resultados

La Figura 5.1 muestra la comparación de las tasas de absorción máximas por etapa, presentadas en las Tablas 4.1, 4.7, 4.13 para las briquetas 25x30, 40x40 y 40x60 respectivamente. Dado que la tasa de absorción representa la cantidad de potencia absorbida por unidad de masa de los revestimientos (también del tambor, en casos donde el revestimiento fue removido y el tambor quedó expuesto a los contactos), es posible notar que para todos los modelos analizados se presenta una tendencia creciente debido a que la conminución del material tiene como consecuencia el aumento de los contactos partícula-revestimiento.

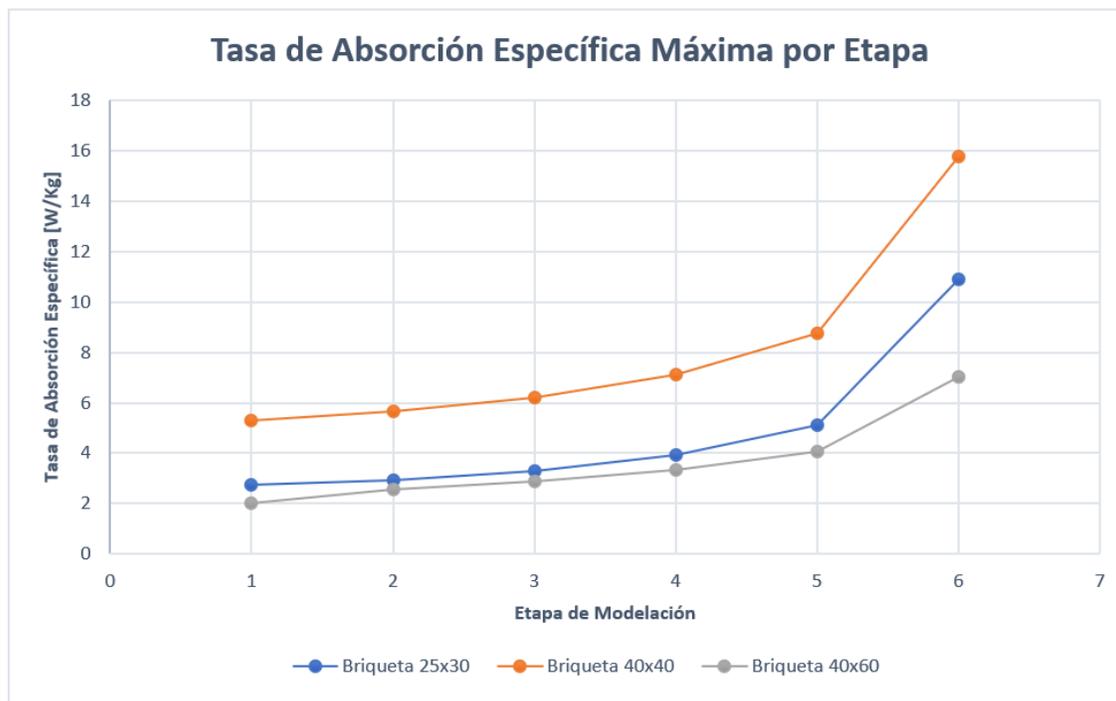


Figura 5.1: Tasa de absorción para los 3 elementos modelados.

La curva de color naranja, que representa la briqueeta 40x40 es la que posee los valores más altos de tasa de absorción a lo largo de todas las etapas de la simulación. Mientras que los valores iniciales (etapa 1) para la tasa de absorción de las briquetas 25x30 y 40x60 van desde 2.75 y 2.02 [ $\frac{W}{Kg}$ ], para la briqueeta 40x40 este valor alcanza 5.28 [ $\frac{W}{Kg}$ ], bordeando un 50 %

de aumento. Esta tendencia de aumento se repite para los valores finales (etapa 6), siendo 10.88, 7.55 y 15.79  $[\frac{W}{Kg}]$  para las briquetas 25x30, 40x60 y 40x40 respectivamente.

En la Figura 5.2 se muestra la potencia acumulada en cada etapa a lo largo de la simulación para los 3 elementos estudiados, datos presentados en las Tablas 4.2, 4.8, 4.14. Estos datos representan la suma de toda la energía proveniente de las colisiones de los elementos dentro del modelo, tanto las colisiones partícula-partícula como las partículas-revestimientos.

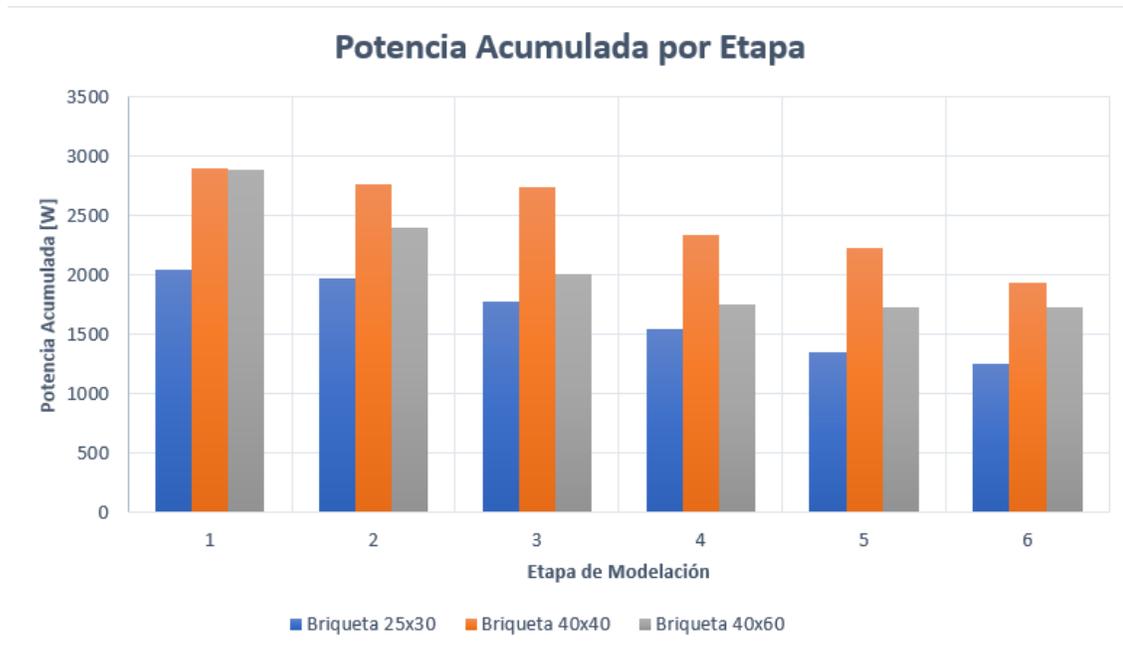


Figura 5.2: Potencia Acumulada para los 3 elementos modelados.

Todos los modelos analizados presentan una tendencia decreciente para la potencia acumulada, dado que a medida que el modelo avanza, las partículas se van desintegrando y, por ende, disminuyendo su masa y volumen, lo que se traduce en menores energías de colisión. Los mayores valores para potencia acumulada fueron registrados para la briketa 40x40, lo cual se relaciona con el número de partículas que interactúan en este modelo (fue el modelo con mayor cantidad de partículas operando) y el peso de las mismas.

Para los modelos 25x30 y 40x40 que tienen valores para peso y número de elementos similares, el hecho de que la briketa 40x40 tenga más elementos durante la simulación (Tablas 3.13, 3.14 y 3.15), genera la diferencia en la potencia acumulada, dado que se producen un mayor número de contactos.

La briketa 40x60, a pesar de tener un número considerablemente más bajo de partículas durante toda la simulación en comparación a los otros dos modelos, posee una mayor potencia acumulada que la briketa 25x30, lo que se explica por la enorme diferencia en la masa entre ambos modelos, lo que tiene como consecuencia que estas partículas de gran masa tengan la posibilidad, a pesar de ser pocas, de generar impactos por caída libre, el evento de contacto que libera más energía durante la simulación, como se expuso en el ítem [2.2.3].

Los datos de las Tablas 4.3, 4.9 y 4.15 se resumen en el gráfico presentado en la Figura 5.3, que muestra las tasas de colisión máximas vs la energía de colisión.

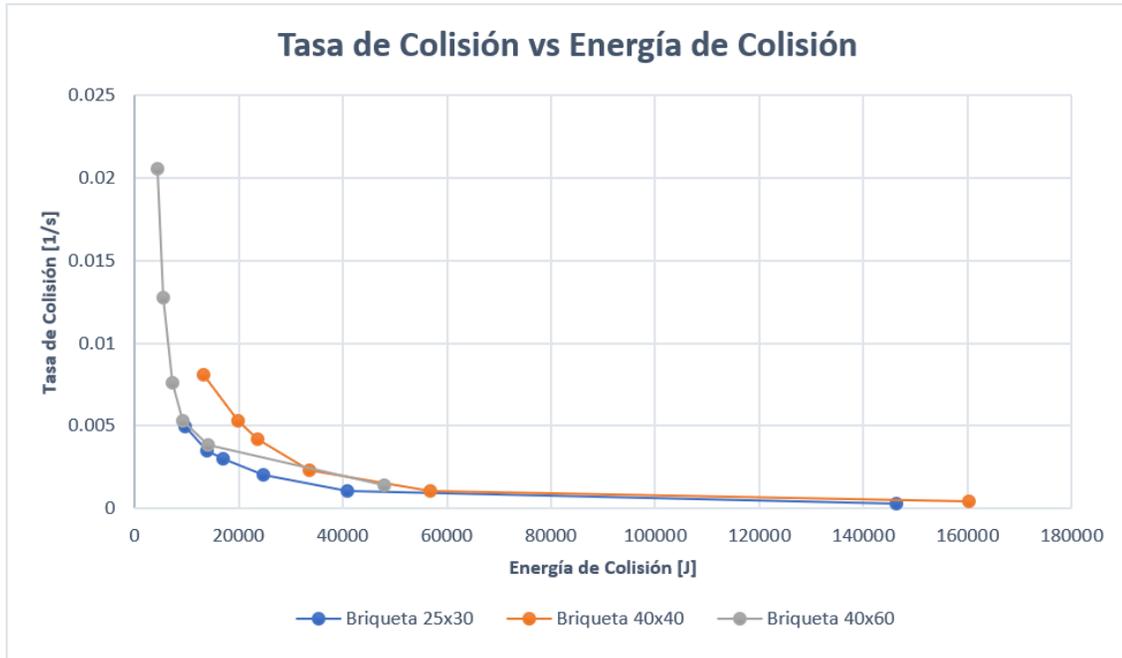


Figura 5.3: Tasa de Colisión Vs Energía de Colisión.

Para todos los modelos se observa una tendencia decreciente, lo que indica que la mayor tasa o frecuencia de colisión se presenta para colisiones de baja energía, mientras que las mayores energías de colisión se producen con una frecuencia muy baja. Estos eventos de alta energía pero baja frecuencia corresponden a partículas en caída libre, lo que dada la baja velocidad a la que el reactor de cementación opera, son un evento muy inusual. Conforme el modelo avanza, como se explicó anteriormente, la cantidad de partículas va aumentando, debido a que los contactos partícula-partícula producen la fractura de las mismas y, por ende, la disminución de su tamaño, proceso llamado conminución. Este proceso da como resultado que el número de contactos aumente proporcionalmente al avance de la simulación, pero disminuyendo cada vez la energía con que éstos contactos ocurren.

De las Tablas 4.4, 4.10 y 4.16 en las cuales se muestran las velocidades de traslación máximas, mínimas y promedio de las partículas para las briquetas 25x30, 40x40 y 40x60 respectivamente, los resultados no son tan claros como para los puntos anteriores. Como el Espectro de Energía realiza un seguimiento a la trayectoria de cada partícula y no como un modelo conjunto, no es posible encontrar una tendencia en las velocidades máximas y mínimas para ninguno de los modelos analizados. Por otra parte, la velocidad promedio presenta una leve disminución con el avance de las simulaciones para todos los elementos analizados. Las simulaciones para las briquetas 25x30 y 40x60 presentan velocidades promedio prácticamente idénticas variando a lo largo de la simulación entre 0.174 y 0.196  $[\frac{m}{s}]$  para el primero y 0.171 y 0.194  $[\frac{m}{s}]$  para el segundo. La briketa 40x40 presentó las velocidades promedio menores, que alcanzó valores de 1.47 y 1.57  $[\frac{m}{s}]$  al inicio y final de la simulación respectivamente.

Los resultados presentados en las Tablas 4.6, 4.12 y 4.18, así como las Tablas 4.5, 4.11 y 4.17 muestran la evolución del desgaste del revestimiento y tambor en función de la masa, volumen y área superficial perdida.

La Figura 5.4 muestra la pérdida de volumen en función del avance de las etapas del modelo. La pérdida de masa y área superficial no fueron graficadas (ni tampoco el desgaste del reactor) dado que todas las variables (masa, área y volumen) están directamente relacionadas y los elementos que operan dentro de la simulación son idénticos a lo largo de todas las etapas, por lo tanto todas estas variables entregan curvas idénticas.

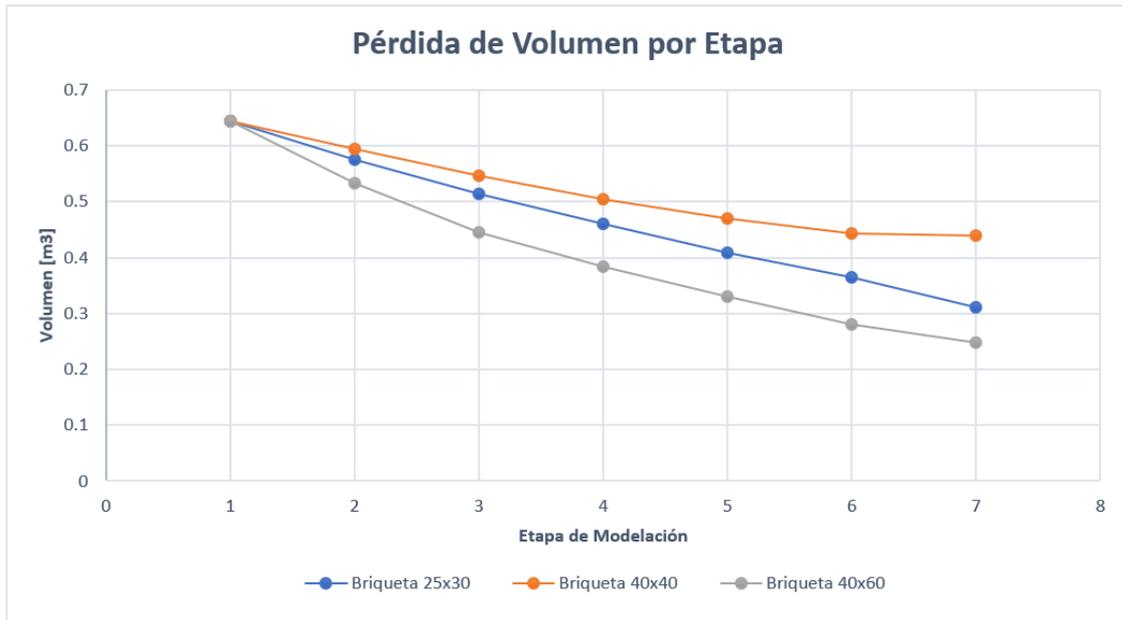


Figura 5.4: Pérdida de Volumen para los 3 modelos.

El modelo realizado para la briqueta 40x40 fue el que generó menor daño a los revestimientos y tambor durante todo el análisis. Este modelo registró una pérdida de 31.7% del volumen total del revestimiento, que equivale a 306.46 kilos de goma Hypalon removida. En este mismo modelo, el tambor de reactor sufrió una pérdida de volumen total del 0.07% equivalente a una eliminación de 18.01 kilos de acero. En la Figura 4.6, que muestra el estado final del equipo completo, se observa que se conserva prácticamente toda la capa de revestimiento.

La briqueta 25x30 tuvo el segundo mejor resultado en cuanto al desgaste del equipo. Para los revestimientos se registró una pérdida del volumen total de 51.83% equivalente a una remoción de 501.09 kilos de goma Hypalon. El tambor del reactor perdió un 0.24% del volumen total, que significó 56.09 kilos de acero removido. En la Figura 4.3 es posible observar que el desgaste de la goma Hypalon fue tal que se aprecian zonas en que el tambor del reactor queda expuesto.

Finalmente, el modelo de la briqueta 40x60 registró, por amplio margen, los peores resultados de desgaste del equipo. El revestimiento perdió un volumen de 61.51 % del total, equivalente a 594.67 kilos de goma Hypalon de los revestimientos eliminada. Por otra parte, el tambor perdió 1.33 % del volumen total, que corresponde a 304.343 kilos de acero eliminados del tambor a lo largo del proceso. En la Figura 4.9 es evidente el desgaste de los revestimientos, dejando gran parte del reactor al descubierto, incluso se aprecian deformaciones en los *lifters*.

# Capítulo 6

## Conclusiones y trabajo futuro

### 6.1. Conclusiones

Realizadas todas las simulaciones y el posterior análisis para el proceso de cementación de cobre con 3 materiales de alimentación distintos, las briquetas de 25x30, 40x40 y 40x60 respectivamente, se concluye que la simulación que generó la menor cantidad de daño al equipo de cementación, principalmente al tambor y revestimientos, fue el modelo que utilizó la briketa de 40x40 como material de alimentación.

Lo anterior refleja que el indicador más incidente en el daño realizado a los revestimientos correspondió a la masa del elemento a modelar, dado que la briketa 40x60 que tenía el valor de masa más alto, fue el modelo que registró mayor daño causado al equipo de cementación.

Se evidencia también la importancia que posee la densidad final alcanzada por la briketa al momento de ser compactada durante su fabricación. En este caso, el volumen total de los elementos que entran al reactor como material de alimentación, corresponde a un factor de menor importancia si el número de elementos es similar, como lo es el caso de los modelos 25x30 y 40x40. Prueba de aquello es que dado que a pesar de que la briketa 40x40 tiene mayor volumen en comparación a la briketa de 25x30 (0.024 y 0.0165 [ $m^3$ ] respectivamente), el hecho de tener una menor masa y, por ende, una densidad menor, da como resultado que la energía de colisión que alcanza un elemento de este modelo en un impacto directo con los revestimiento en caída libre (la forma de contacto más dañina), sea el menor de las 3 briquetas.

Acorde con el hecho de que la briketa 40x40 genere la menor cantidad de daño al equipo, este modelo presenta la mayor tasa de absorción específica durante todas las etapas de simulación. Lo anterior nos indica que principalmente la goma Hypalon, material que compone el revestimiento, absorbe gran parte de la energía de las colisiones sin romperse, lo que se produce por que la mayoría de las colisiones que ocurren entre partículas y revestimientos tienen una energía menor al punto de rotura de material. El efecto contrario se presenta en el modelo 40x60, con los peores resultados para el desgaste del equipo y la menor tasa de absorción, dado que el alto peso de las briquetas (76 kilos cada una al momento de ingresar al reactor) genera colisiones partícula-revestimiento con la energía suficiente para romper el material. Además de lo anterior, los resultados mostraron que la briketa 40x40 (modelo con el menor daño al equipo) tiene la menor velocidad de traslación promedio de partículas.

Finalmente, a pesar de que las simulaciones entregaron resultados evidentes que prueban que el modelo de briqueta 40x40 genera, con amplio margen, el menor daño al equipo, en particular a los revestimientos, no es posible hacer una recomendación de esta briqueta como nuevo material de alimentación sin nuevas pruebas, dado que como se revela en la Figura 4.6, el estado final del equipo revela zonas del tambor de acero expuestas, lo cual no es un escenario que se pueda permitir, dado que la solución a la que el equipo es expuesto para lograr producir la cementación y desintegrar las briquetas es capaz de corroer el acero.

## 6.2. Trabajo futuro

Como trabajo futuro se propone realizar el acople del software Rocky con el módulo CFD de Ansys (Rocky restringe el acople con otros softwares), con la finalidad de representar el carácter bifásico del proceso de cementación, dado que la presencia de fluido durante la modelación genera un efecto de amortiguamiento en las colisiones, principalmente en las colisiones que se pudiesen producir entre las partículas y el revestimiento por caída libre.

Buscar por medio de un nuevo modelo matemático, un indicador de la relación entre volumen y densidad que permita fabricar una briqueta que sirva como nuevo material de alimentación para el proceso de cementación, el cual genere el menor daño al equipo en su totalidad, particularmente a revestimientos y *lifters*.

Ajustar, por medio de pruebas experimentales, los parámetros seleccionados para la simulación, dado que, éstos fueron seleccionados de manera genérica por medio del software para los tipos de materiales utilizados. Este hecho se traduce como un nivel de incerteza en los resultados obtenidos, el que puede ser corregido en trabajos futuros con la selección de nuevos parámetros específicos para este caso de estudio.

Realizar un acercamiento de los resultados de este trabajo de memoria con el estado actual del equipo de cementación que se encuentra en operación en Minera Los Pelambres, dado que, a pesar de que los resultados son concluyentes en cuanto al parámetro más dañino para los revestimientos del reactor, el hecho de que el material de fabricación de este último sea diferente, comprobado mediante una visita técnica, puede generar diferencias en los resultados obtenidos.

# Bibliografía

- [1] A. Ballester, *Metalurgia Extractiva Volumen I Fundamentos*, Sintesis, 2000.
- [2] A. Lazo, «Estudio de la cementación de molibdeno sobre cinc en soluciones acuosas de hidróxido de amonio. Tesis para optar al grado de doctor en ciencias de la ingeniería mención química.» Santiago de Chile, 2011.
- [3] R.S. Rickard & M. Fuerstenau, *Trans. Metall. Soc. A.I.M.E.*, Vol.
- [4] M. Moya, *Impacto de las propiedades del sustrato sólido electroquímicamente reductor y la matriz química de la solución en el proceso de cementación de cobre*, Santiago de Chile, (2018).
- [5] W. W. Fisher & R. D. Groves, *Copper Cementation in a Revolving-Drum Reactor, A Kinetic Study, Report of Investigations 8098*, (1976).
- [6] V. Annamalai & L.E. Murr, *Influence of Deposit Morphology On The Kinetics Of Copper Cementation On Pure Iron*, (1978).
- [7] S. Fredes, *Diseño de Mejores Prácticas Operacionales en el Procesamiento de Concentrados de Molibdeno para Minera Los Pelambres*, Santiago de Chile, (2015).
- [8] Yahia Alia, C.D. Garcia-Mendozab, J.D. Gatesa. Effects of ‘impact’ and abrasive particle size on the performance of white cast irons relative to low-alloy steels in laboratory ball mills. *Wear* 426–427 83–100 (2019).
- [9] P. A. Cundall, A computer model for simulating progressive, large-scale movement in blocky rock system. In *Proceedings of the International Symposium on Rock Mechanics*, (1971).
- [10] K. H. Zum Gahr, Modelling of two-body abrasive wear. *Wear*, 124 (1988) 87 - 103.
- [11] F. N. Shi, T. Kojovic, Validation of a model for impact breakage incorporating particle size effect. *International Journal of Mineral Processing*, 82-3, p. 156-163. (2007).
- [12] ESSS, Lecture 03 - Advanced Models, *Wear Modeling* (2017).
- [13] ESSS, Lecture 03 - Advanced Models, *Breakage Modeling* (2017).
- [14] P.W. Cleary, Charge behaviour and power consumption in ball mills: sensitivity to mill operating conditions, liner geometry and charge composition, *Int. J. Miner. Process* 63 79–114 (2001).

- [15] J. F. Archard, Wear theory and mechanisms. In Wear control handbook. American Society of Mechanical Engineers (1980).
- [16] L.M. Tavares, Optimum routes for particle breakage by impact. Powder Technology 142 81– 91 (2004).
- [17] L.M. Tavares, R.M. de Carvalho, Predicting the effect of operating and design variables on breakage rates using the mechanistic ball mill model. Engineering 43–44 91–101 (2013).
- [18] L.M. Tavares, Analysis of particle fracture by repeated stressing as damage accumulation. Powder Technology 190 327–339 (2009).
- [19] J. F. Shackelford, Introducción a la ciencia de los materiales para ingenieros, 6<sup>a</sup> ed. University of California, Davis (2008).
- [20] S. Sarkar, G. Hanauer, A. Potapov, Predictive Optimization of SAG Mill Wear using Rocky. Technical Article (2018).
- [21] J. Piñeiro, Simulación de una cinta transportadora de partículas utilizando el método de elementos discretos, Santiago de Chile, (2019).
- [22] M. de Berg, O. Cheong, M. van Kreveld, M. Overmars. Computational Geometry: Algorithms and Applications (tercera edición). Springer-Verlag Berlín Heidelberg. pp. 147-171 (2008).
- [23] H. Watanabe, Critical rotation speed for ball-milling. Powder Technology Volume 104 95-99 (1999).
- [24] H. J. Jung, Y. Sohn, H. G. Sung, H. S. Hyun, W. G. Shi, Physicochemical Properties of Ball Milled Boron Particles: Dry vs. Wet Ball Milling Proces. Powder Technolog (2014).

# Anexos

# Anexo A

## Espectros de Energía para Briqueta 25x30

### A.0.1. Trayectoria y Velocidad

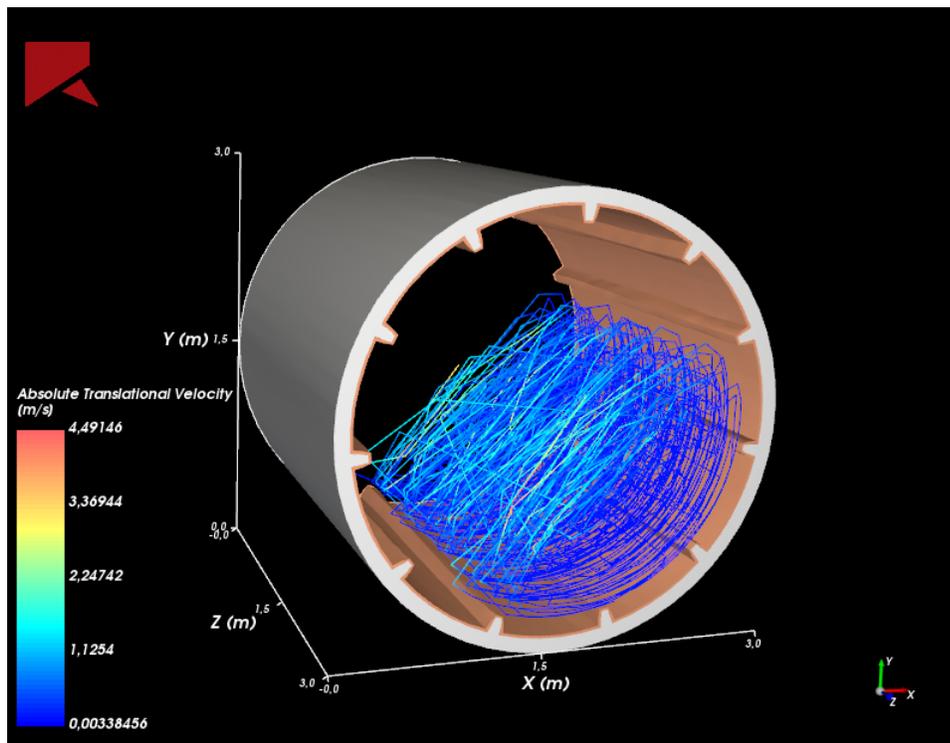


Figura A.1: Trayectoria de las partículas y su velocidad a los 600 segundos.

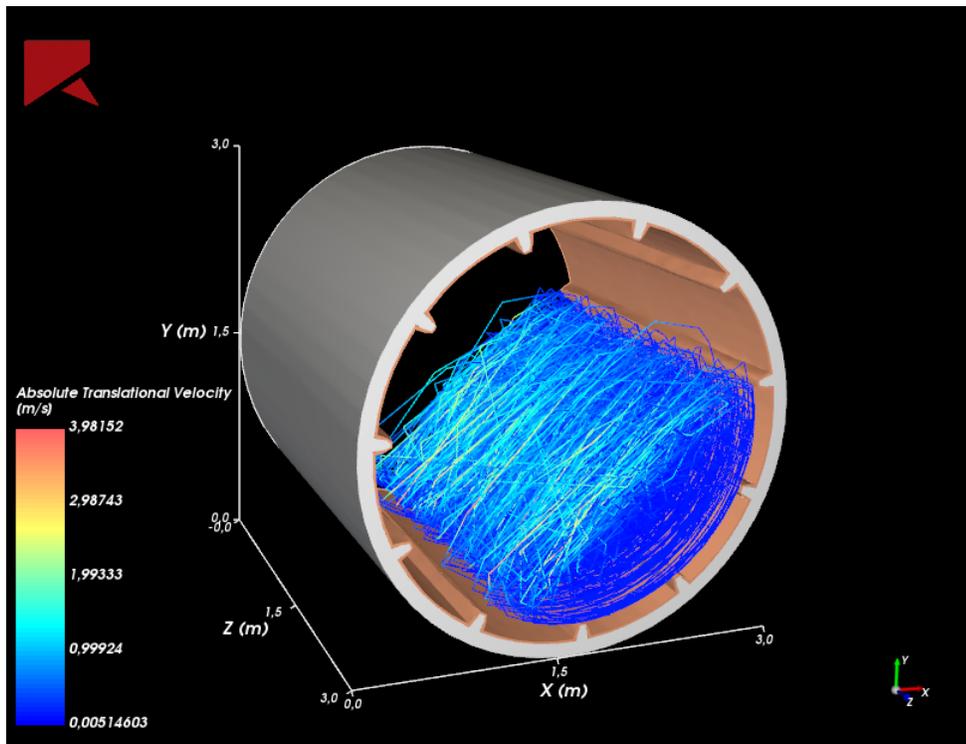


Figura A.2: Trayectoria de las partículas y su velocidad a los 1800 segundos.

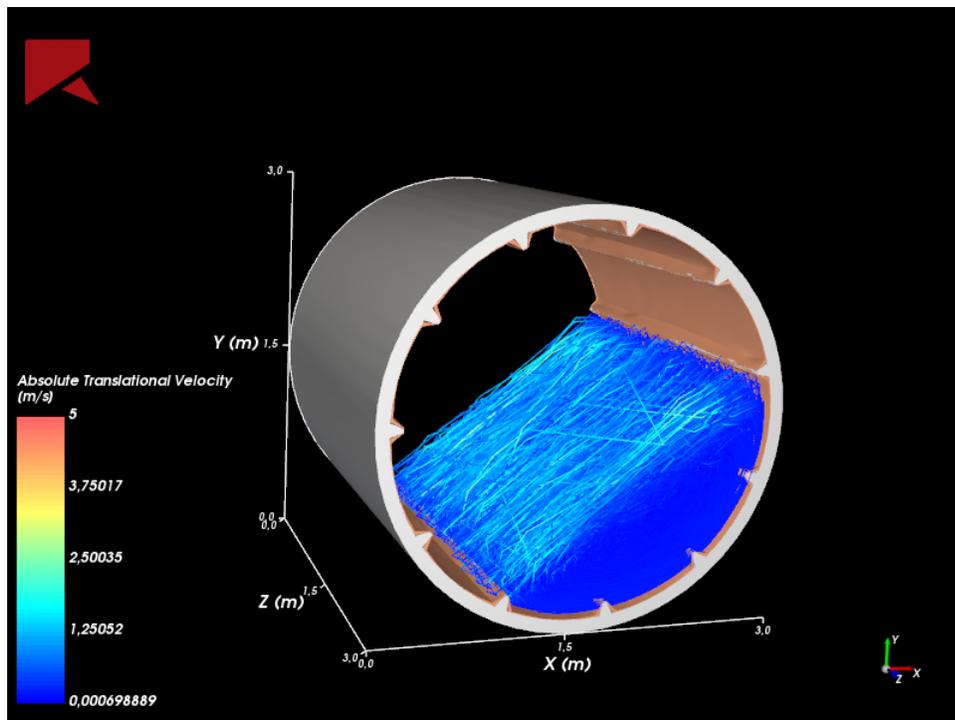


Figura A.3: Trayectoria de las partículas y su velocidad a los 3600 segundos.

## A.0.2. Fracción de Volumen

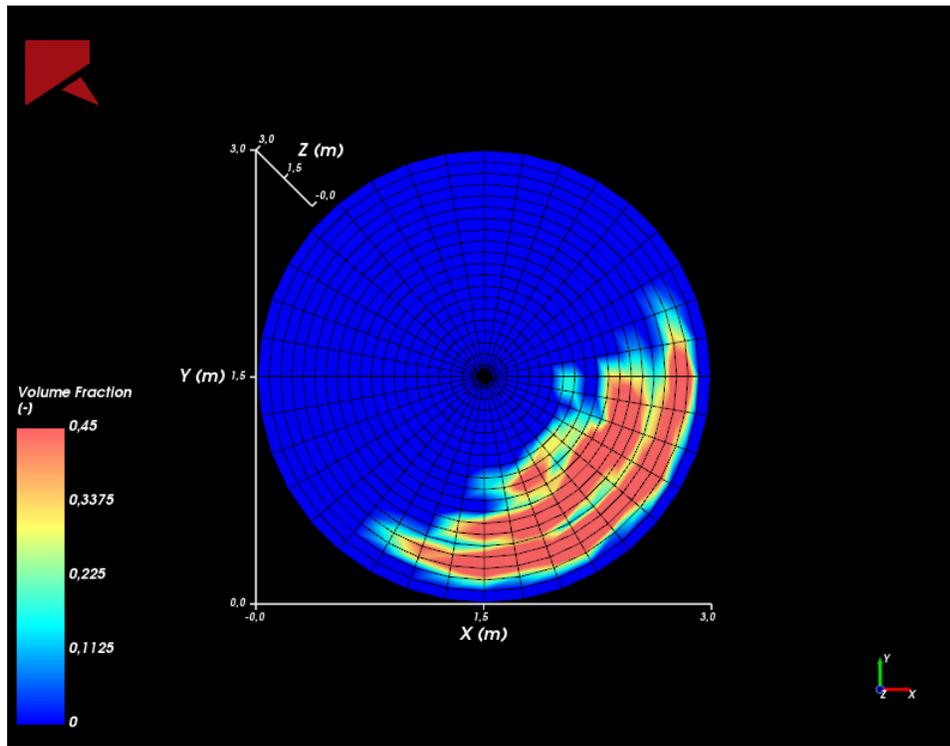


Figura A.4: Fracción de volumen a los 600 segundos.

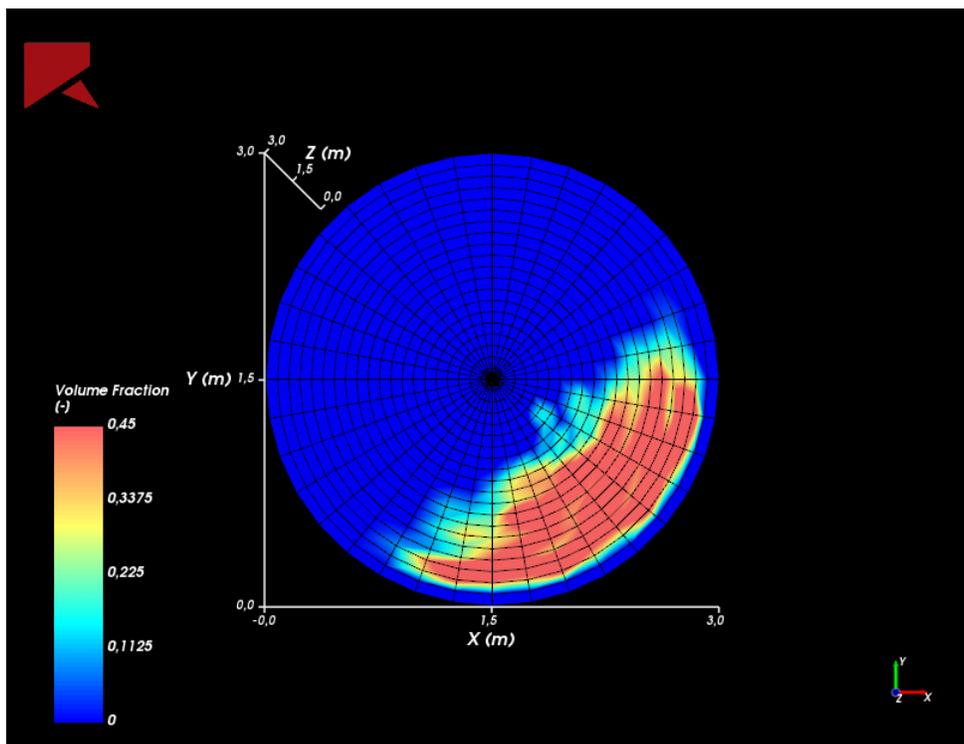


Figura A.5: Fracción de volumen a los 1800 segundos.

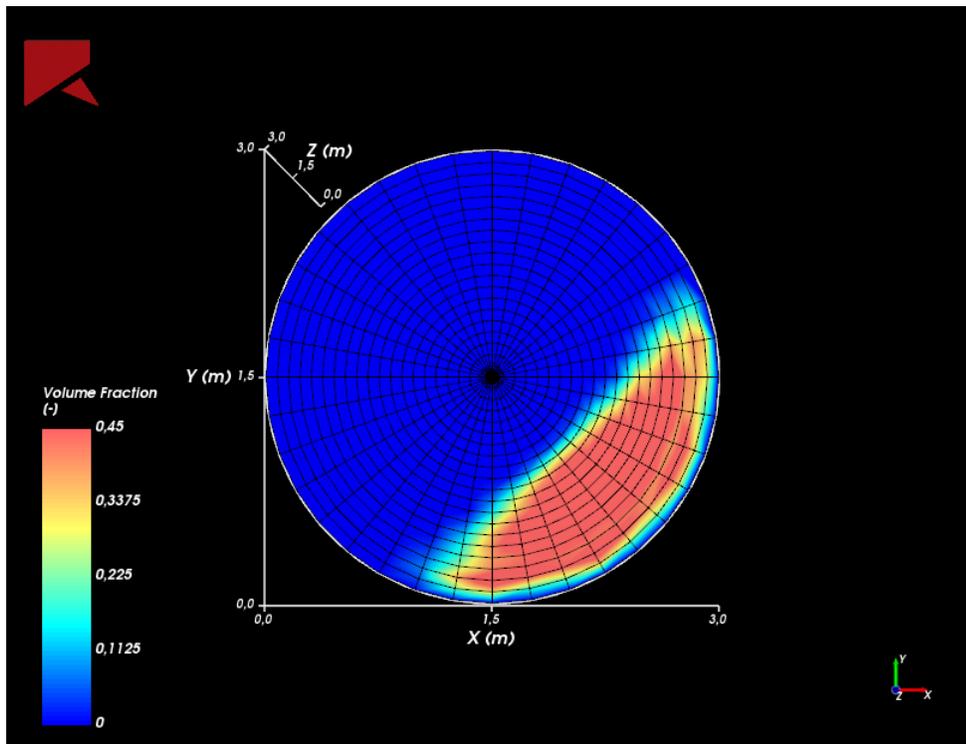


Figura A.6: Fracción de volumen a los 3600 segundos.

# Anexo B

## Espectros de Energía para Briqueta 40x40

### B.0.1. Trayectoria y Velocidad

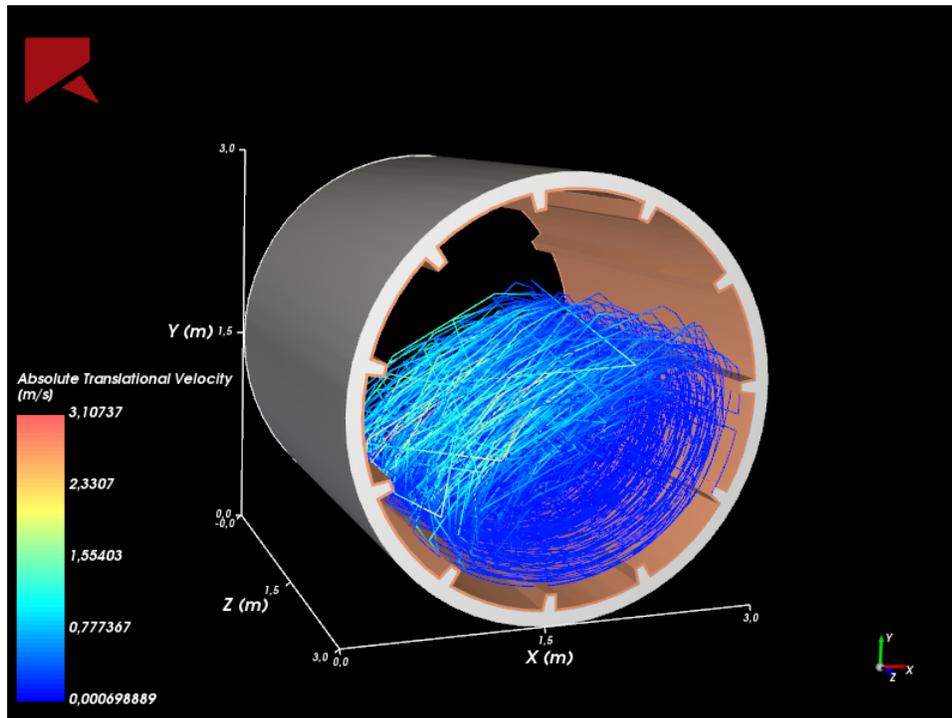


Figura B.1: Trayectoria de las partículas y su velocidad a los 600 segundos.

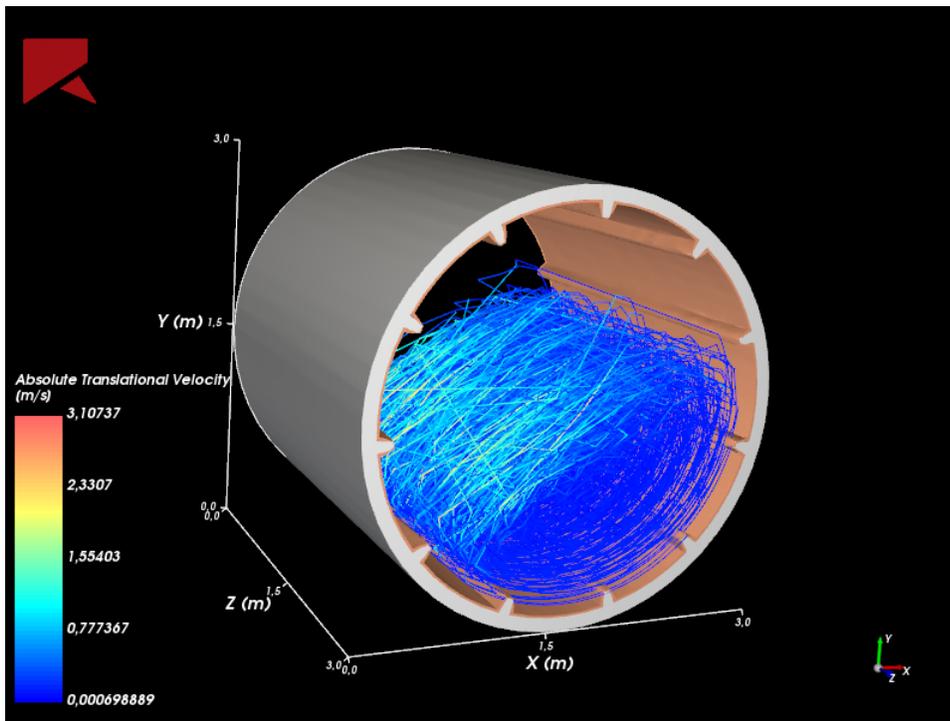


Figura B.2: Trayectoria de las partículas y su velocidad a los 1800 segundos.

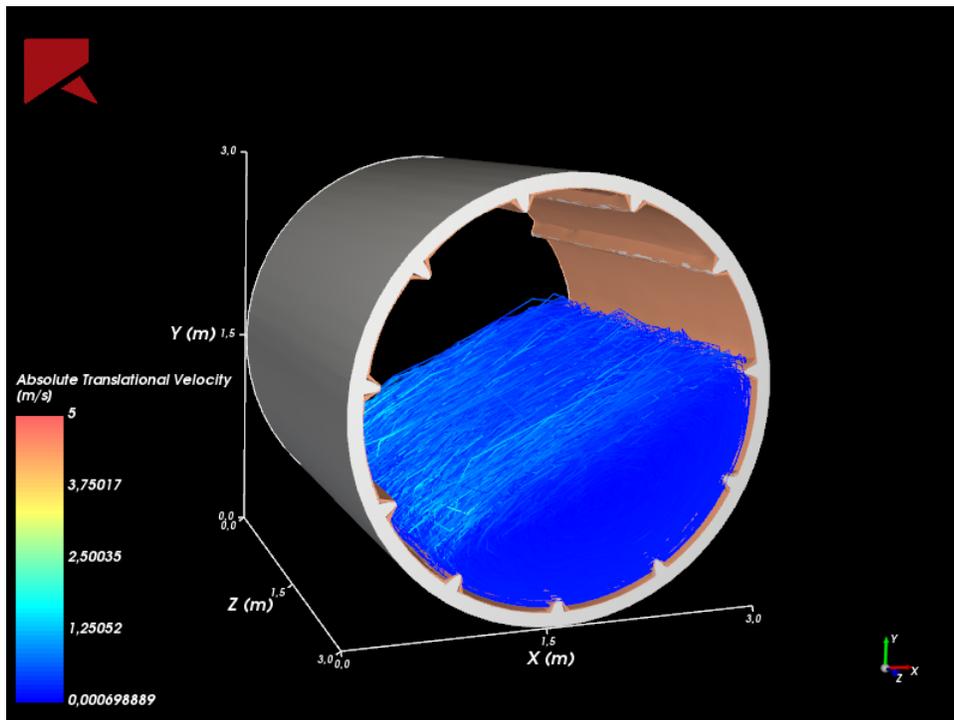


Figura B.3: Trayectoria de las partículas y su velocidad a los 3600 segundos.

## B.0.2. Fracción de Volumen

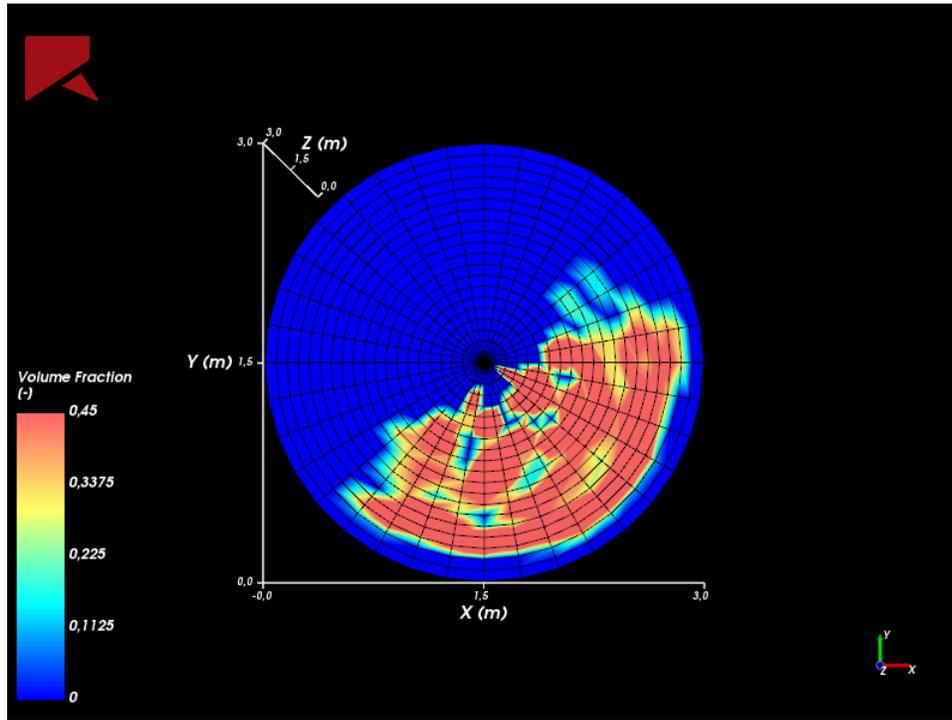


Figura B.4: Fracción de volumen a los 600 segundos.

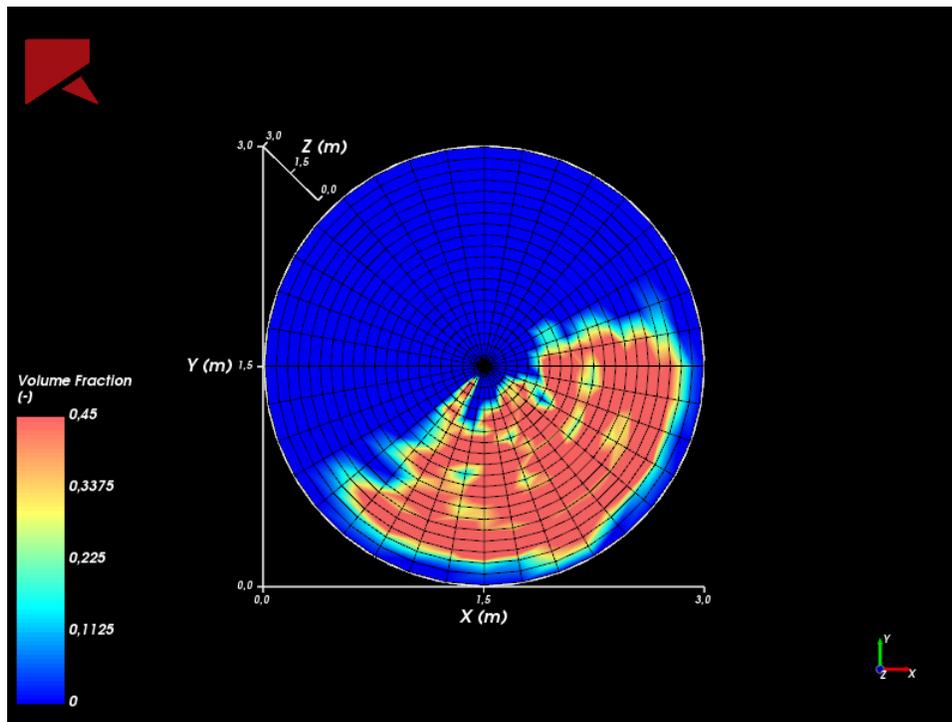


Figura B.5: Fracción de volumen a los 1800 segundos.

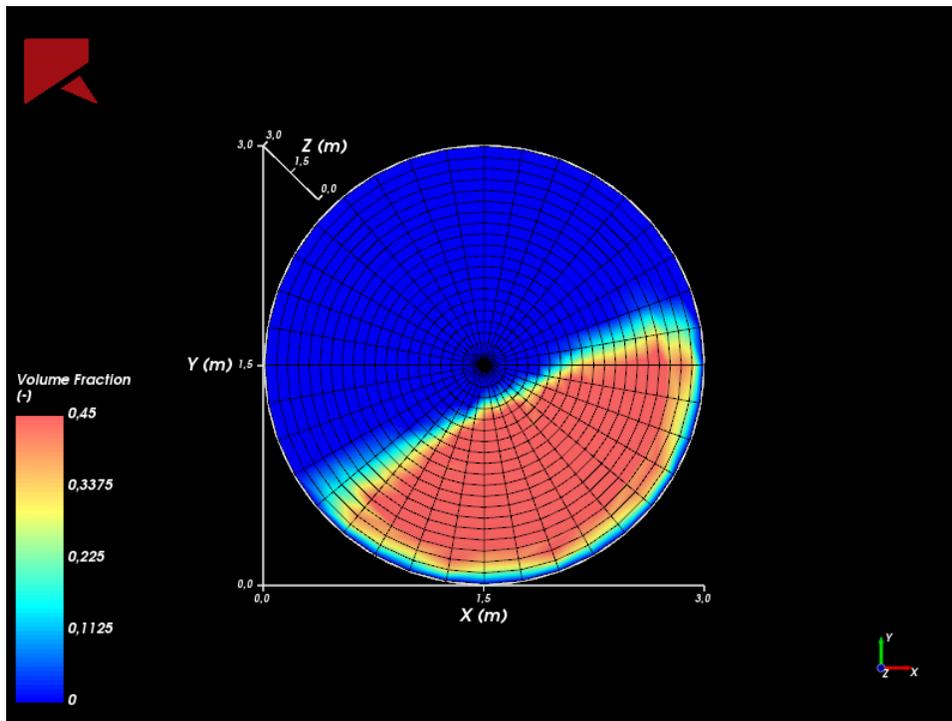


Figura B.6: Fracción de volumen a los 3600 segundos.

# Anexo C

## Espectros de Energía para Briqueta 40x60

### C.0.1. Trayectoria y Velocidad

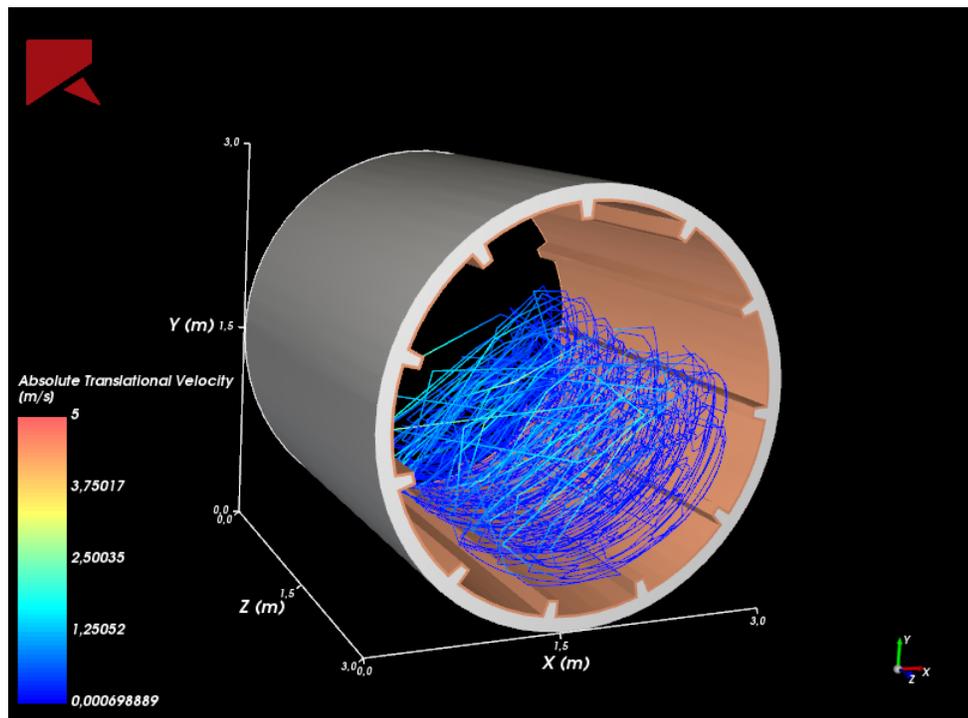


Figura C.1: Trayectoria de las partículas y su velocidad a los 600 segundos.

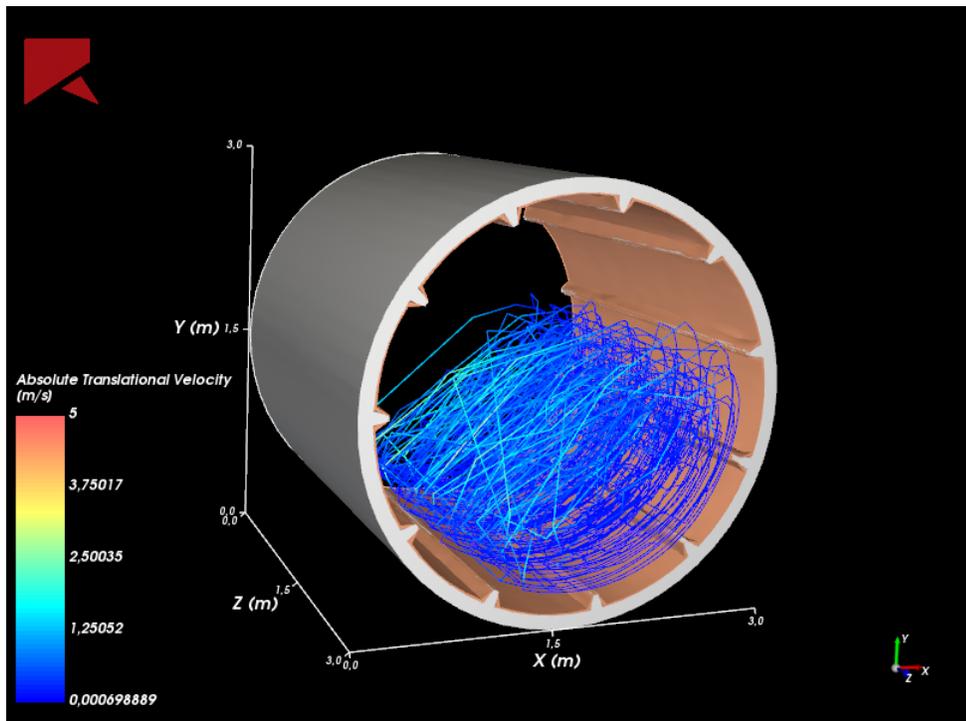


Figura C.2: Trayectoria de las partículas y su velocidad a los 1800 segundos.

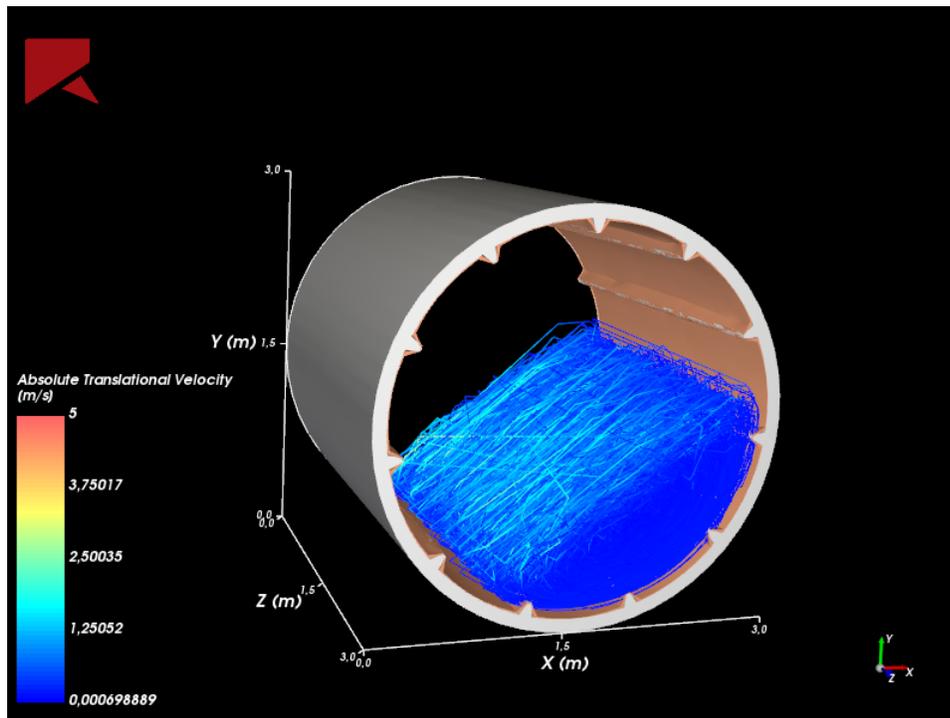


Figura C.3: Trayectoria de las partículas y su velocidad a los 3600 segundos.

## C.0.2. Fracción de Volumen

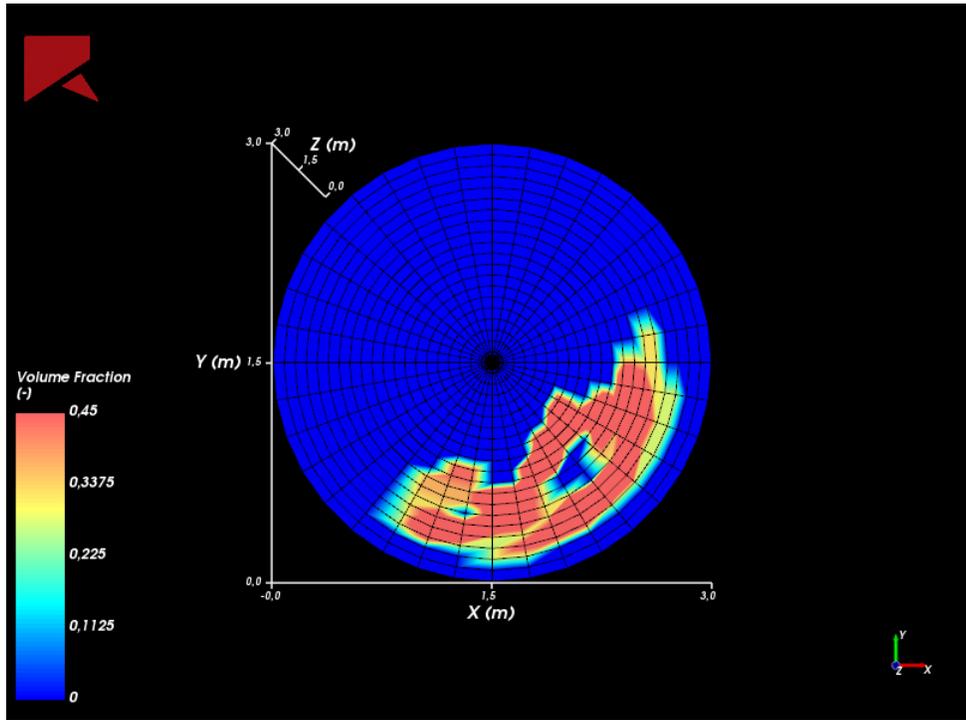


Figura C.4: Fracción de volumen a los 600 segundos.

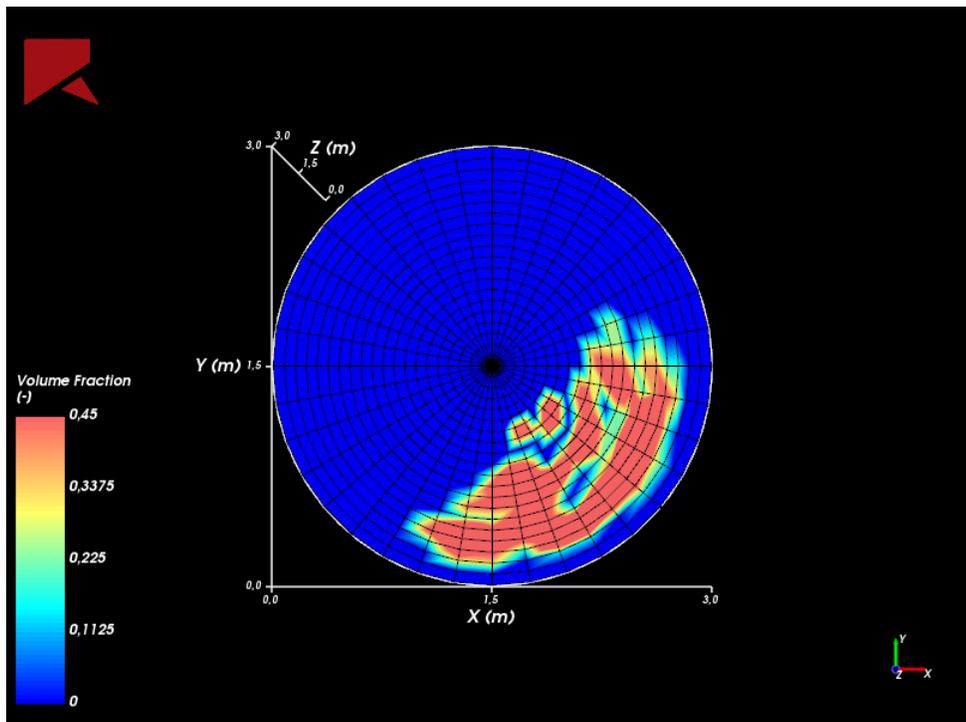


Figura C.5: Fracción de volumen a los 1800 segundos.

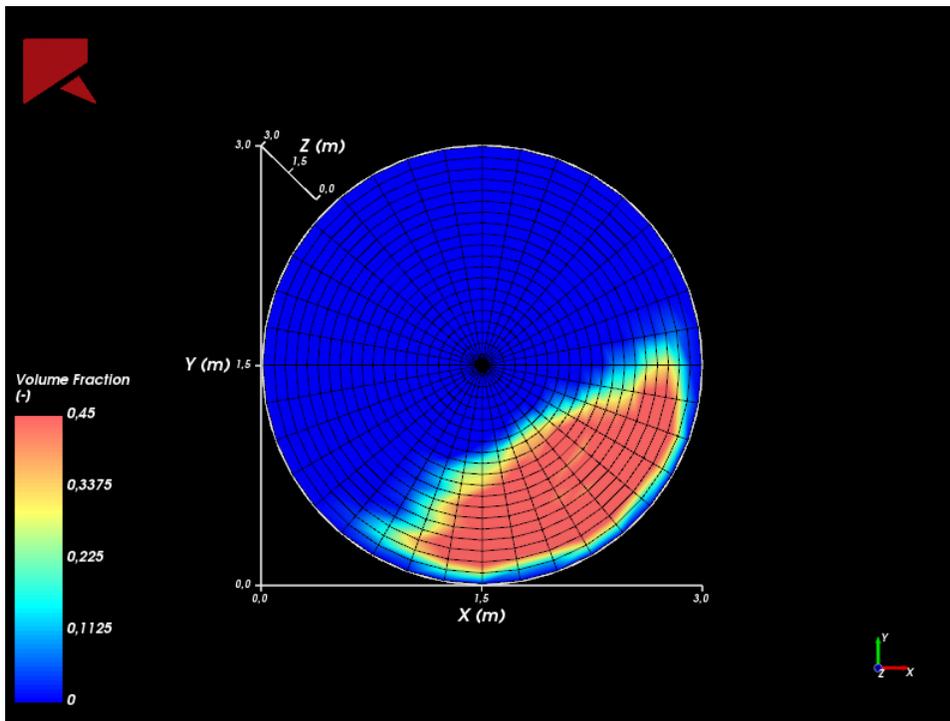


Figura C.6: Fracción de volumen a los 3600 segundos.