



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

ESTIMACIÓN DEL CREDIT VALUE ADJUSTMENT (CVA) MEDIANTE SIMULACIONES DE MONTE CARLO

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL
INDUSTRIAL

DAVID MAURICIO VELÁSQUEZ MONTES

PROFESOR GUÍA:
CARLOS PULGAR ARATA

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
JAVIER SUAZO SÁEZ
LUIS LLANOS COLLADO

SANTIAGO DE CHILE
2020

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE: Ingeniero Civil Industrial
POR: David Mauricio Velasquez Montes
FECHA: 09/03/2020
PROFESOR GUÍA: Carlos Pulgar

ESTIMACIÓN DEL CREDIT VALUE ADJUSTMENT (CVA) MEDIANTE SIMULACIONES DE MONTE CARLO

El presente documento corresponde a un estudio sobre riesgo de contraparte enfocado en el mercado financiero de derivados, mercado de instrumentos financieros que al transarse muchas veces fuera de las bolsas de comercio (mercado OTC) no cuentan con sistemas de compensación que garanticen el pago ante algún problema de solvencia por parte de los actores involucrados. Especialmente importante resulta manejar las expectativas de estabilidad de los mercados de derivados luego de lo vivido en la crisis subprime, donde la falta de prolijidad para manejar las fluctuaciones y expectativas sobre ciertos instrumentos financieros terminó por colapsar la actividad económica alrededor del globo. A partir de aquello en los años siguientes el concepto de Credit Value Adjustment (CVA) fue adquiriendo relevancia ya que de alguna forma este pondera los riesgos de no pago aplicando un ajuste a los precios de los derivados.

El documento hace hincapié en la importancia que tiene este concepto para las finanzas, explica su significado además de detenerse en algunos conceptos financieros y procedimientos matemáticos necesarios para una mejor comprensión del mercado de derivados OTC y la mitigación del riesgo de contraparte. Adicionalmente se plantean los objetivos del trabajo y las metodologías a través de las cuales estos objetivos pretenden ser alcanzados.

Posteriormente se estima la magnitud del ajuste de crédito para los derivados más comunes mediante simulaciones, luego se exhiben estos resultados y se discute sobre sus alcances se comparan las metodologías.

Finalmente se concluye acerca de la importancia de mitigar los riesgos de créditos asociados a estos instrumentos financieros, las ventajas y desventajas de los procedimientos empleados y se comparten algunas reflexiones sobre potenciales amenazas presentes en las transacciones de derivados.

*Dedicada a los desvelados, aquellos que han olvidado
lo que era soñar, el amanecer ya vendrá.*

*“Tarda en llegar y al final, al final hay recompensa”
GC*

Agradecimientos

En primer lugar quiero agradecer a mis padres por darme el preciado regalo de la educación, por su infinita entrega a lo largo de mi vida y su amor incondicional. Junto con ellos al resto de mi familia, por estar siempre presentes.

A mi amada Claudia, el más preciado tesoro que la vida ha dejado en mi camino. Sin tu apoyo jamás hubiese podido subir esta montaña.

A los profesores y mentores que tuve a lo largo de esta carrera, de todos rescato aprendizajes y enseñanzas no solo sobre ciencia e ingeniería sino que también me llevo valiosas lecciones sobre profesionalismo y crecimiento personal, en particular a mi profesor guía de esta memoria Carlos Pulgar, por su paciencia y por aguantar mis constantes visitas a su oficina.

Gracias a mis amigos por las alegrías y las penas compartidas, por sus risas, rabias, reproches y por ayudarme a escapar del mundo cuando era necesario.

Finalmente gracias a todos los que fueron parte de esta extensa pero linda etapa, fue difícil y por momentos también extenuante pero eso es lo que le da más significado. Como dijo un sabio amigo hace algunos años, la universidad es una carrera de resistencia no de velocidad.

Tabla de contenido

Resumen	i
Dedicatoria.....	ii
Agradecimientos.....	iii
Tabla de contenido.....	iv
Índice de tablas	vi
Índice de ilustraciones	vii
Introducción.....	1
1.1 Preámbulo general sobre riesgo.....	1
1.2 El mercado de derivados financieros en Chile	2
1.3 Mercados OTC	4
1.4 Riesgo de contrapartida y CVA.....	4
1.5 Descripción y justificación del proyecto	5
1.6 Objetivos.....	6
1.6.1 Objetivo General:	6
1.6.2 Objetivos específicos:.....	6
1.7 Alcances y resultados esperados.....	6
1.7.1 Alcances:	6
1.7.2 Resultados esperados:.....	7
1.8 Metodología.....	7
Marco Teórico	9
2.1 Tipos de derivados financieros	9
2.1.1 Forwards:	9
2.1.2 Futuros:	10
2.1.3 Swaps:.....	10
2.1.4 Opciones:	11
2.2 Precio inicial y posibilidades de arbitraje.....	11
2.3 Movimiento browniano geométrico	11
2.4 Exposición crediticia	12
2.5 Probabilidad de default (PD)	13
2.6 Tasa de severidad (LGD).....	14
2.7 Simulaciones de Monte Carlo.....	14
2.8 Modelo de tasas de interés de Vasicek	15
2.9 Formula CVA	16

Estimación de parámetros y diseño de simulaciones.....	17
3.1 Data utilizada.....	17
3.2 Diseño de las simulaciones de Monte Carlo.....	18
3.2.1 Simulación del tipo de cambio	18
3.2.2 Simulación sobre tasas de interés	20
3.3 Cálculo de valores y exposiciones para forward de monedas	22
3.3.1 Valorización.....	22
3.3.2 Estimación del tipo de cambio a un año	23
3.3.3 Cálculo de exposiciones	24
3.4 Cálculo de valores y exposiciones para swap de tasas	26
3.4.1 Desarrollo teórico de la valorización.....	26
3.4.2 Cálculo de la tasa fija.....	28
3.4.3 Resultados de la valorización temporal del swap.....	29
3.4.4 Perfil de exposiciones swap.....	31
3.5 Current Exposure Method	32
3.6 Probabilidades de default.....	33
Análisis CVA y discusiones	37
4.1 CVA forward	37
4.2 CVA swap	39
4.3 Basilea III y CVA.....	42
Conclusiones.....	45
Bibliografía.....	47
Anexos	49

Índice de tablas

Tabla 1: Desagregación de los contratos derivados en millones de pesos. Fuente: BC de Chile. _	3
Tabla 2: CCF para derivados sobre tasas de interés. Fuente: SBIF. _____	32
Tabla 3: CCF para derivados sobre divisas. Fuente: SBIF. _____	32
Tabla 4: comparación exposiciones CEM vs simulaciones. Elaboración propia. _____	32
Tabla 5: probabilidades acumuladas de incumplimiento. Fuente: S&P Global Fixed Income Research. _____	34
Tabla 6: Probabilidades incondicionales de incumplimiento. Elaboración propia. _____	35
Tabla 7: Probabilidades de supervivencia. Elaboración propia. _____	35
Tabla 8: Probabilidades condicionales de default. Elaboración propia. _____	35
Tabla 9: Resumen valores CVA por rating. Elaboración propia. _____	38
Tabla 10: Sensibilidad CVA respecto a σ . Elaboración propia. _____	38
Tabla 11: Resumen valores CVA swap por rating. Elaboración propia. _____	40
Tabla 12: Sensibilidad CVA swap respecto a σ . Elaboración propia. _____	41
Tabla 13: Sensibilidad CVA swap respecto a k . Elaboración propia. _____	41
Tabla 14: CVA Basilea vs teórico. Elaboración propia. _____	43
Tabla 15: CVA Basilea vs teórico. Elaboración propia. _____	43
Tabla 16: CVA Basilea vs percent 99. Elaboración propia. _____	44
Tabla 17: CVA Basilea vs percent 99. Elaboración propia. _____	44

Índice de ilustraciones

Figura 1: magnitud del mercado global de derivados financieros en trillones de dólares. Fuente: BIS (2018).	3
Figura 2: Gráfico de magnitudes de mercados OTC, en MMUSD/PIB. Fuente: Villena & Salinas (2014).	4
Figura 3: Diagrama explicativo swap de tasas de interés. Fuente: Derivados en Chile y su mecánica. Fernández, Morales.	10
Figura 4: Gráfico explicativo de exposiciones. Fuente: Gregory 2010.	13
Figura 5: Gráfico de frecuencias de retornos logarítmicos USD/CLP. Elaboración propia.	19
Figura 6: 100 trayectorias para la razón USD/CLP. Elaboración propia.	20
Figura 7: Gráfico de simulaciones sobre tasa corta de interés. Elaboración propia.	21
Figura 8: Gráfico de simulaciones para P_t, T , con $T = 10$ años. Elaboración propia.	22
Figura 9: simulaciones para el valor de un forward TC a un año. Elaboración propia.	25
Figura 10: Perfil de exposiciones de un Forward TC. Elaboración propia.	26
Figura 11: visualización de los factores de descuento de la pierna flotante. Elaboración propia.	30
Figura 12: Simulaciones sobre el valor de un swap de tasas. Elaboración propia.	30
Figura 13: Perfil de exposiciones swap de tasas. Elaboración propia.	31
Figura 14: evolución temporal del CVA rating AA. Elaboración propia.	39
Figura 15: evolución temporal del CVA rating AAA. Elaboración propia.	39
Figura 16: gráfico CVA vs σ . Elaboración propia.	41
Figura 17: gráfico CVA vs k . Elaboración propia.	42

Capítulo 1

Introducción

1.1 Preámbulo general sobre riesgo

El mundo está en constante evolución, año a año la innovación tecnológica se supera, la esperanza de vida sigue aumentando, las personas compran cada vez más bienes y nuevos servicios surgen a partir de necesidades propias del ser humano del siglo XXI. Debido a esto las transacciones de dinero son cada vez más frecuentes. Las barreras geográficas y culturales paulatinamente han perdido terreno frente a la globalización y son muy pocos los países que hoy en día se mantienen reacios a abrir su economía con el exterior. Como consecuencia de todo este crecimiento, se han abierto las puertas a nuevas oportunidades de inversión y con ello también la especulación y las transacciones monetarias alrededor del globo se encuentran en auge. No es de extrañar que dentro de este contexto, instituciones financieras como lo son; bancos, asesores financieros y sociedades de cobranza hoy en día manejen magnitudes de dinero gigantescas y, por lo tanto, inviertan muchos recursos en la gestión inteligente de los fondos y en una buena mitigación del riesgo.

Muy presente se encuentra aún en el recuerdo colectivo la crisis subprime del año 2007, en la cual la ambición desmesurada, la falta de prudencia y el mal manejo de los riesgos tuvieron consecuencias colosales en muchos países. La crisis no solo desestabilizó la economía a nivel global, sino que además puso en jaque supuestos que hasta ese entonces parecían irrevocables. Como ejemplo de esto, el tipo de interés a través del cual las grandes entidades bancarias transaban dinero era considerado libre de riesgo, ya que se pensaba que compañías de tal tamaño no podían quebrar, durante la crisis se hizo recurrente el uso del concepto “too big to fail”, haciendo referencia a que los Estados no podían permitir que firmas tan importantes cayeran en quiebra por el bien de la estabilidad financiera, recordados son los rescates financieros realizados entre los años 2007-2010 por el gobierno de Barack Obama, a través de los cuales el estado norteamericano inyectó más de dos billones de dólares durante los años 2008 y 2010 con el objetivo de evitar la caída de las entidades bancarias y calmar el caos que reinaba entre los contribuyentes. Pese a esto, un gigante financiero como Lehman Brothers cayó en banca rota. Ni los salvatajes, ni sus más de 150 años de

historia pudieron salvarlo, en el presente son tan solo una evidencia de lo peligroso que puede ser la osadía mal entendida combinada con la falta de resguardos monetarios.

Tras haber superado este periodo de crisis, las distintas naciones parecen haber aprendido valiosas lecciones sobre precaución financiera, lecciones que fueron en parte materializadas a través de un nuevo conjunto de medidas acordadas por el Comité de Supervisión Bancaria de Basilea, llamado Basilea III. Estas reformas se basan en tres pilares, cada uno enfocado a un aspecto que ayude a mejorar la solvencia del sistema financiero, estos pilares son:

- Requisitos cuantitativos: orientado a los requerimientos de capital.
- Requisitos cualitativos: orientado a los procesos de supervisión y regulación.
- Disciplina de mercado: divulgación de la información y principios de transparencia.

Dentro del primer pilar se encuentra un concepto trascendental para la mitigación de riesgo y uno de los principales fundamentos que abarca este trabajo, el término en cuestión es el *Credit Value Adjustment (CVA)*.

El CVA no es otra cosa que un ajuste que se le debe hacer al valor de un derivado para de esta manera contemplar la posible pérdida en caso de que la contrapartida entre en incumplimiento (default). La idea es que las instituciones (los derivados mayoritariamente se transan entre instituciones y no entre personas naturales) consideren la posibilidad de que las obligaciones de deuda del contrato no se cumplan y estas instituciones tomen las precauciones pertinentes, sin creer en el supuesto “too big to fail”. El comité de Basilea estimó en 2009 que aproximadamente dos terceras partes de las pérdidas por riesgo de contrapartida desde el inicio de la crisis se debieron a ajustes por CVA y solamente una tercera parte correspondieron a impagos reales (BCBS, 2009b).

Las siguientes páginas de esta memoria abarcan el concepto de CVA, intentan explicarlo en mayor profundidad y presentan propuestas innovadoras para medirlo numéricamente, propuestas que se espera le sean útiles al ente regulador del país, la Comisión para el Mercado Financiero (CMF) o cualquier otra persona o entidad que busque entender mejor que significa el riesgo de contraparte y como mitigarlo. Finalmente se plantean conclusiones sobre los resultados y algunas observaciones que pueden resultar útiles para quien desee continuar esta línea de investigación.

1.2 El mercado de derivados financieros en Chile

Para interiorizar al lector en el tema, conviene comenzar definiendo que son los derivados financieros. Según el portal del Ministerio de Hacienda, estos son “*instrumentos financieros, generalmente contratos, que estipulan que las partes se comprometen a comprar o vender, en una fecha futura, un determinado activo que puede ser bienes físicos (commodities), monedas e instrumentos financieros, a un valor que se fija en el momento de la negociación.*” Por lo tanto, se puede establecer que estos instrumentos dependen del valor subyacente de otro activo transado en el mercado.

Los derivados son utilizados para resguardarse ante la posibilidad de fluctuaciones no deseadas en alguno de estos subyacentes. A modo de ejemplo, un exportador de frutas que espera recibir una

alta cifra de dinero en dólares como resultado del envío de su producto a EEUU. podría querer firmar un forward de tipo de cambio USD/CLP para resguardarse en caso de que este valor caiga y así poder dormir tranquilo sabiendo que sus frutos seguirán dándole regalías sin importa que ocurra con la moneda local.

Dada la versatilidad de los derivados, estos son transados en grandes magnitudes alrededor del mundo, el gráfico n°1 ilustra la magnitud del mercado global en los últimos años.

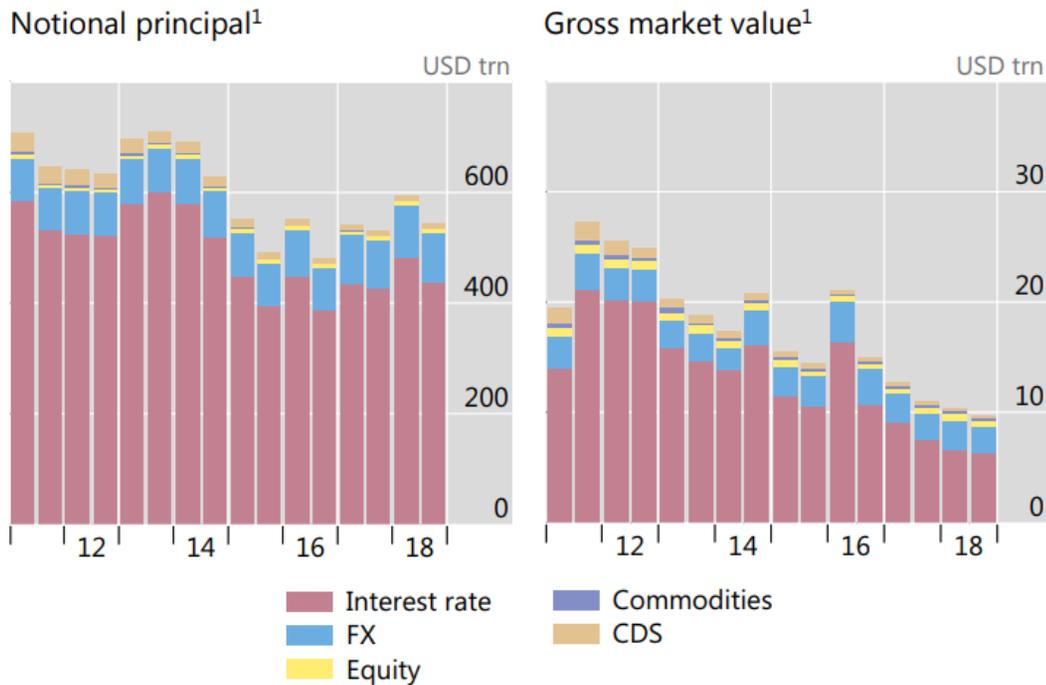


Figura 1: magnitud del mercado global de derivados financieros en trillones de dólares. Fuente: BIS (2018).

Como puede observarse, los derivados más transados a nivel mundial son los de tasas de interés y cambios de divisas. Esta tendencia se mantiene en el mercado chileno, donde los forwards y swaps son los instrumentos con más altos montos, esto queda ilustrado en la tabla n°1.

Año	Derivados					
	Forwards	Swaps	Opciones Call	Opciones Put	Futuros	Otros
2013	944.445	2.654.147	11.619	3.747	209	136
2014	1.796.873	6.205.464	15.380	1.988	28	356
2015	3.591.699	8.091.122	75.179	5.354	0	6.301
2016	1.628.856	7.333.035	8.261	7.200	30	130
2017	3.134.134	6.931.481	3.319	17.941	26	876
2018	4.739.607	6.792.858	30.843	2.210	121	767

Tabla 1: Desagregación de los contratos derivados en millones de pesos. Fuente: BC de Chile.

1.3 Mercados OTC

Una de las características que hacen particularmente complejos a los derivados es que estos pueden transarse en mercados over the counter (OTC), en estas transacciones el instrumento se gestiona fuera del mercado bursátil, por lo tanto, sin un organismo intermediario. En el mercado OTC las empresas y los inversores realizan sus operaciones financieras y negociaciones tratando directamente, por lo que, para proceder en dicho mercado se especifican las condiciones a cumplir por ambas partes mediante contratos previamente escritos. En Chile las magnitudes de las transacciones de derivados OTC son particularmente elevadas versus el resto de los países de Latinoamérica [17]. esto puede apreciarse en la figura n°2.

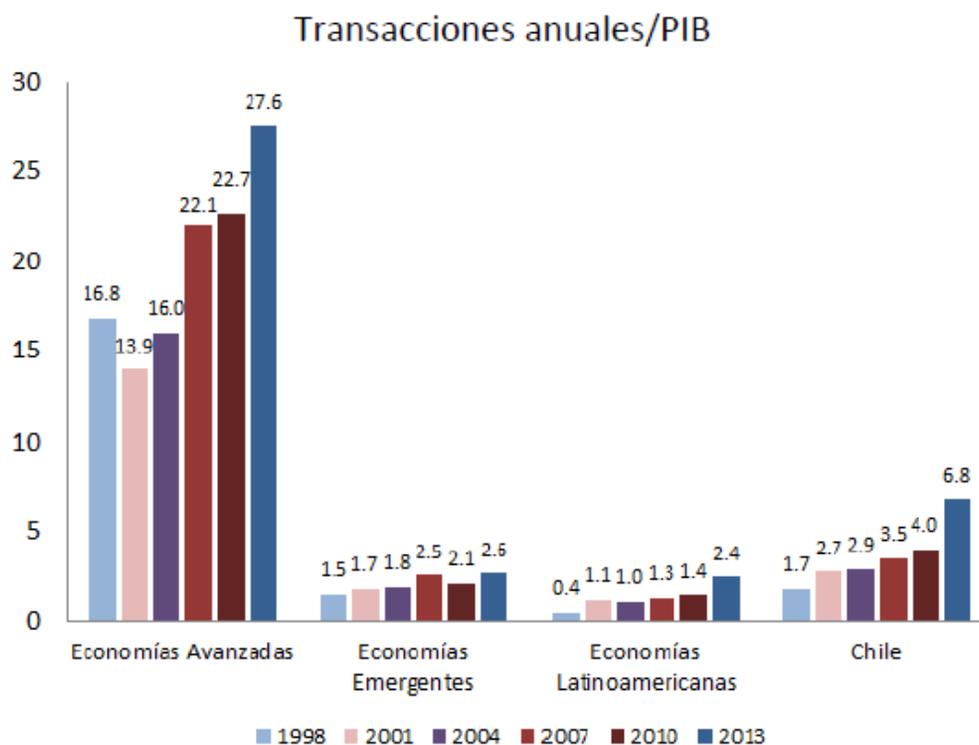


Figura 2: Gráfico de magnitudes de mercados OTC, en MMUSD/PIB. Fuente: Villena & Salinas (2014).

1.4 Riesgo de contrapartida y CVA

Transar activos financieros en los mercados siempre tiene riesgos, dependiendo del tipo de negociación estos pueden variar, pero en términos generales hay algunos que siempre están presentes y sería bueno introducir. Por un lado está el riesgo de mercado, que corresponde al riesgo de que un activo disminuya su valor como consecuencia de las fluctuaciones en las condiciones de mercado, así como fluctuaciones en los precios de las materias primas. Por otro lado, existen los riesgos asociados a la posibilidad de incurrir en una pérdida económica debido al incumplimiento en las obligaciones de deuda, el más común en este aspecto es el riesgo de crédito, pero el foco de este trabajo se encuentra en el concepto de riesgo de contrapartida.

El riesgo de contrapartida está estrechamente relacionado con el riesgo de crédito, se define como el riesgo de que la contraparte quiebre antes de poder cumplir con sus compromisos. Se diferencia del riesgo de crédito principalmente en el tipo de operaciones a las cuales se asocia. Entre estas operaciones se encuentran los compromisos de compra, operaciones con liquidaciones diferidas y, especialmente relevante para efectos de esta tesis, operaciones con instrumentos derivados OTC. A partir de la ponderación de este riesgo es que nace el CVA, que tal como se mencionó antes corresponde a un ajuste en el precio del derivado libre de riesgo para obtener el precio de este ajustado al riesgo de contraparte:

$$\text{Valor del derivado ajustado al riesgo} = \text{valor libre de riesgo} - \text{CVA}$$

Por lo tanto, para cuantificar este ajuste será necesario estimar las futuras pérdidas ocasionadas por eventos de default, las cuales se modelan mediante conceptos como la exposición crediticia y la probabilidad de default.

1.5 Descripción y justificación del proyecto

El proyecto consiste calcular los parámetros relevantes para el riesgo de contraparte y con estos estimar el CVA sobre derivados utilizando simulaciones de Montecarlo. Debido a la predominante presencia de derivados sobre tasas de interés e intercambio de monedas (tabla n°1 y gráfico n°1), el trabajo se encontrará enfocado en estudiar el comportamiento de dos de los principales instrumentos presentes en el país, Swaps de tasas de interés y Forwards de tipo de cambio.

La estimación del ajuste por CVA es un tema del cual hay poca luz actualmente en el país y esta memoria de título se espera que sirva apoyo al sistema regulador del país (comandado por la CMF) en el futuro próximo. También se espera entregar datos y referencias sobre las actuales metodologías utilizadas en diversos estudios sobre el CVA, motivando con esto la reflexión en torno a la eficacia de la normativa chilena actual en este ámbito. Por otro lado, se espera promover el debate sobre la posibilidad de actualizar procesos y modelos que hoy en día no necesariamente reflejan las condiciones en las que el mundo financiero se encuentra.

Finalmente, se espera que estas páginas sirvan de apoyo y amparo para cualquiera que desee interiorizarse en el tema sin ser un experto en el mundo financiero, mundo que en ocasiones suele ser algo complejo y difícil de comprender para los recién llegados.

1.6 Objetivos

1.6.1 Objetivo General:

Estimar numéricamente a través de modelos matemáticos el CVA de al menos dos tipos de derivados, calculando las variables que lo definen, para posteriormente concluir sobre los resultados y las principales ventajas y desventajas de las metodologías existentes. Todo esto con la finalidad de aportar claridad al organismo regulador del sistema financiero del país (CMF).

1.6.2 Objetivos específicos:

- Explicar en profundidad y de manera clara el concepto de riesgo de contraparte, su importancia, formas de mitigación y las variables necesarias su estimación.
- Caracterizar el mercado de derivados del país en los últimos años.
- Generar modelos cuantitativos que permitan calcular la exposición crediticia de una posición de derivados frente a los riesgos de contraparte.
- Definir y contextualizar los conocimientos teóricos asociados al riesgo crediticio de carteras de derivados, con el fin de servir a los posibles lectores como guía para el proceso de estimación de los riesgos de contraparte.
- Utilizar los resultados obtenidos para ofrecer alternativas concretas de innovación en la manera a través de la cual se maneja hoy en día el riesgo de contrapartida.
- Concluir sobre los principales riesgos asociados al mercado de derivados y sus potenciales peligros para la estabilidad financiera.
- Ofrecer alternativas y sugerencias para profundizar la investigación, con el fin de lograr innovaciones en la manera en que hoy en día se maneja el mercado de derivados OTC.

1.7 Alcances y resultados esperados

1.7.1 Alcances:

El desarrollo del tema plantea los siguientes horizontes, en consecuencia con los tiempos y la información disponible:

1. Se trabajará solo con el mercado nacional de derivados, enfocándose en las instituciones y actores relevantes dentro de Chile.

2. No se presentarán mayores detalles sobre los costos específicos de implementación de cada metodología estudiada, principalmente por la incapacidad para poder calcular el detalle de manera fidedigna.
3. No se planteará un plan de implementación de las propuestas ya que eso escapa de las atribuciones del memorista. En concreto, el trabajo entregará recomendaciones sobre cómo calcular el CVA y principales desafíos que este plantea.

1.7.2 Resultados esperados:

En consecuencia con los objetivos planteados en la sección III, al finalizar este trabajo de investigación se espera:

1. Generar y analizar modelos cuantitativos que obtengan como resultado valores estimados de CVA para determinados derivados financieros del mercado local, con los resultados de estos modelos, establecer parámetros y posibles estrategias para reducir los riesgos de contraparte.
2. Estimar la evolución de la exposición al riesgo que presenta un derivado a lo largo de la vida del contrato.
3. Llegar a resultados cuantitativos en cuanto a las diferentes metodologías desarrolladas con los cuales estas puedan ser comparadas y contrastadas entre sí.
4. Llegar a la finalización del trabajo con conocimientos suficientes en el tema para poder ofrecer recomendaciones fundadas sobre el riesgo crediticio de estos portafolios.
5. Estimar las probabilidades de incumplimiento condicionales asociadas a las distintas categorías de riesgo.

1.8 Metodología

Con la finalidad de lograr llevar a cabo los objetivos propuestos y estructurar esta memoria es necesario marcar cuáles serán las directrices que guiarán el trabajo. La metodología seleccionada fue la siguiente:

1. Revisión de la literatura asociada a derivados financieros, riesgo de contrapartida y simulaciones de Monte Carlo.
2. Búsqueda y selección de bases de datos, además de una etapa limpieza y filtrado de información.
3. Codificar simulaciones en software R, procurar contar con un número de escenarios suficientes para que los resultados sean consistentes.
4. Utilizar simulaciones para indagar en el comportamiento de swaps de tasas de interés y forwards de intercambio de monedas en el tiempo.

5. Calcular los valores de ambos derivados desde su hipotética firma hasta la fecha de madurez.
6. Basarse en los resultados previos para estimar exposiciones crediticias.
7. Definir parámetro LGD y calibrar probabilidades de default.
8. Estimar CVA y variables asociadas.
9. Análisis gráfico de las variables estimadas.
10. Estudiar comportamiento y sensibilidad del CVA frente a cambios en la información subyacente.
11. Generar conclusiones a partir de los resultados y aprendizajes del proceso de memoria.

Capítulo 2

Marco Teórico

Para facilitar al lector la comprensión de los conceptos y modelos matemáticos utilizados en este documento, se definen y profundizan los siguientes conceptos

2.1 Tipos de derivados financieros

Los derivados por sí mismos no tiene valor, ya que no corresponden a instrumentos financieros tradicionales como lo son un commodity o un bono, en cambio el valor de un derivado se basa en el precio de otro activo. No obstante, estos se transan de forma similar a las acciones ya que al momento de la negociación el comprador accede a adquirir el derivado en una fecha específica a un precio específico. Estos instrumentos pueden ser utilizados para la cobertura de riesgos, ya que pueden tomar posiciones que mitiguen su exposición al mercado y, en general, se liquidan en una fecha futura. Así, hacen que los flujos de efectivo sean más predecibles y permiten a las empresas pronosticar sus flujos futuros con mayor precisión. Por consiguiente, las organizaciones necesitan menos disponibilidad de efectivo para cubrir emergencias y pueden reinvertir más en sus negocios.

Estos instrumentos pueden clasificarse según los mercados donde se transan o por las características del activo subyacente, Para efectos de este trabajo resulta importante destacar los siguientes:

2.1.1 Forwards:

Un contrato forward es el que define un acuerdo entre dos partes, por la cual se comprometen a intercambiar una cierta cantidad de un activo en una fecha futura a un precio determinado. Quienes participan en este tipo de contrato pueden ser dos entidades financieras o una persona individual y una entidad financiera, es decir, es una operación a plazo que obliga al comprador y vendedor. La contratación y negociación es directa entre comprador y vendedor. Es así como a la fecha de vencimiento del contrato, los precios involucrados y eventuales garantías son determinadas por las partes contratantes.

2.1.2 Futuros:

La definición de futuros financieros, por el que se regulan los mercados oficiales de futuros y opciones, es la siguiente: "Contratos a plazo que tengan por objeto valores, préstamos o depósitos, índices u otros instrumentos de naturaleza financiera; que tengan normalizados su importe nominal, objeto y fecha de vencimiento, y que se negocien y transmitan en un mercado organizado cuya Sociedad Rectora los registre, compense y liquide, actuando como compradora ante el miembro vendedor y como vendedora ante el miembro comprador".

2.1.3 Swaps:

Es un contrato financiero entre dos partes que acuerdan intercambiar flujos de caja futuros de acuerdo con una fórmula preestablecida. Se trata de contratos hechos *a la medida*, es decir, hecho con el objetivo de satisfacer necesidades específicas de quienes firman dicho contrato. Debido a esto último, se trata de instrumentos similares a los forwards en el sentido de que no se transan en bolsas organizadas. El tipo de swap más común y objeto de análisis en esta tesis es el de tasas de interés, mediante el cual se intercambian flujos de intereses en una misma moneda en ciertas fechas previamente convenidas: Una parte paga flujos de intereses aplicando una tasa de interés fija sobre un cierto monto nocional y recibe flujos de intereses aplicando una tasa fluctuante sobre ese mismo monto nocional. La contraparte recibe los intereses calculados de acuerdo con la tasa fija y paga los intereses a la tasa fluctuante, sobre el mismo monto y en las mismas fechas. Típicamente, este tipo de swap se utiliza para transformar flujos de caja a tasa fija en flujos de caja a tasa variable o viceversa. La figura n°3 presenta un diagrama del funcionamiento de un swap típico de tasas de interés que utiliza la tasa TAB como la pierna flotante.

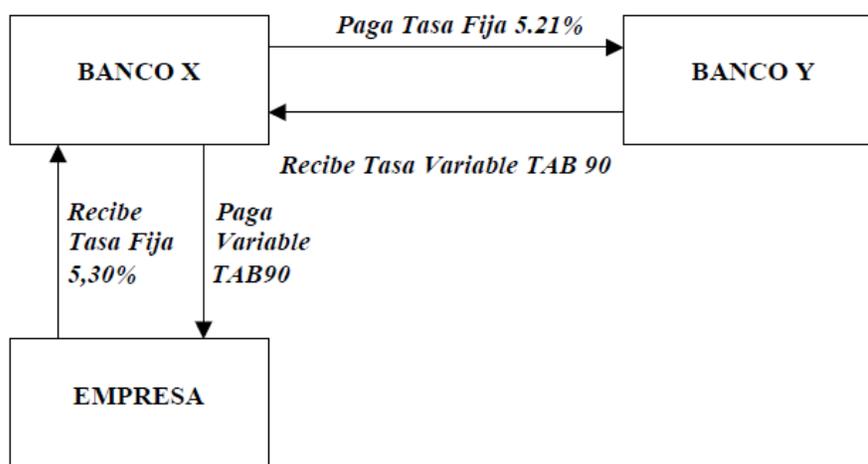


Figura 3: Diagrama explicativo swap de tasas de interés. Fuente: Derivados en Chile y su mecánica. Fernández, Morales.

2.1.4 Opciones:

Una opción financiera es derivado financiero que supone el contrato de compra o venta de un activo subyacente, el cual otorga el derecho al comprador de la opción de comprar o vender el activo subyacente acordado en un futuro acordado previamente, según sea opción de compra u opción de venta. Las opciones financieras son un tipo de derivados financieros muy similares a los futuros financieros, pero mientras que los Futuros y Forwards consisten en derivados que suponen una obligación, las opciones son contratos financieros que conllevan un derecho (no una obligación) para el comprador. El comprador de una opción, en el momento de su adquisición, debe pagar una prima al vendedor o emisor de la opción como contrapartida de los derechos que dicha opción le concede.

2.2 Precio inicial y posibilidades de arbitraje

Los derivados tienen la característica de que en al comienzo deben tener valor razonable nulo para que no existan posibilidades de arbitraje entre las partes, dicho de otro modo, quienes firman un contrato de este tipo, al principio de este deben encontrarse en igualdad de condiciones. Este punto es clave, ya que es aquí donde se estiman los valores de las tasas fijas que se pagarán en cada periodo (caso swap) y la razón del tipo de cambio a la cual se realizará el intercambio al finalizar el contrato (caso forward). Cabe mencionar que este precio nulo solo se impone para el inicio del instrumento, una vez comiencen a registrarse flujos o los subyacentes asociados fluctúen su precio, el derivado comenzara a ganar o perder valor. Recordar que los derivados son instrumentos de suma cero, por lo que la ganancia de una contraparte corresponde exactamente a las pérdidas de la otra.

2.3 Movimiento browniano geométrico

El movimiento browniano recibe su nombre en honor a Robert Brown quien lo describe en 1.827 al observar partículas de polen moverse dentro de un fluido. Si bien la historia en torno a sus primeras aplicaciones no es clara, Góra (2006) destaca a Albert Einstein como uno de los primeros en aplicarlo en sus estudios sobre dinámica molecular y su relación con las ecuaciones de calor y difusión.

La ecuación diferencial estocástica que expresa la trayectoria de un movimiento browniano geométrico es [6]:

$$\begin{aligned}dS &= \mu S(t)dt + \sigma S(t)dW(t) \\ S(0) &> 0\end{aligned}\tag{2.1}$$

Donde $S(0)$ en este contexto se interpreta como el precio inicial de un activo financiero. $t \in T$ que hacen referencia al intervalo de tiempo dentro del cual se desarrolla el fenómeno descrito. Los coeficientes $\mu, \sigma > 0$ se asumen constantes y $S(t)$ es integrable en el intervalo $[0, T]$. Además dW

sigue un proceso aleatorio de Wiener, de manera que $dW = \varepsilon_t \sqrt{dt}$, con $\varepsilon_t \sim N(0,1)$. Dividiendo la ecuación (2.1) por $S(t)$, se obtiene la expresión

$$\frac{dS(t)}{S(t)} = \mu dt + \sigma dW(t) \quad (2.2)$$

La cual puede ser interpretada como la tasa de retornos de una [6], donde μ es el valor esperado de la tasa de retorno y σ la volatilidad. La solución de (2.2) es el proceso geométrico de Wiener representado por

$$S(t) = S(0) \exp\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma W(t)\right), t \in T \quad (2.3)$$

esta ecuación describe la dinámica del precio de un activo, para lo cual $S(0)$ representaría el precio inicial del activo. Este modelo será utilizado para las posteriores simulaciones de la razón USD/CLP del capítulo 3.

2.4 Exposición crediticia

También llamada simplemente exposición, se define como las pérdidas potenciales a las que se puede incurrir en caso de darse un evento de default de la contraparte. La exposición se caracteriza por el hecho de que el valor positivo de un instrumento financiero conlleva un reclamo sobre hacia la contraparte que incumple, mientras que ante un valor negativo la institución no tiene posibilidades de efectuar pérdidas por default ya que es esta la que se considera deudora.

En lo que respecta a derivados, cuando ocurre un default, el monto expuesto en cuestión corresponde justamente al valor del mercado del derivado en dicho momento (MtM) [4]. Así la exposición queda definida como [9].

$$\text{Exposición al tiempo } t = \max(0, v(t)) \quad (2.4)$$

Siendo $v(t)$ el valor de mercado (MtM) del derivado al tiempo t . La exposición es claramente dependiente del tiempo ya que los eventos de default pueden ocurrir en cualquier momento, por lo tanto, deben considerarse los impactos de tales eventos con varios años hacia el futuro. La exposición es particularmente relevante en el mercado de derivados OTC ya que permite cuantificar las pérdidas posibles ante los escenarios más pesimistas y anticiparse a su ocurrencia.

A partir de lo anterior se han definido los conceptos de exposición esperada y exposición potencial, ambos esenciales para los cálculos y estimaciones presentes en los capítulos 3 y 4. Adicionalmente el gráfico la figura n°4 exhibe un esquema sobre ambas exposiciones:

- Exposición esperada (EE): corresponde al valor esperado de las pérdidas dado un evento de default. Es el promedio de las exposiciones, considerando una alta variedad de escenarios.

La EE puede ser calculada a partir de simulaciones de Monte Carlo mediante la fórmula (2.4) [9]

$$EE_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \max(0, v(t)_i) \quad (2.5)$$

Donde N es el número de simulaciones y $v(t)_i$ es el valor de mercado (MtM) del derivado en el tiempo t para la simulación i .

- Exposición potencial futura (PFE): Este concepto ilustra el peor escenario posible de la exposición al riesgo de crédito bajo un determinado intervalo de confianza, el cual en este documento se ha fijado en un 95%.

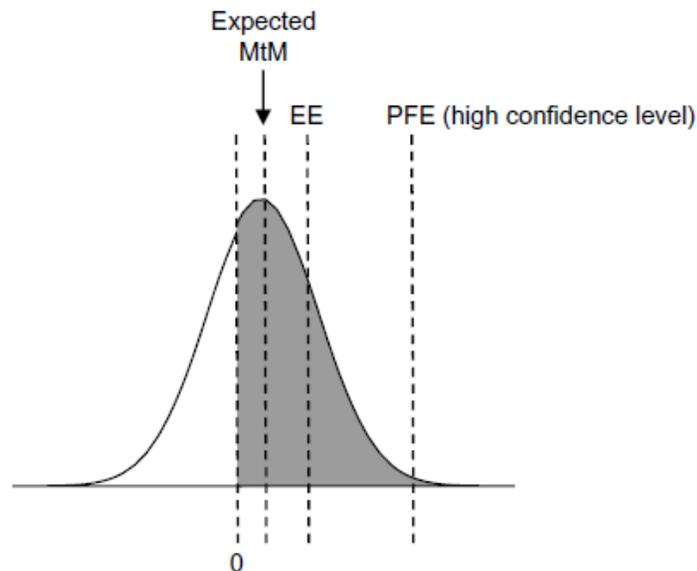


Figura 4: Gráfico explicativo de exposiciones. Fuente: Gregory 2010.

2.5 Probabilidad de default (PD)

La probabilidad de default es un término financiero que describe la calidad crediticia que posee una entidad dada. Da cuenta de la verosimilitud con la que una contraparte puede incumplir un contrato sobre un determinado horizonte temporal. Suele estar expresada como una función de densidad de probabilidad. La probabilidad de default no depende solo de la calidad crediticia del deudor, sino que también del entorno macroeconómico y del grado con que este entorno afecte a la entidad. En este trabajo, basándose en los desarrollos de Green en “*Credit, Funding and Capital Valuation Adjustment*” [3] se asumirán probabilidades neutrales al riesgo.

2.6 Tasa de severidad (LGD)

La tasa de Severidad o LGD por sus siglas en inglés (Loss Given Default) corresponde al porcentaje de pérdidas sobre el total de dinero expuesto con una contraparte al momento en que esta entra en default. También puede expresarse en términos de la tasa de recuperación posible del capital expuesto de la siguiente manera

$$LGD = (1 - RR)$$

Debido a su definición es claro ver que ambas variables se encuentran en el intervalo (0,1).

Para efectos de esta tesis la *LGD* se asumirá constante en el tiempo, supuesto que no es completamente acertado, pero que ha sido recurrentemente utilizado en la literatura sobre riesgo de contraparte como el caso de Norman, Chen (2013) [9] y Green (2016) [3]. Más aún, con la finalidad de lograr estimaciones realistas y que reflejen las posibles pérdidas generadas por el riesgo de contraparte se asumirá que no existe posibilidad de recuperar parte del monto expuesto al momento del default, dicho de otro modo, se impone que $RR = 0$. Además, los cambios que provoca la *LGD* sobre el *CVA* son directos. Esto se ocurre debido a la forma de la expresión analítica del *CVA* (expresada en la sección 2.9), allí la *LGD* actúa como un factor determinístico externo a las sumatorias temporales, esto indica que si se quisiese saber el impacto sobre el *CVA* como consecuencia de variar la *LGD* en un $\phi\%$, su efecto sobre es exactamente ese mismo $\phi\%$.

2.7 Simulaciones de Monte Carlo

También llamado método de Monte Carlo es una técnica cuantitativa que hace uso de la estadística para simular, mediante modelos matemáticos, el comportamiento aleatorio de sistemas reales. La simulación de MC consiste en crear un modelo matemático del sistema, proceso o actividad que se quiere analizar, identificando aquellas variables cuyo comportamiento aleatorio determina el comportamiento global del sistema.

El concepto básico de este método parte de la función de distribución de probabilidad de un evento, la cual se obtiene realizando el experimento un número suficiente de veces y determinando la variable aleatoria dependiente como una función de densidad de los resultados de dichos experimentos. La simulación de Monte Carlo proporciona la respuesta de posibles resultados mediante la sustitución de un rango de valores (representados por una distribución de probabilidad) para cualquier factor con incertidumbre. Luego calcula los resultados una y otra vez, cada vez usando un grupo diferente de valores aleatorios de las funciones de probabilidad. Para lograr una simulación de Monte Carlo exitosa puede ser necesario realizar miles de experimentos de forma que la distribución normal asociada maximice su valor entorno al rango deseado. La sección 3.2 hace uso de esta metodología para generar escenarios en torno a variables financieras de interés como lo son el tipo de cambio y la tasa corta de interés.

2.8 Modelo de tasas de interés de Vasicek

El modelo de Vasicek (1977) permite modelar la dinámica de comportamiento del tipo de interés de corto plazo, proporcionando la estructura temporal de los tipos de interés (ETTI). En el momento de su publicación, el método expuesto por Vasicek contaba con la novedad de considerar el concepto de regresión a la media dentro de sus ecuaciones, este concepto hace referencia a la tendencia que tienen los tipos de interés de oscilar en torno a un determinado valor de largo plazo sin crecer ni decrecer indefinidamente.

El modelo de Vasicek está lejos de ser el único método para estudiar comportamiento de los tipos de interés, hoy por hoy existe una variedad de modelos para estimar la ETTI, entre los que se encuentran los trabajos de Cox Ingersoll Ross (1985), o también el modelo de Rendleman y Barter (1979), pero se ha escogido a Vasicek para efectos de este trabajo debido a su simpleza y fácil manipulación para realizar cálculos complejos.

El modelo de Vasicek queda determinado por la ecuación diferencial

$$dr(t) = K(\theta - r(t))dt + \sigma dW(t) \quad (2.6)$$

Donde

- W define el proceso de Wiener que modela la componente aleatoria del riesgo de mercado.
- σ corresponde a la volatilidad de la tasa de interés.
- $(\theta - r(t))$ es el factor de derivación que describe el cambio esperado en la tasa de interés en función del tiempo.
- θ corresponde al valor medio de largo plazo, es decir, el valor de equilibrio de largo plazo sobre el cual la tasa de interés se retrae.
- K por su parte es un parámetro que describe la velocidad con la cual la tasa se acerca a su valor medio de largo plazo.

Una de las principales utilidades del modelo, al menos para efecto de esta tesis, es que de este pueden desprenderse expresiones analíticas para el precio de un bono cero cupón en función del tiempo t , que paga un nominal de \$1 al momento de su madurez T . Este valor queda representado por la ecuación (2.6).

$$P(t, T) = A(t, T) \exp(-B(t, T)r(t)) \quad (2.7)$$

Siendo los parámetros $A(t, T)$ y $B(t, T)$ definidos como:

$$A(t, T) = \exp \left\{ \frac{(B(t, T) - (T - t))(K^2\theta - \frac{\sigma^2}{2})}{K^2} - \frac{\sigma^2 B(t, T)^2}{4k} \right\}$$

$$B(t, T) = \frac{1 - \exp(-K(T-t))}{K}$$

Por lo tanto, al simular la tasa corta de interés mediante una discretización de la ecuación diferencial de Vasicek (2.5) es posible determinar los precios de los bonos cero cupón en el tiempo y con esto modelar los valores de los derivados de interés, véase capítulo 3.

2.9 Formula CVA

Habiendo ya introducido el significado del Credit Value Adjustment, además de los parámetros que lo definen, finalmente es posible describir la expresión analítica de su cálculo, en efecto de Gregory (2010) [4] y Green (2016) [3] el CVA queda definido por la expresión:

$$CVA = (1 - RR) \sum_{k=1}^T D_{t_k} E E_{t_k} PD(t_{k-1}, t_k) \quad (2.8)$$

Donde:

- RR es la recovery rate, que corresponde a la tasa de recuperación de la operación en caso de incumplimiento. Recordar que $LGD = (1 - RR)$.
- D_{t_k} es el factor de descuento libre de riesgo correspondiente al plazo t_k .
- $PD(t_{k-1}, t_k)$ es la probabilidad de incumplimiento en t_k , condicional a que no haya existido incumplimiento hasta t_{k-1} .

Para mayor detalle sobre el uso de esta fórmula y la estimación del CVA mirar capítulo 4.

Capítulo 3

Estimación de parámetros y diseño de simulaciones

En la siguiente sección se detalla el proceso de simulaciones de Monte Carlo realizado para valorizar y calcular exposiciones, además de la estimación del resto de parámetros necesarios para el posterior análisis sobre CVA, para esto primero se expone la información utilizada y se profundiza en las ecuaciones que modelan y estructuran los swaps de tasas de interés y los forwards de tipo de cambio.

3.1 Data utilizada

Indudablemente previo a la implementación de cualquier modelo matemático que intente explicar un fenómeno es necesario contar con bases de datos confiables de manera que los distintos inputs del modelo resuelvan las ecuaciones correctas y generen simulaciones que representen de manera fidedigna las fluctuaciones de las variables de interés, para lograr esto fue necesario contar con una cantidad de datos lo suficientemente amplia de forma que tanto los parámetros como las volatilidades y las medias aritmética queden modelados con exactitud.

Para el caso del forward de intercambio de divisas se recurrió al portal Investing, el cual proporciona datos en tiempo real sobre cotizaciones, fluctuaciones de monedas, valores de instrumentos financieros, noticias de última hora y análisis de más de 250 mercados alrededor del mundo. Con la ayuda de este portal se extrajeron datos sobre el precio de la razón USD/CLP mes a mes desde el 01/01/2013, hasta el 01/01/2020. Finalmente, para valorizar el forward en cada periodo se utilizaron las tasas de interés diarias para ambas divisas, estas fueron suministradas por la CMF. Cabe mencionar que solo se utilizaron las tasas para los correspondientes días hábiles del año de manera que no existan inconsistencias respecto de los días en los cuales se simuló el tipo de cambio, en otras palabras, se dejaron fuera del análisis sábados y domingos.

Por otra parte, para el estudio de los swaps de tasas de interés era necesario contar con información sobre la tasa variable de interés significativa, en este caso, la TAB nominal a 180 días la cual refleja el costo de fondos para las instituciones financieras, calculando dicho costo sobre la base de las tasas marginales de captación y los demás factores que inciden en él. La información sobre esta tasa fue recopilada a partir del portal web del Banco Central de Chile, la recopilación de información comprende el periodo entre el 17/05/2010 y el 26/12/2019.

Adicionalmente, para el proceso de estimar las probabilidades de incumplimiento se recurrió en primer lugar al informe anual de la calificadora de riesgo S&P, desde donde se obtuvieron las probabilidades acumuladas para distintos ratings.

3.2 Diseño de las simulaciones de Monte Carlo

Para estudiar las valorizaciones tanto de los swaps como forwards a lo largo de su vida fue necesario realizar simulaciones para cada caso. Por un lado el forward de intercambio de monedas estas fueron sobre el precio del dólar respecto del valor del peso chileno, mientras que para el swap de tasas de interés se simuló la tasa corta de interés mediante el modelo de Vasicek. A continuación se explican ambos procesos junto con sus resultados.

3.2.1 Simulación del tipo de cambio

La principal incertidumbre presente en un forward de monedas es la fluctuación constante de estas, los precios de una divisa reflejan momentos sociales, políticos y económicos de las naciones, en donde son tantas las variables que afectan y conviven día a día en cada país que resulta imperante evaluar casos hipotéticamente posibles a través de una gran cantidad de escenarios diferentes y así evaluar riesgos.

El forward objeto de estudio en este trabajo específicamente requiere computar las variaciones USD/CLP. Esto se logra a través de un proceso de precios modelado a partir de un Movimiento Browniano Geométrico (MBG), detallado en la sección 2.3. Debido a que el ajuste de un MBG precisa mejor ante una distribución normal de los datos, primero se examina la distribución de los retornos del cambio USD/CLP relativa al periodo comprendido entre 2013 y 2019. La figura n°5 presenta un gráfico sobre esta distribución, observando la similitud entre la tabla de frecuencias del gráfico y la curva de distribución normal parece razonable poder aplicar los supuestos del MBG por lo que se continúa con las simulaciones mediante ese método.

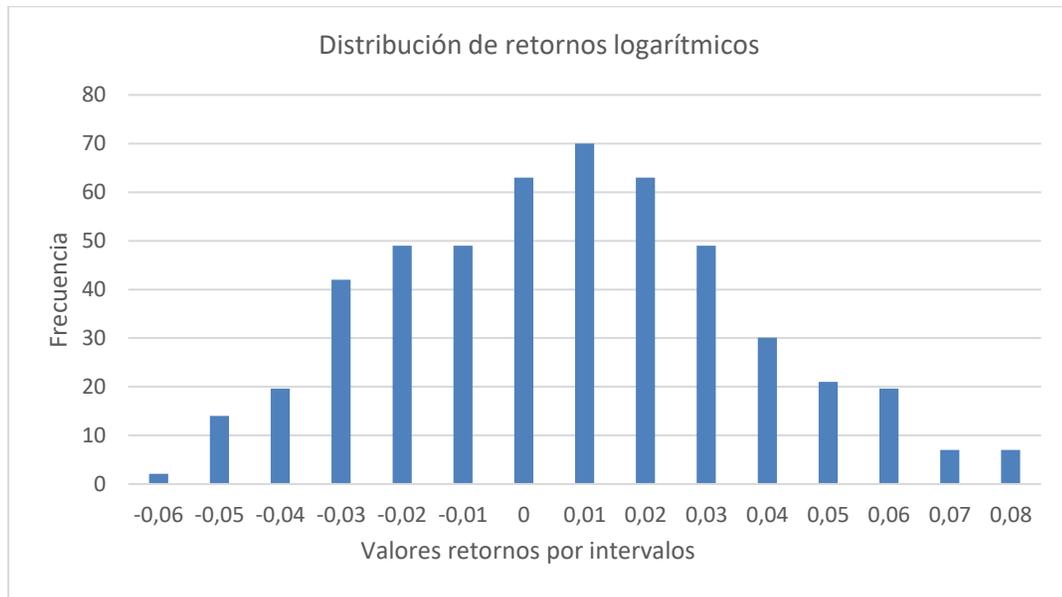


Figura 5: Gráfico de frecuencias de retornos logarítmicos USD/CLP. Elaboración propia.

El siguiente paso consiste en calibrar los parámetros que servirán como inputs para la simulación y reemplazarlos en la versión discretizada de la ecuación que gobierna el MBG, esta quedaría de la forma:

$$x_t - x_{t-1} = x_{t-1}\mu\Delta t + x_{t-1}\sigma\Delta z$$

Se calculan los parámetros según la base de datos introducida en la sección 3.1 obteniendo los siguientes valores

$$\mu = 0,0057$$

$$\sigma = 0,0307$$

$$\text{drift} = \frac{\mu - \sigma^2}{2} = 0,0053$$

Con estos números se generan 8.000 trayectorias distintas para el valor del precio del dólar durante el periodo de un año (tiempo equivalente al periodo de madurez del forward en estudio). La figura n°6 presenta un gráfico con 60 trayectorias del precio del dólar.

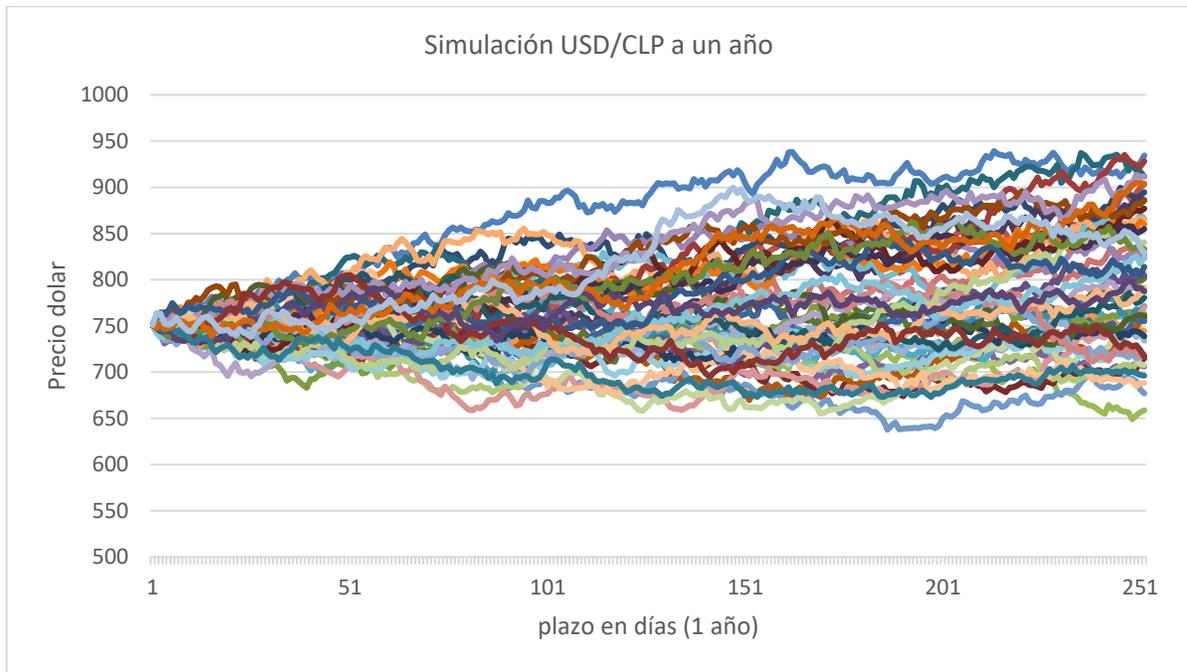


Figura 6: 60 trayectorias para la razón USD/CLP. Elaboración propia.

De la figura n°6 se puede apreciar que todas las trayectorias parten desde el mismo punto, cuyo valor asciende a 751,95 CLP, precio de la divisa al término del año 2019 y momento en el que comienza la simulación, complementariamente en Anexos L se presenta una versión simplificada de la figura 6, ilustrando los percentiles 05 y 95 de las simulaciones, junto con el promedio de estas.

3.2.2 Simulación sobre tasas de interés

Tal y como un forward necesita contar con variadas trayectorias para la razón entre divisas, los swaps de tasa fija y flotante precisan contar con un modelo para la estructura temporal de las tasas de interés. Específicamente en este caso el input corresponde a la tasa corta o tasa instantánea. Tal como se detalló en la sección 2.8, a través de la tasa corta es posible tasar el precio de un bono cero cupón en un tiempo t , lo interesante es que con la ayuda de dichos bonos se pueden descontar a valor presente los flujos de dinero intercambiados entre la pierna fija y la pierna flotante en cada periodo y en consecuencia, obtener el precio del swap.

La tasa corta será modelada utilizando el modelo tasas de interés de Vasicek. Este obedece a la siguiente ecuación diferencial

$$dr(t) = K(\theta - r(t))dt + \sigma dW(t)$$

Discretizando con respecto al tiempo

$$r_{t+1} = r_t + k(\theta - r_t)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}\varepsilon$$

Con esta ecuación es posible modelar la tasa corta para t_i con $i \in t_1, t_2, \dots, T$. Para ajustar el proceso se recurrió a la data histórica de la TAB nominal, los parámetros se han calibrado sobre esta muestra utilizando Excel para minimizar el error medio entre el valor de la tasa observado $r_i - r_{i-1}$ versus la estimación $k(\theta - r_t)$. Finalmente maximizando la función de distribución de

probabilidad entorno a este error reducido se obtiene la estimación de los parámetros, los valores arrojados por el modelo fueron los siguientes

$$\begin{aligned}k &= 0,257 \\ \mu &= 0,044 \\ \sigma &= 0,070\end{aligned}$$

Utilizando los cálculos recién mencionados se compilan un total de 6500 simulaciones de Monte Carlo para la estructura temporal de la tasa corta, la figura n°7 ilustra 60 trayectorias de la correspondiente simulación.

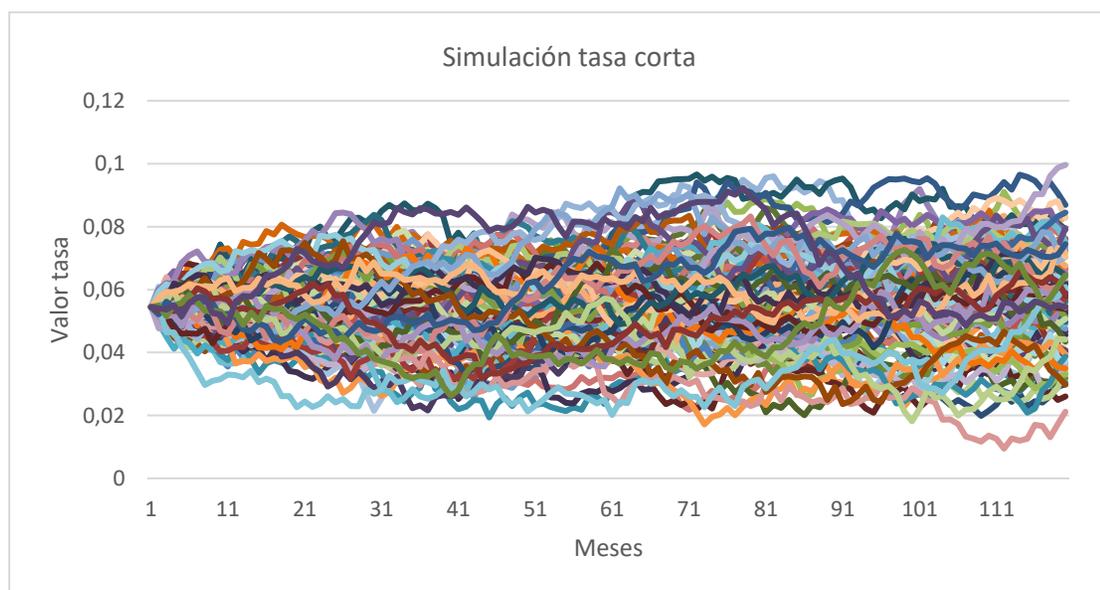


Figura 7: Gráfico de simulaciones sobre tasa corta de interés. Elaboración propia.

Cabe destacar que la naturaleza matemática del modelo de Vasicek no impide la simulación de tasas de interés negativas, si bien al calibrar el parámetro esto no fue impedimento, si se produjeron inconvenientes al realizar los análisis de sensibilidad del CVA del capítulo 4, la forma de solucionar dicho problema fue excluir del análisis aquellas simulaciones que entregaron estos resultados, en Anexos 3 se exhibe un gráfico de simulaciones con tasas negativas.

Una consecuencia directa de contar con la tasa corta simulada es poder valorizar un bono cero cupón según la expresión (2.7). Estos bonos serán esenciales para modelar el precio del swap en función del tiempo en las secciones posteriores, pero para entender mejor cómo se comportan vale la pena analizar sus movimientos. La figura n°8 representa 25 trayectorias sobre el valor de los bonos cero cupón con madurez a 10 años. Al tener estos un precio de 1 en la madurez funcionan como factores de descuento, esto indica que su valor es mínimo para el tiempo presente (tiempo cero) y paulatinamente se van elevando hasta llegar a 1 en la madurez.

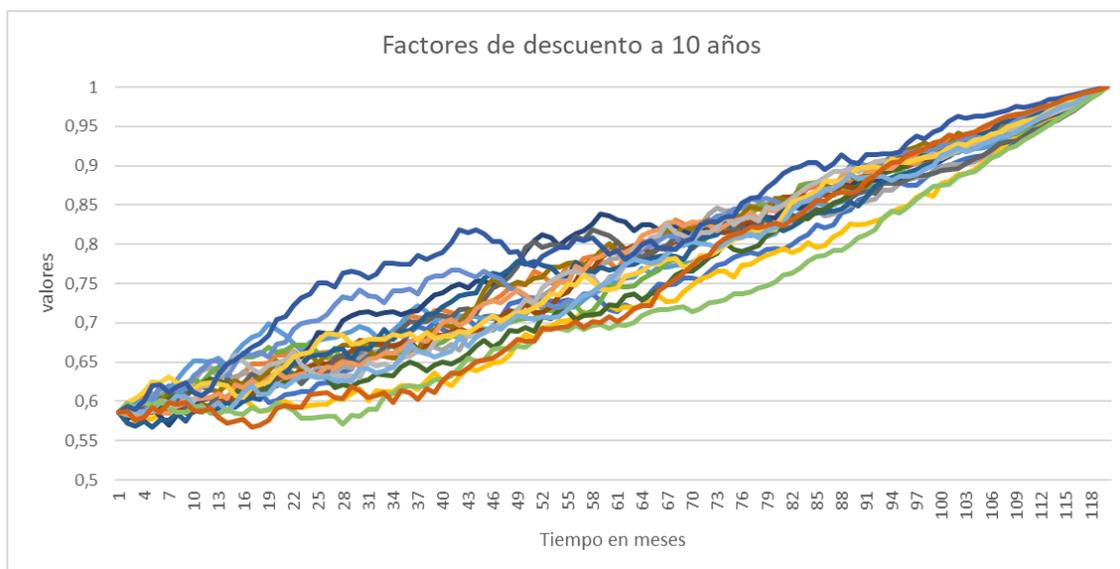


Figura 8: Gráfico de simulaciones para $P(t,T)$, con $T = 10$ años. Elaboración propia.

3.3 Cálculo de valores y exposiciones para forward de monedas

La sección 3.3 está dedicada primero a profundizar en los fundamentos matemáticos de los que emanan las expresiones para valorizar un forward, luego se procede a estimar los valores (tipo de cambio a intercambiar en la madurez) que velan por el principio de no arbitraje al momento de la firma del contrato. Por último se calculan las exposiciones crediticias respectivas.

3.3.1 Valorización

Los forwards solo cuentan con un único pago al final del periodo de madurez, lo cual simplifica bastante los cálculos, a continuación se descompone la mecánica de un forward y las expresiones lo definen.

Se supone un Forward que intercambia dólares estadounidenses (USD) por pesos chilenos (CLP), con una madurez de un año y donde el monto a intercambiar es de \$10.000.000 de dólares. Además la razón USD/CLP al momento de la firma del contrato tiene un valor de 751,95 pesos por dólar (valor corresponde al cierre del 31/12/2019 fecha escogida para iniciar tanto el análisis como las simulaciones posteriores).

En resumen las variables que definen el forward son:

$$T = 1$$

$$N = 10.000.000 \text{ [USD]}$$

$$\text{Tipo de cambio al inicio } TC_{t_0} = 751,95$$

Desde el punto de vista de la contraparte que paga dólares, en la madurez del derivado $t = T$ se intercambian los flujos, matemáticamente ocurre que

$$\text{monto pagado}[USD] = N$$

$$\text{monto recibido}[CLP] = N * TC_T$$

Donde TC_T corresponde al valor del tipo de cambio en la madurez, sigue que el valor presente de ambos flujos (con composición continua de tasas de interés) es

$$\text{monto pagado}[USD] = N * e^{-r_{usd}T}$$

$$\text{monto recibido}[CLP] = N * TC_T * e^{-r_{clp}T}$$

Donde r_{clp} y r_{usd} son la tasa descontada libre de riesgo en pesos chilenos y dólares respectivamente. Notar que los flujos se encuentran expresados en monedas distintas, pero dado que el flujo en USD está traído a valor presente, este puede convertirse a partir del tipo de cambio al inicio del contrato TC_{t_0} . Finalmente el valor del derivado será simplemente la diferencia entre los montos recibidos y los montos pagados

$$\text{Valor forward}[USD] = N * TC_T * e^{-r_{clp}T} - N * e^{-r_{usd}T} * TC_{t_0} \quad (3.1)$$

3.3.2 Estimación del tipo de cambio a un año

Al momento de firmar el contrato el valor presente del derivado para quien que recibe dólares debe ser exactamente igual al valor presente de quien recibe pesos (véase sección 2.3). Esta condición solo debe cumplirse al inicio de la vida del instrumento y la valorización posterior de estos dependerá de cómo fluctúe la divisa en el tiempo, por lo tanto, probablemente una de las partes obtendrá ganancias mientras la otra generará pérdidas. De esta forma se tiene que para un forward a un año se cumple la fórmula (3.1)

$$\text{Valor forward}[USD] = N * TC_T * e^{-r_{clp}T} - N * e^{-r_{usd}T} * TC_{t_0}$$

A partir de la fórmula (3.1) y la condición de valor inicial nulo es posible encontrar el valor del tipo de cambio al cual se transa el forward al momento de la firma, en efecto

$$\text{Valor presente en USD} = \text{Valor presente en CLP}$$

$$0 = N * TC_T * e^{-r_{clp}T} - N * TC_{t_0} * e^{-r_{usd}T}$$

$$TC_{1 \text{ año}} * e^{-r_{clp}T} = TC_{actual} * e^{-r_{usd}T}$$

Sigue despejar el precio al cual será fijado el forward hoy y cuyo vencimiento ocurrirá en un año más, en efecto:

$$TC_{1 \text{ año}} = \frac{TC_{actual} * e^{-r_{usd}T}}{e^{-r_{clp}T}}$$

$$TC_{1 \text{ año}} = \frac{751,95e^{-r_{usd}1}}{e^{-r_{clp}1}}$$

$$TC_{1 \text{ año}} = 758,39 \text{ clp}$$

Esto quiere decir que en un año más las partes intercambiarán 10MM de dólares a un precio de **758,39** pesos por dólar.

La manera más sencilla de interpretar este resultado posiblemente sea a través de un ejemplo. Suponer que una compañía exportadora de frutos secos ha firmado un contrato para vender sus productos en el extranjero a cambio de una alta suma de dinero, este dinero será recibido en dólares y como consecuencia la compañía se encuentra expuesta a las fluctuaciones del precio de la divisa durante el año. Para protegerse frente a este riesgo decide firmar un forward con una institución financiera, al momento de firmar se decide que el valor al cual se intercambiarán las monedas en la madurez del contrato (un año para este caso) será de 758,39 CLP, esto significa que si al cabo de un año el dólar está por sobre este precio, la compañía genera ganancias gracias al derivado, análogamente si el precio se encuentra por debajo entonces deberá incurrir en pérdidas que deberán ser pagadas a la institución financiera.

3.3.3 Cálculo de exposiciones

Una vez calculado el precio al cual se hará el intercambio de USD y CLP, el siguiente paso consiste en valorizar el forward a lo largo de toda su vida, debido a la dependencia directa de este respecto de las divisas, la valorización será distinta para cada una de las simulaciones. Como consecuencia, las valorizaciones forman una matriz de $m \times T$ donde m corresponde al número de simulaciones y T la cantidad de espacios temporales en los cuales se valorizará el derivado (anexos J esquematiza la forma de estas matrices).

Si bien hasta ahora la evolución del forward ha sido estudiada de manera diaria, las valorizaciones han sido modeladas mes a mes, esto con el objetivo de mantener la misma enumeración utilizada para el caso del swap. Dado que un forward no tiene intercambios de flujo previos a la madurez este cambio no presenta mayores inconvenientes, tan solo se debe tener cuidado de ocupar las tasas correspondientes también a nivel mensual. Sigue simular el precio del forward utilizando las simulaciones del tipo de cambio y la ecuación (3.1). La figura n°9 presenta una muestra de 50 recorridos para el valor del contrato.

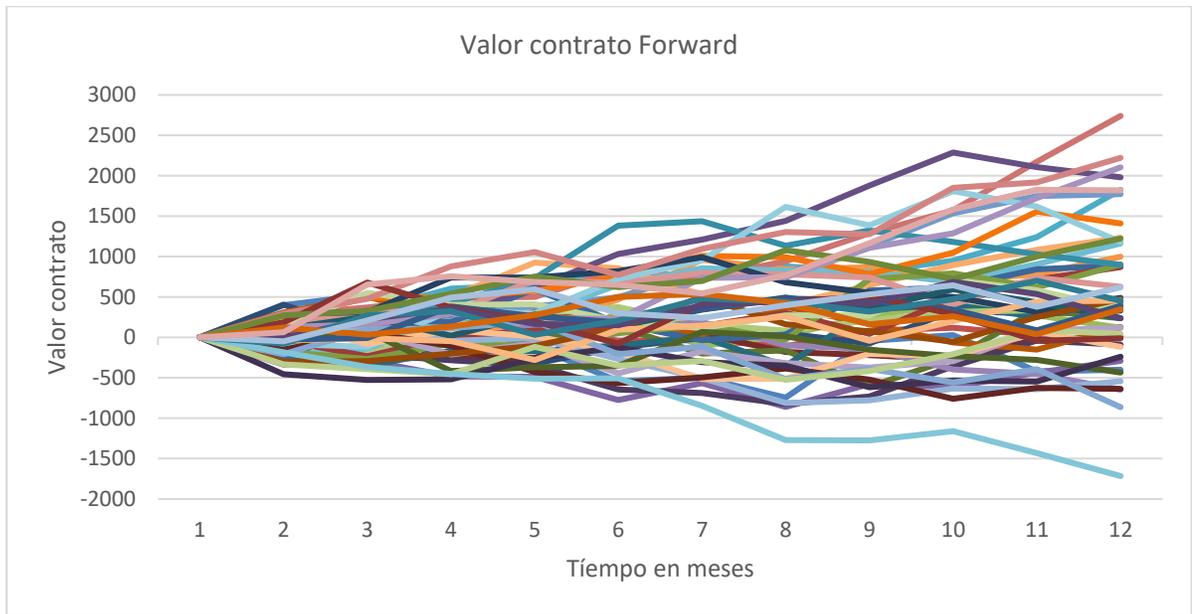


Figura 9: simulaciones para el valor de un forward TC a un año. Elaboración propia.

De la sección 2.4 se tiene que la exposición viene dada por:

$$\text{Exposición al tiempo } t = \max(0, v(t))$$

Donde $v(t)$ corresponde al valor del contrato el tiempo t . Con este resultado es posible encontrar un perfil de las exposiciones en el tiempo, se calcula a través del promedio de los valores simulados para cada instante de tiempo obteniendo con esto la EE según expresión (2.5). La figura n°10 muestra el gráfico que resume ese resultado incluyendo además el correspondiente perfil de exposiciones para el percentil 95. Como puede apreciarse la exposición al comienzo es muy baja ya que el tipo de cambio en esos días cercanos a la fecha en que se firmó el contrato sigue muy cercano al valor original y por lo tanto el valor razonable del forward no se ha disparado, en cambio al del periodo de madurez la incertidumbre sobre el valor de la razón USD/CLP es mucho mayor y en consecuencia la exposición también aumenta.

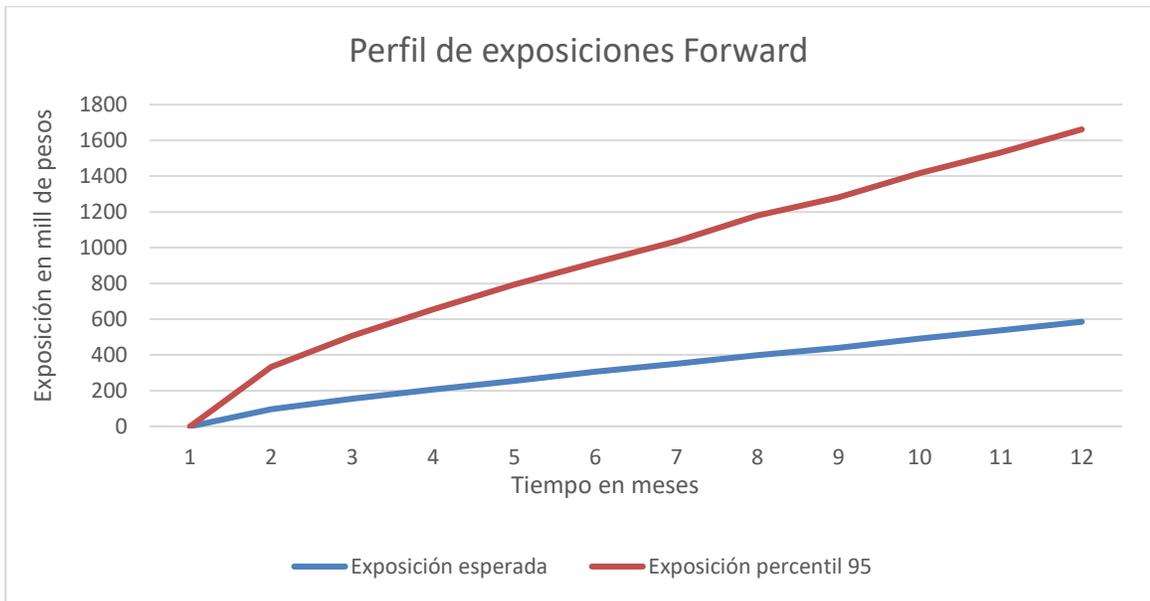


Figura 10: Perfil de exposiciones de un Forward TC. Elaboración propia.

3.4 Cálculo de valores y exposiciones para swap de tasas

3.4.1 Desarrollo teórico de la valorización

A continuación se detallan los pasos y definiciones necesarias para entender el procedimiento matemático a través del cual se deducen las expresiones para el valor temporal de un swap de tasas.

Desde la perspectiva de la contraparte que paga tasa flotante y recibe la fija, el flujo de dinero en un determinado tiempo t_i entre el inicio y la madurez del swap es

$$N\delta_i[\kappa - L(T_{i-1}, T_i)] \quad (3.2)$$

Donde N es el nominal del swap, κ la tasa fija acordada y δ_i la fracción del año entre T_{i-1} y T_1 ($\delta_i = T_i - T_{i-1}$). Esto significa que en cada momento de pago la pierna fija paga un monto igual a $N\delta_i\kappa$ mientras que la pierna flotante paga $N\delta_iL(T_{i-1}, T_i)$ con $L(T_{i-1}, T_i)$ siendo la correspondiente tasa spot entre T_{i-1} y T_1 , tasa que es definida al final del periodo anterior, en consecuencia la tasa para T_i es definida en T_{i-1} . $L(T_{i-1}, T_i)$ es reseteada en el previo instante T_{i-1} con madurez en T_i [1]. Además por simplicidad se asume que ambas piernas realizan los pagos en las mismas fechas.

El swap puede ser visto como dos bonos, uno a tasa flotante y otro a tasa fija. Donde los cupones de cada bono corresponden a los pagos recién mencionados, el valor neto de los flujos en cada periodo queda definido por la diferencia entre los cupones (3.2). En principio se trabajará con los pagos flotantes que se les denomina $c_i = N\delta_iL(T_{i-1}, T_i)$

En primer lugar, de [1] la tasa spot entre T_{i-1} y T_i puede escribirse como
La tasa spot entre T_{i-1} y T_i puede escribirse como

$$L(T_{i-1}, T_i) = \frac{1 - P(T_{i-1}, T_i)}{\delta_i P(T_{i-1}, T_i)} \quad (3.3)$$

Por lo tanto el cupón variable c_i puede expresarse como

$$c_i = \frac{N[1 - P(T_{i-1}, T_i)]}{P(T_{i-1}, T_i)}$$

$$c_i = N \left[\frac{1}{P(T_{i-1}, T_i)} - 1 \right]$$

Luego el valor descontado del cupón variable para una fecha $t < T_{i-1}$ corresponde al valor mismo del cupón multiplicado por el factor de descuento $P(t, T_i)$

$$c_i P(t, T_i) = N \left[\frac{P(t, T_i)}{P(T_{i-1}, T_i)} - P(t, T_i) \right] \quad (3.4)$$

Por otro lado, la tasa forward implícita entre T_1 y T_2 puede expresarse a partir del precio de dos bonos cero cupón de la forma [1]

$$P(t, T_2) = P(t, T_1) * P(T_1, T_2) \quad (3.5)$$

Reemplazando (3.5) en (3.4) el valor actual del flujo i de la pierna flotante se reduce a

$$N[P(t, T_{i-1}) - P(t, T_i)] \quad (3.6)$$

Entonces el intercambio de dineros del swap visto desde t desde la posición de quien paga tasa flotante se obtiene reemplazando (3.6) en (3.4), procurando también descontar los pagos fijos, de forma que

$$N[\kappa \delta_i P(t, T_i) - (P(t, T_{i-1}) - P(t, T_i))]$$

Finalmente el valor total del swap es simplemente la suma total de todos los flujos hasta la madurez. Para quien recibe tasa fija $\Pi_{recibefijo}(t)$ es

$$\Pi_{recibefijo}(t) = N \sum_{i=\alpha+1}^{\beta} \{ \kappa \delta_i P(t, T_i) - (P(t, T_{i-1}) - P(t, T_i)) \}$$

Donde la sumatoria va contando todos los instantes en los que se efectúan pagos, que corresponden a los periodos t_i con $i = \alpha + 1, \alpha + 2, + \dots + \beta$. Siendo β el momento de madurez. La expresión anterior puede descomponerse en dos sumas, en efecto

$$\Pi_{recibefijo}(t) = N \left\{ \sum_{i=\alpha+1}^{\beta} \kappa \delta_i P(t, T_i) + \sum_{i=\alpha+1}^{\beta} (P(t, T_i) - P(t, T_{i-1})) \right\}$$

Notar que la segunda sumatoria corresponde a una suma telescópica, donde los términos van cancelándose, quedando simplificada de la siguiente manera

$$N \left\{ \sum_{i=\alpha+1}^{\beta} (P(t, T_i) - P(t, T_{i-1})) \right\} = NP(t, T_{\beta}) - NP(t, T_{\alpha})$$

Volviendo a juntar las sumas finalmente se deduce la expresión que define el valor de un swap de tasas de interés para un tiempo $t < \alpha$

$$\Pi_{recibefijo}(t) = -NP(t, T_{\alpha}) + NP(t, T_{\beta}) + \sum_{i=\alpha+1}^{\beta} \kappa \delta_i P(t, T_i)$$

Dado que el swap es un juego de suma cero, el valor de la contraparte que paga a tasa fija es simplemente $\Pi_{pagafijo}(t) = -\Pi_{recibefijo}(t)$ esto puede escribirse como

$$\Pi_{pagafijo}(t) = N \left(P(t, T_{\alpha}) - P(t, T_{\beta}) - \kappa \delta \sum_{i=\alpha+1}^{\beta} P(t, T_i) \right) \quad (3.7)$$

3.4.2 Cálculo de la tasa fija

A partir de este resultado es posible estimar el valor de la tasa cupón fija κ con la cuál se definirán los consecuentes pagos. En efecto, la tasa fija es la que se cumpla el principio de no arbitraje (similar al tipo de cambio a un año del forward), por ende la fórmula (3.7) queda de la forma

$$0 = N * P(t, t_{\alpha}) - N * P(t, t_{\beta}) - N * \sum_{i=\alpha+1}^{t_{\beta}} \gamma * \kappa * P(t, t_i)$$

Despejando la tasa fija κ

$$\kappa(t) = \frac{P(t, t_{\alpha}) - P(t, t_{\beta})}{\sum_{i=\alpha+1}^{\beta} \gamma * P(t, t_i)}$$

Pero asumiendo que el swap es firmado en $t = t_{\alpha}$, la ecuación anterior se reduce a

$$\kappa(t) = \frac{1 - P(t, t_{\beta})}{\sum_{i=\alpha+1}^{\beta} \gamma * P(t, t_i)} \quad (3.8)$$

La tasa fija del swap se calcula a través de la fórmula (3.8). Esta tasa se estima previo al inicio del contrato, por ende $t = t_0$, el parámetro $P(t_0, t_\beta)$ representa el factor a través del cual se deben descontar los flujos finales para traerlos desde t_β hasta t_0 , $\gamma = 0,5$ (se está estudiando un swap con pagos semestrales). Finalmente el factor $P(t_0, t_i)$ corresponden a los factores de descuento entre t_0 (comienzo) y la fecha de cada cupón.

Finalmente reemplazando valores se estima que el valor de la tasa fija es $\kappa = 0,04053$

3.4.3 Resultados de la valorización temporal del swap

Esta sección explica cómo se combinan las ecuaciones de la sección anterior con las simulaciones originadas por el modelo de Vasicek para estimar el valor temporal del swap. Siguiendo el análisis hecho hasta ahora, los resultados han sido estimados para un swap con madurez de 10 años, cupones semestrales y un nominal de 10.000.000, retomando la expresión para el valor de un swap al tiempo t

$$\Pi_{pagafijo}(t) = N \left(P(t, T_\alpha) - P(t, T_\beta) - \kappa \delta \sum_{i=\alpha+1}^{\beta} P(t, T_i) \right) \quad (3.9)$$

Para calcular el valor del swap a lo largo de su ciclo de vida es necesario relajar la condición del término α , el cual previamente se impuso como en el cual el contrato ha sido firmado por las partes. Ahora este término tendrá una dependencia temporal, ósea $\alpha = \alpha(t)$. Siendo aún más específicos $t_{\alpha(t)}$ será el momento de intercambio de flujos de dinero más próximo a t pero mayor o igual que este, en otras palabras $t_{\alpha(t)-1} < t < t_{\alpha(t)}$.

Para entender mejor como se modela la valoración vale la pena profundizar en el significado del precio de los bonos cero cupón de la fórmula (3.9).

El término $P(t, t_{\alpha(t)})$ se interpreta como el factor de descuento entre t y $t_{\alpha(t)}$, factor que se reinicia cada intercambio de cupones. Por su parte $P(t, t_\beta)$ son los factores a descontar pero entre el momento final del contrato (t_β) y t , esto quiere decir que $P(t, t_\beta) \rightarrow 1$ cuando $t \rightarrow t_\beta$. La figura n°8 de la sección 3.2 ofrece una visualización del término $P(t, t_\beta)$. Por otra parte, la figura n°11 da cuenta de la forma que tienen los movimientos de los factores de descuento $P(t, t_{\alpha(t)})$, de ella puede apreciarse que estos se van reiniciando cada intercambio de flujo para inmediatamente después volver a bajar. Finalmente $P(t, T_i)$ comprende el factor al que se descuentan los flujos de la pierna fija hasta t . Notar que esta sumatoria va siendo cada vez más pequeña a medida que $t \rightarrow t_\beta$. Esto ocurre porque a medida que se acerca el fin del contrato la cantidad de cupones restantes va disminuyendo. El caso límite es cuando $t = t_\beta$ donde ya no quedan pagos y el valor de swap es cero.

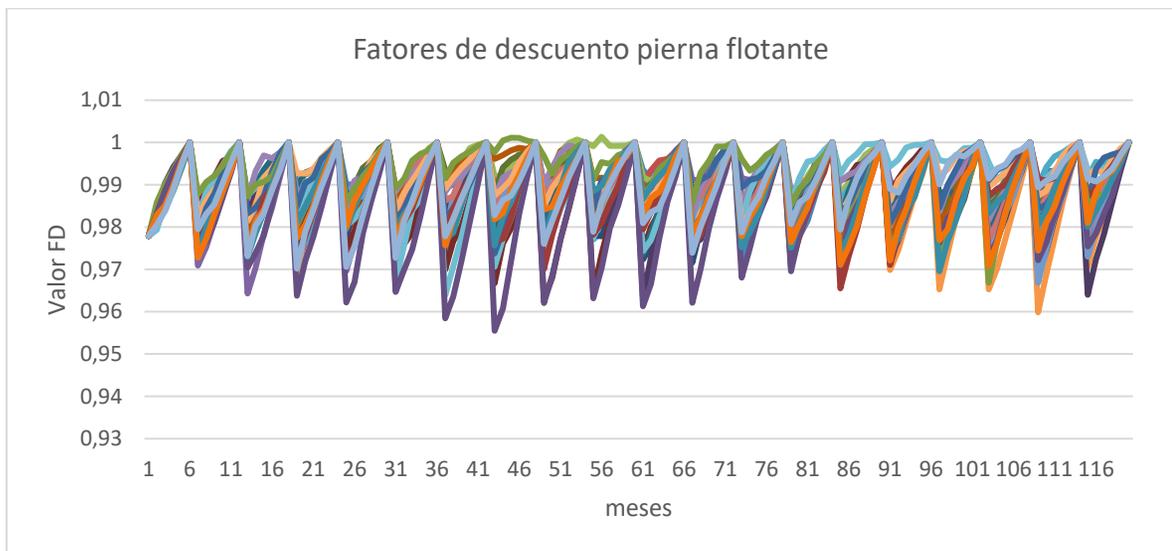


Figura 11: visualización de los factores de descuento de la pierna flotante. Elaboración propia.

Finalmente con se computan todos estos valores para encontrar con un total de 6500 simulaciones. La figura nº12 exhibe los resultados para las valorizaciones del swap a diez años.

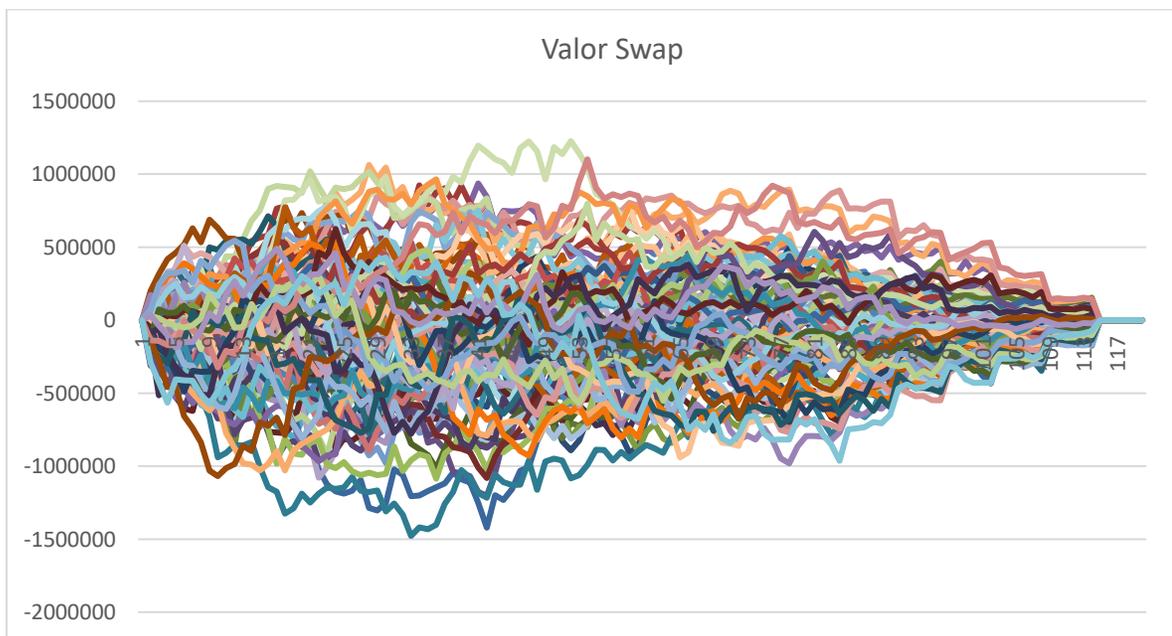


Figura 12: Simulaciones sobre el valor de un swap de tasas. Elaboración propia.

Del gráfico se observa en primer lugar que las valorizaciones parten inicialmente en cero para todas las simulaciones, esto es razonable sabiendo que fue una condición impuesta para que no existieran oportunidades de arbitraje (ver Anexos M para una visualización de los percentiles respectivos de valorización). Luego se aprecia que las trayectorias de valores se van dispersando los primeros años del derivado, generando un amplio rango de valores tanto positivos como negativos siendo estas mismas desviaciones son las que originan las exposiciones de cada contraparte. Otra apreciación que entrega la figura 12 es que el valor del swap tiende a regresar a cero al finalizar su

ciclo de vida, esto se explica debido a que a medida que se acerca la madurez del instrumento los intercambios de pagos comienzan a acabarse y tanto la pierna fija como la pierna flotante comienzan a converger hacia el valor del nominal, luego como el valor del derivado viene dado por su diferencia, esta se anula.

3.4.4 Perfil de exposiciones swap

Habiendo calculado la matriz de valores del Swap, sigue que el siguiente paso para calcular la exposición consiste en considerar solo los valores positivos (expresión 2.4), ver anexos 4 para ver el resultado de este paso. Finalmente con los valores positivos se puede encontrar la exposición esperada del swap mediante la expresión (2.5). La figura n°13 exhibe el perfil de exposiciones, adicionalmente a la exposición esperada se ha incluido la PFE calculada a través del percentil 95 de los valores positivos.

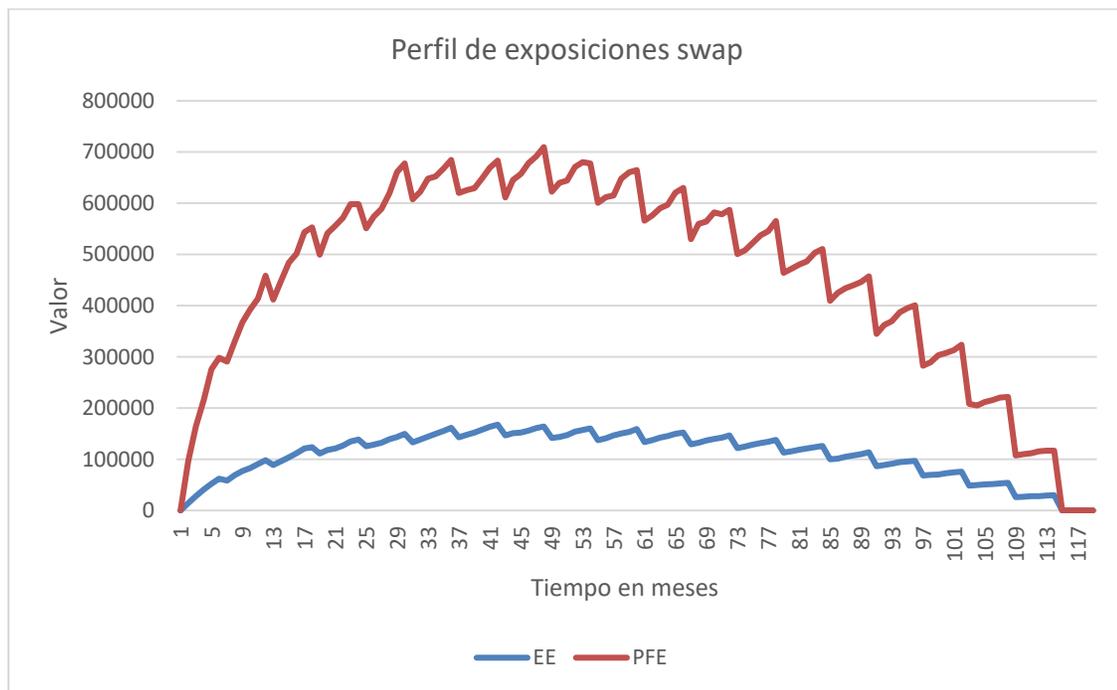


Figura 13: Perfil de exposiciones swap de tasas. Elaboración propia.

De la figura 13 se desprende la exposición del swap en el tiempo, a diferencia del forward cuya exposición es creciente (véase figura n°9), los swaps tienen su periodo de mayor exposición en un punto cercano a la mitad de su ciclo (un poco antes de la mitad en general) esto ocurre por la tendencia antes mencionada de las piernas fija y flotante de ir tendiendo su valor hacia el nominal conforme se van completando los intercambios y en consecuencia, hacia un valor neto nulo. Los evidentes escalones presentes en el perfil son consecuencia del constante reinicio de los factores de descuento de la pierna flotante, de hecho la cantidad de saltos del gráfico corresponden exactamente a la cantidad de cupones que intercambia el swap (20), ver figura n°11 para comparar.

3.5 Current Exposure Method

El Current exposure method (CEM) consiste en una metodología ampliamente utilizada en algunos mercados, entre esos el chileno, que sirve para calcular exposiciones al default. El método suele ser criticado por su naturaleza estática y bajo nivel de modelamiento matemático pero tiene la ventaja de ser particularmente simple. En este la exposición al default se expresa como la suma entre la exposición actual observada o currente exposure (CE) y la exposición potencial (PFE) pero no bajo modelamiento o como el resultado de la realización de simulaciones, sino que simplemente como un porcentaje del nocional. La exposición al default queda definida como:

$$EAD = \max(0, MtM) + N * CCF$$

El término *CCF* fue introducido en Basilea II y corresponde a un factor de conversión de crédito, *credit conversion factor* que varía dependiendo del tipo de subyacente del derivado. Actualmente la norma chilena publicada por la SBIF (norma 12-1) cuenta con tablas específicas para el valor de este factor dependiendo del activo subyacente, las tablas correspondientes se presentan a continuación.

Contratos sobre tasas de interés o inflación	
Vencimiento residual	
Hasta un año	0.0%
Más de un año hasta cinco años	0.5%
Más de cinco años	1.5%

Tabla 2: CCF para derivados sobre tasas de interés. Fuente: SBIF.

Contratos sobre monedas extranjeras		
Vencimiento residual	Canasta 1	Canasta 2
Hasta un año	1.5%	4.5%
Más de un año hasta cinco años	7.0%	20.0%
Más de cinco años	13.0%	30.0%

Tabla 3: CCF para derivados sobre divisas. Fuente: SBIF.

Teniendo estos resultados es posible realizar una comparación entre las exposiciones calculadas mediante esta metodología versus las calculadas en las secciones 3.4 y 3.3. Se debe considerar que el dólar pertenece a la canasta 1 de monedas, además se seguirá suponiendo un nominal de diez millones de dólares. Los resultados fueron:

Derivado	Expos CEM	Simulaciones EE	Simulaciones PFE
forward	\$ 585.532.534	\$ 585.382.534	\$ 1.661.653.946
swap	\$ 313.878	\$ 163.878	\$ 709.643

Tabla 4: comparación exposiciones CEM vs simulaciones. Elaboración propia.

Se observa que las exposiciones calculadas por el método CEM son cercanas a la exposición esperada, pero mucho menores al percentil 95 de las simulaciones. De los resultados se desprende que el método de simulaciones es capaz de arrojar valores más proteccionistas frente a la exposición crediticia.

3.6 Probabilidades de default

La probabilidad de default o incumplimiento describe la calidad crediticia de una contraparte específica, en otras palabras, da cuenta de que tan probable es que esta falle al momento de cumplir con sus obligaciones de deuda. Para efectos específicos de este trabajo, indica a la posibilidad de que una contraparte de derivado OTC incumpla el contrato.

La estimación precisa de la probabilidad de default resulta crucial para una buena gestión del riesgo financiero, en efecto, gracias a ella es posible administrar adecuadamente las provisiones, resguardarse ante el riesgo de crédito, además de anticiparse eventuales problemas de liquidez. En la literatura existe una amplia gama de modelos que buscan calcular esta probabilidad, esto debido a que las causas que llevan a una firma al default varían en cada caso y los enfoques utilizados para cuantificar estas razones difieren dependiendo de la información disponible, el tamaño de la empresa, el contexto social, político, etc.

En general existen dos tipos de modelos para el cálculo de esta probabilidad, por un lado los modelos estadísticos, que identifican variables relevantes que difieren entre firmas que han incumplido versus otras que no y a partir de estas variables realizan análisis econométricos para la estimación. Por otro lado, existen los modelos estructurales que están basados en la estructura de capital de la empresa, aquí destaca el modelo de Merton (1973). Otro enfoque típicamente usado es calcular las probabilidades a partir de los spreads de bonos corporativos respecto de los bonos del tesoro, como explica *Default Probability Calculation Model Base don Credit Spread (Cao, Zhou, Chi, 2012)* [12].

Debido a que este trabajo se enfoca en la caracterización y cálculo del riesgo de contraparte en derivados y no es la finalidad estimar la probabilidad de incumplimiento para una empresa particular, se ha decidido calibrar estos valores utilizando la información entregada por calificadoras de riesgo. Estas calificadoras son firmas dedicadas al estudio de los eventos de default. En particular se trabajó con los valores emitidos por la empresa Standard & Poor's Rating Services. La tabla n°5, extraída del informe de S&P del año 2018 expone las probabilidades acumuladas de incumplimiento para distintos horizontes temporales y en función de los ratings de riesgo de crédito.

Global Corporate Average Cumulative Default Rates (1981-2018)

(%)	--Time horizon (years)--														
Rating	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
AAA	0.00	0.03	0.13	0.24	0.35	0.45	0.51	0.59	0.65	0.70	0.73	0.76	0.79	0.85	0.92
AA	0.02	0.06	0.12	0.22	0.32	0.42	0.51	0.59	0.66	0.73	0.80	0.86	0.92	0.98	1.04
A	0.06	0.14	0.23	0.35	0.49	0.63	0.81	0.96	1.12	1.28	1.43	1.57	1.71	1.83	1.98
BBB	0.17	0.46	0.80	1.22	1.64	2.05	2.41	2.76	3.11	3.44	3.79	4.06	4.32	4.59	4.87
BB	0.65	2.01	3.63	5.25	6.78	8.17	9.36	10.43	11.38	12.22	12.92	13.56	14.13	14.63	15.17
B	3.44	7.94	11.86	14.95	17.33	19.26	20.83	22.07	23.18	24.21	25.08	25.73	26.31	26.87	27.43
CCC/C	26.89	36.27	41.13	43.94	46.06	46.99	48.20	49.04	49.80	50.44	50.96	51.51	52.16	52.72	52.80
Investment grade	0.09	0.25	0.43	0.66	0.90	1.14	1.36	1.56	1.77	1.96	2.16	2.32	2.48	2.63	2.80

Tabla 5: probabilidades acumuladas de incumplimiento. Fuente: S&P Global Fixed Income Research.

Los ratings crediticios están en orden descendente, siendo la categoría AAA la de mayor solvencia mientras que la CCC/C la de menor. Si bien estas no son exactamente las probabilidades necesarias para calcular el CVA (2.8) estas pueden ser inferidas partir de la tabla.

Se busca la probabilidad de que en un determinado periodo ocurra el primer default, dicho de otro modo se necesita la siguiente probabilidad condicional

$$P(\text{default en } t \mid \text{no ha existido default antes de } t)$$

Utilizando el supuesto tomado por Hull (2015) [5], donde se asume que los eventos de default pueden ser vistos como una cadena de Markov, la formula la probabilidad condicional puede escribirse como

$$\frac{P(\text{default en } t)}{P(\text{no haya existido default antes de } t)} \quad (3.10)$$

Donde el numerador corresponde a la probabilidad de que ocurra un incumplimiento en el periodo t , sin importar que ha ocurrido en los periodos previos a t . Esta es llamada la probabilidad incondicional y su cálculo se obtiene restándole al valor de la probabilidad acumulada en t , la probabilidad acumulada hasta $t - 1$

$$Prob\ incond\ default_t = Prob\ acum_t - Prob\ acum_{t-1}$$

De esta forma, tomando como ejemplo el rating A, su probabilidad de incumplimiento al quinto año será:

$$Prob\ incond\ default_5 = Prob\ acum_5 - Prob\ acum_4$$

$$Prob\ incond\ default_5 = 0,49 - 0,3$$

$$Prob\ incond\ default_5 = 0,14\%$$

Es posible replicar este proceso para todas las clasificaciones de riesgo y sobre el resto de los años de la tabla. Estos resultados se exhiben en la tabla n°6, cabe mencionar que los valores fueron convertidos desde porcentajes a probabilidades en el intervalo (0,1) para simplificar los cálculos posteriores, además solo se consideró hasta un horizonte de diez años que corresponde al tiempo de madurez del derivado de mayor duración simulado previamente.

Rating/Años	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
AAA	0	0,0003	0,001	0,0011	0,0011	0,001	0,0006	0,0008	0,0006	0,0005
AA	0,0002	0,0004	0,0006	0,001	0,001	0,001	0,0009	0,0008	0,0007	0,0007
A	0,0006	0,0008	0,0009	0,0012	0,0014	0,0014	0,0018	0,0015	0,0016	0,0016
BBB	0,0017	0,0029	0,0034	0,0042	0,0042	0,0041	0,0036	0,0035	0,0035	0,0033
BB	0,0065	0,0136	0,0162	0,0162	0,0153	0,0139	0,0119	0,0107	0,0095	0,0084
B	0,0344	0,045	0,0392	0,0309	0,0238	0,0193	0,0157	0,0124	0,0111	0,0103
CCC/C	0,2689	0,0938	0,0486	0,0281	0,0212	0,0093	0,0121	0,0084	0,0076	0,0064

Tabla 6: Probabilidades incondicionales de incumplimiento. Elaboración propia.

El denominador de la fórmula (3.10) es la llamada probabilidad de supervivencia, esta ilustra la probabilidad de no caer en incumplimiento durante un determinado periodo de tiempo, se define como:

$$Probabilidad\ de\ supervivencia = 1 - Probabilidad\ default(t, t - 1)$$

Por lo tanto puede calcularse a través de la tabla n°7. La tabla n°4 muestra los resultados para cada rating de riesgo.

Rating/Años	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
AAA	1	0,9997	0,9987	0,9976	0,9965	0,9955	0,9949	0,9941	0,9935	0,993
AA	0,9998	0,9994	0,9988	0,9978	0,9968	0,9958	0,9949	0,9941	0,9934	0,9927
A	0,9994	0,9986	0,9977	0,9965	0,9951	0,9937	0,9919	0,9904	0,9888	0,9872
BBB	0,9983	0,9954	0,992	0,9878	0,9836	0,9795	0,9759	0,9724	0,9689	0,9656
BB	0,9935	0,9799	0,9637	0,9475	0,9322	0,9183	0,9064	0,8957	0,8862	0,8778
B	0,9656	0,9206	0,8814	0,8505	0,8267	0,8074	0,7917	0,7793	0,7682	0,7579
CCC/C	0,7311	0,6373	0,5887	0,5606	0,5394	0,5301	0,518	0,5096	0,502	0,4956

Tabla 7: Probabilidades de supervivencia. Elaboración propia.

Finalmente juntando los resultados de las tablas n°6 y n°7 es posible estimar las probabilidades de default condicionales, los resultados se resumen en la tabla n°8.

Rating/Años	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
AAA	0	0,00030009	0,0010013	0,00110265	0,00110386	0,00100452	0,00060308	0,00080475	0,00060393	0,00050352
AA	0,00020004	0,00040024	0,00060072	0,0010022	0,00100321	0,00100422	0,00090461	0,00080475	0,00070465	0,00070515
A	0,00060036	0,00080112	0,00090207	0,00120421	0,00140689	0,00140888	0,0018147	0,00151454	0,00161812	0,00162075
BBB	0,00170289	0,0029134	0,00342742	0,00425187	0,00427003	0,00418581	0,0036889	0,00359934	0,00361234	0,00341756
BB	0,00654253	0,01387897	0,01681021	0,01709763	0,01641279	0,01513667	0,01312886	0,01194596	0,01071993	0,00956938
B	0,03562552	0,04888116	0,0444747	0,03633157	0,02878916	0,02390389	0,01983074	0,01591172	0,01444936	0,01359018
CCC/C	0,36780194	0,14718343	0,08255478	0,05012487	0,03930293	0,01754386	0,02335907	0,01648352	0,01513944	0,01291364

Tabla 8: Probabilidades condicionales de default. Elaboración propia.

Entonces, de la tabla n°8 se desprende que, a modo de ejemplo, al término del tercer año el rating CCC/C tiene una probabilidad de incurrir en su primer default de un 8,25%.

Los resultados para las probabilidades condicionales de default, junto con las exposiciones estimadas en las secciones 3.3 y 3.4 serán utilizados en el siguiente capítulo como inputs para el cálculo del CVA mediante la expresión (2.8). La tasa de severidad, como se explicó en el capítulo 2 será impuesta con un valor de 1.

Capítulo 4

Análisis CVA y discusiones

A continuación se exponen e interpretan los resultados sobre la estimación del CVA. Se usa como base la expresión (2.8) a través de la cual el CVA puede ser calculado de la forma

$$CVA = (1 - RR) \sum_{i=1} EE_i * D_i * PD(t_i, t_{i-1})$$

A partir de esta expresión, en conjunto con resultados de las exposiciones calculadas en el capítulo 3 para ambos derivados y además en concordancia con lo expresado en el capítulo 2 sobre la tasa de severidad (*se impone* $LGD = 1$). Finalmente se cuenta con todos los elementos necesarios para estimar el CVA.

4.1 CVA forward

La tabla n°6 resume los resultados para un forward de tipo de cambio con madurez a un año, como era de esperar las mejores calificaciones de riesgo poseen un CVA menor. La columna (2) de la tabla corresponde al CVA como porcentaje del nominal, si bien los números son pequeños cabe recordar que el nominal del forward era de 10.000.000 USD, por lo que al escalar los valores las cifras dejan de ser despreciables. La columna (3) evidencia esto y exhibe el correspondiente al valor monetario en pesos chilenos de cada CVA. EL CVA del rating AAA es nulo debido a que según la información de S&P estos no tienen tasa de default al primer año. Como uno de los objetivos de este trabajo es presentar información útil para efectos de regulación bancaria adicionalmente se han incluido los valores del CVA calculados bajo la misma fórmula (3.9) pero reemplazando EE_i por la exposición calculada sobre percentiles 95 y 99.

Calificación de riesgo	CVA (% del Nominal)	CVA (\$)	CVA 95% (\$)	CVA 99% (\$)
AAA	0,0000%	\$ -	\$ -	\$ -
AA	0,0013%	\$ 96.970	\$ 308.842	\$ 420.980
A	0,0038%	\$ 291.028	\$ 926.896	\$ 1.263.445
BBB	0,0109%	\$ 825.487	\$ 2.629.100	\$ 3.583.705
BB	0,0418%	\$ 3.171.522	\$ 10.101.009	\$ 13.768.602
B	0,2278%	\$ 17.269.645	\$ 55.002.249	\$ 74.973.115
CCC	2,3522%	\$ 178.293.799	\$ 567.849.541	\$ 774.031.062

Tabla 9: Resumen valores CVA por rating. Elaboración propia.

Los valores de la tabla n°9 se elaboraron previa calibración del modelo de simulaciones. Esto quiere decir que los resultados están ajustados para la muestra de datos utilizada, sin embargo, resulta interesante analizar la sensibilidad del CVA ante variaciones en alguna de las variables subyacentes. Ya que el valor de un forward está fuertemente ligado a la apreciación o depreciación de las divisas, se examinan los cambios de los valores de la tabla n°9 frente a oscilaciones en el valor de la volatilidad del cambio US/CLP. La tabla n°7 resume estos resultados, la columna (3) de esta ha sido destacada para no perder de vista el valor original de esta volatilidad (σ calibrado).

Rating de riesgo	CVA ($\sigma=1\%$)	CVA ($\sigma=3,07\%$)	CVA($\sigma=6\%$)	CVA($\sigma=9\%$)	CVA($\sigma=12\%$)
AAA	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
AA	\$ 72.834	\$ 96.970	\$ 146.324	\$ 195.157	\$ 241.359
A	\$ 218.591	\$ 291.028	\$ 439.146	\$ 585.707	\$ 724.367
BBB	\$ 620.023	\$ 825.487	\$ 1.245.619	\$ 1.661.330	\$ 2.054.634
BB	\$ 2.382.131	\$ 3.171.522	\$ 4.785.671	\$ 6.382.835	\$ 7.893.909
B	\$ 12.971.235	\$ 17.269.645	\$ 26.059.048	\$ 34.755.965	\$ 42.984.098
CCC	\$133.916.526	\$ 178.293.799	\$269.036.611	\$358.824.580	\$443.772.766

Tabla 10: Sensibilidad CVA respecto a σ . Elaboración propia.

Como puede apreciarse el valor del CVA tiende a elevarse cuando se incrementa la volatilidad, esto tiene sentido si se piensa que este depende directamente de la exposición crediticia y ante una mayor variabilidad de las monedas, la probabilidad de que el precio del dólar se distancie respecto del precio de intercambio fijado al comienzo del contrato es mayor. Para más información en anexos 4 el lector puede ver como las exposiciones se comportan ante cambios en esta volatilidad.

Debido a que estos forwards solo tienen un intercambio efectivo de dinero, el análisis que puede hacerse respecto de sus exposiciones, inclinación al default y CVA es algo limitado. Aquí el CVA solo depende los precios finales, sin que el ciclo de vida previo al pago juegue un rol predominante en los cálculos. En contraposición los swaps de tasas de interés intercambian flujos constantemente por lo que sus variables de riesgo están sujetas a mayores cambios, esto los convierte en objetos de estudio más habituales.

4.2 CVA swap

La primera diferencia apreciable respecto del CVA calculado para forwards es que los swaps, al intercambiar flujos constantemente (cada 6 meses en este caso) generan una dependencia temporal del CVA, dicho de otro modo, existe una contribución al CVA total por parte de cada cupón, por ende, es posible graficar esta dependencia del tiempo. Las figuras n°14 y n°15 reflejan esto usando como ejemplo los ratings AAA y AA.

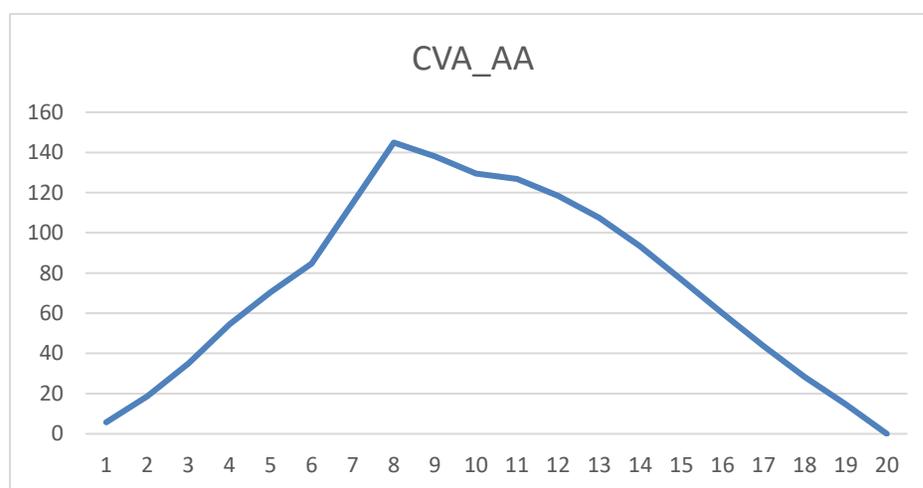


Figura 14: evolución temporal del CVA rating AA. Elaboración propia.

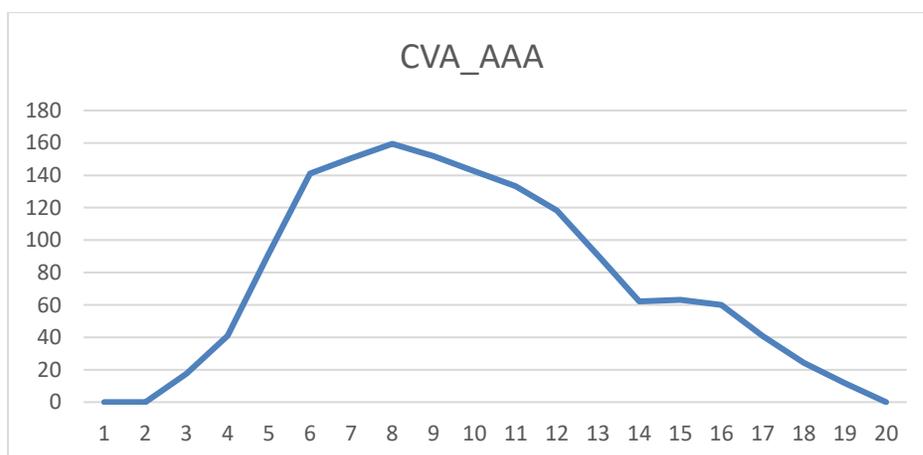


Figura 15: evolución temporal del CVA rating AAA. Elaboración propia.

La forma de la curva tiene una clara similitud con la curva de exposición, lo cual tiene sentido si se tiene en cuenta que esta es uno de los principales inputs del CVA. En ambos casos la contribución de cada periodo de pagos al CVA total sigue la misma tendencia, defiriendo entre si principalmente en las magnitudes producto de distintas probabilidades de default de cada ranking.

Análogamente a lo hecho para los forwards, a continuación se presenta el valor del CVA de un Swap de tasas de interés segregado por rating crediticio, se incluye el CVA como valor monetario,

porcentaje respecto del notional transado y también se incorpora el CVA sobre los percentiles 95 y 99, estimados bajo la misma lógica de los forwards.

Rating riesgo	CVA(% nominal)	CVA (\$)	CVA 95% (\$)	CVA 99% (\$)
AAA	0,0150%	\$ 1.499,5	\$ 6.506,0	\$ 9.146,7
AA	0,0147%	\$ 1.465,6	\$ 6.335,4	\$ 8.912,4
A	0,0236%	\$ 2.362,0	\$ 10.176,1	\$ 14.320,2
BBB	0,0698%	\$ 6.979,8	\$ 30.260,4	\$ 42.627,7
BB	0,2777%	\$ 27.770,7	\$ 120.752,8	\$ 170.240,5
B	0,6321%	\$ 63.207,2	\$ 277.448,5	\$ 392.743,8
CCC	1,6602%	\$ 166.021,6	\$ 747.138,8	\$ 1.071.555,4

Tabla 11: Resumen valores CVA swap por rating. Elaboración propia.

La primera observación interesante que se desprende de la figura n°14 y la tabla n°11 es que el valor para el rating AAA es mayor que el correspondiente a los AA, lo cual rompe la tendencia repetida hasta el momento en las tablas anteriores, a mejor calificación de riesgo, menor es el ajuste necesario para sopesar el riesgo de default de la contraparte. Esto puede deberse a que las probabilidades de default de ambas clasificaciones son muy similares (véase sección 3.5), más aún, entre el tercer y sexto año las probabilidades condicionales de AA son ligeramente menores a las de AAA y dado que este periodo intermedio en la vida del swap es donde la exposición es más alta (ver figura n°13), contar con una probabilidad de default menor en ese periodo tiene un efecto mayor sobre el CVA.

Por otro lado, los valores porcentuales con respecto al nominal siguen siendo muy bajos, pero se debe de tener cuidado de tomar esto como argumento para creer que son sumas despreciables ya que los derivados suelen adquirirse por grande sumas y una mala gestión del riesgo podría traer complicaciones.

Al igual que lo hecho en la sección 4.1, puede realizarse un análisis de sensibilidad de los resultados con respecto a variaciones en la volatilidad de la tasa. Debido a que el swap ha sido modelado bajo las ecuaciones de Vasicek, también es posible estudiar variaciones respecto del parámetro k , que representa la velocidad con la cual la tasa vuelven al valor medio de largo plazo (regresión a la media). Las tablas n°12 y n°13 ilustran las oscilaciones del CVA respecto a cambios en σ (*volatilidad diaria*) y el recién mencionado K . Se destacan en color los valores originales de la muestra $\sigma = 0,009$ $k = 0,157$. Para facilitar la apreciación visual del cambio se incluyen adicionalmente dos gráficos que exhiben las variaciones (solo se incluyeron los ratings AAA, AA y A debido a que los cambios en las magnitudes no permiten un agradable y clara visualización de los datos).

Rating riesgo	$\sigma=0,002$	$\sigma=0,005$	$\sigma=0,009$	$\sigma=0,011$	$\sigma=0,015$	$\sigma=0,018$	$\sigma=0,025$
AAA	\$ 220	\$ 762	\$ 1.500	\$ 1.939	\$ 2.756	\$ 3.278	\$ 4.803
AA	\$ 214	\$ 740	\$ 1.466	\$ 1.885	\$ 2.690	\$ 3.204	\$ 4.695
A	\$ 341	\$ 1.185	\$ 2.362	\$ 3.024	\$ 4.321	\$ 5.162	\$ 7.567
BBB	\$ 990	\$ 3.503	\$ 6.980	\$ 8.964	\$ 12.803	\$ 15.249	\$ 22.353
BB	\$ 3.883	\$ 13.910	\$ 27.771	\$ 35.709	\$ 50.930	\$ 60.596	\$ 88.840
B	\$ 8.234	\$ 31.199	\$ 63.207	\$ 81.057	\$ 116.109	\$ 137.853	\$ 202.233
CCC	\$ 17.612	\$ 78.566	\$ 166.022	\$ 209.940	\$ 309.908	\$ 366.988	\$ 538.679

Tabla 12: Sensibilidad CVA swap respecto a σ . Elaboración propia.

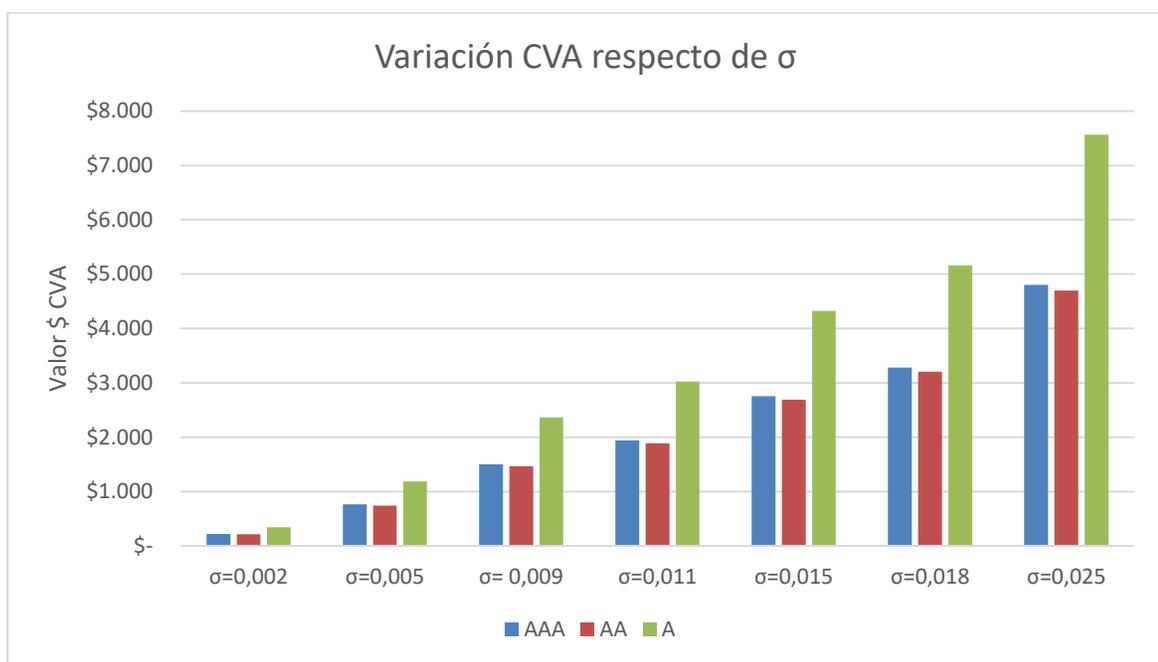


Figura 16: gráfico CVA vs σ . Elaboración propia.

rating riesgo	k=0,01	k=0,03	k=0,06	k=0,157	k=0,25	k=0,4	k=0,55	k=0,7	k=0,85
AAA	\$ 5.248	\$ 3.142	\$ 2.441	\$ 1.500	\$ 1.075	\$ 607	\$ 387	\$ 246	\$ 166
AA	\$ 5.130	\$ 3.068	\$ 2.373	\$ 1.466	\$ 1.050	\$ 595	\$ 385	\$ 247	\$ 168
A	\$ 8.250	\$ 4.934	\$ 3.798	\$ 2.362	\$ 1.694	\$ 970	\$ 631	\$ 411	\$ 283
BBB	\$ 24.173	\$ 14.566	\$ 11.279	\$ 6.980	\$ 4.990	\$ 2.809	\$ 1.798	\$ 1.154	\$ 789
BB	\$ 95.454	\$ 57.853	\$ 44.930	\$ 27.771	\$ 199.798	\$ 11.022	\$ 6.972	\$ 4.444	\$ 2.958
B	\$ 211.701	\$ 130.861	\$ 102.064	\$ 63.207	\$ 44.670	\$ 24.337	\$ 14.876	\$ 9.382	\$ 6.011
CCC	\$ 530.882	\$ 3.412.779	\$ 265.351	\$ 166.022	\$ 115.276	\$ 61.872	\$ 35.439	\$ 22.059	\$ 13.335

Tabla 13: Sensibilidad CVA swap respecto a k . Elaboración propia.

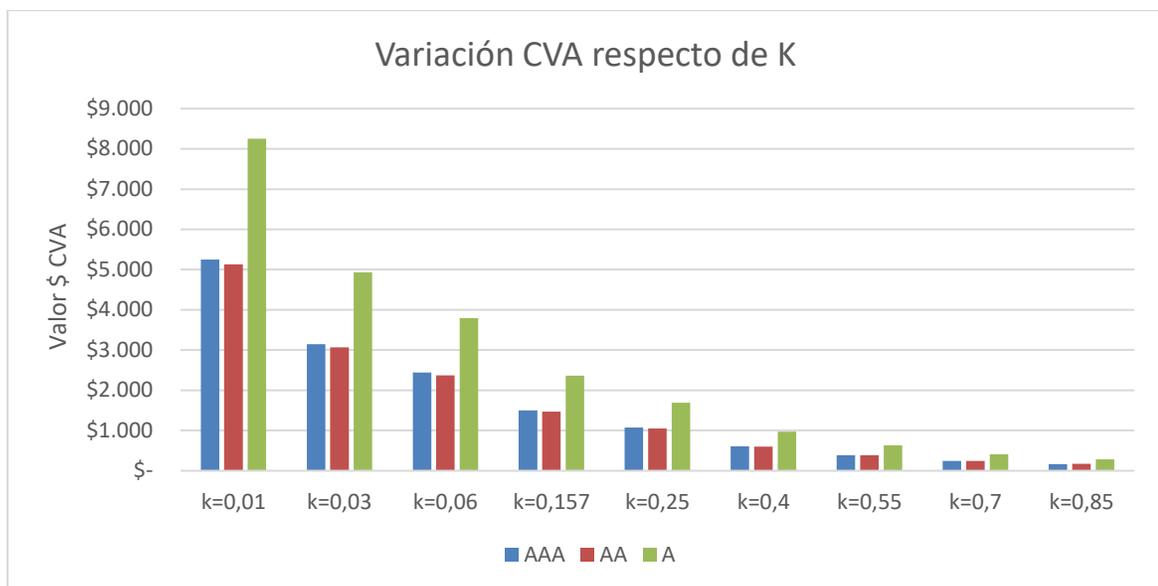


Figura 17: gráfico CVA vs k . Elaboración propia.

Al respecto de estas tablas hay algunos aspectos que vale la pena mencionar. Por un lado se puede desprender que el CVA es sensible al cambio de ambos parámetros, por ejemplo, una disminución de cerca de un 80% en K (de 0,157 a 0,03) provocó un CVA de aproximadamente el doble (108% caso A por ejemplo). Por su parte la volatilidad tuvo un efecto similar pero en sentido contrario, siguiendo el ejemplo de A, al duplicarse la volatilidad con respecto a su valor calibrado (de 0,009 a 0,018) el CVA creció aproximadamente un 118% (de 2.362 a 5.162).

Intuitivamente lo que ocurre es que los aumentos en la volatilidad hacen crecer las posibles exposiciones de las contrapartes al default, esto principalmente porque los valores de las tasas se vuelven más impredecibles y los flujos pueden volverse altamente atractivos o desalentadores para los partícipes del contrato. Por otro lado, K representa la velocidad con la que las tasas convergen al valor de largo plazo, si estas nunca se acercan a dicho valor, es esperable también que esta diversificación de los escenarios tenga como consecuencia exposiciones crediticias mayores.

Las magnitudes de los CVA estimados en ambos casos son razonables si se las compara con trabajos como los de *Norman, L y Chen, G. (2013)*.

4.3 Basilea III y CVA

Posterior a la crisis de los años 2007 y 2008 la gestión del CVA tomó una gran relevancia en el mundo financiero, siendo el BIS (*Bank for International Settlement*) uno de los principales precursores de estos cambios a través del acuerdo de Basilea III, en este se le presentan a los bancos recomendaciones para calcular el CVA y las correspondientes reservas de capital asociadas a este. En particular, para bancos que cuenten con la aprobación de su regulador, Basilea propone una fórmula para estimar el CVA a partir de simulaciones. A continuación se contrastan los resultados de este CVA regulador con los estimados previamente.

En Basilea III el CVA se calcula mediante la siguiente expresión (Basel Committee on Banking Supervision, 2011)

$$CVA = LGD_{mkt} \sum_{i=1}^T \left(\frac{EE_{t_{i-1}} * D_{t_{i-1}} + EE_{t_i} * D_{t_i}}{2} \right) * \max \left[0; \exp \left(\frac{-s_{t_{i-1}} * t_{i-1}}{LGD_{mkt}} \right) - \exp \left(\frac{-s_{t_i} * t_i}{LGD_{mkt}} \right) \right]$$

Donde,

- t_i es el tiempo de la i -ésima reevaluación.
- T la madurez contractual con la contraparte.
- LGD_{mkt} es la tasa de severidad con respecto a la contraparte.
- EE_{t_i} corresponde a la exposición esperada al tiempo t_i .
- D_{t_i} Es el factor de descuento libre de riesgo al tiempo t_i .
- s_{t_i} el CDS (Credit Default Swap) spread de la contraparte el tiempo t_i .

En la expresión anterior el término $\max \left[0; \exp \left(\frac{-s_{t_{i-1}} * t_{i-1}}{LGD_{mkt}} \right) - \exp \left(\frac{-s_{t_i} * t_i}{LGD_{mkt}} \right) \right]$ representa la probabilidad de default de la contraparte, mientras que la primera expresión dentro de la sumatoria da cuenta de la exposición al riesgo presente pero descontada por periodos. Adicionalmente, las instituciones que deseen utilizar este método de medición requieren hacer uso de modelos internos de medición del riesgo asociado a las posiciones de deuda y aplicar un intervalo de confianza de un 99% sobre los cálculos.

Los spreads s_{t_i} no fue posible obtenerlos debido a la poca cotización de CDS en el mercado chileno, pero según indica la publicación del BIS, al no tener disponibilidad de los CDS spreads, las instituciones podrán usar un proxy apropiado que tenga en cuenta el rating, la industria y la región. En consecuencia, para poder comparar este método con los modelamientos previos se ha utilizado una aproximación con spreads de riesgo para calificaciones AAA, AA y A, suministradas por la CMF. A continuación se presentan los resultados del CVA propuesto por Basilea III con respecto de los calculados en las secciones 4.1 y 4.2.

Forward		
Rating riesgo	CVA teórico	CVA Basilea
AAA	0	\$ 211.765
AA	\$96.970	\$ 414.928
A	\$291.028	\$ 1.201.889

Tabla 14: CVA Basilea vs teórico. Elaboración propia.

Swap		
Rating riesgo	CVA teórico	CVA Basilea
AAA	\$ 1.499,5	\$ 6.076
AA	\$ 1.465,6	\$ 9.802
A	\$ 2.362,0	\$ 14.544

Tabla 15: CVA Basilea vs teórico. Elaboración propia.

Se aprecia que valores del CVA correspondientes al método regulador de Basilea son más altos, esto se explica probablemente debido a la naturaleza medida que tienen las mediciones del

organismo, donde las estimaciones están hechas con un objetivo más de resguardo y precaución frente a los riesgos que de precisión.

Finalmente, debido a esta idea de resguardo también se presenta la comparación entre los resultados de la fórmula de Basilea con respecto del CVA sobre percentil 99 calculado previamente. De estas últimas tablas es posible encontrar resultados de mayor similitud entre un método y otro.

Swap		
Rating riesgo	CVA percent 99	CVA Basilea
AAA	\$ 9.146,7	\$ 6.076
AA	\$ 8.912,4	\$ 9.802
A	\$ 14.320,2	\$ 14.544

Tabla 16: CVA Basilea vs percent 99. Elaboración propia.

Forward		
Rating riesgo	CVA percent 99	CVA Basilea
AAA	\$ -	\$ 211.765
AA	\$ 420.980	\$ 414.928
A	\$ 1.263.445	\$ 1.201.889

Tabla 17: CVA Basilea vs percent 99. Elaboración propia.

Capítulo 5

Conclusiones

En las primeras páginas de este informe se ha visto que el mercado de derivados OTC en Chile tiene una gran relevancia. Debido a los altos montos transados y a la característica de suma cero (uno gana otro pierde) que poseen estos instrumentos, resulta claro que detrás de cada posición rentable existen peligros subyacentes de no cumplimiento de las obligaciones. Enfrentar esta realidad con mecanismos eficaces de mitigación de riesgos resulta imprescindible si se quiere asegurar la salud del sistema financiero. De lo contrario catástrofes como las vividas durante la crisis subprime volverán a ocurrir.

Modelar el riesgo de contraparte a partir de simulaciones se presenta como una metodología de gran utilidad. El atributo de generar miles de escenarios que modelen la realidad concede la posibilidad de realizar supuestos imposibles de replicar en el mundo real sin que esto derive en una crisis financiera. En contraposición, la metodología tampoco es perfecta, siendo una de sus principales desventajas la exigencia computacional que conlleva, sin ir más lejos, compilar los códigos computacionales para valorizar swaps de tasas de interés necesitó de varios minutos y eso que solo se trató de un derivado, replicar estos procesos para grandes portafolios representa un desafío de optimización tanto para los procesadores como para quienes implementen los algoritmos correspondientes.

Con respecto al modelo de tasas de interés de Vasicek, este resultado de gran utilidad para modelar tasas de interés, su simpleza y existencia de soluciones analíticas cerradas lo convierten en un modelo de gran atractivo. Sus principales inconvenientes surgen al momento de explorar variaciones en los parámetros ya que fue común obtener tasas de interés negativas ante un incremento de la volatilidad sobre el 5% y esto al carecer de interpretación limita la posibilidad de utilizarlo para estudiar mercados inestables donde variables como estas superan altamente dichos niveles.

Posteriormente se estimó el ajuste de crédito sobre los derivados, encontrando que este no representa un alto porcentaje respecto de su nominal, pero se debe tener precaución de menospreciarlo ya que los volúmenes de las transacciones de derivados son altísimos, y la

tendencia sigue al alza. Esto implica que si bien hoy este riesgo puede no representar demasiados problemas, ante potenciales inestabilidades del sistema financiero el efecto podría magnificarse.

Las diferencias de resultados entre metodologías evidencian los distintos enfoques que estas tienen, por un lado es esperable que el acuerdo de Basilea III entregue recomendaciones basadas en la prudencia, por otra parte, los cálculos analíticos son altamente mejorables y modificables si se relajan o modifican algunos supuestos como la neutralidad al riesgo o la idea de que no exista tasas de recuperación ($LGD=1$)

La evolución de las metodologías actuales de estimación de riesgos, en particular en derivados, es uno de los principales desafíos de la regulación bancaria, los modelos matemáticos no solo suelen rendir mejor en cuanto a niveles de error, sino que también aportan a seguir desarrollando conocimiento sobre el comportamiento del sistema y las variables con las cuales tener cuidado en el futuro, un ejemplo claro es el CVA y lo ocurrido en la crisis subprime.

En las transacciones de derivados OTC, el monto de deuda concreto es desconocido ya que depende de un subyacente, esto significa que dichos montos son altamente dependientes de variables macroeconómicas y hasta de la coyuntura política de un país. Prueba de esto es que fue necesario rehacer las simulaciones sobre la razón USD/CLP en más de una ocasión ya que en un corto periodo de tiempo las volatilidades de estas se incrementaron de manera drástica, por lo que la información recopilada en un principio arrojaba parámetros nada cercanos a la realidad actual.

Bibliografía

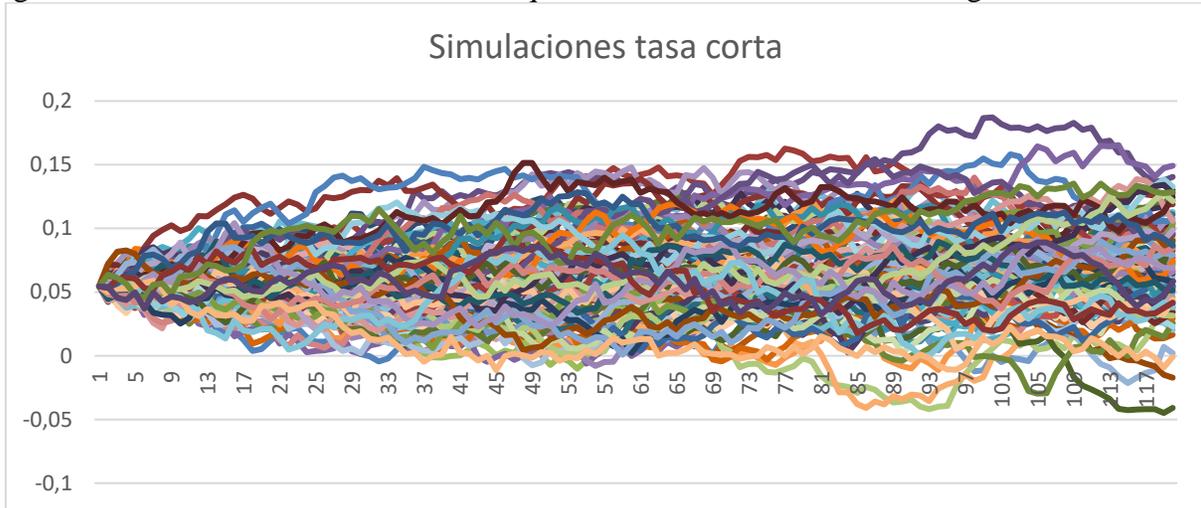
1. Filipovic, D. 2009. Term-structure models a graduate course. Viena, Springer. 256p.
2. Wilmott, P. 2006. Quantitative Finance. 2nd ed. Chichester, Wiley. 1379p.
3. Green, A. 2016. xva: Credit, funding and capital valuation Adjustment. Chichester, Wiley. 510p.
4. Gregory, J. 2010. Counterparty credit risk, the new challenge for global financial markets. Chichester, Wiley. 424p.
5. Hull, J. C. 2015. Options, Futures, and other Derivatives. 9th ed. USA, Pearson. 869.
6. Yor, M. Exponential Functionals of Brownian Motion and Related Processes. Volumen 2. Springer.
7. Olovsson, R. y Sundberg, Erik. 2017. A study of the Basel III CVA formula. Bachelor of Science in Finance. Gothenburg. University of Gothenburg School of Business, Economics and Law. 49p.
8. Halifu, M. 2011. Counterparty Credit Risk in Energy-Commodity Forwards. Master in finance. University of Gothenburg School of Business, Economics and Law. 42p.
9. Norman, L y Chen, G. 2013. Modeling CVA for Interest Rate Swaps in a CIR-framework. Master in finance. University of Gothenburg School of Business, Economics and Law. 48p.
10. Perez, I. 2014. Análisis de riesgos de contraparte y ajustes de crédito (CVA) para derivados: Metodologías e Implementación. Ingeniero Civil Industrial. Santiago. Universidad de Chile. 87p.
11. Ribera, G. 2014. Estudio y desarrollo del modelo estocástico de Vasicek para la predicción de tipos de interés "short term". Master en dirección financiera y fiscal. Valencia. Universidad Politécnica de Valencia. pp 27-63.
12. Yong Cao, Libin Zhou and Guotai Chi, "Default probability calculation model based on credit spread," *World Automation Congress 2012*, Puerto Vallarta, Mexico, 2012, pp. 1-9.
13. Bentjerodt y Ochoa, El mercado de derivados financieros en Chile; regulaciones vigentes, evolución reciente y perspectivas, 1996.
14. V. Fernandez, 1999. Los productos derivados en Chile y su mecánica. [en línea]. <<http://www.dii.uchile.cl/~ceges/publicaciones/ceges49.pdf>>. [consulta: 09 de octubre 2019].

15. Portal BIS. Bank for International Settlements [en línea] <https://www.bis.org/bcbs/basel3/b3_bank_sup_reforms_es.pdf>. [consulta: 10 de septiembre 2019].
16. Portal BIS. Bank for International Settlements [en línea] Portal BIS. Bank for International Settlements [en línea] https://www.bis.org/bcbs/publ/d424_hlsummary_es.Z. [consulta: 13 de febrero 2020].
17. Villena, J. Salinas, J. 2014. Estudios Económicos Estadísticos. Santiago, Banco Central de Chile.
18. Portal SBIF. Superintendencia de Bancos e Instituciones Financieras [en línea] <https://www.sbif.cl/sbifweb/servlet/ConozcaSBIF?indice=7.5.1.1&idContenido=521>>
19. Bentjerodt y Ochoa, El mercado de derivados financieros en Chile; regulaciones vigentes, evolución reciente y perspectivas, 1996.

Anexos

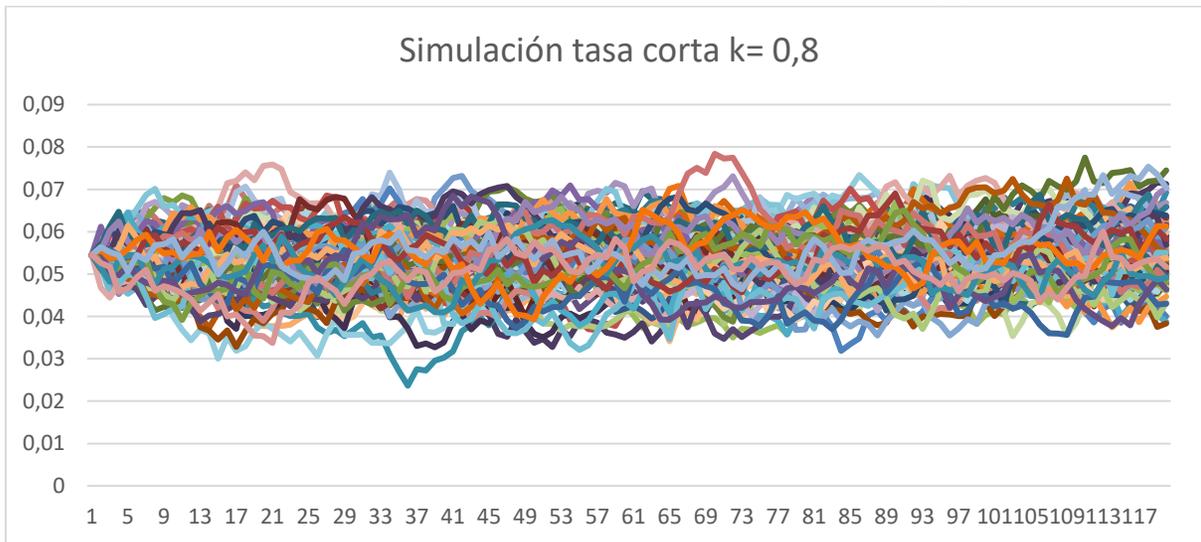
7.1 Anexo A

gráfico de simulaciones de la tasa corta que ilustra la existencia de tasas negativa.



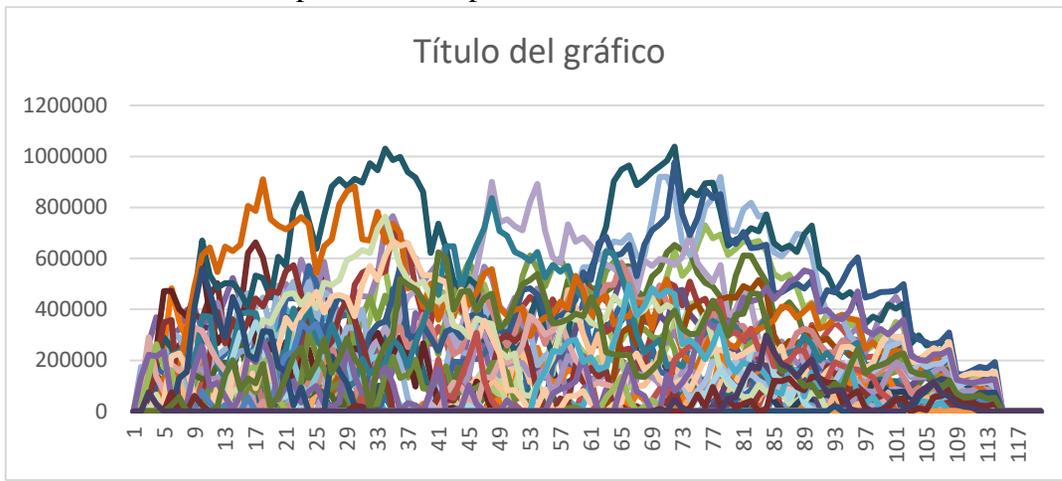
7.2 Anexo B

Gráfico de simulaciones tasa corta ante un valor elevado de la velocidad (k)



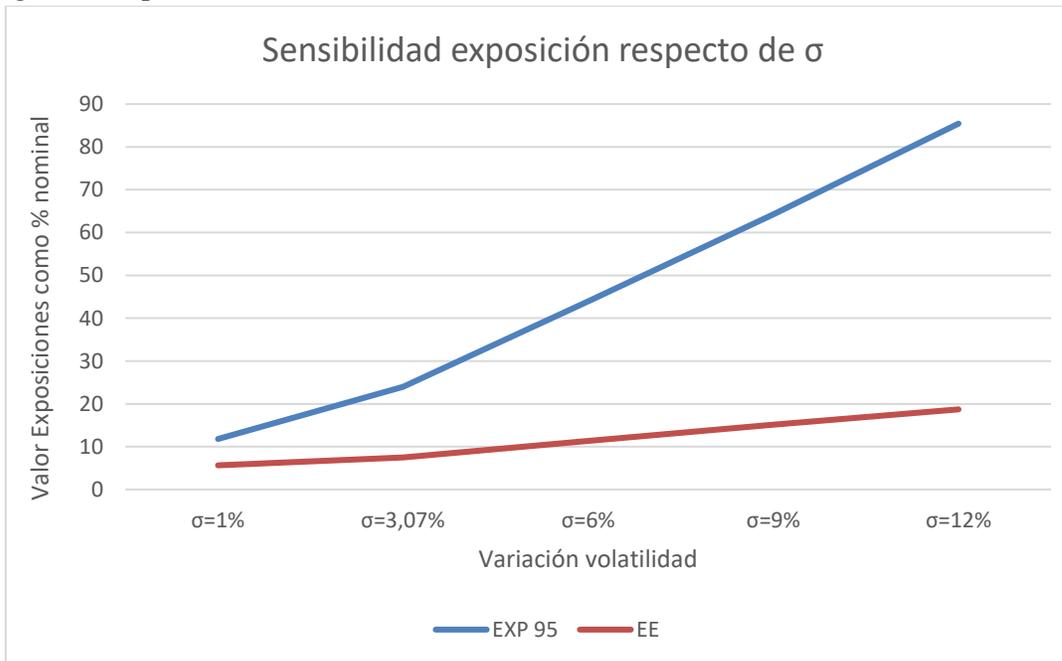
7.3 Anexo C

Simulación de valores positivos swap de tasas calibrado.



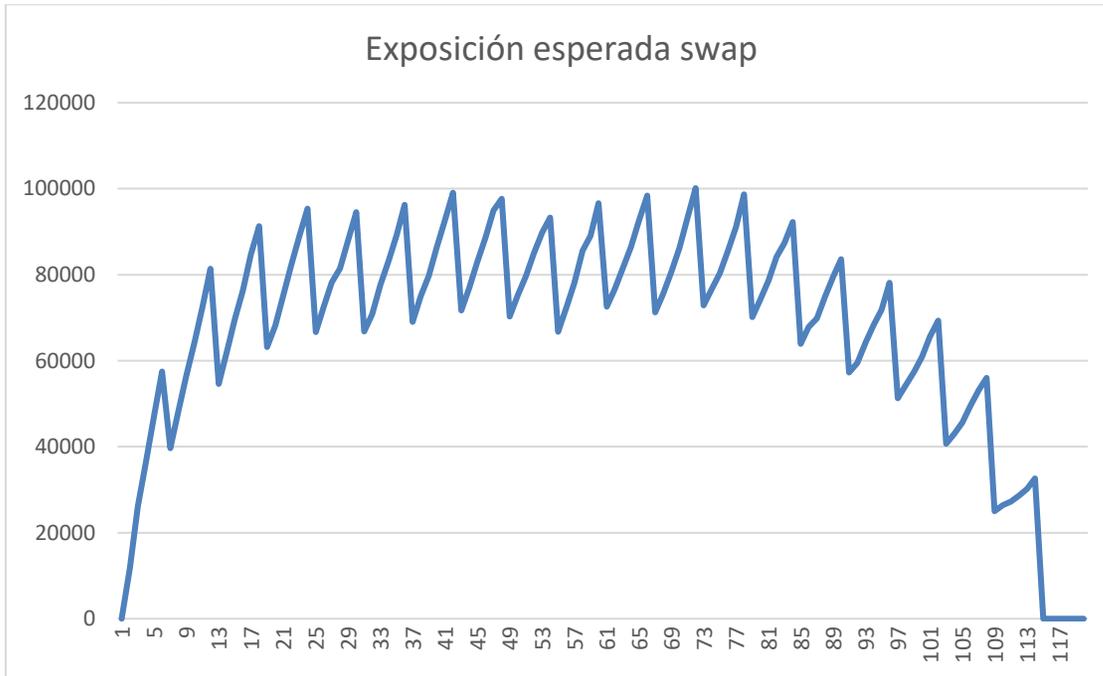
7.4 Anexo D

gráfico exposiciones forward vs volatilidad USD/CLP.



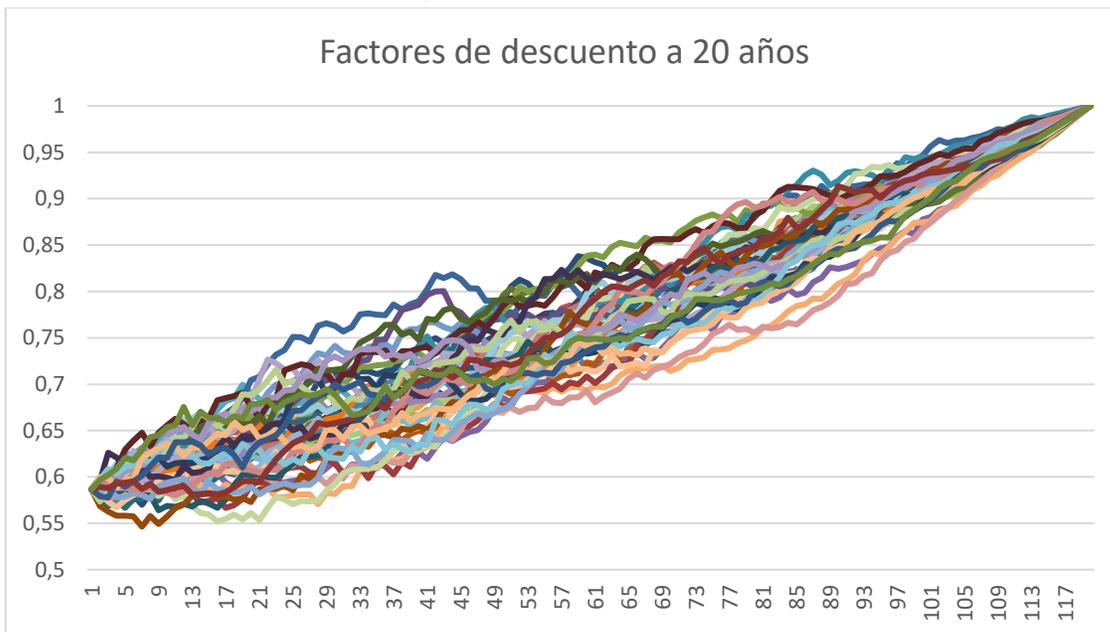
7.5 Anexo E

Perfil de exposición swap, volatilidad amplificada $\sigma = 0,025$.



7.6 Anexo F

Factores de descuento a 10 años, calibrados.



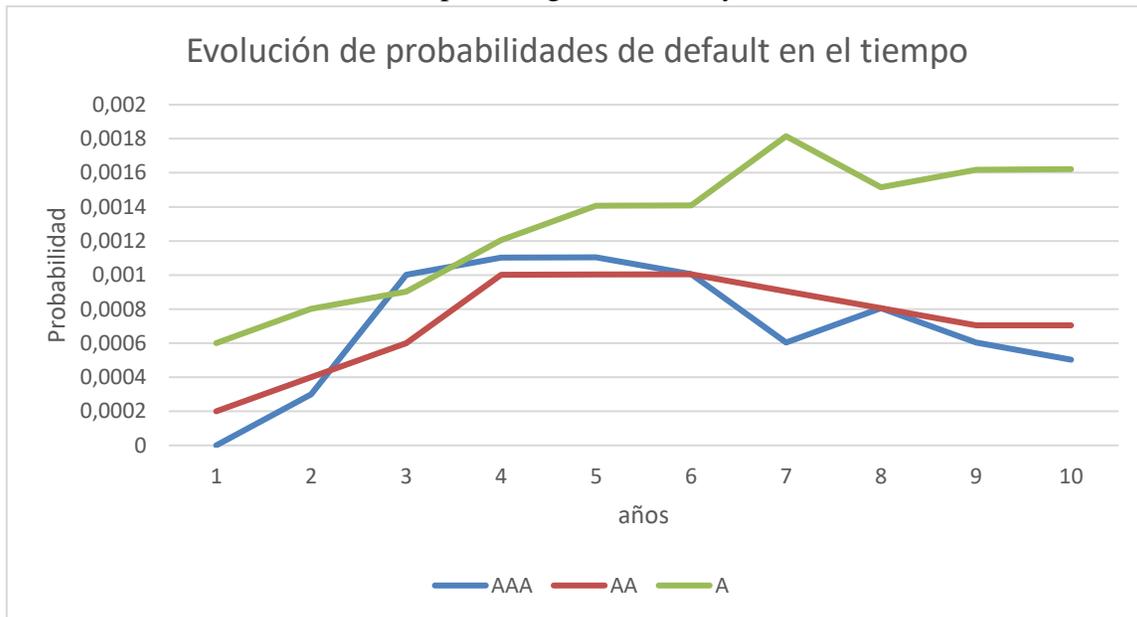
7.7 Anexo G

Tabla con valores de CVA para distintas volatilidades.

Rating de riesgo	CVA ($\sigma=1\%$)	CVA ($\sigma=3,07\%$)	CVA($\sigma=6\%$)	CVA($\sigma=9\%$)	CVA($\sigma=12\%$)
AAA	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
AA	\$ 152.208	\$ 308.842	\$ 566.592	\$ 828.421	\$ 1.101.898
A	\$ 456.806	\$ 926.896	\$ 1.700.455	\$ 2.486.258	\$ 3.307.018
BBB	\$ 1.295.711	\$ 2.629.100	\$ 4.823.265	\$ 7.052.160	\$ 9.380.207
BB	\$ 4.978.123	\$ 10.101.009	\$ 18.530.995	\$ 27.094.416	\$ 36.038.780
B	\$ 27.106.993	\$ 55.002.249	\$ 100.905.406	\$ 147.535.147	\$ 196.239.205
CCC	\$ 279.855.714	\$ 567.849.541	\$ 1.041.759.016	\$ 1.523.169.817	\$ 2.025.996.114

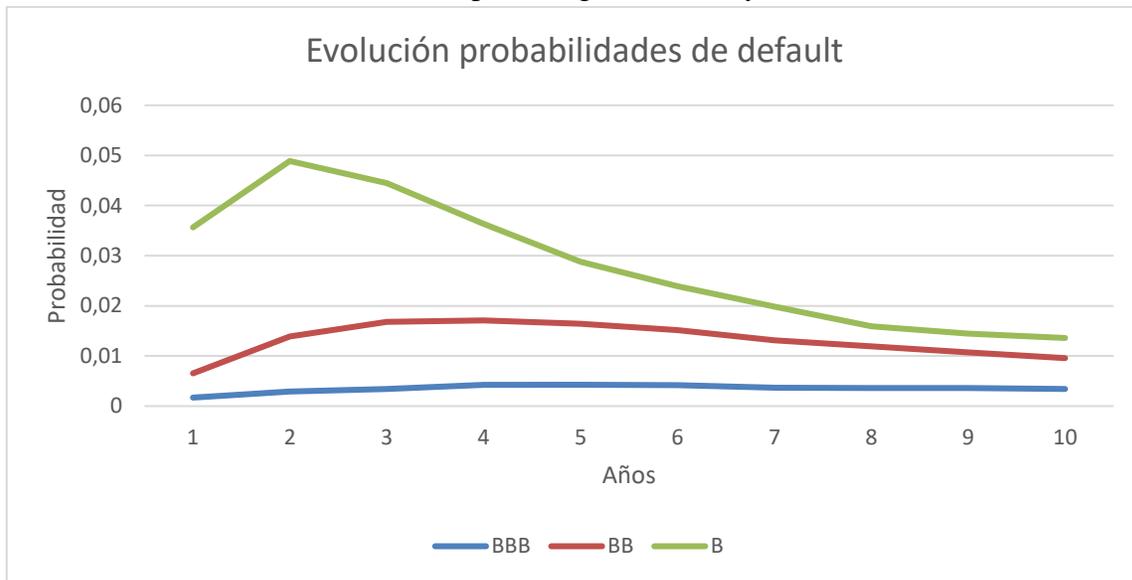
7.8 Anexo H

Probabilidades de default en tiempo, ratings AAA, AA y A.



7.9 Anexo I

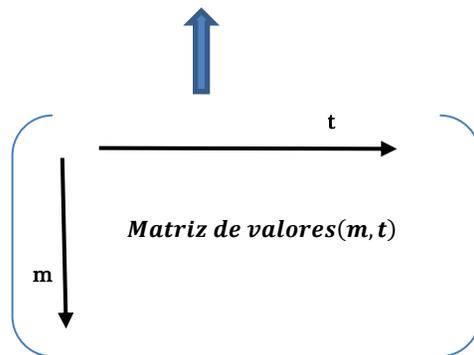
Probabilidades de default en el tiempo, ratings BBB, BB y B.



7.10 Anexo J

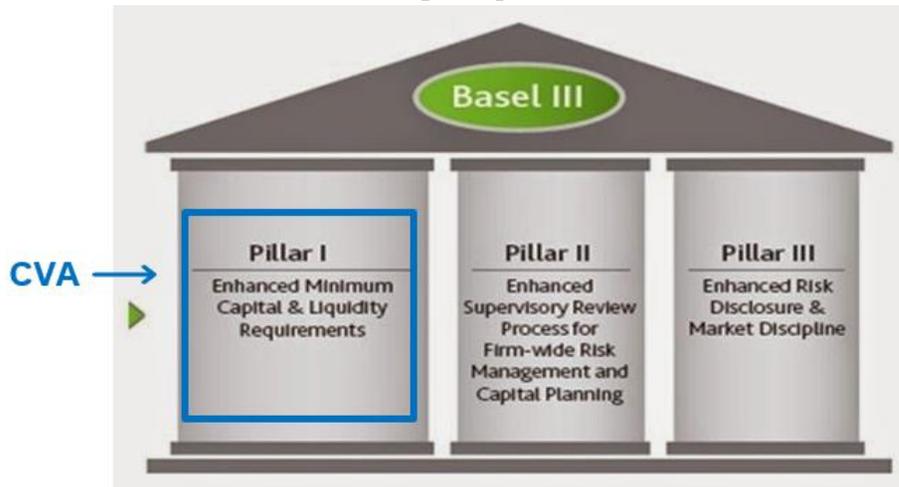
esquema de simulaciones del tipo de cambio.

$$\frac{\text{Valor forward}_t}{\text{Nacional}} = TC_t * e^{-r_{usd} * T} - TC_{1 \text{ año}} * e^{-r_{ctp} * T}$$



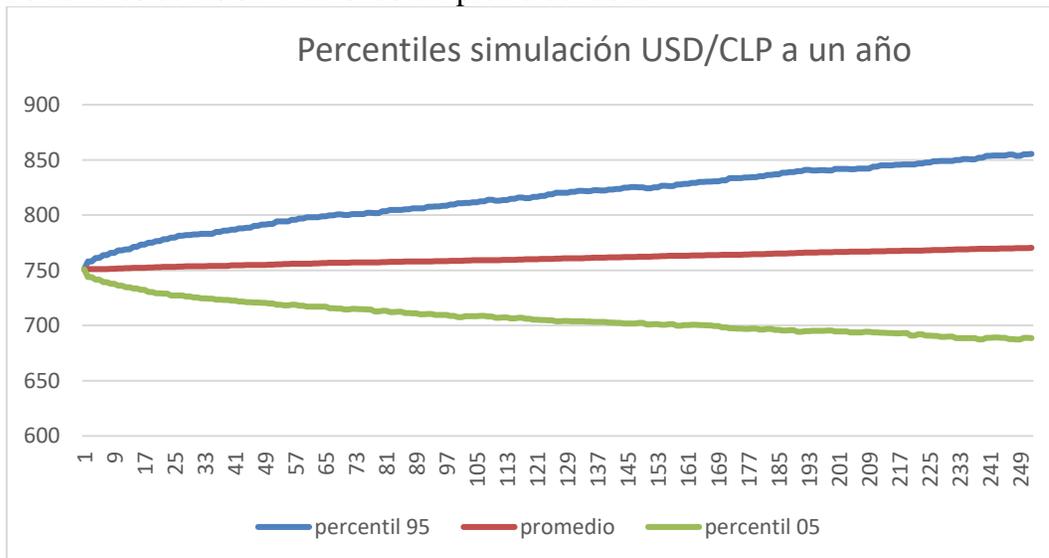
7.11 Anexo K

Pilares de Basilea III, destacado pilar que contiene CVA.



7.12 Anexo L

Percentiles de las simulaciones del precio del dólar



7.13 Anexo M

Percentiles valorizaciones swap

