



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

**ESTUDIO DE RESUSPENSION DE SEDIMENTOS EN SISTEMAS SOMEROS  
ENERGIZADOS POR EL VIENTO**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

**SEBASTIÁN ANDRÉS RIQUELME TOLEDO**

PROFESOR GUÍA:  
ALBERTO DE LA FUENTE STRANGER

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
ANA LUCÍA PRIETO  
ALDO TAMBURRINO

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por: Proyecto Fondecyt #1181222

SANTIAGO, CHILE  
2021

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR  
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL  
POR: **SEBASTIÁN ANDRÉS RIQUELME TOLEDO**  
FECHA: 2021  
PROF. GUÍA: ALBERTO DE LA FUENTE STRANGER

## **ESTUDIO DE RESUSPENSION DE SEDIMENTOS EN SISTEMAS SOMEROS ENERGIZADOS POR EL VIENTO**

En las cuencas endorreicas del altiplano los salares representan lagunas terminales, las que actúan como ambientes altamente evaporativos y cuya principal afluencia proviene desde los acuíferos subyacentes. Estos humedales albergan importantes poblaciones de mamíferos, peces y aves, cuya base trófica está compuesta principalmente por organismos bentónicos que habitan en los sedimentos. La principal amenaza de estos ecosistemas resulta ser la sobreexplotación de las aguas subterráneas cercanas, en especial para uso minero e industrial, además de la explotación de las salmueras para la extracción de minerales como el litio. Por lo tanto, resulta primordial dedicar esfuerzos al estudio de estos sitios, de forma que se puedan tomar mejores medidas para la protección de las especies amenazadas.

En el Salar del Huasco la dinámica del sistema está controlada por 2 regímenes de viento principales, el régimen matinal, donde la velocidad del viento y la humedad son bajas, sin mayores efectos en el agua, y el régimen de la tarde, donde se observa la aparición de turbulencia en el cuerpo acuático producto de un incremento en la velocidad del viento, provocando un aumento en la turbidez del sistema. Actualmente, se tiene un modelo de predicción de la producción primaria bentónica (PPB), proporcional a la cantidad de alimento disponible para 3 especies de flamencos que habitan la zona, con el fin de estimar el tamaño de la población de estas aves. Producto de los cambios en los regímenes de viento, se generan episodios de resuspensión de sólidos en la laguna, lo que afecta a los flujos de calor en la interfaz agua-sedimento y provoca cambios en la PPB. El modelo actual depende de, entre otras variables, la concentración de sólidos suspendidos, lo que hace necesario una buena estimación de esta variable para obtener una buena precisión en el cálculo de la PPB.

A partir de un análisis de transporte de masa y búsqueda bibliográfica, se obtienen 3 modelos de predicción de la turbidez del salar en función del efecto del viento. Debido a las cuarentenas producto de la pandemia por SARS-CoV-2, resulta imposible llevar a cabo una campaña de levantamiento de datos, por lo que la calibración de estos modelos se realizó a partir de promedios temporales de 30 minutos de los datos obtenidos por de la Fuente (2014) y Suárez et al. (2020), de forma que se pueda obtener una primera aproximación de los parámetros de ajuste de la curva de turbidez en función del tiempo. Este marco teórico resulta ser una guía para la implementación de un modelo de predicción del aumento de turbidez producto del viento en lagunas someras.

**Conceptos clave:** Salar del Huasco; sistema somero; resuspensión de sedimentos; velocidad del viento; turbidez del agua; esfuerzo de corte; ajuste no lineal.



*El hombre no puede descubrir nuevos océanos,  
a menos que tenga el coraje de perder de vista la costa.*

***André Gide***



# Agradecimientos

Me gustaría comenzar agradeciendo a quienes siempre han estado y estarán para mí, mi familia. A mi madre, por motivarme a siempre dar lo mejor de mí; a mi padre, por su paciencia y sus consejos; y a ambos por su apoyo incondicional en mis proyectos personales. Agradecer a mi hermana por siempre contagiar su alegría, y por ser mi principal razón para nunca bajar los brazos. A mis abuelos, por recibirme con los brazos abiertos cada vez que lo necesité, y por considerarme un hijo más en su casa. A mis tíos, que han estado conmigo desde que tengo memoria, y que me han cuidado sin esperar nada a cambio. A mis primos, con quienes he podido recuperar la relación durante este último tiempo, y que fueron los hermanos que no tuve cuando pequeño.

También agradecer a la familia que elegí, mis amigos. Al hermoso grupo de amigos que me acompañó durante mi paso por la Universidad, Los Reprimidos, con quienes pasé momentos inolvidables y que guardo con mucho cariño en mi corazón. A los chicos del voley, que me enseñaron lo que es un equipo y a luchar por mis objetivos. A los civiles, que a pesar de no conocerme mucho me incluyeron sin problemas en sus actividades y grupos, y que en poco tiempo se ganaron mi cariño. A mis chilotes incondicionales, que me acompañaron en las buenas y en las malas en esta travesía santiaguina, con quienes pude sentirme en casa a pesar de la lejanía y que siempre estuvieron para escucharme y apoyarme. Y en especial a Tomás, a quien ya hace varios años considero mi hermano de otra madre y mi mejor amigo, quien siempre me recibió en los momentos en que lo necesité y con quien viví incontables experiencias que me ayudaron a ser quien soy actualmente.

J'aimerais aussi remercier toutes les personnes qui m'ont accompagnées lors de mon échange en France. La Bolgia, qui est devenue ma famille à Nantes. Merci Jimmy, Angelo, Javi, Gigi, Chema, Luisda et Matteo, pour tous les moments mémorables vécus ensemble, pour les apéros, les fêtes, les voyages et les innombrables après-midis à fumer des gros bédos et regarder des series. Les Esporbar, d'être devenus mes profs de français sans me connaître, pour m'avoir accueilli dans leur groupe, et pour tous les voyages et soirées qu'on a passés ensemble. Le volley, pour les rigolades interminables aux entraînements, pour m'avoir fait goûter la raclette et pour les expériences passées aux nombreux tournois auxquels on a participé (surtout merci pour Amsterdam mdr). Les internationaux, qui m'ont fait prendre conscience que je n'étais pas le seul étranger à vivre une nouvelle expérience loin de chez soi, merci aux brésiliens, espagnols, mexicains, libanais, marocains, et surtout merci Martha. Merci les centraliens pour leurs motivations infinies et la bonne ambiance à l'école. Et évidemment, merci aux chiliens que j'ai rencontrés lors de cette expérience et qui sont restés avec moi jusqu'à ce jour, merci Javi, Flo, Dani, Chio et Esteban.

Por último pero no menos importante, me gustaría agradecer a la persona que me ha apañado a todas durante estos 2 años. Gracias Romina por ser tú, por estar conmigo en los momentos difíciles, por apoyarme en todo lo que se me ocurre, por permitirnos crecer en conjunto y superar la adversidad, y sobretodo gracias por tu compañía y la alegría que me transmites. Los amo a tí y al maquito ♥.

# Tabla de Contenidos

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Objetivo</b>	<b>3</b>
2.1. Objetivo general . . . . .	3
2.2. Objetivos específicos . . . . .	3
<b>3. Antecedentes</b>	<b>4</b>
3.1. Hidrodinámica del sistema e intercambios de calor en la interfaz agua - sedimento	4
3.1.1. Hidrodinámica del sistema . . . . .	4
3.1.2. Flujos de calor . . . . .	5
3.2. Condiciones meteorológicas y dinámica aire-agua en el salar . . . . .	7
3.2.1. Flujos de CO <sub>2</sub> y bioquímica del sistema . . . . .	7
3.3. Marco teórico . . . . .	9
3.3.1. Modelación de resuspensión de sedimentos . . . . .	9
3.3.2. Flujo vertical neto . . . . .	10
3.3.3. Esfuerzo de corte . . . . .	12
3.3.4. Relación entre SS y turbidez . . . . .	14
<b>4. Metodología</b>	<b>16</b>
4.1. Desarrollo del Trabajo . . . . .	16
4.2. Sitio de Estudio y Mediciones . . . . .	17
4.3. Elección de datos . . . . .	21
4.3.1. Velocidad de flujo (U) . . . . .	21
4.3.2. Velocidad del viento (W) . . . . .	21
4.3.3. Esfuerzo de corte ( $\tau$ ) . . . . .	23
4.3.4. Turbidez . . . . .	23
4.4. Calibración del Modelo . . . . .	26
4.4.1. Algoritmo . . . . .	26
4.4.2. Relación turbidez - concentración de sólidos suspendidos . . . . .	27
<b>5. Resultados</b>	<b>29</b>
5.1. Estimaciones iniciales . . . . .	29
5.2. Modelo 1 . . . . .	31
5.3. Modelo 2 . . . . .	33
5.4. Modelo 3 . . . . .	35
<b>6. Discusión</b>	<b>39</b>
6.1. Modelo 1 . . . . .	40

6.2. Modelo 2 . . . . .	41
6.3. Modelo 3 . . . . .	41
<b>7. Conclusión</b>	<b>43</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>46</b>
<b>Anexo A. Notación</b>	<b>50</b>
<b>Anexo B. Marco teórico</b>	<b>51</b>
B.1. Velocidad inducida por las olas . . . . .	51
<b>Anexo C. Metodología</b>	<b>52</b>
C.1. Registros de velocidad del viento promediada, año 2012 . . . . .	53
C.2. Errores unitarios de cada muestra, velocidad del viento, año 2012 . . . . .	54
C.3. Registros de turbidez promediados . . . . .	56
C.4. Errores unitarios de cada muestra, turbidez . . . . .	57
C.4.1. Año 2018 . . . . .	57
C.4.2. Año 2019 . . . . .	59
C.4.3. Total de datos . . . . .	61
C.5. Registros de velocidad de flujo promediada, año 2012 . . . . .	63
C.6. Algoritmo de Levenberg-Marquardt . . . . .	64
C.6.1. Lectura de datos desde base de datos excel . . . . .	64
C.6.2. Implementación de mínimos cuadrados . . . . .	66
<b>Anexo D. Resultados</b>	<b>74</b>
D.1. Modelo 1 . . . . .	74
D.2. Modelo 2 . . . . .	78
D.3. Modelo 3 . . . . .	80
D.3.1. Versión A . . . . .	80
D.3.2. Versión B . . . . .	85



# Índice de Tablas

4.1.	Percentiles de la muestra . . . . .	24
4.2.	Modelos a calibrar . . . . .	28
5.1.	Valores de referencia de parámetros de modelos . . . . .	29
5.2.	Casos evaluados en cada modelo . . . . .	30
5.3.	Rangos de validez de cada parámetro a ajustar . . . . .	30
5.4.	Casos simulados, modelo 1 . . . . .	31
5.5.	Casos estudiados, modelo 1 . . . . .	31
5.6.	Casos simulados, modelo 2 . . . . .	33
5.7.	Casos estudiados, modelo 2 . . . . .	33
5.8.	Casos simulados, modelo 3A . . . . .	35
5.9.	Casos estudiados, modelo 3A . . . . .	35
5.10.	Casos simulados, modelo 3B . . . . .	37
5.11.	Casos estudiados, modelo 3B . . . . .	37
7.1.	Parámetros del modelo 1 y sus intervalos de confianza (95 %) . . . . .	44
7.2.	Parámetros del modelo 2 y sus intervalos de confianza (95 %) . . . . .	44
7.3.	Parámetros del modelo 3 y sus intervalos de confianza (95 %) . . . . .	45
C.1.	Valores de velocidad del viento promediada cada 30 minutos . . . . .	53
C.2.	Registro de velocidad media del viento y promedios horarios . . . . .	54
C.3.	Error diario respecto a valores promedio de velocidad del viento . . . . .	55
C.4.	Valores de turbidez promediada cada 30 minutos . . . . .	56
C.5.	Registro de turbidez año 2018 y promedio . . . . .	57
C.6.	Error diario respecto a valores promedio de turbidez, año 2018 . . . . .	58
C.7.	Registro de turbidez año 2019 y promedio . . . . .	59
C.8.	Error diario respecto a valores promedio de turbidez, año 2019 . . . . .	60
C.9.	Registro de turbidez de años 2018-19 y promedio . . . . .	61
C.10.	Error diario respecto a valores promedio de turbidez, total de datos . . . . .	62
C.11.	Valores de velocidad de flujo promediada cada 5 minutos . . . . .	63
D.1.	Error cuadrático $\chi^2$ , modelo 1 . . . . .	74
D.2.	$\alpha_1$ [kg m <sup>-3</sup> hr <sup>-1</sup> ], modelo 1 . . . . .	75
D.3.	$\gamma_1$ [hr <sup>-1</sup> ], modelo 1 . . . . .	75
D.4.	$U_{cr}$ [m s <sup>-1</sup> ], modelo 1 . . . . .	76
D.5.	$C_b$ [kg m <sup>-3</sup> ], modelo 1 . . . . .	76
D.6.	m, modelo 1 . . . . .	77
D.7.	n, modelo 1 . . . . .	77
D.8.	Error cuadrático $\chi^2$ , modelo 2 . . . . .	78
D.9.	$\alpha_2$ [kg m <sup>-4</sup> ], modelo 2 . . . . .	78
D.10.	$\gamma_2$ [hr <sup>-1</sup> ], modelo 2 . . . . .	79
D.11.	$\eta$ [-], modelo 2 . . . . .	79

D.12.	$C_b$ [kg m <sup>-3</sup> ], modelo 2	80
D.13.	Error cuadrático $\chi^2$ , modelo 3A	80
D.14.	$k_3$ [kg m <sup>-3</sup> ], modelo 3A	81
D.15.	$\gamma_3$ [hr <sup>-1</sup> ], modelo 3A	81
D.16.	$\tau_{cr}$ [N m <sup>-2</sup> ], modelo 3A	82
D.17.	$\xi$ [-], modelo 3A	82
D.18.	$C_b$ [kg m <sup>-3</sup> ], modelo 3A	83
D.19.	m, modelo 3A	83
D.20.	n, modelo 3A	84
D.21.	p, modelo 3A	84
D.22.	q, modelo 3A	85
D.23.	Error cuadrático $\chi^2$ , modelo 3B	85
D.24.	$k_3$ [kg m <sup>-3</sup> ], modelo 3B	86
D.25.	$\gamma_3$ [hr <sup>-1</sup> ], modelo 3B	86
D.26.	$\xi$ [-], modelo 3B	86
D.27.	$C_b$ [kg m <sup>-3</sup> ], modelo 3B	87
D.28.	m, modelo 3B	87
D.29.	n, modelo 3B	87
D.30.	p, modelo 3B	88
D.31.	q, modelo 3B	88

# Índice de Ilustraciones

3.1.	Relación lineal de velocidad de corte de viento con $U_b$ y $\omega$ respectivamente. . . . .	14
3.2.	Correlación de concentración de sólidos suspendidos versus turbidez en Bahía Apalachicola. . . . .	15
3.3.	Correlación de concentración de sólidos suspendidos versus turbidez en arroyo Schooner. . . . .	15
4.1.	Sitio de estudio. . . . .	17
4.2.	Velocidad de flujo media registrada. . . . .	18
4.3.	Valores de velocidad del viento registrada y velocidad de corte calculada. Para cada registro de 30 segundos, se muestra en azul el valor promedio y en naranja el valor máximo. . . . .	19
4.4.	Valores de turbidez registrados. . . . .	20
4.5.	Comparación de velocidad de flujo diaria y día promedio calculado. . . . .	21
4.6.	Comparación de valores de velocidad del viento registrada y promediada, año 2012. . . . .	22
4.7.	Comparación de velocidad del viento diaria y día promedio calculado. . . . .	23
4.8.	Comportamiento de día promedio respecto a días representativos. . . . .	24
4.9.	Comparación de valores de turbidez registrada y turbidez promediada cada 30 minutos. . . . .	25
5.1.	Ajustes encontrados para el modelo 1 . . . . .	32
5.2.	Velocidad orbital estimada para el modelo 1. . . . .	32
5.3.	Ajustes encontrados para el modelo 2 . . . . .	34
5.4.	Ajustes encontrados para el modelo 3A . . . . .	36
5.5.	Esfuerzos de corte estimados para el modelo 3. . . . .	37
5.6.	Ajustes encontrados para el modelo 3B . . . . .	38
6.1.	Esfuerzo de corte provocado por las olas estimado para el modelo 3, casos 1 y 2. . . . .	42

# Capítulo 1

## Introducción

En Chile existen cerca de 60 salares distribuidos en las regiones de Arica y Parinacota, Tarapacá, Antofagasta y Atacama, entre los que se encuentran algunos de los más grandes del mundo (Ciren, 2018; Risacher et al., 2003). Una importancia de estudiarlos radica en el hecho de la gran presencia de minerales, como el litio, en la salmuera. Chile se ubica como el segundo mayor productor de litio a nivel mundial, además de contener la reserva más grande del planeta con 52 % del total (Donoso et al., 2017), por lo que al considerar que casi la totalidad de la producción de este elemento proviene de la explotación de estas salmueras contenidas en los salares, se hace necesario generar conocimiento científico de manera que se pueda desarrollar un manejo responsable, eficiente y por sobre todo sustentable. (Somlyódy, 1982)

Se estudiará el caso del Salar del Huasco, laguna somera del altiplano, ubicada en la región de Tarapacá en Chile, a aproximadamente 3800 m.s.n.m. Este humedal forma parte de los sitios Ramsar (*Sitios Ramsar*, 2014), designado como de importancia internacional, además de ser un bien nacional protegido de la región de Tarapacá. En la zona se cuenta una importante población de las 3 especies de flamencos presentes en Chile, los cuales se alimentan de diatomeas o algas unicelulares presentes en los sedimentos (Hurlbert y Chang, 1983; Mascitti y Kravetz, 2002). Estas especies son emblemáticas y están en un estado vulnerable de conservación (Glade, 1993), por lo que, los esfuerzos dedicados a su preservación deben orientarse a identificar y cuantificar los posibles efectos que la actividad industrial tendría en el ecosistema.

Al ser el agua subterránea emergente en el perímetro del salar la principal afluencia hacia esta laguna, se ha logrado determinar que la mayor amenaza ligada a estos cuerpos de agua es la sobreexplotación de los acuíferos con fines industriales, en especial para el uso de la minería metálica y no metálica, por lo que se necesitan grandes esfuerzos para la preservación y protección de las especies ligadas a estos ecosistemas. Se han encontrado solicitudes de derechos de agua con fines mineros tanto en la subcuenca Salar del Huasco como en subcuencas adyacentes, por lo que existen debates entre los habitantes de la zona y los grupos empresariales con respecto a la interconexión de los acuíferos subyacentes y los posibles efectos negativos producto del agotamiento de estas fuentes hídricas. Además, en el estudio realizado por Serrano et al. (1999) se determinó que, tanto en los depósitos minerales como en la salmuera de este sistema, se encuentran concentraciones de potasio, boro y litio, las cuales son suficientes como para considerarse explotables.

Estudios previos en este salar se han enfocado en la hidrodinámica de este sistema, los que están centrados en: (1) los intercambios de calor y oxígeno disuelto entre el sedimento y la columna de agua en este tipo de lagunas someras (de la Fuente, 2014) y (2) los procesos de evaporación impulsados por procesos advectivos de viento altiplánico en los salares (Suárez et al., 2020).

Respecto del primero, se busca predecir la producción de organismos bentónicos (diatomeas, algas, fitoplancton) en función de estos flujos, esto con el fin de definir el tamaño de la población de flamencos que logrará alimentarse y sobrevivir. Estos flujos están determinados por procesos que ocurren en ambos lados de la interfaz agua-sedimento y corresponden principalmente a transportes difusivos, por lo que sus escalas de tiempo son muy grandes. Cabe destacar que se pueden extender los resultados de este estudio a otros cuerpos de agua superficiales y ecosistemas acuáticos, siempre y cuando la radiación solar alcance el fondo de estos, un ejemplo son los arrecifes de coral.

Por otro lado, en el segundo estudio se busca entender los procesos de evaporación en la zona, para así mejorar los modelos de balance hídrico y obtener mejores estimaciones de disponibilidad de agua, esto permitiría llevar una mejor gestión al momento de utilizarla. Se identifican 2 regímenes de viento principales, el régimen matinal, en donde no se observan mayores efectos debido a que, tanto la velocidad como la humedad son relativamente bajas; y el régimen de la tarde, en donde se produce la turbulencia en la laguna provocando el aumento en la tasa de evaporación. Estos regímenes también controlan las dinámicas de la interfaz aire-agua en el sitio estudiado.

Las variaciones diarias en la turbidez de la laguna pueden influenciar tanto la producción primaria bentónica (PPB), debido a su efecto sobre los flujos de calor en la interfaz agua-sedimento, como la disponibilidad de luz necesaria para la fotosíntesis de los organismos que habitan los sedimentos, lo que hace necesario cuantificar de manera precisa la evolución de esta variable. Por lo tanto, en este estudio se buscará implementar 3 modelos numéricos de predicción de turbidez basados en un análisis de procesos de transporte de sólidos suspendidos en un sistema acuático extremadamente somero, considerando datos registrados los años 2012, 2018 y 2019, mediante un análisis de promedios temporales de las series de datos y aplicando un algoritmo de determinación de mínimos cuadrados para la calibración de los parámetros asociados a cada modelo.

# Capítulo 2

## Objetivo

### 2.1. Objetivo general

Estudiar el efecto del viento en lagunas someras del altiplano de la cordillera de Los Andes, en específico en el sistema acuático Salar del Huasco, para proponer un modelo numérico que permita el cálculo de turbidez en respuesta de este.

### 2.2. Objetivos específicos

- Estudiar el efecto del viento en la producción de olas y la resuspensión de sedimentos del sistema.
- Recopilar y hacer una síntesis de las relaciones empíricas y teóricas que describan el sistema.
- Verificación de la correlación entre los comportamientos diarios de la velocidad del viento, velocidad de flujo y turbidez medidas en años anteriores.
- Desarrollar un modelo numérico que describa la turbidez en lagunas someras, en función del efecto del viento.

# Capítulo 3

## Antecedentes

### 3.1. Hidrodinámica del sistema e intercambios de calor en la interfaz agua - sedimento

El primer estudio está centrado en los intercambios de calor y oxígeno disuelto entre el sedimento y la columna de agua en este tipo de lagunas someras (de la Fuente, 2014). A continuación, se describe con mayor detalle el modelo propuesto para la cuantificación de los flujos de calor y el efecto de la concentración de sólidos suspendidos en su estimación.

#### 3.1.1. Hidrodinámica del sistema

Los ciclos meteorológicos diurnos del sistema Salar del Huasco se caracterizan por condiciones tranquilas durante las noches y las mañanas, y por condiciones ventosas entre las 12:30 y 22:00. Esta característica meteorológica tiene un impacto directo en la resuspensión del sedimento y los intercambios turbulentos a través de la interfaz agua-sedimento.

Se observa resuspensión de sedimentos durante la condición ventosa, esto debido a las ondas producidas por el viento. El esfuerzo de corte de fondo inducido por las olas es calculado según (Hamilton y Mitchell, 1996; Green y Coco, 2014):

$$\tau_w = \rho \frac{f_w}{2} U_m^2 \quad (3.1)$$

donde  $f_w = 2/\sqrt{R_{ew}}$  es el factor de fricción de onda para  $R_{ew} < 3 \times 10^5$ , donde  $R_{ew} = U_m^2/(\omega\nu)$  es el número de Reynolds de onda,  $\rho$  es la densidad del agua,  $\omega$  es la frecuencia de onda, y  $U_m$  la máxima velocidad orbital sobre el ciclo de onda. Tanto los valores de  $\omega$  como de  $U_m$ , necesarios para este cálculo, se obtienen a partir de las medidas tomadas por el MicroADV, mediante una sonda de visión 2D que caracteriza el flujo.

La resuspensión ocurre si el esfuerzo de corte en el fondo excede un valor crítico  $\tau_c$ . Salehi y Strom (2012) muestran que, para un estero con sedimento lodoso  $\tau_c$  se encuentra en el rango entre 0,06 y 0,14 [N m<sup>-2</sup>]. Se utiliza un valor de  $\tau_c=0,1$  [N m<sup>-2</sup>] para el estudio. En caso de que  $s = (\tau_w - \tau_c)/\tau_c > 1$ , el promedio de la concentración de sólidos suspendidos en la columna de agua, denominado  $\overline{SS} = 1/h \int_0^h SS(z) dz$ , se puede calcular a partir del perfil vertical de la concentración de sólidos suspendidos de Smith y McLean (1977):

$$\frac{SS(z)}{1 - SS(z)} = \frac{SS_a}{1 - SS_a} \left( \frac{z_a}{z} \right)^{\frac{w_s}{0,41u_{*w}}} \quad (3.2)$$

donde  $SS_a = (1 - \phi)s\gamma_0(1 + \gamma_0s)^{-1}$  es la concentración de sólidos suspendidos de referencia a una elevación  $z_a$ ,  $\gamma_0 = 2,4 \times 10^{-3}$  es una constante,  $\phi$  es la porosidad del sedimento,  $w_s$  es la velocidad de sedimentación calculada según Mehta (1986) y  $u_{*w} = \sqrt{\tau_w/\rho}$  representa la velocidad de corte producida en el fondo. Se utiliza un valor de  $z_a = 0,3$  [mm] según las observaciones realizadas por Wright et al. (1997).

Respecto de los intercambios turbulentos en la interfaz agua-sedimento, los flujos de calor a lo largo de esta pueden considerarse proporcionales a la velocidad de transferencia asociada,  $k_H$  [m día<sup>-1</sup>] para el transporte de calor, donde el valor de este coeficiente depende del régimen de viento presente al momento de la medición. Diversos autores han demostrado que para condiciones ventosas,  $k_H$  puede ser considerado proporcional a la velocidad de corte de fondo  $u_*$ , en caso de que exista un esfuerzo de corte aplicado en los sedimentos (Dade, 1993; Hondzo, 1998; Hondzo et al., 2005; Le y Papavassiliou, 2006). Particularmente, Le y Papavassiliou (2006) mostraron que para la difusión de calor a través de la interfaz agua-sedimento,  $k_H = 1/13,6u_*Pr^{-0,612}$ , donde  $Pr = \nu/\kappa$  corresponde al número de Prandtl. La velocidad de corte inducida en el fondo  $u_{*w}$  fue usada para calcular  $k_H$  en este caso.

### 3.1.2. Flujos de calor

Los flujos de calor en la interfaz pueden considerarse proporcionales al gradiente de temperatura en este punto, o a la diferencia de temperatura con la columna de agua:

$$H_g = -\kappa\rho c_p \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0+} = -\rho c_p k_H (T_W - T_{WSI}) \quad (3.3)$$

donde  $k_H$  corresponde a la velocidad de transferencia de calor,  $T_W$  es la temperatura en la columna de agua y  $T_{WSI}$  la temperatura en la interfaz agua-sedimento. Para representar la penetración de la radiación solar en la capa superior del sedimento, se considera un coeficiente de extinción  $k_l$ , el cual según estudios precedentes (Jørgensen y Des Marais, 1988; H. MacIntyre y Cullen, 1995; H. L. MacIntyre et al., 1996) puede considerarse homogéneo en profundidad.

La radiación incidente neta a una cierta elevación  $z$  en los sedimentos puede escribirse como  $H_s(z) = H_{WSI}e^{k_l z}$  ( $z \leq 0$ ), donde  $H_{WSI}$  corresponde a la radiación solar de onda corta que calienta la superficie de los sedimentos ( $z = 0^-$ ). Por lo tanto, la ecuación de difusión en los sedimentos queda escrita de la siguiente forma:

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = \kappa_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial z^2} + \frac{1}{(\rho c_p)_s} \frac{\partial H_s(z)}{\partial z} \exp(k_l z) = \kappa_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial z^2} + \frac{H_{WSI}k_l}{(\rho c_p)_s} \exp(k_l z) \quad (3.4)$$

donde  $\kappa_s = 0,035$  [m<sup>2</sup> día<sup>-1</sup>] representa el coeficiente de difusión de calor de los sedimentos y  $(\rho c_p) = 2,3 \times 10^6$  [J m<sup>-3</sup> °C<sup>-1</sup>] representa la capacidad calorífica de los sedimentos (Fang y Stefan, 1998). Se puede despreciar la advección vertical debido a la presencia de una base de sal, considerada impermeable en la escala de tiempo diurna. Como aproximación,  $H_{WSI}$



se puede escribir como una fracción de la radiación incidente medida ( $H_{SW}$ ), incluyendo el coeficiente de extinción de luz en el agua ( $k_{lw}$ ) como nexo entre la presencia de sólidos suspendidos durante las condiciones ventosas y  $H_{WSI}$ , tal que:

$$H_{WSI} = \alpha_{sed} H_{sw} \exp(-k_{lw}h) \quad (3.5)$$

donde  $k_{lw}$  corresponde al promedio vertical del coeficiente de extinción de luz en el agua,  $k_{lw} = 0,229 + 65,2 \times \rho_s \overline{SS}$  (Devlin et al., 2009), cuyas unidades de medida son  $[k_{lw}] = \text{m}^{-1}$ ,  $[\overline{SS}] = \text{m}^3/\text{m}^3$  y  $[\rho_s] = \text{kg m}^{-3}$ . Para sedimentos lodosos, se utiliza  $\rho_s = 1200 [\text{kg m}^{-3}]$  (Mehta, 1986).  $\alpha_{sed}$  corresponde a una constante adimensional estimada en base a los micropfiles medidos.

El régimen permanente se caracteriza despreciando la capacidad de retención de calor en los sedimentos, representado por la condición  $H_g = H_{WSI}$  (de la Fuente y Niño, 2010). Para resolver la ecuación 3.4 se utiliza un método estándar de volúmenes finitos implícito, con un espaciamiento de  $\Delta z = 0,5 [\text{mm}]$  y un paso temporal de  $\Delta t = 10 [\text{min}]$ . Las condiciones de borde escogidas para resolver este problema comprenden la continuidad de temperatura y flujo de calor en la interfaz agua-sedimento ( $z = 0$ ), además de una condición adiabática en  $z = -\infty$ . Para propósitos numéricos, esta condición se impone a una altura de 1 metro por debajo de la interfaz agua-sedimento. La temperatura del agua  $T_W$  también debe ser calculada de forma numérica, lo cual requiere el cálculo de los intercambios de calor con la atmósfera. La temperatura promedio vertical del agua puede suponerse homogénea en el plano horizontal de un salar (de la Fuente y Niño, 2010), lo cual hace despreciar la advección en este eje. Por lo tanto, la ecuación requerida para calcular esta temperatura queda descrita de la siguiente forma:

$$h\rho c_p \frac{\partial T_W}{\partial t} = \alpha_{ret} H_{SW} + H_{lw}^\downarrow - H_{lw}^\uparrow - H_L - H_C + H_g \quad (3.6)$$

donde  $h = 5 [\text{cm}]$  es la profundidad media del agua,  $H_{SW}$  es la radiación solar incidente registrada y  $\alpha_{ret}$  corresponde al coeficiente de absorción de calor ( $0 < \alpha_{ret} < 1$ ), que cuantifica la fracción de radiación solar incidente neta absorbida en la columna de agua. Este coeficiente  $\alpha_{ret}$  no se corresponde con el albedo de la superficie del agua, ya que una parte de la radiación solar que ingresa en la columna de agua es absorbida en los sedimentos ( $H_{WSI}$  en la ecuación 3.6), mientras que otra fracción es reflejada hacia la atmósfera.  $H_{lw}^\downarrow$  y  $H_{lw}^\uparrow$  corresponden a la radiación de onda larga incidente y emitida respectivamente;  $H_L$  y  $H_C$  corresponden a los flujos de calor latente y convectivo respectivamente. Se calculan estos flujos de calor para la condición sin viento siguiendo lo descrito en (Adams et al., 1990). Se recurre a una discretización de volúmenes finitos para cuantificar la temperatura de los sedimentos, y así calcular  $H_g$ . Este flujo resulta necesario para obtener una solución numérica de la ecuación 3.6, utilizando un método de Runge-Kutta de cuarto orden.

La introducción de un nuevo modelo de estimación de la concentración de sólidos suspendidos permite una mejor aproximación de  $k_{lw}$ , lo que a su vez significa mayor precisión en los valores de  $H_{WSI}$  y permite cuantificar de manera más exacta los flujos de calor en la interfaz agua-sedimento. Por lo tanto, la predicción de la PPB resultaría más precisa, permitiendo determinar de mejor manera los requerimientos alimentarios y el tamaño de la población de flamencos que habitan el ecosistema.

## 3.2. Condiciones meteorológicas y dinámica aire-agua en el salar

El segundo estudio, llevado a cabo por Suárez et al. (2020), se centra en describir los procesos de evaporación impulsados por procesos advectivos de viento altiplánico en los salares, cuyos principales descubrimientos quedan enunciados en los siguientes párrafos.

Los salares son regiones donde existe una alta tasa de evaporación. Esto se debe principalmente a que, al ser lagunas terminales de las cuencas a las que pertenecen, la única salida existente que tiene el agua es hacia la atmósfera, en forma de vapor. En estas lagunas las condiciones climáticas están altamente ligadas al efecto del viento. En específico, en la región altiplánica los flujos orientales favorecen las condiciones húmedas en verano, debido a la entrada de aire con alta humedad desde la región del Amazonas, mientras que para el resto del año existen flujos occidentales que se asocian a condiciones más secas (Garreaud, Vuille, y Clement, 2003).

Se han detectado disminuciones de entre 10 % a 20 % en la evaporación potencial de la zona con respecto a los registros de la segunda mitad del siglo XX, esto debido a una disminución en la magnitud de los vientos zonales (de la Fuente y Meruane, 2017). Sin embargo, estos ambientes están sujetos a episodios de aumento de la evaporación, provocados por advección de aire seco y turbulencias producto de cambios en la velocidad del viento y diferencias en las temperaturas del aire y el suelo, dificultando la caracterización de los flujos de evaporación (Philip, 1987; De Bruin et al., 2005; Kool et al., 2018; Blanken et al., 2000; H. Liu et al., 2009; Higgins et al., 2013). El estudio de los procesos de transporte en la capa límite atmosférica permite entender de mejor manera este fenómeno. La capa límite atmosférica corresponde a una capa de espesor variable que conecta la superficie terrestre con la tropósfera, y donde ocurre transporte de humedad, calor y momentum (Stull, 2012; Vilà-Guerau de Arellano et al., 2015).

Se estudia también la relación entre las condiciones meteorológicas y ciertos parámetros biogeoquímicos tales como los flujos de  $\text{CO}_2$ , la temperatura del agua, la turbidez en la laguna y la concentración de oxígeno disuelto, además de varios parámetros de calidad del agua. En específico, se investiga la relación entre la magnitud del viento y los intercambios de  $\text{CO}_2$  entre la laguna y la atmósfera. La motivación de estudiar esta relación proviene del hecho que, la descripción ecológica de este ecosistema indica que la cadena trófica es sostenida por la PPB que ocurre en los sedimentos del lago salino (de la Fuente, 2014).

### 3.2.1. Flujos de $\text{CO}_2$ y bioquímica del sistema

En este mismo estudio se menciona respecto de los flujos de  $\text{CO}_2$  que estos se orientan en dirección hacia la laguna, por lo que se considera que esta actúa como un sumidero de  $\text{CO}_2$ . La magnitud de estos flujos está determinada por el viento de la tarde ( $u_*$ , velocidad de corte del viento) y la radiación solar incidente ( $R_{sw}$ ). El ciclo meteorológico diurno se caracteriza por vientos tenues durante la mañana y una condición más ventosa durante la tarde, esto tiene una implicancia directa en el comportamiento de otras variables. Durante la tarde se observa un aumento del flujo de  $\text{CO}_2$  y de la turbidez de la laguna debido a la resuspensión

de sedimentos. El comportamiento dinámico de los flujos de  $\text{CO}_2$  se asocia a los intercambios en la interfaz aire-agua, a la PPB durante el día, a la respiración celular durante la noche y otros procesos fotoquímicos atribuidos a este medioambiente extremo.

Respecto de las otras variables medidas en la columna de agua, la temperatura sigue un ciclo diurno característico descrito previamente por de la Fuente (2014) y de la Fuente y Meruane (2017), siendo mayor a la temperatura del aire, alcanzando valores máximos un par de horas posterior al peak de radiación solar y valores mínimos previo a la salida del sol. Las concentraciones de oxígeno disuelto son máximas en la tarde bajo condiciones ventosas, disminuyendo gradualmente a partir de la puesta de sol hasta alcanzar su valor mínimo al amanecer.

En cuanto a la dinámica bioquímica del sistema, se encuentra que tanto la turbidez como los flujos de  $\text{CO}_2$  muestran el efecto de los regímenes de viento en la resuspensión de sedimentos, la cual se relaciona con la disponibilidad de luz para fotosíntesis de los organismos bentónicos. Basado en estas observaciones, se considera que el transporte de  $\text{CO}_2$  a través de la interfaz agua-aire también está controlado por la velocidad del viento, destacando el rol del viento en la PPB del ecosistema acuático. Además, estos intercambios se ven aumentados producto de la velocidad del viento que se observa durante la tarde.

Es claro que los regímenes de viento matinales y de la tarde controlan las dinámicas de la capa límite atmosférica y la superficie. En la mañana se observan bajas velocidad y humedad específica, mientras que en la tarde se observa una alta velocidad del viento acompañada de una humedad específica considerada baja pero mucho mayor que la registrada en el régimen matinal. Se considera que este aumento en la humedad proviene de una fuente que no se encuentra en las cercanías del desierto.

### 3.3. Marco teórico

#### 3.3.1. Modelación de resuspensión de sedimentos

En condiciones naturales, la concentración de sólidos suspendidos ( $\bar{C}$ ) en la laguna puede calcularse realizando un balance de transporte de masa tridimensional. Suponiendo que los procesos turbulentos predominan sobre la difusión molecular y aplicando el método de ecuaciones promediadas sobre la turbulencia se obtiene:

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}[\overline{uC}] + \frac{\partial}{\partial y}[\overline{vC}] + \frac{\partial}{\partial z}[(\bar{w} - w_s)\bar{C}] = -\frac{\partial}{\partial x}[\overline{u'C'}] - \frac{\partial}{\partial y}[\overline{v'C'}] - \frac{\partial}{\partial z}[\overline{w'C'}] \quad (3.7)$$

donde  $(u, v, w)$  y  $(u', v', w')$  representan las componentes de velocidad de flujo y sus fluctuaciones en las direcciones x, y, z respectivamente. En el término de advección vertical se incluye la variable  $w_s$  [ $\text{m hr}^{-1}$ ], que corresponde a la velocidad de sedimentación de partícula. En caso de que  $\bar{C}$  sea modelado a partir de solo una ecuación de transporte, es esperable que  $w_s$  varíe en el tiempo, esto producto de la diferencia en la distribución del tamaño de las partículas, la que puede provocar una decantación diferenciada o procesos de floculación y defloculación en la columna de agua. De forma alternativa, la concentración total de sólidos suspendidos puede separarse en clases de tamaño, cada cual con su propia ecuación de transporte, con un valor característico de  $w_s$ , y añadiendo términos fuente y de consumo para representar la floculación y defloculación entre cada clase.

Luettich Jr et al. (1990) señalan que, basado en estudios precedentes, los efectos de la floculación y defloculación en la columna de agua, tendrían efectos despreciables en la distribución de partículas suspendidas en lagunas someras de características similares a la estudiada. Por otro lado, Bengtsson y Hellström (1992) aseguran que se puede suponer una única velocidad de sedimentación aparente, mediante la introducción de un término de concentración de fondo ( $C_b$  [ $\text{kg m}^{-3}$ ]), con el fin de representar las partículas extremadamente pequeñas que necesitan periodos muy largos para alcanzar la sedimentación. Por lo tanto, y tomando en cuenta la dificultad de realizar mediciones de la variabilidad temporal de distribución de tamaño de partícula, se aplicará un modelo de ecuación única, con  $w_s$  constante.

Se pueden incluir simplificaciones en la ecuación (3.7) mediante la introducción de supuestos. Por un lado, Luettich Jr et al. (1990) señalan que las escalas de tiempo del transporte vertical son mucho menores que las escalas de tiempo del transporte horizontal, a excepción de cuando se está observando el fin de un periodo prolongado de sedimentación, posterior a grandes eventos de resuspensión. Por lo tanto, se pueden despreciar las componentes de transporte horizontal. Además, se puede considerar que la laguna posee una profundidad constante  $h$ , y que no existe flujo de sedimentos en la interfaz agua-aire.

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}[(\bar{w} - w_s)\bar{C}] = -\frac{\partial}{\partial z}[\overline{w'C'}] \quad (3.8)$$

Además, Somlyódy (1982) y otros han señalado que los perfiles de  $\bar{C}(z)$  son relativamente uniformes en lagunas someras, excepto al acercarse a la vecindad de la interfaz agua-sedimento, donde ocurre un aumento repentino. Teniendo en cuenta esto, resulta conveniente

modelar el promedio vertical de la concentración de sólidos suspendidos  $\tilde{C}$ , por lo que integrando la ecuación (3.8) sobre la columna de agua se obtiene:

$$h \frac{\partial \tilde{C}}{\partial t} = \phi \quad (3.9)$$

donde  $\phi$  corresponde al flujo vertical neto de sólidos suspendidos en el fondo. De esta forma,  $\tilde{C}$  y  $\phi$  quedan definidos como:

$$\tilde{C} \equiv \frac{1}{h} \int_0^h \bar{C} dz \quad (3.10)$$

$$\phi \equiv \overline{w' C'}|_0 - w_s \bar{C}|_0 \quad (3.11)$$

### 3.3.2. Flujo vertical neto

El flujo  $\phi$  incluye todos los procesos de resuspensión y sedimentación presentes en la dinámica de la laguna, por lo que estos procesos se pueden diferenciar y estudiar por separado. Se definen  $\phi_r$  y  $\phi_s$  como los flujos verticales de resuspensión y sedimentación respectivamente, donde  $\phi = \phi_r - \phi_s$ . Existen 2 mecanismos responsables de la resuspensión en sistemas acuáticos: el efecto del viento en la producción de olas y las corrientes de circulación en el lago, estando ambos procesos ligados a la aplicación de un esfuerzo de corte en el fondo. Respecto del flujo de sedimentación, diversos estudios afirman que este resulta proporcional a la concentración promedio de sólidos suspendidos  $\tilde{C}$  (Aalderink et al., 1985; Somlyódy, 1982; Hamilton y Mitchell, 1996). En la literatura se encuentran algunas investigaciones que buscan modelar estos efectos, a continuación se detallan algunas:

- Relación empírica de Lam y Jaquet (1976):

Corresponde a una relación lineal entre el exceso de velocidad con respecto a una velocidad crítica del agua y la tasa de resuspensión, basado en el supuesto de que las olas son las responsables del arrastre del sedimento:

$$\phi_r = \begin{cases} 0 & U_b \leq U_{cr} \\ K \rho_w \left[ \frac{\rho_s}{\rho_s - \rho_w} \right] \left[ \frac{U_b - U_{cr}}{U_{cr}} \right] & U_b > U_{cr} \end{cases} \quad (3.12)$$

donde  $\rho_w$  y  $\rho_s$  [kg m<sup>-3</sup>] son las densidades del agua y el sedimento respectivamente,  $K$  [m s<sup>-1</sup>] es una constante de proporcionalidad,  $U_b$  [m s<sup>-1</sup>] es la velocidad máxima orbital en un ciclo de onda y  $U_{cr}$  [m s<sup>-1</sup>] es la velocidad crítica de resuspensión.  $U_b$  varía en función de la profundidad de la laguna y de la altura, longitud y frecuencia de las olas, las que a su vez dependen de la velocidad del viento y del Fetch. En el anexo B.1 se detallan las relaciones entre estos factores. Por su parte, el flujo de sedimentación puede ser parametrizado según:

$$\phi_s = w_s (\tilde{C} - C_b) \quad (3.13)$$

obteniendo la siguiente expresión para  $\phi$ :

$$\phi = k_1 \left[ \frac{U_b - U_{cr}}{U_{cr}} \right] - w_s (\tilde{C} - C_b) \quad (3.14)$$

donde  $k_1 = K\rho_w \left[ \frac{\rho_s}{\rho_s - \rho_w} \right]$  [ $\text{kg m}^{-2} \text{hr}^{-1}$ ]. Reemplazando  $\phi$  en la ecuación 3.9, se obtiene la ecuación diferencial que describe este caso:

$$\frac{\partial \tilde{C}}{\partial t} = \alpha_1 \left[ \frac{U_b - U_{cr}}{U_{cr}} \right] - \gamma_1(\tilde{C} - C_b) \quad (3.15)$$

donde  $\alpha_1 = \frac{k_1}{h}$  [ $\text{kg m}^{-3} \text{hr}^{-1}$ ] y  $\gamma_1 = \frac{w_s}{h}$  [ $\text{hr}^{-1}$ ].

- Relación empírica de Somlyódy (1982):

En su estudio sobre el Lago Balaton, Somlyody se basa en la relación de Lam y Jacquet para definir:

$$\phi_r = K\rho_w \frac{\rho_s}{\rho_s - \rho_w} w_e \quad (3.16)$$

donde  $\rho_w$  y  $\rho_s$  [ $\text{kg m}^{-3}$ ] son las densidades del agua y el sedimento respectivamente,  $K$  es una constante de proporcionalidad adimensional y  $w_e$  [ $\text{m hr}^{-1}$ ] corresponde a una velocidad de arrastre de sedimentos. Esta velocidad de arrastre se obtiene a partir de un análisis de la transformación de energía cinética y potencial, la cual mediante condiciones simplificadas postula:

$$w_e \sim K'W_{10}^\eta \quad (3.17)$$

donde  $W_{10}$  [ $\text{m hr}^{-1}$ ] corresponde a la velocidad del viento obtenida a una altura de 10 [m],  $K'$  es una constante adimensional y  $\eta$  es un parámetro ( $1 \leq \eta \leq 3$ ) que depende del número de Richardson. Por lo tanto,  $\phi_r$  puede reescribirse como:

$$\phi_r = k_2 W_{10}^\eta \quad (3.18)$$

donde  $k_2 = KK'\rho_w \left[ \frac{\rho_s}{\rho_s - \rho_w} \right]$  [ $\text{kg m}^{-3}$ ], obteniendo como expresión para  $\phi$ :

$$\phi = k_2 W_{10}^\eta - w_s(\tilde{C} - C_b) \quad (3.19)$$

Reemplazando la igualdad anterior en 3.9, se obtiene la siguiente ecuación diferencial a resolver:

$$\frac{\partial \tilde{C}}{\partial t} = \alpha_2 W_{10}^\eta - \gamma_2(\tilde{C} - C_b) \quad (3.20)$$

donde  $\alpha_2 = \frac{k_2}{h}$  [ $\text{kg m}^{-4}$ ] y  $\gamma_2 = \frac{w_s}{h}$  [ $\text{hr}^{-1}$ ].

- Modelo empírico de Hamilton y Mitchell (1996):

Para la parametrización de este flujo Luetlich Jr et al. (1990) define una variable  $\beta$  [ $\text{m hr}^{-1}$ ], la cual es proporcional a  $w_s$  y modificada por un factor que depende de la distribución vertical de  $\tilde{C}$  en la columna de agua:

$$\beta = \frac{w_s \bar{C}|_0}{\tilde{C}} \quad (3.21)$$

por lo tanto, considerando la concentración de fondo  $C_b$ ,  $\phi_s$  queda escrito como:

$$\phi_s = \beta(\tilde{C} - C_b) \quad (3.22)$$

Tomando en cuenta que el perfil vertical de sólidos suspendidos es relativamente unifor-

me, es de esperarse que  $\tilde{C} \approx \bar{C}|_0$  y por tanto  $\beta \approx w_s$ . Por otro lado, se considera que el flujo de resuspensión es equivalente a la tasa de erosión del sedimento  $E$  [ $\text{kg m}^{-2} \text{hr}^{-1}$ ], la cual puede ser parametrizada en función del exceso en el esfuerzo de corte provocado en el fondo:

$$\phi_r = E = \begin{cases} 0 & \tau < \tau_{cr} \\ \beta k_3 \left[ \frac{\tau - \tau_{cr}}{\tau_{ref}} \right]^\xi & \tau \geq \tau_{cr} \end{cases} \quad (3.23)$$

donde  $k_3$  [ $\text{kg m}^{-3}$ ] es una constante de proporcionalidad,  $\xi$  es un parámetro adimensional del modelo,  $\tau$  [ $\text{N m}^{-2}$ ] es el esfuerzo de corte producido en el fondo,  $\tau_{cr}$  [ $\text{N m}^{-2}$ ] representa el esfuerzo de corte crítico para producir arrastre y  $\tau_{ref}$  [ $\text{N m}^{-2}$ ] es un esfuerzo de corte referencial para adimensionalizar el término entre paréntesis. En el régimen permanente, cuando la resuspensión iguala la sedimentación se alcanza una concentración de equilibrio  $C_e$  [ $\text{kg m}^{-3}$ ], la cual puede definirse según:

$$C_e = \begin{cases} 0 & \tau < \tau_{cr} \\ \frac{E}{\beta} = k_3 \left[ \frac{\tau - \tau_{cr}}{\tau_{ref}} \right]^\xi & \tau \geq \tau_{cr} \end{cases} \quad (3.24)$$

lo cual permite reescribir  $\phi$  de la forma:

$$\phi = -\beta(\tilde{C} - C_b - C_e) \quad (3.25)$$

Luego, reemplazando este  $\phi$  en la ecuación 3.9, se obtiene la siguiente expresión a integrar:

$$\frac{\partial \tilde{C}}{\partial t} = -\gamma_3(\tilde{C} - C_b - C_e) \quad (3.26)$$

donde  $\gamma_3 = \frac{\beta}{h}$  [ $\text{hr}^{-1}$ ]

### 3.3.3. Esfuerzo de corte

En lagunas someras, los esfuerzos de corte producidos por las corrientes y las olas son los principales mecanismos que promueven la suspensión de sedimentos. Estos esfuerzos se denotan como  $\tau_c$  y  $\tau_w$  respectivamente, los cuales dependen principalmente de las velocidades de flujo y del viento. Respecto del esfuerzo producto de la corriente, este puede calcularse según (Luettich Jr et al., 1990; Bengtsson y Hellström, 1992; Hawley, 2000; Qin et al., 2004):

$$\tau_c = \rho U_*^2 \quad (3.27)$$

donde  $\rho$  es la densidad del agua y  $U_*$  corresponde a la velocidad media de corte producto de la corriente. En caso de tener un perfil de velocidad logarítmico cerca del fondo,  $U_*$  puede obtenerse a partir de las mediciones de las velocidades de flujo según (Luettich Jr et al., 1990; Hawley, 2000):

$$U_* = \frac{\kappa U(z)}{\ln(z/z_0)} \quad (3.28)$$

donde  $\kappa = 0,4$  es la constante de Von Karman,  $U$  es la velocidad media de flujo a una altura  $z$ , y  $z_0$  la rugosidad hidráulica del fondo. Para obtener este parámetro  $z_0$  se debe recurrir a aproximaciones, ya que es difícil obtener un valor preciso mediante mediciones. Ante la ausencia de grandes irregularidades en el fondo de la laguna, sumado a la presencia de un

sedimento lodoso en la capa superior, se considera  $z_0 = \nu/9U_*$ , donde  $\nu$  corresponde a la viscosidad cinemática del agua (Luettich Jr et al., 1990; Hawley, 2000; Qin et al., 2004).

Por otro lado, el máximo esfuerzo de corte sobre el fondo durante un ciclo de ola puede calcularse según (Luettich Jr et al., 1990; Hamilton y Mitchell, 1996; Green y Coco, 2014):

$$\tau_w = \frac{f_w}{2} \rho U_b^2 \quad (3.29)$$

donde  $U_b$  corresponde a la velocidad máxima orbital en un ciclo de onda,  $f_w = 2/\sqrt{R_{ew}}$  es el factor de fricción de onda para  $R_{ew} < 3 \times 10^5$ , y  $R_{ew}$  es el número de Reynolds de onda, el cual está dado por la siguiente relación (Luettich Jr et al., 1990; de la Fuente, 2014):

$$R_{ew} \equiv \frac{U_b A_b}{\nu} = \frac{U_b^2}{\omega \nu} \quad (3.30)$$

donde  $A_b = U_b/\omega$  es la máxima amplitud de fondo de onda,  $\nu$  es la viscosidad cinemática del agua,  $\omega = 2\pi/T$  es la frecuencia angular de onda y T es el periodo de onda.

Para calcular estos esfuerzos de corte, se pueden obtener valores de  $U_b$ ,  $A_b$  y  $\omega$  según distintas metodologías, las cuales se enumeran a continuación:

1. Densidad espectral de potencia: Para el cálculo de  $\omega$  y  $U_b$  se trabaja con las series de tiempo de velocidad de flujo de 5 minutos. En primer lugar, se calculan las densidades espectrales de potencia asociadas a cada una de las series registradas, donde  $\omega$  corresponde a la frecuencia a la cual ocurre el máximo espectro. Luego, se identifican las velocidades de flujo máximas locales (velocidad de flujo menos valor promedio), obteniendo  $U_b$  como el promedio de estos valores (de la Fuente, 2014). La ecuación 3.29, puede reescribirse como:

$$\tau_w = \rho U_b \sqrt{\omega \nu} \quad (3.31)$$

2. Teoría de onda lineal: Basada en el trabajo expuesto en el *Shore Protection Manual* ((US), 1973), se puede determinar  $U_b$  y  $A_b$  siguiendo la metodología descrita en el anexo B.1:

$$A_b = \frac{H}{2 \sinh(2\pi h/L)} \quad (3.32)$$

$$U_b = \frac{\pi H}{T \sinh(2\pi h/L)} \quad (3.33)$$

por lo tanto, la ecuación 3.29 queda descrita como:

$$\tau_w = H \left( \frac{\rho(\nu\omega^3)^{0,5}}{2 \sinh(kh)} \right) \quad (3.34)$$

donde H es la altura de onda,  $k = 2\pi/L$  es el número de onda, L es la longitud de onda y h la profundidad de agua.



3. Aproximación lineal empírica: Basado en el trabajo de de la Fuente (2014), se puede suponer la existencia de una relación lineal entre los valores de velocidad orbital  $U_b$  (3.35) y frecuencia  $\omega$  (3.36), en función de la velocidad de corte de viento, para luego ajustar estos parámetros junto a aquellos del modelo de la curva de turbidez. En la Figura 3.1 se observan los ajustes realizados para aquel estudio:

$$U_b = m \times u_* + n \quad (3.35)$$

$$\omega = p \times u_* + q \quad (3.36)$$

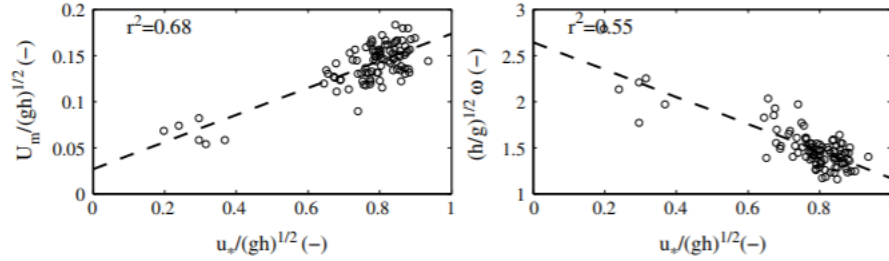


Figura 3.1: Relación lineal de velocidad de corte de viento con  $U_b$  y  $\omega$  respectivamente.

### 3.3.4. Relación entre SS y turbidez

Existe correlación entre la turbidez, la transparencia del agua y la concentración de sólidos suspendidos (Davies-Colley y Smith, 2001). Los valores para la turbidez y la concentración de sólidos suspendidos están altamente relacionados independiente del sitio de estudio, llegando a ser considerados equivalentes. Sin embargo, para obtener una relación exacta entre estos valores, se deben realizar mediciones y regresiones propias para cada cuerpo de agua que se quiera analizar. En el caso del presente estudio, la imposibilidad de realizar mediciones in-situ de la concentración de sólidos suspendidos implica que se debe recurrir a estudios previos, para utilizar un modelo que se haya aplicado en un contexto que asemeje al sitio de estudio.

En primer lugar se tiene el estudio de la Bahía Apalachicola, sistema costero somero ubicado en el Golfo de México, que se caracteriza por una capa uniforme de sedimento fino cohesivo. En esta investigación, X. Liu y Huang (2009) realizan una regresión lineal entre la turbidez y la concentración de sólidos suspendidos, obteniendo un coeficiente de correlación de 0,880:

$$TSS(mg/l) = 1,861 \times Turbidez(NTU) + 3,383 \quad (3.37)$$

en este caso, los datos de turbidez registrados abarcan valores entre 2 y 35 [NTU].

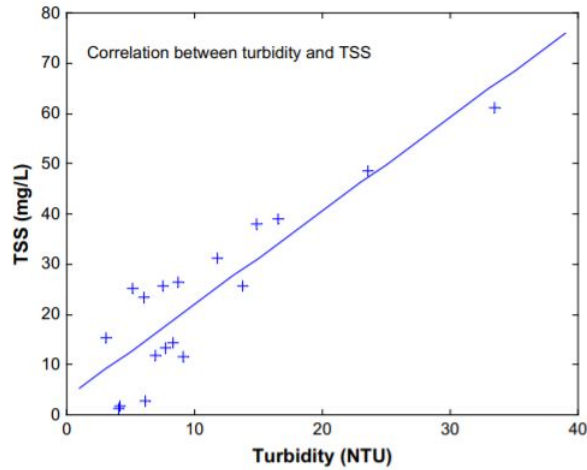


Figura 3.2: Correlación de concentración de sólidos suspendidos versus turbidez en Bahía Apalachicola.

Por otro lado, Suk et al. (1998) estudia esta relación en el arroyo Schooner y su drenaje en la marisma, ubicados en la costa Este de EEUU. En este caso, se obtuvo una regresión lineal con un coeficiente de correlación de 0,827:

$$TSS[mg/l] = 1,584 \times Turbidez[FTU] + 2,107 \quad (3.38)$$

El estudio muestra que cerca del 96 % de las partículas posee un tamaño menor a 8  $[\mu m]$ , entrando en la categoría de arcillas medianas y limos finos, mientras que el tamaño medio de la zona sería de 27  $[\mu m]$ , correspondiente a limos medianos. Los datos de turbidez registrados en este estudio varían entre 2 y 45 [FTU], donde el 96 % de las muestras presentan una turbidez menor a 20 [FTU] y alcanzan un promedio de 9,4 [FTU].

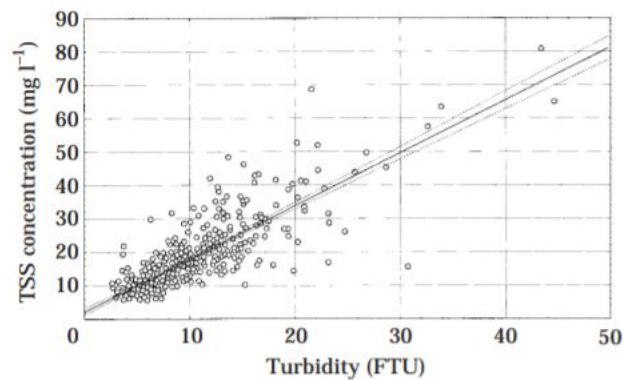


Figura 3.3: Correlación de concentración de sólidos suspendidos versus turbidez en arroyo Schooner.

Si bien las unidades de medida de la turbidez no son las mismas en ambas relaciones, siendo utilizada la unidad nefelométrica de turbidez [NTU] en el estudio de X. Liu y Huang (2009), y la unidad de turbidez de la formazina [FTU] para el análisis de Suk et al. (1998), estas unidades resultan equivalentes y difieren solo en el tipo de instrumento utilizado para realizar la medición.

# Capítulo 4

## Metodología

### 4.1. Desarrollo del Trabajo

En primer lugar, se expone la metodología utilizada para desarrollar el trabajo de memoria. Posterior a esto, se describen los pasos llevados a cabo para el registro de datos y el análisis de los resultados.

1. Estudiar la relación entre el comportamiento del sistema acuático y la producción de algas: se busca comprender la dinámica del sistema, entender cuáles son las variables involucradas y los efectos de cada una de ellas en el cuerpo de agua y la producción de organismos bentónicos.
2. Estudiar el efecto de las condiciones meteorológicas en la hidrodinámica del sistema: se da énfasis en cómo afecta el viento a la turbidez del agua, buscando entender los posibles efectos de este fenómeno sobre los sedimentos y la respectiva síntesis de algas.
3. Estudio del modelo matemático y recopilación de antecedentes: se hace necesario comprender los supuestos adoptados para llegar al modelo actual, correspondiente a lo descrito por las ecuaciones 3.1 y 3.2, además de las distintas funciones involucradas en él. Por otro lado, se hace un catastro de las mediciones realizadas en las campañas precedentes, resumiendo los resultados más importantes obtenidos.
4. Revisión bibliográfica y análisis de datos: Se realiza una búsqueda de material bibliográfico y se recopilan algunas metodologías que buscan ilustrar las características del salar. Esto, sumado a las comparaciones de datos, busca proponer cambios al modelo actual, buscando la mejor representación.
5. Calibración y verificación del marco teórico propuesto: a partir de los datos obtenidos, se estudia la precisión del modelo propuesto y se calibran los parámetros correspondientes mediante el método de mínimos cuadrados.
6. Proposición de nuevo modelo mejorado: Se genera un modelo final.

## 4.2. Sitio de Estudio y Mediciones

El Salar del Huasco es un humedal protegido por la Convención de Humedales de Importancia Internacional, también llamada Convención Ramsar, y un parque nacional localizado en la región de Tarapacá, a 180 kilómetros de la ciudad de Iquique. La base del salar está ubicada aproximadamente a 3800 metros de altitud, la laguna salada tiene un área superficial de aproximadamente 200 hectáreas y una profundidad de algunos pocos centímetros. Ante la imposibilidad de realizar una campaña de recolección de datos en terreno, debido a las cuarentenas levantadas en el país producto del avance del Coronavirus, el modelo a proponer se calibrará en base a las mediciones de velocidad del viento y velocidad de flujo realizadas por de la Fuente (2014) el año 2012 y las mediciones de turbidez de la laguna registradas por Suárez et al. (2020) los años 2018 y 2019.



Figura 4.1: Sitio de estudio.

La primera campaña se llevó a cabo entre la tarde del 27 de octubre y la mañana del 1 de noviembre de 2012. Las mediciones del flujo se llevaron a cabo en un punto de aproximadamente 5 centímetros de profundidad, localizado en el extremo norte de la laguna a cerca de 20 metros de la costa o borde. Para la toma de datos se utilizó un Velocímetro Acústico Doppler (ADV por sus siglas en inglés) de 16 MHz junto a una sonda de visión 2D. Este ADV fue montado en un trípode y registró la velocidad horizontal de flujo a una frecuencia de 50 Hz. La medición se realizó mediante series de tiempo a una altura fija, cercana a los 2 centímetros sobre la interfaz agua-sedimento, donde las mediciones instantáneas fueron promediadas cada segundo y cada minuto, para así obtener una velocidad de flujo característica. En la Figura 4.2, se observan los patrones diarios registrados.

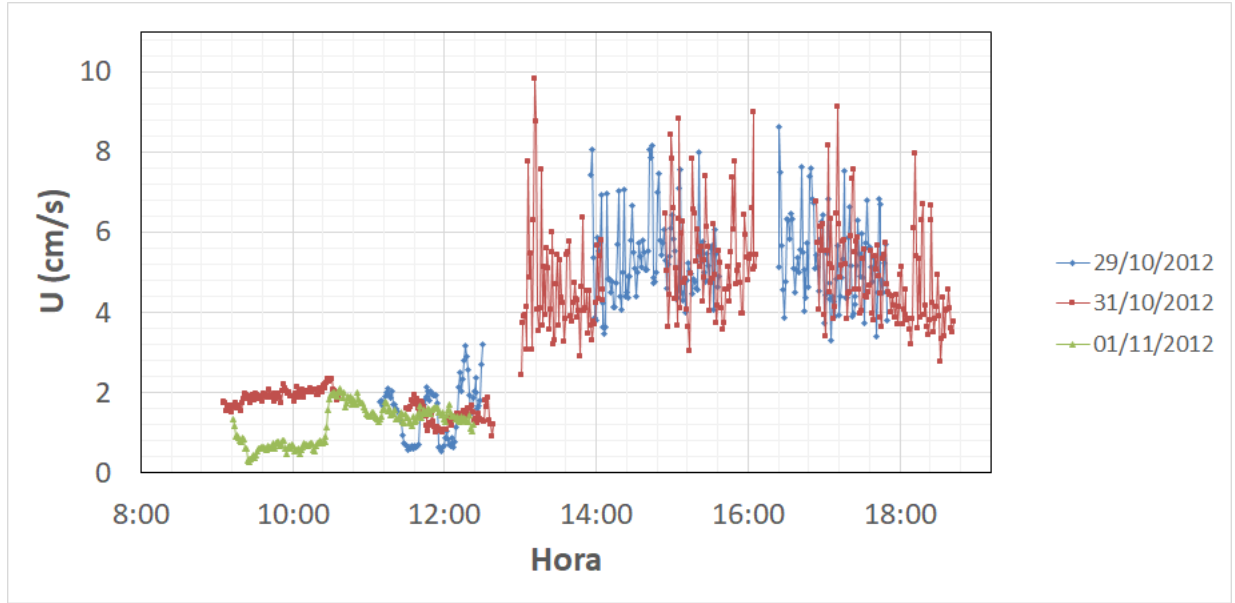


Figura 4.2: Velocidad de flujo media registrada.

Las condiciones meteorológicas fueron registradas con una estación meteorológica Campbell standard, instalada a aproximadamente 50 metros del lugar de estudio, grabando en intervalos de 30 segundos. Para propósitos del estudio la velocidad del viento se consideró nula durante la mayor parte del día, cuando las condiciones en el salar fueron representadas por la foto en la Figura 4.1.a, y luego el viento comenzaba a soplar cerca de las 12:30 A.M. con una velocidad media de aproximadamente 9 metros por segundo, lo que produce la re-suspensión de sedimentos en la laguna tal como se observa en la Figura 4.1.b. De esta forma, se puede calcular el esfuerzo de corte asociado al viento  $\tau_v$  a partir las mediciones de viento  $W(z)$  a una altura de 2,4 metros, implementando la metodología de Wüest y Lorke (2003) y la parametrización de Charnock para la rugosidad dinámica  $z_0$ :

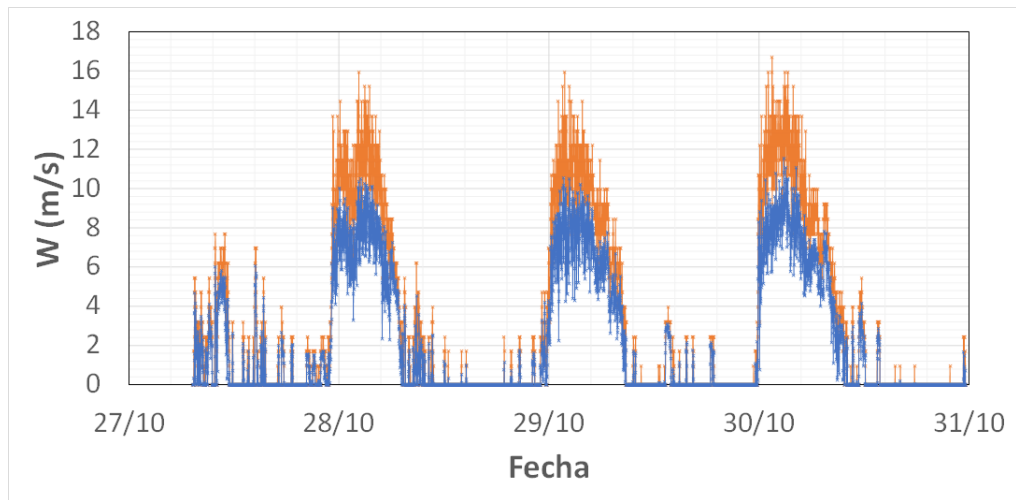
$$\tau_v = \rho_a C_{10} W_{10}^2 \quad (4.1)$$

$$C_{10} \approx \left[ \kappa^{-1} \ln \left( \frac{g10}{C_{10} W_{10}^2} \right) + 11,3 \right]^{-2} \quad (4.2)$$

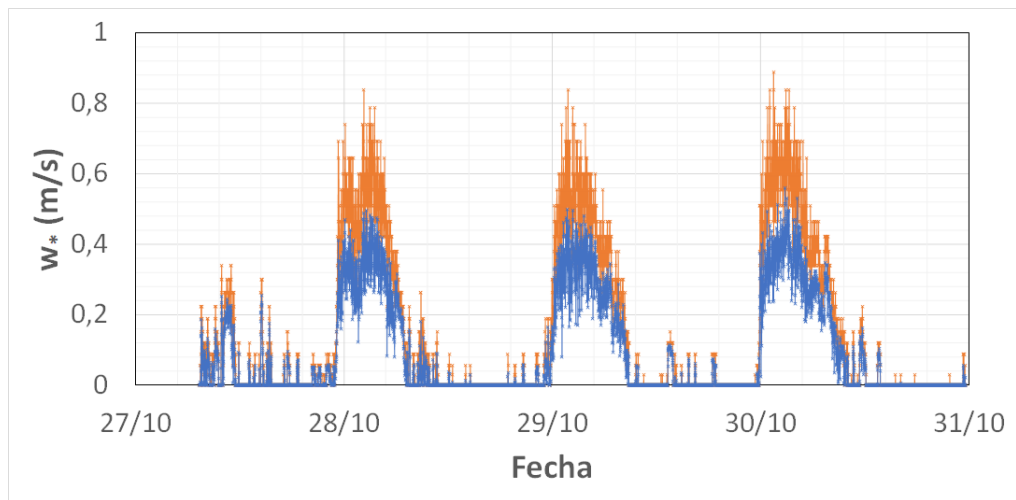
$$W_{10} = W(z) \left[ \frac{10}{z} \right]^{1/7} ; z < 20m \quad (4.3)$$

donde  $C_{10}$  se denomina coeficiente de arrastre del viento,  $\kappa = 0,41$  es la constante de Von Karman y  $\rho_a = 1,2 \text{ [kg m}^{-3}\text{]}$  la densidad del aire. La velocidad de corte del viento  $w_*$  mostrada en la Figura 4.3 fue calculada según Wüest y Lorke (2003) a partir de la relación:

$$w_* = \left( \frac{\tau_v}{\rho_a} \right)^{1/2} = C_{10}^{1/2} W_{10} \quad (4.4)$$



(a) Velocidad del viento



(b) Velocidad de corte

Figura 4.3: Valores de velocidad del viento registrada y velocidad de corte calculada. Para cada registro de 30 segundos, se muestra en azul el valor promedio y en naranja el valor máximo.

En cuanto a los registros de turbidez, se han realizado campañas anuales de medición de los parámetros biogeoquímicos de la laguna desde el año 2018, en el marco del estudio de los procesos de evaporación de la zona (Suárez et al., 2020). En esta investigación se utilizó información local para realizar un análisis meteorológico histórico del sitio de estudio, con el fin de seleccionar la fecha adecuada para la campaña de terreno. De esta forma se considera el mes de noviembre como el momento ideal para realizar la toma de datos, debido a que se caracteriza por grandes oscilaciones termales diarias (sin llegar a temperaturas extremas), baja humedad específica y ausencia de precipitaciones, lo que conlleva un contraste de temperatura entre el ambiente y el agua, y una gran disponibilidad de radiación solar, condiciones que resultan óptimas para estudiar los episodios de advección de aire seco. Además, en esta fecha los investigadores aún no se encuentran de vacaciones, y existe tiempo necesario para la preparación y realización de las campañas de datos previo al receso estival. Las mediciones de turbidez fueron realizadas con un turbidímetro Cyclops-7 y registradores de datos (PME, Inc., Vista, Ca, USA), siendo realizadas a una altura de aproximadamente 3 centímetros so-

bre la interfaz agua-sedimento. Debido a la extremadamente baja profundidad de la laguna, se considera que la columna de agua está bien mezclada, por lo que los registros se consideran representativos del sistema.

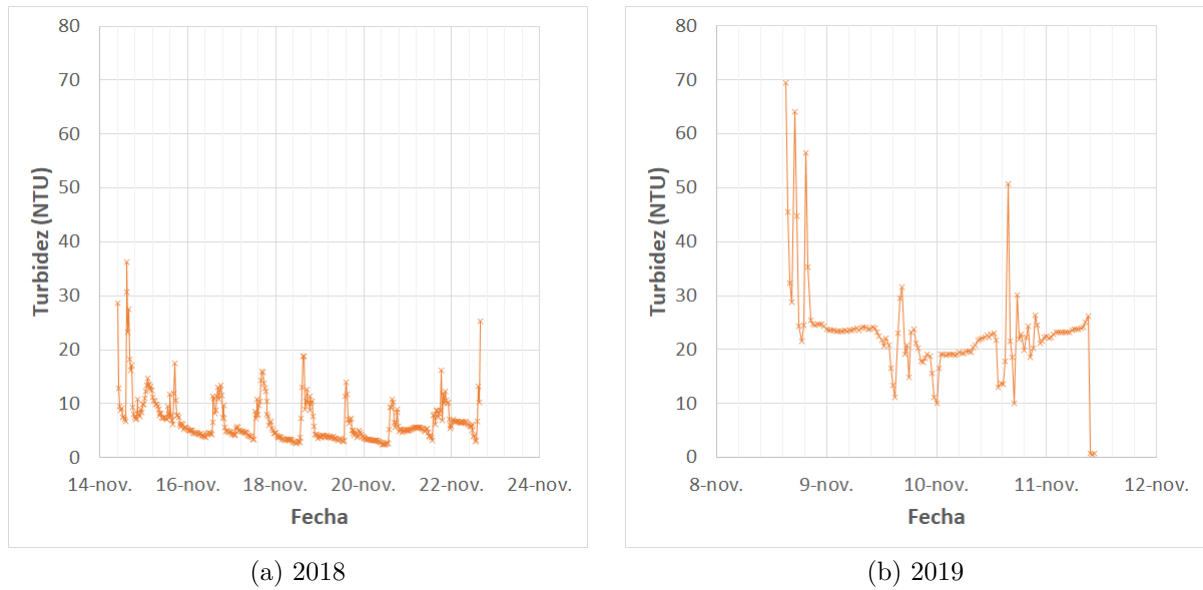


Figura 4.4: Valores de turbidez registrados.

Al igual que en los registros de velocidades de flujo y del aire, se observa una clara oscilación diaria. Sin embargo, se puede notar claramente que los valores registrados el año 2019 superan, en promedio, la magnitud de los registros de 2018.

### 4.3. Elección de datos

Al no tener registros simultáneos de velocidad del viento, velocidad de flujo y turbidez, se deben escoger datos representativos de las muestras para realizar la calibración del modelo matemático. Para esto, se recurre a un análisis de promedios temporales y a la elección de casos característicos del fenómeno estudiado.

#### 4.3.1. Velocidad de flujo (U)

Respecto de los registros de velocidad de flujo en la laguna, se observa que existe una enorme cantidad de datos en comparación a las demás variables estudiadas. Sin embargo, los periodos de tiempo que contemplan estas grabaciones son pequeños en comparación a la velocidad del viento y la turbidez. Por lo tanto, se recurre a promedios por segundo y por minuto de los valores registrados, con el fin de acoplar estas mediciones al modelo.

Por otro lado, estas mediciones poseen periodos de discontinuidad durante su registro, encontrando 9 paquetes de datos continuos. Se recurre a promedios de 5 minutos de las mediciones de velocidad de flujo, para así calzar estos valores con los registros de turbidez del día promedio. En el Anexo C.5 se encuentran los valores obtenidos de los promedios temporales, además, en la Figura 4.5 se muestra el comportamiento diario y promedio del flujo.

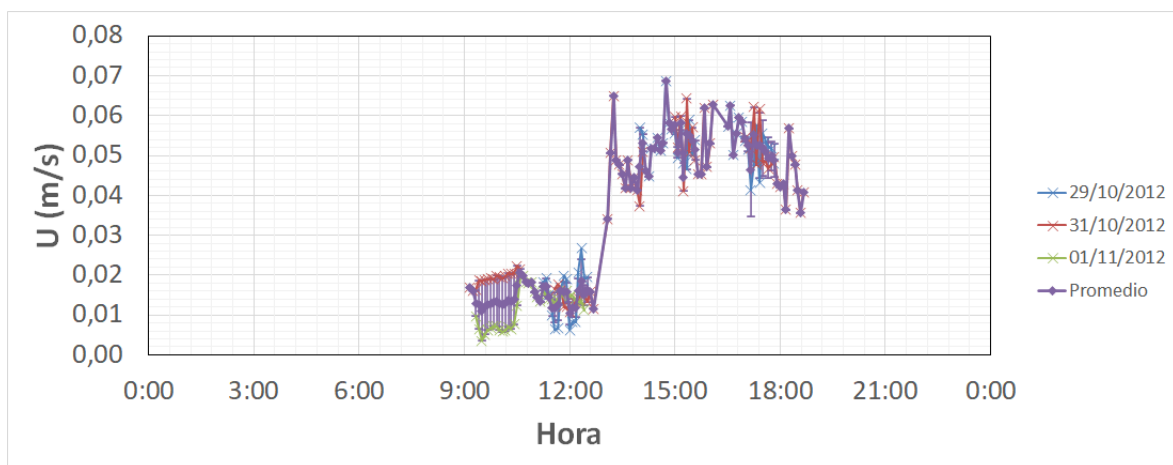
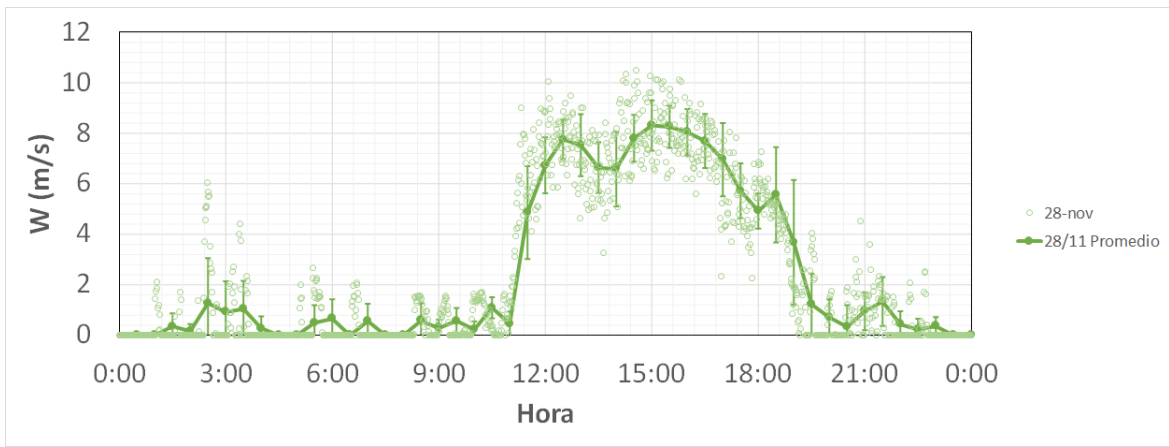


Figura 4.5: Comparación de velocidad de flujo diaria y día promedio calculado.

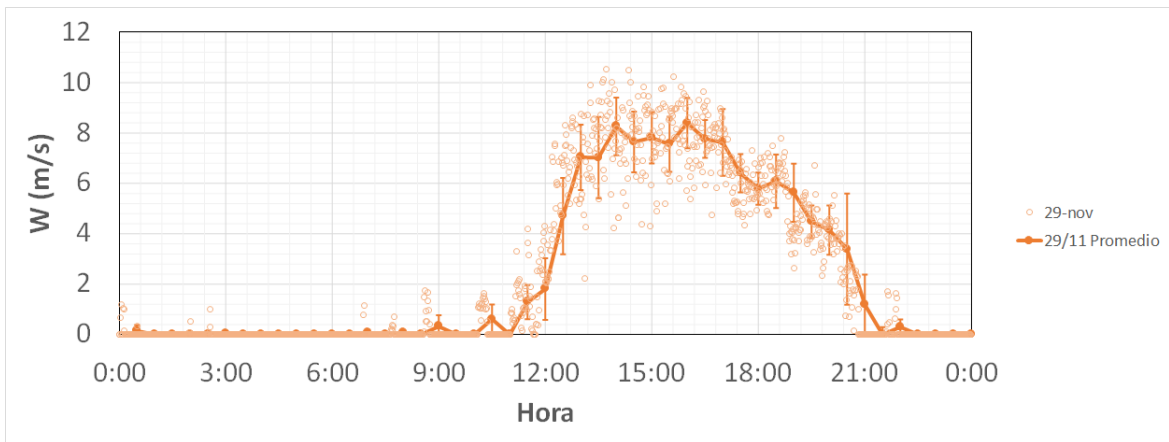
#### 4.3.2. Velocidad del viento (W)

Para el caso de la velocidad del viento, se realizan promedios de 30 minutos de los datos registrados, esto con el fin de reducir la variabilidad de estos valores y evitar mayores errores a la hora de calibrar el modelo. En la Figura 4.6, se observa la comparación detallada de valores registrados y valores promediados para cada día de grabación completo.

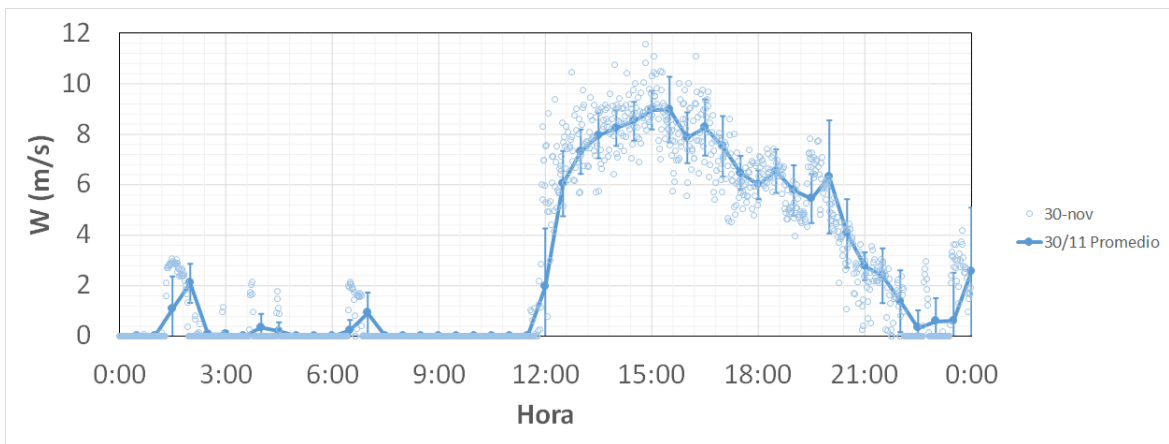




(a) 28 de noviembre



(b) 29 de noviembre



(c) 30 de noviembre

Figura 4.6: Comparación de valores de velocidad del viento registrada y promediada, año 2012.

Posterior a esto, para cada día se ordenan los datos según la hora asociada a cada valor, esto con el fin de obtener un día promedio y así comparar el comportamiento del viento cada día. En el Anexo C.1, se encuentran las tablas de valores promediados. Finalmente, se procede a calcular el error unitario diario  $\epsilon$  según se detalla en la Fórmula 4.5:

$$\epsilon = \frac{\sum_{i=0}^n |x_i - \bar{x}_i|}{n} \quad (4.5)$$

donde  $x_i$  corresponde al valor observado,  $\bar{x}_i$  al valor promedio calculado y  $n$  la cantidad de datos. En la Figura 4.7 se detalla el comportamiento de los 3 días con menor error asociado respecto al promedio, y en el Anexo C.2, se detallan los valores obtenidos para cada día. A partir de esto, para la calibración del modelo se utilizarán los datos del día promedio calculado.

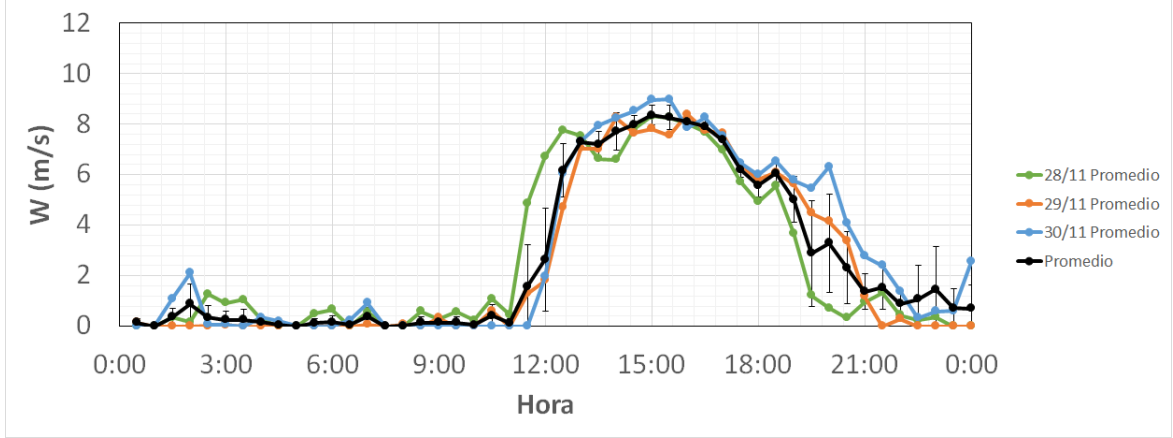


Figura 4.7: Comparación de velocidad del viento diaria y día promedio calculado.

### 4.3.3. Esfuerzo de corte ( $\tau$ )

Para la obtención de los esfuerzos de corte  $\tau_c$  y  $\tau_w$ , se debe trabajar a partir de las velocidades de corte del flujo y del viento respectivamente. En el caso de  $\tau_c$ , estos valores pueden ser calculados directamente a partir de los valores de velocidad de corte junto a las ecuaciones 3.27 y 3.28, sin embargo, para el cálculo de  $\tau_w$  se deben encontrar los parámetros adecuados para realizar el ajuste lineal descrito según de la Fuente (2014). Por lo tanto, a partir de las relaciones 3.31, 3.35 y 3.36, se obtiene el siguiente ajuste, el cual debe calibrarse en conjunto a los parámetros del modelo 3:

$$\tau_w = \rho(mu_* + n) \sqrt{\nu(p\omega + q)} \quad (4.6)$$

### 4.3.4. Turbidez

Al igual que en el caso de la velocidad del viento, para el caso de los registros de turbidez se realizan promedios de 30 minutos de los datos registrados. Luego, se procede a ordenar los datos de cada día, según su hora correspondiente y de esta forma se calcula un valor de turbidez promedio y máximo de cada día, con el fin de desechar aquellas jornadas en que ocurran episodios de alta resuspensión. La tabla de datos registrados puede encontrarse en el Anexo [C.3]. Se considera como día normal aquel cuyo promedio diario sea menor al percentil 90 de la muestra, esto sujeto a que su valor máximo diario no supere las 100 [NTU]. En la Tabla 4.1 se resumen estos tramos porcentuales:

Tabla 4.1: Percentiles de la muestra

Percentil [%]	Valor [NTU]
10	3,6
20	4,4
30	5,3
40	6,8
50	8,9
60	13,0
70	20,3
80	23,8
90	35,8
100	339,3

Producto de este ejercicio, se descartan los días 22, 23 y 24 de noviembre de 2018. El primero debido a un episodio extraordinariamente corto de alta resuspensión registrado durante la tarde y los otros ya que su promedio diario excede el percentil 90. Posterior a esto, se realiza un promedio horario para cada intervalo de tiempo, tomando en cuenta todos los días considerados normales, y así obtener un día promedio a partir de los datos conseguidos. Finalmente, para cada día se calcula un error  $\epsilon$  en comparación al día promedio mediante la fórmula 4.5, para así determinar los días más representativos. Para comprobar la representatividad de los valores promedios utilizados, en la Figura 4.9 se muestran los registros totales y promediados de 3 días notables de la muestra, los que corresponden a aquellos con menor error respecto del día promedio calculado: 16/11/2018, 10/11/2019 y 15/11/2018, característicos del año 2018, 2019 y del total de registros respectivamente. Además, en la Figura 4.8 se muestra la comparación entre el día promedio obtenido y los días representativos escogidos. Las tablas de error pueden encontrarse en el Anexo C.4. A partir de este análisis, se utilizarán los datos de turbidez del día promedio calculado para el ajuste de los modelos.

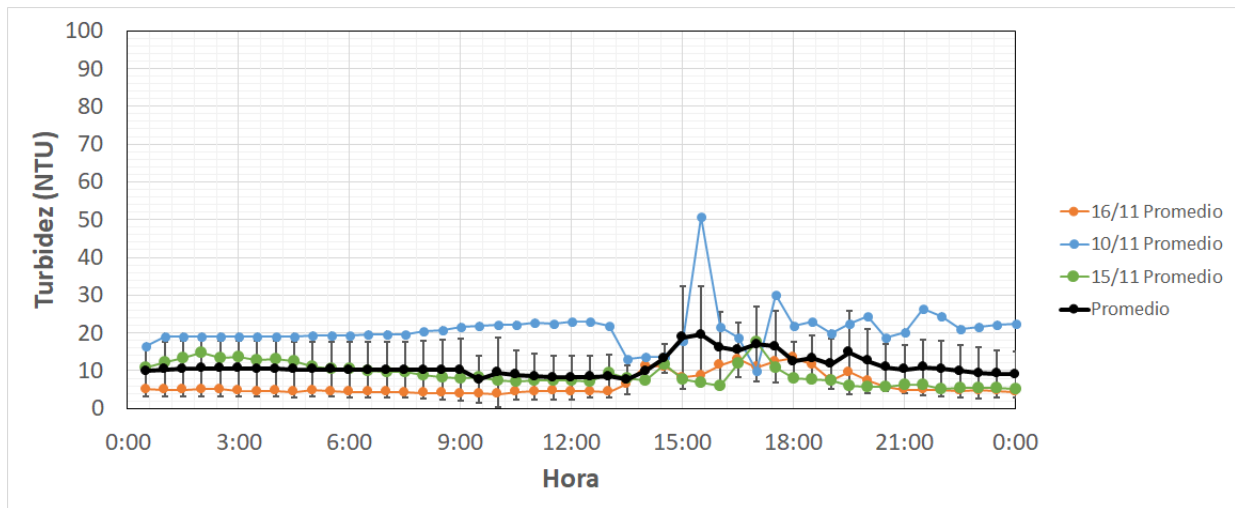
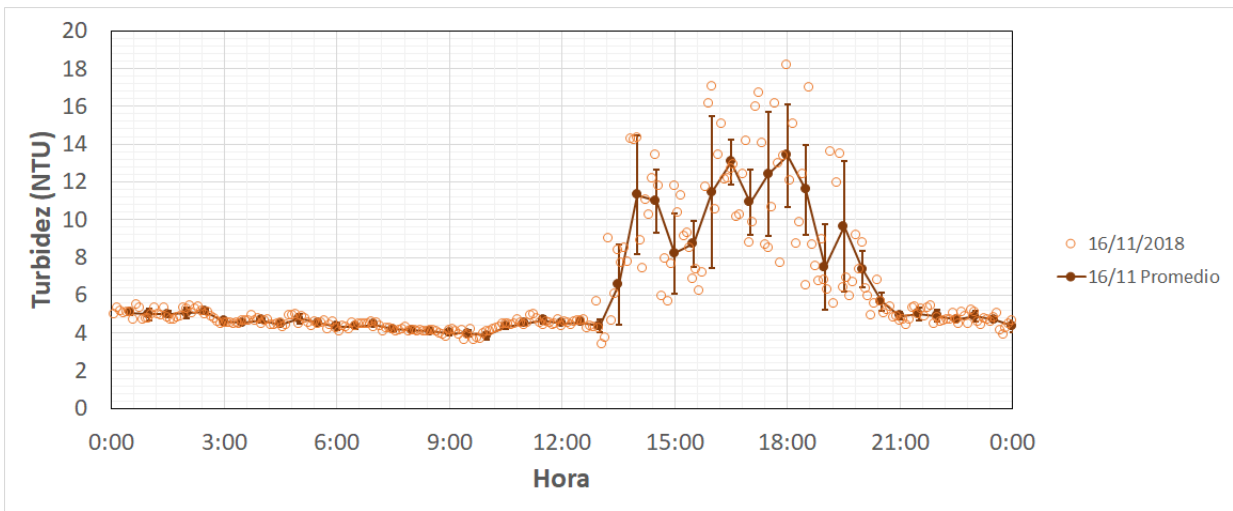
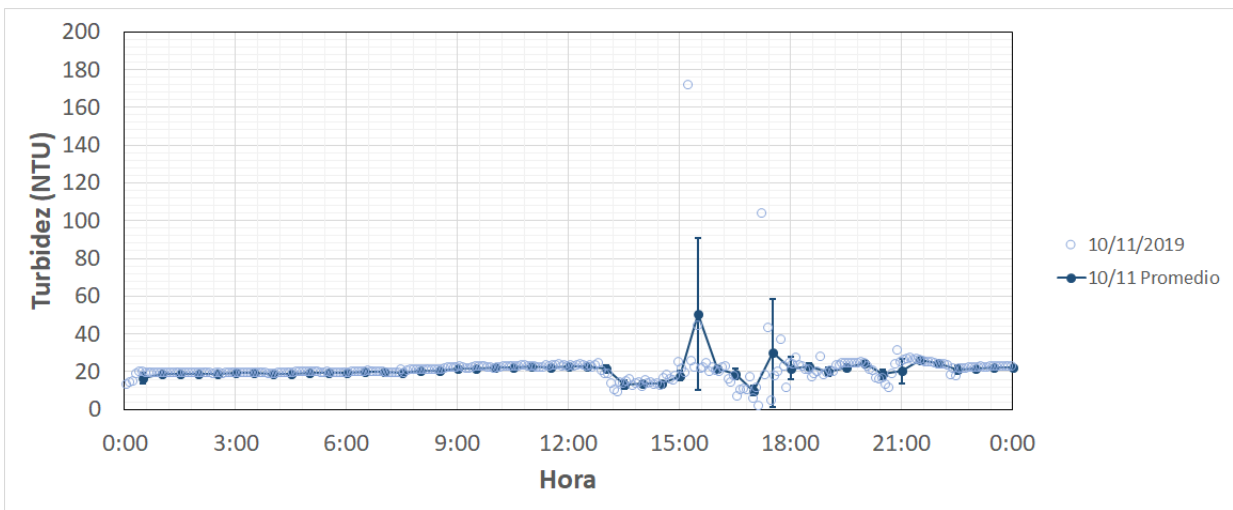


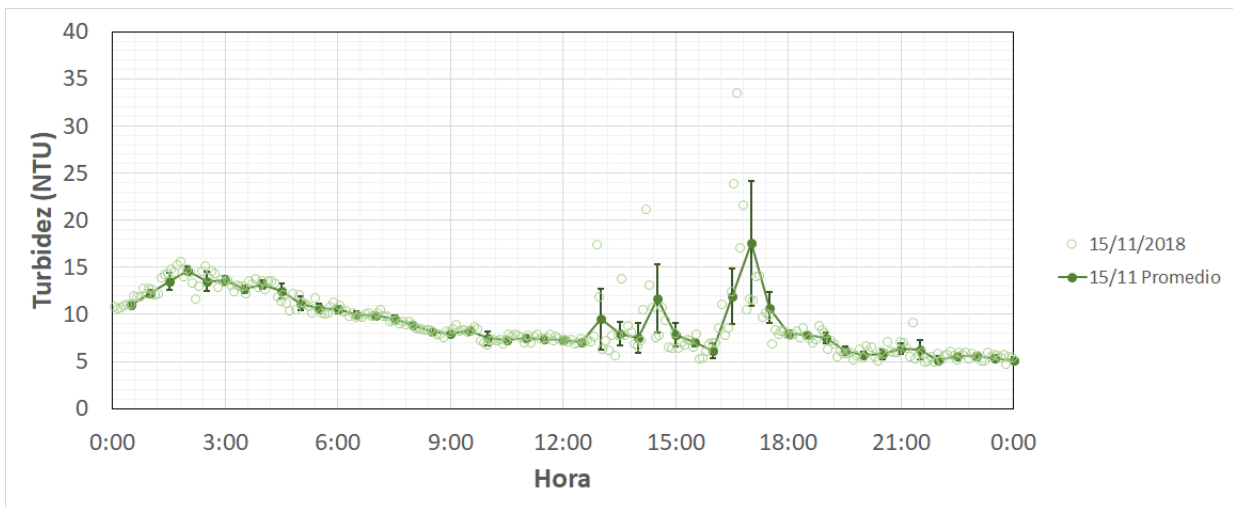
Figura 4.8: Comportamiento de día promedio respecto a días representativos.



(a) 16 de noviembre 2018



(b) 10 de noviembre 2019



(c) 15 de noviembre 2018

Figura 4.9: Comparación de valores de turbidez registrada y turbidez promediada cada 30 minutos.

## 4.4. Calibración del Modelo

### 4.4.1. Algoritmo

Para la verificación del marco teórico propuesto se recurre a la técnica de estimación de parámetros de Levenberg-Marquardt, también conocido como el método de mínimos cuadrados amortiguados. Este algoritmo iterativo corresponde a una mezcla del método de linealización de Gauss-Newton y la técnica del descenso por gradiente basada en el criterio de mínimos cuadrados. Esta metodología es apropiada para la estimación de parámetros en modelos no lineales, por lo que se considera adecuada para representar los 3 modelos estudiados.

Dado un conjunto de  $N$  pares de datos empíricos  $(x_i, y_i)$ , siendo  $x_i$  la variable independiente e  $y_i$  la variable dependiente, sea  $f(x)$  una función que modela el comportamiento de la variable  $y$  se busca minimizar la función error  $\chi^2$  dada por la expresión:

$$\chi^2 = \sum_i^N \frac{(y_i - f(x_i))^2}{\sigma_i^2} \quad (4.7)$$

además se define  $r = y - f(x)$  como el vector residuo, que corresponde a la diferencia entre los valores observados y los valores obtenidos a partir del modelo propuesto. Luego, se define una matriz de pesos diagonal  $W_{ij}$ :

$$W_{ij} = \frac{1}{\sigma_i^2} * I \quad (4.8)$$

donde  $I$  corresponde a la matriz identidad. Las expresiones 4.7 y 4.8 consideran que para cada punto se tienen varias observaciones, por lo que  $\sigma_i^2 > 1$ . Sin embargo, en los casos estudiados solo se posee una medición de turbidez para cada intervalo de tiempo, por lo tanto  $\sigma_i^2 = 1$ , lo que implica que  $W$  corresponde a la matriz identidad. De este modo, se puede reescribir 4.7 en forma matricial como:

$$\chi^2(a) = r^T I r \quad (4.9)$$

donde  $a = [A, B, \dots, M]$  corresponde al vector de  $M$  parámetros del modelo propuesto. A partir de esto, se obtiene la matriz jacobiana de dimensiones  $N \times M$  tal que:

$$J_{N,M} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f(x_1)}{\partial A} & \frac{\partial f(x_1)}{\partial B} & \dots & \frac{\partial f(x_1)}{\partial M} \\ \frac{\partial f(x_2)}{\partial A} & \frac{\partial f(x_2)}{\partial B} & \dots & \frac{\partial f(x_2)}{\partial M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f(x_N)}{\partial A} & \frac{\partial f(x_N)}{\partial B} & \dots & \frac{\partial f(x_N)}{\partial M} \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

El método de Gauss-Newton se construye a partir de una expansión en serie de Taylor del modelo  $f(x_i, a)$  con respecto a un paso  $\delta$  que se ajusta en cada iteración:

$$f(x_i, a + \delta) \approx f(x_i, a) + \frac{\partial f(x_i, a)}{\partial a} \delta \quad (4.11)$$

o en forma matricial:

$$f(x_i, a + \delta) = f + J\delta \quad (4.12)$$

esto permite expresar la función error en forma matricial como:

$$\chi^2(a + \delta) \approx (r - J\delta)^\top I(r - J\delta) \quad (4.13)$$

la cual alcanza un mínimo relativo si  $\frac{\partial \chi^2}{\partial \delta} = 0$ , por lo que operando se llega a:

$$(J^\top W J)\delta = J^\top I r \quad (4.14)$$

El método de Levenberg-Marquadt reemplaza esta igualdad por una versión “amortiguada”, introduciendo un factor de amortiguamiento  $\lambda > 0$ . De esta forma, la ecuación 4.14 queda reescrita de la forma:

$$(J^\top I J + \lambda \text{diag}(J^\top I J))\delta = J^\top I r \quad (4.15)$$

así, reordenando términos se obtiene una igualdad para obtener  $\delta$ :

$$\delta = (J^\top I J + \lambda \text{diag}(J^\top I J))^{-1} J^\top I r \quad (4.16)$$

por último, se actualiza el vector de parámetros  $a_{s+1} = a_s + \delta$  para la siguiente iteración. Para la aplicación del algoritmo se escoge el lenguaje de programación Python en su versión 3.8, haciendo uso del entorno de desarrollo integrado y multiplataforma de código abierto (IDE) Spyder de Anaconda3. En el Anexo C.6 se detalla el código fuente implementado para cada caso.

#### 4.4.2. Relación turbidez - concentración de sólidos suspendidos

Los modelos postulados hasta ahora otorgan valores de concentración de sólidos suspendidos, por lo que se deben transformar de manera que se obtengan datos de turbidez. Teniendo en cuenta que el sedimento posee características lodosas y que no se conoce la granulometría del sitio de estudio, se optará por aplicar la relación de Suk et al. (1998) por sobre la de X. Liu y Huang (2009) debido a lo siguiente:

- La primera relación se basa en un mayor rango de datos, por lo que abarca de mejor manera los valores del estudio actual.
- Se poseen más antecedentes acerca de los registros utilizados para obtener el modelo. Se tiene que un 96% de los registros presentan una turbidez menor a 20 [NTU], mientras que un 70% de los datos del estudio actual se ubica bajo las 20,3 [NTU] y un 90% bajo las 35,8 [NTU].

Los ecuaciones a calibrar se detallan en la Tabla 4.2, las cuales fueron encontradas mediante integración de las ecuaciones 3.15, 3.20 y 3.26, tomando como condición inicial  $C_0 = C(t = 1)$ , y considerando la relación 4.17.

$$Turbidez[FTU] = 0,631 \times 1000 \times TSS[kg/m^3] - 1,330 \quad (4.17)$$

Tabla 4.2: Modelos a calibrar

Modelo	Ecuación
Lam y Jaquet (1976)	$T(t, U_b) = 0,631 * 1000 * \frac{e^{-\gamma_1 t}}{\gamma_1} \left( (e^{\gamma_1 t} - e^{\gamma_1}) \left( \alpha_1 \left( \frac{U_b - U_c}{U_c} \right) + \gamma_1 C_b \right) + \gamma_1 C_0 e^{\gamma_1} \right) - 1,330$
Somlyódy (1982)	$T(t, W) = 0,631 * 1000 * \frac{e^{-\gamma_2 t}}{\gamma_2} \left( (e^{\gamma_2 t} - e^{\gamma_2}) (\alpha_2 W_{10}^{\eta} + \gamma_2 C_b) + \gamma_2 C_0 e^{\gamma_2} \right) - 1,330$
Hamilton y Mitchell (1996)	$T(t, \tau) = 0,631 * 1000 * \left( (1 - e^{-\gamma_3(t-1)}) \left( C_b + k_3 \left( \frac{\tau - \tau_{ref}}{\tau_{ref}} \right)^{\xi} \right) + C_0 e^{-\gamma_3(t-1)} \right) - 1,330$

# Capítulo 5

## Resultados

### 5.1. Estimaciones iniciales

Para comenzar con la calibración de cada modelo es necesario buscar valores de referencia de los parámetros en la literatura existente, de manera de tener una estimación inicial adecuada a la realidad del sistema estudiado. En la Tabla 5.1 se resumen los rangos de valores encontrados para cada caso.

Tabla 5.1: Valores de referencia de parámetros de modelos

Parámetro	Fuente	Valor	Unidad
$C_0$	Estudio actual	$1,9 \times 10^{-2}$	$\text{kg m}^{-3}$
$\alpha_1$	Aalderink et al. (1985)	$6,8 \times 10^2$	$\text{kg m}^{-3} \text{hr}^{-1}$
$\alpha_2$	Aalderink et al. (1985)	$1,6 \times 10^0$	$\text{kg m}^{-4}$
	Somlyódy (1982)	$9,1 \times 10^{-8}$	$\text{kg m}^{-4}$
$k_3$	Luetlich Jr et al. (1990)	$8,6 \times 10^{-7} - 1,3 \times 10^{-1}$	$\text{kg m}^{-3}$
$\gamma_1$	Aalderink et al. (1985)	$1,0 \times 10^{-1}$	$\text{hr}^{-1}$
$\gamma_2$	Aalderink et al. (1985)	$1,5 \times 10^{-1}$	$\text{hr}^{-1}$
	Somlyódy (1982)	$5,4 \times 10^{-2}$	$\text{hr}^{-1}$
$\gamma_3$	Luetlich Jr et al. (1990)	$1,7 \times 10^{-1} - 3,5 \times 10^{-1}$	$\text{hr}^{-1}$
$U_{cr}$	Aalderink et al. (1985)	$1,0 \times 10^{-4}$	$\text{m s}^{-1}$
$\tau_{cr}$	Luetlich Jr et al. (1990)	$0,0 - 1,2 \times 10^{-1}$	$\text{N m}^{-2}$
	Hamilton y Mitchell (1996)	$5,0 \times 10^{-2}$	$\text{N m}^{-2}$
	Hamilton y Mitchell (1996)	$-4,2 \times 10^{-2} - 9,7 \times 10^{-2}$	$\text{N m}^{-2}$
	de la Fuente (2014)	$1,0 \times 10^{-1}$	$\text{N m}^{-2}$
$C_b$	Aalderink et al. (1985)	$1,3 \times 10^{-2} - 2,9 \times 10^{-2}$	$\text{kg m}^{-3}$
	Luetlich Jr et al. (1990)	$1,5 \times 10^{-2}$	$\text{kg m}^{-3}$
$\eta$	Aalderink et al. (1985)	0,4	-
	Somlyódy (1982)	1,0 - 3,0	-
$\xi$	Hamilton y Mitchell (1996)	1,0	-
	Luetlich Jr et al. (1990)	0,2 - 4,0	-
$m$	de la Fuente (2014)	0,1464	-
$n$	de la Fuente (2014)	0,0268	$\text{m s}^{-1}$
$p$	de la Fuente (2014)	-1,4710	-
$q$	de la Fuente (2014)	2,6382	$\text{s}^{-1}$



Resulta interesante el rango de valores de  $\tau_{cr}$  obtenido por Hamilton y Mitchell (1996), donde se obtiene un valor negativo como límite inferior. En su estudio comentan que estos datos resultan bastante imprecisos, debido a las variaciones asociadas tanto a la concentración de fondo promedio como a las estimaciones de regresión, utilizadas para el cálculo del aumento de concentración de sólidos suspendidos.

A partir de estos registros, se escogieron casos base para cada uno de los modelos, además de ciertos valores dentro de los rangos de validez para un análisis de sensibilidad a las modificaciones de los parámetros iniciales. Además de variar la estimación inicial, se evaluaron los casos de distintos valores de lambda, con el objetivo de analizar el impacto del factor de amortiguación en los ajustes de la curva de turbidez. En el caso del Modelo 3, se implementaron 2 versiones: una considerando un esfuerzo de corte crítico nulo y otra no nulo. Los casos evaluados en cada modelo se resumen en la Tabla 5.2:

Tabla 5.2: Casos evaluados en cada modelo

Modelo	Casos	Lambdas	Casos totales	Casos válidos	% validez
1	15	6	90	35	39 %
2	16	6	96	18	19 %
3a	20	7	140	3	2 %
3b	16	7	112	4	4 %

Los casos válidos, se definen como aquellos cuyo error sea inferior a 1000 y cuyos parámetros ajustados tengan sentido físico, es decir que sean  $< 0$  en el caso de  $p$ , o  $> 0$  para el resto de parámetros. En caso contrario, podrían darse situaciones como disminuciones de turbidez en respuesta a aumentos en la velocidad del viento ( $\alpha < 0$ ), o que las partículas actúen de forma antigravitatoria, tendiendo a la resuspensión y no a la sedimentación ( $\gamma < 0$ ). Por otro lado, los casos estudiados son aquellos cuyos resultados se encuentren dentro de los rangos de validez de cada modelo, los cuales quedan resumidos en la Tabla 5.3. Para el detalle de los valores encontrados en cada simulación y modelo dirigirse al Anexo D.

Tabla 5.3: Rangos de validez de cada parámetro a ajustar

Parámetro	Condición	Valor	Unidad
$\alpha_1$	$<$	$1,0 \times 10^3$	$\text{kg m}^{-3} \text{ hr}^{-1}$
$\alpha_2$	$<$	$1,0 \times 10^1$	$\text{kg m}^{-4}$
$k_3$	$<$	$1,0 \times 10^0$	$\text{kg m}^{-3}$
$\gamma_1$	$<$	$1,0 \times 10^0$	$\text{hr}^{-1}$
$\gamma_2$	$<$	$1,0 \times 10^0$	$\text{hr}^{-1}$
$\gamma_3$	$<$	$1,0 \times 10^0$	$\text{hr}^{-1}$
$U_{cr}$	$<$	$1,0 \times 10^0$	$\text{m s}^{-1}$
$\tau_{cr}$	$<$	$2,0 \times 10^{-1}$	$\text{N m}^{-2}$
$\eta$	$<$	3,0	-
$\xi$	$<$	4,0	-
$C_b$	$<$	$5,0 \times 10^{-2}$	$\text{kg m}^{-3}$

## 5.2. Modelo 1

Se simuló un total de 90 casos, de los cuales 35 fueron considerados válidos y donde 2 de ellos cumplieron con las condiciones expuestas en la Tabla 5.3. El resumen de las simulaciones puede observarse en la Tabla 5.4.

Tabla 5.4: Casos simulados, modelo 1

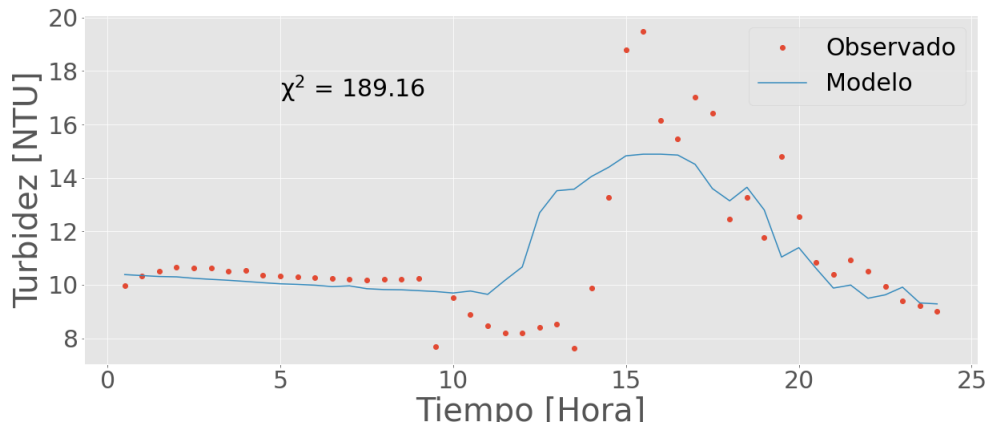
<b>Caso base (a,b,c,d)</b>	$1 \times 10^{-1}, 1 \times 10^{-1}, 1 \times 10^{-1}, 1 \times 10^{-2}$
<b>Casos a</b> ( $\alpha_1$ )	$1 \times 10^{-5}, 1 \times 10^{-3}, 1 \times 10^1$
<b>Casos b</b> ( $\gamma_1$ )	$1 \times 10^{-3}, 1 \times 10^{-2}, 1 \times 10^0$
<b>Casos c</b> ( $U_{cr}$ )	$1 \times 10^{-3}, 1 \times 10^{-2}, 1 \times 10^0, 1 \times 10^1$
<b>Casos d</b> ( $C_b$ )	$0 \times 10^0, 3 \times 10^{-3}, 3 \times 10^{-2}, 3 \times 10^{-1}$
<b>Casos</b> $\lambda$	$1 \times 10^\phi; \phi \in \mathbb{Z} = \{-2, \dots, 4\}$

En la Figura 5.1, se presentan los casos estudiados, los cuales coinciden con los casos de menor error cuadrático asociado. Los parámetros encontrados para los casos de estudio se detallan en la Tabla 5.5.

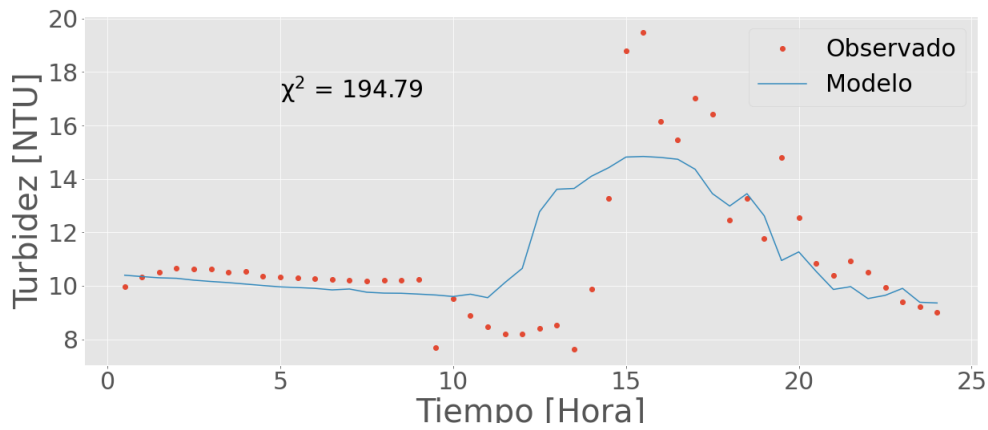
Tabla 5.5: Casos estudiados, modelo 1

Caso	Error	$\alpha_1$	$\gamma_1$	$U_{cr}$	$C_b$	<b>m</b>	<b>n</b>
1	189,16	$6,0 \times 10^{-4}$	$1,7 \times 10^{-2}$	$1,0 \times 10^{-1}$	$1,3 \times 10^{-2}$	0,3076	0,0944
2	194,79	$5,0 \times 10^{-5}$	$5,6 \times 10^{-2}$	$1,0 \times 10^{-1}$	$1,0 \times 10^{-2}$	4,7917	0,7572

Se observa que los valores de  $\alpha_1$  difieren en varios órdenes de magnitud con respecto a la referencia de Aalderink et al. (1985), sin embargo, al observar las referencias de los otros modelos se nota que este parámetro puede oscilar enormemente, por lo que se encuentra dentro de lo esperable. Los valores de  $\gamma_1$  resultan ser bajos respecto a las referencias, sin embargo siguen estando dentro de los rangos esperados. En cuanto a la velocidad crítica  $U_{cr}$ , si bien esta presenta un valor elevado en comparación a otros estudios, resulta aceptable al compararla con los valores de velocidad orbital estimados, los cuales oscilan entre  $0,1 \text{ [m s}^{-1}\text{]}$  en la mañana, cuando la turbidez es baja, y  $1,2 \text{ [m s}^{-1}\text{]}$  en la tarde, cuando se produce mayoritariamente la resuspensión. Las concentraciones de fondo estimadas son acordes a las mediciones de turbidez registradas, correspondientes a  $6,9 \text{ [NTU]}$  y  $5 \text{ [NTU]}$  respectivamente, ya que resultan menores que el valor más bajo de la serie de tiempo ajustada ( $7,7 \text{ [NTU]}$ ). La gran diferencia entre ambos casos se muestra a la hora de analizar los valores de **m** y **n** para el ajuste lineal de la velocidad orbital, donde en el caso 1, estos datos son del mismo orden de magnitud que en el estudio de de la Fuente (2014), pero en el caso 2, estos son de un orden de magnitud mayores. A pesar de esto, la diferencia de errores entre estos casos es pequeña como para ser considerada significativa.



(a) Caso  $a = 1 \times 10^{-3}$ ,  $\lambda = 1 \times 10^4$



(b) Caso  $a = 1 \times 10^{-5}$ ,  $\lambda = 1 \times 10^4$

Figura 5.1: Ajustes encontrados para el modelo 1

Respecto a las estimaciones de velocidad orbital obtenidas, en la Figura 5.2 se presenta la comparación entre ambos casos estudiados. Se puede notar que para el caso 2, los valores son de un orden de magnitud superiores a los del caso 1, sin embargo poseen un comportamiento muy similar en su escala respectiva.

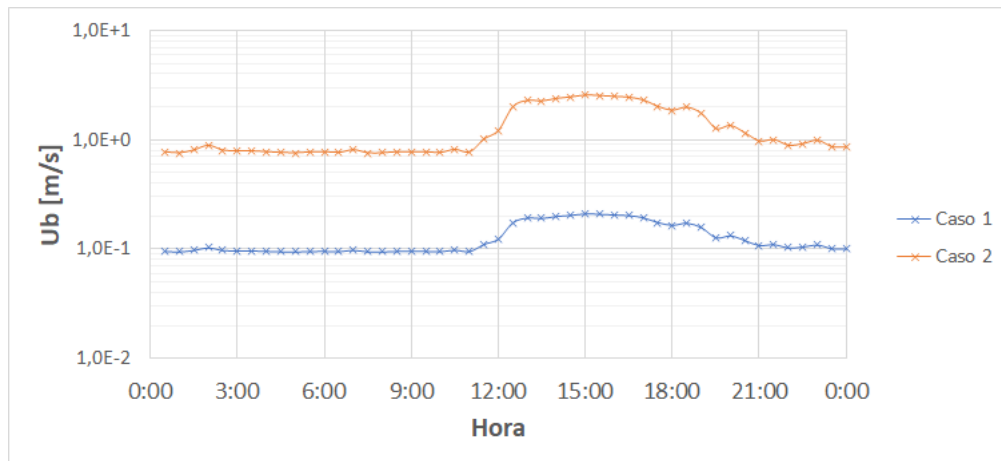


Figura 5.2: Velocidad orbital estimada para el modelo 1.

### 5.3. Modelo 2

Se realizó un total de 96 casos, de los cuales 18 fueron considerados válidos y donde 10 de ellos cumplieron con las condiciones expuestas en la Tabla 5.3. El resumen de las simulaciones puede observarse en la Tabla 5.6.

Tabla 5.6: Casos simulados, modelo 2

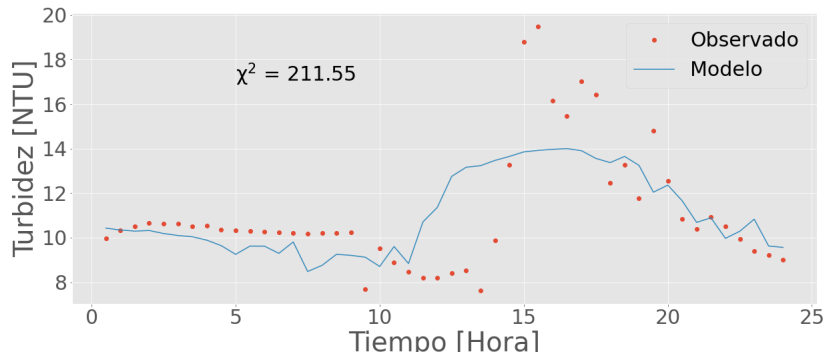
<b>Caso base (a,b,c,d)</b>	$1 \times 10^{-2}, 1 \times 10^{-1}, 1 \times 10^0, 1 \times 10^{-2}$
<b>Casos a (<math>\alpha_2</math>)</b>	$1 \times 10^{-6}, 1 \times 10^{-4}, 1 \times 10^0$
<b>Casos b (<math>\gamma_2</math>)</b>	$1 \times 10^{-3}, 1 \times 10^{-2}, 1 \times 10^0, 1 \times 10^1$
<b>Casos c (<math>\eta</math>)</b>	$0 \times 10^0, 1 \times 10^{-1}, 5 \times 10^{-1}, 3 \times 10^0$
<b>Casos d (<math>C_b</math>)</b>	$0 \times 10^0, 3 \times 10^{-3}, 3 \times 10^{-2}, 3 \times 10^{-1}$
<b>Casos <math>\lambda</math></b>	$1 \times 10^\phi; \phi \in \mathbb{Z} = \{-2, \dots, 4\}$

Los parámetros encontrados para los casos de estudio se detallan en la Tabla 5.7. En la Figura 5.3, se muestran los ajustes con menor error asociado (casos 1, 2, 4 y 6).

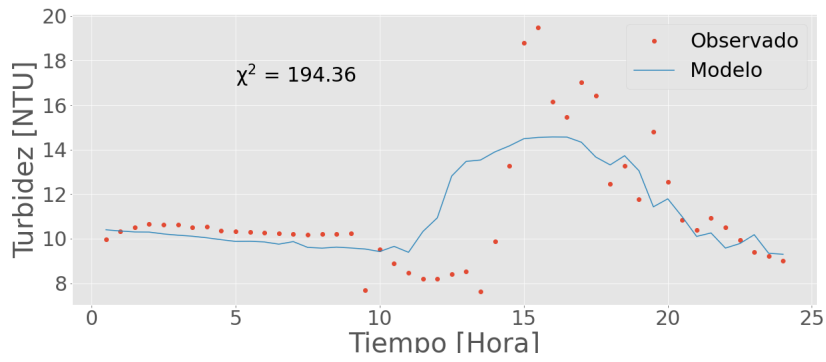
Tabla 5.7: Casos estudiados, modelo 2

Caso	Error	$\alpha_2$	$\gamma_2$	$\eta$	$C_b$
1	211,55	$3,5 \times 10^{-5}$	$3,2 \times 10^{-2}$	0,32	$2,0 \times 10^{-3}$
2	194,36	$1,3 \times 10^{-7}$	$3,0 \times 10^{-2}$	0,83	$1,2 \times 10^{-2}$
3	231,44	$2,6 \times 10^{-7}$	$1,9 \times 10^{-1}$	0,86	$1,5 \times 10^{-2}$
4	202,04	$1,8 \times 10^{-6}$	$4,8 \times 10^{-2}$	0,59	$1,2 \times 10^{-2}$
5	225,68	$1,1 \times 10^{-6}$	$5,3 \times 10^{-1}$	0,78	$1,7 \times 10^{-2}$
6	194,88	$1,9 \times 10^{-7}$	$3,0 \times 10^{-2}$	0,79	$1,2 \times 10^{-2}$
7	211,55	$3,5 \times 10^{-5}$	$3,2 \times 10^{-2}$	0,32	$2,0 \times 10^{-3}$
8	211,55	$3,5 \times 10^{-5}$	$3,2 \times 10^{-2}$	0,32	$2,0 \times 10^{-3}$
9	211,55	$3,5 \times 10^{-5}$	$3,2 \times 10^{-2}$	0,32	$2,0 \times 10^{-3}$
10	211,57	$3,5 \times 10^{-5}$	$3,3 \times 10^{-2}$	0,32	$2,0 \times 10^{-3}$

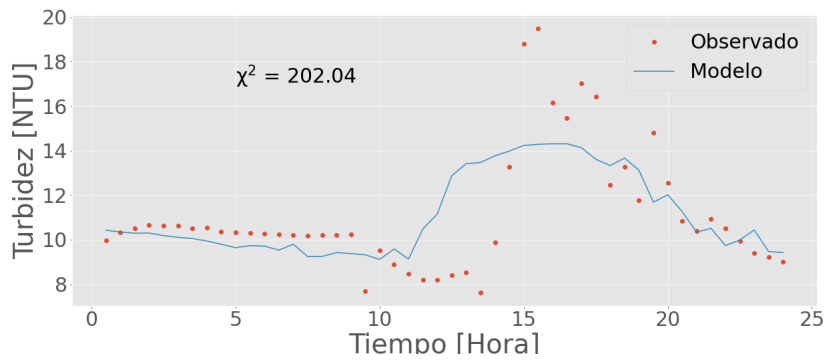
Se observa que los casos 2 y 6 son los que presentaron un menor error en el ajuste, esto ya que a pesar de provenir de distintas condiciones iniciales para  $\alpha_2$  y  $\gamma_2$ , otorgan valores relativamente similares de los parámetros encontrados. De aquí podría desprenderse algún vínculo entre estas 2 variables. Por otro lado, es claro que los resultados de los casos 1, 7, 8, 9 y 10 son prácticamente idénticos, por lo que la variación de sus estimaciones iniciales no afecta de sobremanera el resultado de las simulaciones. En general, los valores de  $\alpha_2$  son pequeños si se toma en cuenta el amplio rango de variabilidad considerado como válido para el modelo. En cuanto a  $\gamma_2$ , se nota que si bien los valores se encuentra fuera del rango encontrado en la literatura, estos no llegan a alejarse de manera extrema de los límites, siendo similares a los valores encontrados en el modelo 1. Respecto a  $\eta$ , vemos que el conjunto de casos similares se acerca más a lo descrito por Aalderink et al. (1985), mientras que el resto tendería a comportarse según lo postulado por Somlyódy (1982). Esto implica que, según el conjunto de parámetros que se utilice para la estimación, ambos estudios pueden servir como base para análisis posteriores. Por último, la concentración de fondo alcanza valores adecuados a lo observado en la curva de turbidez, donde solo dos de los casos (número 3 y 5) podrían considerarse como excesivamente altos.



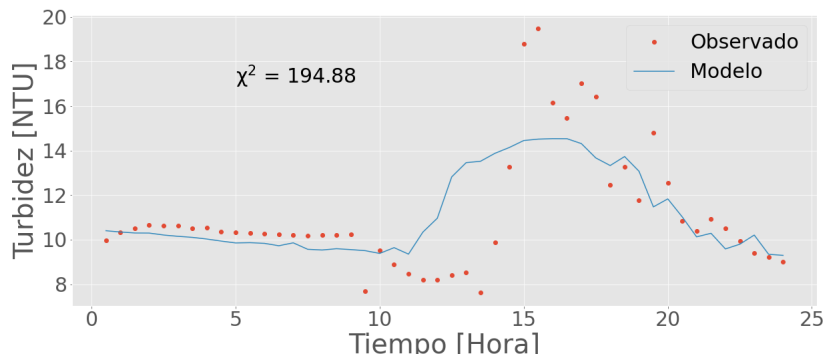
(a) Caso base,  $\lambda = 1 \times 10^2$



(b) Caso  $a = 1 \times 10^{-6}$ ,  $\lambda = 1 \times 10^2$



(c) Caso  $a = 1 \times 10^{-4}$ ,  $\lambda = 1 \times 10^2$



(d) Caso  $b = 1 \times 10^1$ ,  $\lambda = 1 \times 10^1$

Figura 5.3: Ajustes encontrados para el modelo 2

## 5.4. Modelo 3

En el caso del modelo A, se realizaron simulaciones de 140 casos, de los cuales 3 fueron considerados válidos y también cumplieron con las condiciones expuestas en la Tabla 5.3. El resumen de las simulaciones puede observarse en la Tabla 5.8.

Tabla 5.8: Casos simulados, modelo 3A

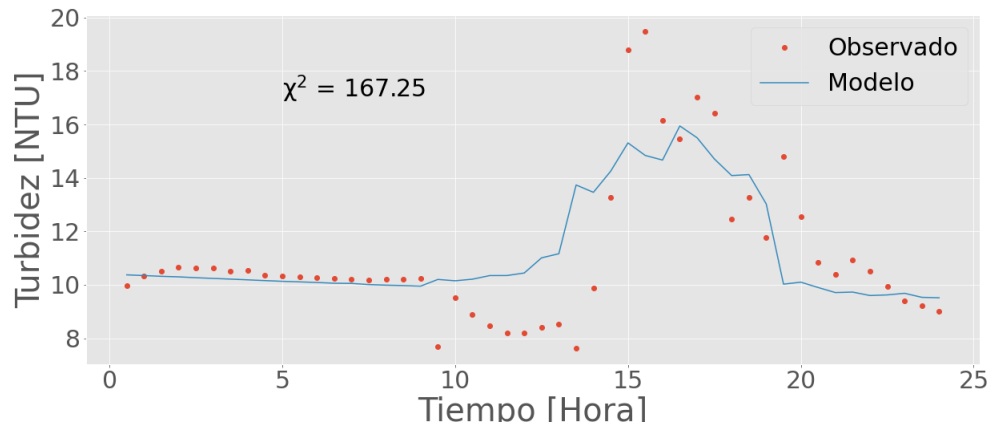
<b>Caso base (a,b,c,d,f)</b>	$1 \times 10^{-2}, 1 \times 10^{-1}, 1 \times 10^{-3}, 1 \times 10^0, 1 \times 10^{-2}$
<b>Casos a (<math>k_3</math>)</b>	$1 \times 10^{-4}, 1 \times 10^0, 1 \times 10^2$
<b>Casos b (<math>\gamma_3</math>)</b>	$1 \times 10^{-3}, 1 \times 10^{-2}, 1 \times 10^0, 1 \times 10^1$
<b>Casos c (<math>\tau_{cr}</math>)</b>	$0 \times 10^0, 1 \times 10^{-2}, 1 \times 10^{-1}, 1 \times 10^0$
<b>Casos d (<math>\xi</math>)</b>	$0 \times 10^0, 1 \times 10^{-1}, 5 \times 10^{-1}, 3 \times 10^0$
<b>Casos f (<math>C_b</math>)</b>	$0 \times 10^0, 3 \times 10^{-3}, 3 \times 10^{-2}, 3 \times 10^{-1}$
<b>Casos <math>\lambda</math></b>	$1 \times 10^\phi; \phi \in \mathbb{Z} = \{-2, \dots, 5\}$

Los parámetros encontrados para los casos de estudio se detallan en la Tabla 5.9, y en la Figura 5.4, se presentan las curvas obtenidas.

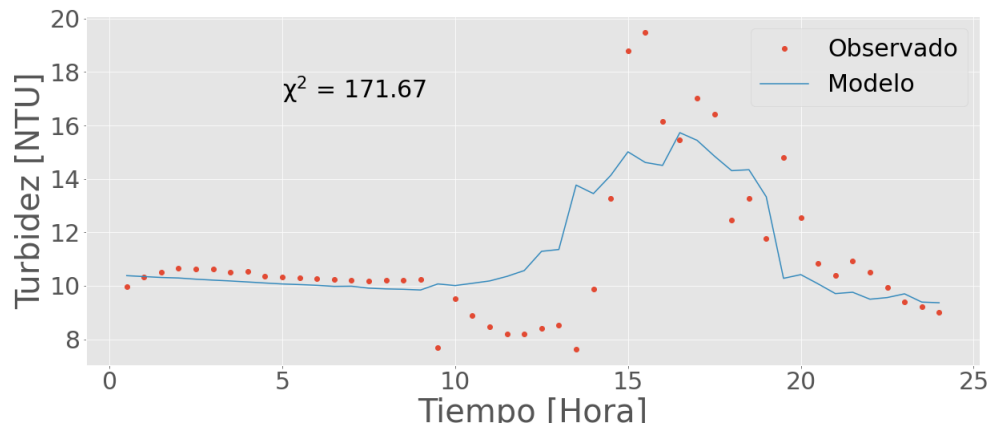
Tabla 5.9: Casos estudiados, modelo 3A

Caso	Error	$k_3$	$\gamma_3$	$\tau_{cr}$	$\xi$	$C_b$	<b>m</b>	<b>n</b>	<b>p</b>	<b>q</b>
1	167,25	$8,7 \times 10^{-1}$	$3,1 \times 10^{-2}$	$1,0 \times 10^{-2}$	1,13	$4,0 \times 10^{-3}$	0,0220	0,0224	-0,4209	1,9950
2	171,67	$7,7 \times 10^{-1}$	$2,9 \times 10^{-2}$	$1,0 \times 10^{-2}$	1,09	$3,0 \times 10^{-3}$	0,0631	0,0222	-2,9674	2,0275
3	201,93	$7,9 \times 10^{-1}$	$4,3 \times 10^{-2}$	$1,1 \times 10^{-2}$	1,08	$2,0 \times 10^{-3}$	0,0868	0,0208	-3,8413	1,9197

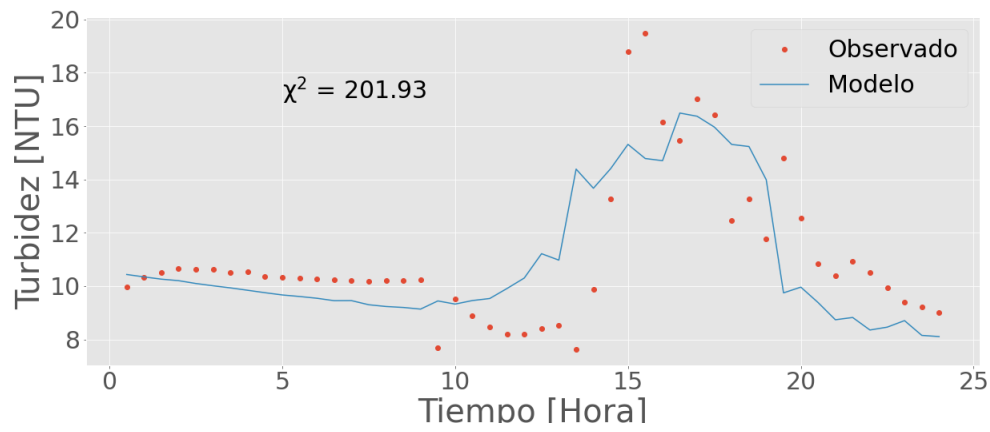
Se observa que los resultados de los 3 casos simulados son relativamente similares, ubicándose en el mismo orden de magnitud, exceptuando los parámetros de los ajustes lineales de  $U_b$  y  $\omega$ , los cuales si poseen diferencias considerables. Los valores de  $k_3$  pueden ser considerados altos, pero entran en la magnitud esperada según otros estudios. Respecto a  $\gamma_3$ , los valores resultan bajos según las referencias bibliográficas, pero son acordes a lo visto en los demás modelos. Los resultados de  $\tau_{cr}$  muestran que el esfuerzo mínimo requerido para producir resuspensión es menor que lo estudiado por otros autores. El parámetro  $\xi$  muestra un comportamiento acorde a lo esperado, acercándose a lo postulado en estudios anteriores donde este coeficiente es considerado igual a la unidad. Las concentraciones de fondo encontradas resultan pequeñas en comparación a los otros modelos y estudios. En cuanto al parámetro m, el caso con el valor más lejano a la referencia resulta ser aquel con menor error asociado, además de notarse una gran varianza en los resultados obtenidos. Por otro lado, para n se observa lo contrario, registrándose valores muy similares en los 3 casos y donde la cifra más cercana a la referencia resulta en un menor error en el ajuste. Esto se replica al analizar los resultados para p y q, donde se observa una gran variabilidad para los resultados del parámetro p, mientras que en el caso de q, los datos resultan muy similares.



(a) Caso  $a = 1 \times 10^0$ ,  $\lambda = 1 \times 10^2$



(b) Caso  $a = 1 \times 10^0$ ,  $\lambda = 1 \times 10^3$



(c) Caso  $a = 1 \times 10^0$ ,  $\lambda = 1 \times 10^4$

Figura 5.4: Ajustes encontrados para el modelo 3A

En el caso del modelo B, se realizaron simulaciones de 112 casos, de los cuales 4 fueron considerados válidos y donde 1 de ellos no cumplió con las condiciones expuestas en la Tabla 5.3. El resumen de las simulaciones puede observarse en la Tabla 5.10.

Tabla 5.10: Casos simulados, modelo 3B

<b>Caso base (a,b,d,f)</b>	$1 \times 10^{-2}, 1 \times 10^{-1}, 1 \times 10^0, 1 \times 10^{-2}$
<b>Casos a (<math>k_3</math>)</b>	$1 \times 10^{-4}, 1 \times 10^0, 1 \times 10^2$
<b>Casos b (<math>\gamma_3</math>)</b>	$1 \times 10^{-3}, 1 \times 10^{-2}, 1 \times 10^0, 1 \times 10^1$
<b>Casos d (<math>\xi</math>)</b>	$0 \times 10^0, 1 \times 10^{-1}, 5 \times 10^{-1}, 3 \times 10^0$
<b>Casos f (<math>C_b</math>)</b>	$0 \times 10^0, 3 \times 10^{-3}, 3 \times 10^{-2}, 3 \times 10^{-1}$
<b>Casos <math>\lambda</math></b>	$1 \times 10^\phi; \phi \in \mathbb{Z} = \{-2, \dots, 5\}$

Los parámetros encontrados para los casos de estudio se detallan en la Tabla 5.11 y en la Figura 5.6, se presentan las curvas obtenidas.

Tabla 5.11: Casos estudiados, modelo 3B

Caso	Error	$k_3$	$\gamma_3$	$\xi$	$C_b$	m	n	p	q
1	167,47	$8,4 \times 10^{-1}$	$3,1 \times 10^{-2}$	1,12	$1,0 \times 10^{-3}$	0,0200	0,0194	-0,2059	1,9334
2	171,15	$7,7 \times 10^{-1}$	$3,1 \times 10^{-2}$	1,10	$1,3 \times 10^{-4}$	0,0554	0,0192	-2,8950	1,9707
3	198,43	$1,8 \times 10^{-2}$	$8,2 \times 10^{-2}$	0,81	$1,1 \times 10^{-2}$	0,5883	0,0533	-6,3932	13,0029

Es interesante notar que los casos 1 y 2 de este modelo resultan ser prácticamente iguales a los casos 1 y 2 del modelo 3A, con excepción de los valores para la concentración de fondo, los cuales son menores para este modelo. Por otro lado, el caso 3 presenta valores de  $k_3$  y  $\gamma_3$  más acordes a lo registrado por Luetlich Jr et al. (1990), una concentración de fondo similar a la de los modelos 1 y 2, un  $\xi$  inferior a lo encontrado para los otros casos del modelo 3 y en promedio, valores más bajos de los parámetros de ajuste lineal de  $U_b$  y  $\omega$ .

En cuanto a los valores de esfuerzo de corte estimados para el modelo, en la Figura 5.5 se observa la comparación entre los casos 1 de ambas versiones, las cuales presentan el ajuste con menor error asociado. Se observa que, si bien los valores de  $\tau_w$  son mayores a los de  $\tau_c$ , estos últimos no pueden considerarse despreciables como en otros estudios similares.

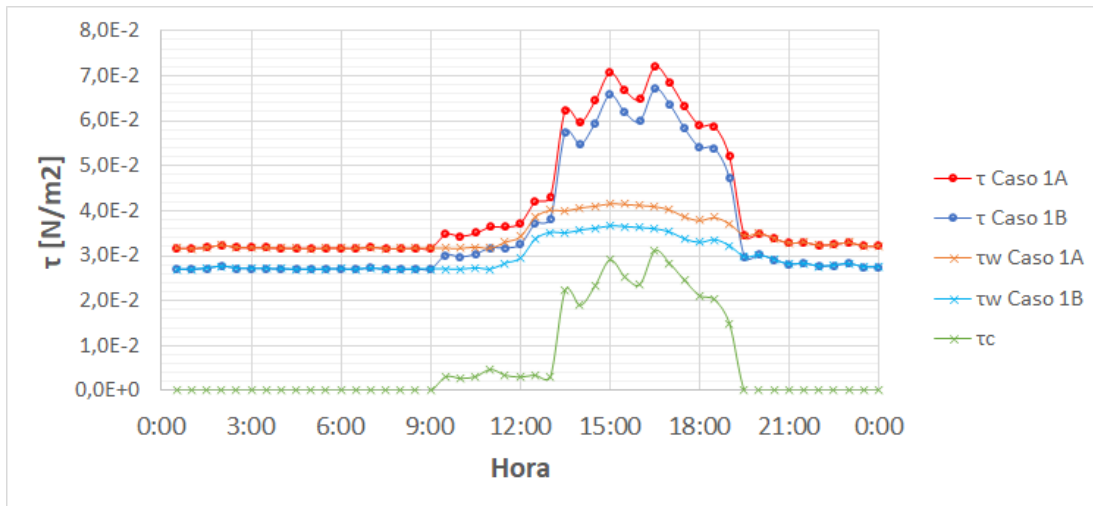
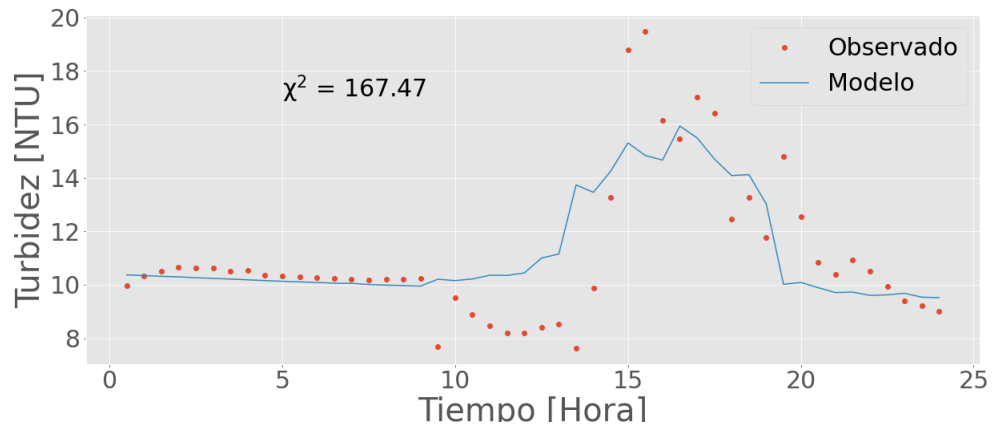
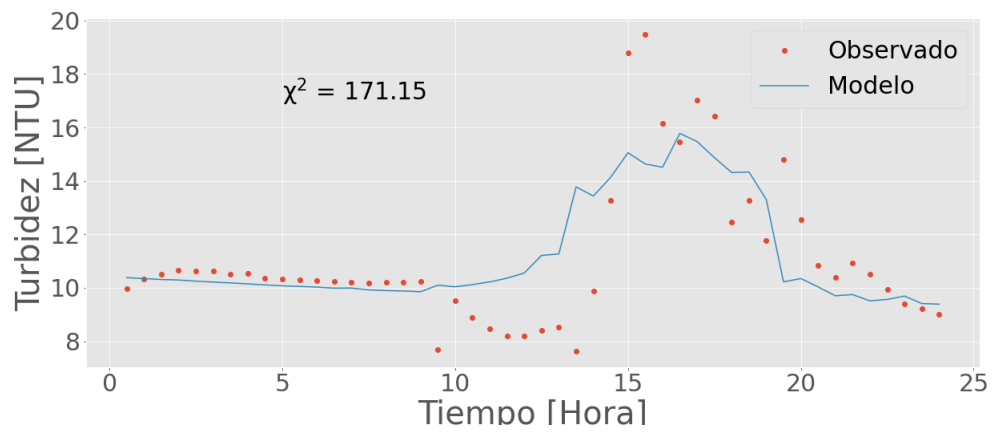


Figura 5.5: Esfuerzos de corte estimados para el modelo 3.

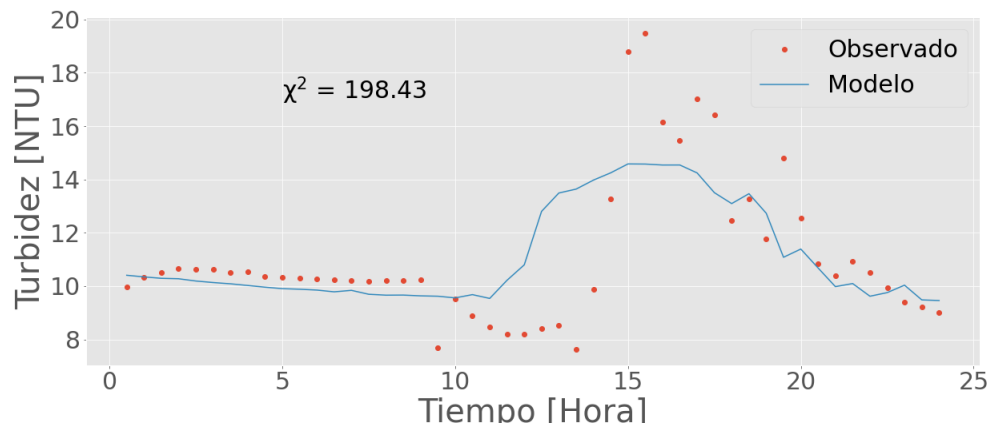




(a) Caso  $a = 1 \times 10^0$ ,  $\lambda = 1 \times 10^2$



(b) Caso  $a = 1 \times 10^0$ ,  $\lambda = 1 \times 10^3$



(c) Caso  $b = 1 \times 10^1$ ,  $\lambda = 1 \times 10^3$

Figura 5.6: Ajustes encontrados para el modelo 3B

# Capítulo 6

## Discusión

Las mediciones realizadas en el salar durante las campañas de 2012, 2018 y 2019 (de la Fuente, 2014; Suárez et al., 2020), fueron utilizadas para realizar modelos estimativos de las series de tiempo de turbidez de la laguna en función del viento y el flujo, buscando cuantificar las variaciones en la concentración de sólidos suspendidos. A partir de un análisis de procesos de transporte, se definen las bases teóricas del comportamiento del sistema y a partir de estudios anteriores en sistemas acuáticos someros, se logran precisar 3 modelos de turbidez en función de la velocidad orbital de onda, la velocidad del viento y el esfuerzo de corte producido en el fondo de la laguna. A partir de promedios temporales de los registros de turbidez, velocidad del viento y velocidad de flujo, se determinan las series de tiempo a utilizar para la aplicación de cada modelo, obteniendo un dato cada 30 minutos para cada una de las variables.

Para la calibración de cada uno de estos modelos se aplica el algoritmo de Levenberg-Marquardt, el cual consiste en un método numérico que combina la técnica de descenso por gradiente y el método de Gauss-Newton, aplicando el criterio de mínimos cuadrados. A pesar de trabajar con datos levantados en distintos periodos de tiempo y frecuencia, gracias al comportamiento característico del ciclo diurno del sistema es posible encontrar buenas aproximaciones de los parámetros de cada modelo. Por otro lado, es de notar que una pequeña variación en la estimación inicial de los parámetros a calibrar puede conllevar enormes modificaciones en los valores finales otorgados por el algoritmo. Se cree que esto puede tener 2 explicaciones. En primer lugar, es probable que al tratarse de modelos altamente no lineales, el gradiente de estos posea varios puntos de mínimo local, lo cual condicionaría el resultado final de la iteración según la estimación inicial impuesta. Se hace necesario encontrar una metodología que guíe al usuario a la hora de escoger estas condiciones iniciales, de manera que se pueda llegar a los mínimos globales. Por otro lado, se observa que el algoritmo posee limitaciones asociadas a casos complicados en términos de los cálculos matemáticos. Se destacan casos de números negativos elevados a potencias negativas irracionales, funciones logarítmicas evaluadas en cero y divisiones indeterminadas por cuociente nulo. A partir de esto, se considera que las series de datos basadas en el día promedio son más efectivas que la elección de un día representativo de las campañas de recolección, ya que poseen menos valores problemáticos a la hora de ser implementadas en el estudio. Respecto del parámetro lambda ( $\lambda$ ), puede mencionarse el gran impacto que tiene a la hora de realizar las calibraciones de cada modelo, concluyendo que mientras mayor sea su valor, mayor cantidad de casos simulados y válidos es posible encontrar. Esto se debe a que mientras más pequeño sea el  $\lambda$

escogido, mayor será la variación de los parámetros en cada iteración, derivando en resultados más alejados de las estimaciones iniciales.

Se pueden identificar algunos parámetros como generales y comparativos de todos los modelos, entre los que encontramos  $\gamma$ ,  $C_b$ ,  $m$ ,  $n$ ,  $p$  y  $q$ . En el caso de  $\gamma$ , gran parte de los valores encontrados se ubica por debajo del rango de referencia, exceptuando ciertos casos puntuales. Los valores de velocidad de sedimentación en este caso alcanzan valores de entre 0 y 1,3 [m día<sup>-1</sup>], con un promedio de 0,2 [m día<sup>-1</sup>], resultando estos datos notablemente más bajos que los encontrados en otros estudios. Se cree que por las características propias de este sistema, como la baja profundidad en comparación a los sitios donde se realizaron los estudios de referencia, los valores promedio de  $w_s$  resultan menores a lo encontrado en la bibliografía. Respecto del parámetro  $C_b$ , los valores encontrados señalan que la concentración de fondo resulta ser bastante menor a lo descrito por otros autores, donde incluso el valor máximo obtenido en un caso estudiado se encuentra apenas por sobre la referencia mínima. En promedio, esta turbidez permanente asociada es cercana a las 3 [NTU], lo cual se condice con lo registrado en las series de turbidez utilizadas. Los resultados para  $C_b$  varían en el rango de entre -1,3 [NTU] y 9,3 [NTU], donde debe notarse que este valor mínimo resulta imposible de alcanzar en la práctica, haciendo presente el error correspondiente a la aproximación realizada mediante la ecuación 4.17. En cuanto a las estimaciones de  $U_b$  y  $\tau_w$ , se observa un comportamiento muy variable tanto para  $m$  como para  $n$  y  $p$ , alcanzando diferencias de hasta dos órdenes de magnitud en estos casos. Contrariamente, en el caso de  $q$  se notan variaciones cercanas al 5% para gran parte de los resultados, exceptuando el caso 3 del modelo 3B donde este registro se dispara. Este comportamiento de los parámetros de ajuste lineal para las dos variables previamente mencionadas, podría indicar un alto grado de condicionamiento respecto de otros parámetros del modelo de concentración de sólidos suspendidos, respondiendo a los cambios de estos para reducir el error. Las referencias para estas calibraciones deben tenerse muy en cuenta a la hora de analizar los resultados, ya que provienen de estudios realizados en este mismo sistema acuático a partir de un gran número de datos.

## 6.1. Modelo 1

El modelo 1 corresponde a aquel con la menor cantidad de casos simulados, sin embargo, también se encuentra la mayor cantidad de casos válidos. Se cree que la simplicidad de este modelo facilita el acceso a mejores calibraciones de los parámetros, produciendo mas situaciones favorables. A partir de la bibliografía consultada, era de esperar que los errores asociados a los ajustes fuesen mayores en comparación a los otros modelos, lo cual se cumple para el total de casos validos pero no al evaluar solo los casos estudiados, por lo que para este sitio de estudio puede resultar una buena opción de predicción. Respecto a valores problemáticos del ajuste, se obtiene que los casos  $\gamma_1 = 0$  y  $U_{cr} = 0$  no son admisibles como estimaciones iniciales, esto debido a que provocan errores de divisiones con denominador nulo, condicionando la indeterminación del jacobiano para la calibración y la estimación de la serie de tiempo de turbidez. Es posible introducir un parámetro  $U_{ref}$  como reemplazo de  $U_{cr}$  en el denominador de la comparación de velocidades, a modo de estudiar el caso nulo de la velocidad crítica de resuspensión, tal como ocurre con el esfuerzo de corte crítico en el modelo 3.

Al analizar las estimaciones de la velocidad orbital a partir de la velocidad de corte, queda plasmado que los resultados se condicen de buena manera con los valores de velocidad crítica encontrados en las simulaciones, ya que la resuspensión se presenta durante la tarde, cuando se cumple con la condición  $U_b > U_{cr}$ . El caso 1 refleja este comportamiento de manera cabal, al encontrar valores inferiores a  $U_{cr}$  previo a las 11:30 hrs y superiores durante la tarde, sin embargo, en el caso 2 se observa como los valores de  $U_b$  superan durante la totalidad del día este valor crítico, condicionando el aumento de turbidez al valor encontrado de  $\alpha_1$ . En consecuencia de lo mencionado anteriormente, se determina que los parámetros obtenidos en el caso 1 se apliquen como ajuste para el modelo 1.

## 6.2. Modelo 2

A partir del modelo 2 se desprende la mayor cantidad de casos estudiados, sin embargo también se observa que en promedio estos conllevan un mayor error cuadrático, resultando menos precisos. Cabe destacar además, que este corresponde al modelo con el menor número de parámetros a ajustar, lo cual se cree pueda influir en la precisión que pueda tener la calibración teniendo en cuenta que se habla de ecuaciones de predicción altamente no lineales. En cuanto a las estimaciones problemáticas encontradas, al igual que para el modelo 1, se observa que un valor nulo de  $\gamma_2$  implica indeterminaciones en el jacobiano a la hora de realizar las simulaciones y denominadores nulos en la ecuación de turbidez en función del tiempo.

Al observar los resultados de la calibración, se puede notar que existen 5 casos con resultados casi idénticos, a pesar de venir de estimaciones iniciales distintas. Esto permite afirmar que, la sensibilidad en respuesta a cambios del parámetro  $C_b$  no influyen prácticamente en el resultado final de las simulaciones, lo que puede implicar una independencia de esta variable respecto del resto. En cuanto al caso elegido para el ajuste final del modelo 2, no existen grandes diferencias entre los dos casos con menor error (casos 2 y 6), por lo que cualquiera de ellos resultaría en una buena aproximación de la serie de tiempo de turbidez. Así pues, se determina que los parámetros encontrados en el caso 2 serán aplicados para el modelo de predicción.

## 6.3. Modelo 3

Con relación al modelo 3, se puede destacar que se realizó la mayor cantidad de simulaciones de todo el estudio, sin embargo la tasa de validez y estudio resulta extremadamente baja. Es de notar que gran parte de las simulaciones no otorgaron resultados, lo que puede ser debido a una mala elección de las estimaciones iniciales y los valores de  $\lambda$ . Sin embargo, es necesario destacar que los casos estudiados otorgaron los ajustes con menor error de todos los modelos, lo que puede condecirse con la gran cantidad de parámetros a ajustar, resultando en una mejor capacidad de adecuación a las observaciones de turbidez.

Al analizar los resultados obtenidos, es posible notar una gran similitud entre los casos 1 y 2 de ambas versiones del modelo, de lo cual se desprende que el efecto de eliminar el parámetro de esfuerzo de corte crítico ( $\tau_{cr}$ ) no provocaría grandes variaciones en el ajuste de turbidez. Es posible observar que, las diferencias entre estos casos se reducen a disminuciones de la concentración de fondo de sólidos suspendidos ( $C_b$ ) y del esfuerzo de corte provocado

por las olas ( $\tau_w$ ), como respuesta al supuesto de  $\tau_{cr} = 0$ . Esto último puede verse reflejado en la Figura 6.1, donde se muestra la comparación entre las estimaciones de  $\tau_w$  para cada caso. Respecto a los valores encontrados para  $\tau_{cr}$ , se puede concluir que los resultados son inferiores a lo esperado al observar la Figura 5.5, donde este parámetro rondaría los  $3,5 \times 10^{-2}$  [N m<sup>-2</sup>]. Los valores estimados de  $\tau$  superan durante todo el día el valor crítico ajustado, lo que implicaría que el efecto del viento incide de forma permanente en el sistema. Se hace necesario buscar una estimación más precisa para los valores de  $U_b$  y  $\tau$ , de manera que se reduzca este tipo de incertezas en los modelos. Al comparar los casos 1 de ambos modelos, los cuales poseen el menor error cuadrático, se puede determinar que el correspondiente al modelo A resulta más correcto para ser aplicado, debido a que el valor ajustado de  $C_b$  para el modelo B otorga un registro negativo de turbidez, además de ser ligeramente menos preciso.

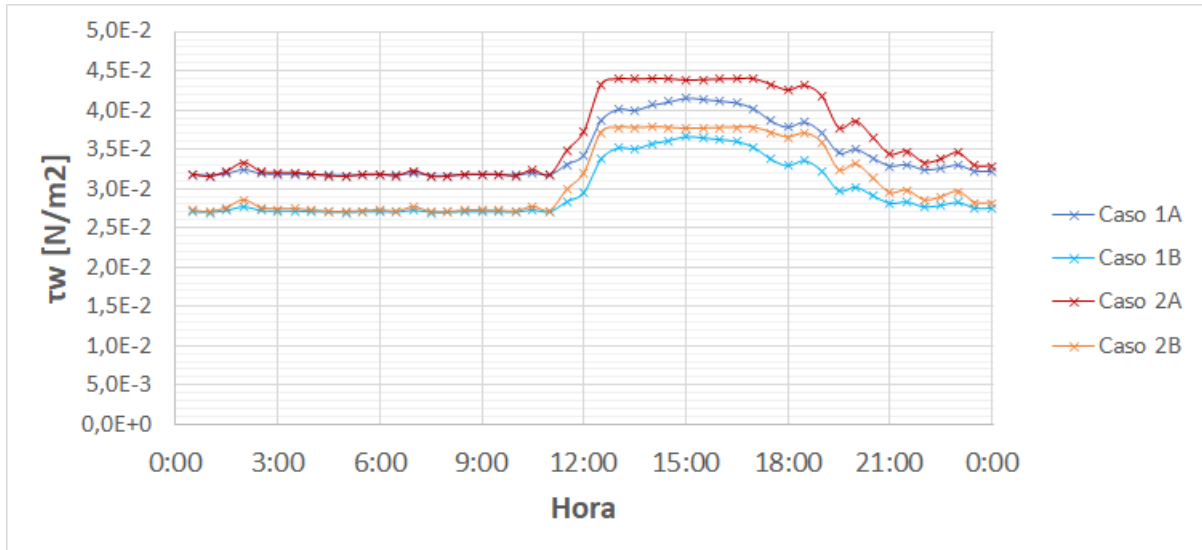


Figura 6.1: Esfuerzo de corte provocado por las olas estimado para el modelo 3, casos 1 y 2.

# Capítulo 7

## Conclusión

A partir de una búsqueda bibliográfica y utilizando datos de estudios anteriores realizados en el sistema acuático Salar del Huasco, se logra obtener 3 modelos de predicción de la turbidez en lagunas altiplánicas extremadamente someras, cuyos parámetros quedan ajustados para el sitio de estudio mencionado. A partir de un balance de transporte de sólidos suspendidos, y siguiendo el método de ecuaciones promediadas sobre la turbulencia, se llega al modelo base descrito en la ecuación 3.9, el cuál depende de la parametrización escogida para la obtención del flujo vertical neto ( $\phi$ ). Para la descripción de  $\phi$  se recurre a lo postulado por estudios realizados en sistemas someros, obteniendo 3 modelos: el modelo 1 (ec. 3.15) a partir del estudio del Lago Erie en Canadá (Lam y Jaquet, 1976), el modelo 2 (ec. 3.20) a partir de la investigación en el Lago Balaton en Hungría (Somlyódy, 1982), y el modelo 3 (ec. 3.26) en base a lo realizado en 7 lagos someros ubicados en la Isla Sur de Nueva Zelanda (Hamilton y Mitchell, 1996). Por otro lado, se recurre a la fórmula empírica 4.17 obtenida por Suk et al. (1998) para realizar las transformaciones del modelo de concentración de sólidos suspendidos a valores de turbidez. Los datos utilizados para realizar el ajuste de la curva de turbidez en función del tiempo fueron registrados en campañas de recolección durante los años 2012, en el caso de la velocidad de flujo y velocidad de viento (de la Fuente, 2014), y los años 2018 y 2019, para los valores de turbidez (Suárez et al., 2020). Se recurre a promedios temporales de 30 minutos de cada una de estas mediciones, con el fin de modelar una aproximación de la variación de turbidez en función de la acción del viento. Se considera como condición inicial  $C_0 = C(t = 1) = 1,9 \times 10^{-2}$  [kg m<sup>-3</sup>]. Los modelos obtenidos, junto a los parámetros encontrados para el menor error cuadrático asociado, se resumen a continuación.

- Modelo 1: Si bien este modelo no posee el mayor error de ajuste, se considera como el menos apropiado para ser utilizado, debido a que los intervalos de confianza de cuatro de los seis parámetros resultan ser infinitos, lo que se condice con el amplio rango de valores encontrados al realizar las simulaciones de cada estimación inicial.

$$T(t, U_b) = 631 * \frac{e^{-\gamma_1 t}}{\gamma_1} \left( (e^{\gamma_1 t} - e^{\gamma_1}) \left( \alpha_1 \left( \frac{U_b - U_{cr}}{U_{cr}} \right) + \gamma_1 C_b \right) + \gamma_1 C_0 e^{\gamma_1} \right) - 1,330 \quad (7.1)$$

Tabla 7.1: Parámetros del modelo 1 y sus intervalos de confianza (95 %)

Parámetro	Límite Inferior	Valor	Límite Superior
$\alpha_1$	-	$6,0 \times 10^{-4}$	-
$\gamma_1$	$0,0 \times 10^0$	$1,7 \times 10^{-2}$	$6,0 \times 10^{-1}$
$U_{cr}$	-	$1,0 \times 10^{-1}$	-
$C_b$	-	$1,3 \times 10^{-2}$	-
m	$0,0 \times 10^0$	$3,1 \times 10^{-1}$	$1,9 \times 10^1$
n	-	$9,4 \times 10^{-2}$	-

- Modelo 2: A pesar de ser el modelo más simple debido a su reducido número de parámetros, se obtienen resultados similares al modelo 1 en cuanto a error se refiere, por lo que resulta una mejor opción a tener en cuenta. En este caso, la totalidad de los parámetros resulta encontrarse en un intervalo de confianza relativamente acotado.

$$T(t, W) = 631 * \frac{e^{-\gamma_2 t}}{\gamma_2} \left( (e^{\gamma_2 t} - e^{\gamma_2}) (\alpha_2 W_{10}^\eta + \gamma_2 C_b) + \gamma_2 C_0 e^{\gamma_2} \right) - 1,330 \quad (7.2)$$

Tabla 7.2: Parámetros del modelo 2 y sus intervalos de confianza (95 %)

Parámetro	Límite Inferior	Valor	Límite Superior
$\alpha_2$	$0,0 \times 10^0$	$1,3 \times 10^{-7}$	$1,5 \times 10^{-6}$
$\gamma_2$	$0,0 \times 10^0$	$3,0 \times 10^{-2}$	$3,3 \times 10^{-1}$
$\eta$	$0,0 \times 10^0$	$8,3 \times 10^{-1}$	$1,9 \times 10^0$
$C_b$	$0,0 \times 10^0$	$1,2 \times 10^{-2}$	$6,9 \times 10^{-2}$

- Modelo 3: Este modelo resulta ser el más preciso a la hora de comparar el error obtenido en las simulaciones. Se cree que esto está relacionado a la gran cantidad de parámetros a ajustar que posee, lo que conlleva a una menor variabilidad de estos y, en consecuencia, resultados más precisos. Sin embargo, los intervalos de confianza resultan ser más amplios que los encontrados en el caso del modelo 2, por lo que se debe tener esto en cuenta a la hora de aplicarlo.

$$T(t, \tau) = 631 * \left( (1 - e^{-\gamma_3(t-1)}) \left( C_b + k_3 \left( \frac{\tau - \tau_{cr}}{\tau_{ref}} \right)^\xi \right) + C_0 e^{-\gamma_3(t-1)} \right) - 1,330 \quad (7.3)$$

Tabla 7.3: Parámetros del modelo 3 y sus intervalos de confianza (95 %)

Parámetro	Límite Inferior	Valor	Límite Superior
$k_3$	$0,0 \times 10^0$	$8,7 \times 10^{-1}$	$4,7 \times 10^1$
$\gamma_3$	$0,0 \times 10^0$	$3,1 \times 10^{-2}$	$5,5 \times 10^{-1}$
$\tau_{cr}$	$0,0 \times 10^0$	$9,8 \times 10^{-3}$	$9,0 \times 10^3$
$\xi$	$0,0 \times 10^0$	$1,1 \times 10^0$	$4,0 \times 10^1$
$C_b$	$0,0 \times 10^0$	$3,8 \times 10^{-3}$	$5,7 \times 10^0$
m	-	$2,2 \times 10^{-2}$	-
n	-	$2,2 \times 10^{-2}$	-
p	-	$-4,2 \times 10^{-1}$	-
q	-	$2,0 \times 10^0$	-

Por último, es claro que realizar una modelación empírica basada en series de datos que no son registrados de forma simultanea, solo permite obtener una aproximación del comportamiento del sistema estudiado, por lo que se hace imperativo continuar el estudio presente. Se debe realizar una nueva calibración basada en una próxima campaña de datos, donde se registren los valores de turbidez, velocidad de flujo y velocidad de viento de forma simultánea. Se deben buscar mejores estimaciones para los valores de  $U_b$  y  $\omega$ , de manera que se normalicen los datos de entrada para todos los modelos y así obtener mejores comparaciones y análisis. Además, se debe considerar la modelación a partir de otros métodos numéricos más avanzados, los cuales escapan a la capacidad computacional y monetaria del autor de este estudio.



# Bibliografía

- Aalderink, R., Lijklema, L., Breukelman, J., Van Raaphorst, W., y Brinkman, A. (1985). Quantification of wind induced resuspension in a shallow lake. *Water Science and Technology*, 17(6-7), 903–914.
- Adams, E. E., Cosler, D. J., y Helfrich, K. R. (1990). Evaporation from heated water bodies: predicting combined forced plus free convection. *Water Resources Research*, 26(3), 425–435.
- Bengtsson, L., y Hellström, T. (1992). Wind-induced resuspension in a small shallow lake. *Hydrobiologia*, 241(3), 163–172.
- Blanken, P. D., Rouse, W. R., Culf, A. D., Spence, C., Boudreau, L. D., Jasper, J. N., ... Versegny, D. (2000). Eddy covariance measurements of evaporation from great slave lake, northwest territories, canada. *Water Resources Research*, 36(4), 1069–1077.
- Ciren. (2018). *Caracterización de salares regiones de antofagasta y atacama*.
- Dade, W. B. (1993). Near-bed turbulence and hydrodynamic control of diffusional mass transfer at the sea floor. *Limnology and Oceanography*, 38(1), 52–69.
- Davies-Colley, R., y Smith, D. (2001). Turbidity suspeni) ed sediment, and water clarity: a review 1. *JAWRA Journal of the American Water Resources Association*, 37(5), 1085–1101.
- De Bruin, H., Hartogensis, O., Allen, R., y Kramer, J. (2005). Regional advection perturbations in an irrigated desert (rapid) experiment. *Theoretical and applied climatology*, 80(2), 143–152.
- de la Fuente, A. (2014). Heat and dissolved oxygen exchanges between the sediment and water column in a shallow salty lagoon. *Journal of Geophysical Research: Biogeosciences*, 119(4), 596–613.
- de la Fuente, A., y Meruane, C. (2017). Dimensionless numbers for classifying the thermodynamics regimes that determine water temperature in shallow lakes and wetlands. *Environmental Fluid Mechanics*, 17(6), 1081–1098.
- de la Fuente, A., y Niño, Y. (2010). Temporal and spatial features of the thermohydrodynamics of shallow salty lagoons in northern chile. *Limnology and oceanography*, 55(1), 279–288.
- Devlin, M., Barry, J., Mills, D., Gowen, R., Foden, J., Sivyer, D., ... Tett, P. (2009). Estimating the diffuse attenuation coefficient from optically active constituents in uk marine waters. *Estuarine, Coastal and Shelf Science*, 82(1), 73–83.
- Donoso, F., Garay, V., y Cantallopis, J. (2017). Mercado internacional del litio y su poten-

cial en Chile. *Comisión Chilena del Cobre, Dirección de Estudios y Políticas Públicas. Gobierno de Chile.*

- Fang, X., y Stefan, H. G. (1998). Temperature variability in lake sediments. *Water Resources Research*, 34(4), 717–729.
- Garreaud, R., Vuille, M., y Clement, A. C. (2003). The climate of the altiplano: observed current conditions and mechanisms of past changes. *Palaeogeography, palaeoclimatology, palaeoecology*, 194(1-3), 5–22.
- Glade, A. (1993). Libro rojo de los vertebrados terrestres de Chile. *Corporación Nacional Forestal, (CONAF).*
- Green, M. O., y Coco, G. (2014). Review of wave-driven sediment resuspension and transport in estuaries. *Reviews of Geophysics*, 52(1), 77–117.
- Hamilton, D. P., y Mitchell, S. F. (1996). An empirical model for sediment resuspension in shallow lakes. *Hydrobiologia*, 317(3), 209–220.
- Hawley, N. (2000). Sediment resuspension near the Keweenaw peninsula, Lake Superior during the fall and winter 1990–1991. *Journal of Great Lakes Research*, 26(4), 495–505.
- Higgins, C. W., Pardyjak, E., Froidevaux, M., Simeonov, V., y Parlange, M. B. (2013). Measured and estimated water vapor advection in the atmospheric surface layer. *Journal of Hydrometeorology*, 14(6), 1966–1972.
- Hondzo, M. (1998). Dissolved oxygen transfer at the sediment-water interface in a turbulent flow. *Water resources research*, 34(12), 3525–3533.
- Hondzo, M., Feyaerts, T., Donovan, R., y O'Connor, B. L. (2005). Universal scaling of dissolved oxygen distribution at the sediment-water interface: A power law. *Limnology and oceanography*, 50(5), 1667–1676.
- Hurlbert, S. H., y Chang, C. C. (1983). Ornitholimnology: effects of grazing by the Andean flamingo (*Phoenicoparrus andinus*). *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 80(15), 4766–4769.
- Jørgensen, B. B., y Des Marais, D. J. (1988). Optical properties of benthic photosynthetic communities: Fiber-optic studies of cyanobacterial mats. *Limnology and Oceanography*, 33(1), 99–113.
- Kool, D., Ben-Gal, A., y Agam, N. (2018). Within-field advection enhances evaporation and transpiration in a vineyard in an arid environment. *Agricultural and Forest Meteorology*, 255, 104–113.
- Lam, D. C., y Jaquet, J.-M. (1976). Computations of physical transport and regeneration of phosphorus in Lake Erie, fall 1970. *Journal of the Fisheries Board of Canada*, 33(3), 550–563.
- Le, P. M., y Papavassiliou, D. V. (2006). Turbulent heat transfer in plane Couette flow.
- Liu, H., Zhang, Y., Liu, S., Jiang, H., Sheng, L., y Williams, Q. L. (2009). Eddy covariance measurements of surface energy budget and evaporation in a cool season over southern open water in Mississippi. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 114(D4).
- Liu, X., y Huang, W. (2009). Modeling sediment resuspension and transport induced by

- storm wind in apalachicola bay, usa. *Environmental Modelling & Software*, 24(11), 1302–1313.
- Luetlich Jr, R. A., Harleman, D. R., y Somlyódy, L. (1990). Dynamic behavior of suspended sediment concentrations in a shallow lake perturbed by episodic wind events. *Limnology and Oceanography*, 35(5), 1050–1067.
- MacIntyre, H., y Cullen, J. (1995). Fine-scale vertical resolution of chlorophyll and photosynthetic parameters in shallow-water benthos. *Marine Ecology Progress Series*, 122, 227–237.
- MacIntyre, H. L., Geider, R. J., y Miller, D. C. (1996). Microphytobenthos: the ecological role of the “secret garden” of unvegetated, shallow-water marine habitats. i. distribution, abundance and primary production. *Estuaries*, 19(2), 186–201.
- Mascitti, V., y Kravetz, F. O. (2002). Bill morphology of south american flamingos. *The Condor*, 104(1), 73–83.
- Mehta, A. J. (1986). Characterization of cohesive sediment properties and transport processes in estuaries. En *Estuarine cohesive sediment dynamics* (pp. 290–325). Springer.
- Philip, J. (1987). Advection, evaporation, and surface resistance. *Irrigation science*, 8(2), 101–114.
- Qin, B., Hu, W., Gao, G., Luo, L., y Zhang, J. (2004). Dynamics of sediment resuspension and the conceptual schema of nutrient release in the large shallow lake taihu, china. *Chinese Science Bulletin*, 49(1), 54–64.
- Risacher, F., Alonso, H., y Salazar, C. (2003). The origin of brines and salts in chilean salars: a hydrochemical review. *Earth-Sci. Rev.*, 63, 249–293.
- Salehi, M., y Strom, K. (2012). Measurement of critical shear stress for mud mixtures in the san jacinto estuary under different wave and current combinations. *Continental Shelf Research*, 47, 78–92.
- Serrano, M. J. G., Mercadal, M. P. L., Julián, P. L. L., Fernández, J. J. G., Sanz, L. F. A., y i Estalló, I. G. (1999). Características geoquímicas y aspectos geológicos del salar de huasco (chile). *Boletín geológico y minero*, 110(3), 93–98.
- Sitios Ramsar*. (2014). THE RAMSAR CONVENTION SECRETARIAT.
- Smith, J. D., y McLean, S. (1977). Spatially averaged flow over a wavy surface. *Journal of Geophysical research*, 82(12), 1735–1746.
- Somlyódy, L. (1982). Modelling a complex environmental system: The lake balaton study. *Mathematical Modelling*, 3(5), 481–502.
- Somlyódy, L. (1982). Water-quality modelling: A comparison of transport-oriented and ecology-oriented approaches. *Ecological Modelling*, 17(3-4), 183–207.
- Stull, R. B. (2012). *An introduction to boundary layer meteorology* (Vol. 13). Springer Science & Business Media.
- Suárez, F., Lobos, F., De La Fuente, A., Vilà-Guerau de Arellano, J., Prieto, A., Meruane, C., y Hartogensis, O. (2020). E-data: A comprehensive field campaign to investigate evaporation enhanced by advection in the hyper-arid altiplano. *Water*, 12(3), 745.

- Suk, N. S., Guo, Q., y Psuty, N. (1998). Feasibility of using a turbidimeter to quantify suspended solids concentration in a tidal saltmarsh creek. *Estuarine, Coastal and shelf science*, 46(3), 383–391.
- (US), C. E. R. C. (1973). *Shore protection manual* (Vol. 1). US Army Coastal Engineering Research Center.
- Vilà-Guerau de Arellano, J., Van Heerwaarden, C., Van Stratum, B., y Van Den Dries, K. (2015). *Atmospheric boundary layer: Integrating air chemistry and land interactions*. Cambridge University Press Cambridge.
- Wright, L., Friedrichs, C., y Hepworth, D. (1997). Effects of benthic biology on bottom boundary layer processes, dry tortugas bank, florida keys. *Geo-Marine Letters*, 17(4), 291–298.
- Wüest, A., y Lorke, A. (2003). Small-scale hydrodynamics in lakes. *Annual Review of fluid mechanics*, 35(1), 373–412.

# Anexo A

## Notación

Nombre variable (EN)	Nombre variable (ES)	Símbología
Wave-induced bottom shear stress	Esfuerzo de corte en el fondo producto de las olas	$\tau_w$
Wave-induced bottom shear velocity	Velocidad de corte en el fondo producto de las olas	$U_s$
Maximum over-the-wave-cycle horizontal wave orbital speed	Máxima velocidad de onda orbital sobre el ciclo de onda	$U_m$
Molecular thermal diffusivity coefficient	Coefficiente de conductividad térmica	$\kappa$
Heat capacity	Capacidad calorífica	$\rho c_p$
Heat conductivity	Coefficiente de difusión de calor	$\kappa_s$
Net benthic primary production	Producción primaria bentónica neta	PPB
Net downwelling radiation	Radiación incidente neta	$H_s$
Wave-induced bottom shear stress	Esfuerzo de corte en el fondo producto de las olas	$\tau_w$
Vertically average light extinction coefficient	Promedio vertical del coeficiente de extinción de luz	$k_{lw}$
Bulk heat absorption coefficient	Coefficiente de absorción de calor	$\alpha_{ret}$
Local maxima wave flow speeds	Velocidades de flujo máximas locales	-
Power spectral density	Densidad espectral de potencia	-
Standard implicit finite volume method	Método estándar de volúmenes finitos implícito	-

# Anexo B

## Marco teórico

### B.1. Velocidad inducida por las olas

La velocidad máxima del agua en el fondo de la laguna  $U_{D,max}$  depende de la profundidad del agua  $D$  y la altura  $H$ , periodo  $T$  y longitud  $L$  de las olas. Por otro lado, las características de las olas dependen de la velocidad del viento  $W$  y del Fetch  $F$ . Estas relaciones se detallan en el "Shore Protection Manual" ((US), 1973), desde donde se obtienen las ecuaciones 3.32 y 3.33. En caso que la teoría de onda lineal sea aplicable, se puede determinar  $L$  con la relación:

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi D}{L}\right) \quad (\text{B.1})$$

Además, para lagunas someras se tienen las siguientes ecuaciones empíricas para encontrar  $H$  y  $T$  en su forma adimensional:

$$\widehat{H} = \frac{gH}{U_A^2} = 0,283 \tanh\left[0,530\widehat{D}^{3/4}\right] \tanh\left[\frac{0,00565\widehat{F}^{1/2}}{\tanh\left[0,530\widehat{D}^{3/4}\right]}\right] \quad (\text{B.2})$$

$$\widehat{T} = \frac{gT}{U_A} = 7,54 \tanh\left[0,833\widehat{D}^{3/8}\right] \tanh\left[\frac{0,0379\widehat{F}^{1/3}}{\tanh\left[0,833\widehat{D}^{3/8}\right]}\right] \quad (\text{B.3})$$

donde:

$$\widehat{F} = \frac{gF}{U_A^2} \quad (\text{B.4})$$

$$\widehat{D} = \frac{gD}{U_A^2} \quad (\text{B.5})$$

$$U_A = 0,71U^{1,23}m/s \quad (\text{B.6})$$

$$U = R_T U_{10} \quad (\text{B.7})$$

$$U_{10} = U(z) \left[\frac{10}{z}\right]^{1/7}; z < 20m \quad (\text{B.8})$$

# Anexo C

## Metodología

# C.1. Registros de velocidad del viento promediada, año 2012

Tabla C.1: Valores de velocidad del viento promediada cada 30 minutos

Hora	Velocidad (m/s)											
	27/10/2012		28/10/2012		29/10/2012		30/10/2012		31/10/2012		Promedio	
	Avg	Max	Avg	Max	Avg	Max	Avg	Max	Avg	Max	Avg	Max
0:30			0,000	0,000	0,147	0,372	0,000	0,000	0,454	0,660	0,150	0,258
1:00			0,000	0,000	0,000	0,000	0,006	0,095	0,000	0,000	0,001	0,024
1:30			0,356	0,685	0,000	0,000	1,082	1,287	0,003	0,057	0,360	0,507
2:00			0,165	0,358	0,003	0,032	2,101	2,623	1,277	1,645	0,886	1,165
2:30			1,277	1,717	0,017	0,057	0,078	0,428	0,000	0,000	0,343	0,550
3:00			0,919	1,398	0,046	0,120	0,074	0,177	0,000	0,000	0,260	0,424
3:30			1,047	1,695	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,262	0,424
4:00			0,280	0,408	0,000	0,000	0,349	0,547	0,001	0,032	0,157	0,247
4:30			0,000	0,000	0,000	0,000	0,208	0,358	0,007	0,032	0,054	0,098
5:00			0,002	0,032	0,000	0,000	0,009	0,032	0,000	0,000	0,003	0,016
5:30			0,498	0,760	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,124	0,190
6:00			0,654	0,962	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,032	0,164	0,248
6:30			0,000	0,000	0,000	0,000	0,238	0,327	0,000	0,000	0,059	0,082
7:00			0,563	0,880	0,064	0,138	0,918	1,402	0,000	0,000	0,386	0,605
7:30			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
8:00			0,000	0,000	0,065	0,265	0,000	0,000	0,000	0,000	0,016	0,066
8:30			0,580	0,762	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,145	0,190
9:00			0,284	0,593	0,322	0,642	0,000	0,000	0,000	0,000	0,152	0,309
9:30			0,578	0,920	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,144	0,230
10:00			0,229	0,505	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,032	0,057	0,134
10:30			1,091	1,750	0,613	1,138	0,000	0,000	0,000	0,000	0,426	0,722
11:00			0,465	1,172	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,116	0,293
11:30			4,859	6,900	1,284	2,393	0,001	0,032	0,173	0,408	1,579	2,433
12:00			6,729	9,575	1,809	3,148	1,965	3,102	0,101	0,243	2,651	4,017
12:30			7,760	11,200	4,705	7,150	6,047	9,100			6,171	9,150
13:00			7,530	11,025	7,031	9,825	7,313	11,075			7,291	10,642
13:30			6,635	9,525	7,023	10,725	7,953	12,450			7,204	10,900
14:00			6,583	9,725	8,262	11,725	8,247	12,300			7,698	11,250
14:30			7,801	11,525	7,645	10,825	8,514	12,475			7,987	11,608
15:00			8,310	11,850	7,811	11,450	8,957	12,650			8,360	11,983
15:30			8,254	11,825	7,547	10,850	8,981	12,825			8,261	11,833
16:00			8,041	11,425	8,392	11,500	7,861	11,450			8,098	11,458
16:30			7,694	10,800	7,762	10,525	8,262	11,475			7,906	10,933
17:00			6,956	9,900	7,623	10,100	7,521	10,725			7,367	10,242
17:30			5,726	8,750	6,400	8,900	6,470	9,125			6,198	8,925
18:00			4,918	7,225	5,792	8,225	5,999	8,225			5,570	7,892
18:30			5,560	6,750	6,086	8,400	6,542	8,625			6,063	7,925
19:00			3,674	4,700	5,629	7,775	5,772	7,675			5,025	6,717
19:30	0,370	1,089	1,224	1,953	4,477	6,100	5,453	7,225			2,881	4,092
20:00	1,978	3,012	0,713	1,167	4,147	5,700	6,312	8,000			3,288	4,470
20:30	1,475	2,380	0,336	0,553	3,394	4,850	4,072	5,675			2,319	3,365
21:00	0,556	1,063	0,956	2,297	1,189	2,052	2,774	4,175			1,369	2,397
21:30	2,384	3,375	1,336	2,587	0,000	0,000	2,399	3,475			1,530	2,359
22:00	1,408	1,955	0,434	0,723	0,300	0,585	1,391	2,242			0,883	1,376
22:30	3,769	4,937	0,227	0,358	0,000	0,000	0,322	0,547			1,079	1,460
23:00	4,888	6,225	0,360	0,937	0,001	0,032	0,587	0,892			1,459	2,021
23:30	2,258	3,743	0,000	0,000	0,000	0,000	0,615	0,828			0,718	1,143
0:00	0,230	0,377	0,000	0,000	0,000	0,000	6 2,548	3,525			0,694	0,975
Minimo	0,230	0,377	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Maximo	4,888	6,225	8,310	11,850	8,392	11,725	8,981	12,825	1,277	1,645	8,360	11,983
Promedio	1,931	2,816	2,533	3,706	2,408	3,450	2,874	4,108	0,084	0,131	2,582	3,716



## C.2. Errores unitarios de cada muestra, velocidad del viento, año 2012

Tabla C.2: Registro de velocidad media del viento y promedios horarios

Hora	Velocidad media (m/s)					Promedio
	27/10/2012	28/10/2012	29/10/2012	30/10/2012	31/10/2012	
0:30		0,000	0,147	0,000	0,454	0,150
1:00		0,000	0,000	0,006	0,000	0,001
1:30		0,356	0,000	1,082	0,003	0,360
2:00		0,165	0,003	2,101	1,277	0,886
2:30		1,277	0,017	0,078	0,000	0,343
3:00		0,919	0,046	0,074	0,000	0,260
3:30		1,047	0,000	0,000	0,000	0,262
4:00		0,280	0,000	0,349	0,001	0,157
4:30		0,000	0,000	0,208	0,007	0,054
5:00		0,002	0,000	0,009	0,000	0,003
5:30		0,498	0,000	0,000	0,000	0,124
6:00		0,654	0,000	0,000	0,001	0,164
6:30		0,000	0,000	0,238	0,000	0,059
7:00		0,563	0,064	0,918	0,000	0,386
7:30		0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
8:00		0,000	0,065	0,000	0,000	0,016
8:30		0,580	0,000	0,000	0,000	0,145
9:00		0,284	0,322	0,000	0,000	0,152
9:30		0,578	0,000	0,000	0,000	0,144
10:00		0,229	0,000	0,000	0,001	0,057
10:30		1,091	0,613	0,000	0,000	0,426
11:00		0,465	0,000	0,000	0,000	0,116
11:30		4,859	1,284	0,001	0,173	1,579
12:00		6,729	1,809	1,965	0,101	2,651
12:30		7,760	4,705	6,047		6,171
13:00		7,530	7,031	7,313		7,291
13:30		6,635	7,023	7,953		7,204
14:00		6,583	8,262	8,247		7,698
14:30		7,801	7,645	8,514		7,987
15:00		8,310	7,811	8,957		8,360
15:30		8,254	7,547	8,981		8,261
16:00		8,041	8,392	7,861		8,098
16:30		7,694	7,762	8,262		7,906
17:00		6,956	7,623	7,521		7,367
17:30		5,726	6,400	6,470		6,198
18:00		4,918	5,792	5,999		5,570
18:30		5,560	6,086	6,542		6,063
19:00		3,674	5,629	5,772		5,025
19:30	0,370	1,224	4,477	5,453		2,881
20:00	1,978	0,713	4,147	6,312		3,288
20:30	1,475	0,336	3,394	4,072		2,319
21:00	0,556	0,956	1,189	2,774		1,369
21:30	2,384	1,336	0,000	2,399		1,530
22:00	1,408	0,434	0,300	1,391		0,883
22:30	3,769	0,227	0,000	0,322		1,079
23:00	4,888	0,360	0,001	0,587		1,459
23:30	2,258	0,000	0,000	0,615		0,718
0:00	0,230	0,000	0,000	2,548		0,694

Tabla C.3: Error diario respecto a valores promedio de velocidad del viento

Error abs (m/s)					
Hora	27/10/2012	28/10/2012	29/10/2012	30/10/2012	31/10/2012
0:30	0,150	0,150	0,003	0,150	0,303
1:00	0,001	0,001	0,001	0,004	0,001
1:30	0,360	0,004	0,360	0,722	0,357
2:00	0,886	0,722	0,883	1,214	0,390
2:30	0,343	0,934	0,326	0,265	0,343
3:00	0,260	0,659	0,214	0,186	0,260
3:30	0,262	0,786	0,262	0,262	0,262
4:00	0,157	0,122	0,157	0,191	0,156
4:30	0,054	0,054	0,054	0,155	0,047
5:00	0,003	0,001	0,003	0,006	0,003
5:30	0,124	0,373	0,124	0,124	0,124
6:00	0,164	0,490	0,164	0,164	0,163
6:30	0,059	0,059	0,059	0,178	0,059
7:00	0,386	0,177	0,322	0,532	0,386
7:30	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
8:00	0,016	0,016	0,049	0,016	0,016
8:30	0,145	0,435	0,145	0,145	0,145
9:00	0,152	0,132	0,171	0,152	0,152
9:30	0,144	0,433	0,144	0,144	0,144
10:00	0,057	0,172	0,057	0,057	0,057
10:30	0,426	0,665	0,187	0,426	0,426
11:00	0,116	0,348	0,116	0,116	0,116
11:30	1,579	3,280	0,295	1,579	1,406
12:00	2,651	4,078	0,842	0,686	2,550
12:30	6,171	1,590	1,466	0,124	6,171
13:00	7,291	0,239	0,260	0,021	7,291
13:30	7,204	0,569	0,181	0,749	7,204
14:00	7,698	1,114	0,565	0,549	7,698
14:30	7,987	0,186	0,342	0,528	7,987
15:00	8,360	0,049	0,548	0,597	8,360
15:30	8,261	0,007	0,713	0,720	8,261
16:00	8,098	0,057	0,294	0,237	8,098
16:30	7,906	0,212	0,144	0,356	7,906
17:00	7,367	0,410	0,256	0,154	7,367
17:30	6,198	0,472	0,201	0,271	6,198
18:00	5,570	0,652	0,222	0,429	5,570
18:30	6,063	0,503	0,023	0,479	6,063
19:00	5,025	1,351	0,604	0,747	5,025
19:30	2,511	1,657	1,596	2,572	2,881
20:00	1,309	2,575	0,860	3,024	3,288
20:30	0,844	1,983	1,074	1,753	2,319
21:00	0,813	0,412	0,180	1,405	1,369
21:30	0,854	0,194	1,530	0,870	1,530
22:00	0,524	0,449	0,583	0,508	0,883
22:30	2,689	0,852	1,079	0,758	1,079
23:00	3,429	1,099	1,458	0,872	1,459
23:30	1,540	0,718	0,718	0,103	0,718
0:00	0,465	0,694	0,694	1,854	0,694
Error unitario	2,556	0,669	0,428	0,566	2,568

## C.3. Registros de turbidez promediados

Tabla C.4: Valores de turbidez promediada cada 30 minutos

Hora	Tiempo	Turbidez (NTU)														
		14/11/2018	15/11/2018	16/11/2018	17/11/2018	18/11/2018	19/11/2018	20/11/2018	21/11/2018	22/11/2018	23/11/2018	24/11/2018	08/11/2019	09/11/2019	10/11/2019	11/11/2019
0:30	0,5		10,972	5,057	4,531	4,135	3,767	3,611	5,114	6,880	27,366	124,669		23,662	16,609	22,153
1:00	1		12,243	4,976	4,394	4,040	3,967	3,651	5,097	7,167	28,372	125,259		23,562	19,095	22,286
1:30	1,5		13,472	4,985	4,199	3,762	4,146	3,474	5,309	6,828	28,965	125,756		23,659	19,087	22,909
2:00	2		14,659	5,050	4,416	3,769	4,062	3,474	5,262	6,816	29,650	126,497		23,508	19,061	23,191
2:30	2,5		13,483	5,135	5,355	3,863	4,199	3,328	5,364	6,799	30,343	127,157		23,384	19,063	23,216
3:00	3		13,640	4,604	5,898	3,678	3,789	3,476	5,403	6,687	31,081	127,754		23,359	19,124	23,216
3:30	3,5		12,693	4,531	5,572	3,478	3,944	3,330	5,578	6,713	31,964	128,338		23,424	19,154	23,232
4:00	4		13,172	4,664	5,084	3,580	4,078	3,274	5,690	6,527	32,454	128,862		23,599	18,942	23,185
4:30	4,5		12,502	4,459	4,991	3,480	3,717	3,255	5,611	6,637	33,182	129,451		23,410	19,103	23,153
5:00	5		11,149	4,757	4,949	3,277	3,872	3,292	5,683	6,447	33,805	129,995		23,589	19,450	23,332
5:30	5,5		10,647	4,539	4,894	3,365	4,002	3,240	5,627	6,545	34,354	130,624		23,692	19,400	23,570
6:00	6		10,544	4,343	4,831	3,343	3,845	3,223	5,543	6,657	34,972	131,211		23,784	19,315	23,770
6:30	6,5		9,955	4,347	4,761	3,353	3,743	3,141	5,576	6,632	35,505	131,759		23,932	19,732	23,833
7:00	7		9,834	4,452	4,735	3,289	3,802	3,165	5,543	6,644	35,983	132,178		23,703	19,747	23,856
7:30	7,5		9,559	4,183	4,642	3,304	3,918	3,142	5,516	6,652	36,407	132,389		24,049	19,480	23,907
8:00	8		8,889	4,144	4,685	3,473	3,588	3,111	5,380	6,612	36,601	132,308		24,113	20,436	24,170
8:30	8,5		8,230	4,084	4,423	3,336	3,591	3,060	5,286	6,401	35,754	131,962		24,166	20,783	25,119
9:00	9		7,928	4,003	4,139	3,144	3,525	2,853	5,059	6,259	35,191	184,941		23,787	21,675	26,131
9:30	9,5		8,286	3,966	4,097	2,893	3,311	2,775	4,917	6,039	34,156	223,499		23,868	21,937	0,858
10:00	10	28,587	7,463	3,845	3,964	2,960	3,178	2,545	5,167	5,764	33,431	203,879		24,258	22,132	0,578
10:30	10,5	12,954	7,234	4,345	4,016	2,775	3,430	2,530	5,418	5,723	32,858	189,977		23,942	22,272	
11:00	11	9,506	7,489	4,599	3,719	2,727	3,561	2,446	4,748	6,166	34,009	193,714		23,328	22,740	
11:30	11,5	8,744	7,391	4,686	3,464	2,920	3,263	2,451	3,936	5,102	36,318	185,810		22,550	22,352	
12:00	12	9,176	7,326	4,494	3,440	3,111	3,250	2,593	4,004	3,986	36,878	296,807		21,774	22,932	
12:30	12,5	7,418	7,053	4,570	8,556	2,935	3,076	2,649	4,081	4,208	35,789	288,866		20,724	22,962	
13:00	13	7,590	9,505	4,361	7,243	2,910	2,963	2,752	3,779	3,017	32,886	302,576		22,181	21,842	
13:30	13,5	7,200	7,971	6,576	7,920	3,690	3,122	2,592	3,202	3,229	22,926	318,106		20,889	13,020	
14:00	14	6,800	7,494	11,308	10,908	7,378	11,429	5,202	7,799	6,784	19,633	339,256		16,644	13,714	
14:30	14,5	30,652	11,677	10,999	8,066	12,973	13,989	9,286	8,022	13,259	18,102	307,968		13,480	13,668	
15:00	15	36,247	7,814	8,210	9,752	18,861	11,728	9,306	6,257	10,237	17,985	268,490	69,514	11,115	17,903	
15:30	15,5	23,318	7,005	8,717	10,432	18,880	7,157	10,764	8,718	25,372	19,042	287,784	45,614	23,114	50,645	
16:00	16	27,628	6,151	11,453	14,410	8,968	6,392	10,239	8,824	172,462	21,005	157,611	32,387	29,613	21,484	
16:30	16,5	18,225	11,943	13,066	15,952	10,540	7,199	6,572	7,572	33,141	23,840	0,615	28,728	31,688	18,679	
17:00	17	16,178	17,548	10,916	15,792	12,731	7,309	5,534	8,284	46,751	33,396		64,007	19,131	9,981	
17:30	17,5	17,216	10,712	12,414	13,821	10,265	5,080	6,568	8,870	57,528	78,167		44,802	20,913	30,077	
18:00	18	9,335	7,946	13,392	12,941	9,993	4,447	8,881	8,842	46,158	115,561		24,364	14,939	21,921	
18:30	18,5	8,006	7,814	11,572	12,220	8,724	5,061	8,420	16,251	31,213	128,453		21,558	23,311	22,886	
19:00	19	7,559	7,485	7,491	10,420	11,412	4,100	5,877	6,914	29,406	129,844		24,449	23,761	19,974	
19:30	19,5	7,134	6,122	9,633	7,971	10,009	4,863	4,956	11,997	23,052	119,932		56,543	21,159	22,403	
20:00	20	7,295	5,745	7,368	7,669	10,407	4,471	5,293	10,010	14,329	119,625		35,268	20,258	24,302	
20:30	20,5	10,906	5,750	5,651	5,994	7,592	3,717	5,338	12,323	14,596	120,434		25,436	17,874	18,627	
21:00	21	8,317	6,420	4,911	6,568	5,865	3,971	4,732	10,694	14,191	121,354		24,708	17,716	20,260	
21:30	21,5	8,084	6,232	5,005	6,758	4,349	5,050	5,306	10,015	14,590	122,117		24,596	18,375	26,318	
22:00	22	7,598	5,168	4,910	5,359	4,412	4,622	4,901	10,224	15,888	122,614		24,740	19,116	24,551	
22:30	22,5	8,920	5,583	4,699	5,044	4,157	4,234	5,167	7,026	16,938	123,234		24,636	18,746	21,112	
23:00	23	8,390	5,580	4,871	4,540	3,504	3,987	5,002	5,519	20,987	123,451		24,737	15,686	21,643	
23:30	23,5	9,949	5,393	4,695	4,513	3,988	3,863	5,104	6,043	23,786	123,905		24,362	11,122	22,247	
0:00	24	9,972	5,180	4,551	4,617	3,941	3,795	5,026	5,894	26,169	124,302		23,746	10,092	22,466	
Mínimo		6,800	5,168	3,845	3,440	2,727	2,963	2,446	3,202	3,017	17,985	0,615	21,558	10,092	9,981	0,578
Máximo		36,247	17,548	13,392	15,952	18,880	13,989	10,764	16,251	172,462	129,844	339,256	69,514	31,688	50,645	26,131
Promedio		13,065	9,043	6,235	6,806	5,824	4,693	4,580	6,729	17,083	56,619	180,184	33,905	21,412	20,965	21,283

## C.4. Errores unitarios de cada muestra, turbidez

### C.4.1. Año 2018

Tabla C.5: Registro de turbidez año 2018 y promedio

Hora	Tiempo	Turbidez (NTU)								Promedio
		14/11/2018	15/11/2018	16/11/2018	17/11/2018	18/11/2018	19/11/2018	20/11/2018	21/11/2018	
0:30	0,5		10,972	5,057	4,531	4,135	3,767	3,611	5,114	5,312
1:00	1		12,243	4,976	4,394	4,040	3,967	3,651	5,097	5,481
1:30	1,5		13,472	4,985	4,199	3,762	4,146	3,474	5,309	5,621
2:00	2		14,659	5,050	4,416	3,769	4,062	3,474	5,262	5,813
2:30	2,5		13,483	5,135	5,355	3,863	4,199	3,328	5,364	5,818
3:00	3		13,640	4,604	5,898	3,678	3,789	3,476	5,403	5,784
3:30	3,5		12,693	4,531	5,572	3,478	3,944	3,330	5,578	5,589
4:00	4		13,172	4,664	5,084	3,580	4,078	3,274	5,690	5,649
4:30	4,5		12,502	4,459	4,991	3,480	3,717	3,255	5,611	5,431
5:00	5		11,149	4,757	4,949	3,277	3,872	3,202	5,683	5,270
5:30	5,5		10,647	4,530	4,894	3,365	4,002	3,240	5,627	5,186
6:00	6		10,544	4,343	4,831	3,343	3,845	3,223	5,543	5,096
6:30	6,5		9,955	4,347	4,761	3,353	3,743	3,141	5,576	4,982
7:00	7		9,834	4,452	4,735	3,289	3,802	3,165	5,543	4,974
7:30	7,5		9,559	4,183	4,642	3,304	3,918	3,142	5,516	4,895
8:00	8		8,889	4,144	4,685	3,473	3,588	3,111	5,380	4,753
8:30	8,5		8,230	4,084	4,423	3,336	3,591	3,060	5,286	4,573
9:00	9		7,928	4,003	4,139	3,144	3,525	2,853	5,059	4,379
9:30	9,5		8,286	3,966	4,097	2,893	3,311	2,775	4,917	4,321
10:00	10	28,587	7,463	3,845	3,964	2,960	3,178	2,545	5,167	7,213
10:30	10,5	12,954	7,234	4,345	4,016	2,775	3,430	2,530	5,418	5,338
11:00	11	9,506	7,489	4,509	3,719	2,727	3,561	2,446	4,748	4,838
11:30	11,5	8,744	7,391	4,686	3,464	2,920	3,363	2,451	3,936	4,620
12:00	12	9,176	7,326	4,494	3,440	3,111	3,250	2,593	4,004	4,674
12:30	12,5	7,418	7,053	4,570	8,556	2,935	3,076	2,649	4,081	5,042
13:00	13	7,590	9,505	4,361	7,243	2,910	2,963	2,752	3,779	5,138
13:30	13,5	7,200	7,971	6,576	7,920	3,690	3,122	2,592	3,202	5,284
14:00	14	6,800	7,494	11,308	10,908	7,378	11,429	5,202	7,799	8,540
14:30	14,5	30,652	11,677	10,999	8,066	12,973	13,989	9,286	8,022	13,208
15:00	15	36,247	7,814	8,210	9,752	18,861	11,728	9,306	6,257	13,522
15:30	15,5	23,318	7,005	8,717	10,432	18,880	7,157	10,764	8,718	11,874
16:00	16	27,628	6,151	11,453	14,410	8,968	6,392	10,239	8,824	11,758
16:30	16,5	18,225	11,943	13,066	15,952	10,540	7,199	6,572	7,572	11,384
17:00	17	16,178	17,548	10,916	15,792	12,731	7,309	5,534	8,284	11,787
17:30	17,5	17,216	10,712	12,414	13,821	10,265	5,080	6,568	8,870	10,618
18:00	18	9,335	7,946	13,392	12,941	9,993	4,447	8,881	8,842	9,472
18:30	18,5	8,006	7,814	11,572	12,220	8,724	5,061	8,420	16,251	9,759
19:00	19	7,559	7,485	7,491	10,420	11,412	4,100	5,877	6,914	7,657
19:30	19,5	7,134	6,122	9,633	7,971	10,009	4,863	4,956	11,997	7,836
20:00	20	7,295	5,745	7,368	7,669	10,407	4,471	5,293	10,010	7,282
20:30	20,5	10,906	5,750	5,651	5,994	7,592	3,717	5,338	12,323	7,159
21:00	21	8,317	6,420	4,911	6,568	5,865	3,971	4,732	10,694	6,435
21:30	21,5	8,084	6,232	5,005	6,758	4,349	5,050	5,306	10,015	6,350
22:00	22	7,598	5,168	4,910	5,359	4,412	4,622	4,901	10,224	5,899
22:30	22,5	8,920	5,583	4,699	5,044	4,157	4,234	5,167	7,026	5,604
23:00	23	8,390	5,580	4,871	4,540	3,504	3,987	5,002	5,519	5,174
23:30	23,5	9,949	5,393	4,695	4,513	3,988	3,863	5,104	6,043	5,444
0:00	24	9,972	5,180	4,351	4,617	3,941	3,795	5,026	5,894	5,347

Tabla C.6: Error diario respecto a valores promedio de turbidez, año 2018

Error absoluto (NTU)								
Hora	14/11/2018	15/11/2018	16/11/2018	17/11/2018	18/11/2018	19/11/2018	20/11/2018	21/11/2018
0:30	5,312	5,659	0,255	0,781	1,177	1,545	1,702	0,199
1:00	5,481	6,762	0,505	1,087	1,441	1,514	1,830	0,385
1:30	5,621	7,851	0,636	1,422	1,859	1,475	2,147	0,312
2:00	5,813	8,846	0,763	1,397	2,044	1,751	2,339	0,551
2:30	5,818	7,665	0,684	0,463	1,955	1,619	2,490	0,454
3:00	5,784	7,856	1,180	0,114	2,106	1,995	2,308	0,381
3:30	5,589	7,103	1,058	0,018	2,112	1,645	2,260	0,011
4:00	5,649	7,523	0,985	0,565	2,069	1,571	2,375	0,041
4:30	5,431	7,071	0,972	0,439	1,950	1,714	2,176	0,180
5:00	5,270	5,879	0,513	0,321	1,992	1,398	2,068	0,413
5:30	5,186	5,460	0,656	0,293	1,822	1,184	1,946	0,441
6:00	5,096	5,447	0,753	0,265	1,753	1,251	1,873	0,447
6:30	4,982	4,973	0,636	0,221	1,629	1,239	1,841	0,594
7:00	4,974	4,860	0,522	0,240	1,685	1,173	1,809	0,569
7:30	4,895	4,664	0,712	0,252	1,591	0,977	1,753	0,621
8:00	4,753	4,136	0,609	0,068	1,280	1,165	1,641	0,627
8:30	4,573	3,657	0,489	0,149	1,237	0,982	1,513	0,713
9:00	4,379	3,549	0,376	0,240	1,235	0,854	1,525	0,680
9:30	4,321	3,966	0,355	0,223	1,428	1,010	1,546	0,596
10:00	21,373	0,250	3,369	3,250	4,254	4,035	4,668	2,047
10:30	7,616	1,896	0,993	1,322	2,563	1,908	2,808	0,081
11:00	4,668	2,651	0,329	1,119	2,111	1,277	2,392	0,090
11:30	4,124	2,772	0,067	1,155	1,700	1,257	2,168	0,683
12:00	4,501	2,652	0,180	1,234	1,563	1,424	2,082	0,671
12:30	2,376	2,011	0,472	3,513	2,107	1,966	2,393	0,962
13:00	2,452	4,367	0,777	2,106	2,228	2,174	2,386	1,359
13:30	1,916	2,687	1,292	2,635	1,594	2,162	2,692	2,082
14:00	1,740	1,045	2,768	2,368	1,162	2,889	3,338	0,741
14:30	17,444	1,531	2,209	5,142	0,235	0,781	3,922	5,186
15:00	22,725	5,708	5,312	3,769	5,339	1,794	4,216	7,265
15:30	11,444	4,869	3,156	1,442	7,006	4,717	1,110	3,156
16:00	15,870	5,607	0,305	2,651	2,790	5,366	1,519	2,934
16:30	6,841	0,559	1,683	4,569	0,844	4,185	4,812	3,811
17:00	4,392	5,762	0,871	4,006	0,944	4,477	6,253	3,503
17:30	6,598	0,094	1,796	3,203	0,353	5,538	4,051	1,749
18:00	0,137	1,526	3,920	3,469	0,521	5,025	0,591	0,630
18:30	1,753	1,945	1,813	2,462	1,034	4,698	1,338	6,493
19:00	0,099	0,172	0,167	2,762	3,755	3,557	1,780	0,743
19:30	0,702	1,713	1,797	0,135	2,173	2,973	2,879	4,162
20:00	0,013	1,537	0,086	0,387	3,124	2,812	1,990	2,728
20:30	3,747	1,409	1,508	1,165	0,433	3,442	1,821	5,164
21:00	1,882	0,015	1,524	0,133	0,570	2,464	1,703	4,259
21:30	1,735	0,118	1,345	0,408	2,000	1,300	1,044	3,665
22:00	1,698	0,731	0,990	0,540	1,487	1,277	0,998	4,325
22:30	3,316	0,021	0,905	0,560	1,446	1,369	0,437	1,422
23:00	3,216	0,406	0,303	0,634	1,670	1,187	0,172	0,345
23:30	4,506	0,051	0,749	0,930	1,455	1,580	0,340	0,600
0:00	4,625	0,167	0,996	0,730	1,406	1,552	0,321	0,547
<b>Error unitario</b>	5,467	3,483	1,132	1,382	1,880	2,193	2,153	1,659

## C.4.2. Año 2019

Tabla C.7: Registro de turbidez año 2019 y promedio

Turbidez (NTU)						
Hora	Tiempo	08/11/2019	09/11/2019	10/11/2019	11/11/2019	Promedio
0:30	0,5		23,662	16,609	22,153	20,808
1:00	1		23,562	19,095	22,286	21,648
1:30	1,5		23,659	19,087	22,909	21,885
2:00	2		23,508	19,061	23,191	21,920
2:30	2,5		23,384	19,063	23,216	21,888
3:00	3		23,359	19,124	23,216	21,900
3:30	3,5		23,424	19,154	23,232	21,937
4:00	4		23,599	18,942	23,185	21,909
4:30	4,5		23,410	19,103	23,153	21,889
5:00	5		23,589	19,450	23,332	22,124
5:30	5,5		23,692	19,400	23,570	22,221
6:00	6		23,784	19,315	23,770	22,290
6:30	6,5		23,932	19,732	23,833	22,499
7:00	7		23,703	19,747	23,856	22,435
7:30	7,5		24,049	19,480	23,907	22,479
8:00	8		24,113	20,436	24,170	22,906
8:30	8,5		24,166	20,783	25,119	23,356
9:00	9		23,787	21,675	26,131	23,864
9:30	9,5		23,868	21,937	0,858	15,554
10:00	10		24,258	22,132	0,578	15,656
10:30	10,5		23,942	22,272		23,107
11:00	11		23,328	22,740		23,034
11:30	11,5		22,550	22,352		22,451
12:00	12		21,774	22,932		22,353
12:30	12,5		20,724	22,962		21,843
13:00	13		22,181	21,842		22,011
13:30	13,5		20,889	13,020		16,955
14:00	14		16,644	13,714		15,179
14:30	14,5		13,480	13,668		13,574
15:00	15	69,514	11,115	17,903		32,844
15:30	15,5	45,614	23,114	50,645		39,791
16:00	16	32,387	29,613	21,484		27,828
16:30	16,5	28,728	31,688	18,679		26,365
17:00	17	64,007	19,131	9,981		31,040
17:30	17,5	44,802	20,913	30,077		31,931
18:00	18	24,364	14,939	21,921		20,408
18:30	18,5	21,558	23,311	22,886		22,585
19:00	19	24,449	23,761	19,974		22,728
19:30	19,5	56,543	21,159	22,403		33,368
20:00	20	35,268	20,258	24,302		26,610
20:30	20,5	25,436	17,874	18,627		20,646
21:00	21	24,708	17,716	20,260		20,895
21:30	21,5	24,596	18,375	26,318		23,096
22:00	22	24,740	19,116	24,551		22,803
22:30	22,5	24,636	18,746	21,112		21,498
23:00	23	24,737	15,686	21,643		20,689
23:30	23,5	24,362	11,122	22,247		19,244
0:00	24	23,746	10,092	22,466		18,768

Tabla C.8: Error diario respecto a valores promedio de turbidez, año 2019

Error absoluto (NTU)				
Hora	08/11/2019	09/11/2019	10/11/2019	11/11/2019
0:30	20,808	2,854	4,199	1,345
1:00	21,648	1,914	2,553	0,638
1:30	21,885	1,774	2,798	1,024
2:00	21,920	1,588	2,859	1,271
2:30	21,888	1,497	2,825	1,328
3:00	21,900	1,459	2,776	1,317
3:30	21,937	1,487	2,783	1,295
4:00	21,909	1,690	2,967	1,277
4:30	21,889	1,522	2,786	1,264
5:00	22,124	1,465	2,674	1,209
5:30	22,221	1,471	2,820	1,349
6:00	22,290	1,495	2,975	1,480
6:30	22,499	1,433	2,767	1,334
7:00	22,435	1,268	2,688	1,421
7:30	22,479	1,571	2,999	1,428
8:00	22,906	1,206	2,470	1,264
8:30	23,356	0,810	2,573	1,763
9:00	23,864	0,078	2,189	2,267
9:30	15,554	8,314	6,382	14,696
10:00	15,656	8,602	6,476	15,078
10:30	23,107	0,835	0,835	23,107
11:00	23,034	0,294	0,294	23,034
11:30	22,451	0,099	0,099	22,451
12:00	22,353	0,579	0,579	22,353
12:30	21,843	1,119	1,119	21,843
13:00	22,011	0,170	0,170	22,011
13:30	16,955	3,935	3,935	16,955
14:00	15,179	1,465	1,465	15,179
14:30	13,574	0,094	0,094	13,574
15:00	36,670	21,729	14,941	32,844
15:30	5,823	16,677	10,854	39,791
16:00	4,559	1,785	6,343	27,828
16:30	2,363	5,323	7,686	26,365
17:00	32,968	11,909	21,059	31,040
17:30	12,871	11,017	1,854	31,931
18:00	3,956	5,469	1,513	20,408
18:30	1,027	0,726	0,301	22,585
19:00	1,721	1,033	2,754	22,728
19:30	23,175	12,210	10,965	33,368
20:00	8,659	6,351	2,307	26,610
20:30	4,790	2,772	2,019	20,646
21:00	3,813	3,179	0,635	20,895
21:30	1,500	4,721	3,221	23,096
22:00	1,937	3,686	1,749	22,803
22:30	3,138	2,752	0,386	21,498
23:00	4,048	5,002	0,954	20,689
23:30	5,118	8,122	3,003	19,244
0:00	4,978	8,676	3,698	18,768
<b>Error unitario</b>	16,141	3,859	<b>3,508</b>	14,952

### C.4.3. Total de datos

Tabla C.9: Registro de turbidez de años 2018-19 y promedio

Hora	Tiempo	Turbidez (NTU)												Promedio
		14/11/2018	15/11/2018	16/11/2018	17/11/2018	18/11/2018	19/11/2018	20/11/2018	21/11/2018	08/11/2019	09/11/2019	10/11/2019	11/11/2019	
0:30	0,5		10,972	5,057	4,531	4,135	3,767	3,611	5,114		23,662	16,609	22,153	9,961
1:00	1		12,243	4,976	4,394	4,040	3,967	3,651	5,097		23,562	19,095	22,286	10,331
1:30	1,5		13,472	4,985	4,199	3,762	4,146	3,474	5,309		23,659	19,087	22,909	10,500
2:00	2		14,659	5,050	4,416	3,769	4,062	3,474	5,262		23,508	19,061	23,191	10,645
2:30	2,5		13,483	5,135	5,355	3,863	4,199	3,328	5,364		23,384	19,063	23,216	10,639
3:00	3		13,640	4,604	5,898	3,678	3,789	3,476	5,403		23,359	19,124	23,216	10,619
3:30	3,5		12,693	4,531	5,572	3,478	3,944	3,330	5,578		23,424	19,154	23,232	10,494
4:00	4		13,172	4,664	5,084	3,580	4,078	3,274	5,690		23,599	18,942	23,185	10,527
4:30	4,5		12,502	4,459	4,991	3,480	3,717	3,255	5,611		23,410	19,103	23,153	10,368
5:00	5		11,149	4,757	4,949	3,277	3,872	3,202	5,683		23,589	19,450	23,332	10,326
5:30	5,5		10,647	4,530	4,894	3,365	4,002	3,240	5,627		23,692	19,400	23,570	10,297
6:00	6		10,544	4,343	4,831	3,343	3,845	3,223	5,543		23,784	19,315	23,770	10,254
6:30	6,5		9,955	4,347	4,761	3,353	3,743	3,141	5,576		23,932	19,732	23,833	10,237
7:00	7		9,834	4,452	4,735	3,289	3,802	3,165	5,543		23,703	19,747	23,856	10,213
7:30	7,5		9,559	4,183	4,642	3,304	3,918	3,142	5,516		24,049	19,480	23,907	10,170
8:00	8		8,889	4,144	4,685	3,473	3,588	3,111	5,380		24,113	20,436	24,170	10,199
8:30	8,5		8,230	4,084	4,423	3,336	3,591	3,060	5,286		24,166	20,783	25,119	10,208
9:00	9		7,928	4,003	4,139	3,144	3,525	2,853	5,059		23,787	21,675	26,131	10,224
9:30	9,5		8,286	3,966	4,097	2,893	3,311	2,775	4,917		23,868	21,937	0,858	7,691
10:00	10	28,587	7,463	3,845	3,964	2,960	3,178	2,545	5,167		24,258	22,132	0,578	9,516
10:30	10,5	12,954	7,234	4,345	4,016	2,775	3,430	2,530	5,418		23,942	22,272		8,892
11:00	11	9,506	7,489	4,509	3,719	2,727	3,561	2,446	4,748		23,328	22,740		8,477
11:30	11,5	8,744	7,391	4,686	3,464	2,920	3,363	2,451	3,936		22,550	22,352		8,186
12:00	12	9,176	7,326	4,494	3,440	3,111	3,250	2,593	4,004		21,774	22,932		8,210
12:30	12,5	7,418	7,053	4,570	8,556	2,935	3,076	2,649	4,081		20,724	22,962		8,402
13:00	13	7,590	9,505	4,361	7,243	2,910	2,963	2,752	3,779		22,181	21,842		8,513
13:30	13,5	7,200	7,971	6,576	7,920	3,690	3,122	2,592	3,202		20,889	13,020		7,618
14:00	14	6,800	7,494	11,308	10,908	7,378	11,429	5,202	7,799		16,644	13,714		9,868
14:30	14,5	30,652	11,677	10,999	8,066	12,973	13,989	9,286	8,022		13,480	13,668		13,281
15:00	15	36,247	7,814	8,210	9,752	18,861	11,728	9,306	6,257	69,514	11,115	17,903		18,791
15:30	15,5	23,318	7,005	8,717	10,432	18,880	7,157	10,764	8,718		45,614	23,114	50,645	19,488
16:00	16	27,628	6,151	11,453	14,410	8,968	6,392	10,239	8,824		32,387	29,613	21,484	16,141
16:30	16,5	18,225	11,943	13,066	15,952	10,540	7,199	6,572	7,572		28,728	31,688	18,679	15,469
17:00	17	16,178	17,548	10,916	15,792	12,731	7,309	5,534	8,284		64,007	19,131	9,981	17,037
17:30	17,5	17,216	10,712	12,414	13,821	10,265	5,080	6,568	8,870		44,802	20,913	30,077	16,431
18:00	18	9,335	7,946	13,392	12,941	9,993	4,447	8,881	8,842		24,364	14,939	21,921	12,455
18:30	18,5	8,006	7,814	11,572	12,220	8,724	5,061	8,420	16,251		21,558	23,311	22,886	13,257
19:00	19	7,559	7,485	7,491	10,420	11,412	4,100	5,877	6,914		24,449	23,761	19,974	11,767
19:30	19,5	7,134	6,122	9,633	7,971	10,009	4,863	4,956	11,997		56,543	21,159	22,403	14,799
20:00	20	7,295	5,745	7,368	7,669	10,407	4,471	5,293	10,010		35,268	20,258	24,302	12,553
20:30	20,5	10,906	5,750	5,651	5,994	7,592	3,717	5,338	12,323		25,436	17,874	18,627	10,837
21:00	21	8,317	6,420	4,911	6,568	5,865	3,971	4,732	10,694		24,708	17,716	20,260	10,378
21:30	21,5	8,084	6,232	5,005	6,758	4,349	5,050	5,306	10,015		24,596	18,375	26,318	10,917
22:00	22	7,598	5,168	4,910	5,359	4,412	4,622	4,901	10,224		24,740	19,116	24,551	10,509
22:30	22,5	8,920	5,583	4,699	5,044	4,157	4,234	5,167	7,026		24,636	18,746	21,112	9,939
23:00	23	8,390	5,580	4,871	4,540	3,504	3,987	5,002	5,519		24,737	15,686	21,643	9,405
23:30	23,5	9,949	5,393	4,695	4,513	3,988	3,863	5,104	6,043		24,362	11,122	22,247	9,207
0:00	24	9,972	5,180	4,351	4,617	3,941	3,795	5,026	5,894		23,746	10,092	22,466	9,007



Tabla C.10: Error diario respecto a valores promedio de turbidez, total de datos

Error absoluto (NTU)												
Hora	14/11/2018	15/11/2018	16/11/2018	17/11/2018	18/11/2018	19/11/2018	20/11/2018	21/11/2018	08/11/2019	09/11/2019	10/11/2019	11/11/2019
0:30	9,961	1,011	4,904	5,430	5,826	6,194	6,350	4,847	9,961	13,701	6,648	12,192
1:00	10,331	1,912	5,355	5,937	6,291	6,364	6,680	5,235	10,331	13,231	8,764	11,955
1:30	10,500	2,972	5,515	6,302	6,738	6,354	7,026	5,191	10,500	13,159	8,587	12,408
2:00	10,645	4,014	5,595	6,229	6,877	6,583	7,171	5,383	10,645	12,863	8,416	12,546
2:30	10,639	2,844	5,504	5,284	6,776	6,440	7,311	5,275	10,639	12,745	8,424	12,577
3:00	10,619	3,021	6,015	4,721	6,941	6,830	7,143	5,216	10,619	12,740	8,506	12,598
3:30	10,494	2,199	5,962	4,922	7,016	6,550	7,164	4,915	10,494	12,931	8,661	12,739
4:00	10,527	2,645	5,863	5,443	6,946	6,448	7,253	4,837	10,527	13,072	8,415	12,658
4:30	10,368	2,134	5,909	5,377	6,888	6,651	7,113	4,757	10,368	13,042	8,735	12,785
5:00	10,326	0,823	5,569	5,377	7,049	6,454	7,124	4,643	10,326	13,263	9,124	13,006
5:30	10,297	0,350	5,766	5,403	6,932	6,295	7,057	4,670	10,297	13,395	9,104	13,273
6:00	10,254	0,289	5,911	5,423	6,911	6,409	7,031	4,711	10,254	13,530	9,060	13,515
6:30	10,237	0,283	5,891	5,476	6,884	6,495	7,096	4,661	10,237	13,695	9,495	13,596
7:00	10,213	0,379	5,760	5,478	6,923	6,411	7,048	4,669	10,213	13,490	9,534	13,643
7:30	10,170	0,611	5,987	5,527	6,866	6,252	7,028	4,654	10,170	13,879	9,310	13,737
8:00	10,199	1,310	6,055	5,514	6,726	6,611	7,088	4,819	10,199	13,914	10,237	13,972
8:30	10,208	1,978	6,124	5,784	6,872	6,617	7,148	4,922	10,208	13,958	10,575	14,911
9:00	10,224	2,296	6,221	6,086	7,081	6,699	7,371	5,165	10,224	13,562	11,451	15,907
9:30	7,691	0,595	3,725	3,593	4,798	4,380	4,916	2,774	7,691	16,177	14,246	6,833
10:00	19,071	2,053	5,671	5,552	6,556	6,338	6,971	4,349	9,516	14,742	12,616	8,938
10:30	4,062	1,658	4,547	4,876	6,116	5,462	6,361	3,473	8,892	15,051	13,380	8,892
11:00	1,028	0,989	3,969	4,758	5,750	4,916	6,031	3,730	8,477	14,851	14,263	8,477
11:30	0,558	0,794	3,500	4,722	5,266	4,823	5,734	4,250	8,186	14,364	14,166	8,186
12:00	0,966	0,884	3,716	4,770	5,099	4,960	5,617	4,206	8,210	13,564	14,722	8,210
12:30	0,984	1,349	3,833	0,153	5,467	5,326	5,754	4,322	8,402	12,322	14,560	8,402
13:00	0,923	0,992	4,151	1,269	5,603	5,549	5,761	4,734	8,513	13,669	13,329	8,513
13:30	0,418	0,353	1,042	0,301	3,928	4,496	5,026	4,417	7,618	13,271	5,402	7,618
14:00	3,067	2,373	1,440	1,040	2,490	1,561	4,666	2,069	9,868	6,777	3,846	9,868
14:30	17,371	1,604	2,282	5,215	0,309	0,707	3,995	5,259	13,281	0,199	0,387	13,281
15:00	17,455	10,978	10,582	9,039	0,069	7,064	9,485	12,534	50,723	7,677	0,888	18,791
15:30	3,830	12,483	10,770	9,055	0,607	12,331	8,724	10,770	26,127	3,627	31,157	19,488
16:00	11,487	9,989	4,688	1,731	7,173	9,749	5,902	7,317	16,246	13,472	5,344	16,141
16:30	2,755	3,527	2,403	0,483	4,930	8,271	8,898	7,897	13,259	16,219	3,210	15,469
17:00	0,859	0,511	6,121	1,245	4,307	9,728	11,504	8,753	46,970	2,093	7,057	17,037
17:30	0,786	5,719	4,017	2,610	6,165	11,351	9,863	7,561	28,371	4,483	13,646	16,431
18:00	3,120	4,509	0,937	0,486	2,462	8,007	3,574	3,612	11,909	2,484	9,467	12,455
18:30	5,251	5,443	1,685	1,036	4,532	8,196	4,836	2,994	8,301	10,055	9,630	13,257
19:00	4,209	4,283	4,277	1,348	0,355	7,667	5,890	4,853	12,681	11,994	8,206	11,767
19:30	7,665	8,677	5,166	6,828	4,790	9,936	9,843	2,802	41,744	6,360	7,604	14,799
20:00	5,258	6,808	5,185	4,884	2,147	8,083	7,261	2,543	22,715	7,705	11,749	12,553
20:30	0,069	5,087	5,186	4,843	3,245	7,120	5,499	1,486	14,599	7,037	7,790	10,837
21:00	2,062	3,958	5,467	3,810	4,513	6,408	5,646	0,316	14,330	7,337	9,882	10,378
21:30	2,833	4,685	5,912	4,159	6,568	5,867	5,611	0,902	13,679	7,458	15,401	10,917
22:00	2,912	5,341	5,600	5,150	6,097	5,887	5,608	0,285	14,231	8,607	14,042	10,509
22:30	1,019	4,356	5,240	4,894	5,781	5,704	4,772	2,912	14,697	8,807	11,173	9,939
23:00	1,015	3,825	4,534	4,866	5,902	5,419	4,404	3,886	15,331	6,281	12,238	9,405
23:30	0,742	3,815	4,513	4,694	5,219	5,344	4,103	3,164	15,155	1,915	13,040	9,207
0:00	0,964	3,828	4,656	4,390	5,066	5,212	3,981	3,113	14,739	1,085	13,459	9,007
<b>Error unitario</b>	6,597	3,178	4,973	4,407	5,289	6,511	6,530	4,580	14,181	10,622	10,186	12,159

## C.5. Registros de velocidad de flujo promediada, año 2012

Tabla C.11: Valores de velocidad de flujo promediada cada 5 minutos

Hora	Velocidad media (m/s)	Hora	Velocidad media (m/s)
9:10	0,017	14:00	0,047
9:15	0,016	14:05	0,053
9:20	0,013	14:10	0,046
9:25	0,013	14:15	0,045
9:30	0,011	14:20	0,052
9:35	0,012	14:25	0,052
9:40	0,013	14:30	0,054
9:45	0,013	14:35	0,051
9:50	0,013	14:40	0,053
9:55	0,014	14:45	0,069
10:00	0,013	14:50	0,058
10:05	0,013	14:55	0,057
10:10	0,013	15:00	0,058
10:15	0,014	15:05	0,051
10:20	0,013	15:10	0,058
10:25	0,014	15:15	0,045
10:30	0,017	15:20	0,055
10:35	0,021	15:25	0,055
10:40	0,020	15:30	0,054
10:45	0,018	15:35	0,051
10:50	0,018	15:40	0,045
10:55	0,018	15:45	0,045
11:00	0,016	15:50	0,062
11:05	0,014	15:55	0,047
11:10	0,013	16:00	0,053
11:15	0,017	16:05	0,063
11:20	0,017	16:30	0,057
11:25	0,015	16:35	0,063
11:30	0,012	16:40	0,050
11:35	0,012	16:45	0,056
11:40	0,013	16:50	0,059
11:45	0,016	16:55	0,058
11:50	0,016	17:00	0,054
11:55	0,016	17:05	0,053
12:00	0,011	17:10	0,047
12:05	0,012	17:15	0,055
12:10	0,012	17:20	0,053
12:15	0,016	17:25	0,052
12:20	0,018	17:30	0,052
12:25	0,015	17:35	0,051
12:30	0,016	17:40	0,049
12:35	0,016	17:45	0,050
12:40	0,012	17:50	0,049
13:05	0,034	17:55	0,043
13:10	0,051	18:00	0,042
13:15	0,065	18:05	0,043
13:20	0,049	18:10	0,036
13:25	0,048	18:15	0,057
13:30	0,045	18:20	0,050
13:35	0,042	18:25	0,048
13:40	0,049	18:30	0,041
13:45	0,042	18:35	0,036
13:50	0,045	18:40	0,041
13:55	0,041		

## C.6. Algoritmo de Levenberg-Marquardt

### C.6.1. Lectura de datos desde base de datos excel

Código C.1: Funciones de lectura de datos

```
1
2 # -*- coding: utf-8 -*-
3 """
4 Created on Fri Dec 18 13:46:35 2020
5
6 @author: sebar
7 """
8
9 import pandas as pandas    # libreria para tablas de datos
10 from numpy import *      # librería para arrays y matrices
11
12 # funcion para obtener valores de turbidez
13 def lecturaT():
14
15     input_hojas = [6]      # hoja de excel a examinar
16     input_cols = [1,4,15]  # columnas a extraer
17
18     # conversion de excel a dataframe
19     df = pd.read_excel("../Turbidez.xlsx",    # ubicacion del archivo
20         engine='openpyxl',    # libreria para abrir excel
21         sheet_name = input_hojas,    # nombre del dataframe
22         header = 2,    # fila con nombres de las columnas
23         usecols = input_cols)    # columnas importadas
24
25     aux = []    # lista vacia auxiliar
26
27     # transformacion de dataframe a lista de valores
28     for hoja in input_hojas:
29         df_filtrado = df[hoja].dropna()    # filtro de valores vacios
30
31         aux.append(df_filtrado)    # insercion en lista auxiliar
32
33     final = pd.concat(aux, axis=0, ignore_index=True)    # concatenacion de lista
34     final2 = final.set_index("Hora", drop=True)    # eleccion de columna indice
35     prom = final2["Promedio"].tolist()    # lista final
36     return array(prom)    # vector final
37
38 # funcion para obtener valores de velocidad de corte
39 def lecturaWCorte():
40
41     input_hojas = [4]      # hoja de excel a examinar
42     input_cols = [6,17,23]  # columnas a extraer
43
44     # conversion de excel a dataframe
45     df = pd.read_excel("../Viento.xlsx",    # ubicacion del archivo
```

```

46 engine='openpyxl',      # libreria para abrir excel
47 sheet_name = input_hojas ,      # nombre del dataframe
48 header = 0,      # fila con nombres de las columnas
49 usecols = input_cols)      # columnas importadas
50
51 aux = []      # lista vacia auxiliar
52
53 # transformacion de dataframe a lista de valores
54 for hoja in input_hojas:
55     df_filtrado = df[hoja].dropna()      # filtro de valores vacios
56
57     aux.append(df_filtrado)      # insercion en lista auxiliar
58
59 final = pd.concat(aux, axis=0, ignore_index=True)      # concatenacion de lista
60 final2 = final.set_index("Hora.1", drop=True)      # eleccion de columna indice
61 prom = final2["w* Prom (m/s)"].tolist()      # lista final
62 return array(prom)      # vector final
63
64 # funcion para obtener valores de velocidad del viento
65 def lecturaV():
66
67     input_hojas = [3]      # hoja de excel a examinar
68     input_cols = [1,4,7,19]      # columnas a extraer
69
70     # conversion de excel a dataframe
71     df = pd.read_excel("../Viento.xlsx",      # ubicacion del archivo
72         engine='openpyxl',      # libreria para abrir excel
73         sheet_name = input_hojas ,      # nombre del dataframe
74         header = 2,      # fila con nombres de las columnas
75         usecols = input_cols)      # columnas importadas
76
77     aux = []      # lista vacia auxiliar
78
79     # transformacion de dataframe a lista de valores
80     for hoja in input_hojas:
81         df_filtrado = df[hoja].dropna()      # filtro de valores vacios
82
83         aux.append(df_filtrado)      # insercion en lista auxiliar
84
85     final = pd.concat(aux, axis=0, ignore_index=True)      # concatenacion de lista
86     final2 = final.set_index("Hora", drop=True)      # eleccion de columna indice
87     U10 = final2["U10 (m/s)"].tolist()      # lista final
88     return array(U10)      # vector final
89
90 # funcion para obtener valores de esfuerzo de corte
91 def lecturaTau():
92
93     input_hojas = [4]      # hoja de excel a examinar
94     input_cols = [6,25,26,27]      # columnas a extraer
95
96     # conversion de excel a dataframe
97     df = pd.read_excel("../Viento.xlsx",      # ubicacion del archivo

```

```

98     engine='openpyxl',      # libreria para abrir excel
99     sheet_name = input_hojas ,      # nombre del dataframe
100    header = 0,      # fila con nombres de las columnas
101    usecols = input_cols)      # columnas importadas
102
103    aux = []      # lista vacia auxiliar
104
105    # transformacion de dataframe a lista de valores
106    for hoja in input_hojas:
107        df_filtrado = df[hoja].dropna()      # filtro de valores vacios
108
109        aux.append(df_filtrado)      # insercion en lista auxiliar
110
111    final = pd.concat(aux, axis=0, ignore_index=True)      # concatenacion de lista
112    final2 = final.set_index("Hora.1", drop=True)      # eleccion de columna indice
113    flujo = final2["tau flujo (Pa)"].tolist()      # lista final
114    return array(flujo)      # vector final

```

## C.6.2. Implementación de mínimos cuadrados

Código C.2: Modelo 1, caso base

```

1
2    # -*- coding: utf-8 -*-
3    """
4    Created on Sun Dec 20 18:14:30 2020
5
6    @author: sebar
7    """
8
9    from numpy import *      # libreria para arrays y matrices
10   import matplotlib.pyplot as plt      # libreria para graficar
11   from LecturaVar import lecturaT      # funcion para obtener valores desde excel
12   from LecturaVar import lecturaWCorte      # funcion para obtener valores de velocidad
13
14   # input
15   Y=lecturaT()      # datos observados de posicion en funcion del tiempo
16   t=linspace(0.5,24,48)      # tiempo correspondiente a cada Y
17   U=lecturaWCorte()      # w* calculado
18   C_0=0.0185      # valor inicial de C
19   S=10000      # numero de iteraciones
20   N=len(t)      # elementos de la muestra
21   J=zeros([len(t),6])      # matriz Jacobiana vacia
22   W=eye(len(t))      # matriz de pesos, en este caso es una matriz identidad
23   lamb=0.01      # factor de amortiguacion
24
25   # estimacion inicial
26   a,b,c,d= 0.1, 0.1, 0.1, 0.01
27   m,n= 0.1464, 0.0268
28
29   # componentes del Jacobiano

```

```

30 for s in range(0,S):
31
32     J[:,0]= 0.631*1000*((m*U+n-c)/c)*(1-e**(-b*t))/b # dy/da
33     J[:,1]= 0.631*1000*(e**(-b*t)/(b**2))*(a*((m*U+n-c)/c)*(b*t-e**(b*t)+1)+t*(b**2)
↪ *(d-C_0)) # dy/db
34     J[:,2]=-0.631*1000*(a*m*U+n)*(1-e**(-b*t))/(b*c**2) # dy/dc
35     J[:,3]= 0.631*1000*(e**(-b*t)) # dy/dd
36     J[:,4]= 0.631*1000*(a*U/(b*c))*(e**(b*t)-e**(b))*(e**(-b*t)) # dy/dm
37     J[:,5]= 0.631*1000*(a/b)*(e**(b*t)-e**(b))*(e**(-b*t)/c) # dy/dn
38
39     # y estimado
40     y_e=0.631*1000*(e**(-b*t)/b)*((e**(b*t)-e**(b))*(a*((m*U+n-c)/c)+d*b)+C_0*b*e
↪ *(b))-1.330
41
42     # residuo
43     ri=Y-y_e # residual Y_observado - Y_estimado
44
45     Q=dot(dot(J.T,W),J) # Q=diag(J'*W*J)
46     Q[0,0]=Q[0,0]*(1+lamb) # [Q]= J'WJ+lambdiag(Q)
47     Q[1,1]=Q[1,1]*(1+lamb)
48     Q[2,2]=Q[2,2]*(1+lamb)
49     Q[3,3]=Q[3,3]*(1+lamb)
50     Q[4,4]=Q[4,4]*(1+lamb)
51     Q[5,5]=Q[5,5]*(1+lamb)
52
53     # paso delta
54     delta=dot(dot(dot(linalg.inv(Q), J.T),W),ri.T) # 1/[Q] *J'*W*ri'
55
56     # actualización vector de parámetros
57     a=a+delta[0] # actualizo a para proximo paso
58     b=b+delta[1] # actualiza b...
59     c=c+delta[2] # actualiza c...
60     d=d+delta[3] # actualiza d...
61     m=m+delta[4] # actualiza m...
62     n=n+delta[5] # actualiza n...
63
64     print('\u03B1\u2081:',a, '\u03B3\u2081:',b, 'Uc:',c, 'Cb:',d, 'm:',m, 'n:',n)
65
66     # suma de cuadrados
67     error=sum((Y-y_e)**2)
68     print('Error: ',error)
69     r2=str(round(error,2))
70
71     # figura
72     plt.style.use('ggplot') # estilo
73     plt.figure(figsize=(20,8)) # tamaño del grafico ancho x alto
74     plt.plot(t, Y, 'o', label='Observado') # grafico para Y observado puntos
75     plt.plot(t,y_e, '-', label='Modelo') # grafico para y_estimado linea
76     plt.xlabel('Tiempo [Hora]', fontsize=40) # eje x
77     plt.xticks(fontsize=30)
78     plt.ylabel('Turbidez [NTU]', fontsize=40) # eje y
79     plt.yticks(fontsize=30)

```

```

80 plt.legend(fontsize=30) # mostrar referencias
81 plt.text(5, 17, '\u03C72 = '+r2, fontsize=30)
82 plt.savefig("Modelo1.png") # guardar el grafico en una imagen .png

```

Código C.3: Modelo 2, caso base

```

1
2 # -*- coding: utf-8 -*-
3 """
4 Created on Mon Dec 21 12:48:05 2020
5
6 @author: sebar
7 """
8
9 from numpy import * # libreria para arrays y matrices
10 import matplotlib.pyplot as plt # libreria para graficar
11 from LecturaVar import lecturaT # funcion para obtener valores de turbidez
12 from LecturaVar import lecturaV # funcion para obtener valores de velocidad
13
14 # input
15 Y=lecturaT() # datos observados de posicion en funcion del tiempo
16 t=linspace(0.5,24,48) # tiempo correspondiente a cada Y
17 U10=lecturaV() # velocidad del viento observada
18 U=U10*3600 # transformacion m/s a m/hr
19 C_0=0.0185 # valor inicial de C
20 S=10000 # numero de iteraciones
21 N=len(t) # elementos de la muestra
22 J=zeros([len(t),4]) # matriz Jacobiana vacia
23 W=eye(len(t)) # matriz de pesos, en este caso es una matriz identidad
24 lamb=1000 # factor de amortiguacion
25
26 # estimacion inicial
27 a,b,c,d= 0.01, 0.1, 1, 0.01
28
29 # componentes del Jacobiano
30 for s in range(0,S):
31     J[:,0]= 0.631*1000*(U**c)*(1-e**(-b*t))/b # dy/da
32     J[:,1]= 0.631*1000*(e**(-b*t)/(b**2))*(a*(U**c)*(e**(b)*(b*(t-1)+1)-e**(b*t))+(b
33     ↪ **2)*e**(b)*(t-1)*(d-C_0)) # dy/db
34     J[:,2]= 0.631*1000*(a*(U**c)/b)*(e**(-b*t))*(e**(b*t)-e**(b))*log(U) # dy/dc
35     J[:,3]= 0.631*1000*(1-e**(b-b*t)) # dy/dc
36
37 # y estimado
38 y_e=0.631*1000*(e**(-b*t)/b)*((e**(b*t)-e**(b))*(a*(U**c)+d*b)+C_0*b*e**(b))
39 ↪ -1.330
40
41 # residuo
42 ri=Y-y_e # residual Y_observado - Y_estimado
43
44 Q=dot(dot(J.T,W),J) # Q=diag(J'*W*J)
45 Q[0,0]=Q[0,0]*(1+lamb) # [Q]= J'WJ+lamb*diag(Q)
46 Q[1,1]=Q[1,1]*(1+lamb)

```

```

45     Q[2,2]=Q[2,2]*(1+lamb)
46     Q[3,3]=Q[3,3]*(1+lamb)
47
48     # paso delta
49     delta=dot(dot(dot(linalg.inv(Q), J.T),W),ri.T)    # 1/[Q] *J'*W*ri'
50
51     # actualización vector de parámetros
52     a=a+delta[0]    # actualizo a para proximo paso
53     b=b+delta[1]    # actualiza b...
54     c=c+delta[2]    # actualiza c...
55     d=d+delta[3]    # actualiza d...
56
57     print('\u03B1\u2082:',a, ' \u03B3\u2082:',b, ' \u03B7:',c, ' Cb:',d)
58
59     # suma de cuadrados
60     error=sum((Y-y_e)**2)
61     print(error)
62     r2=str(round(error,2))
63
64     # figura
65     plt.style.use('ggplot')    # estilo
66     plt.figure(figsize=(20,8))    # tamaño del grafico ancho x alto
67     plt.plot(t, Y, 'o', label='Observado')    # grafico para Y observado puntos
68     plt.plot(t,y_e, '-', label='Modelo')    # grafico para y_estimado linea
69     plt.xlabel('Tiempo [Hora]', fontsize=40)    # eje x
70     plt.xticks(fontsize=30)
71     plt.ylabel('Turbidez [NTU]', fontsize=40)    # eje y
72     plt.yticks(fontsize=30)
73     plt.legend(fontsize=30)    # mostrar referencias
74     plt.text(5, 17, '\u03C7\u00b2 = '+r2, fontsize=30)
75     plt.savefig("Modelo2.png")    # guardar el grafico en una imagen .png

```

Código C.4: Modelo 3,  $\tau_{cr} \neq 0$ , caso base

```

1
2     # -*- coding: utf-8 -*-
3     """
4     Created on Mon Dec 21 13:07:50 2020
5
6     @author: sebar
7     """
8
9     from numpy import *    # libreria para arrays y matrices
10    import matplotlib.pyplot as plt    # libreria para graficar
11    from LecturaVar import lecturaT    # funcion para obtener valores desde excel
12    from LecturaVar import lecturaTau    # funcion para obtener valores desde excel
13    from LecturaVar import lecturaWCorte    # funcion para obtener valores desde excel
14
15    # input
16    Y=lecturaT(1)    # datos observados de posicion en funcion del tiempo
17    t=linspace(0.5,24,48)    # tiempo correspondiente a cada Y
18    U=lecturaWCorte(1)    # w* calculado

```



```

19  tauc=lecturaTau(2)    # tau_c calculado
20  C_0=0.0185    # valor inicial de C
21  r=1    # valor tau de referencia
22  rho=1000    # densidad del agua
23  nu=0.000001    # viscosidad cinemática del agua
24  S=10000    # numero de iteraciones
25  N=len(t)    # elementos de la muestra
26  J=zeros([len(t),9])    # matriz Jabobiana vacia
27  W=eye(len(t))    # matriz de pesos, en este caso es una matiz identidad
28  lamb=10000    # factor de amortiguacion
29
30  # estimacion inicial
31  a,b,c,d,f= 0.01, 0.1, 0.001, 1, 0.01
32  m,n,p,q= 0.1464, 0.0268, -1.4710, 2.6382
33
34  # componentes del Jacobiano
35  for s in range(0,S):
36      tauw=rho*(m*U+n)*(nu*(p*U+q))**(1/2)
37      J[:,0]= 0.631*1000*(1-e**(-b*(t-1)))*(((tauc+tauw-c)/r)**d)    # dy/da
38      J[:,1]= 0.631*1000*(t-1)*e**(-b*(t-1))*(a*(((tauc+tauw-c)/r)**d)+f-C_0)    # dy/db
39      J[:,2]=-0.631*1000*((d*a)/r)*(1-e**(-b*(t-1)))*(((tauc+tauw-c)/r)**(d-1))    # dy/dc
40      J[:,3]= 0.631*1000*a*(1-e**(-b*(t-1)))*(((tauc+tauw-c)/r)**d)*log((tauc+tauw-c)/r)
41      ↪ # dy/dd
42      J[:,4]= 0.631*1000*(1-e**(-b*(t-1)))    # dy/df
43      J[:,5]= 0.631*1000*(a*d*rho*U/r)*(1-e**(-b*(t-1)))*((nu*(p*U+q))**(1/2))*(((tauc+
44      ↪ tauw-c)/r)**(d-1))    # dy/dm
45      J[:,6]= 0.631*1000*(a*d*rho/r)*(1-e**(-b*(t-1)))*((nu*(p*U+q))**(1/2))*(((tauc+
46      ↪ tauw-c)/r)**(d-1))    # dy/dn
47      J[:,7]= 0.631*1000*(a*d*nu*rho*U)/(2*r*(nu*(p*U+q))**(1/2))*(1-e**(-b*(t-1)))*(m*
48      ↪ U+n)*(((tauc+tauw-c)/r)**(d-1))    # dy/dp
49      J[:,8]= 0.631*1000*(a*d*nu*rho)/(2*r*(nu*(p*U+q))**(1/2))*(1-e**(-b*(t-1)))*(m*U
50      ↪ +n)*(((tauc+tauw-c)/r)**(d-1))    # dy/dq
51
52  # y estimado
53  y_e=0.631*1000*(C_0*e**(-b*(t-1))+(1-e**(-b*(t-1)))*(f+a*(((tauc+tauw-c)/r)**d)))
54  ↪ -1.330
55
56  # residuo
57  ri=Y-y_e
58
59  Q=dot(dot(J.T,W),J)    # Q=diag(J'*W*J)
60  Q[0,0]=Q[0,0]*(1+lamb)    # [Q]= J'WJ+lambda diag(Q)
61  Q[1,1]=Q[1,1]*(1+lamb)
62  Q[2,2]=Q[2,2]*(1+lamb)
63  Q[3,3]=Q[3,3]*(1+lamb)
64  Q[4,4]=Q[4,4]*(1+lamb)
65  Q[5,5]=Q[5,5]*(1+lamb)
66  Q[6,6]=Q[6,6]*(1+lamb)
67  Q[7,7]=Q[7,7]*(1+lamb)
68  Q[8,8]=Q[8,8]*(1+lamb)
69
70  # paso delta

```

```

65     delta=dot(dot(dot(linalg.inv(Q), J.T),W),ri.T) # 1/[Q] *J*W*ri'
66
67     # actualización vector de parámetros
68     a=a+delta[0] # actualizo a para proximo paso
69     b=b+delta[1] # actualiza b...
70     c=c+delta[2] # actualiza c...
71     d=d+delta[3] # actualiza d...
72     f=f+delta[4] # actualiza f...
73     m=m+delta[5] # actualiza m...
74     n=n+delta[6] # actualiza n...
75     p=p+delta[7] # actualiza p...
76     q=q+delta[8] # actualiza q...
77
78     print('k\u2083:',a, '\u03B3\u2083:',b, '\u03C4cr:',c, '\u03BE:',d, 'Cb:',f, 'm:',m,
79           '\u2192 n:',n, 'p:',p, 'q:',q)
80
81     # suma de cuadrados
82     error=sum((Y-y_e)**2)
83     print(error)
84     r2=str(round(error,2))
85
86     # figura
87     plt.style.use('ggplot') # estilo
88     plt.figure(figsize=(20,8)) # tamaño del grafico ancho x alto
89     plt.plot(t, Y, 'o', label='Observado') # grafico para Y observado puntos
90     plt.plot(t,y_e, '-', label='Modelo') # grafico para y_estimado linea
91     plt.xlabel('Tiempo [Hora]', fontsize=40) # eje x
92     plt.xticks(fontsize=30)
93     plt.ylabel('Turbidez [NTU]', fontsize=40) # eje y
94     plt.yticks(fontsize=30)
95     plt.legend(fontsize=30) # mostrar referencias
96     plt.text(5, 17, '\u03C7\u00b2 = '+r2, fontsize=30)
97     plt.savefig("Modelo3.png") # guardar el grafico en una imagen .png

```

Código C.5: Modelo 3,  $\tau_{cr} = 0$ , caso base

```

1
2     # -*- coding: utf-8 -*-
3     """
4     Created on Mon Dec 21 13:12:23 2020
5
6     @author: sebar
7     """
8
9     from numpy import * # libreria para arrays y matrices
10    import matplotlib.pyplot as plt # libreria para graficar
11    from LecturaVar import lecturaT # funcion para obtener valores desde excel
12    from LecturaVar import lecturaTau # funcion para obtener valores desde excel
13    from LecturaVar import lecturaWCorte # funcion para obtener valores desde excel
14
15    # input
16    Y=lecturaT() # datos observados de posicion en funcion del tiempo

```

```

17 t=linspace(0.5,24,48) # tiempo correspondiente a cada Y
18 U=lecturaWCorte() # w* calculado
19 tauc=lecturaTau() # tau_c calculado
20 C_0=0.0185 # valor inicial de C
21 r=1 # valor tau de referencia
22 rho=1000 # densidad del agua
23 nu=0.000001 # viscosidad cinemática del agua
24 S=10000 # numero de iteraciones
25 N=len(t) # elementos de la muestra
26 J=zeros([len(t),8]) # matriz Jacobiana vacia
27 W=eye(len(t)) # matriz de pesos, en este caso es una matriz identidad
28 lamb=10000
29
30 # estimacion inicial
31 a,b,d,f= 0.01, 0.1, 1, 0.01
32 m,n,p,q= 0.1464, 0.0268, -1.4710, 2.6382
33 print('Inicial: ',a,b,d,f,m,n,p,q)
34 print('lambda:',lamb)
35
36 # componentes del Jacobiano
37 for s in range(0,S):
38     tauw=rho*(m*U+n)*(nu*(p*U+q))**(1/2)
39     J[:,0]= 0.631*1000*(1-e**(-b*(t-1)))*((tauc+tauw/r)**d) # dy/da
40     J[:,1]= 0.631*1000*(t-1)*(e**(-b*(t-1)))*(a*((tauc+tauw/r)**d)+f-C_0) # dy/db
41     J[:,2]= 0.631*1000*a*(1-e**(-b*(t-1)))*((tauc+tauw/r)**d)*log(tauc+tauw/r) # dy
    ↪ /dc
42     J[:,3]= 0.631*1000*(1-e**(-b*(t-1))) # dy/df
43     J[:,4]= 0.631*1000*(a*d*rho*U/r)*(1-e**(-b*(t-1)))*((nu*(p*U+q))**(1/2))*(((tauc+
    ↪ tauw)/r)**(d-1)) # dy/dm
44     J[:,5]= 0.631*1000*(a*d*rho/r)*(1-e**(-b*(t-1)))*((nu*(p*U+q))**(1/2))*(((tauc+
    ↪ tauw)/r)**(d-1)) # dy/dn
45     J[:,6]= 0.631*1000*(a*d*nu*rho*U)/(2*r*(nu*(p*U+q))**(1/2))*(1-e**(-b*(t-1)))*(m*
    ↪ U+n)*(((tauc+tauw)/r)**(d-1)) # dy/dp
46     J[:,7]= 0.631*1000*(a*d*nu*rho)/(2*r*(nu*(p*U+q))**(1/2))*(1-e**(-b*(t-1)))*(m*U
    ↪ +n)*(((tauc+tauw)/r)**(d-1)) # dy/dq
47
48 # y estimado
49 y_e=0.631*1000*(C_0*e**(-b*(t-1))+(1-e**(-b*(t-1)))*(f+a*((tauc+tauw/r)**d)))
    ↪ -1.330
50
51 # residuo
52 ri=Y-y_e
53
54 Q=dot(dot(J.T,W),J) # Q=diag(J'*W*J)
55 Q[0,0]=Q[0,0]*(1+lamb) # [Q]= J'WJ+lamb*diag(Q)
56 Q[1,1]=Q[1,1]*(1+lamb)
57 Q[2,2]=Q[2,2]*(1+lamb)
58 Q[3,3]=Q[3,3]*(1+lamb)
59 Q[4,4]=Q[4,4]*(1+lamb)
60 Q[5,5]=Q[5,5]*(1+lamb)
61 Q[6,6]=Q[6,6]*(1+lamb)
62 Q[7,7]=Q[7,7]*(1+lamb)

```

```

63     # paso delta
64     delta=dot(dot(dot(linalg.inv(Q), J.T),W),ri.T)    # 1/[Q] *J'*W*ri'
65
66
67     # actualización vector de parámetros
68     a=a+delta[0]    # actualizo a para proximo paso
69     b=b+delta[1]    # actualiza b...
70     d=d+delta[2]    # actualiza d...
71     f=f+delta[3]    # actualiza f...
72     m=m+delta[4]    # actualiza m...
73     n=n+delta[5]    # actualiza n...
74     p=p+delta[6]    # actualiza p...
75     q=q+delta[7]    # actualiza q...
76
77     print('k\u2083:',a, ' \u03B3\u2083:',b, ' \u03BE:',d, ' Cb:',f, ' m:',m, ' n:',n, ' p:',p, '
    ↪ q:',q)
78
79     # suma de cuadrados
80     error=sum((Y-y_e)**2)
81     print(error)
82     r2=str(round(error,2))
83
84     # figura
85     plt.style.use('ggplot')    # estilo
86     plt.figure(figsize=(20,8))    # tamaño del grafico ancho x alto
87     plt.plot(t, Y, 'o', label='Observado')    # grafico para Y observado puntos
88     plt.plot(t,y_e, '-', label='Modelo')    # grafico para y_estimado linea
89     plt.xlabel('Tiempo [Hora]', fontsize=40)    # eje x
90     plt.xticks(fontsize=30)
91     plt.ylabel('Turbidez [NTU]', fontsize=40)    # eje y
92     plt.yticks(fontsize=30)
93     plt.legend(fontsize=30)    # mostrar referencias
94     plt.text(5, 17, '\u03C72 = '+r2, fontsize=30)
95     plt.savefig("Modelo4.png")    # guardar el grafico en una imagen .png

```

# Anexo D

## Resultados

### D.1. Modelo 1

Tabla D.1: Error cuadrático  $\chi^2$ , modelo 1

Casos	$\lambda = 1 \times 10^{-2}$	$\lambda = 1 \times 10^{-1}$	$\lambda = 1 \times 10^0$	$\lambda = 1 \times 10^1$	$\lambda = 1 \times 10^2$	$\lambda = 1 \times 10^3$
Base	-	193,5	203,4	206,5	209,0	211,0
a=1 $\times 10^1$	202,8	213,5	211,1	210,3	210,4	19629,2
a=1 $\times 10^{-3}$	201,6	189,2	187,7	187,2	187,5	189,2
a=1 $\times 10^{-5}$	-	192,3	377,4	187,3	192,5	194,8
b=1 $\times 10^0$	-	-	-	218,5	219,1	338,0
b=1 $\times 10^{-2}$	197,2	192,5	184,2	200,0	198,6	217,2
b=1 $\times 10^{-3}$	199,0	192,5	184,5	199,0	197,2	218,3
c=1 $\times 10^1$	210,4	214,6	203,7	206,0	207,8	209,7
c=1 $\times 10^0$	220,1	192,4	203,0	206,0	207,8	209,8
c=1 $\times 10^{-2}$	214,2	202,7	202,6	206,3	213,4	253,6
c=1 $\times 10^{-3}$	206,0	-	218,3	209,7	209,6	8430,1
d=0	-	192,5	203,5	206,7	209,4	211,1
d=3 $\times 10^{-3}$	-	192,8	203,4	206,6	209,3	211,1
d=3 $\times 10^{-2}$	-	196,1	203,3	206,2	208,3	210,9
d=3 $\times 10^{-1}$	215,7	192,8	202,7	203,1	203,1	220,7

Tabla D.2:  $\alpha_1$  [ $\text{kg m}^{-3} \text{hr}^{-1}$ ], modelo 1

Casos	$\lambda = 1 \times 10^{-2}$	$\lambda = 1 \times 10^{-1}$	$\lambda = 1 \times 10^0$	$\lambda = 1 \times 10^1$	$\lambda = 1 \times 10^2$	$\lambda = 1 \times 10^3$
Base	-	$4,6 \times 10^{-2}$	$7,7 \times 10^{-2}$	$6,6 \times 10^{-2}$	$5,6 \times 10^{-2}$	$5,5 \times 10^{-2}$
$a=1 \times 10^1$	$2,0 \times 10^{-1}$	$3,1 \times 10^0$	$4,5 \times 10^0$	$5,0 \times 10^0$	$5,1 \times 10^0$	$5,1 \times 10^0$
$a=1 \times 10^{-3}$	$2,8 \times 10^{-3}$	$4,5 \times 10^{-33}$	$4,6 \times 10^{-4}$	$2,2 \times 10^{-4}$	$4,9 \times 10^{-4}$	$6,0 \times 10^{-4}$
$a=1 \times 10^{-5}$	-	$1,3 \times 10^{-3}$	$-2,9 \times 10^{-5}$	$-1,7 \times 10^{-5}$	$1,6 \times 10^{-5}$	$5,0 \times 10^{-5}$
$b=1 \times 10^0$	-	-	-	$1,3 \times 10^{-1}$	$1,2 \times 10^{-1}$	$1,2 \times 10^{-1}$
$b=1 \times 10^{-2}$	$4,6 \times 10^{-4}$	$6,1 \times 10^{-2}$	$2,7 \times 10^{-2}$	$3,0 \times 10^{-2}$	$3,5 \times 10^{-2}$	$3,6 \times 10^{-2}$
$b=1 \times 10^{-3}$	$5,8 \times 10^{-3}$	$6,2 \times 10^{-2}$	$3,1 \times 10^{-2}$	$2,6 \times 10^{-2}$	$3,2 \times 10^{-2}$	$3,3 \times 10^{-2}$
$c=1 \times 10^1$	$-8,1 \times 10^{-3}$	$5,9 \times 10^{-3}$	$8,1 \times 10^{-2}$	$7,0 \times 10^{-2}$	$6,2 \times 10^{-2}$	$6,1 \times 10^{-2}$
$c=1 \times 10^0$	$1,2 \times 10^{-4}$	$1,3 \times 10^{-1}$	$7,8 \times 10^{-2}$	$7,0 \times 10^{-2}$	$6,2 \times 10^{-2}$	$6,1 \times 10^{-2}$
$c=1 \times 10^{-2}$	$5,0 \times 10^{-4}$	$7,2 \times 10^{-2}$	$5,9 \times 10^{-2}$	$4,9 \times 10^{-2}$	$3,6 \times 10^{-2}$	$4,0 \times 10^{-2}$
$c=1 \times 10^{-3}$	$2,4 \times 10^{-2}$	-	$1,3 \times 10^{-2}$	$5,2 \times 10^{-2}$	$5,2 \times 10^{-2}$	$5,2 \times 10^{-2}$
$d=0$	-	$5,1 \times 10^{-2}$	$7,7 \times 10^{-2}$	$6,6 \times 10^{-2}$	$5,6 \times 10^{-2}$	$5,3 \times 10^{-2}$
$d=3 \times 10^{-3}$	-	$5,0 \times 10^{-2}$	$7,7 \times 10^{-2}$	$6,6 \times 10^{-2}$	$5,6 \times 10^{-2}$	$5,4 \times 10^{-2}$
$d=3 \times 10^{-2}$	-	$3,7 \times 10^{-2}$	$7,7 \times 10^{-2}$	$6,7 \times 10^{-2}$	$5,8 \times 10^{-2}$	$5,7 \times 10^{-2}$
$d=3 \times 10^{-1}$	$6,0 \times 10^{-4}$	$5,0 \times 10^{-2}$	$7,6 \times 10^{-2}$	$7,7 \times 10^{-2}$	$7,7 \times 10^{-2}$	$7,7 \times 10^{-2}$

Tabla D.3:  $\gamma_1$  [ $\text{hr}^{-1}$ ], modelo 1

Casos	$\lambda = 1 \times 10^{-2}$	$\lambda = 1 \times 10^{-1}$	$\lambda = 1 \times 10^0$	$\lambda = 1 \times 10^1$	$\lambda = 1 \times 10^2$	$\lambda = 1 \times 10^3$
Base	-	$-2,1 \times 10^{-2}$	$1,3 \times 10^{-1}$	$1,6 \times 10^{-1}$	$2,0 \times 10^{-1}$	$2,0 \times 10^{-1}$
$a=1 \times 10^1$	$1,2 \times 10^{-1}$	$2,5 \times 10^{-1}$	$2,3 \times 10^{-1}$	$2,2 \times 10^{-1}$	$2,2 \times 10^{-1}$	$2,2 \times 10^{-1}$
$a=1 \times 10^{-3}$	$-1,8 \times 10^{-2}$	$1,6 \times 10^{-4}$	$6,8 \times 10^{-3}$	$4,3 \times 10^{-3}$	$5,9 \times 10^{-3}$	$1,7 \times 10^{-2}$
$a=1 \times 10^{-5}$	-	$-1,7 \times 10^{-2}$	$-9,2 \times 10^{-1}$	$4,6 \times 10^{-3}$	$4,0 \times 10^{-2}$	$5,6 \times 10^{-2}$
$b=1 \times 10^0$	-	-	-	$8,5 \times 10^{-1}$	$9,4 \times 10^{-1}$	$9,9 \times 10^{-1}$
$b=1 \times 10^{-2}$	$-1,2 \times 10^{-2}$	$-1,8 \times 10^{-2}$	$-1,9 \times 10^{-2}$	$9,7 \times 10^{-2}$	$8,5 \times 10^{-2}$	$8,4 \times 10^{-2}$
$b=1 \times 10^{-3}$	$-1,5 \times 10^{-2}$	$-1,8 \times 10^{-2}$	$-1,7 \times 10^{-2}$	$8,9 \times 10^{-2}$	$7,4 \times 10^{-2}$	$7,3 \times 10^{-2}$
$c=1 \times 10^1$	$1,8 \times 10^{-1}$	$-1,2 \times 10^{-1}$	$1,3 \times 10^{-1}$	$1,6 \times 10^{-1}$	$1,8 \times 10^{-1}$	$1,8 \times 10^{-1}$
$c=1 \times 10^0$	$-3,1 \times 10^{-2}$	$-1,8 \times 10^{-2}$	$1,3 \times 10^{-1}$	$1,6 \times 10^{-1}$	$1,8 \times 10^{-1}$	$1,8 \times 10^{-1}$
$c=1 \times 10^{-2}$	$-2,8 \times 10^{-2}$	$1,2 \times 10^{-1}$	$1,2 \times 10^{-1}$	$1,6 \times 10^{-1}$	$2,8 \times 10^{-1}$	$2,5 \times 10^{-1}$
$c=1 \times 10^{-3}$	$1,5 \times 10^{-1}$	-	$8,0 \times 10^{-1}$	$2,1 \times 10^{-1}$	$2,1 \times 10^{-1}$	$2,1 \times 10^{-1}$
$d=0$	-	$-1,8 \times 10^{-2}$	$1,3 \times 10^{-1}$	$1,7 \times 10^{-1}$	$2,0 \times 10^{-1}$	$2,1 \times 10^{-1}$
$d=3 \times 10^{-3}$	-	$-1,9 \times 10^{-2}$	$1,3 \times 10^{-1}$	$1,6 \times 10^{-1}$	$2,0 \times 10^{-1}$	$2,1 \times 10^{-1}$
$d=3 \times 10^{-2}$	-	$-2,7 \times 10^{-2}$	$1,3 \times 10^{-1}$	$1,6 \times 10^{-1}$	$1,9 \times 10^{-1}$	$1,9 \times 10^{-1}$
$d=3 \times 10^{-1}$	$-2,9 \times 10^{-2}$	$-1,9 \times 10^{-2}$	$1,2 \times 10^{-1}$	$1,3 \times 10^{-1}$	$1,3 \times 10^{-1}$	$1,3 \times 10^{-1}$

Tabla D.4:  $U_{cr}$  [m s<sup>-1</sup>], modelo 1

Casos	$\lambda = 1 \times 10^{-2}$	$\lambda = 1 \times 10^{-1}$	$\lambda = 1 \times 10^0$	$\lambda = 1 \times 10^1$	$\lambda = 1 \times 10^2$	$\lambda = 1 \times 10^3$
Base	-	$1,1 \times 10^{-1}$	$1,6 \times 10^{-1}$	$1,0 \times 10^{-1}$	$9,7 \times 10^{-2}$	$9,7 \times 10^{-2}$
a=1 $\times 10^1$	$6,6 \times 10^{-2}$	$2,7 \times 10^{-1}$	$2,0 \times 10^{-1}$	$1,8 \times 10^{-1}$	$1,8 \times 10^{-1}$	$1,8 \times 10^{-1}$
a=1 $\times 10^{-3}$	$1,0 \times 10^{-1}$	$1,0 \times 10^{-1}$	$1,0 \times 10^{-1}$	$1,0 \times 10^{-1}$	$1,0 \times 10^{-1}$	$1,0 \times 10^{-1}$
a=1 $\times 10^{-5}$	-	$1,0 \times 10^{-1}$	$1,0 \times 10^{-1}$	$1,0 \times 10^{-1}$	$1,0 \times 10^{-1}$	$1,0 \times 10^{-1}$
b=1 $\times 10^0$	-	-	-	$8,3 \times 10^{-2}$	$8,5 \times 10^{-2}$	$8,6 \times 10^{-2}$
b=1 $\times 10^{-2}$	$9,3 \times 10^{-2}$	$1,9 \times 10^{-1}$	$9,5 \times 10^{-2}$	$9,5 \times 10^{-2}$	$9,6 \times 10^{-2}$	$9,6 \times 10^{-2}$
b=1 $\times 10^{-3}$	$9,3 \times 10^{-2}$	$2,3 \times 10^{-1}$	$9,5 \times 10^{-2}$	$9,5 \times 10^{-2}$	$9,6 \times 10^{-2}$	$9,6 \times 10^{-2}$
c=1 $\times 10^1$	$-1,2 \times 10^2$	$-8,9 \times 10^1$	$-6,2 \times 10^1$	$-8,2 \times 10^0$	$5,4 \times 10^0$	$6,7 \times 10^0$
c=1 $\times 10^0$	$1,1 \times 10^{-1}$	$2,8 \times 10^{-1}$	$4,6 \times 10^{-1}$	$7,3 \times 10^{-1}$	$8,2 \times 10^{-1}$	$8,2 \times 10^{-1}$
c=1 $\times 10^{-2}$	$2,2 \times 10^{-2}$	$1,1 \times 10^{-2}$	$1,1 \times 10^{-2}$	$1,1 \times 10^{-2}$	$1,0 \times 10^{-2}$	$1,0 \times 10^{-2}$
c=1 $\times 10^{-3}$	$1,1 \times 10^{-3}$	-	$1,1 \times 10^{-3}$	$1,1 \times 10^{-3}$	$1,1 \times 10^{-3}$	$1,1 \times 10^{-3}$
d=0	-	$9,7 \times 10^{-2}$	$1,3 \times 10^{-1}$	$1,0 \times 10^{-1}$	$9,7 \times 10^{-2}$	$9,7 \times 10^{-2}$
d=3 $\times 10^{-3}$	-	$1,0 \times 10^{-1}$	$1,4 \times 10^{-1}$	$1,0 \times 10^{-1}$	$9,7 \times 10^{-2}$	$9,7 \times 10^{-2}$
d=3 $\times 10^{-2}$	-	$1,0 \times 10^{-1}$	$1,1 \times 10^{-1}$	$9,9 \times 10^{-2}$	$9,7 \times 10^{-2}$	$9,7 \times 10^{-2}$
d=3 $\times 10^{-1}$	$9,6 \times 10^{-2}$	$1,0 \times 10^{-1}$	$9,9 \times 10^{-2}$	$9,9 \times 10^{-2}$	$9,9 \times 10^{-2}$	$9,9 \times 10^{-2}$

Tabla D.5:  $C_b$  [kg m<sup>-3</sup>], modelo 1

Casos	$\lambda = 1 \times 10^{-2}$	$\lambda = 1 \times 10^{-1}$	$\lambda = 1 \times 10^0$	$\lambda = 1 \times 10^1$	$\lambda = 1 \times 10^2$	$\lambda = 1 \times 10^3$
Base	-	$-2,4 \times 10^0$	$6,3 \times 10^{-1}$	$3,3 \times 10^{-1}$	$2,0 \times 10^{-1}$	$1,8 \times 10^{-1}$
a=1 $\times 10^1$	$-3,5 \times 10^0$	$1,0 \times 10^1$	$1,5 \times 10^1$	$1,7 \times 10^1$	$1,7 \times 10^1$	$1,7 \times 10^1$
a=1 $\times 10^{-3}$	$-6,3 \times 10^0$	$-4,4 \times 10^0$	$-1,3 \times 10^0$	$-1,5 \times 10^{-1}$	$-3,0 \times 10^{-3}$	$1,3 \times 10^{-2}$
a=1 $\times 10^{-5}$	-	$-3,9 \times 10^0$	$1,8 \times 10^{-2}$	$-1,4 \times 10^{-1}$	$-5,1 \times 10^{-3}$	$9,6 \times 10^{-3}$
b=1 $\times 10^0$	-	-	-	$-5,5 \times 10^{-1}$	$-2,7 \times 10^{-1}$	$-2,2 \times 10^{-1}$
b=1 $\times 10^{-2}$	$-6,2 \times 10^0$	$-3,6 \times 10^0$	$-4,7 \times 10^{-1}$	$1,4 \times 10^{-1}$	$2,2 \times 10^{-1}$	$2,3 \times 10^{-1}$
b=1 $\times 10^{-3}$	$-6,2 \times 10^0$	$-3,6 \times 10^0$	$-6,2 \times 10^{-1}$	$1,2 \times 10^{-1}$	$2,2 \times 10^{-1}$	$2,3 \times 10^{-1}$
c=1 $\times 10^1$	$6,6 \times 10^0$	$5,2 \times 10^{-3}$	$7,4 \times 10^{-1}$	$3,8 \times 10^{-1}$	$2,5 \times 10^{-1}$	$2,4 \times 10^{-1}$
c=1 $\times 10^0$	$-3,9 \times 10^0$	$-3,7 \times 10^0$	$5,0 \times 10^{-1}$	$3,6 \times 10^{-1}$	$2,5 \times 10^{-1}$	$2,3 \times 10^{-1}$
c=1 $\times 10^{-2}$	$-5,3 \times 10^0$	$9,6 \times 10^{-1}$	$2,9 \times 10^{-1}$	$1,6 \times 10^{-1}$	$-6,9 \times 10^{-2}$	$-1,0 \times 10^{-1}$
c=1 $\times 10^{-3}$	$5,1 \times 10^0$	-	$-1,6 \times 10^{-2}$	$-2,9 \times 10^0$	$-3,0 \times 10^0$	$-3,0 \times 10^0$
d=0	-	$-3,5 \times 10^0$	$6,4 \times 10^{-1}$	$3,3 \times 10^{-1}$	$1,9 \times 10^{-1}$	$1,7 \times 10^{-1}$
d=3 $\times 10^{-3}$	-	$-3,2 \times 10^0$	$6,4 \times 10^{-1}$	$3,3 \times 10^{-1}$	$1,9 \times 10^{-1}$	$1,7 \times 10^{-1}$
d=3 $\times 10^{-2}$	-	$-1,3 \times 10^0$	$6,0 \times 10^{-1}$	$3,3 \times 10^{-1}$	$2,1 \times 10^{-1}$	$2,0 \times 10^{-1}$
d=3 $\times 10^{-1}$	$-4,8 \times 10^0$	$-3,2 \times 10^0$	$4,5 \times 10^{-1}$	$4,3 \times 10^{-1}$	$4,3 \times 10^{-1}$	$4,3 \times 10^{-1}$

Tabla D.6: m, modelo 1

Casos	$\lambda = 1 \times 10^{-2}$	$\lambda = 1 \times 10^{-1}$	$\lambda = 1 \times 10^0$	$\lambda = 1 \times 10^1$	$\lambda = 1 \times 10^2$	$\lambda = 1 \times 10^3$
Base	-	0,0034	0,0072	0,0060	0,0078	0,0094
$a=1 \times 10^1$	0,0011	0,0005	0,0002	0,0002	0,0002	0,0023
$a=1 \times 10^{-3}$	0,0514	$3,66 \times 10^{28}$	0,3756	0,7505	0,3477	0,3076
$a=1 \times 10^{-5}$	-	0,1138	0,0000	-9,6581	13,1580	4,7917
$b=1 \times 10^0$	-	-	-	0,0109	0,0138	0,0278
$b=1 \times 10^{-2}$	0,3045	0,0045	0,0049	0,0095	0,0077	0,0101
$b=1 \times 10^{-3}$	0,0235	0,0054	0,0044	0,0106	0,0079	0,0105
$c=1 \times 10^1$	65,6356	-8,7141	-2,6951	-0,4579	0,3650	0,5377
$c=1 \times 10^0$	1,1661	0,0031	0,0201	0,0410	0,0560	0,0666
$c=1 \times 10^{-2}$	0,0593	0,0005	0,0006	0,0009	0,0016	0,0023
$c=1 \times 10^{-3}$	0,0002	-	0,0014	0,0001	0,0001	0,0008
$d=0$	-	0,0027	0,0060	0,0061	0,0081	0,0098
$d=3 \times 10^{-3}$	-	0,0029	0,0063	0,0061	0,0080	0,0096
$d=3 \times 10^{-2}$	-	0,0037	0,0051	0,0059	0,0073	0,0089
$d=3 \times 10^{-1}$	0,2114	0,0029	0,0044	0,0044	0,0044	0,0060

Tabla D.7: n, modelo 1

Casos	$\lambda = 1 \times 10^{-2}$	$\lambda = 1 \times 10^{-1}$	$\lambda = 1 \times 10^0$	$\lambda = 1 \times 10^1$	$\lambda = 1 \times 10^2$	$\lambda = 1 \times 10^3$
Base	-	-0,0121	-0,0039	0,0223	0,0361	0,0386
$a=1 \times 10^1$	0,2084	0,0472	0,0479	0,0466	0,0465	0,0465
$a=1 \times 10^{-3}$	-3,9054	$1,4 \times 10^{28}$	2,0459	0,3713	0,1028	0,0944
$a=1 \times 10^{-5}$	-	$-5,1 \times 10^4$	2,3733	-3,4476	4,8455	0,7572
$b=1 \times 10^0$	-	-	-	0,3820	0,2722	0,2567
$b=1 \times 10^{-2}$	-15,5595	-0,0069	0,0629	0,0563	0,0483	0,0474
$b=1 \times 10^{-3}$	-1,3926	-0,0050	0,0619	0,0603	0,0501	0,0490
$c=1 \times 10^1$	$-1,8 \times 10^4$	-65,3544	10,3514	-1,4743	1,7253	2,2645
$c=1 \times 10^0$	$-1,1 \times 10^2$	0,1394	0,0994	0,1717	0,2661	0,2821
$c=1 \times 10^{-2}$	-6,4678	-0,0064	0,0048	0,0057	0,0172	0,0180
$c=1 \times 10^{-3}$	-0,0347	-	0,0033	0,0132	0,0135	0,0135
$d=0$	-	-0,0235	-0,0068	0,0212	0,0362	0,0390
$d=3 \times 10^{-3}$	-	0,0198	-0,0060	0,0216	0,0362	0,0389
$d=3 \times 10^{-2}$	-	0,0080	0,0025	0,0242	0,0360	0,0380
$d=3 \times 10^{-1}$	-22,0853	-0,0198	0,0292	0,0311	0,0315	0,0316



## D.2. Modelo 2

Tabla D.8: Error cuadrático  $\chi^2$ , modelo 2

Casos	$\lambda = 1 \times 10^{-2}$	$\lambda = 1 \times 10^{-1}$	$\lambda = 1 \times 10^0$	$\lambda = 1 \times 10^1$	$\lambda = 1 \times 10^2$	$\lambda = 1 \times 10^3$
Base	120,4	120,4	183,8	197,7	211,6	$1,6 \times 10^9$
$a=1 \times 10^{-6}$	120,4	166,7	182,9	188,2	194,4	231,4
$a=1 \times 10^{-4}$	120,4	120,4	183,4	190,7	202,0	$1,6 \times 10^5$
$a=1 \times 10^0$	120,4	166,8	183,8	237,4	1000,9	$1,6 \times 10^{13}$
$b=1 \times 10^{-3}$	120,4	120,4	184,1	197,9	205,5	$3,7 \times 10^9$
$b=1 \times 10^{-2}$	120,4	120,4	184,1	197,8	205,5	$4,5 \times 10^9$
$b=1 \times 10^0$	120,4	166,8	183,5	225,7	239,0	$2,6 \times 10^6$
$b=1 \times 10^1$	120,4	-	183,3	194,9	232,5	269,7
$c=0$	290,7	279,8	266,0	269,9	273,2	415,9
$c=0,1$	290,8	280,9	268,5	269,6	271,1	357,0
$c=0,5$	120,4	166,9	186,3	239,3	249,8	$7,3 \times 10^5$
$c=3$	-	-	181,9	186,4	217,0	$3,1 \times 10^{25}$
$d=0$	120,4	166,8	183,8	197,7	211,6	$1,6 \times 10^9$
$d=3 \times 10^{-3}$	120,4	166,8	183,8	197,7	211,6	$1,6 \times 10^9$
$d=3 \times 10^{-2}$	120,4	120,4	183,8	197,7	211,6	$1,6 \times 10^9$
$d=3 \times 10^{-1}$	120,4	166,8	183,8	197,7	211,6	$1,6 \times 10^9$

Tabla D.9:  $\alpha_2$  [ $\text{kg m}^{-4}$ ], modelo 2

Casos	$\lambda = 1 \times 10^{-2}$	$\lambda = 1 \times 10^{-1}$	$\lambda = 1 \times 10^0$	$\lambda = 1 \times 10^1$	$\lambda = 1 \times 10^2$	$\lambda = 1 \times 10^3$
Base	$1,7 \times 10^{-36}$	$1,2 \times 10^{-35}$	$6,6 \times 10^{-15}$	$4,5 \times 10^{-6}$	$3,5 \times 10^{-5}$	$1,4 \times 10^{-3}$
$a=1 \times 10^{-6}$	$1,7 \times 10^{-36}$	$1,3 \times 10^{-63}$	$7,9 \times 10^{-17}$	$1,5 \times 10^{-8}$	$1,3 \times 10^{-7}$	$2,6 \times 10^{-7}$
$a=1 \times 10^{-4}$	$1,7 \times 10^{-36}$	$1,2 \times 10^{-35}$	$7,5 \times 10^{-16}$	$1,9 \times 10^{-7}$	$1,8 \times 10^{-6}$	$1,4 \times 10^{-5}$
$a=1 \times 10^0$	$1,7 \times 10^{-36}$	$4,9 \times 10^{-63}$	$7,0 \times 10^{-15}$	$1,6 \times 10^{-3}$	$1,7 \times 10^{-3}$	$1,4 \times 10^{-1}$
$b=1 \times 10^{-3}$	$1,7 \times 10^{-36}$	$1,3 \times 10^{-35}$	$2,4 \times 10^{-14}$	$6,6 \times 10^{-6}$	$3,6 \times 10^{-5}$	$1,1 \times 10^{-3}$
$b=1 \times 10^{-2}$	$1,7 \times 10^{-36}$	$1,2 \times 10^{-35}$	$2,3 \times 10^{-14}$	$6,4 \times 10^{-6}$	$3,5 \times 10^{-5}$	$1,2 \times 10^{-3}$
$b=1 \times 10^0$	$1,7 \times 10^{-36}$	$3,1 \times 10^{-63}$	$1,7 \times 10^{-15}$	$1,1 \times 10^{-6}$	$4,6 \times 10^{-5}$	$8,1 \times 10^{-4}$
$b=1 \times 10^1$	$1,7 \times 10^{-36}$	-	$5,4 \times 10^{-16}$	$1,9 \times 10^{-7}$	$9,6 \times 10^{-6}$	$2,6 \times 10^{-5}$
$c=0$	$8,1 \times 10^{-1}$	$1,2 \times 10^{-1}$	$1,2 \times 10^{-2}$	$5,6 \times 10^{-3}$	$5,4 \times 10^{-3}$	$6,3 \times 10^{-3}$
$c=0,1$	$8,0 \times 10^{-1}$	$1,2 \times 10^{-1}$	$1,5 \times 10^{-2}$	$7,7 \times 10^{-3}$	$7,1 \times 10^{-3}$	$6,8 \times 10^{-3}$
$c=0,5$	$1,7 \times 10^{-36}$	$7,1 \times 10^{-63}$	$3,8 \times 10^{-10}$	$9,3 \times 10^{-4}$	$1,2 \times 10^{-3}$	$3,3 \times 10^{-3}$
$c=3$	-	-	$4,6 \times 10^{-19}$	$1,3 \times 10^{-10}$	$2,1 \times 10^{-9}$	$5,1 \times 10^{-4}$
$d=0$	$1,7 \times 10^{-36}$	$3,0 \times 10^{-63}$	$6,6 \times 10^{-15}$	$4,5 \times 10^{-6}$	$3,5 \times 10^{-5}$	$1,4 \times 10^{-3}$
$d=3 \times 10^{-3}$	$1,7 \times 10^{-36}$	$3,7 \times 10^{-63}$	$6,6 \times 10^{-15}$	$4,5 \times 10^{-6}$	$3,5 \times 10^{-5}$	$1,4 \times 10^{-3}$
$d=3 \times 10^{-2}$	$1,7 \times 10^{-36}$	$3,2 \times 10^{-36}$	$6,6 \times 10^{-15}$	$4,5 \times 10^{-6}$	$3,5 \times 10^{-5}$	$1,4 \times 10^{-3}$
$d=3 \times 10^{-1}$	$1,7 \times 10^{-36}$	$3,7 \times 10^{-63}$	$6,6 \times 10^{-15}$	$4,5 \times 10^{-6}$	$3,5 \times 10^{-5}$	$1,4 \times 10^{-3}$

Tabla D.10:  $\gamma_2$  [hr<sup>-1</sup>], modelo 2

Casos	$\lambda = 1 \times 10^{-2}$	$\lambda = 1 \times 10^{-1}$	$\lambda = 1 \times 10^0$	$\lambda = 1 \times 10^1$	$\lambda = 1 \times 10^2$	$\lambda = 1 \times 10^3$
Base	$-5,2 \times 10^{-1}$	$-5,1 \times 10^{-1}$	$3,5 \times 10^{-5}$	$6,3 \times 10^{-3}$	$3,2 \times 10^{-2}$	$1,9 \times 10^{-1}$
a=1 $\times 10^{-6}$	$-5,2 \times 10^{-1}$	$1,8 \times 10^{-8}$	$1,9 \times 10^{-5}$	$1,7 \times 10^{-3}$	$3,0 \times 10^{-2}$	$1,9 \times 10^{-1}$
a=1 $\times 10^{-4}$	$-5,2 \times 10^{-1}$	$-5,1 \times 10^{-1}$	$2,6 \times 10^{-5}$	$3,0 \times 10^{-3}$	$4,8 \times 10^{-2}$	$2,0 \times 10^{-1}$
a=1 $\times 10^0$	$-5,2 \times 10^{-1}$	$-7,3 \times 10^{-8}$	$3,6 \times 10^{-5}$	$7,9 \times 10^{-3}$	$1,2 \times 10^{-2}$	$1,9 \times 10^{-1}$
b=1 $\times 10^{-3}$	$-5,2 \times 10^{-1}$	$-5,1 \times 10^{-1}$	$6,7 \times 10^{-6}$	$1,9 \times 10^{-5}$	$2,6 \times 10^{-5}$	$1,7 \times 10^{-3}$
b=1 $\times 10^{-2}$	$-5,2 \times 10^{-1}$	$-5,1 \times 10^{-1}$	$2,1 \times 10^{-5}$	$1,0 \times 10^{-4}$	$1,4 \times 10^{-4}$	$8,5 \times 10^{-3}$
b=1 $\times 10^0$	$-5,2 \times 10^{-1}$	$7,2 \times 10^{-9}$	$2,9 \times 10^{-5}$	$5,3 \times 10^{-1}$	$1,7 \times 10^0$	$2,2 \times 10^0$
b=1 $\times 10^1$	$-5,2 \times 10^{-1}$	-	$2,5 \times 10^{-5}$	$3,0 \times 10^{-2}$	$1,7 \times 10^0$	$3,3 \times 10^0$
c=0	$4,0 \times 10^{-1}$	$2,0 \times 10^{-1}$	$1,0 \times 10^{-1}$	$1,5 \times 10^{-1}$	$1,9 \times 10^{-1}$	$1,7 \times 10^{-1}$
c=0,1	$4,1 \times 10^{-1}$	$2,1 \times 10^{-1}$	$1,2 \times 10^{-1}$	$1,4 \times 10^{-1}$	$1,5 \times 10^{-1}$	$1,6 \times 10^{-1}$
c=0,5	$-5,2 \times 10^{-1}$	$-9,7 \times 10^{-8}$	$2,4 \times 10^{-4}$	$3,7 \times 10^{-2}$	$5,8 \times 10^{-2}$	$1,6 \times 10^{-1}$
c=3	-	-	$1,1 \times 10^{-5}$	$3,1 \times 10^{-3}$	$2,0 \times 10^0$	$4,1 \times 10^{-1}$
d=0	$-5,2 \times 10^{-1}$	$-1,8 \times 10^{-8}$	$3,5 \times 10^{-5}$	$6,3 \times 10^{-3}$	$3,2 \times 10^{-2}$	$1,9 \times 10^{-1}$
d=3 $\times 10^{-3}$	$-5,2 \times 10^{-1}$	$9,7 \times 10^{-9}$	$3,5 \times 10^{-5}$	$6,3 \times 10^{-3}$	$3,2 \times 10^{-2}$	$1,9 \times 10^{-1}$
d=3 $\times 10^{-2}$	$-5,2 \times 10^{-1}$	$-5,2 \times 10^{-1}$	$3,5 \times 10^{-5}$	$6,3 \times 10^{-3}$	$3,2 \times 10^{-2}$	$1,9 \times 10^{-1}$
d=3 $\times 10^{-1}$	$-5,2 \times 10^{-1}$	$9,8 \times 10^{-9}$	$3,5 \times 10^{-5}$	$6,3 \times 10^{-3}$	$3,3 \times 10^{-2}$	$1,9 \times 10^{-1}$

Tabla D.11:  $\eta$  [-], modelo 2

Casos	$\lambda = 1 \times 10^{-2}$	$\lambda = 1 \times 10^{-1}$	$\lambda = 1 \times 10^0$	$\lambda = 1 \times 10^1$	$\lambda = 1 \times 10^2$	$\lambda = 1 \times 10^3$
Base	6,63	6,45	2,40	0,49	0,32	0,79
a=1 $\times 10^{-6}$	6,63	13,11	2,83	1,01	0,83	0,86
a=1 $\times 10^{-4}$	6,63	6,45	2,61	0,78	0,59	0,79
a=1 $\times 10^0$	6,63	12,98	2,40	0,05	0,12	0,79
b=1 $\times 10^{-3}$	6,63	6,44	2,28	0,45	0,31	0,75
b=1 $\times 10^{-2}$	6,63	6,44	2,29	0,45	0,31	0,76
b=1 $\times 10^0$	6,63	13,02	2,53	0,78	0,53	0,74
b=1 $\times 10^1$	6,63	-	2,64	0,79	0,68	0,67
c=0	0,00	0,00	0,01	0,03	0,03	-0,02
c=0,1	0,00	0,00	0,01	0,02	0,03	0,05
c=0,5	6,63	12,94	1,36	0,09	0,09	0,35
c=3	-	-	3,32	1,46	1,50	2,71
d=0	6,63	13,03	2,40	0,49	0,32	0,79
d=3 $\times 10^{-3}$	6,63	13,01	2,40	0,49	0,32	0,79
d=3 $\times 10^{-2}$	6,63	6,57	2,40	0,49	0,32	0,79
d=3 $\times 10^{-1}$	6,63	13,01	2,40	0,49	0,32	0,79

Tabla D.12:  $C_b$  [ $\text{kg m}^{-3}$ ], modelo 2

Casos	$\lambda = 1 \times 10^{-2}$	$\lambda = 1 \times 10^{-1}$	$\lambda = 1 \times 10^0$	$\lambda = 1 \times 10^1$	$\lambda = 1 \times 10^2$	$\lambda = 1 \times 10^3$
Base		$1,9 \times 10^{-2}$	$-1,1 \times 10^0$	$-3,1 \times 10^{-2}$	$1,8 \times 10^{-3}$	$-1,8 \times 10^1$
$a=1 \times 10^{-6}$	$1,9 \times 10^{-2}$	$1,2 \times 10^3$	$-1,6 \times 10^0$	$-6,0 \times 10^{-2}$	$1,2 \times 10^{-2}$	$1,5 \times 10^{-2}$
$a=1 \times 10^{-4}$	$1,9 \times 10^{-2}$	$1,9 \times 10^{-2}$	$-1,4 \times 10^0$	$-4,1 \times 10^{-2}$	$1,2 \times 10^{-2}$	$-1,6 \times 10^{-1}$
$a=1 \times 10^0$	$1,9 \times 10^{-2}$	$-2,9 \times 10^2$	$-1,1 \times 10^0$	$-3,0 \times 10^{-1}$	$-4,0 \times 10^{-1}$	$-1,8 \times 10^3$
$b=1 \times 10^{-3}$	$1,9 \times 10^{-2}$	$1,9 \times 10^{-2}$	$-6,5 \times 10^0$	$-1,7 \times 10^1$	$-1,9 \times 10^1$	$-1,1 \times 10^6$
$b=1 \times 10^{-2}$	$1,9 \times 10^{-2}$	$1,9 \times 10^{-2}$	$-2,1 \times 10^0$	$-3,2 \times 10^0$	$-3,6 \times 10^0$	$-2,5 \times 10^2$
$b=1 \times 10^0$	$1,9 \times 10^{-2}$	$2,9 \times 10^3$	$-1,3 \times 10^0$	$1,7 \times 10^{-2}$	$1,7 \times 10^{-2}$	$-4,8 \times 10^{-1}$
$b=1 \times 10^1$	$1,9 \times 10^{-2}$	-	$-1,4 \times 10^0$	$1,2 \times 10^{-2}$	$1,7 \times 10^{-2}$	$1,6 \times 10^{-2}$
$c=0$	$-2,0 \times 10^0$	$-5,9 \times 10^{-1}$	$-1,1 \times 10^{-1}$	$-2,7 \times 10^{-2}$	$-1,8 \times 10^{-2}$	$-1,2 \times 10^{-2}$
$c=0,1$	$-2,0 \times 10^0$	$-5,8 \times 10^{-1}$	$-1,2 \times 10^{-1}$	$-4,6 \times 10^{-2}$	$-3,7 \times 10^{-2}$	$-4,2 \times 10^{-2}$
$c=0,5$	$1,9 \times 10^{-2}$	$-2,1 \times 10^2$	$-3,4 \times 10^{-1}$	$-3,2 \times 10^{-2}$	$-2,3 \times 10^{-2}$	$-5,9 \times 10^{-1}$
$c=3$	-	-	$-2,3 \times 10^0$	$-7,6 \times 10^{-3}$	$1,8 \times 10^{-2}$	$-1,7 \times 10^9$
$d=0$	$1,9 \times 10^{-2}$	$-1,2 \times 10^3$	$-1,1 \times 10^0$	$-3,1 \times 10^{-2}$	$1,8 \times 10^{-3}$	$-1,8 \times 10^1$
$d=3 \times 10^{-3}$	$1,9 \times 10^{-2}$	$2,2 \times 10^3$	$-1,1 \times 10^0$	$-3,1 \times 10^{-2}$	$1,8 \times 10^{-3}$	$-1,8 \times 10^1$
$d=3 \times 10^{-2}$	$1,9 \times 10^{-2}$	$1,9 \times 10^{-2}$	$-1,1 \times 10^0$	$-3,1 \times 10^{-2}$	$1,8 \times 10^{-3}$	$-1,8 \times 10^1$
$d=3 \times 10^{-1}$	$1,9 \times 10^{-2}$	$2,1 \times 10^3$	$-1,1 \times 10^0$	$-3,1 \times 10^{-2}$	$1,9 \times 10^{-3}$	$-1,8 \times 10^1$

## D.3. Modelo 3

### D.3.1. Versión A

Tabla D.13: Error cuadrático  $\chi^2$ , modelo 3A

Casos	$\lambda = 1 \times 10^{-2}$	$\lambda = 1 \times 10^{-1}$	$\lambda = 1 \times 10^0$	$\lambda = 1 \times 10^1$	$\lambda = 1 \times 10^2$	$\lambda = 1 \times 10^3$	$\lambda = 1 \times 10^4$
Base	-	-	142,4	161,1	163,0	191,8	199,5
$a=1 \times 10^{-4}$	-	-	-	-	-	195,5	196,9
$a=1 \times 10^0$	-	-	-	-	167,3	171,7	201,9
$a=1 \times 10^2$	-	-	-	-	165,0	175,2	$2,0 \times 10^5$
$b=1 \times 10^{-3}$	-	-	-	-	-	182,6	192,8
$b=1 \times 10^{-2}$	-	-	-	-	172,6	183,9	188,1
$b=1 \times 10^0$	-	-	-	161,1	162,8	193,1	206,6
$b=1 \times 10^1$	-	-	-	161,1	163,8	197,5	425,0
$c=0$	-	-	142,4	161,1	163,0	191,8	199,5
$c=1 \times 10^{-2}$	-	-	142,6	161,1	162,7	191,9	199,5
$c=1 \times 10^{-1}$	-	-	-	-	-	-	-
$c=1 \times 10^0$	-	-	-	-	-	-	-
$d=0$	-	-	-	-	-	-	-
$d=0,1$	-	-	-	-	187,8	200,9	232,8
$d=0,5$	-	-	154,4	162,4	176,8	194,9	207,8
$d=3$	-	-	-	-	-	185,1	189,5
$f=0$	-	-	-	160,8	183,1	192,4	195,5
$f=3 \times 10^{-3}$	-	-	-	160,7	180,1	192,2	196,4
$f=3 \times 10^{-2}$	-	-	-	-	-	-	-
$f=3 \times 10^{-1}$	-	-	-	-	-	-	-

Tabla D.14:  $k_3$  [kg m<sup>-3</sup>], modelo 3A

Casos	$\lambda = 1 \times 10^{-2}$	$\lambda = 1 \times 10^{-1}$	$\lambda = 1 \times 10^0$	$\lambda = 1 \times 10^1$	$\lambda = 1 \times 10^2$	$\lambda = 1 \times 10^3$	$\lambda = 1 \times 10^4$
Base	-	-	$3,7 \times 10^1$	$2,8 \times 10^{-2}$	$1,6 \times 10^{-2}$	$1,6 \times 10^{-2}$	$1,5 \times 10^{-2}$
a=1 $\times 10^{-4}$	-	-	-	-	-	$4,6 \times 10^{-4}$	$3,2 \times 10^{-4}$
a=1 $\times 10^0$	-	-	-	-	$8,7 \times 10^{-1}$	$7,7 \times 10^{-1}$	$7,9 \times 10^{-1}$
a=1 $\times 10^2$	-	-	-	-	$5,7 \times 10^1$	$5,7 \times 10^1$	$6,7 \times 10^1$
b=1 $\times 10^{-3}$	-	-	-	-	-	$2,5 \times 10^{-2}$	$2,3 \times 10^{-2}$
b=1 $\times 10^{-2}$	-	-	-	-	$1,8 \times 10^{-2}$	$1,8 \times 10^{-2}$	$1,7 \times 10^{-2}$
b=1 $\times 10^0$	-	-	-	$2,9 \times 10^{-2}$	$1,6 \times 10^{-2}$	$1,6 \times 10^{-2}$	$1,5 \times 10^{-2}$
b=1 $\times 10^1$	-	-	-	$3,2 \times 10^{-2}$	$1,7 \times 10^{-2}$	$1,7 \times 10^{-2}$	$1,7 \times 10^{-2}$
c=0	-	-	$3,6 \times 10^1$	$2,8 \times 10^{-2}$	$1,6 \times 10^{-2}$	$1,6 \times 10^{-2}$	$1,5 \times 10^{-2}$
c=1 $\times 10^{-2}$	-	-	$4,4 \times 10^1$	$3,0 \times 10^{-2}$	$1,6 \times 10^{-2}$	$1,6 \times 10^{-2}$	$1,5 \times 10^{-2}$
c=1 $\times 10^{-1}$	-	-	-	-	-	-	-
c=1 $\times 10^0$	-	-	-	-	-	-	-
d=0	-	-	-	-	-	-	-
d=0,1	-	-	-	-	$1,1 \times 10^{-2}$	$1,1 \times 10^{-2}$	$1,1 \times 10^{-2}$
d=0,5	-	-	$2,1 \times 10^0$	$1,7 \times 10^{-2}$	$1,4 \times 10^{-2}$	$1,3 \times 10^{-2}$	$1,3 \times 10^{-2}$
d=3	-	-	-	-	-	$2,8 \times 10^{-2}$	$2,6 \times 10^{-2}$
f=0	-	-	-	$2,9 \times 10^{-2}$	$1,8 \times 10^{-2}$	$1,7 \times 10^{-2}$	$1,6 \times 10^{-2}$
f=3 $\times 10^{-3}$	-	-	-	$2,9 \times 10^{-2}$	$1,8 \times 10^{-2}$	$1,6 \times 10^{-2}$	$1,6 \times 10^{-2}$
f=3 $\times 10^{-2}$	-	-	-	-	-	-	-
f=3 $\times 10^{-1}$	-	-	-	-	-	-	-

Tabla D.15:  $\gamma_3$  [hr<sup>-1</sup>], modelo 3A

Casos	$\lambda = 1 \times 10^{-2}$	$\lambda = 1 \times 10^{-1}$	$\lambda = 1 \times 10^0$	$\lambda = 1 \times 10^1$	$\lambda = 1 \times 10^2$	$\lambda = 1 \times 10^3$	$\lambda = 1 \times 10^4$
Base	-	-	$8,6 \times 10^{-3}$	$6,6 \times 10^{-3}$	$1,6 \times 10^{-2}$	$6,2 \times 10^{-2}$	$1,1 \times 10^{-1}$
a=1 $\times 10^{-4}$	-	-	-	-	-	$6,4 \times 10^{-2}$	$8,7 \times 10^{-2}$
a=1 $\times 10^0$	-	-	-	-	$3,1 \times 10^{-2}$	$2,9 \times 10^{-2}$	$4,3 \times 10^{-2}$
a=1 $\times 10^2$	-	-	-	-	$4,4 \times 10^{-4}$	$6,3 \times 10^{-4}$	$2,2 \times 10^{-2}$
b=1 $\times 10^{-3}$	-	-	-	-	-	$2,3 \times 10^{-3}$	$2,2 \times 10^{-3}$
b=1 $\times 10^{-2}$	-	-	-	-	$9,2 \times 10^{-3}$	$1,6 \times 10^{-2}$	$1,7 \times 10^{-2}$
b=1 $\times 10^0$	-	-	-	$6,6 \times 10^{-3}$	$1,6 \times 10^{-2}$	$7,1 \times 10^{-2}$	$1,9 \times 10^{-1}$
b=1 $\times 10^1$	-	-	-	$6,5 \times 10^{-3}$	$1,5 \times 10^{-2}$	$8,2 \times 10^{-2}$	$8,0 \times 10^0$
c=0	-	-	$8,6 \times 10^{-3}$	$6,6 \times 10^{-3}$	$1,6 \times 10^{-2}$	$6,2 \times 10^{-2}$	$1,1 \times 10^{-1}$
c=1 $\times 10^{-2}$	-	-	$8,8 \times 10^{-3}$	$6,6 \times 10^{-3}$	$1,6 \times 10^{-2}$	$6,2 \times 10^{-2}$	$1,1 \times 10^{-1}$
c=1 $\times 10^{-1}$	-	-	-	-	-	-	-
c=1 $\times 10^0$	-	-	-	-	-	-	-
d=0	-	-	-	-	-	-	-
d=0,1	-	-	-	-	$1,6 \times 10^{-2}$	$6,7 \times 10^{-2}$	$2,1 \times 10^{-1}$
d=0,5	-	-	$5,1 \times 10^{-3}$	$5,6 \times 10^{-3}$	$1,5 \times 10^{-2}$	$6,4 \times 10^{-2}$	$1,5 \times 10^{-1}$
d=3	-	-	-	-	-	$5,1 \times 10^{-2}$	$7,1 \times 10^{-2}$
f=0	-	-	-	$5,0 \times 10^{-3}$	$1,5 \times 10^{-2}$	$5,0 \times 10^{-2}$	$7,1 \times 10^{-2}$
f=3 $\times 10^{-3}$	-	-	-	$5,4 \times 10^{-3}$	$1,4 \times 10^{-2}$	$5,2 \times 10^{-2}$	$7,9 \times 10^{-2}$
f=3 $\times 10^{-2}$	-	-	-	-	-	-	-
f=3 $\times 10^{-1}$	-	-	-	-	-	-	-

Tabla D.16:  $\tau_{cr}$  [ $N m^{-2}$ ], modelo 3A

Casos	$\lambda = 1 \times 10^{-2}$	$\lambda = 1 \times 10^{-1}$	$\lambda = 1 \times 10^0$	$\lambda = 1 \times 10^1$	$\lambda = 1 \times 10^2$	$\lambda = 1 \times 10^3$	$\lambda = 1 \times 10^4$
Base	-	-	$-4,0 \times 10^{-1}$	$-1,5 \times 10^{-1}$	$-1,2 \times 10^{-1}$	$-9,9 \times 10^{-2}$	$-9,1 \times 10^{-2}$
$a=1 \times 10^{-4}$	-	-	-	-	-	$-8,1 \times 10^0$	$-5,2 \times 10^0$
$a=1 \times 10^0$	-	-	-	-	$9,8 \times 10^{-3}$	$9,7 \times 10^{-3}$	$1,1 \times 10^{-2}$
$a=1 \times 10^2$	-	-	-	-	$1,1 \times 10^{-2}$	$1,0 \times 10^{-2}$	$1,3 \times 10^{-2}$
$b=1 \times 10^{-3}$	-	-	-	-	-	$1,0 \times 10^{-1}$	$-1,4 \times 10^{-1}$
$b=1 \times 10^{-2}$	-	-	-	-	$-4,2 \times 10^{-2}$	$-4,8 \times 10^{-2}$	$-7,3 \times 10^{-2}$
$b=1 \times 10^0$	-	-	-	$-1,5 \times 10^{-1}$	$-1,2 \times 10^{-1}$	$-9,5 \times 10^{-2}$	$-9,3 \times 10^{-2}$
$b=1 \times 10^1$	-	-	-	$-1,3 \times 10^{-1}$	$-9,2 \times 10^{-2}$	$-6,6 \times 10^{-2}$	$-8,4 \times 10^{-2}$
$c=0$	-	-	$-4,0 \times 10^{-1}$	$-1,5 \times 10^{-1}$	$-1,2 \times 10^{-1}$	$-1,0 \times 10^{-1}$	$-9,2 \times 10^{-2}$
$c=1 \times 10^{-2}$	-	-	$-3,9 \times 10^{-1}$	$-1,4 \times 10^{-1}$	$-1,1 \times 10^{-1}$	$-8,9 \times 10^{-2}$	$-8,1 \times 10^{-2}$
$c=1 \times 10^{-1}$	-	-	-	-	-	-	-
$c=1 \times 10^0$	-	-	-	-	-	-	-
$d=0$	-	-	-	-	-	-	-
$d=0,1$	-	-	-	-	$-1,3 \times 10^{-1}$	$-7,3 \times 10^{-2}$	$1,6 \times 10^{-2}$
$d=0,5$	-	-	$-4,8 \times 10^{-1}$	$-1,2 \times 10^{-1}$	$-1,3 \times 10^{-1}$	$-5,4 \times 10^{-2}$	$-4,6 \times 10^{-2}$
$d=3$	-	-	-	-	-	$-1,4 \times 10^{-1}$	$-1,4 \times 10^{-1}$
$f=0$	-	-	-	$-1,8 \times 10^{-1}$	$-2,6 \times 10^{-1}$	$-2,5 \times 10^{-1}$	$-2,5 \times 10^{-1}$
$f=3 \times 10^{-3}$	-	-	-	$-1,8 \times 10^{-1}$	$-2,3 \times 10^{-1}$	$-2,0 \times 10^{-1}$	$-1,9 \times 10^{-1}$
$f=3 \times 10^{-2}$	-	-	-	-	-	-	-
$f=3 \times 10^{-1}$	-	-	-	-	-	-	-

Tabla D.17:  $\xi$  [-], modelo 3A

Casos	$\lambda = 1 \times 10^{-2}$	$\lambda = 1 \times 10^{-1}$	$\lambda = 1 \times 10^0$	$\lambda = 1 \times 10^1$	$\lambda = 1 \times 10^2$	$\lambda = 1 \times 10^3$	$\lambda = 1 \times 10^4$
Base	-	-	44,35	15,54	11,63	1,04	0,79
$a=1 \times 10^{-4}$	-	-	-	-	-	0,72	1,07
$a=1 \times 10^0$	-	-	-	-	1,13	1,09	1,08
$a=1 \times 10^2$	-	-	-	-	1,21	1,15	1,12
$b=1 \times 10^{-3}$	-	-	-	-	-	1,42	1,39
$b=1 \times 10^{-2}$	-	-	-	-	4,46	1,42	1,20
$b=1 \times 10^0$	-	-	-	15,66	12,04	0,99	0,74
$b=1 \times 10^1$	-	-	-	15,75	10,95	0,87	0,73
$c=0$	-	-	44,58	15,55	11,58	1,05	0,79
$c=1 \times 10^{-2}$	-	-	42,45	15,41	12,07	1,02	0,78
$c=1 \times 10^{-1}$	-	-	-	-	-	-	-
$c=1 \times 10^0$	-	-	-	-	-	-	-
$d=0$	-	-	-	-	-	-	-
$d=0,1$	-	-	-	-	0,80	0,32	0,14
$d=0,5$	-	-	27,20	11,78	3,19	0,68	0,46
$d=3$	-	-	-	-	-	2,04	1,93
$f=0$	-	-	-	16,40	1,66	0,76	0,67
$f=3 \times 10^{-3}$	-	-	-	16,61	2,35	0,83	0,69
$f=3 \times 10^{-2}$	-	-	-	-	-	-	-
$f=3 \times 10^{-1}$	-	-	-	-	-	-	-

Tabla D.18:  $C_b$  [ $\text{kg m}^{-3}$ ], modelo 3A

Casos	$\lambda = 1 \times 10^{-2}$	$\lambda = 1 \times 10^{-1}$	$\lambda = 1 \times 10^0$	$\lambda = 1 \times 10^1$	$\lambda = 1 \times 10^2$	$\lambda = 1 \times 10^3$	$\lambda = 1 \times 10^4$
Base	-	-	$1,4 \times 10^{-2}$	$2,2 \times 10^{-2}$	$2,0 \times 10^{-2}$	$1,1 \times 10^{-2}$	$1,1 \times 10^{-2}$
$a=1 \times 10^{-4}$	-	-	-	-	-	$1,1 \times 10^{-2}$	$1,1 \times 10^{-2}$
$a=1 \times 10^0$	-	-	-	-	$3,8 \times 10^{-3}$	$2,5 \times 10^{-3}$	$1,6 \times 10^{-3}$
$a=1 \times 10^2$	-	-	-	-	$-7,1 \times 10^{-1}$	$-8,2 \times 10^{-1}$	$-9,8 \times 10^{-1}$
$b=1 \times 10^{-3}$	-	-	-	-	-	$-1,6 \times 10^{-2}$	$2,0 \times 10^{-3}$
$b=1 \times 10^{-2}$	-	-	-	-	$1,8 \times 10^{-2}$	$1,0 \times 10^{-2}$	$1,1 \times 10^{-2}$
$b=1 \times 10^0$	-	-	-	$2,2 \times 10^{-2}$	$2,0 \times 10^{-2}$	$1,1 \times 10^{-2}$	$1,1 \times 10^{-2}$
$b=1 \times 10^1$	-	-	-	$2,2 \times 10^{-2}$	$1,9 \times 10^{-2}$	$1,1 \times 10^{-2}$	$1,1 \times 10^{-2}$
$c=0$	-	-	$1,4 \times 10^{-2}$	$2,2 \times 10^{-2}$	$2,0 \times 10^{-2}$	$1,1 \times 10^{-2}$	$1,1 \times 10^{-2}$
$c=1 \times 10^{-2}$	-	-	$1,4 \times 10^{-2}$	$2,2 \times 10^{-2}$	$2,0 \times 10^{-2}$	$1,1 \times 10^{-2}$	$1,1 \times 10^{-2}$
$c=1 \times 10^{-1}$	-	-	-	-	-	-	-
$c=1 \times 10^0$	-	-	-	-	-	-	-
$d=0$	-	-	-	-	-	-	-
$d=0,1$	-	-	-	-	$9,0 \times 10^{-3}$	$1,0 \times 10^{-2}$	$1,0 \times 10^{-2}$
$d=0,5$	-	-	$2,0 \times 10^{-2}$	$2,3 \times 10^{-2}$	$1,6 \times 10^{-2}$	$1,1 \times 10^{-2}$	$1,1 \times 10^{-2}$
$d=3$	-	-	-	-	-	$1,2 \times 10^{-2}$	$1,2 \times 10^{-2}$
$f=0$	-	-	-	$2,3 \times 10^{-2}$	$4,9 \times 10^{-3}$	$3,0 \times 10^{-3}$	$3,0 \times 10^{-3}$
$f=3 \times 10^{-3}$	-	-	-	$2,3 \times 10^{-2}$	$9,8 \times 10^{-3}$	$5,6 \times 10^{-3}$	$5,5 \times 10^{-3}$
$f=3 \times 10^{-2}$	-	-	-	-	-	-	-
$f=3 \times 10^{-1}$	-	-	-	-	-	-	-

Tabla D.19:  $m$ , modelo 3A

Casos	$\lambda = 1 \times 10^{-2}$	$\lambda = 1 \times 10^{-1}$	$\lambda = 1 \times 10^0$	$\lambda = 1 \times 10^1$	$\lambda = 1 \times 10^2$	$\lambda = 1 \times 10^3$	$\lambda = 1 \times 10^4$
Base	-	-	0,1531	0,4216	0,4007	0,4230	0,3846
$a=1 \times 10^{-4}$	-	-	-	-	-	6,7662	2,1568
$a=1 \times 10^0$	-	-	-	-	0,0220	0,0631	0,0868
$a=1 \times 10^2$	-	-	-	-	0,0201	0,0244	0,0621
$b=1 \times 10^{-3}$	-	-	-	-	-	1,0511	0,9353
$b=1 \times 10^{-2}$	-	-	-	-	0,5593	0,5908	0,5839
$b=1 \times 10^0$	-	-	-	0,4096	0,3897	0,4054	0,3420
$b=1 \times 10^1$	-	-	-	0,5566	0,5745	0,6214	0,9211
$c=0$	-	-	0,1530	0,4215	0,4007	0,4231	0,3848
$c=1 \times 10^{-2}$	-	-	0,1538	0,4230	0,4005	0,4221	0,3828
$c=1 \times 10^{-1}$	-	-	-	-	-	-	-
$c=1 \times 10^0$	-	-	-	-	-	-	-
$d=0$	-	-	-	-	-	-	-
$d=0,1$	-	-	-	-	1,3003	1,2942	1,0754
$d=0,5$	-	-	0,2590	0,5173	0,5265	0,5635	0,4877
$d=3$	-	-	-	-	-	0,3102	0,2979
$f=0$	-	-	-	0,4236	0,5101	0,5039	0,4874
$f=3 \times 10^{-3}$	-	-	-	0,4145	0,4565	0,4744	0,4581
$f=3 \times 10^{-2}$	-	-	-	-	-	-	-
$f=3 \times 10^{-1}$	-	-	-	-	-	-	-

Tabla D.20: n, modelo 3A

Casos	$\lambda = 1 \times 10^{-2}$	$\lambda = 1 \times 10^{-1}$	$\lambda = 1 \times 10^0$	$\lambda = 1 \times 10^1$	$\lambda = 1 \times 10^2$	$\lambda = 1 \times 10^3$	$\lambda = 1 \times 10^4$
Base	-	-	0,1559	0,0746	0,0660	0,0693	0,0668
a=1 $\times 10^{-4}$	-	-	-	-	-	0,8987	0,4914
a=1 $\times 10^0$	-	-	-	-	0,0224	0,0222	0,0208
a=1 $\times 10^2$	-	-	-	-	0,0235	0,0243	0,0201
b=1 $\times 10^{-3}$	-	-	-	-	-	0,0986	0,1115
b=1 $\times 10^{-2}$	-	-	-	-	0,0452	0,0666	0,0713
b=1 $\times 10^0$	-	-	-	0,0750	0,0668	0,0684	0,0665
b=1 $\times 10^1$	-	-	-	0,0686	0,0570	0,0529	0,0600
c=0	-	-	0,1558	0,0746	0,0660	0,0693	0,0669
c=1 $\times 10^{-2}$	-	-	0,1593	0,0747	0,0662	0,0689	0,0665
c=1 $\times 10^{-1}$	-	-	-	-	-	-	-
c=1 $\times 10^0$	-	-	-	-	-	-	-
d=0	-	-	-	-	-	-	-
d=0,1	-	-	-	-	0,0114	0,0138	0,0229
d=0,5	-	-	0,0731	0,0357	0,0473	0,0554	0,0533
d=3	-	-	-	-	-	0,0879	0,0828
f=0	-	-	-	0,0899	0,0972	0,1057	0,1058
f=3 $\times 10^{-3}$	-	-	-	0,0884	0,0885	0,0949	0,0942
f=3 $\times 10^{-2}$	-	-	-	-	-	-	-
f=3 $\times 10^{-1}$	-	-	-	-	-	-	-

Tabla D.21: p, modelo 3A

Casos	$\lambda = 1 \times 10^{-2}$	$\lambda = 1 \times 10^{-1}$	$\lambda = 1 \times 10^0$	$\lambda = 1 \times 10^1$	$\lambda = 1 \times 10^2$	$\lambda = 1 \times 10^3$	$\lambda = 1 \times 10^4$
Base	-	-	-3,7755	23,8587	33,5971	39,0370	29,9920
a=1 $\times 10^{-4}$	-	-	-	-	-	5292,9230	1266,3300
a=1 $\times 10^0$	-	-	-	-	-0,4209	-2,9674	-3,8413
a=1 $\times 10^2$	-	-	-	-	0,1807	-3,2595	-4,4073
b=1 $\times 10^{-3}$	-	-	-	-	-	265,5547	250,5666
b=1 $\times 10^{-2}$	-	-	-	-	61,0365	86,4206	86,0453
b=1 $\times 10^0$	-	-	-	24,5237	33,4689	36,9304	22,4828
b=1 $\times 10^1$	-	-	-	10,7174	11,2090	-3,5340	-12,3236
c=0	-	-	-3,8059	23,8379	33,6033	39,0565	30,0307
c=1 $\times 10^{-2}$	-	-	-3,4018	24,0894	33,5520	38,8462	29,6289
c=1 $\times 10^{-1}$	-	-	-	-	-	-	-
c=1 $\times 10^0$	-	-	-	-	-	-	-
d=0	-	-	-	-	-	-	-
d=0,1	-	-	-	-	271,0130	296,7770	230,4454
d=0,5	-	-	3,6168	48,9475	65,4916	78,0222	56,0061
d=3	-	-	-	-	-	12,0246	12,3438
f=0	-	-	-	20,5264	57,2743	58,6621	53,2773
f=3 $\times 10^{-3}$	-	-	-	20,1625	45,6346	50,9764	45,9803
f=3 $\times 10^{-2}$	-	-	-	-	-	-	-
f=3 $\times 10^{-1}$	-	-	-	-	-	-	-

Tabla D.22: q, modelo 3A

Casos	$\lambda = 1 \times 10^{-2}$	$\lambda = 1 \times 10^{-1}$	$\lambda = 1 \times 10^0$	$\lambda = 1 \times 10^1$	$\lambda = 1 \times 10^2$	$\lambda = 1 \times 10^3$	$\lambda = 1 \times 10^4$
Base	-	-	5,7705	7,2744	8,0437	10,0190	9,4620
a=1 $\times 10^{-4}$	-	-	-	-	-	524,6740	316,5490
a=1 $\times 10^0$	-	-	-	-	1,9950	2,0275	1,9197
a=1 $\times 10^2$	-	-	-	-	2,0096	1,9290	1,7310
b=1 $\times 10^{-3}$	-	-	-	-	-	27,5430	35,5020
b=1 $\times 10^{-2}$	-	-	-	-	5,6167	12,7757	14,4090
b=1 $\times 10^0$	-	-	-	7,4936	8,3445	9,9537	9,2649
b=1 $\times 10^1$	-	-	-	7,6245	9,5834	12,2837	11,5126
c=0	-	-	5,7947	7,2738	8,0375	10,0266	9,4685
c=1 $\times 10^{-2}$	-	-	5,4467	7,2661	8,0994	9,9444	9,3987
c=1 $\times 10^{-1}$	-	-	-	-	-	-	-
c=1 $\times 10^0$	-	-	-	-	-	-	-
d=0	-	-	-	-	-	-	-
d=0,1	-	-	-	-	23,1335	2,7042	2,5614
d=0,5	-	-	4,4235	3,5437	6,3989	9,6891	9,0263
d=3	-	-	-	-	-	7,5554	7,9521
f=0	-	-	-	5,9283	12,5604	17,6932	18,0976
f=3 $\times 10^{-3}$	-	-	-	6,5012	10,9413	15,0539	15,1661
f=3 $\times 10^{-2}$	-	-	-	-	-	-	-
f=3 $\times 10^{-1}$	-	-	-	-	-	-	-

### D.3.2. Versión B

Tabla D.23: Error cuadrático  $\chi^2$ , modelo 3B

Casos	$\lambda = 1 \times 10^{-2}$	$\lambda = 1 \times 10^{-1}$	$\lambda = 1 \times 10^0$	$\lambda = 1 \times 10^1$	$\lambda = 1 \times 10^2$	$\lambda = 1 \times 10^3$	$\lambda = 1 \times 10^4$
Base	-	-	157,2	161,6	162,5	192,3	198,6
a=1 $\times 10^{-4}$	-	-	-	-	-	194,8	195,8
a=1 $\times 10^0$	-	-	-	-	167,5	171,2	191,7
a=1 $\times 10^2$	-	-	-	-	165,5	175,5	1,64 $\times 10^5$
b=1 $\times 10^{-3}$	-	-	-	-	-	182,6	192,1
b=1 $\times 10^{-2}$	-	-	-	-	171,8	184,2	188,1
b=1 $\times 10^0$	-	-	-	161,5	162,4	193,9	205,8
b=1 $\times 10^1$	-	-	-	161,5	162,4	198,4	614,7
d=0	-	-	-	-	-	-	-
d=0,1	-	-	-	-	187,6	201,3	231,7
d=0,5	-	-	160,0	162,5	176,4	195,3	207,0
d=3	-	-	-	-	153,5	185,0	192,2
f=0	-	150,8	-	161,2	182,8	192,9	196,2
f=3 $\times 10^{-3}$	-	-	-	161,2	179,5	192,7	196,6
f=3 $\times 10^{-2}$	-	-	-	-	-	-	-
f=3 $\times 10^{-1}$	-	-	-	-	-	-	-



Tabla D.24:  $k_3$  [kg m<sup>-3</sup>], modelo 3B

Casos	$\lambda = 1 \times 10^{-2}$	$\lambda = 1 \times 10^{-1}$	$\lambda = 1 \times 10^0$	$\lambda = 1 \times 10^1$	$\lambda = 1 \times 10^2$	$\lambda = 1 \times 10^3$	$\lambda = 1 \times 10^4$
Base	-	-	$6,8 \times 10^0$	$3,1 \times 10^{-2}$	$1,6 \times 10^{-2}$	$1,6 \times 10^{-2}$	$1,6 \times 10^{-2}$
a=1 $\times 10^{-4}$	-	-	-	-	-	$5,1 \times 10^{-4}$	$3,8 \times 10^{-4}$
a=1 $\times 10^0$	-	-	-	-	$8,4 \times 10^{-1}$	$7,7 \times 10^{-1}$	$7,8 \times 10^{-1}$
a=1 $\times 10^2$	-	-	-	-	$6,0 \times 10^1$	$6,1 \times 10^1$	$6,8 \times 10^1$
b=1 $\times 10^{-3}$	-	-	-	-	-	$2,7 \times 10^{-2}$	$2,5 \times 10^{-2}$
b=1 $\times 10^{-2}$	-	-	-	-	$1,8 \times 10^{-2}$	$1,9 \times 10^{-2}$	$1,9 \times 10^{-2}$
b=1 $\times 10^0$	-	-	-	$3,2 \times 10^{-2}$	$1,7 \times 10^{-2}$	$1,7 \times 10^{-2}$	$1,6 \times 10^{-2}$
b=1 $\times 10^1$	-	-	-	$3,4 \times 10^{-2}$	$1,8 \times 10^{-2}$	$1,8 \times 10^{-2}$	$1,9 \times 10^{-2}$
d=0	-	-	-	-	-	-	-
d=0,1	-	-	-	-	$1,1 \times 10^{-2}$	$1,1 \times 10^{-2}$	$1,1 \times 10^{-2}$
d=0,5	-	-	$7,2 \times 10^{-1}$	$1,8 \times 10^{-2}$	$1,4 \times 10^{-2}$	$1,3 \times 10^{-2}$	$1,3 \times 10^{-2}$
d=3	-	-	-	-	$5,3 \times 10^{-2}$	$3,2 \times 10^{-2}$	$3,0 \times 10^{-2}$
f=0	-	$7,9 \times 10^0$	-	$2,9 \times 10^{-2}$	$1,9 \times 10^{-2}$	$1,8 \times 10^{-2}$	$1,8 \times 10^{-2}$
f=3 $\times 10^{-3}$	-	-	-	$3,0 \times 10^{-2}$	$1,9 \times 10^{-2}$	$1,8 \times 10^{-2}$	$1,7 \times 10^{-2}$
f=3 $\times 10^{-2}$	-	-	-	-	-	-	-
f=3 $\times 10^{-1}$	-	-	-	-	-	-	-

Tabla D.25:  $\gamma_3$  [hr<sup>-1</sup>], modelo 3B

Casos	$\lambda = 1 \times 10^{-2}$	$\lambda = 1 \times 10^{-1}$	$\lambda = 1 \times 10^0$	$\lambda = 1 \times 10^1$	$\lambda = 1 \times 10^2$	$\lambda = 1 \times 10^3$	$\lambda = 1 \times 10^4$
Base	-	-	$4,5 \times 10^{-3}$	$6,9 \times 10^{-3}$	$1,6 \times 10^{-2}$	$6,0 \times 10^{-2}$	$9,7 \times 10^{-2}$
a=1 $\times 10^{-4}$	-	-	-	-	-	$5,9 \times 10^{-2}$	$7,7 \times 10^{-2}$
a=1 $\times 10^0$	-	-	-	-	$3,1 \times 10^{-2}$	$3,1 \times 10^{-2}$	$4,5 \times 10^{-2}$
a=1 $\times 10^2$	-	-	-	-	$3,9 \times 10^{-4}$	$6,0 \times 10^{-4}$	$2,2 \times 10^{-2}$
b=1 $\times 10^{-3}$	-	-	-	-	-	$2,4 \times 10^{-3}$	$2,3 \times 10^{-3}$
b=1 $\times 10^{-2}$	-	-	-	-	$9,0 \times 10^{-3}$	$1,6 \times 10^{-2}$	$1,7 \times 10^{-2}$
b=1 $\times 10^0$	-	-	-	$6,9 \times 10^{-3}$	$1,7 \times 10^{-2}$	$7,1 \times 10^{-2}$	$1,8 \times 10^{-1}$
b=1 $\times 10^1$	-	-	-	$6,8 \times 10^{-3}$	$1,6 \times 10^{-2}$	$8,2 \times 10^{-2}$	$8,0 \times 10^0$
d=0	-	-	-	-	-	-	-
d=0,1	-	-	-	-	$1,6 \times 10^{-2}$	$6,6 \times 10^{-2}$	$2,1 \times 10^{-1}$
d=0,5	-	-	$3,1 \times 10^{-3}$	$5,7 \times 10^{-3}$	$1,5 \times 10^{-2}$	$6,3 \times 10^{-2}$	$1,3 \times 10^{-1}$
d=3	-	-	-	-	$1,3 \times 10^{-2}$	$4,7 \times 10^{-2}$	$6,5 \times 10^{-2}$
f=0	-	$5,0 \times 10^{-4}$	-	$4,9 \times 10^{-3}$	$1,4 \times 10^{-2}$	$4,7 \times 10^{-2}$	$6,6 \times 10^{-2}$
f=3 $\times 10^{-3}$	-	-	-	$5,5 \times 10^{-3}$	$1,3 \times 10^{-2}$	$5,0 \times 10^{-2}$	$7,3 \times 10^{-2}$
f=3 $\times 10^{-2}$	-	-	-	-	-	-	-
f=3 $\times 10^{-1}$	-	-	-	-	-	-	-

Tabla D.26:  $\xi$  [-], modelo 3B

Casos	$\lambda = 1 \times 10^{-2}$	$\lambda = 1 \times 10^{-1}$	$\lambda = 1 \times 10^0$	$\lambda = 1 \times 10^1$	$\lambda = 1 \times 10^2$	$\lambda = 1 \times 10^3$	$\lambda = 1 \times 10^4$
Base	-	-	21,47	14,31	12,55	0,93	0,73
a=1 $\times 10^{-4}$	-	-	-	-	-	0,73	1,03
a=1 $\times 10^0$	-	-	-	-	1,12	1,10	1,09
a=1 $\times 10^2$	-	-	-	-	1,19	1,14	1,13
b=1 $\times 10^{-3}$	-	-	-	-	-	1,40	1,37
b=1 $\times 10^{-2}$	-	-	-	-	4,71	1,37	1,13
b=1 $\times 10^0$	-	-	-	14,43	12,98	0,88	0,69
b=1 $\times 10^1$	-	-	-	14,67	12,96	0,81	0,69
d=0	-	-	-	-	-	-	-
d=0,1	-	-	-	-	0,83	0,32	0,14
d=0,5	-	-	16,25	11,47	3,38	0,64	0,43
d=3	-	-	-	-	-0,80	1,86	1,80
f=0	-	-0,44	-	15,42	1,69	0,66	0,57
f=3 $\times 10^{-3}$	-	-	-	15,41	2,49	0,72	0,60
f=3 $\times 10^{-2}$	-	-	-	-	-	-	-
f=3 $\times 10^{-1}$	-	-	-	-	-	-	-

Tabla D.27:  $C_b$  [kg m<sup>-3</sup>], modelo 3B

Casos	$\lambda = 1 \times 10^{-2}$	$\lambda = 1 \times 10^{-1}$	$\lambda = 1 \times 10^0$	$\lambda = 1 \times 10^1$	$\lambda = 1 \times 10^2$	$\lambda = 1 \times 10^3$	$\lambda = 1 \times 10^4$
Base	-	-	$2,2 \times 10^{-2}$	$2,2 \times 10^{-2}$	$2,0 \times 10^{-2}$	$1,2 \times 10^{-2}$	$1,2 \times 10^{-2}$
$a=1 \times 10^{-4}$	-	-	-	-	-	$1,1 \times 10^{-2}$	$1,2 \times 10^{-2}$
$a=1 \times 10^0$	-	-	-	-	$1,0 \times 10^{-3}$	$1,3 \times 10^{-4}$	$-5,4 \times 10^{-4}$
$a=1 \times 10^2$	-	-	-	-	$-1,0 \times 10^0$	$-1,1 \times 10^0$	$-1,2 \times 10^0$
$b=1 \times 10^{-3}$	-	-	-	-	-	$-1,8 \times 10^{-2}$	$3,7 \times 10^{-3}$
$b=1 \times 10^{-2}$	-	-	-	-	$1,8 \times 10^{-2}$	$1,1 \times 10^{-2}$	$1,1 \times 10^{-2}$
$b=1 \times 10^0$	-	-	-	$2,2 \times 10^{-2}$	$2,0 \times 10^{-2}$	$1,2 \times 10^{-2}$	$1,2 \times 10^{-2}$
$b=1 \times 10^1$	-	-	-	$2,2 \times 10^{-2}$	$2,0 \times 10^{-2}$	$1,1 \times 10^{-2}$	$1,2 \times 10^{-2}$
$d=0$	-	-	-	-	-	-	-
$d=0,1$	-	-	-	-	$9,4 \times 10^{-3}$	$1,0 \times 10^{-2}$	$1,0 \times 10^{-2}$
$d=0,5$	-	-	$2,6 \times 10^{-2}$	$2,3 \times 10^{-2}$	$1,7 \times 10^{-2}$	$1,1 \times 10^{-2}$	$1,1 \times 10^{-2}$
$d=3$	-	-	-	-	$-2,8 \times 10^{-3}$	$1,3 \times 10^{-2}$	$1,2 \times 10^{-2}$
$f=0$	-	$-1,1 \times 10^0$	-	$2,4 \times 10^{-2}$	$7,0 \times 10^{-3}$	$3,7 \times 10^{-3}$	$3,6 \times 10^{-3}$
$f=3 \times 10^{-3}$	-	-	-	$2,3 \times 10^{-2}$	$1,2 \times 10^{-2}$	$6,1 \times 10^{-3}$	$6,0 \times 10^{-3}$
$f=3 \times 10^{-2}$	-	-	-	-	-	-	-
$f=3 \times 10^{-1}$	-	-	-	-	-	-	-

Tabla D.28: m, modelo 3B

Casos	$\lambda = 1 \times 10^{-2}$	$\lambda = 1 \times 10^{-1}$	$\lambda = 1 \times 10^0$	$\lambda = 1 \times 10^1$	$\lambda = 1 \times 10^2$	$\lambda = 1 \times 10^3$	$\lambda = 1 \times 10^4$
Base	-	-	0,3420	0,4381	0,4075	0,4260	0,3880
$a=1 \times 10^{-4}$	-	-	-	-	-	6,1490	2,2657
$a=1 \times 10^0$	-	-	-	-	0,0200	0,0554	0,0782
$a=1 \times 10^2$	-	-	-	-	0,0168	0,0107	0,0437
$b=1 \times 10^{-3}$	-	-	-	-	-	1,0314	0,9233
$b=1 \times 10^{-2}$	-	-	-	-	0,5614	0,5963	0,5928
$b=1 \times 10^0$	-	-	-	0,4242	0,3945	0,4009	0,3390
$b=1 \times 10^1$	-	-	-	0,5561	0,5559	0,5883	1,0270
$d=0$	-	-	-	-	-	-	-
$d=0,1$	-	-	-	-	1,2504	1,2705	1,0823
$d=0,5$	-	-	0,3849	0,5193	0,5244	0,5659	0,4893
$d=3$	-	-	-	-	-0,2681	0,3192	0,3099
$f=0$	-	-12,0094	-	0,4308	0,4984	0,5228	0,5125
$f=3 \times 10^{-3}$	-	-	-	0,4266	0,4507	0,4881	0,4739
$f=3 \times 10^{-2}$	-	-	-	-	-	-	-
$f=3 \times 10^{-1}$	-	-	-	-	-	-	-

Tabla D.29: n, modelo 3B

Casos	$\lambda = 1 \times 10^{-2}$	$\lambda = 1 \times 10^{-1}$	$\lambda = 1 \times 10^0$	$\lambda = 1 \times 10^1$	$\lambda = 1 \times 10^2$	$\lambda = 1 \times 10^3$	$\lambda = 1 \times 10^4$
Base	-	-	0,1601	0,0878	0,0751	0,0723	0,0695
$a=1 \times 10^{-4}$	-	-	-	-	-	0,8806	0,5282
$a=1 \times 10^0$	-	-	-	-	0,0194	0,0192	0,0183
$a=1 \times 10^2$	-	-	-	-	0,0202	0,0209	0,0168
$b=1 \times 10^{-3}$	-	-	-	-	-	0,0922	0,1114
$b=1 \times 10^{-2}$	-	-	-	-	0,0466	0,0658	0,0712
$b=1 \times 10^0$	-	-	-	0,0884	0,0762	0,0713	0,0697
$b=1 \times 10^1$	-	-	-	0,0793	0,0648	0,0533	0,0615
$d=0$	-	-	-	-	-	-	-
$d=0,1$	-	-	-	-	0,0422	0,0275	0,0192
$d=0,5$	-	-	0,1017	0,0492	0,0581	0,0561	0,0532
$d=3$	-	-	-	-	0,5784	0,0959	0,0893
$f=0$	-	20,1954	-	0,1121	0,1159	0,1134	0,1107
$f=3 \times 10^{-3}$	-	-	-	0,1081	0,1045	0,1011	0,0980
$f=3 \times 10^{-2}$	-	-	-	-	-	-	-
$f=3 \times 10^{-1}$	-	-	-	-	-	-	-

Tabla D.30: p, modelo 3B

Casos	$\lambda = 1 \times 10^{-2}$	$\lambda = 1 \times 10^{-1}$	$\lambda = 1 \times 10^0$	$\lambda = 1 \times 10^1$	$\lambda = 1 \times 10^2$	$\lambda = 1 \times 10^3$	$\lambda = 1 \times 10^4$
Base	-	-	1,3789	25,6881	35,0492	39,9029	30,6434
$a=1 \times 10^{-4}$	-	-	-	-	-	4436,1317	1399,3960
$a=1 \times 10^0$	-	-	-	-	-0,2059	-2,8950	-3,9346
$a=1 \times 10^2$	-	-	-	-	0,6265	-2,9987	-4,4215
$b=1 \times 10^{-3}$	-	-	-	-	-	254,7226	243,1559
$b=1 \times 10^{-2}$	-	-	-	-	61,3284	88,1073	88,8665
$b=1 \times 10^0$	-	-	-	26,4688	34,9840	36,4691	21,8244
$b=1 \times 10^1$	-	-	-	12,0959	11,6189	-6,3932	-14,9305
d=0	-	-	-	-	-	-	-
d=0,1	-	-	-	-	278,5230	294,3721	231,0637
d=0,5	-	-	12,3760	48,8615	65,2256	78,7101	56,2992
d=3	-	-	-	-	-101,7641	13,0001	13,8162
f=0	-	-64,1373	-	21,3643	56,9460	64,2500	60,0549
$f=3 \times 10^{-3}$	-	-	-	21,3940	45,7470	54,8589	49,9194
$f=3 \times 10^{-2}$	-	-	-	-	-	-	-
$f=3 \times 10^{-1}$	-	-	-	-	-	-	-

Tabla D.31: q, modelo 3B

Casos	$\lambda = 1 \times 10^{-2}$	$\lambda = 1 \times 10^{-1}$	$\lambda = 1 \times 10^0$	$\lambda = 1 \times 10^1$	$\lambda = 1 \times 10^2$	$\lambda = 1 \times 10^3$	$\lambda = 1 \times 10^4$
Base	-	-	7,6329	8,9450	9,7401	10,6058	9,9845
$a=1 \times 10^{-4}$	-	-	-	-	-	552,8646	378,9575
$a=1 \times 10^0$	-	-	-	-	1,9334	1,9707	1,8357
$a=1 \times 10^2$	-	-	-	-	1,9414	1,8779	1,6629
$b=1 \times 10^{-3}$	-	-	-	-	-	24,9192	35,8811
$b=1 \times 10^{-2}$	-	-	-	-	5,8157	12,5622	14,4741
$b=1 \times 10^0$	-	-	-	9,2383	10,1421	10,4429	9,8766
$b=1 \times 10^1$	-	-	-	9,4779	11,2627	13,0029	12,0041
d=0	-	-	-	-	-	-	-
d=0,1	-	-	-	-	14,2570	7,2750	1,7932
d=0,5	-	-	9,4283	5,6460	8,6846	9,8218	8,9810
d=3	-	-	-	-	38,9312	8,3968	8,6882
f=0	-	24,3748	-	8,3028	16,7974	20,2366	19,9426
$f=3 \times 10^{-3}$	-	-	-	8,7350	14,2891	16,9030	16,4188
$f=3 \times 10^{-2}$	-	-	-	-	-	-	-
$f=3 \times 10^{-1}$	-	-	-	-	-	-	-