



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

MODELAMIENTO Y CONTROL DEL SISTEMA ELÉCTRICO DE UNA AERONAVE
Y SU INTERCONEXIÓN FRENTE A FALLAS DEL GENERADOR

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL ELÉCTRICO

CRISTOFER ALEJANDRO RIVERA GALAZ

PROFESOR GUÍA:
CONSTANZA AHUMADA SANHUEZA

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
PATRICIO MENDOZA ARAYA
RODRIGO MORENO VIEYRA

SANTIAGO DE CHILE
2021

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL ELÉCTRICO
POR: CRISTOFER ALEJANDRO RIVERA GALAZ
FECHA: 2021
PROF. GUÍA: CONSTANZA AHUMADA SANHUEZA

MODELAMIENTO Y CONTROL DEL SISTEMA ELÉCTRICO DE UNA AERONAVE Y SU INTERCONEXIÓN FRENTE A FALLAS DEL GENERADOR

La eficiencia que representa, en los aviones modernos, el uso de energía eléctrica por sobre otras fuentes de energía como hidráulicas o neumáticas, ha permitido el desarrollo de sistemas eléctricos más complejos. Estos aviones se caracterizan porque la totalidad de la energía utilizada es eléctrica. Esta situación implica un aumento considerable en la capacidad eléctrica instalada en dichas aeronaves. Como consecuencia de lo anterior se produce un mayor acople entre los sistemas eléctrico y mecánico por lo que posibles fallas en el sistema eléctrico tendrán impactos negativos en el sistema mecánico.

El objetivo de este trabajo es modelar el sistema eléctrico de un avión, el cual considera dos micro-redes gemelas, y en base a ese modelo determinar la carga máxima con la cual el sistema no pasará a ser inestable. Además de controlar y reducir el impacto que una falla, como la desconexión de un generador, produce en el sistema mecánico. Dicho impacto se presenta en forma de vibraciones torsionales las cuales producen daños en el eje del generador.

Se presenta una metodología que permite la implementación de un modelo reducido del sistema eléctrico de un avión, el cual considera un sistema principal en AC y barras DC. Se comienza desde el equipo mas elemental del sistema, que corresponde al generador, componente que en primera instancia se prueba en vacío midiendo variables eléctricas de interés. Posteriormente se conecta un sistema eléctrico cuya complejidad crece gradualmente con la conexión de cargas y equipos de rectificación y se realizan mediciones en los puntos de conexión de las cargas así como en el generador para verificar el cumplimiento de condiciones de operación. Luego dicho modelo es conectado a una versión reducida del sistema mecánico, el cual permite estudiar los principales efectos que producen en él fallas ocurridas en el sistema eléctrico.

Las pruebas realizadas consideran variaciones en una de las micro-redes cuando se trabaja en forma aislada y también se realizan pruebas de interconexión de los dos sistemas gemelos. Las formas de conexión utilizadas consideran escalones y pulsos y además se estudian puntos de operación estables e inestables. A partir de cada una de las pruebas se analiza el comportamiento del sistema eléctrico estudiando la tensión, potencias y torque. El comportamiento del sistema mecánico es analizado a partir de mediciones de torque y velocidad.

De los resultados obtenidos, ante las distintas pruebas, se extrae que cuando uno de los sistemas gemelos trabaja de forma aislada no se producen impactos importantes en el sistema mecánico. Para la interconexión de los sistemas se obtiene que, en el caso de conexión mediante escalón, se producen oscilaciones y sobrepaso en las mediciones de las variables de interés lo que implica la presencia de vibraciones torsionales que producen daños en el sistema mecánico. La interconexión en forma de pulso reduce la presencia de esas vibraciones, por lo que mediante este tipo de conexión disminuyen los daños en el sistema mecánico.

Tabla de Contenido

Índice de Tablas	v
Índice de Figuras	vi
1 Introducción	1
1.1 Motivación	1
1.2 Objetivos	3
1.2.1 Objetivos Generales	3
1.2.2 Objetivos Específicos	3
1.3 Alcances	4
1.4 Estructura de la Memoria	4
2 Marco Teórico	5
2.1 Sistema Eléctrico del <i>More Electric Aircraft</i>	5
2.1.1 Generador sincrónico	6
2.1.1.1 Estrategias de Generación	11
2.1.1.2 Control de Generadores	12
2.1.2 Unidad Rectificadora Transformadora.	12
2.1.3 Cargas	13
2.1.3.1 Cargas de Potencia Constante	14
2.2 Interacción Electromecánica	15
2.2.1 Reducción modelo tren motriz	16
2.2.2 Cancelación de vibraciones	18
2.3 Condiciones de operación	19
2.3.1 Características sistema eléctrico	19
2.3.2 Contenido armónico	20
2.4 Control y Estabilidad	21
3 Metodología	23
4 Implementación	25
4.1 Sistema eléctrico	25
4.1.1 Definición sistema eléctrico	25
4.1.2 Generador síncrono con GCU	27
4.1.3 Modelo con carga resistiva	34
4.1.4 Modelo con carga de potencia constante	37
4.1.5 Modelo con filtro LCL	41
4.2 Implementación sistema mecánico	44

4.3	Diseño e implementación sistema de control de interconexión	47
4.3.1	Determinar carga máxima	47
4.3.2	Sistema de Control y pruebas	53
5	Resultados y análisis	55
5.1	Aumento de carga de potencia constante en forma de escalón	55
5.1.1	Punto de operación estable	55
5.1.2	Punto de operación inestable	58
5.2	Interconexión de sistemas eléctricos en forma de escalón	60
5.2.1	Punto de operación estable	60
5.2.2	Punto de operación críticamente estable	62
5.3	Interconexión sistemas eléctricos en forma de pulsos	65
5.3.1	Punto de operación estable	65
5.3.2	Punto de operación inestable	67
5.4	Análisis	69
5.4.1	Aumento de carga de potencia constante en forma de escalón	69
5.4.2	Interconexión de sistemas eléctricos en forma de escalón	70
5.4.3	Interconexión en forma de pulsos	70
6	Conclusión	71
	Bibliografía	73
A	Anexo A. Transformada $\alpha\beta$	75
B	Anexo B. Planta generador	76

Índice de Tablas

Tabla 2.1	Variables modelo Generador sincrónico.	9
Tabla 2.2	Cargas eléctricas típicas del MEA	14
Tabla 2.3	Características de operación normal sistema AC.	20
Tabla 4.1	Parámetros generador sincrónico	29
Tabla 4.2	Parámetros control PI.	32
Tabla 4.3	Parámetros modelo sin filtro	38
Tabla 4.4	Parámetros modelo con filtro LCL	41
Tabla 4.5	Parámetros sistema mecánico	45

Índice de Figuras

Figura 1.1	Uso de fuentes de energía en aviones típicos y <i>MEA</i> . Fuente: [2].	1
Figura 1.2	Evolución Capacidad eléctrica [kVA] instalada en distintos aviones. Fuente: [4].	2
Figura 2.1	Sistema Eléctrico de Potencia del B-787. Fuente: [3].	5
Figura 2.2	Generador sincrónico.	7
Figura 2.3	Enrollados generador sincrónico.	7
Figura 2.4	Circuito magnético monofásico.	8
Figura 2.5	Sistema de generación a frecuencia constante con caja de engranajes. Fuente: [2].	11
Figura 2.6	Sistema de generación a frecuencia variable con convertor. Fuente: [2].	11
Figura 2.7	Sistema de generación a frecuencia variable sin convertor. Fuente: [2].	11
Figura 2.8	Diagrama EMA. Fuente: [11].	13
Figura 2.9	Diagrama EHA. Fuente: [11].	14
Figura 2.10	Sistema interacción electromecánica. Fuente: [13].	15
Figura 2.11	Modelo tren motriz reducido - 2 generadores caja de engranajes y bomba.	16
Figura 2.12	Modelo reducido- 2 generadores.	17
Figura 2.13	Modelo mecánico versión reducida con 1 generador y 1 eje. Fuente: [18].	17
Figura 2.14	Distorsión máxima sistemas AC de 400 Hz y frecuencia variable.	20
Figura 4.1	Diagrama unilineal sistema eléctrico.	26
Figura 4.2	Representación sistema eléctrico generador.	27
Figura 4.3	Máquina sincrónica PLECS.	28
Figura 4.4	Esquemático GCU. Fuente: [23].	30
Figura 4.5	Lugar geométrico de la raíz controlador + planta.	32
Figura 4.6	Respuesta a entrada escalón controlador + planta.	32
Figura 4.7	Generador sincrónico con GCU.	33
Figura 4.8	Respuesta de voltajes ante cambio en referencia en forma de escalón.	33
Figura 4.9	FFT onda de tensión generador en vacío.	34
Figura 4.10	Implementación con carga resistiva.	34
Figura 4.11	Implementación PLL.	35
Figura 4.12	Voltajes medidos en estator de máquina con conexión de carga resistiva.	35
Figura 4.13	Corrientes medidas con máquina mas carga resistiva.	36
Figura 4.14	Frecuencia medida en modelo con carga resistiva.	36
Figura 4.15	Modelo con carga de potencia constante.	37
Figura 4.16	Mediciones carga de potencia constante modelo sin filtro.	38
Figura 4.17	Potencia consumida por la CPL modelo sin filtro	39
Figura 4.18	Voltajes medidos en bornes estator modelo sin filtro.	39

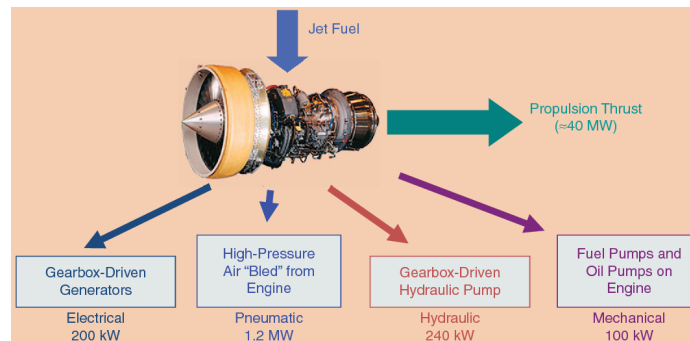
Figura 4.19	Corriente inyectada por generador modelo sin filtro.	40
Figura 4.20	Contenido armónico modelo sin filtro.	40
Figura 4.21	Frecuencia tensión abc medida modelo sin filtro.	41
Figura 4.22	Sistema eléctrico completo con filtro para armónicos.	42
Figura 4.23	Voltajes en bornes estator considerando filtro LCL.	42
Figura 4.24	Contenido armónico modelo con filtro LCL.	43
Figura 4.25	Potencia consumida por la CPL modelo con filtro.	43
Figura 4.26	Mediciones carga de potencia constante modelo con filtro.	44
Figura 4.27	Esquemático sistema mecánico.	44
Figura 4.28	Sistema mecánico implementado.	45
Figura 4.29	Evolución de torque.	46
Figura 4.30	FFT onda de torque.	46
Figura 4.31	Representación circuital sistema eléctrico implementado.	48
Figura 4.32	Curva de valores críticos estabilidad.	52
Figura 4.33	Sistema eléctrico gemelo.	53
Figura 4.34	Solución de (2.20) con $\xi = 0$	54
Figura 5.1	Potencia CPL prueba 1.	55
Figura 5.2	Tensión y Corriente carga de potencia constante prueba 1.	56
Figura 5.3	Tensión en bornes de generador prueba 1.	56
Figura 5.4	Respuesta controlador prueba 1.	57
Figura 5.5	Torque prueba 1.	57
Figura 5.6	Potencia CPL prueba 2.	58
Figura 5.7	Tensión barra DC y Corriente carga de potencia constante prueba 2.	58
Figura 5.8	Tensión en bornes de generador prueba 2.	59
Figura 5.9	Voltaje de campo prueba 2.	59
Figura 5.10	Torque prueba 2.	60
Figura 5.11	Tensión en bornes de generador coordenadas dq prueba 3.	60
Figura 5.12	Tensión barra DC prueba 3.	61
Figura 5.13	Consumo CPL prueba 3.	61
Figura 5.14	Torque prueba 3.	62
Figura 5.15	Velocidad generador prueba 3.	62
Figura 5.16	Tensión en bornes de generador coordenadas prueba 4.	62
Figura 5.17	Potencia CPL prueba 4.	63
Figura 5.18	Tensión barra DC prueba 4.	63
Figura 5.19	Torque prueba 4.	64
Figura 5.20	Evolución velocidad rotor prueba 4	64
Figura 5.21	Tensión bornes generador dq prueba 5	65
Figura 5.22	Tensión DC y corriente CPL prueba 5.	65
Figura 5.23	Potencia CPL prueba 5.	66
Figura 5.24	Torque prueba 5.	66
Figura 5.25	Velocidad generador prueba 5.	67
Figura 5.26	Tensión bornes generador prueba 6.	67
Figura 5.27	Tensión DC prueba 6.	68
Figura 5.28	Torque prueba 6.	68
Figura 5.29	Velocidad generador prueba 6.	69

Capítulo 1

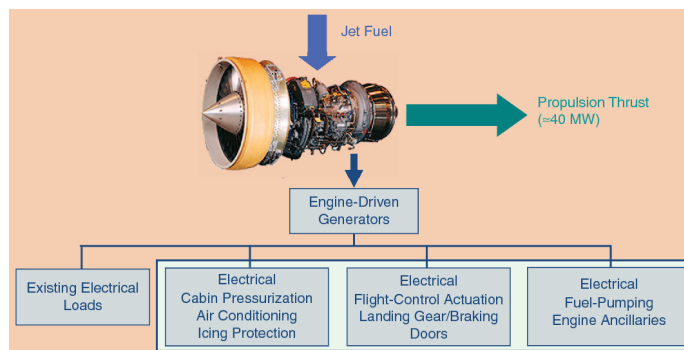
Introducción

1.1. Motivación

Los sistemas eléctricos utilizados en aviones han pasado por importantes cambios durante los últimos años, entre ellos los mas importantes corresponden a un aumento tanto en la capacidad de energía del sistema como la complejidad del mismo [1]. El aumento en la capacidad y la complejidad del sistema se debe a que, como se señala en [2] y se muestra en la Figura 1.1, se ha comenzado a utilizar solo electricidad para suministrar energía que antes era suministrada en conjunto por fuentes hidráulicas, neumáticas o mecánicas y eléctricas.



(a) Avión Típico



(b) MEA

Figura 1.1: Uso de fuentes de energía en aviones típicos y MEA. Fuente: [2].

Se pasa de una composición de 200kW de fuentes eléctricas, 1.2MW de fuentes neumáticas, 240kW de fuentes hidráulicas y 100kW de fuentes mecánicas a una composición únicamente de fuentes eléctricas, lo que se traduce en una capacidad eléctrica instalada total cercana a los 1.5MW.

Como se señala en [3], este cambio se debe a que el uso de electricidad es mas eficiente que las otras fuentes señaladas, lo que se explica porque al integrar las distintas fuentes de energía en solo una se reduce por ejemplo el peso presente en las máquinas ya que no se utilizan tuberías para el uso de energía hidráulica o ductos para el gas. Además del cambio en la estructura relacionada con las otras fuentes de energía también existen mejoras en el ámbito eléctrico ya que por ejemplo el motor ya no extrae aire comprimido del compresor ni considera engranajes o cajas de cambios para transmitir la energía a los accesorios.

Aquellos aviones que cumplen con la característica de que la energía suministrada es principalmente eléctrica, como por ejemplo el Boeing 787 (B-787) y el Airbus A380 son conocidos como “*More electric Aircraft*” (*MEA*). En [4] y como se puede ver en la Figura 1.2 se muestra la evolución en la capacidad eléctrica de los aviones hasta llegar a los *MEA*. Las dos aeronaves nombradas poseen una potencia eléctrica instalada bastante superior a sus predecesores.

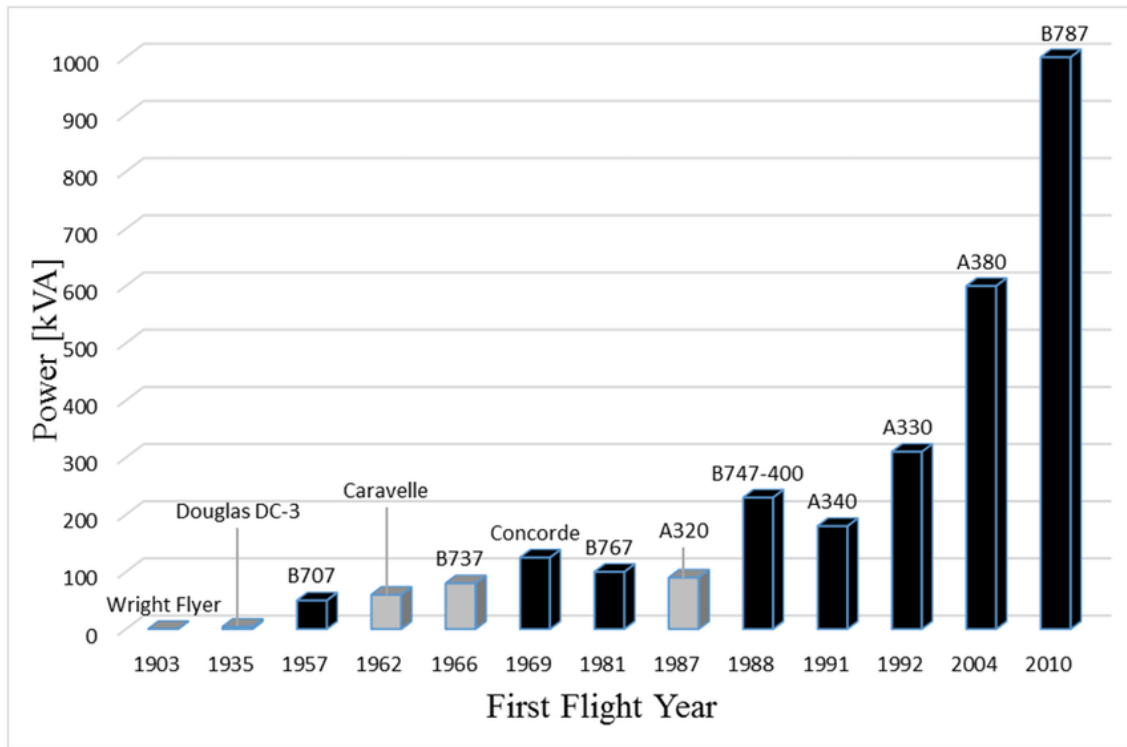


Figura 1.2: Evolución Capacidad eléctrica [kVA] instalada en distintos aviones. Fuente: [4].

Este tipo de aeronaves se caracterizan por la presencia de una red eléctrica compuesta tanto por barras en corriente alterna como en corriente continua. Es por ello que estas redes tienen un alto grado de integración de equipos de electrónica de potencia [5].

Con el aumento de la cantidad de potencia eléctrica que se consume en los *MEA*, con respecto a los aviones tradicionales, se produce un acoplamiento mayor entre el sistema eléctrico y el sistema mecánico ya que la parte mecánica mantiene su tamaño. Así las cargas eléctricas tienen un mayor impacto en el sistema mecánico y en particular en el eje del motor, en este sentido los transientes eléctricos producto de la conexión de cargas tendrán impacto en el eje del motor reduciendo su vida útil [6].

El sistema eléctrico de un *MEA* es simétrico y a grandes rasgos está compuesto por dos zonas, cada una de las cuales es alimentada por dos generadores sincrónicos de frecuencia variable. Además el sistema completo cuenta con generadores de respaldo, que actúan en casos de emergencia [1]. Cada una de las dos zonas del sistema eléctrico puede ser vista como una micro-red y en esta memoria se estudia que sucede al aumentar el esfuerzo del eje de los generadores, por ejemplo, cuando se está en presencia de una falla de un generador, lo que se traduce en la interconexión de las dos zonas que componen el sistema eléctrico.

Considerando que el B-787 es el avión comercial que posee el sistema eléctrico más grande, el cual consta de una capacidad instalada superior a 1.4 MVA, el de mayor capacidad entre todos los *MEA*, se propone el sistema eléctrico de ese avión como base para el modelo que se implementa con el fin de poder realizar los estudios antes planteados.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivos Generales

El objetivo principal es modelar el sistema eléctrico del *MEA*, junto con determinar, controlar y reducir el impacto de un aumento alto de carga sobre ejes de generadores sincrónicos del sistema, tales como interconexión de los sistemas de potencia en caso de falla de alguno de los generadores. Y estudiar como se ve afectada la estabilidad del sistema eléctrico ante dicha situación.

1.2.2. Objetivos Específicos

Para cumplir con el objetivo general se plantean los siguientes objetivos específicos que son necesarios para un correcto recorrido hacia el cumplimiento del objetivo general:

1. Modelar versión reducida del sistema eléctrico de un *MEA* considerando cargas resistivas y de potencia constante y usando parámetros reales.
2. Estudiar la estabilidad de la red eléctrica y determinar la carga máxima soportada en términos de estabilidad y vibraciones en el eje del generador.
3. Modelar versión reducida de sistema mecánico que permita analizar las interacciones electromecánicas producidas en caso de falla.
4. Diseñar sistema de control en el punto de interconexión de los sistemas eléctricos, con el fin de disminuir excitación de vibraciones torsionales en el eje del generador, las que producen daños en el eje con el tiempo.

1.3. Alcances

Este trabajo de memoria considera el desarrollo de versiones simplificadas pero representativas de los sistemas eléctricos y mecánicos de aeronaves, que son los que se ven afectados ante fallas en la generación. Considerando lo señalado los alcances del trabajo son los siguientes:

1. Se utilizan los modelos de máquinas disponibles en PLECS.
2. Se modelan los sistemas de control de los generadores y se presentan estrategias para la interconexión de los sistemas en caso de falla.
3. Las cargas son resistivas y de potencia constante.
4. Se trabaja hasta el orden de los milisegundos, por lo que el switching de los convertidores se encuentra fuera del modelamiento de este sistema.
5. La micro-red híbrida es simplificada de manera tal de modelar el sistema con una barra AC y una barra DC.
6. La red se considera simétrica y balanceada en todo instante de tiempo.

1.4. Estructura de la Memoria

Esta memoria continúa de la siguiente manera

Capítulo 2 Marco Teórico: Se presenta los conceptos técnicos necesarios para comprender el desarrollo de la memoria. Se explican los fundamentos a partir de los cuales se obtienen los modelos de los principales componentes de los sistemas eléctrico y mecánico del *MEA*. Además se presentan antecedentes complementarios para la memoria de manera de facilitar la comprensión de la misma.

Capítulo 3 Metodología: Se establece el procedimiento a seguir para cumplir con los objetivos planteados, señalando las etapas en las que se divide el proceso junto con las principales tareas a desarrollar en cada una de las etapas, así como los supuestos y análisis que permite la implementación de los modelos en el software utilizado.

Capítulo 4 Implementación mediante simulación: Se realiza el desarrollo de los modelos planteados, siguiendo los pasos señalados en la metodología y evaluando el funcionamiento de cada una de los componentes del sistema.

Capítulo 5 Resultados y Análisis: Se presentan los resultados obtenidos a partir de la implementación, analizando los distintos escenarios estudiados, junto a ellos se busca dar respuesta a las interrogantes planteadas y evaluar la exactitud de los resultados.

Capítulo 6 Conclusiones: Por último se presenta la evaluación general de la memoria, haciendo hincapié en el cumplimiento de objetivos, dificultades presentes en el desarrollo del trabajo, aprendizajes obtenidos y desafíos a futuro.

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1. Sistema Eléctrico del *More Electric Aircraft*

El sistema eléctrico de un avión puede ser entendido como una micro-red, puesto que es un sistema reducido en el cual las barras de carga se encuentran muy cercanas a las barras de generación. Si bien el sistema eléctrico del MEA sigue siendo similar a lo que se entiende por micro-red, este se diferencia bastante de los sistemas de los aviones tradicionales en lo que se refiere a fuentes de energía, niveles de tensión y distribución de energía [7].

El sistema del B-787 es un ejemplo del MEA en el presente. Por lo tanto a continuación se describen los componentes del sistema eléctrico de una aeronave, tomando como referencia el sistema de dicho avión, el cual es representado por el esquema funcional de la Figura 2.1.

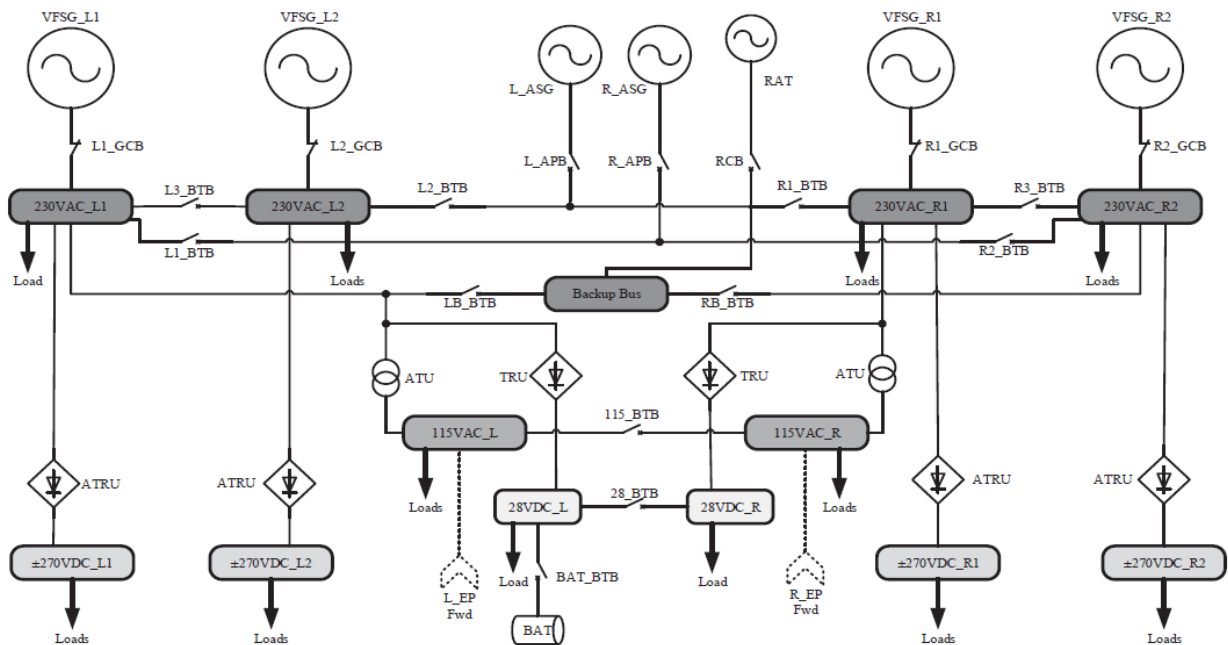


Figura 2.1: Sistema Eléctrico de Potencia del B-787. Fuente: [3].

En el esquema presentado se observa que existen 4 generadores de frecuencia variable con una capacidad de 250kVA cada uno. Los dos generadores de la izquierda son movidos por la turbina que se encuentra bajo el ala de un lado del avión y los otros dos generadores son movidos por la turbina que se encuentra bajo el ala del lado opuesto. Junto con lo anterior existen dos unidades auxiliares de generación alimentadas desde baterías externas. Considerando cada una de las unidades y la suma de sus capacidades se logra una capacidad total instalada equivalente a 1450 kVA. Este sistema es altamente confiable puesto que al existir dos sistemas eléctricos paralelos sumado a generadores de emergencias y baterías de respaldo se obtiene un sistema eléctrico con seguridad N+2.

Gracias a las diferentes opciones de generación nombradas, el sistema puede mantenerse en funcionamiento a pesar de que existan fallas en mas de un equipo de generación. Hay pruebas que demuestran que el B-787 puede volar 5.5 horas con solo un generador en funcionamiento, lo que evidencia lo robusto del sistema [5].

El sistema de la Figura 2.1 está compuesto por múltiples niveles de tensión en una red híbrida AC/DC. La barra principal tiene una tensión de 230V AC y allí se conectan tanto los generadores como algunas cargas. El tramo de distribución del sistema considera barras AC de 115V y barras DC de $\pm 270V$ y $\pm 28V$ donde se conectan el resto de cargas del sistema. La tensión DC se obtiene mediante la conexión de unidades rectificadoras a las distintas barras AC.

Un aspecto importante a considerar es la interconexión de los dos sistemas a través del interruptor principal, el cual actúa cuando se producen fallas en la generación de una mitad del sistema, situación que requiere de que solo dos de los generadores alimenten la totalidad del sistema, lo que es equivalente a duplicar la carga que alimentan esos generadores.

2.1.1. Generador sincrónico

La principal fuente de alimentación del sistema eléctrico del MEA corresponde a los generadores sincrónicos, que tienen como fuerza motriz a las turbinas de gas del avión.

En la Figura 2.2 se presenta un esquema de una máquina sincrónica trifásica de polos salientes. En ella se identifican dos elementos principales: rotor y estator. El principio de funcionamiento de esta máquina consiste en que al entregar corriente continua en el rotor de la máquina se produce un campo magnético rotatorio que induce corriente trifásica en los enrollados de armadura.

Los enrollados de estator se encuentran distribuidos sinusoidalmente y separados en 120° geométricos por lo que, en presencia de un campo magnético rotatorio uniforme, se produce en los enrollados tensiones desfasadas en 120° temporales.

Como se puede ver en el esquema del generador se definen dos ejes. El eje directo (d) se ubica 90° eléctricos por delante del eje de cuadratura (q). La posición del rotor relativa al estator es medida por el ángulo θ entre el eje d y el eje del enrollado de la fase a .

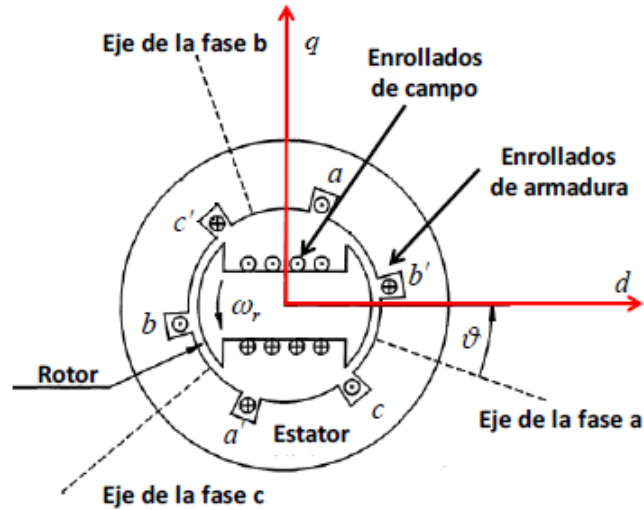


Figura 2.2: Generador síncrono.

El análisis matemático de la máquina considera los siguientes supuestos

1. Enrollados de estator distribuidos sinusoidalmente a lo largo del entrehierro.
2. Las ranuras de estator no causan una variación apreciable en la inductancia del rotor.
3. La histéresis magnética es despreciable.
4. Los efectos de saturación magnética son despreciables.

Los circuitos envueltos en el análisis son presentados en la Figura 2.3. El estator considera un enrollado con resistencia r_s por cada fase, cada uno de esos enrollados conduce una corriente alterna (i_a, i_b, i_c). El rotor consta de un enrollado de campo (f_d) con N_{fd} vueltas y resistencia r_{fd} .

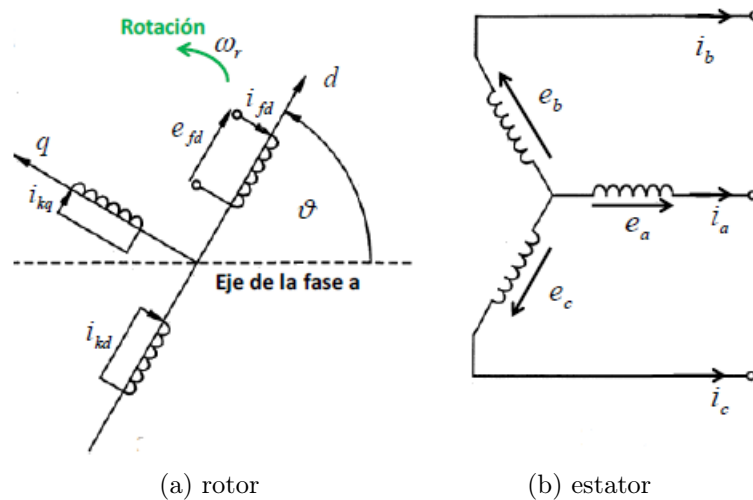


Figura 2.3: Enrollados generador síncrono.

En el circuito del rotor se encuentran los enrollados amortiguadores que, como su nombre lo señala, amortiguan las oscilaciones de velocidad. Cuando la máquina gira a velocidad síncrona no circulan corrientes por los circuitos amortiguadores. En cambio cuando cambia la carga en el generador, la velocidad del rotor oscila en torno a la velocidad síncrona. En la representación circuital del rotor uno de los enrollados amortiguadores está alineado con el eje magnético del enrollado de campo, dicho enrollado (k_d) tiene N_d vueltas y resistencia r_{kd} . El otro enrollado amortiguador (k_q) se encuentra desplazado 90° con respecto al eje magnético del enrollado de campo y tiene N_{kq} vueltas y resistencia r_{kq} .

De acuerdo al circuito magnético de la Figura 2.4 la ecuación que rige el comportamiento de la máquina síncrona es $e_1 = r \cdot i + e_i$ donde $e_i = \frac{\partial \psi}{\partial t}$. Para el generador se utiliza como convención que el sentido positivo de la corriente de estator es saliendo de la máquina. En cambio la dirección positiva de la corriente de campo y de los circuitos amortiguadores es hacia la máquina. Con lo anterior se pueden expresar las ecuaciones de voltaje para cada una de las fases de acuerdo a (2.1), donde e_k , i_k y ψ_k con $k = a, b, c$ representan la tensión, corriente y flujo en cada uno de los devanados de estator.

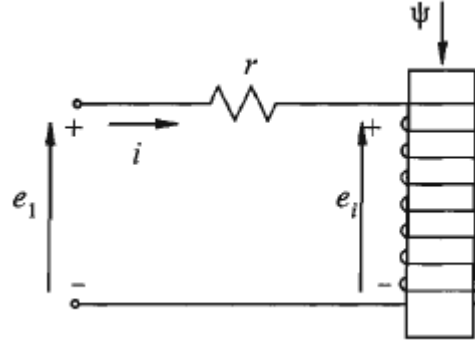


Figura 2.4: Circuito magnético monofásico.

$$\begin{aligned}
 e_a &= -r_s \cdot i_a + \frac{d\psi_a}{dt} \\
 e_b &= -r_s \cdot i_b + \frac{d\psi_b}{dt} \\
 e_c &= -r_s \cdot i_c + \frac{d\psi_c}{dt}
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

Los circuitos amortiguadores se encuentran cortocircuitados y el enrollado de campo se encuentra abierto, por lo que las ecuaciones que representan las relaciones en el rotor y los flujos enlazados son las presentadas en (2.2). Allí e_j , i_j y ψ_j con $j = f_d, k_d, k_q$ representan la tensión, corriente y flujo en el campo, en el circuito amortiguador del eje d y en el circuito amortiguador del eje q .

$$\begin{aligned}
e_{fd} &= r_{fd} \cdot i_{fd} + \frac{d\psi_{fd}}{dt} \\
0 &= r_{kd} \cdot i_{kd} + \frac{d\psi_{kd}}{dt} \\
0 &= r_{kq} \cdot i_{kq} + \frac{d\psi_{kq}}{dt}
\end{aligned} \tag{2.2}$$

En tabla 2.1 se presenta un resumen con las definiciones de cada uno de los parámetros y variables utilizadas en las ecuaciones (2.1) y (2.2).

Tabla 2.1: Variables modelo Generador sincrónico.

Variable	Significado
e_a, e_b, e_c	Voltaje instantáneo en el rotor (fase-neutro)
i_a, i_b, i_c	Corrientes instantáneas en fases a, b y c.
e_{fd}	Voltaje en el campo del rotor.
i_{fd}	Corriente en el circuito de campo
i_{kd}, i_{kq}	Corriente en los circuitos amortiguadores.
r_s	Resistencia de armadura en cada fase.
r_{fd}, r_{kd}, r_{kq}	Resistencias rotor.
ψ_a, ψ_b, ψ_c	Flujos enlazados bobinas estator.
$\psi_{fd}, \psi_{kd}, \psi_{kq}$	Flujos enlazados bobinas rotor.

A partir del trabajo realizado por Park [8] se puede eliminar la dependencia del ángulo en las ecuaciones de la máquina, pasando de un sistema estático de tres componentes abc a un sistema giratorio dq .

Las ecuaciones para pasar de ejes abc a dq y viceversa son (2.3) y (2.4) respectivamente. Allí los subíndices a, b, c representan el sistema de referencia trifásico estático, mientras que los subíndices d, q, θ representan el sistema de referencia giratorio. θ corresponde al ángulo del eje directo de estator d con respecto al eje de la fase a y queda definido como $\theta = \omega_r \cdot t$, donde ω_r es la velocidad de giro del rotor.

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \\ x_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \tag{2.3}$$

$$\begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 1 \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_d \\ x_q \\ x_0 \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

Las ecuaciones anteriores se aplican tanto para las corrientes, como tensiones y flujos. Además si el sistema es balanceado se cumple que $i_a + i_b + i_c = 0$, por lo que la componente 0 puede ser eliminada [9].

En este nuevo sistema de referencia las ecuaciones que determinan el comportamiento dinámico del generador sincrónico para el estator quedan determinadas por (2.5) y para el rotor por (2.6) y la ecuación correspondiente al torque eléctrico representada por (2.7).

$$\begin{aligned} e_d &= \frac{d\psi_d}{dt} - \psi_q \omega_r - r_s i_d \\ e_q &= \frac{d\psi_q}{dt} + \psi_d \omega_r - r_s i_q \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} e_{fd} &= r_{fd} \cdot i_{fd} + \frac{d\psi_{fd}}{dt} \\ 0 &= r_{kd} i_{kd} + \frac{d\psi_{kd}}{dt} \\ 0 &= r_{kq} i_{kq} + \frac{d\psi_{kq}}{dt} \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$T_e = \frac{3}{2} (\psi_d \cdot i_q - \psi_q \cdot i_d) \quad (2.7)$$

Además de las ecuaciones que relacionan las variables eléctricas hay dos ecuaciones que describen la dinámica del generador, estas corresponden a la ecuación de torque (2.8) y la ecuación de movimiento de la máquina (2.9), las cuales son obtenidas desde [10].

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = T_m - T_e \quad (2.8)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_r - \omega_s \quad (2.9)$$

Donde

ω_m : Velocidad angular del rotor [rad/s mecánicos]

T_m : Torque mecánico [N.m]

J : Momento de inercia de la máquina [$kg.m^2$]

δ : Posición angular del rotor [rad]

ω_r : Velocidad angular del rotor [rad/s]

2.1.1.1. Estrategias de Generación

Existen distintas alternativas para la frecuencia de la generación en los aviones, las principales corresponden a generación en frecuencia variable y generación en frecuencia constante. Para obtener frecuencia constante a partir de la turbina de gas que entrega velocidad variable se requiere de una caja de engranajes, la cual permite que el eje del generador se mueva a velocidad constante, tal como se muestra en la figura 2.5 [2].

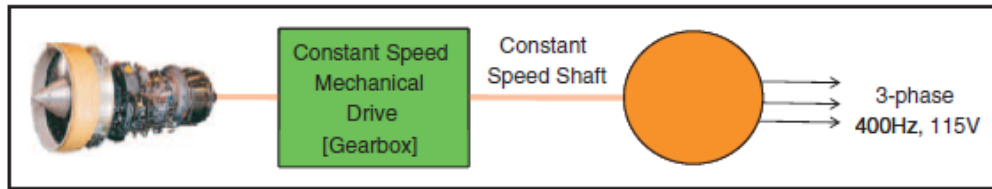


Figura 2.5: Sistema de generación a frecuencia constante con caja de engranajes. Fuente: [2].

Una alternativa diferente de generación a frecuencia constante se presenta en la figura 2.6. Allí el eje del generador se mueve a la misma velocidad que la turbina de gas, por lo tanto la velocidad de su eje y la frecuencia de generación es variable. La mayoría de las cargas eléctricas necesitan operar a frecuencia constante. Debido a lo anterior, se requiere de un sistema de conversión que puede ser un *link-dc* o un cicloconvertidor para obtener tensión a frecuencia constante.

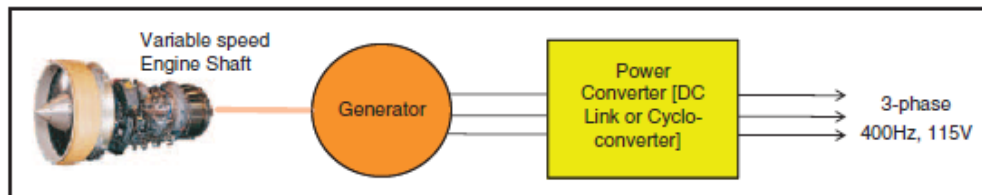


Figura 2.6: Sistema de generación a frecuencia variable con convertidor. Fuente: [2].

Por último está la alternativa de generación en frecuencia variable, en este caso se conecta el eje del generador directo al eje del motor, tal como se muestra en la figura 2.7, con esa configuración se obtiene tensión con una frecuencia entre 320 y 800[Hz]. Esta configuración tiene como ventaja que es mas simple y que al eliminar la caja de engranajes se disminuye el peso, pero tiene como desventaja que las cargas requerirán sistemas de conversión.

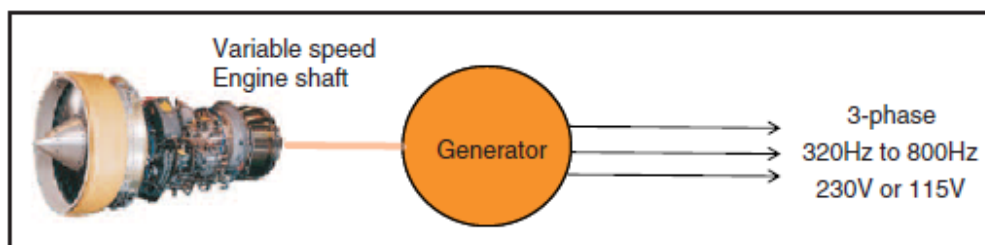


Figura 2.7: Sistema de generación a frecuencia variable sin convertidor. Fuente: [2].

2.1.1.2. Control de Generadores

Los generadores sincrónicos son la principal fuente que entrega la potencia necesaria para el funcionamiento del sistema eléctrico. Su importancia va mas allá de entregar potencia puesto que, además de determinar la cantidad de potencia que puede ser consumida en un sistema eléctrico típico, en una micro-red actúan de manera directa en el control de tensión y de frecuencia.

Para llevar a cabo el control existen distintos mecanismos, por ejemplo, en los sistemas eléctricos clásicos se consideran reguladores automáticos de voltaje (AVR) para realizar el control de tensión y reguladores de velocidad para el control de frecuencia. En los *MEA* se utilizan lo que se conoce como "*Generator Control Unit*" (GCU) para realizar el control de tensión y de frecuencia [11].

El GCU realiza acciones relacionadas con regulación de voltaje, control y protección del generador y del sistema eléctrico, y monitoreo del sistema. La principal de las tareas mencionadas corresponde a la regulación de tensión. Para llevar a cabo el control se mide la tensión en bornes de estator (variable controlada), luego ese valor es comparado con una referencia y en caso de existir diferencias entre esos valores se realizan cambios en la tensión continua que alimenta el enrollado de campo (variable manipulada) con el fin de disminuir aquella diferencia.

2.1.2. Unidad Rectificadora Transformadora.

El MEA requiere de un gran número de convertidores AC/DC para suministrar la potencia requerida por cargas como bombas de combustible, presurización de la cabina, aire acondicionado, partida del motor y control de vuelo. Para ello existen distintas posibilidades. Una alternativa corresponde a modulación por ancho de pulso (PWM) y otra opción son los convertidores pasivos multipulso. La segunda se caracteriza por su simplicidad, confiabilidad, bajo costo y alta eficiencia [12].

La presencia de equipos de rectificación implica contenido armónico en las ondas de tensión y corriente alterna. La ecuación que representa el orden de los armónicos que se presentan de acuerdo a la cantidad de pulsos (n) del rectificador es $n \cdot k \pm 1$ donde k es un entero. Por lo tanto para un rectificador de 6 pulsos se tendrá los siguientes ordenes de armónicos: 5, 7, 11, 13, 17, 19, etc. Para un rectificador de 12 pulsos se tendrán en cambio armónicos de orden 11, 13, 23, 25, 35, 37, etc. Por último para un rectificador de 18 pulsos se tendrá armónicos de orden 17, 19, 35, 37, etc.

2.1.3. Cargas

El sistema eléctrico del MEA considera un amplio rango de cargas, cada una de las cuales tiene un comportamiento característico y un efecto determinado sobre el comportamiento del sistema.

Algunas de las cargas conectadas al sistema eléctrico son obtenidas desde [13] y presentadas a continuación:

- Sistema de protección contra el hielo (WIPS): Se usan esteras de calor resistivas, las cuales pueden representar una carga de hasta 200kW.
- Sistema de control ambiental (ECS): Utiliza el accionamiento eléctrico para comprimir el aire y controlar los parámetros del aire. Consta de 4 equipos, cada uno de los cuales requiere cerca de 70 kW.
- Bombas de combustible impulsadas eléctricamente: Permiten controlar el centro de gravedad de la nave, así como reducir la fatiga estructural. Se basa en motores de inducción y la potencia que consume se encuentra alrededor de 200kVA.

Un caso particular de las cargas corresponde a los actuadores, utilizados para mover las superficies de control que permiten controlar el avión. El vuelo requiere de tres grados de control: giro, derrape e inclinación [14]. Las superficies de control críticas a las cuales se hace referencia representan el control primario y corresponden al timón, alerones y elevadores.

Para los MEA existen dos opciones de actuadores, la primera es presentada en la Figura 2.8 y corresponde al actuador electromecánico (EMA), en este caso la superficie de control es controlada por el motor que, mediante una caja de engranajes, mueve un tornillo, el cual debido a la conexión directa entre el motor y el tornillo hace que el actuador se desplace a una tasa fija.

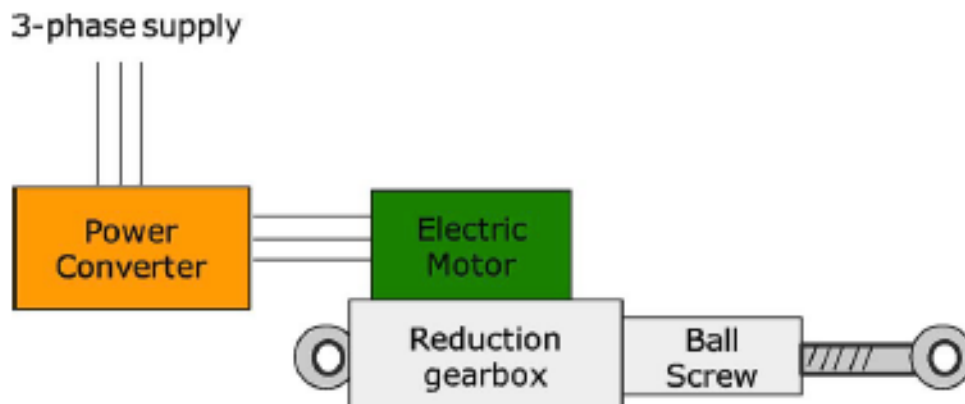


Figura 2.8: Diagrama EMA. Fuente: [11].

La otra alternativa corresponde a un actuador electrohidrostático, cuyo diagrama es presentado en la figura 2.9. Este sistema es impulsado vía hidráulica y controlado por una bomba de desplazamiento fijo accionada por un motor eléctrico.

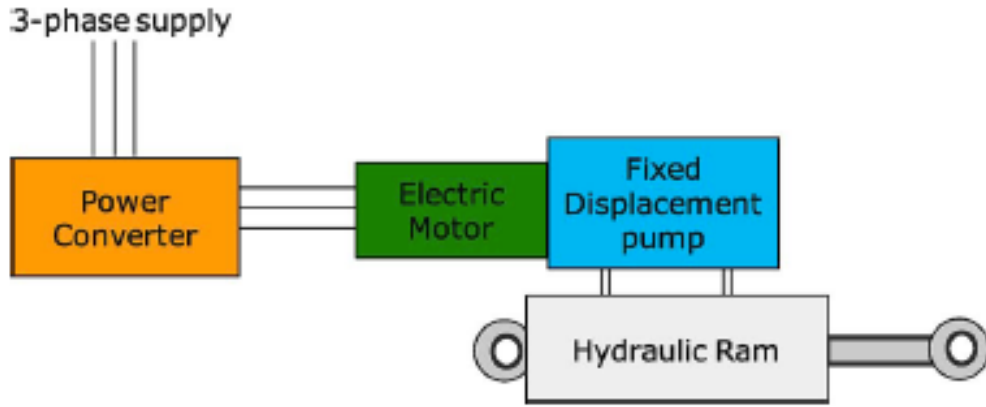


Figura 2.9: Diagrama EHA. Fuente: [11].

Las cargas se dividen en las siguientes categorías: de alta potencia, transientes (actuadores), pulsantes (radares) o de potencia constante como por ejemplo bombas [2]. En la tabla 2.2 se presenta un resumen con las cargas mas relevantes del sistema y los niveles típicos de potencia.

Tabla 2.2: Cargas eléctricas típicas del MEA

Aplicación	Comentarios	Potencia típica
Aire acondicionado	Sistema de control ambiental	4x70kW
Control de vuelo	Primario y secundario	2-35kW
Bombas de combustible		10kW
Sistemas de protección contra el hielo	Esteras térmicas o similares	250kW
Tren de aterrizaje	Retracción, dirección y frenado	5-70kW
Arranque del motor		200kW

2.1.3.1. Cargas de Potencia Constante

Las cargas de potencia constante (CPL) corresponden a las cargas mas comunes que se pueden encontrar en las barras DC del sistema eléctrico de un MEA [15]. Este tipo de cargas, generalmente, producen inestabilidad porque poseen una impedancia incremental negativa. El comportamiento dinámico de una carga de potencia constante es equivalente al de resistencia negativa que desestabiliza una barra DC y por lo tanto el sistema [16].

En las cargas de potencia constante se cumple que tienen una impedancia instantánea positiva, pero incremental negativa. Lo anterior equivale a V/I mayor que 0, mientras que $\Delta V/\Delta I$ es menor que cero. En [16] se obtiene una representación de una carga de este tipo, la cual utiliza la relación $I_{cpl} = P/V_{dc}$ y su expansión en serie de Taylor en torno a un punto de operación dada por la ecuación (2.10), donde P representa la potencia consumida por la carga, I_{cpl} corresponde a la corriente que es entregada a la carga, V_{dc} y V corresponden a la tensión instantánea y estacionaria en el punto de conexión de la carga.

$$I_{cpl} = \frac{P}{V_{dc}} \approx \frac{P}{V} + \frac{\partial I_{cpl}}{\partial V_{dc}} \hat{V}_{dc} = \frac{P}{V} - \frac{P}{V^2} \hat{v}_{dc} + \dots \quad (2.10)$$

El modelo de (2.10) puede ser linealizado obteniendo un modelo como el de (2.11) donde se presenta matematicamente el concepto de impedancia incremental negativa e instantánea positiva.

$$I_{cpl} = \frac{-P}{V^2} V_{dc} + 2 \frac{P}{V} \quad (2.11)$$

2.2. Interacción Electromecánica

El B-787 considera dos generadores de frecuencia variable por cada una de sus turbinas, para ello requiere de una caja de engranajes que acople el eje de la turbina con el eje de cada uno de los generadores, tal como se muestra en la Figura 2.10, donde se observa una representación del tren motriz de un MEA presentada en [17]. El sistema está compuesto por la turbina, el tren motriz (ejes y engranajes), generadores y las cargas eléctricas.

El sistema amortiguador-masa-resorte de la Figura 2.10 considera que se transfiere el movimiento rotatorio desde la turbina hacia la caja de engranajes a través de un eje de transmisión que considera un eje radial y otro angular. Además la carga auxiliar provee la interfaz entre la red mecánica y las redes hidráulica, neumática y eléctrica.

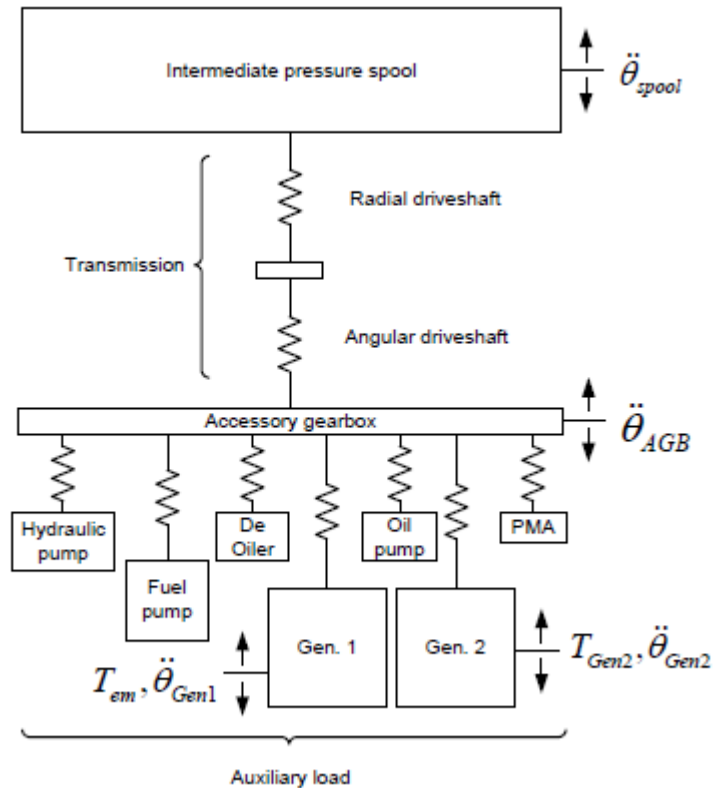


Figura 2.10: Sistema interacción electromecánica. Fuente: [13].

2.2.1. Reducción modelo tren motriz

El sistema anterior puede ser reducido, obteniendo así un modelo como el de la Figura 2.11. La razón por la que se puede aplicar esta reducción es porque el comportamiento del tren motriz es dominado por aquellos componentes que tienen valores de inercia o rigidez más significativos (generadores y bomba de combustible) y aquellos parámetros cuyos valores son menores (bomba de aceite y bomba hidráulica) pueden ser despreciados.

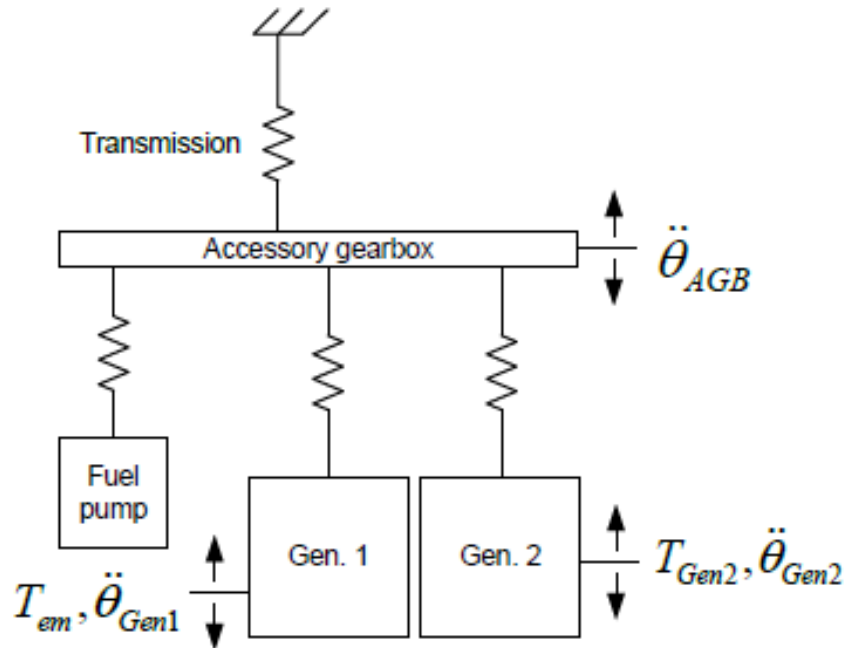


Figura 2.11: Modelo tren motriz reducido - 2 generadores caja de engranajes y bomba.

El modelo reducido del sistema mantiene los generadores, los ejes de transmisión y los ejes que conectan con los generadores y trata la turbina como un punto de referencia mecánico. Los dos generadores y la bomba de combustible son identificados como inercias dominantes, pero con rigidez alta. Los ejes de la transmisión así como los ejes de las cargas representan los componentes de rigidez dominantes a la vez que el efecto de su inercia es mínimo al compararlo con otros componentes. Otros elementos representan inercia y rigidez menos importantes por lo que sus valores pueden ser despreciados o pueden ser combinados con los elementos adyacentes.

En [6, 18, 19] se realiza el modelamiento del tren motriz a partir de esquemas similares a la Figura 2.11. Desde allí se puede obtener un modelo matemático para el sistema que permita estudiar las vibraciones, pero aún así dicho sistema requiere de tiempos de simulación y de análisis de ecuaciones importante, por lo que se considera una versión mas simple del sistema para así poder facilitar el análisis.

Considerando lo anterior se realizan mas reducciones al sistema. Estas reducciones consideran, en primera instancia, que la bomba de combustible y la caja de engranajes tienen inercias que son despreciables con respecto a los valores de inercia de los generadores, por lo que esos componentes no son consideradas en las ecuaciones.

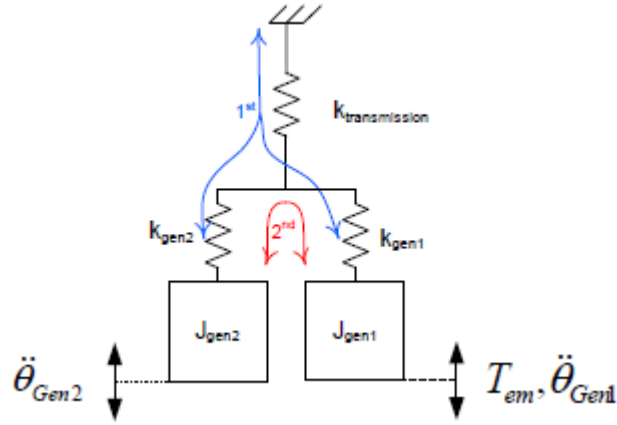


Figura 2.12: Modelo reducido- 2 generadores.

Con la simplificación anterior se tiene un sistema con una turbina y dos generadores como el de la Figura 2.12, pero es posible simplificar dicho modelo al considerar los dos generadores como uno solo puesto que es posible obtener una inercia equivalente y una rigidez equivalente haciendo uso de las ecuaciones (2.12) y (2.13). Con esto se logra un sistema caracterizado por solo una frecuencia natural.

$$J_{gen} = J_{gen1} + J_{gen2} \quad (2.12)$$

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_{gen1}} + \frac{1}{k_{gen2}} + \frac{1}{k_{transmission}} \quad (2.13)$$

Considerando las nuevas simplificaciones se obtiene el modelo del tren motriz presentado en la Figura 2.13 [18], el cual considera los elementos siguientes:

- Turbina: Representada por J_1 , su posición es definida por θ_1 .
- Eje: Conexión entre turbina y generador, representado por su rigidez k_1 y amortiguamiento d_1 .
- Generador: Representado por J_2 , su posición es definida por θ_2 .

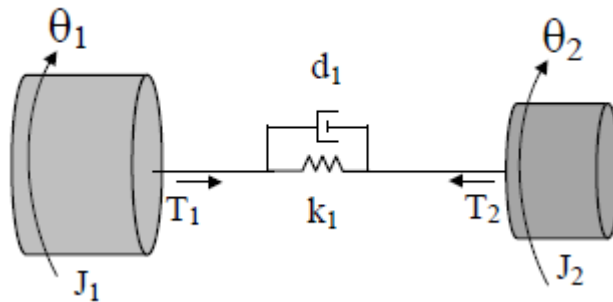


Figura 2.13: Modelo mecánico versión reducida con 1 generador y 1 eje. Fuente: [18].

La ecuación dinámica que define el comportamiento del sistema mecánico de la Figura 2.13 es (2.14), donde J , D y K corresponden a las matrices de inercia, amortiguamiento y rigidez respectivamente. Mientras que u representa la entrada del sistema y $\ddot{\theta}$, $\dot{\theta}$ y θ representan aceleración, velocidad y posición angular.

$$J\ddot{\theta} + D\dot{\theta} + K\theta = u \quad (2.14)$$

Por su parte cada una de las matrices es definida en (2.15).

$$J = \begin{bmatrix} j_1 & 0 \\ 0 & j_2 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} d_1 & -d_1 \\ -d_1 & d_1 \end{bmatrix} \quad K = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 \\ -k_1 & k_1 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Para un sistema de segundo orden como el que representa la ecuación (2.14) se puede obtener su frecuencia natural y el factor de amortiguamiento a partir de la ecuación característica, estos dos aspectos quedan definidos por (2.16), donde ξ representa el factor de amortiguamiento y ω_n representa la frecuencia natural.

$$\omega_n = \sqrt{K^{-1}J} \quad \xi = \frac{1}{2\omega_n} J^{-1}D \quad (2.16)$$

2.2.2. Cancelación de vibraciones

El análisis y la forma de cancelar las vibraciones es obtenido desde [18] y este señala que si el sistema de la ecuación (2.14) se encuentra inicialmente en reposo en su posición de equilibrio, la respuesta de θ a una acción externa $u(t)$ corresponderá a (2.17), donde $g(t)$ es la función de respuesta al impulso del sistema.

$$\theta(t) = \int_{t=0}^{t=\tau} u(\tau)g(t - \tau)d\tau \quad (2.17)$$

Si la entrada es de tipo escalón unitario, para toda frecuencia natural ω_{ni} con un amortiguamiento ξ_i , la respuesta queda determinada por (2.18).

$$\theta(t) = \exp(-\xi_i\omega_{ni}(t - T_k)) \cos(\omega_{di}(t - T_k)) + j \exp(-\xi_i\omega_{ni}(t - T_k)) \sin(\omega_{di}(t - T_k)) \quad (2.18)$$

$$\text{donde } \omega_{di} = \omega_{ni}\sqrt{1 - \xi^2}$$

Si se aplican n escalones con valores p_k y cada uno de ellos se aplica en un tiempo T_k , la respuesta viene dada por (2.19).

$$\theta(t) = \sum_{k=1}^n p_k \exp(-\xi_i\omega_{ni}(t - T_k)) \cos(\omega_{di}(t - T_k)) + j p_k \exp(-\xi_i\omega_{ni}(t - T_k)) \sin(\omega_{di}(t - T_k)) \quad (2.19)$$

Si se aplican pulsos, es decir, escalones positivos y negativos, y se considera $T_1 = 0$, $T_2 = 0,5$, $T_3 = 1$, ...,etc. y con valores $p_1 = p_3 = p_5 = \dots = 1$ y $p_2 = p_4 = \dots = -1$, se cancelan las frecuencias pares.

Para cancelar todas las frecuencias de vibración, hay que determinar el tiempo que lo permite. Para un sistema de una frecuencia y valores de escalones dados por $p_1 = p_3 = p_5 = \dots = 1$ y $p_2 = p_4 = \dots = -1$, el sistema queda:

$$\begin{aligned} \theta(t) = & \exp(-\xi_i \omega_{ni}(t - T_0)) \cos(\omega_{di}(t - T_0)) + j \exp(-\xi_i \omega_{ni}(t - T_0)) \sin(\omega_{di}(t - T_0)) \\ & - \exp(-\xi_i \omega_{ni}(t - T_1)) \cos(\omega_{di}(t - T_1)) - j \exp(-\xi_i \omega_{ni}(t - T_1)) \sin(\omega_{di}(t - T_1)) \\ & + \exp(-\xi_i \omega_{ni}(t - T_2)) \cos(\omega_{di}(t - T_2)) + j \exp(-\xi_i \omega_{ni}(t - T_2)) \sin(\omega_{di}(t - T_2)) \end{aligned} \quad (2.20)$$

Separando los componentes real e imaginario, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} & \exp(-\xi_i \omega_{ni}(t - T_0)) \cos(\omega_{di}(t - T_0)) - \exp(-\xi_i \omega_{ni}(t - T_1)) \cos(\omega_{di}(t - T_1)) \\ & \quad + \exp(-\xi_i \omega_{ni}(t - T_2)) \cos(\omega_{di}(t - T_2)) = 0 \\ & \exp(-\xi_i \omega_{ni}(t - T_0)) \sin(\omega_{di}(t - T_0)) - \exp(-\xi_i \omega_{ni}(t - T_1)) \sin(\omega_{di}(t - T_1)) \\ & \quad + \exp(-\xi_i \omega_{ni}(t - T_2)) \sin(\omega_{di}(t - T_2)) = 0 \end{aligned} \quad (2.21)$$

Posteriormente, si se considera un tiempo $T_0 = 0$, se puede resolver el sistema de ecuaciones de (2.21) y obtener los tiempos T_1 y T_2 que permiten que, al aplicar un pulso con subida en T_1 y bajada en T_2 , se eliminan todas las frecuencias de vibración.

2.3. Condiciones de operación

Existen estándares que determinan las condiciones de operación que deben cumplir las diferentes aeronaves, el propósito de estos es asegurar la compatibilidad entre los sistemas eléctricos de los aviones, los sistemas externos y el transporte aéreo.

2.3.1. Características sistema eléctrico

En [20] se presentan las características eléctricas que debe cumplir los aviones de acuerdo al departamento de defensa de Estados Unidos. A continuación se explicitan los principales aspectos que tienen importancia para el desarrollo de este trabajo.

El sistema en corriente alterna debe proveer de suministro eléctrico monofásico o trifásico con el neutro conectado al punto de referencia. La forma de onda de la tensión debe ser sinusoidal con una tensión nominal de 115/200 Volts y una frecuencia nominal de 400 Hz. También puede haber sistemas de frecuencia variable, donde la frecuencia del sistema debe encontrarse entre 300 y 600 Hz y cumplir con un voltaje nominal de 115/200 Volts. Además para sistemas de doble voltaje pueden tener tensión nominal de 230/400 Volts y frecuencia nominal de 400 Hz. Por último se tiene como alternativa adicional un sistema eléctrico monofásico con frecuencia nominal de 60 Hz.

En condiciones normales de operación del sistema eléctrico deben cumplirse condiciones para los distintos tipos de sistemas ya señalados. En primera instancia para los sistemas de frecuencia constante igual a 400 Hz y frecuencia variable, las ondas de tensión deben cumplir con los límites establecidos en la tabla 2.3.

Tabla 2.3: Características de operación normal sistema AC.

Características Estado estacionario	Limites
Voltaje estado estacionario	108 a 118.0 V Rms
Desbalance de tensión	3.0 V RMS máximo
modulación de tensión	2.5 V RMS máximo
Diferencia de fase	116° a 124°
factor de distorsión	0.05 máximo
factor de cresta	1.1 a 1.5
Componente Dc	0.10 a -0.10 Volts
Frecuencia estado estacionario	393-407 Hz/ 360 a 800Hz
Modulación de frecuencia	4 Hz

2.3.2. Contenido armónico

Además de las características presentadas en la Tabla 2.3, la onda de tensión debe cumplir con requerimientos relacionados con la distorsión armónica. En la Figura 2.14 se presentan las amplitudes máximas que pueden presentar los armónicos de tensión tanto para sistemas de frecuencia de 400 Hz así como de aquellos sistemas que trabajan con frecuencia variable.

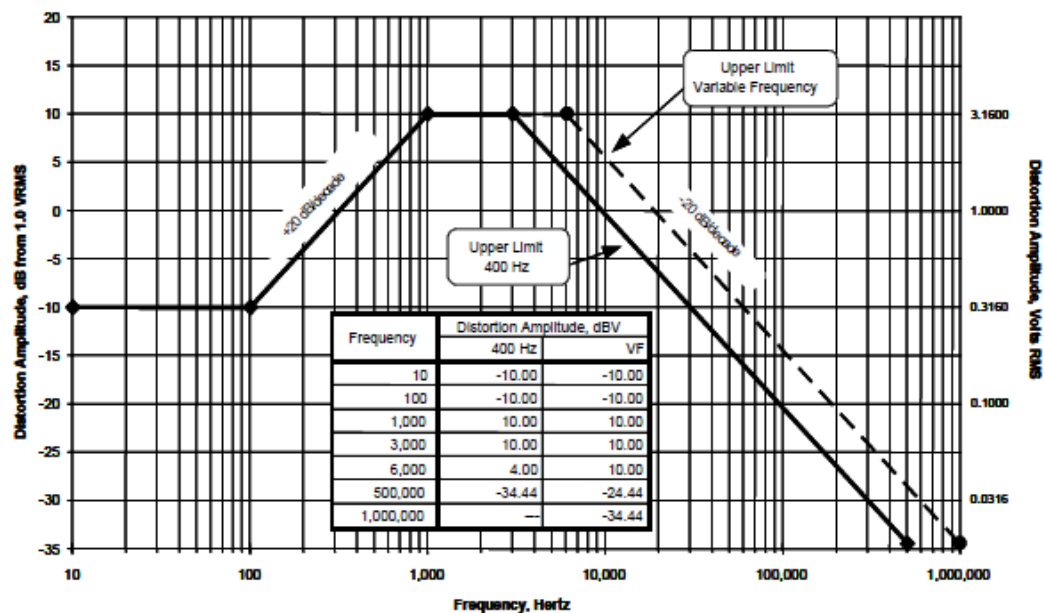


Figura 2.14: Distorsión máxima sistemas AC de 400 Hz y frecuencia variable.

Este aspecto es importante puesto que dependiendo del tipo de rectificador utilizado para pasar de la tensión alterna que existe en la barra principal a la tensión en corriente continua de la barra DC se presentarán ciertas armónicas, luego dichas armónicas deben cumplir con no superar las amplitudes máximas que son señaladas en la figura. Por ejemplo se puede observar que la máxima amplitud para frecuencias menores a 100 Hz es de 0.3160V, a partir de los 100 Hz y hasta los 1000 Hz la amplitud máxima permitida crece de forma lineal, permitiendo la máxima amplitud posible entre los 1000 y 3000 Hz, a partir de ese punto la amplitud máxima permitida comienza a disminuir linealmente, permitiendo nuevamente un valor de amplitud máxima igual a 0.3160 en los 3000 Hz. Esto al traducirlo en armónicas señala que la quinta y séptima armónica son las que tienen permitida una mayor amplitud, aún así dicha amplitud no puede superar los 3.160V.

2.4. Control y Estabilidad

En la teoría de control convencional se utilizan funciones de transferencia para representar ecuaciones, en cambio en la teoría de control moderno se utiliza la representación en el espacio de estados. De acuerdo a [21] la representación en espacio de estados permite reducir la complejidad de las expresiones matemáticas y ahorrar cálculos tediosos, por lo que dicho punto de vista permite un análisis de menor complejidad y que consume menores recursos computacionales.

Así para un sistema de n ecuaciones diferenciales típico como el presentado en (2.21) que quiere ser convertido a un sistema en espacio de estado se debe realizar el reordenamiento siguiente.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + b_{11}u_1 + \dots + b_{1m}u_m \\ \dot{x}_2 &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + b_{21}u_1 + \dots + b_{2m}u_m \\ \dot{x}_n &= a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n + b_{n1}u_1 + \dots + b_{nm}u_m \end{aligned} \quad (2.22)$$

Se escribe el sistema de ecuaciones de la forma matricial de (2.22).

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1m} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ b_{n1} & \cdots & b_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

En (2.23) el vector que contiene las variables de estado es conocido como vector de estado.

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

El sistema matricial anterior puede ser representado como (2.25), ecuación que es conocida como la ecuación de estado.

$$\dot{\vec{x}} = \mathbf{A}\vec{x} + \mathbf{B}\vec{u} \quad (2.25)$$

Además de la ecuación de estado que relaciona la evolución de cada variable de estado con respecto a las otras variables de estado y las entradas del sistema, está la ecuación de salida del sistema correspondiente a (2.26).

$$\vec{y} = \mathbf{C}\vec{x} + \mathbf{D}\vec{u} \quad (2.26)$$

Así con las ecuaciones (2.25) y (2.26) se obtiene la representación en espacio de estado de un sistema, para esas dos ecuaciones cada uno de los vectores y matrices que participan de las ecuaciones reciben los siguientes nombres:

- $\vec{x}(t)$: Vector de estados.
- $\vec{y}(t)$: Vector de salidas.
- $\vec{u}(t)$: Vector de entradas.
- $\mathbf{A}(t)_{n \times n}$: Matriz(nxn) de estados.
- $\mathbf{B}(t)_{n \times m}$: Matriz(nxm)de entrada.
- $\mathbf{C}(t)_{m \times n}$: Matriz(mxn) de salida.
- $\mathbf{D}(t)_{m \times m}$: Matriz(mxm) de transmisión directa.

A partir de las matrices que caracterizan la representación en espacio de estado se puede obtener información relevante sobre el sistema. De ellas la matriz \mathbf{A} es la mas importante puesto que entrega información sobre la estabilidad del sistema. La teoría de control señala que el determinante de la matriz $(s\mathbf{I} - \mathbf{A})$ permite obtener la ecuación característica del sistema, luego las raíces de dicha ecuación corresponden a los valores propios de la matriz \mathbf{A} , valores propios que en caso de ser todos menores a 0 establecen que el sistema es estable.

Capítulo 3

Metodología

La metodología general se compone de 4 etapas, cada una de las cuales tiene tareas en particular que permiten establecer un hito dentro del desarrollo de esta memoria. Cada etapa y las tareas que la componen son explicadas a continuación.

1. Implementación generador síncrono con GCU.

- Determinar condiciones de operación del sistema y de la máquina: Se establecen los parámetros que debe tener el sistema eléctrico en estado estacionario. Corresponde al punto a partir del cual se realizan los análisis posteriores.
- Establecer máquina a utilizar desde librería de PLECS: Se determina un generador síncrono desde la librería que incluye el software.
- Diseñar GCU y analizar cumplimiento de condiciones de operación: Se implementa el sistema de control del generador, mediante un control PI utilizando las variables del generador en ejes dq , luego se verifica que el control funcione.

2. Implementación sistema eléctrico y su interconexión

- Identificación del sistema eléctrico: Se fija el sistema eléctrico a implementar, fijando la cantidad de generadores, barras y cargas a conectar.
- Conexión de cargas resistivas: Se establecen resistencias para emular las cargas que posee el sistema.
- Evaluación de comportamiento de variables de generador síncrono con cargas conectadas: Se analiza la respuesta de las variables del generador (tensiones, corrientes y potencias en ejes abc y dq , velocidad y frecuencia) ante la conexión de las cargas y aumento de estas en forma de escalón.
- Implementación de modelo de cargas de potencia constante: Se agregan cargas modeladas como potencia constante para representar de mejor manera el sistema.
- Análisis de desempeño de sistema eléctrico completo: Analizar nuevamente las variables eléctricas de interés.
- Implementación del segundo sistema eléctrico vía replica del primer sistema implementado: Se replica el sistema eléctrico ya implementado de manera tal de emular completamente las dos zonas del sistema eléctrico del MEA.

3. Implementación sistema mecánico

- Implementación versión reducida sistema mecánico turbina-generador: Modelar inercias, amortiguamientos y rigidez que caracterizan a turbina, generador y ejes.
- Evaluación funcionamiento sistema mecánico: Analizar respuestas de torque y velocidad de ejes y generadores.
- Análisis del efecto de conexión de cargas eléctricas sobre el sistema mecánico: Evaluar la forma en la que las cargas eléctricas afectan al sistema mecánico mediante aumento de las cargas presentes en el sistema eléctrico

4. Diseñar e implementar sistema de control

- Determinar carga (Potencia) máxima que soportan los generadores y evaluar su efecto sobre el sistema eléctrico: Establecer un punto de operación en el cual el eje del generador comenzaría a ver afectada su vida útil, mediante el análisis de la velocidad del mismo y del torque percibido.
- Diseñar sistema(s) de control: Estudiar, implementar y sintonizar sistema de control.
- Evaluación comportamiento sistema: Estudiar las variables eléctricas y mecánicas de interés y comprobar el funcionamiento del sistema de control.
- Análisis respuestas del sistema con y sin controlador: Realizar comparación entre comportamiento de variables de interés con y sin el sistema de control.

Capítulo 4

Implementación

Para realizar la implementación del sistema en estudio se utiliza la metodología presentada en el capítulo anterior. Se comienza desde lo más elemental del sistema, que corresponde al generador sincrónico, hasta llegar a la totalidad de la implementación, que corresponde a la versión simplificada establecida para el sistema eléctrico y el sistema mecánico. Sumado a lo anterior, se realizan pruebas de manera gradual, a medida que el tamaño y la complejidad del sistema aumenta para así evaluar las distintas variables de interés del sistema. Con esto se verifica el cumplimiento de las condiciones de operación requeridas para los sistemas eléctricos de los aviones, así como verificar el adecuado funcionamiento del sistema mecánico.

4.1. Sistema eléctrico

4.1.1. Definición sistema eléctrico

Se determinan las condiciones de operación con las que debe cumplir el sistema. Desde las características de los sistemas eléctricos de los aviones que permite el departamento de defensa de Estados Unidos y que fueron presentadas en el capítulo 2, se selecciona un tipo de sistema eléctrico. El sistema utilizado considera una barra principal en 230V corriente alterna con una frecuencia nominal de 400 Hz y una barra DC en 270V.

La implementación corresponde a una versión simplificada del modelo real de un MEA, para ello se toma como base el modelo del B-787 presentado en la Figura 2.1. Como se puede ver en ese modelo existen múltiples generadores, niveles de tensión y cargas. En cambio para el modelo implementado se considera la representación de la Figura 4.1 en donde se presenta un diagrama unilineal de una de las micro-redes del sistema eléctrico simplificado de la implementación. La otra micro-red se considera idéntica por lo que solo se presenta un esquema, en el que los equipos y componentes considerados son los siguientes:

- **generador sincrónico** de polos salientes con GCU.
- **Interruptor** que conecta el generador con la barra principal en 230V corriente alterna. Este dispositivo se encuentra siempre cerrado durante la fase de implementación, luego su estado depende del caso de estudio.
- **Carga resistiva conectada a barra principal de 230V** para representar las distintas cargas AC presentes tanto en la barra principal como en las otras barras AC.
- **Rectificador** conectado entre barra principal y barra DC para así poder obtener tensión continua.
- **Carga resistiva conectada en barra DC** presente como forma de protección del circuito.
- **Carga de potencia constante conectada en barra DC** para representar cargas particulares que producen efectos atípicos en el sistema eléctrico.
- **Filtro para armónicos** utilizado para que el contenido de armónico presente en la onda de tensión de la barra AC principal se encuentre dentro de los rangos permitidos.

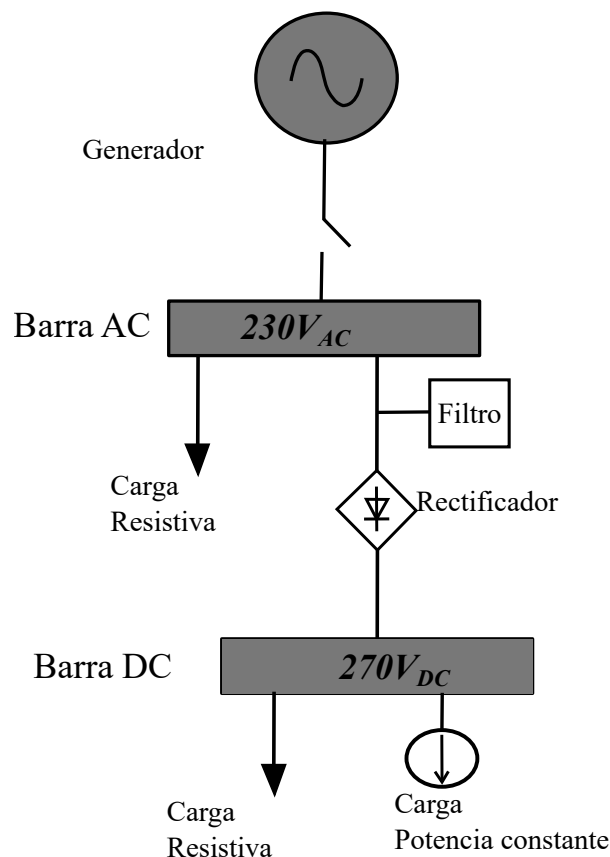


Figura 4.1: Diagrama unilineal sistema eléctrico.

4.1.2. Generador síncrono con GCU

Desde las alternativas presentes en las librerías de PLECS se selecciona como generador una máquina síncrona de polos salientes. La máquina disponible en la librería tiene dos circuitos amortiguadores, uno en el eje directo y otro en el eje en cuadratura del rotor, tal como se representa en el sistema eléctrico de la Figura 4.2. Además dicha máquina puede ser operada como motor así como generador (dependiendo del signo del torque mecánico de la máquina). Un punto importante del modelo es que todas las variables y parámetros son vistos desde el lado del estator.

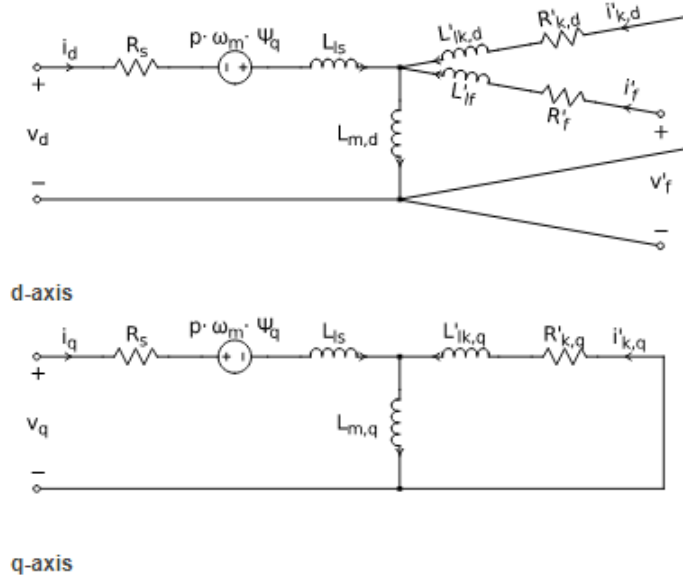


Figura 4.2: Representación sistema eléctrico generador.

Las ecuaciones que caracterizan el modelo eléctrico del generador obtenidas desde la documentación de PLECS [22] son (4.1) y (4.2) donde Ψ_d y Ψ_q representan los flujos inducidos en el estator en coordenadas dq . Allí aquellas variables con subíndices s representan las variables del lado del estator y las que tienen subíndices dq corresponden al rotor.

$$\Psi_d = L_{ls}i_d + L_{m,d}(i_d + i'_f + i'_{k,d}) \quad (4.1)$$

$$\Psi_q = L_{ls}i_q + L_{m,q}(i_q + i'_{k,q}) \quad (4.2)$$

donde:

- Ψ_d, Ψ_q : Flujo magnetizante en ejes dq .
- i_d, i_q : Corrientes de estator en ejes dq .
- L_{ls} : Inductancia de estator.
- $L_{m,d}, L_{m,q}$: Inductancias magnetizantes ejes dq .
- $i'_{k,d}, i'_{k,q}$: Corrientes en circuitos amortiguadores.
- i'_f : Corriente en circuito de campo.

Las ecuaciones mecánicas y electromecánicas que caracterizan a la máquina son (4.3), (4.4) y (4.5)

$$T_e = \frac{3}{2}(i_q\Psi_d - i_d\Psi_q) \quad (4.3)$$

$$\dot{\omega}_m = \frac{1}{J}(T_e - F\omega_m - T_m) \quad (4.4)$$

$$\dot{\theta}_m = \omega_m \quad (4.5)$$

donde:

- T_e : Torque eléctrico de la máquina.
- T_m : Torque mecánico de la máquina.
- J : Inercia de la máquina.
- F : Coeficiente de fricción.
- ω_m : Velocidad de rotor.
- θ_m : Ángulo de rotor

Un aspecto importante con respecto a esas ecuaciones es que el software permite dos opciones para trabajar, la primera de ellas es transformar las ecuaciones del circuito trifásico a coordenadas dq y la otra es la interacción directa de una red externa con las 3 fases del estator, en este caso se utiliza la primera opción.

En la figura 4.3 se observa la representación que tiene la máquina sincrónica en PLECS. La máquina dispone en primer lugar de conexiones en color negro y otras en color lila. Esto se debe a que en el software utilizado las componentes eléctricas son representadas por color negro y las componentes mecánicas por el color lila, por lo tanto de aquí en adelante cada vez que se ve una conexión de dichos colores hace referencia al sistema señalado.

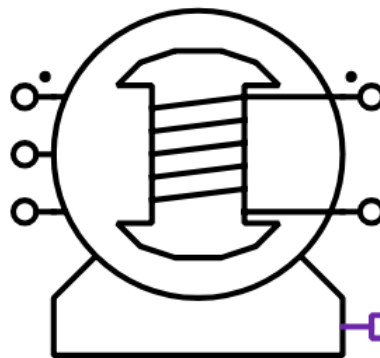


Figura 4.3: Máquina sincrónica PLECS.

La máquina tiene una entrada/salida mecánica, la cual representa su eje, por lo que allí se conecta la turbina que permite el movimiento rotatorio del generador. Además dispone de una entrada con dos bornes y otra con tres, la primera de ellas representa el campo de la máquina, donde se conecta una fuente de tensión en corriente continua, fuente cuyo borne positivo debe ir conectado a aquel borne con el punto negro puesto que dicho punto indica polaridad positiva. Sumado a lo anterior se observan otros tres bornes que representan el estator de la máquina, el cual tiene la fase *a* conectada en el borne con el punto negro y las fases *b* y *c* en los bornes medio e inferior respectivamente.

Se definen los principales parámetros que caracterizan a la máquina sincrónica con la que se trabaja. Se toma como base el detalle de un generador síncrono de 125kVA, el cual tiene una capacidad comparable a la de un generador de un B-787 o de un A380, obtenido desde [23]. Los parámetros son presentados en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1: Parámetros generador sincrónico

Parámetro	Valor	Unidad
Resistencia estator R_s	0.0044	$[\Omega]$
Inductancia estator L_{ls}	19.8943e-6	$[H]$
Inductancia magnetizante no saturada $[L_{md0} \ L_{mq0}]$	[220.164e-6 161.807e-6]	$[H]$
Inductancia magnetizante saturada L_{mdsat}	0.6e-3	$[H]$
Resistencia de campo R_f	0.068884	$[\Omega]$
Inductancia de campo L'_{lf}	32.83e-6	$[H]$
Resistencia amortiguador $[R'_{kd} \ R'_{kq}]$	[0.0142 0.003095]	$[\Omega]$
Inductancia amortiguador $[L'_{lkd} \ L'_{lkq}]$	[34.079e-6 144.274e-6]	$[H]$
Inercia J	4	$[Nms^2]$
Coefficiente de fricción F	0	$[Nms]$
Número de pares de polos p	2	

Para generar electricidad, la máquina debe recibir una fuerza mecánica que permita el movimiento de su eje y así convertir la energía mecánica en energía eléctrica. Debido a la disponibilidad de una fuente de velocidad rotatoria constante disponible en PLECS es que se utiliza dicha fuente para conectar a la entrada mecánica de la máquina. Considerando que la frecuencia del sistema es de 400Hz y que la máquina posee dos pares de polos, al utilizar la relación (4.6), donde ω_s representa la velocidad de giro del rotor, f es la frecuencia de la tensión y p el número de pares de polo, se obtiene que la velocidad del eje debe ser de 1256.63 rad/s.

$$\omega_s = \frac{2 \cdot \pi \cdot f}{p} \quad (4.6)$$

La máquina debe ser alimentada con corriente continua en su campo, en este caso se utiliza una fuente de tensión controlada, de modo tal de poder modificar la corriente de campo de la máquina para así obtener el nivel de tensión deseado en el estator de la misma, esto se logra con la implementación del GCU.

El modelo de GCU es obtenido desde [23] y corresponde a un controlador de tipo PI (para obtener error igual a cero en estado estacionario para entrada escalón), el cual busca controlar la amplitud de la onda de tensión. Para llevar a cabo el control se transforma la tensión en ejes abc a ejes $\alpha\beta$, con tal de medir únicamente la amplitud. Las ecuaciones que permiten la transformación de coordenadas abc a $\alpha\beta$ y viceversa son presentadas en el Anexo A.

Se tiene un vector de dos dimensiones que permite obtener el módulo de la tensión, dicho valor es realimentado y se resta de la referencia para obtener el error existente en la salida de tensión con respecto a la referencia y es este error el cual pasa por el control PI para intentar llevarlo a cero. En la Figura 4.4 se presenta un esquemático del controlador.

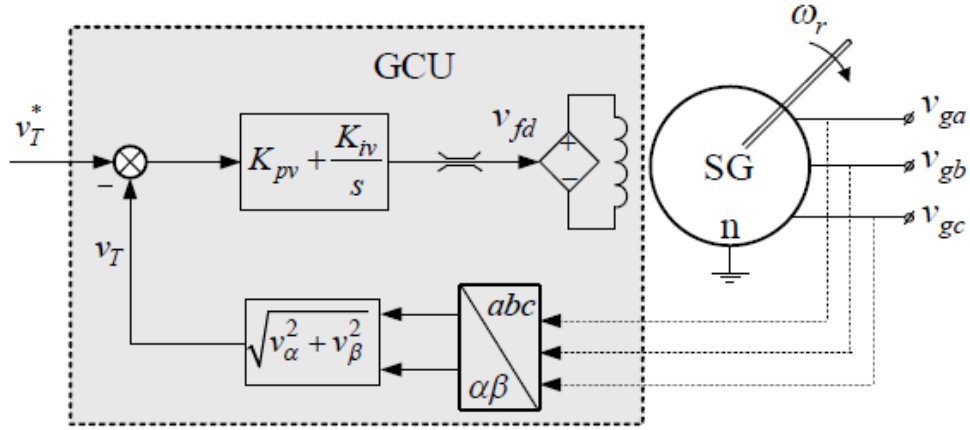


Figura 4.4: Esquemático GCU. Fuente: [23].

Para sintonizar el controlador PI se utiliza un modelo simplificado del generador representado por la ecuación (4.7) que representa una función de transferencia de primer orden del voltaje tras la reactancia transiente bajo condiciones de no-carga [23], el cual funciona bajo los siguientes supuestos y cuyo desarrollo se encuentra en el Anexo B.

- Los cambios en las tensiones de estator producto de variaciones en el flujo son despreciados ($\frac{d\psi_d}{dt} = 0$, $\frac{d\psi_q}{dt} = 0$).
- La velocidad del rotor se asume constante $\frac{d\theta}{dt} = \omega_r$.
- La resistencia de estator R_s es despreciada.
- La saturación magnética es despreciada.

$$E'_q = \frac{\omega_r L_{md0}}{R_f(1 + sT'_{d0})} V_{fd} \quad (4.7)$$

Donde $T'_{d0} = \frac{L_{1f} + L_{md}}{R_f}$ es la constante de tiempo transiente del circuito del eje d bajo condición de no-carga. Reemplazando los valores de la Tabla 4.1 se obtiene que la planta a controlar es representada por (4.8).

$$\frac{E'_q}{V_{fd}} = \frac{8,0328}{0,0037s + 1} \quad (4.8)$$

Para realizar la sintonización, del controlador PI, se establecen como parámetros el tiempo de establecimiento (2 %) el cual se desea que sea inferior a los 0.02s y el sobrepaso máximo que debe ser menor a un 10 %. A partir de esos valores y utilizando las relaciones de la ecuación (4.9) obtenidas desde [24], donde MO corresponde al sobrepaso máximo y t_s al tiempo de establecimiento, se determinan el coeficiente de amortiguamiento y la frecuencia natural que se busca cumpla el sistema.

$$\begin{aligned} MO &= 100e^{\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \\ t_s &= \frac{4}{\xi\omega_n} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Se obtiene que los valores que cumplen con las condiciones establecidas son $\xi = 0,5911$ y $\omega_n = 338,35$ rad/s. Con estos valores la ecuación característica de segundo orden es $s^2 + 400s + 114480$ y por consiguiente los polos deseados se encuentran ubicados en $s^* = -200 \pm j272,91$.

Para obtener los parámetros del controlador PI, que permiten obtener la respuesta deseada, se utiliza el método del lugar geométrico de la raíz, según el cual se deben utilizar las condiciones de ángulo y de módulo para encontrar la ubicación del cero del controlador y la ganancia necesaria para llevar el sistema al punto de operación deseado.

Para determinar la ubicación del cero del controlador se aplica la condición de ángulo según la ecuación (4.10), donde a representa la ubicación del cero.

$$\begin{aligned} \sum(\angle polos) - \sum(\angle ceros) &= 180^\circ \\ \tan^{-1}\left(\frac{272,91}{272,91-200}\right) + (180^\circ - \tan^{-1}\left(\frac{272,91}{200}\right)) - (180^\circ - \tan^{-1}\left(\frac{272,91}{200+a}\right)) &= 180^\circ \end{aligned} \quad (4.10)$$

Luego de resolver (4.10) se obtiene que la ubicación del cero del controlador es 900.86. A partir de ese valor se puede aplicar la condición de módulo para determinar la ganancia del controlador que permite llegar al punto de operación deseado, para eso se resuelve la ecuación (4.11).

$$\left| K \frac{(s+a)}{s} \cdot \frac{8,0329}{0,0037s+1} \right|_{s^*=-200 \pm j272,91} = 1 \quad (4.11)$$

Despejando el valor de K , el cual corresponde a 0.058221, se obtiene el controlador que cumple con los requerimientos señalados.

Para comprobar que el diseño del controlador ha sido realizado de manera correcta se presenta el lugar geométrico de la raíz resultante en la Figura 4.5.

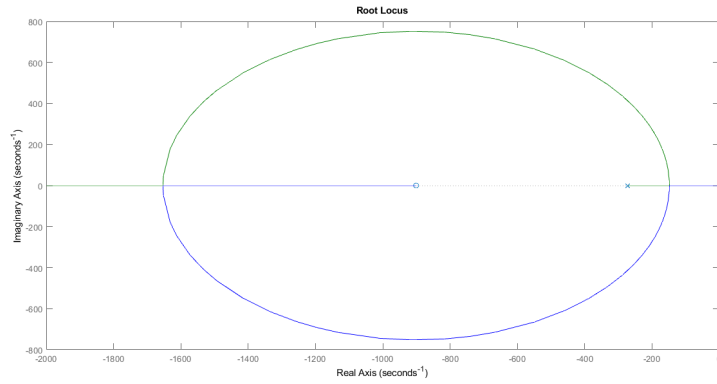


Figura 4.5: Lugar geométrico de la raíz controlador + planta.

En la Figura 4.6 se presenta la respuesta del sistema de la ecuación (4.8) con el controlador diseñado ante una entrada de tipo escalón. En dicha figura se verifica el cumplimiento de los requerimientos, de tiempo de establecimiento y de sobrepaso máximo, establecidos para el controlador.

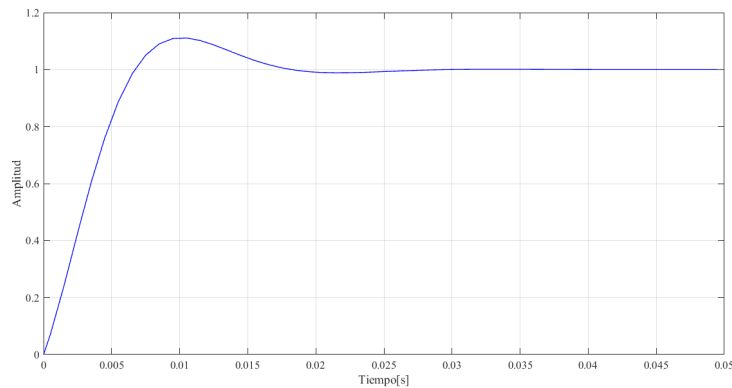


Figura 4.6: Respuesta a entrada escalón controlador + planta.

La implementación, en el software, del generador síncrono con GCU, es presentada en la Figura 4.7. Se observa que en los bornes de estator de la máquina se mide tanto la tensión como la corriente en ejes abc . Luego en el bloque cálculo de magnitud se realiza la transformación de coordenadas abc a $\alpha\beta$ para calcular la magnitud de la tensión (de igual modo se puede realizar la transformación a coordenadas dq y calcular la magnitud en ese sistema de referencia). Posteriormente en el bloque control PI se tiene la suma de la parte integral y la parte proporcional del control. Los parámetros del modelo presentado en la figura 4.7 al son resumidos en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2: Parámetros control PI.

Parámetro	Valor
Voltaje estator	230 V
Constante proporcional k_p	0,058221
Constante integral k_i	52,45

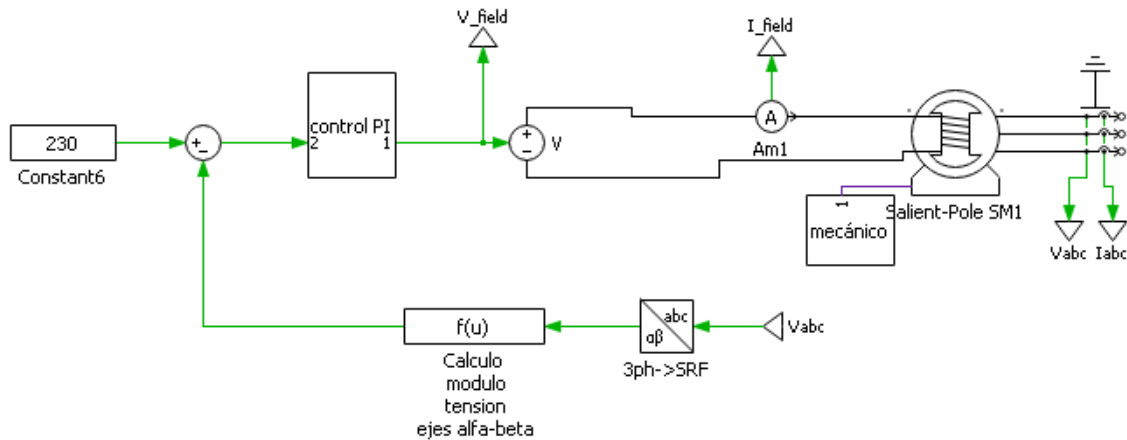


Figura 4.7: Generador sincrónico con GCU.

En la Figura 4.8 se presentan las ondas de tensión en coordenadas abc , y dq medidas en los bornes de estator del generador síncrono ante un cambio en forma de escalón de 0 a 230V en la referencia de tensión VT^* del GCU. En general las tensiones en abc muestran información relacionada con la forma de onda y frecuencia de la tensión medida en el estator. La información relacionada con la amplitud de la onda de voltaje se ve reflejada en forma mas concisa y clara en las curvas de tensión en ejes dq por lo que el análisis se centra en estas dos últimas curvas.

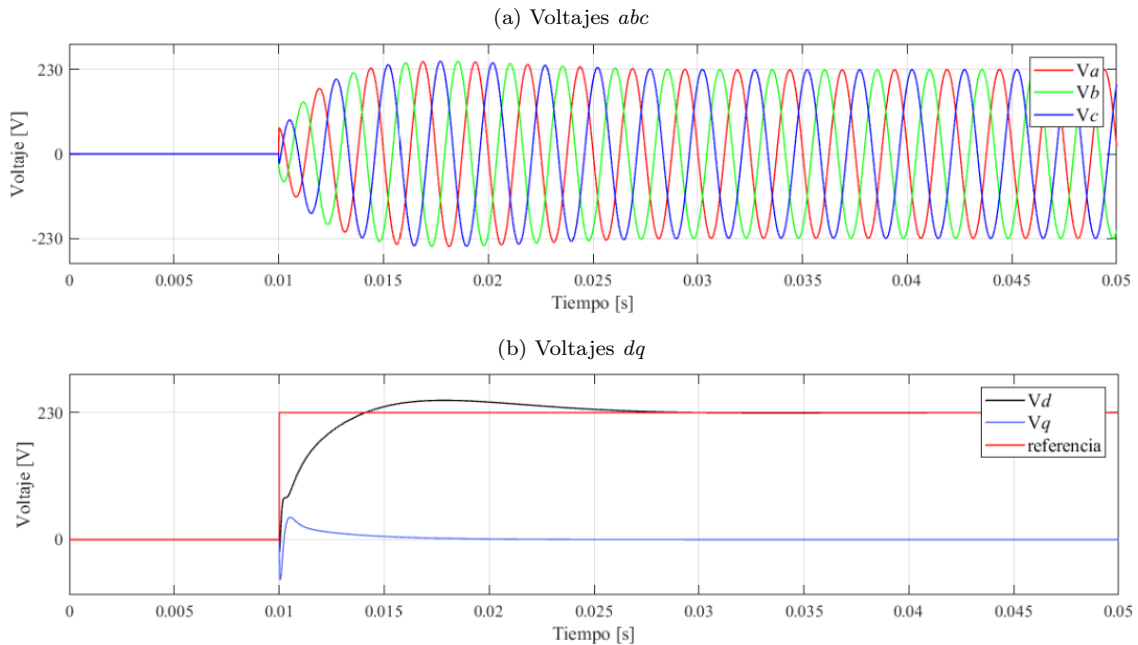


Figura 4.8: Respuesta de voltajes ante cambio en referencia en forma de escalón.

Otro aspecto importante con respecto al control de tensión realizado por el GCU es que para la prueba realizada se obtiene una tensión máxima de 252.3101V correspondiente a un sobrepaso de 22.3101V. Este nivel de sobrepaso representa un 9.7% del valor de referencia, con esto y considerando que el tiempo que tarda la tensión en el eje d en alcanzar la referencia es de 0.015 segundos se determina que el diseño del controlador es correcto.

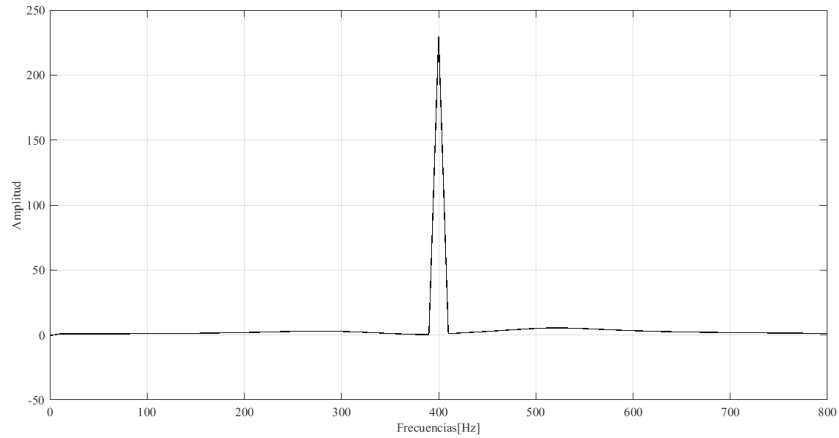


Figura 4.9: FFT onda de tensión generador en vacío.

4.1.3. Modelo con carga resistiva

Considerando la Figura 4.1 y los componentes que allí se incluyen se desarrolla el modelo de forma gradual. En este punto se incluyen las cargas resistivas, con lo cual se tiene una versión del sistema eléctrico que considera únicamente el generador síncrono con su GCU conectado a la barra de 230V AC, además de cargas de tipo resistiva en dicha barra. Cada una de las cargas resistivas tiene un valor de 10Ω .

Con ésta implementación se busca confirmar que variables, como tensiones y corrientes tanto en ejes abc como dq , se comporten de la forma esperada, así como evaluar otras variables como frecuencia de la red. También se busca evaluar el funcionamiento del GCU ante cambios en el sistema y no en la referencia de tensión. La implementación es presentada en la Figura 4.10.

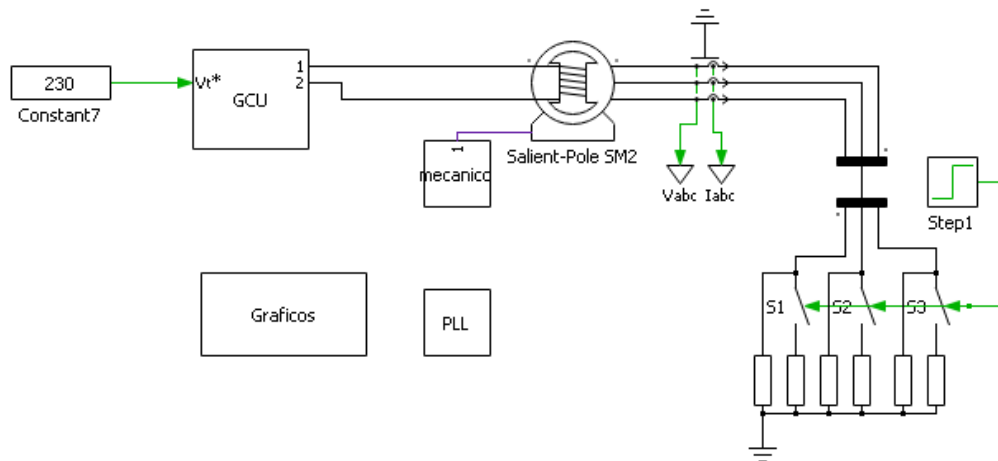


Figura 4.10: Implementación con carga resistiva.

Una de las variables de interés en los sistemas eléctricos es la frecuencia. Para medir dicha variable se hace uso de un *Phase Locked Loop* (PLL). La operación de este mecanismo se basa en el seguimiento de una señal, específicamente de su frecuencia.

En la Figura 4.11 se presenta un esquema de PLL ampliamente utilizado. El esquema está compuesto por un bloque que aplica la transformación de coordenadas abc a dq , que en términos prácticos representa un detector de fase. Posteriormente un controlador, que en este caso es representado por un PI. Por último un integrador que representa al oscilador.

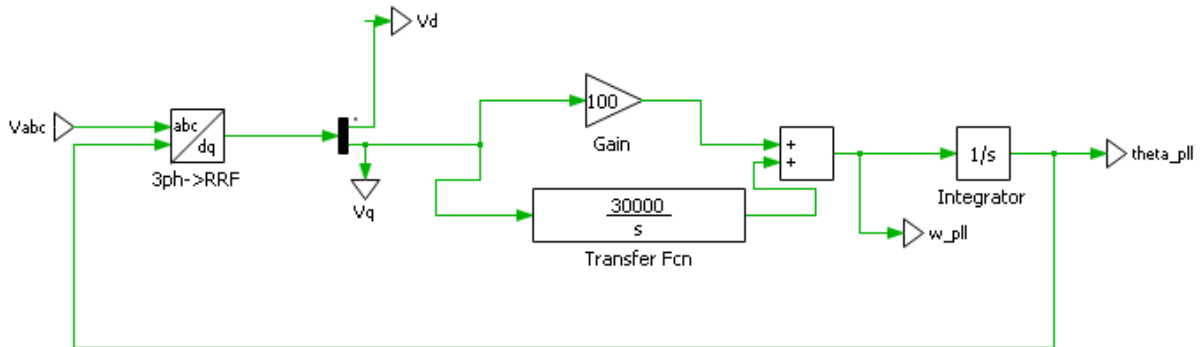


Figura 4.11: Implementación PLL.

El funcionamiento del seguidor de fase consiste en que el detector compara la fase de la señal de entrada con la fase del oscilador. Luego la Diferencia de fase (error) es filtrada al pasar por con controlador. Finalmente el oscilador determina la fase para comparar dicho valor con la fase de entrada.

En las Figuras 4.12 y 4.13 se presenta el comportamiento de las ondas de tensión y corriente entregadas por el generador ante un aumento de la potencia consumida por el sistema eléctrico. Se observa que el control funciona puesto que, posterior al cambio en el sistema eléctrico, el valor de tensión permanece en el valor de referencia. Al ser cargas de tipo resistiva, la respuesta de la onda de corriente es proporcional a la relación entre la carga inicial y la carga final.

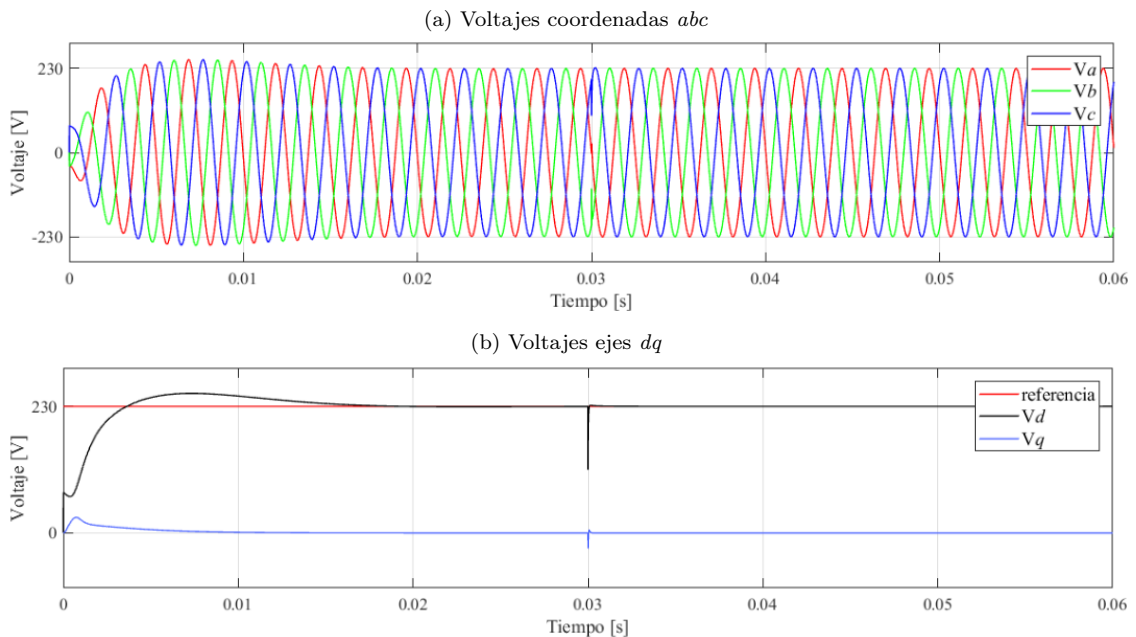


Figura 4.12: Voltajes medidos en estator de máquina con conexión de carga resistiva.

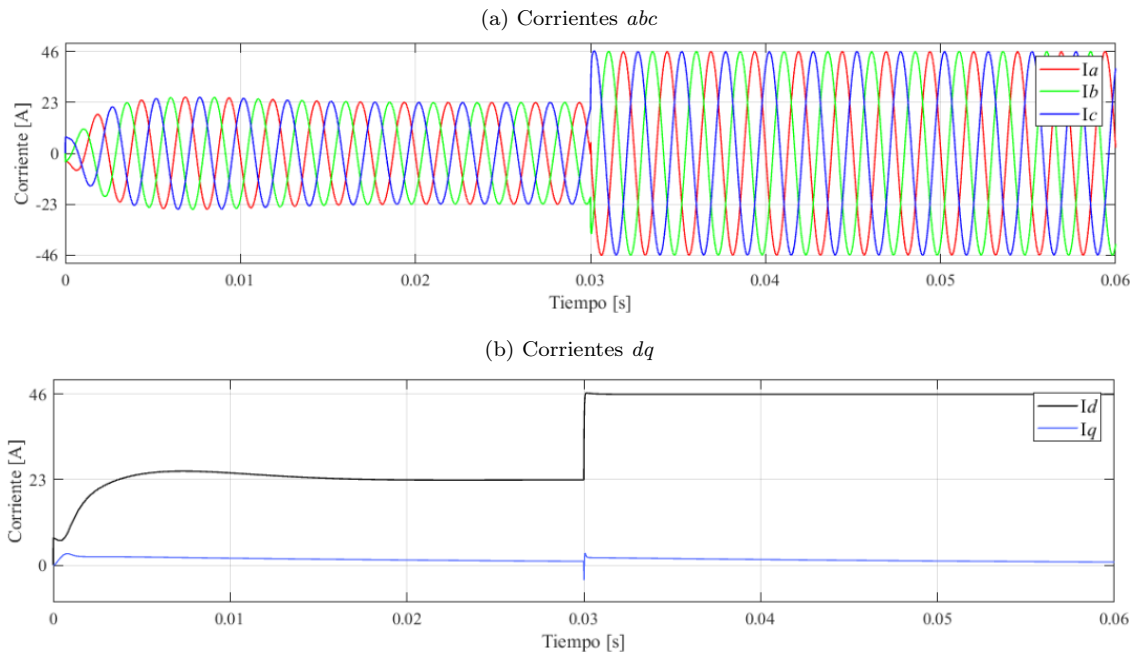


Figura 4.13: Corrientes medidas con máquina mas carga resistiva.

A pesar de que la tensión no se ve mayormente afectada, en el instante en que se produce el cambio en la carga si hay una disminución instantánea de dicha variable producto del aumento en la potencia que debe inyectar la máquina. Esta situación es contrarrestada a través de la acción de control, la cual consiste en un aumento de la tensión de campo para llevar la tensión en el estator a su valor de referencia. La magnitud de este cambio depende directamente de cuanto aumente la carga en el sistema, lo que implica que la planta utilizada para el GCU es una buena aproximación, pero que cuando se trabaja con cargas la magnitud del impacto en la tensión depende directamente de la magnitud del cambio. A diferencia de lo que ocurre con la tensión, la curva de corriente no presenta sobrepaso.

En la Figura 4.14 se presenta la evolución de la frecuencia medida por el PLL. Al igual que para el caso de la tensión se observa una disminución instantánea de la variable en el momento en que se produce la variación en la carga, pero se reestablece a su valor nominal por lo que esta variable no se ve afectada por el cambio efectuado.

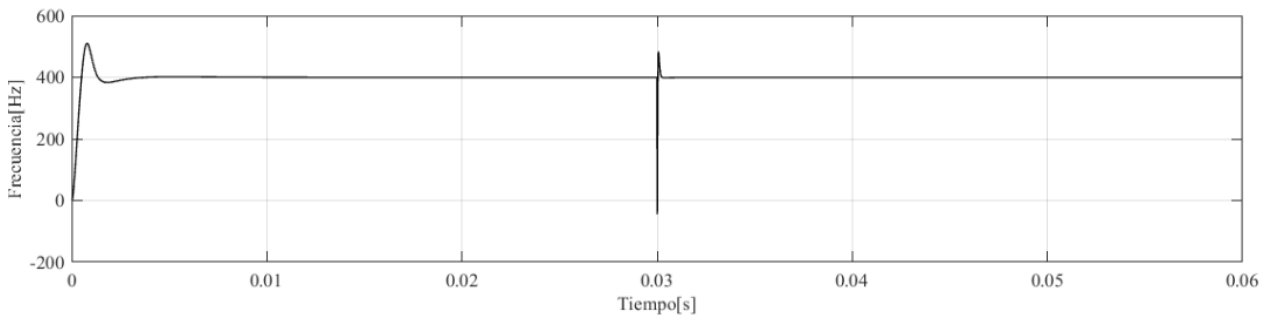


Figura 4.14: Frecuencia medida en modelo con carga resistiva.

4.1.4. Modelo con carga de potencia constante

Como el modelo del sistema eléctrico del MEA considera barras DC, se expande el modelo ya implementado a uno que considera una barra y cargas en corriente continua. Se conecta la barra AC a la barra DC a través de una línea caracterizada por una inductancia, esta línea alimenta el rectificador de diodos, el cual permite obtener tensión continua. A la salida de este rectificador se considera la utilización de una capacitancia para mejorar la rectificación. Además se utiliza una fuente de corriente que emula una carga de potencia constante, con lo anterior el modelo del generador corresponde al presentado en la Figura 4.15.

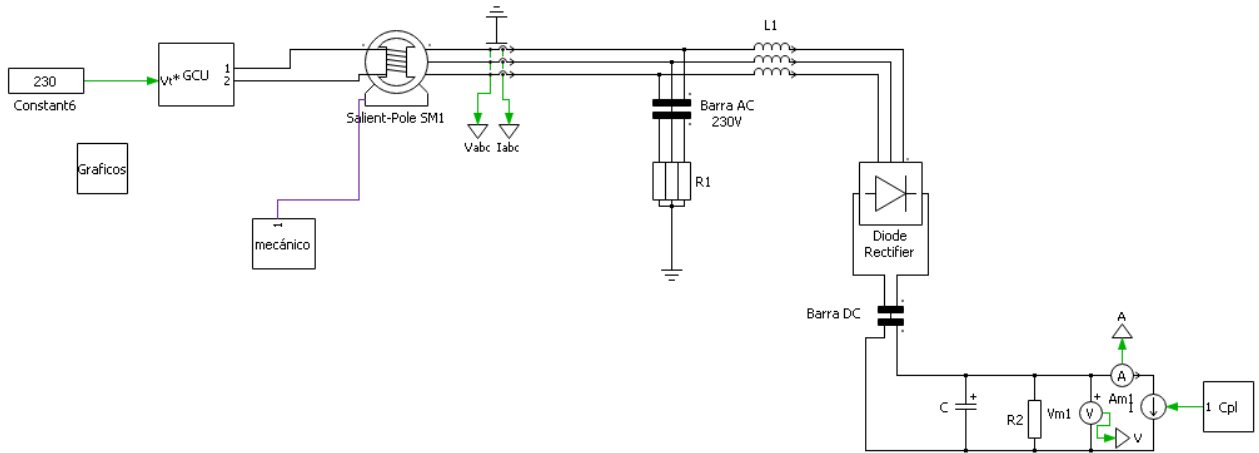


Figura 4.15: Modelo con carga de potencia constante.

En la figura 4.15 la fuente de corriente que representa la carga de potencia constante es implementada a partir del modelo de pequeña señal presentado en [16], el cual señala que la corriente inyectada por la fuente cumple con (4.7).

$$I_{cpl} = -\frac{P}{V^2}V_{dc} + 2\frac{P}{V} \quad (4.12)$$

Los parámetros que determinan la corriente inyectada por la fuente son los siguientes:

- V : Tensión en estado estacionario a la salida del rectificador, 270V.
- V_{dc} : Tensión instantánea en el lado DC del rectificador, es el valor medido por el voltímetro con la etiqueta v.
- P : Potencia consumida por la carga.

Para evaluar la respuesta del sistema ante la nueva estructura se agregan a las mediciones antes mencionadas la corriente que sale del rectificador, la corriente que entrega la fuente de corriente constante, la tensión de salida del rectificador y con esos valores se calcula el valor de potencia que se consume en la barra DC. Los parámetros considerados para la prueba cuyos resultados son los presentados en las figuras siguientes corresponden a los disponibles en la Tabla 4.3

Tabla 4.3: Parámetros modelo sin filtro

Parámetro	Valor	Unidad
Carga Resistiva lado AC R_1	3	$[\Omega]$
Inductancia línea L_1	1e-6	$[H]$
Resistencia diodos rectificador	0	$[\Omega]$
Capacitancia DC C	150e-4	$[F]$
Resistencia lado DC R_2	1	$[\Omega]$
Voltaje estacionario lado DC	270	$[V]$
Potencia CLP	20-40	$[kW]$

En la Figura 4.16 se presentan la evolución de la tensión en la barra DC y la corriente consumida por la CPL. Con respecto a esas variables se puede notar, en primera instancia, que el valor de tensión en la barra DC es igual al valor de tensión en estado estacionario considerado para determinar la corriente que consume la carga de potencia constante.

Con respecto a la onda de corriente se comprueba que, en todo instante de tiempo, esta variable tiene una relación inversamente proporcional con la tensión, comportándose de manera esperada con la definición de la carga de potencia constante y con la relación entre corriente, tensión y potencia $P = V \cdot I$.

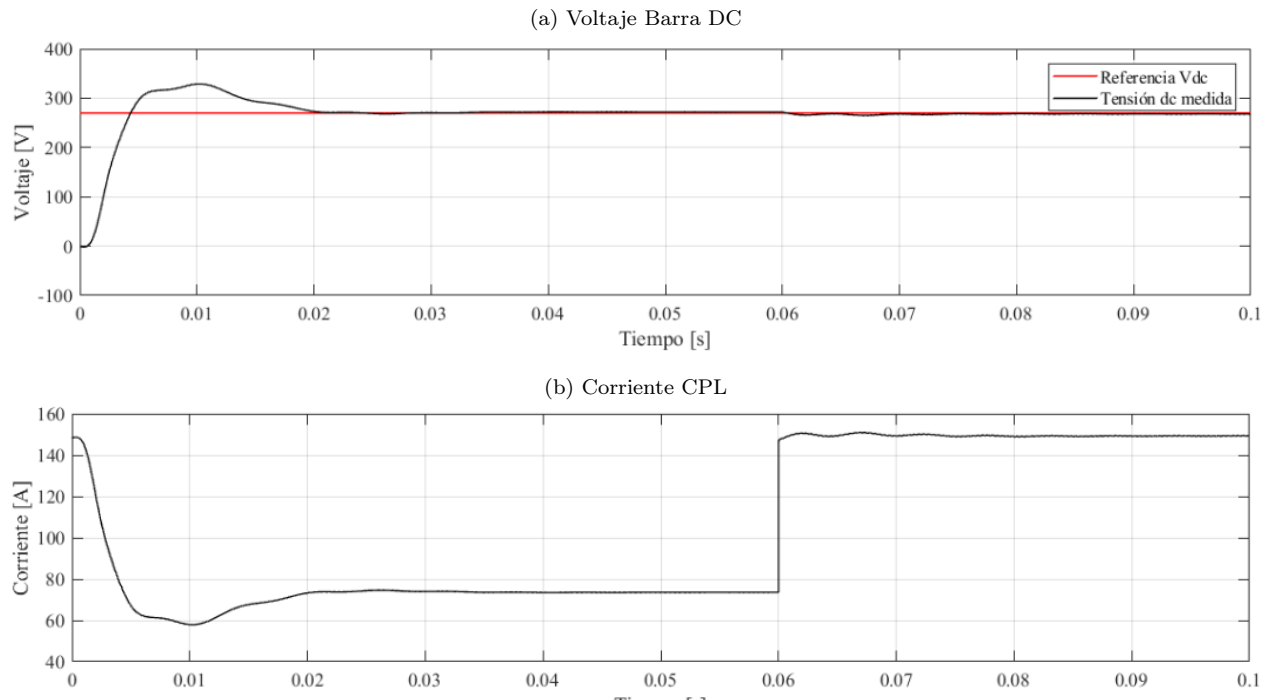


Figura 4.16: Mediciones carga de potencia constante modelo sin filtro.

En la Figura 4.17 se presenta la evolución de la potencia consumida por la carga de potencia constante, la cual se obtiene como resultado de la multiplicación de los valores instantáneos de tensión en la barra DC y de la corriente consumida por la carga.

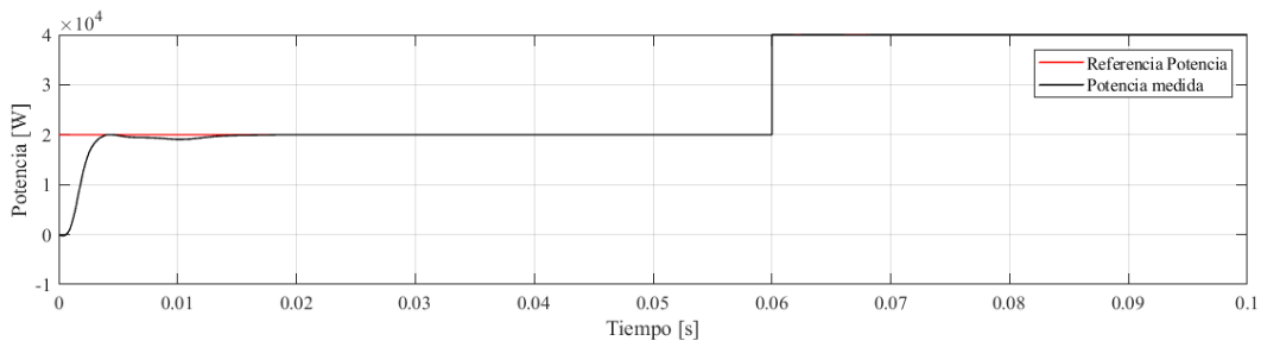


Figura 4.17: Potencia consumida por la CPL modelo sin filtro

Como resultado de la multiplicación de tensión y corriente se obtiene una curva que cuenta con una etapa transiente con una duración de 0.15s, en esa etapa se alcanza como valor de potencia máximo aquel correspondiente al valor deseado. Posterior a la parte transitoria se alcanza el valor en estado estacionario correspondiente al consumo esperado para dicha carga e igual a 60 kW, . Es válido señalar que la tensión obtenida en la barra DC y la corriente que inyecta la fuente que emula la carga tienen valores en estado estacionario tal que la potencia consumida por la carga constante es el valor impuesto.

En la Figura 4.18 se presentan las mediciones de tensión en el estator de la máquina (barra AC) tanto en ejes abc como dq . Se observa que al alcanzar el voltaje deseado la forma de onda no es perfectamente sinusoidal, si no que presenta deformaciones en el caso de las tensiones trifásicas lo que se traduce en oscilaciones de la tensión en dq con respecto al valor esperado.

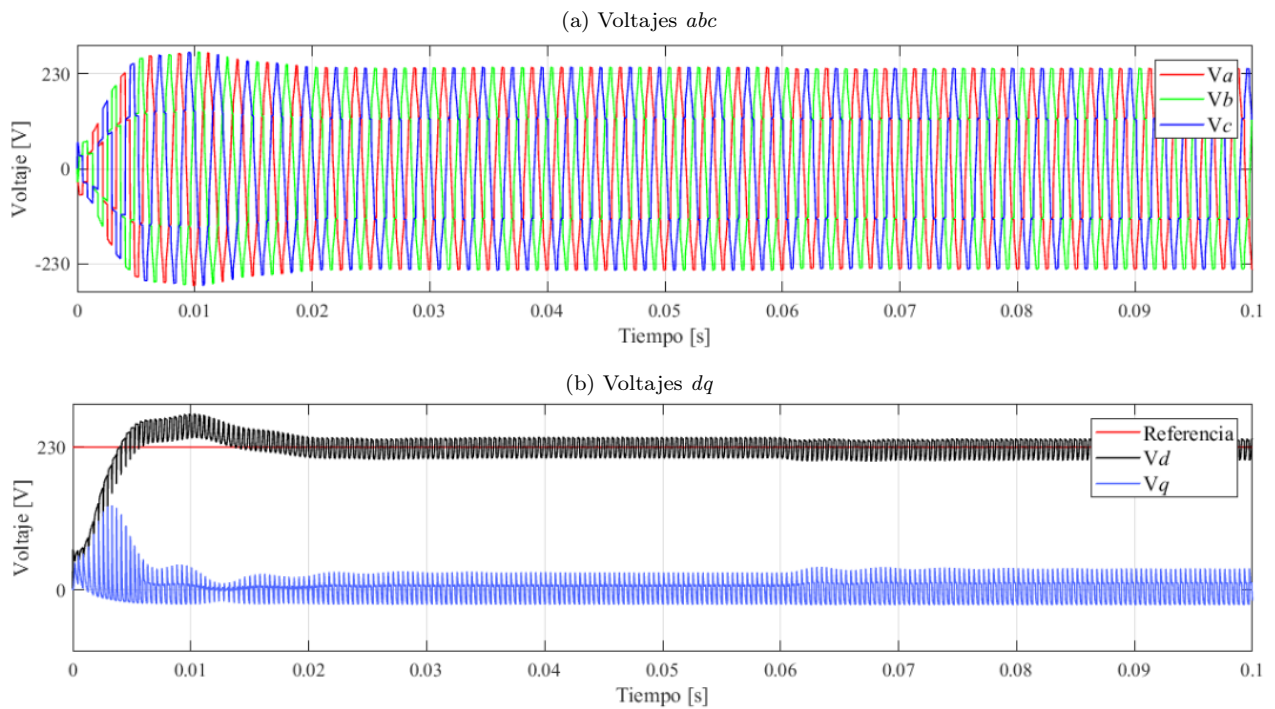


Figura 4.18: Voltajes medidos en bornes estator modelo sin filtro.

El comportamiento de las ondas de tensión se explica por la presencia de armónicos que significa la carga de potencia constante para el sistema. Considerando aquello se verifica, en primera instancia, la forma de onda de la corriente que inyecta el generador, la cual es presentada en la Figura 4.19. Al observar la onda de corriente se nota que dicha onda no es sinusoidal debido a que es resultado de ondas de distintas frecuencias.

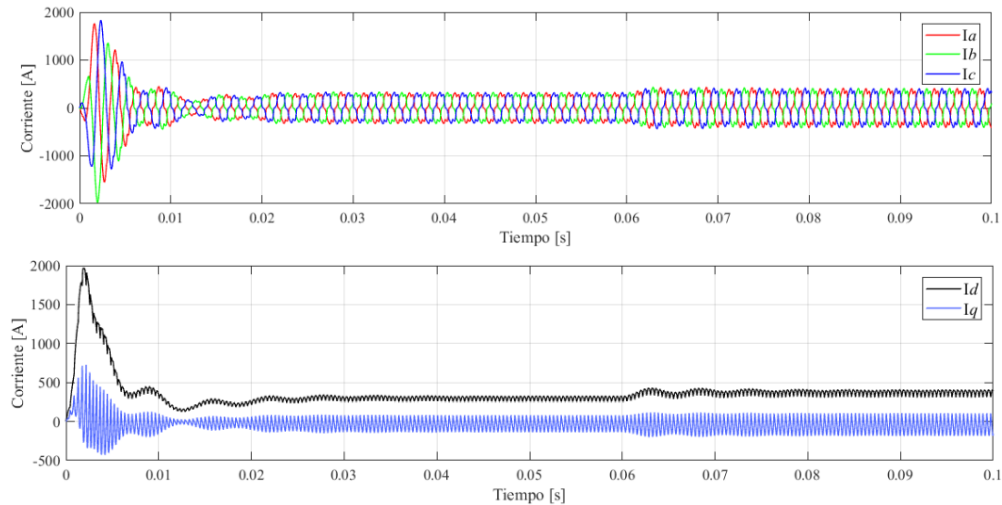


Figura 4.19: Corriente inyectada por generador modelo sin filtro.

Para confirmar que existe presencia de armónicos y verificar el cumplimiento de las condiciones de operación presentadas en el capítulo 2 se utiliza la transformada de Fourier de la onda de tensión abc de la Figura 4.18, luego en la Figura 4.20 se presenta la amplitud de las distintas armónicas.

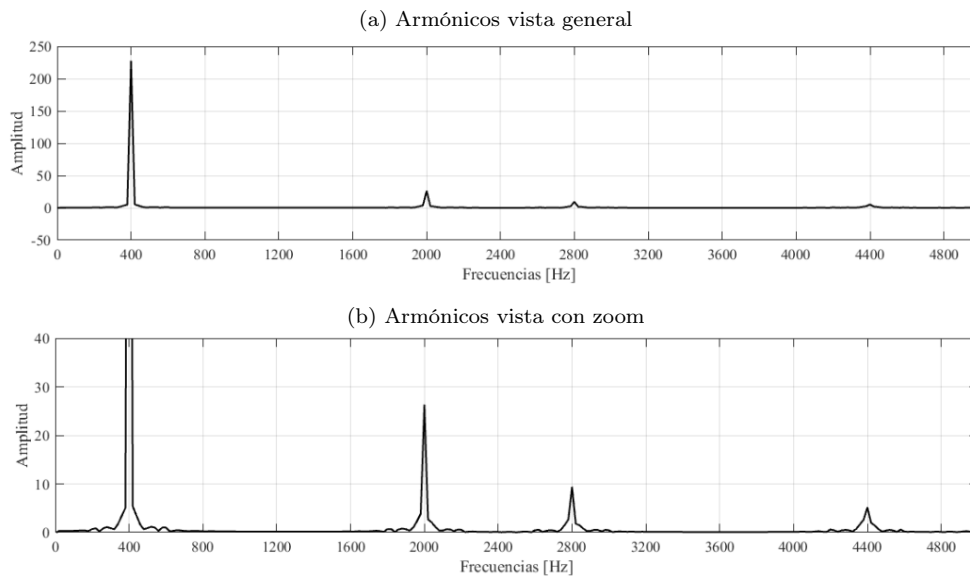


Figura 4.20: Contenido armónico modelo sin filtro.

Al observar, de manera general, la transformada de Fourier se nota que existe un peak en la frecuencia natural, que corresponde a los 400 Hz tal como es de esperarse. Además al hacer un zoom al análisis de Fourier se evidencia la presencia de otros peaks en las frecuencias 2000, 2800 y 4400Hz correspondientes a las quinta, séptima y undécima armónicas respectivamente.

De acuerdo a la curva de contenido armónico permitido por el documento de condiciones de operación de los sistemas eléctricos de aviones se permite una amplitud máxima de 3.16V para frecuencias superiores a los 1000Hz y valores menores a ese para frecuencias superiores a ese valor, por lo tanto como máximo para cualquier frecuencia distinta a la nominal la amplitud máxima permitida es el voltaje señalado. Para el caso presentado se tiene una amplitud cercana a los 20V para la quinta armónica, valor que claramente se encuentra muy por encima de lo permitido.

Consecuentemente con la forma de la curva de tensión en coordenadas dq se observa en la Figura 4.21 un comportamiento oscilatorio en la frecuencia medida, en torno al valor nominal. Este aspecto se explica porque el PLL hace uso de los valores de tensión en eje dq para determinar la frecuencia instantánea y si no se tiene una tensión constante la frecuencia medida por el PLL tampoco lo es.

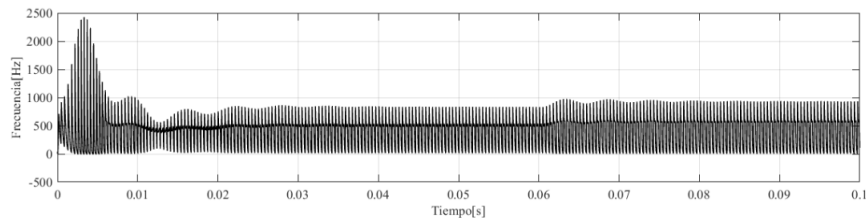


Figura 4.21: Frecuencia tensión abc medida modelo sin filtro.

4.1.5. Modelo con filtro LCL

Para solucionar problemas relacionados con contenido armónico se utilizan filtros. Por la simplicidad de implementación se utiliza un filtro LCL, el cual disminuye la amplitud de las variables con una frecuencia superior a un valor ω_c . La frecuencia de corte ω_c queda definida a partir de las inductancias y capacitancias del filtro de acuerdo a (4.13),

$$\omega_c = \sqrt{\frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2 C}} \quad (4.13)$$

Considerando la inclusión del filtro el sistema eléctrico es el presentado en la figura 4.22 y los parámetros utilizados son presentados en la Tabla 4.4.

Tabla 4.4: Parámetros modelo con filtro LCL

Parámetro	Valor	Unidad
Carga Resistiva lado AC R_1	3	$[\Omega]$
Inductancia línea L_1, L_2	1e-5	[H]
Capacitancia lado AC C_1	1.3e-3	[F]
Frecuencia Filtro ω_c	2000	[Hz]
Capacitancia DC C_2	1e-4	[F]
Resistencia lado DC R_2	1	$[\Omega]$
Voltaje estacionario lado DC	270	[V]
Potencia CLP	20-40	[kW]

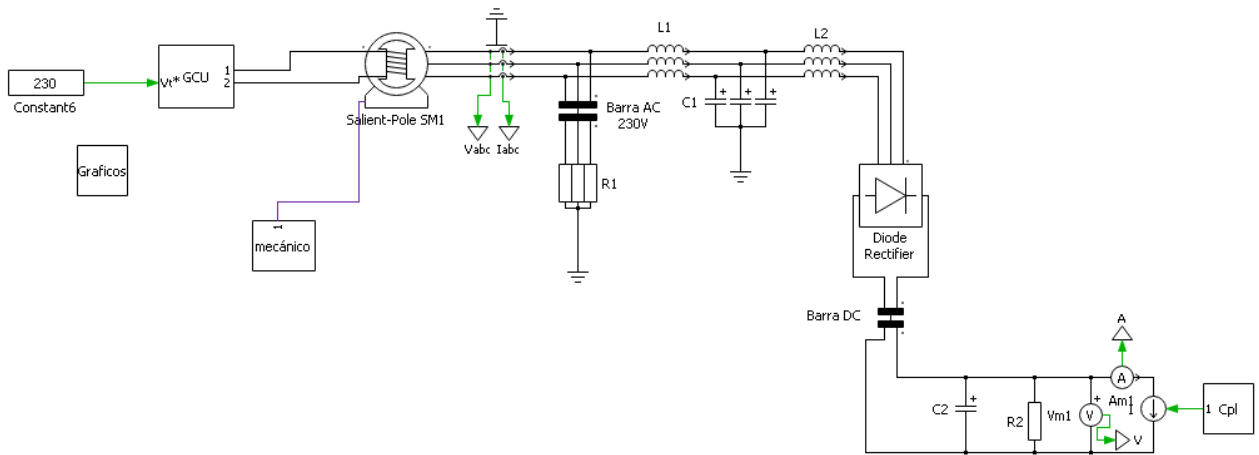


Figura 4.22: Sistema eléctrico completo con filtro para armónicos.

Para verificar que el comportamiento es el adecuado, se presenta en la Figura 4.23 las formas de onda de tensión en abc y dq , allí se puede ver a simple vista que la forma de onda es sinusoidal durante todo el tiempo, además para el caso de la tensión en ejes dq se alcanza un valor constante después de superar la etapa transiente.

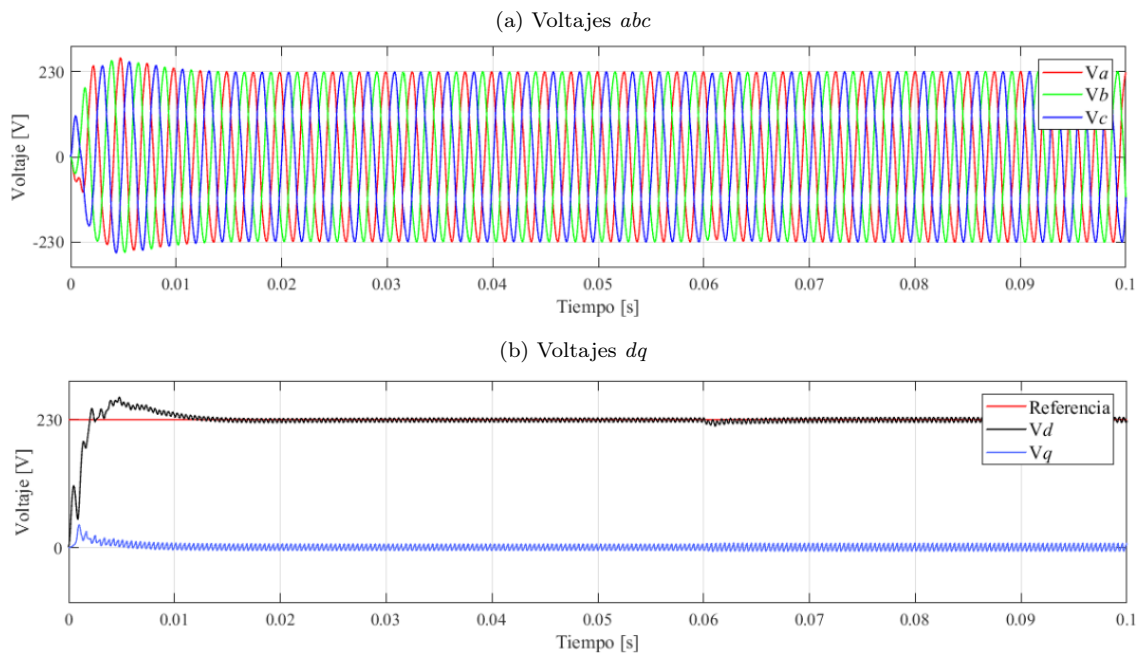


Figura 4.23: Voltajes en bornes estator considerando filtro LCL.

Para comprobar que el contenido armónico se encuentra dentro del rango permitido, se presenta en la Figura 4.24 el contenido armónico presente en la onda de tensión de la Figura 4.23, allí se puede ver de manera general que la quinta armónica tiene una menor amplitud, luego al hacer un acercamiento se observa que la amplitud de dicha armónica es menor a 2.5V, luego para las otras armónicas la amplitud es menor por lo que con esta nueva configuración se cumple con las condiciones solicitadas.

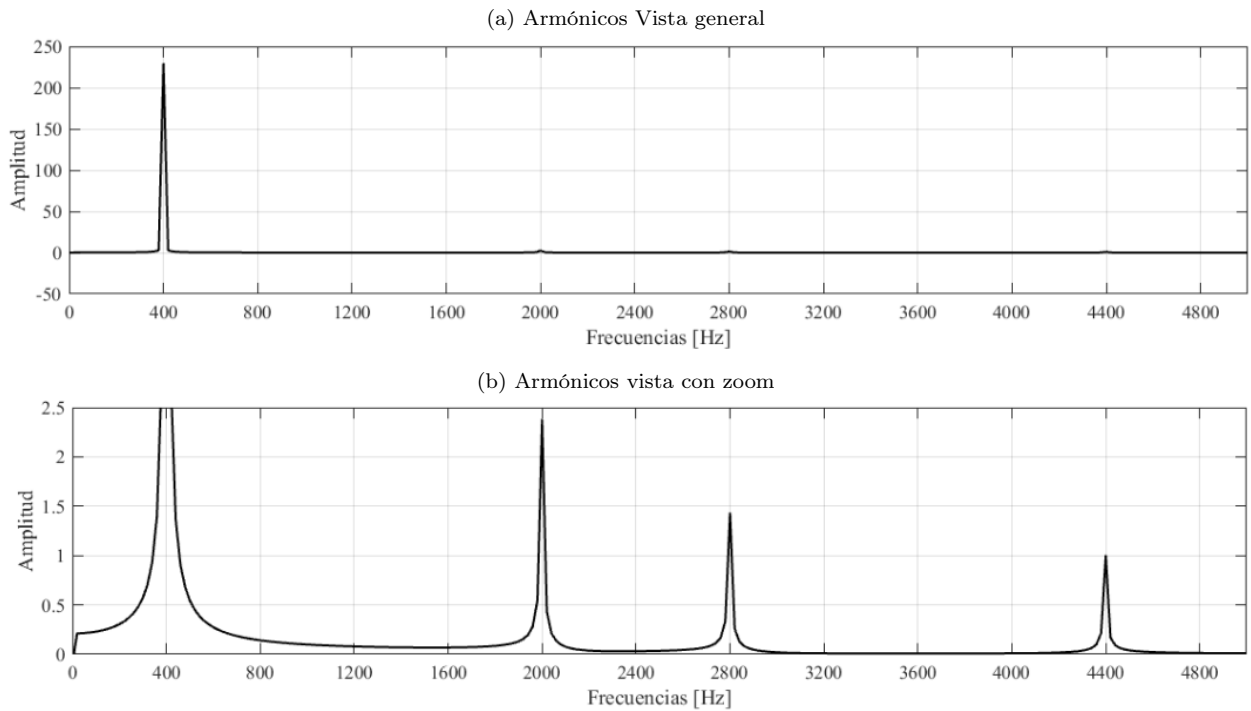
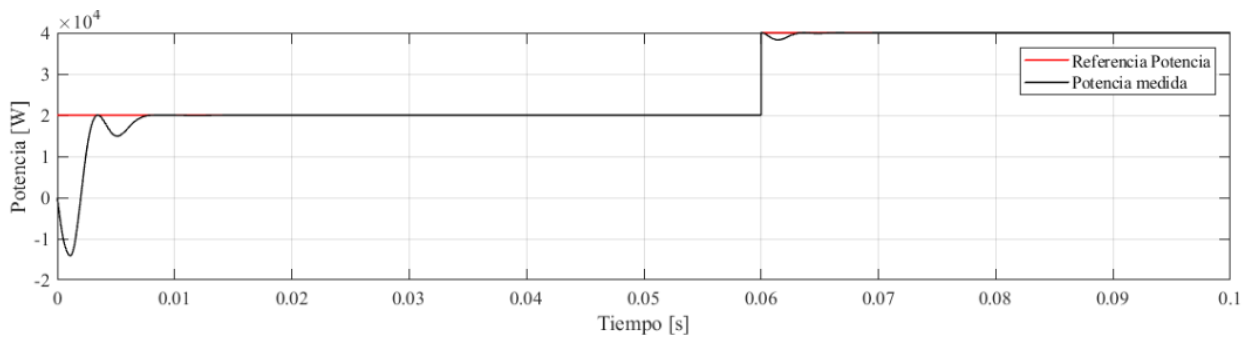


Figura 4.24: Contenido armónico modelo con filtro LCL.

Si bien, con el uso del filtro LCL, se obtiene una tensión trifásica con una cantidad de armónicos permitida, la utilización del filtro no solo modifica esa forma de onda, si no que también altera el comportamiento de las variables eléctricas en la barra DC como lo son la corriente y la tensión. Los gráficos de esas variables son presentados en las Figuras 4.25 y 4.26.



Otro aspecto importante es que la potencia consumida por la CPL presenta un sobrepaso cuando se produce un aumento de la referencia de potencia en forma de escalón. Sumado a lo anterior se presentan oscilaciones, pero la variable se estabiliza a los 0.01s de ocurrido el cambio.

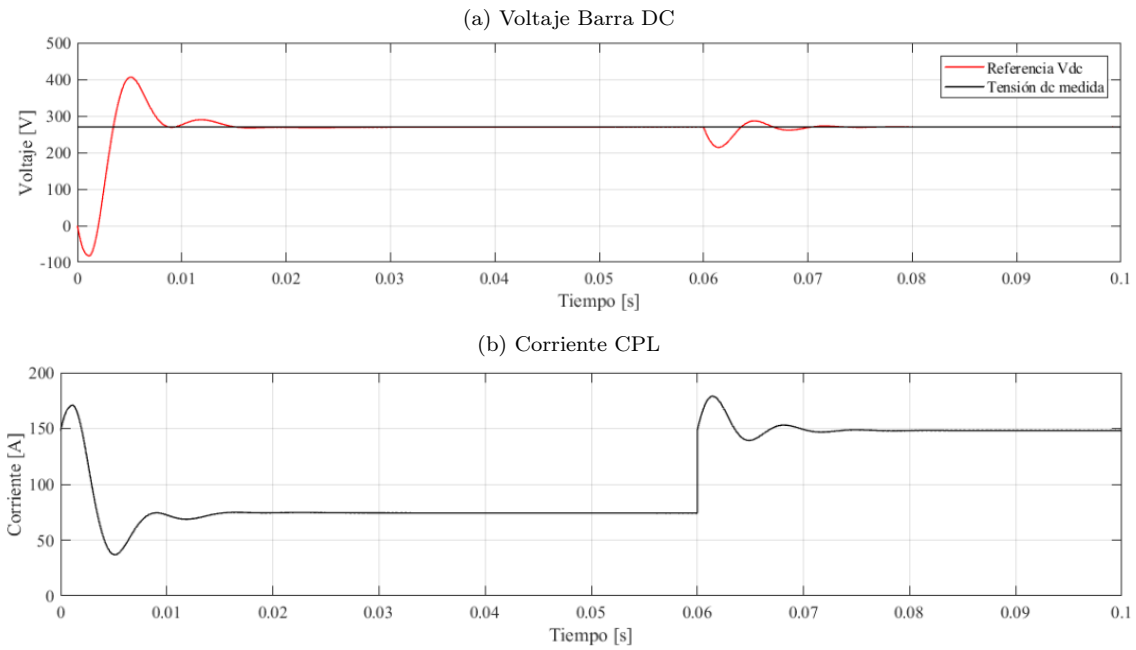


Figura 4.26: Mediciones carga de potencia constante modelo con filtro.

Las curvas de tensión y corriente DC muestran un comportamiento oscilatorio en la etapa transiente, pero la principal característica es que se logra el nivel de tensión esperado en dicha barra y que no se producen oscilaciones en el estado estacionario.

4.2. Implementación sistema mecánico

Al igual que para el sistema eléctrico, para el sistema mecánico se considera una versión simplificada, en este caso se utiliza como base el sistema presentado en la figura 2.13. Dicho sistema considera únicamente dos inercias conectadas por un eje caracterizado por su rigidez y amortiguamiento. Cada una de las inercias representa al generador y a la turbina. El modelo de la implementación es presentado en la Figura 4.28.

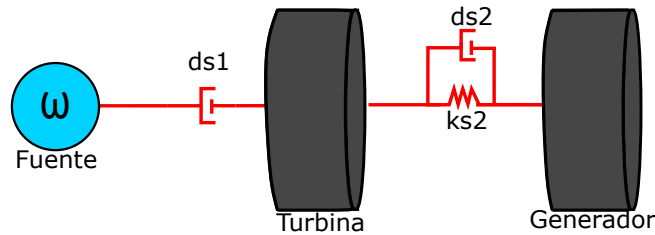


Figura 4.27: Esquemático sistema mecánico.

La implementación, en PLECS, del sistema mecánico presentado, se puede ver en la Figura 4.28, allí además de los componentes descritos anteriormente se agrega una fuente de torque que representa la carga que significa el sistema eléctrico. Junto a los componentes además se observan equipos de medición de velocidad y pruebas que miden los valores de torque que se perciben en los ejes.

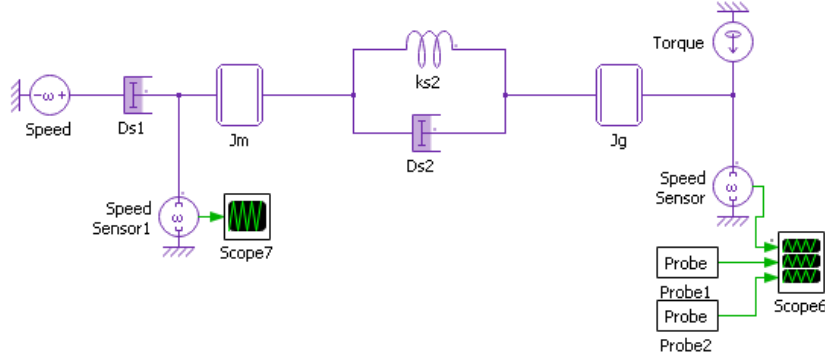


Figura 4.28: Sistema mecánico implementado.

Un aspecto importante en el diseño del sistema mecánico es que los valores de inercias y constantes de rigidez deben ser tales que la frecuencia natural de oscilación del sistema se encuentre en el rango de 10-40 Hz para representar adecuadamente lo que serían las oscilaciones en un sistema mecánico como el del MEA. Para determinar los valores que permitan una frecuencia en ese rango se deben estudiar los valores propios de la matriz $M = J^{-1}K$ donde J y K son obtenidas a partir de (4.8), lo cual es obtenido de resolver la ecuación de masa agrupada de (2.15).

$$J = \begin{bmatrix} J_m & 0 \\ 0 & J_g \end{bmatrix} \quad K = \begin{bmatrix} k_{s2} & -k_{s2} \\ -k_{s2} & k_{s2} \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} d_{s2} & -d_{s2} \\ -d_{s2} & d_{s2} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

En este caso se seleccionan parámetros tal que la frecuencia natural de oscilación del sistema mecánico sea de 15 Hz. Los parámetros de inercia y rigidez que permiten obtener esa frecuencia y el resto de parámetros del sistema mecánico se encuentran en la tabla 4.5. Como allí se puede ver el orden de los parámetros es muy alto, esto se debe a que la selección de los parámetros se hace a partir de la inercia del generador ubicado en el sistema eléctrico. Otro aspecto importante es que el amortiguador que se encuentra conectado a la fuente de velocidad debe tener un valor tal que permita un amortiguamiento adecuado de las variables mecánicas, pero sin afectar la frecuencia natural de oscilación del sistema.

Tabla 4.5: Parámetros sistema mecánico

Parámetro	Valor	Unidad
Inercia turbina J_m	5	$\frac{kg \cdot m^2}{rad^2}$
Inercia Generador J_g	4	$\frac{kg \cdot m^2}{rad^2}$
Amortiguamiento eje 1 d_{s1}	150	$\frac{Nms}{rad}$
Amortiguamiento eje 2 d_{s2}	0	$\frac{Nms}{rad}$
Rigidez eje 2 k_{s2}	1.975e4	$\frac{Nm}{rad}$

En la Figura 4.29 se puede ver la forma de onda del torque que percibe cada una de las inercias del sistema mecánico implementado. La onda de torque va disminuyendo su amplitud en función de las constantes de amortiguamiento seleccionadas, por lo que si se desea que se alcance el estado estacionario en menor tiempo se debe aumentar el valor de dicho parámetro. Este aspecto es de importancia al acoplar los dos sistemas (mecánico y eléctrico) puesto que allí lo importante para el sistema mecánico es alcanzar el estado estacionario inicial lo más rápido posible para así centrar el análisis en otros aspectos.

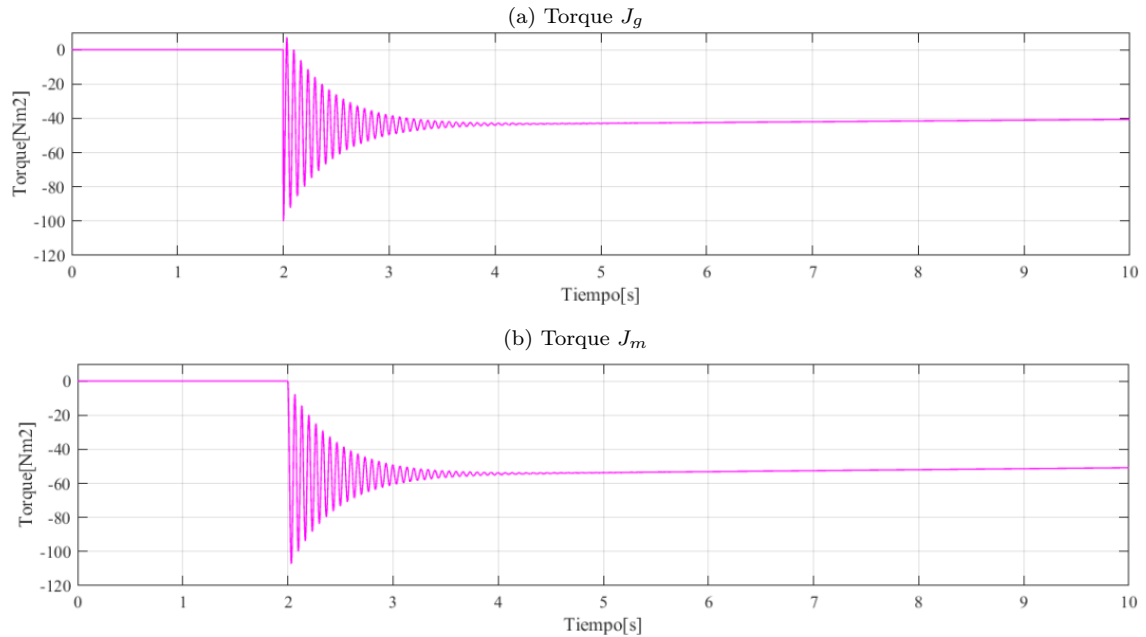


Figura 4.29: Evolución de torque.

En la figura 4.30 se puede ver la transformada de fourier de la forma de onda anterior. Allí se puede ver que existe un peak en la frecuencia 15Hz, lo cual permite comprobar que los parámetros han sido seleccionados de forma adecuada para obtener la frecuencia deseada.

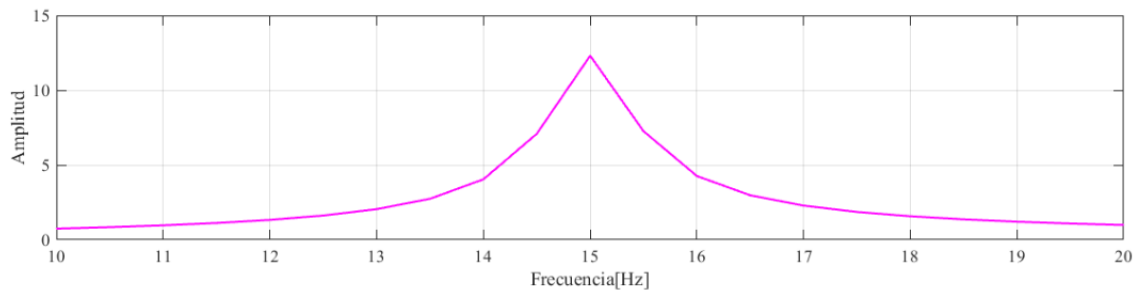


Figura 4.30: FFT onda de torque.

4.3. Diseño e implementación sistema de control de interconexión

4.3.1. Determinar carga máxima

La primera parte del diseño del sistema de control corresponde a determinar, de manera teórica, la carga (en términos de potencia) máxima que soporta el sistema, mas específicamente los generadores, sin provocar inestabilidad. Esto se hace con el fin de de determinar un punto a partir del cual realizar la acción de control.

En este caso se trabaja con la representación del sistema eléctrico en su modelo en espacio de estado. Por lo tanto, considerando lo explicado en el capítulo 2, se procede a determinar las ecuaciones de estado del sistema y desde ahí obtener las matrices que caracterizan al mismo, en particular la matriz A, cuyos valores propios permiten determinar el punto en el cual el sistema se vuelve inestable.

La metodología utilizada para obtener la representación en espacio de estado de un sistema eléctrico, como el implementado, considera la aplicación de las leyes de Kirchoff tanto en el lado AC del sistema como en el lado DC. Además de aquello se considera que se trabaja con sistemas simétricos y balanceados, por lo que para simplificar los cálculos todas aquellas ecuaciones que estén en coordenadas abc trifásicas son convertidas a ecuaciones en ejes dq de manera tal de poder facilitar el análisis y de poder acoplar las ecuaciones del sistema a las del generador, las cuales, como se ha visto, están en coordenadas dq .

Para realizar el análisis se considera el diagrama unilineal de la Figura 4.31, en el cual se encuentran todos los componentes eléctricos presentes en el sistema implementado. A partir de dicho esquema se aplican sumatorias de voltajes y de corrientes para relacionar las distintas variables del sistema. A continuación se presenta una lista con la variables representadas por cada uno de los símbolos que se observan en la Figura.

- v_{gen} : Tensión en bornes de estator del generador. Al ser controlada por el GCU se considera constante. En coordenadas dq se descompone en v_{gend} y v_{genq} .
- i_1 : Corriente (en coordenadas abc) inyectada por el generador. En coordenadas dq se descompone en i_{1d} e i_{1q} .
- i_2 : Corriente (en coordenadas abc) que es consumida por la carga resistiva de la barra AC.
- i_3 : Corriente que circula desde la barra AC hasta el punto de conexión del banco capacitivo. Se descompone en i_{3d} e i_{3q} .
- v_c : Tensión en el punto de conexión del banco capacitivo. Se descompone en v_{cd} y v_{cq} .
- v_r : Tensión en el lado AC del rectificador. Se descompone en v_{rd} y v_{rq} .
- I_{dc} : Corriente que sale del rectificador, depende del índice de modulación y de la corriente que ingresa al rectificador.
- I_{c2} : Corriente consumida por la capacitancia del lado DC.
- I_{load} : Corriente consumida por la carga en la barra DC. Se divide en la corriente que consume la carga de potencia constante y la corriente consumida por la resistencia.

Un aspecto importante a destacar es que las variables correspondientes a las tensiones en los capacitores (v_{cd} , v_{cq} y V_{dc}) y las corrientes en las inductancias (i_{1d} , i_{1q} , i_{3d} , i_{3q}) junto a la corriente que es inyectada por el generador (i_{1d} e i_{1q}) determinan el comportamiento del sistema por lo que esas son variables de estado. Junto con lo anterior se tiene que la tensión en los bornes del generador (v_{gen}) es una entrada del sistema.

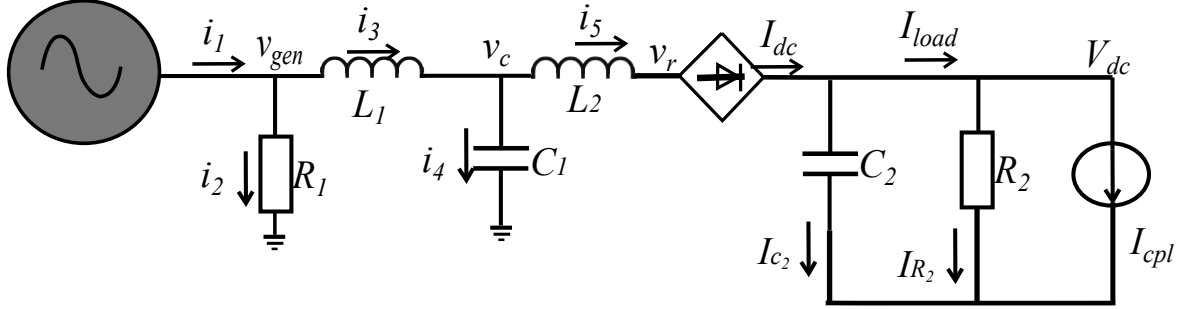


Figura 4.31: Representación circuital sistema eléctrico implementado.

En primer lugar se realiza el análisis para el lado AC. Se aplica sumatoria de corriente en los nodos y sumatoria de voltajes en las mallas tal como se presenta en (4.15) y (4.16).

$$\begin{aligned} i_1 &= i_2 + i_3 \\ i_3 &= i_4 + i_5 \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned} v_{gen} &= v_{L1} + v_c \\ v_c &= v_{L2} + v_r \end{aligned} \quad (4.16)$$

Además, a partir de la definición de las corrientes y tensiones en capacitancias, inductancias y resistencias se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} v_{gen} &= R_1 i_2 \\ v_{L1} &= L_1 \frac{di_3}{dt} \\ i_4 &= C_1 \frac{dv_c}{dt} \\ v_{L2} &= L_2 \frac{di_5}{dt} \end{aligned} \quad (4.17)$$

Por último, desde [23], se obtienen ecuaciones que relacionan las tensiones y corrientes de entrada del rectificador con las variables de salidas del mismo. Allí se presentan dos términos adicionales m_d y m_q que representan el índice de modulación de la tensión en cada uno de los ejes y sus valores se encuentran entre 0 y 1.

$$\begin{aligned}
I_{dc} &= \frac{3}{4}(m_q i_{5q} + m_d i_{5d}) \\
v_{rq} &= m_q \frac{V_{dc}}{2} \\
v_{rd} &= m_d \frac{V_{dc}}{2}
\end{aligned} \tag{4.18}$$

A partir de (4.15) y (4.16) y se realiza la descomposición en coordenadas dq de cada una de las ecuaciones, para ello se requiere obtener las ecuaciones de (4.12) en dicho sistema, donde el principal efecto es que aparecen términos relacionados con la frecuencia cuando hay ecuaciones que contienen derivadas, así se obtienen las relaciones de corrientes y voltajes en ejes dq , las cuales son como se presenta en (4.19)

$$\begin{aligned}
v_{L1d} &= -\omega L_1 i_{3q} + \frac{d}{dt} L_1 i_{3d} \\
v_{L1q} &= \omega L_1 i_{3d} + \frac{d}{dt} L_1 i_{3q} \\
v_{L2d} &= -\omega L_2 i_{5q} + \frac{d}{dt} L_2 i_{5d} \\
v_{L2q} &= \omega L_2 i_{5d} + \frac{d}{dt} L_2 i_{5q} \\
i_{cd} &= -\omega C_1 v_{cq} + \frac{d}{dt} C_1 v_{cd} \\
i_{cq} &= \omega C_1 v_{cd} + \frac{d}{dt} C_1 v_{cq}
\end{aligned} \tag{4.19}$$

Reordenando

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} L_1 i_{3d} &= v_{L1d} + \omega L_1 i_{3q} \\
\frac{d}{dt} L_1 i_{3q} &= v_{L1q} - \omega L_1 i_{3d} \\
\frac{d}{dt} L_2 i_{5d} &= v_{L2d} + \omega L_2 i_{5q} \\
\frac{d}{dt} L_2 i_{5q} &= v_{L2q} - \omega L_2 i_{5d} \\
\frac{d}{dt} C_1 v_{cd} &= i_{cd} + \omega C_1 v_{cq} \\
\frac{d}{dt} C_1 v_{cq} &= i_{cq} - \omega C_1 v_{cd}
\end{aligned} \tag{4.20}$$

Realizando el reemplazo de las ecuaciones (4.15) y (4.16), en su versión en ejes dq , en (4.20) y reordenando nuevamente se obtienen las ecuaciones de (4.21), que corresponden a las ecuaciones de estado para el lado AC del sistema.

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} i_{3d} &= \frac{R}{L_1} i_{1d} - \frac{R}{L_1} i_{3d} - \frac{v_{cd}}{L_1} + \omega i_{3q} \\
\frac{d}{dt} i_{3q} &= \frac{R}{L_1} i_{1q} - \frac{R}{L_1} i_{3q} - \frac{v_{cq}}{L_1} - \omega i_{3d} \\
\frac{d}{dt} i_{5d} &= \frac{v_{cd}}{L_2} - \frac{m_d V_{dc}}{2 \cdot L_2} + \omega i_{5q} \\
\frac{d}{dt} i_{5q} &= \frac{v_{cq}}{L_2} - \frac{m_q V_{dc}}{2 \cdot L_2} - \omega i_{5d} \\
\frac{d}{dt} v_{cd} &= \frac{i_{3d}}{C_1} - \frac{i_{5d}}{C_1} + \omega v_{cq} \\
\frac{d}{dt} v_{cq} &= \frac{i_{3q}}{C_1} - \frac{i_{5q}}{C_1} - \omega v_{cd}
\end{aligned} \tag{4.21}$$

Ahora se realiza el análisis para el lado DC, el cual se obtiene de aplicar directamente las leyes de kirchoff. Al aplicar sumatoria de corrientes en el único nodo del lado DC se obtiene la ecuación (4.22).

$$I_{dc} = I_{load} + I_{c2} \tag{4.22}$$

Cada una de las corrientes de (4.22) es definida en (4.23), donde cada una es obtenida a partir de sus definiciones. Un punto importante allí es que como se señala en la ecuación (4.13) la corriente que sale del rectificador depende de la corriente que ingresa al mismo y de los índices de modulación m_d y m_q .

$$\begin{aligned} I_{dc} &= \frac{3}{4}m_d i_d + \frac{3}{4}m_q i_q \\ I_{load} &= \frac{V_{dc}}{R_2} + I_{cpl} \\ I_{C_2} &= C_2 \frac{d}{dt} V_{dc} \end{aligned} \quad (4.23)$$

Además de las ecuaciones de corriente obtenidas a partir de las leyes de Kirchoff se requiere de la definición de la fuente de corriente que representa la carga de potencia constante, la cual corresponde a (4.24), definición correspondiente al modelo de pequeña señal obtenido desde [16] y presentado en el capítulo 2. Allí P y V son constantes que representan la potencia y la tensión en estado estacionario y V_{dc} corresponde a la tensión instantánea en el lado DC.

$$I_{cpl} = -\frac{P}{V^2} V_{dc} + 2\frac{P}{V} \quad (4.24)$$

Al reordenar la ecuación (4.22) y utilizar las definiciones de (4.23) y (4.22) se obtiene la ecuación de estado del lado DC.

$$C_2 \frac{d}{dt} V_{dc} = \frac{3}{4}m_d i_{5d} + \frac{3}{4}m_q i_{5q} - V_{dc} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{P}{V^2} \right) + 2\frac{P}{V} \quad (4.25)$$

Por último solo falta considerar las ecuaciones que corresponden a la corriente inyectada por el generador síncrono, las cuales cumplen con (4.26).

$$\begin{aligned} \frac{di_{1d}}{dt} &= \frac{1}{L_s} (-v_{gend} - R_s i_{1d} + \omega L_s i_{1q}) \\ \frac{di_{1q}}{dt} &= \frac{1}{L_s} (-v_{genq} - R_s i_{1q} - \omega L_s i_{1d} - \omega \Psi_m) \end{aligned} \quad (4.26)$$

Luego al juntar (4.21), (4.25) y (4.26) se obtiene la representación del sistema eléctrico implementado en ecuaciones de estado (4.27), la cual al ser reordenada permite obtener la representación matricial (4.28), donde la matriz de 9x9 corresponde a la matriz A.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} i_{1d} &= \frac{1}{L_s} (-v_{gend} - R_s i_{1d} + \omega L_s i_{1q}) \\ \frac{d}{dt} i_{1q} &= \frac{1}{L_s} (-v_{genq} - R_s i_{1q} - \omega L_s i_{1d} - \omega \Psi_m) \\ \frac{d}{dt} i_{3d} &= \frac{R}{L_1} i_{1d} - \frac{R}{L_1} i_{3d} - \frac{V_{cd}}{L_1} + \omega i_{3q} \\ \frac{d}{dt} i_{3q} &= \frac{R}{L_1} i_{1q} - \frac{R}{L_1} i_{3q} - \frac{V_{cq}}{L_1} - \omega i_{3d} \\ \frac{d}{dt} i_{5d} &= \frac{v_{cd}}{L_2} - \frac{m_d V_{dc}}{2 \cdot L_2} + \omega i_{5q} \\ \frac{d}{dt} i_{5q} &= \frac{v_{cq}}{L_2} - \frac{m_q V_{dc}}{2 \cdot L_2} - \omega i_{5d} \\ \frac{d}{dt} v_{cd} &= \frac{i_{3d}}{C_1} - \frac{i_{5d}}{C_1} + \omega v_{cq} \\ \frac{d}{dt} v_{cq} &= \frac{i_{3q}}{C_1} - \frac{i_{5q}}{C_1} - \omega v_{cd} \\ \frac{d}{dt} V_{dc} &= \frac{1}{C_2} \left(\frac{3}{4}m_d i_{5d} + \frac{3}{4}m_q i_{5q} - V_{dc} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{P}{V^2} \right) + 2\frac{P}{V} \right) \end{aligned} \quad (4.27)$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{1d} \\ i_{1q} \\ i_{3d} \\ i_{3q} \\ i_{5d} \\ i_{5q} \\ v_{cd} \\ v_{cq} \\ V_{dc} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{-R_s}{L_s} & \omega & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega & \frac{-R_s}{L_s} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{R_1}{L_1} & 0 & -\frac{R_1}{L_1} & \omega & 0 & 0 & \frac{-1}{L_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{R_1}{L_1} & -\omega & \frac{-R_1}{L_1} & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{L_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega & \frac{1}{L_2} & 0 & -\frac{m_d}{2 \cdot L_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega & 0 & 0 & \frac{1}{L_2} & \frac{m_q}{2 \cdot L_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_1} & 0 & -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 & \omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_1} & 0 & -\frac{1}{C_1} & -\omega & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{3m_d}{4C_2} & \frac{3m_q}{4C_2} m_q & 0 & 0 & \frac{1}{C_2} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{P}{V^2} \right) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1d} \\ i_{1q} \\ i_{3d} \\ i_{3q} \\ i_{5d} \\ i_{5q} \\ v_{cd} \\ v_{cq} \\ v_{dc} \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} \frac{1}{L_s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\frac{P}{V} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} v_{gend} \\ v_{genq} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.28}$$

Cada una de las constantes de la matriz A han sido definidas en la Tabla 4.4. A partir de allí se debe determinar los valores de carga que llevarían el sistema a un punto de operación inestable. Se analiza como varían los valores propios de A al modificar la carga en el lado AC, representada por la resistencia R_1 . También se analiza en conjunto que sucede al realizar variaciones en la potencia consumida por la carga de potencia constante P y la resistencia de protección del circuito DC R_2 puesto que ambos parámetros conforman un mismo elemento de la matriz A.

En primera instancia se considera el valor de R_1 igual a 3Ω que corresponde al valor utilizado en la fase de implementación, luego se disminuye el valor de esa resistencia manteniendo constante todos los otros parámetros del sistema. Al disminuir dicho parámetro hasta un valor tan despreciable como 10^{-10} no se producen modificaciones significativas en los valores propios (los cuales son todos negativos) por lo que el sistema siempre es estable sin importar el valor de carga resistiva que exista en la barra AC.

Por otra parte la carga DC está compuesta de una resistencia (R_2) y la fuente de corriente constante cuyo parámetro principal es la potencia P . Al observar las definiciones de las corrientes se nota que los dos parámetros mencionados afectan de manera inversa la corriente que se consume en el lado DC. A medida que se disminuye el valor de R_2 aumenta la corriente que se consume en el lado DC, mientras que para el parámetro P a medida que este valor aumenta también aumenta la corriente consumida.

Al observar la matriz A el análisis cambia puesto que existe un signo negativo en el término de la matriz en el cual se relacionan esos dos parámetros, es por ello que una disminución en el valor de R_2 permite que el valor de P máximo, tal que no se produzca inestabilidad, sea mayor. Así el signo del término de la posición 9,9 de la matriz A determina si es que existe algún valor propio con parte real positiva que signifique que el sistema ya no es estable, con ello la ecuación (4.29) determina la estabilidad.

$$\frac{1}{R_2} - \frac{P}{V^2} \quad (4.29)$$

En la Figura 4.32 se presenta una curva que relaciona los valores de Potencia de la carga de potencia constante y resistencia en la barra DC que llevarían al sistema a una estabilidad crítica, es decir, para todos aquellos valores que se encuentran en la curva se produce algún valor propio igual a cero, luego para cualquier par de puntos que se encuentren bajo esa curva se tendrá solo valores propios negativos por lo que se tendrá un sistema estable y por último para cualquier par de valores que estén por encima de la curva se tendrá uno o mas de un valor propio con parte real mayor a cero por lo que el sistema ya no será estable.

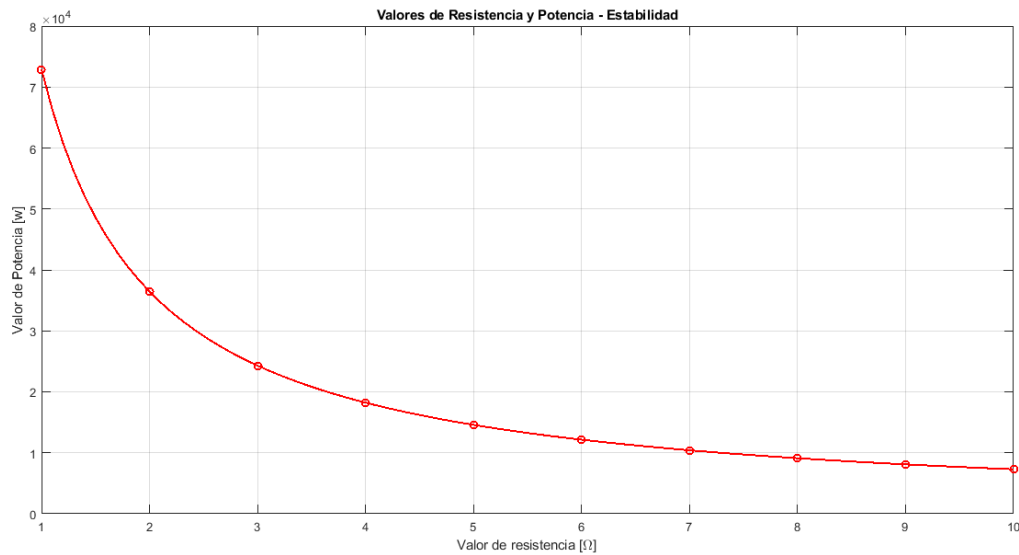


Figura 4.32: Curva de valores críticos estabilidad.

Debido a que hay una cantidad importante de puntos que cumplen con el criterio de estabilidad crítica, el cual es pertenecer a la curva presentada en al Figura 4.32, se selecciona un punto particular para realizar los diferentes análisis. La selección del punto de interés se realiza con el fin de dividir en cantidades parecidas el consumo de potencia realizado por las cargas resistivas en la barra AC y por la carga resistiva y la carga de potencia constante de la barra DC. El par de valores seleccionados corresponden a una resistencia de 1.251 [Ω] y una potencia de 60kW.

4.3.2. Sistema de Control y pruebas

Considerando que la implementación realizada es correcta, se conecta el sistema eléctrico de la Figura 4.13 al sistema mecánico de la Figura 4.26 con lo que se obtiene la representación de una micro-red. Se replica la conexión de los dos sistemas para obtener el sistema gemelo que emula el sistema completo de la Figura 4.33. Con lo anterior se procede a analizar como se ve afectada la estabilidad del sistema al realizar la interconexión de las dos micro-redes.

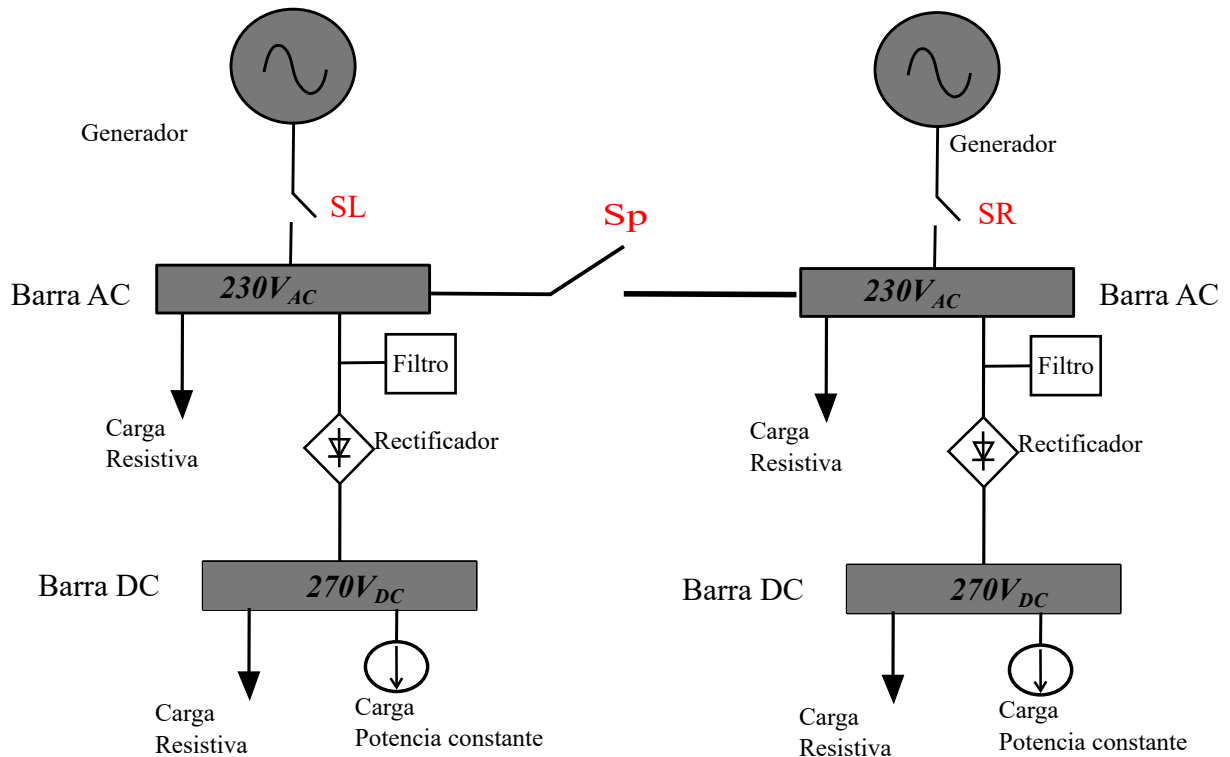


Figura 4.33: Sistema eléctrico gemelo.

En la Figura se pueden observar tres interruptores: el que conecta el generador del lado izquierdo con su barra de 230V (SL), el que conecta el generador del lado derecho con su barra de 230V (SR) y el interruptor principal (SP) que conecta los dos sistemas gemelos. En una condición de operación normal del sistema eléctrico se tiene los interruptores SL y SR cerrados mientras que el interruptor SP se encuentra abierto con lo que cada sistema trabaja por separado.

Se describen las distintas pruebas a realizar al sistema eléctrico implementado considerando el esquema de la Figura 4.33. En un principio se considera que cada uno de los sistemas se encuentra en un punto de operación estable y que cada uno de los parámetros del sistema eléctrico son los presentados en la Tabla 4.5, mientras que los del sistema mecánico son los presentados en la Tabla 4.6, luego cada uno de los parámetros que cambia en las distintas pruebas es descrito a continuación.

- **Prueba 1: Aumento de la carga de potencia constante en forma de escalón con punto de operación estable.** En este caso se aumenta la potencia consumida por la carga de potencia constante, pasando de un punto de operación estable, $P = 30\text{kW}$ y $R_2 = 1,2150$ a otro punto de operación estable con el mismo valor de resistencia y $P = 55\text{kW}$.
- **Prueba 2 : Aumento de la carga de potencia constante en forma de escalón con punto de operación inestable.** Se considera la misma situación de la prueba 1, pero en este caso se pasa de un consumo de potencia constante de 30kW a 60kW .
- **Prueba 3: Interconexión de los sistemas eléctricos en forma de escalón con punto de operación estable.** Se realiza la interconexión de los dos sistemas eléctricos a través del cierre del interruptor principal (SP) y la apertura del Interruptor que conecta el generador derecho (SR). Cada uno de los sistemas trabaja en un punto de operación estable con $P = 30\text{kW}$ y $R_2 = 1,215[\Omega]$.
- **Prueba 4: Interconexión de los sistemas eléctricos en forma de escalón con punto de operación críticamente estable.** Se repite la prueba anterior, pero esta vez el punto de operación de los dos sistemas eléctricos considera $P = 60,000[\text{W}]$ y $R_2 = 1,215\Omega$.
- **Pruebas 5 y 6: Interconexión de los sistemas eléctricos en forma de pulso.** Se realiza la interconexión de los dos sistemas eléctricos mediante el cierre del interruptor principal SP y la apertura de SR en el tiempo t_0 , luego se abre SP en $t = t_0 + t_1$ y finalmente se cierra SP en $t = t_0 + t_2$, donde t_1 y t_2 son las soluciones de (2.20) que permiten eliminar las frecuencias diferentes a la frecuencia natural del sistema mecánico y cuyos valores se obtienen gráficamente a partir de la Figura 4.34. El tiempo t_0 corresponde a un instante posterior a que se alcanza el punto de equilibrio del sistema. Se aplica para $P=55\text{kW}$ y $P=60\text{kW}$.

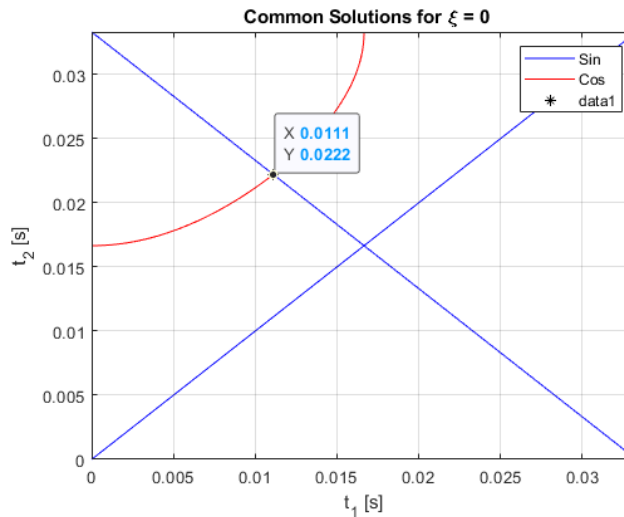


Figura 4.34: Solución de (2.20) con $\xi = 0$.

Para cada una de las pruebas se estudia que sucede con la sobreoscilación en la tensión así como en el torque mecánico en el eje de cada uno de los generadores, a lo que se suma el análisis de comportamiento de otras variables como velocidad del generador, tensión y corriente en barra DC, etc.

Capítulo 5

Resultados y análisis

5.1. Aumento de carga de potencia constante en forma de escalón

5.1.1. Punto de operación estable

Como resultado de un aumento de la carga de potencia constante en forma de escalón, de 30kW a 55kW, se obtiene el consumo de dicha carga presentado en la Figura 5.1.

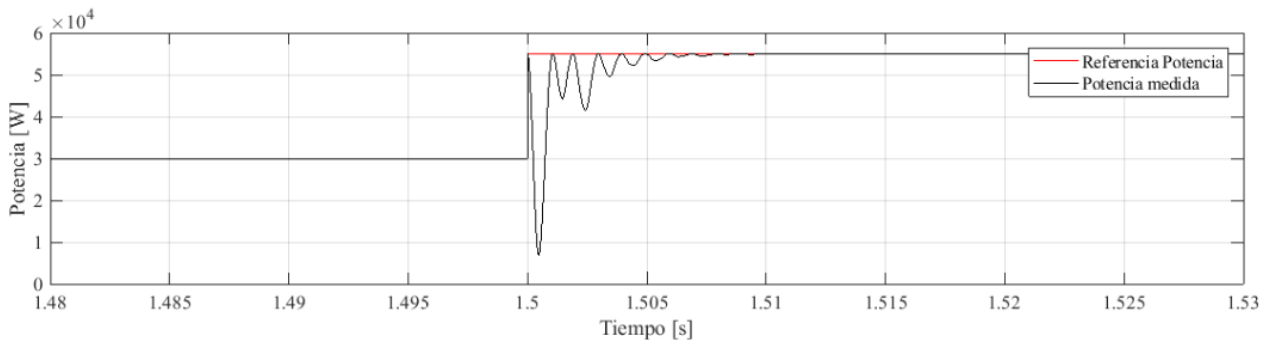


Figura 5.1: Potencia CPL prueba 1.

La evolución de la potencia muestra el comportamiento esperado, es decir, se pasa del punto inicial al punto final y la potencia consumida por esa carga se mantiene estable. Tarda 0.01s en alcanzar el estado estacionario y, aunque se observan oscilaciones, no se presenta sobrepaso. Se confirma que el comportamiento del modelo de CPL funciona adecuadamente en ese rango de potencias.

Este comportamiento de la carga de potencia constante está determinado por la corriente entregada por la fuente utilizada para representar dicha carga, el cual a su vez depende del valor instantáneo de tensión en la barra DC. La evolución de esas dos variables es presentada en la Figura 5.2.

En las figuras 5.2(a) y 5.2(b) se nota que, posterior al aumento de carga, la tensión se establece en el valor de referencia a los 0.01s de realizado el aumento y se presentan oscilaciones acordes a las que se observan en la potencia.

La tensión máxima alcanzada en la barra DC corresponde a 400V, lo que representa 130V mas que el valor de referencia, correspondiente a un sobrepaso de 48%. Para la corriente se presenta un aumento al doble de la corriente inicial, durante las oscilaciones tiene un comportamiento inversamente proporcional al de la tensión.

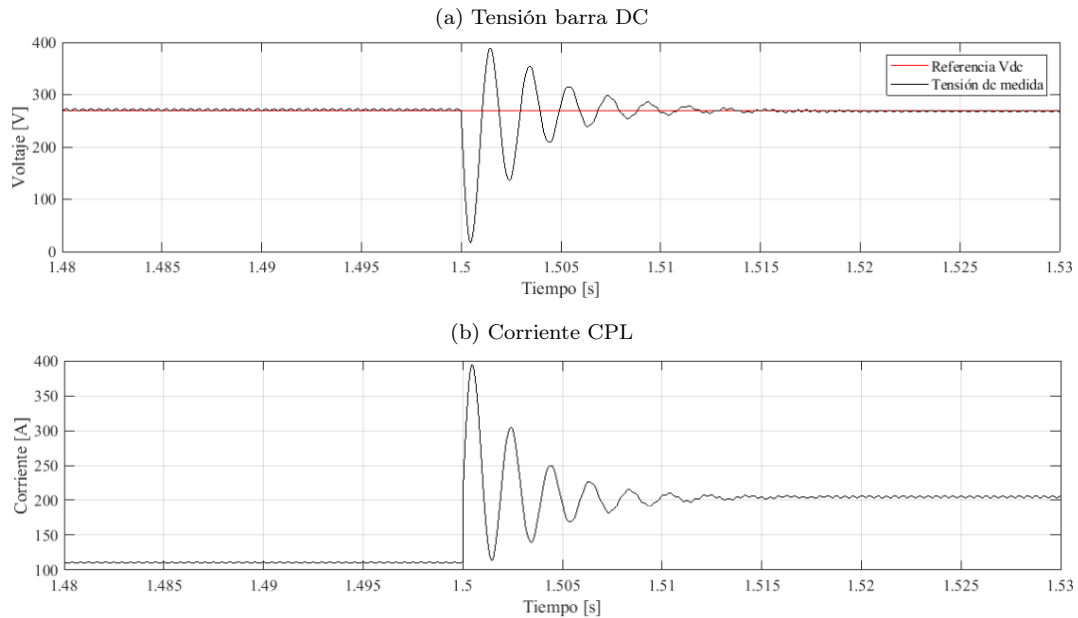


Figura 5.2: Tensión y Corriente carga de potencia constante prueba 1.

Este aumento en la carga de potencia constante no tiene efectos importantes sobre el sistema eléctrico puesto que, como se puede ver en la Figura 5.3, la tensión medida en los bornes del generador no presenta alteraciones importantes y tampoco presenta sobrepaso con respecto al valor de referencia. Al igual que el resto de variables eléctricas ya presentadas, requiere de un un tiempo de 0,01s para volver al valor de referencia.

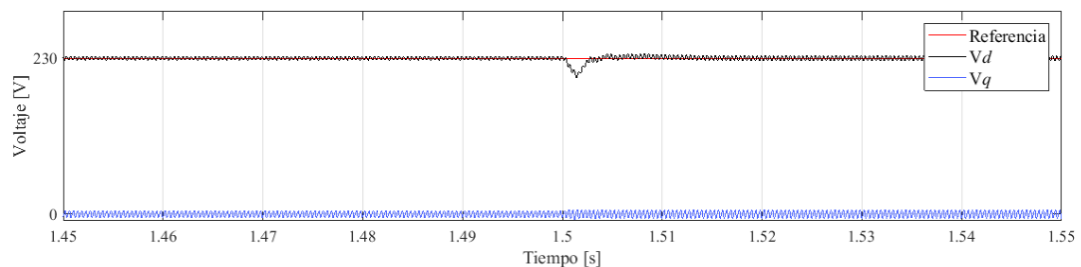


Figura 5.3: Tensión en bornes de generador prueba 1.

Para contrarrestar el efecto del aumento de la potencia que se consume en el sistema eléctrico, se produce un aumento de la tensión con que se alimenta el campo de la máquina. Este aumento se traduce en un aumento proporcional de la corriente que circula por el devanado de campo para retornar el valor de tensión en bornes de estator a su valor de referencia. En la Figura 5.4 se presenta la evolución de la tensión y la corriente de campo.

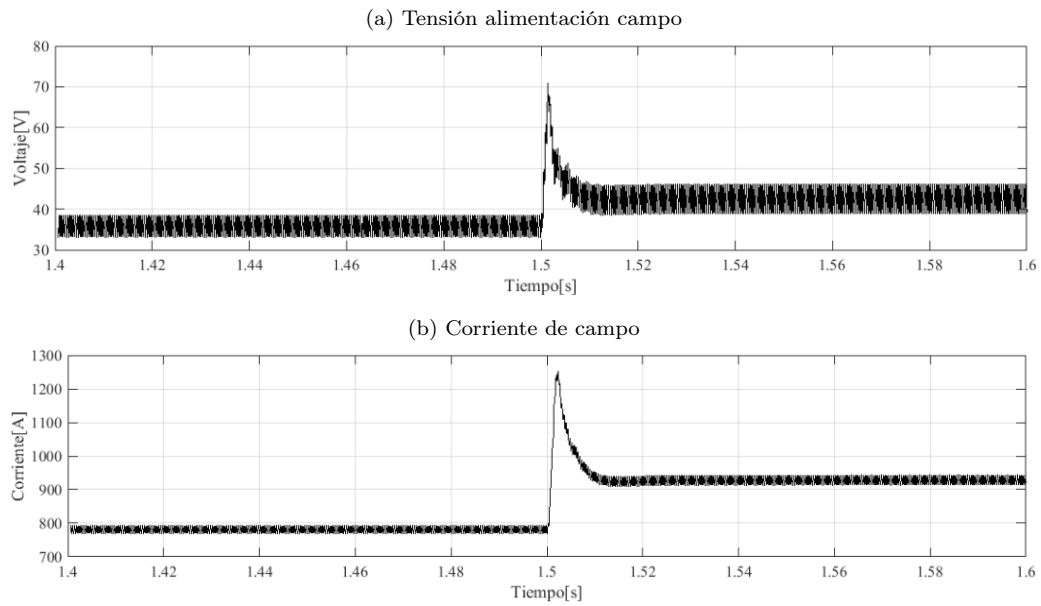


Figura 5.4: Respuesta controlador prueba 1.

Como consecuencia del cambio en el sistema eléctrico se obtiene el torque mecánico presentado en la Figura 5.5, el cual al igual que el sistema eléctrico presenta un comportamiento estable. Las principales características de la respuesta de torque mecánico son un sobrepaso máximo de 4% y un tiempo de establecimiento de 0.7s.

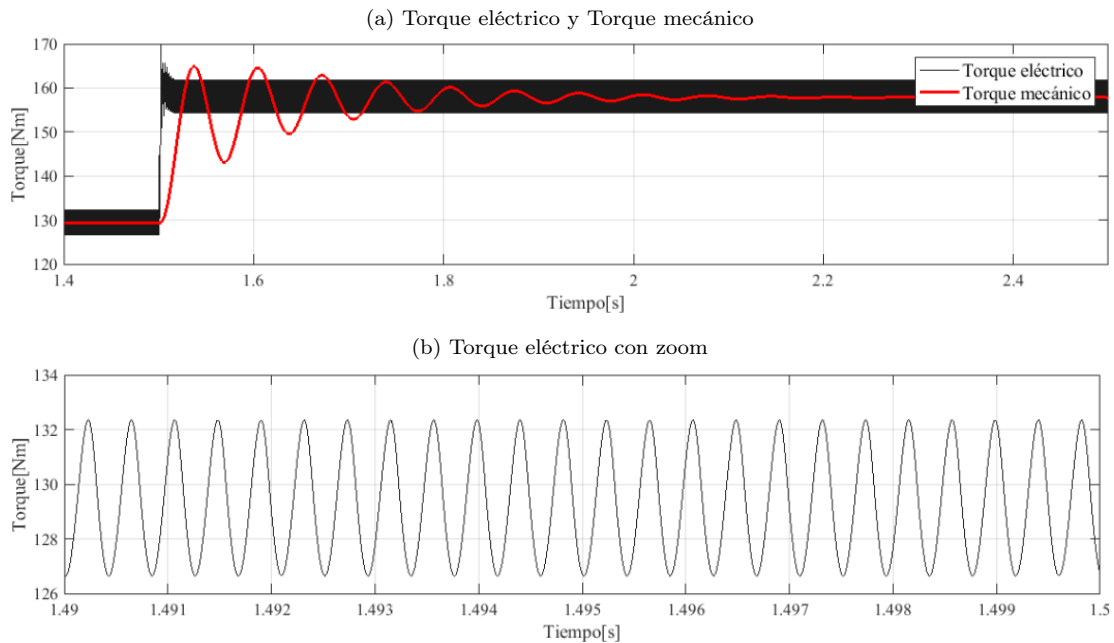


Figura 5.5: Torque prueba 1.

A pesar de que el torque eléctrico presenta oscilaciones, en torno al punto de equilibrio, estas oscilaciones no se ven reflejadas en el sistema mecánico puesto que la frecuencia con que oscila el torque eléctrico es de 2400Hz mientras que la frecuencia natural de oscilación del sistema mecánico es de 15Hz por lo que observa al otro sistema como constante.

5.1.2. Punto de operación inestable

Al realizar el aumento de la carga de potencia constante pasando de un punto de operación estable a un punto inestable se obtiene la evolución de esa variable mostrada en la Figura 5.6.

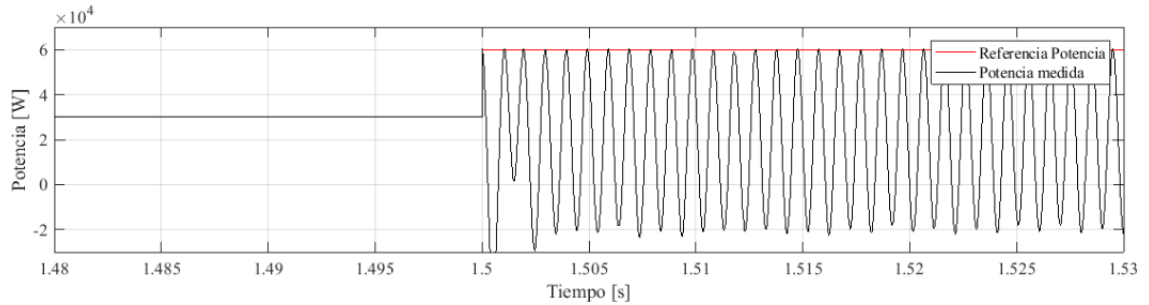


Figura 5.6: Potencia CPL prueba 2.

Se observa que en el instante en que se produce el escalón ($t = 1,5s$) la potencia consumida comienza a oscilar en torno al punto de operación inicial. Este comportamiento es consecuencia de la corriente que inyecta la fuente que representa a esa carga, la cual depende de la tensión instantánea en la barra DC, esas dos curvas son presentadas en la Figura 5.7

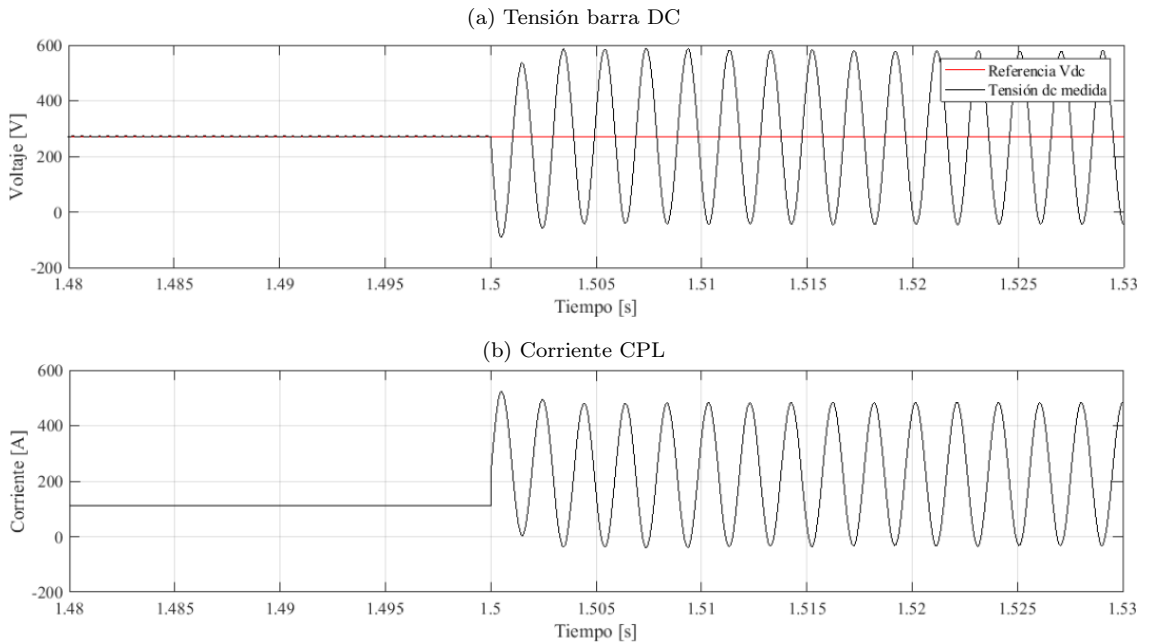


Figura 5.7: Tensión barra DC y Corriente carga de potencia constante prueba 2.

Las dos variables que determinan el comportamiento de la carga de potencia constante presentan un comportamiento oscilatorio en torno al punto de operación inicial, lo que se traduce en el comportamiento exhibido para la potencia. La razón por la cual se produce este comportamiento es porque cambia el signo de la corriente que se consume en la barra DC, situación que no es tolerada por el modelo de pequeña señal de la carga de potencia constante implementado.

Se observa que corriente y tensión tienen sus peaks en tiempos diferentes y el modelo de carga de potencia constante no permite contrarrestar adecuadamente estas dos variables para obtener la potencia deseada.

Se verifica que el análisis realizado a la representación en espacio de estados del sistema implementado es correcta. Al trabajar en un punto de operación que teóricamente no es estable se obtiene un comportamiento de las variables consecuente con ello.

En consecuencia con el comportamiento inestable existente en la barra DC, se producen oscilaciones de la tensión en la barra AC con respecto al valor de referencia, estas oscilaciones alcanzan una amplitud de $\pm 14V$ con respecto a los 230V. Esto se observa a la curva de tensión en bornes de generador de la Figura 5.8.

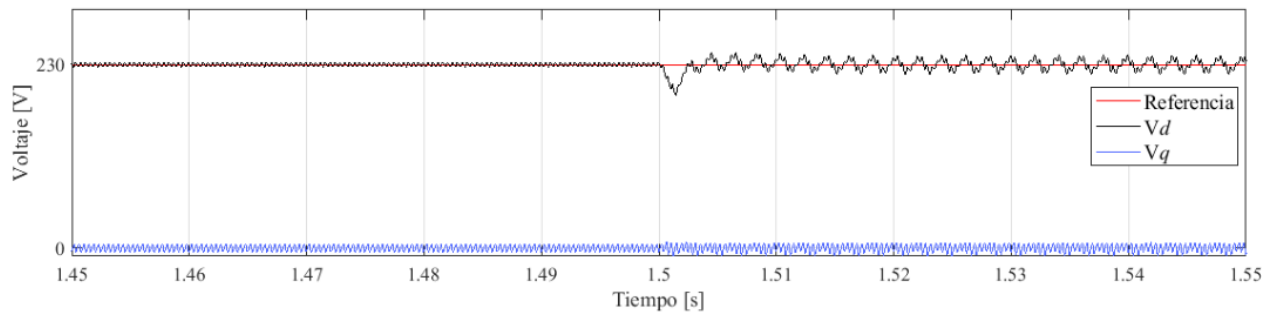


Figura 5.8: Tensión en bornes de generador prueba 2.

La curva de tensión en coordenadas dq muestra una disminución en el valor de esta variable en el instante en que se produce el aumento de la carga, pero este efecto es contrarrestado por la acción del GCU, el cual lleva la tensión a oscilar en torno a su valor de referencia en un tiempo de 0,01s.

La respuesta del controlador al cambio producido en el sistema eléctrico es presentada en la Figura 5.9. Al igual que para el resto de las variables eléctricas, se observan oscilaciones en la tensión de la fuente controlada lo que se explica por el punto de operación críticamente estable.

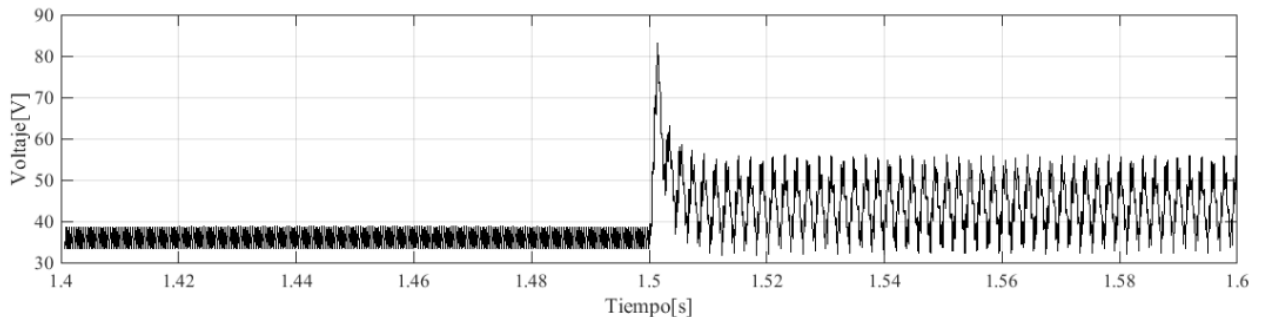


Figura 5.9: Voltaje de campo prueba 2.

A pesar de que se presentan variaciones importantes en la principal variable que representa el comportamiento del sistema eléctrico, el cambio realizado en la carga no se ve reflejado en el sistema mecánico en este caso. La situación descrita se verifica en la curva de torque mecánico del eje del generador presentada en la Figura 5.10, en dicha curva se observa un sobrepaso y un tiempo de establecimiento iguales a lo que ocurre en un punto de operación estable.

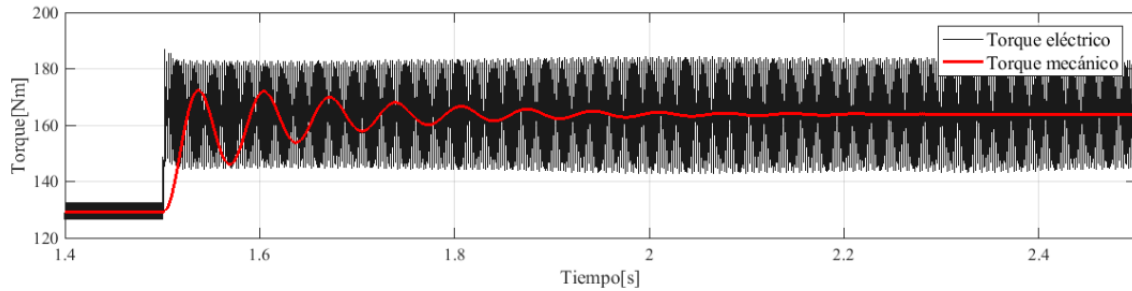


Figura 5.10: Torque prueba 2.

5.2. Interconexión de sistemas eléctricos en forma de escalón

5.2.1. Punto de operación estable

En esta prueba se utilizan parámetros tal que cada uno de los sistemas se encuentre en un punto de operación estable de manera independiente. A los 1.5s se realiza la interconexión de los sistemas, la cual arroja como resultado la evolución de tensión en ejes dq del generador, que se mantiene en funcionamiento, presentada en la Figura 5.11.

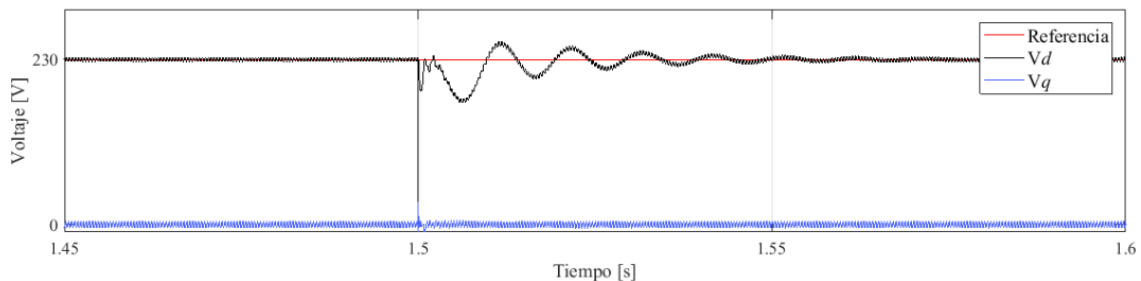


Figura 5.11: Tensión en bornes de generador coordenadas dq prueba 3.

Como se puede observar, en el instante en que se produce la interconexión, existe una caída instantánea de la tensión en los dos ejes, luego producto de la acción del GCU el valor de tensión aumenta acercándose al valor de referencia, pero oscila en torno a dicho valor hasta lograr el valor en estado estacionario a los 0.1s de ocurrida la interconexión. Consecuentemente la misma situación se observa en la evolución de la tensión en la barra DC presentada en la Figura 5.12.

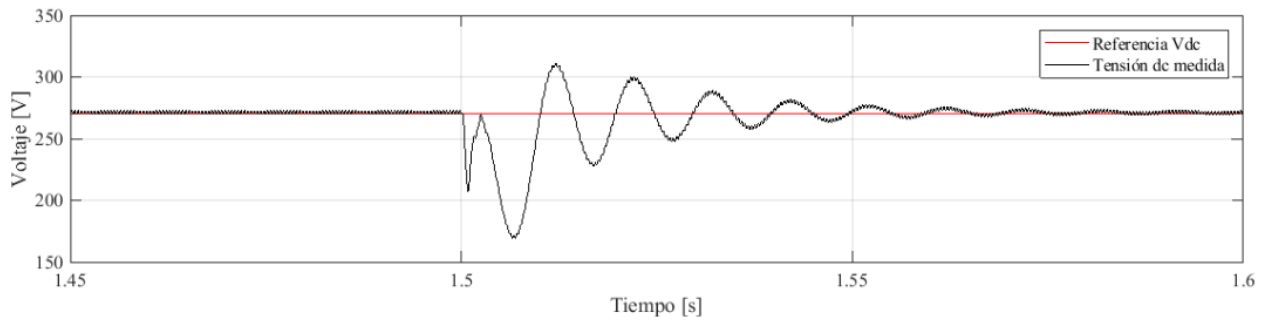


Figura 5.12: Tensión barra DC prueba 3.

El sobrepaso presente en la tensión de la barra AC alcanza un máximo de 25V, lo que representa un 10.8 % del valor de referencia. Para la barra DC el sobrepaso máximo alcanza 41V, equivalente a 15.18 % del valor de referencia. Este sobrepaso es superior al alcanzado en la prueba de aumento de la carga de potencia constante, lo que es lógico desde el punto de vista que en este caso no solo se aumenta la carga de potencia constante, si no que se realiza la conexión de un sistema completo, lo cual además de la conexión de una carga de potencia constante adicional considera otra etapa de rectificación y otra línea de alta tensión.

En cuanto a la potencia, la evolución del consumo de la carga de potencia constante conectada a una de las barras DC es presentada en la Figura 5.13. Esta variable presenta oscilaciones y tarda 0.025s en alcanzar el estado estacionario posterior a la falla que requiere de la interconexión de los sistemas eléctricos.

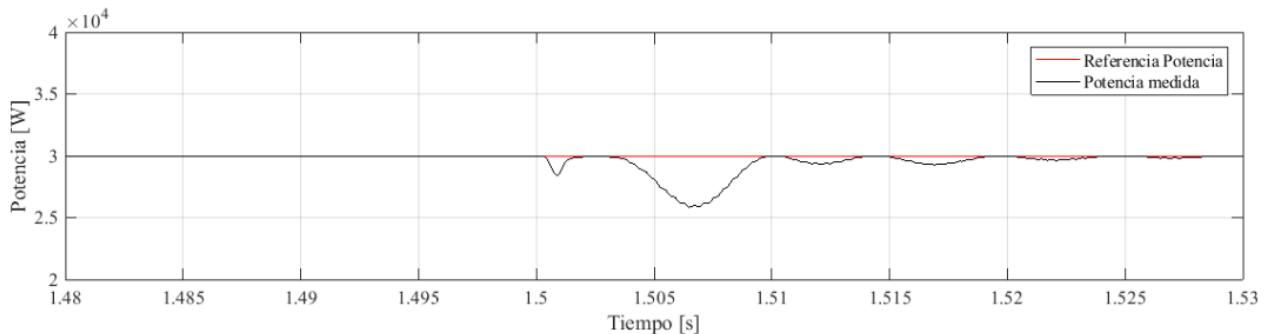


Figura 5.13: Consumo CPL prueba 3.

La respuesta del torque eléctrico que entrega el generador a las cargas y el torque mecánico que la turbina aplica a la máquina es presentada en la Figura 5.14, donde se nota que en estado estacionario ambas variables alcanzan el mismo valor, pero en la etapa transiente el torque eléctrico presenta oscilaciones de mayor frecuencia y un sobrepaso mayor.

Antes de la interconexión la turbina conectada al generador aplica un torque de 129.33Nm y posteriormente se alcanza un torque final de 264.08Nm, lo que implica un aumento de 134.74Nm. Producto de la interconexión se alcanza un torque máximo de 290.01Nm que representa un sobrepaso máximo de 19.24 % del aumento de torque producido. Sumado a lo anterior la curva oscila a una frecuencia de 15Hz durante 0.7s hasta alcanzar el estado estacionario.

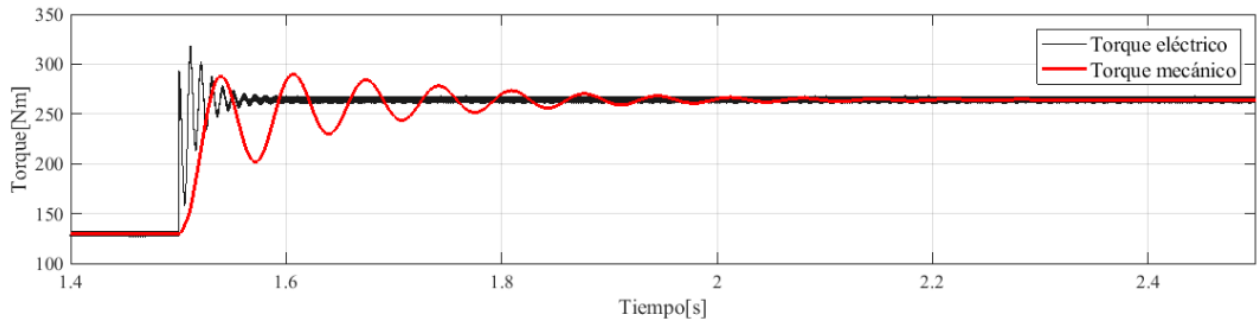


Figura 5.14: Torque prueba 3.

Producto de la conexión de los sistemas se produce una disminución de la velocidad de rotación del generador, la cual se ve reflejada en la Figura 5.15. Se nota la presencia de oscilaciones previo a alcanzar el valor en estado estacionario, lo cual se logra 0.6s después de la interconexión.

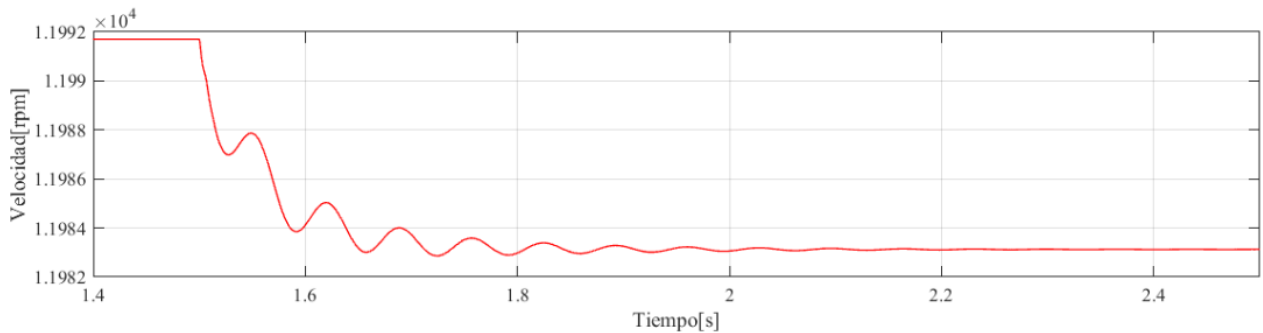


Figura 5.15: Velocidad generador prueba 3.

5.2.2. Punto de operación críticamente estable

Al considerar la situación de que cada uno de los sistemas eléctricos se encuentran en un punto de operación críticamente estable desde el punto de vista teórico, pero que en la práctica es estable y realizar la interconexión de esos dos sistemas a los 1.5 segundos se obtiene como respuesta del sistema eléctrico la formas de tensión, en eje d, en el estator del generador que permanece en funcionamiento presentada en la Figura 5.16.

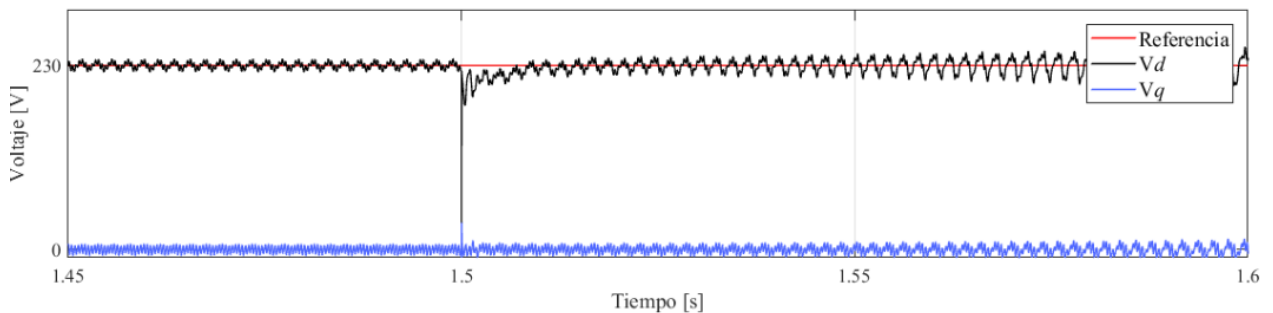


Figura 5.16: Tensión en bornes de generador coordenadas prueba 4.

En este caso la evolución de la tensión posterior al momento de la interconexión tiene una naturaleza oscilatoria, la cual tiene una amplitud correspondiente a 45V, valor que representa un 19.54% del valor de referencia de la tensión y además se extiende durante la totalidad del tiempo. Ante lo anterior se puede establecer que la situación a la cual es expuesta el generador es de un nivel superior al que puede controlar el GCU por lo cual es consecuente con que cada sistema por separado trabaja en un punto de operación críticamente estable.

La situación descrita para la tensión que entrega el generador se ve reflejada en la tensión presente en la barra DC así como también en el comportamiento de la carga de potencia constante, el cual depende del valor instantáneo de tensión en la barra DC. En las Figuras 5.17 y 5.18 se presenta el comportamiento de esas variables.

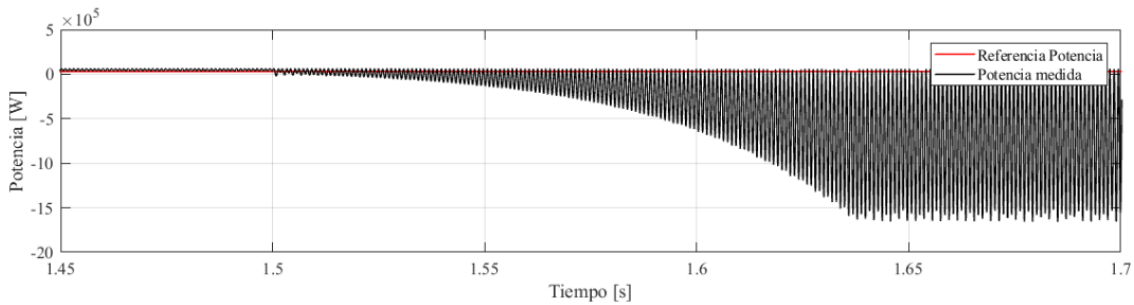


Figura 5.17: Potencia CPL prueba 4.

En primera instancia la potencia consumida por la carga de potencia constante no es tal, si no que mas bien tiene una naturaleza oscilatoria, lo cual implica problemas tanto para esa carga así como para el resto de cargas que pudiesen conectarse en la barra DC. Este comportamiento de la carga de potencia constante se debe a que la implementación se ha realizado en base a un modelo de pequeña señal, el cual funciona en torno a un punto de operación, pero el comportamiento de la tensión se aleja de dicho punto de operación.

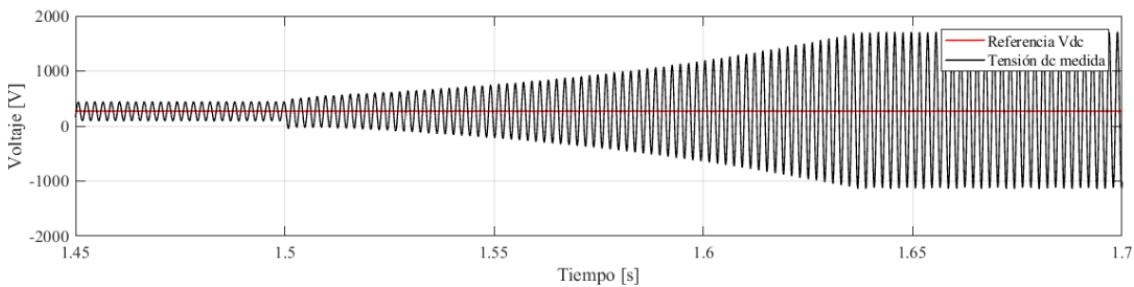


Figura 5.18: Tensión barra DC prueba 4.

La forma oscilatoria de las variables del sistema eléctrico se ven reflejadas principalmente en el torque eléctrico. La evolución de esta variable presentada en la Figura 5.19 tiene oscilaciones que alcanzan una amplitud de 300Nm. Este comportamiento de torque eléctrico determina el comportamiento del torque mecánico presentado en la Figura 5.19(b).

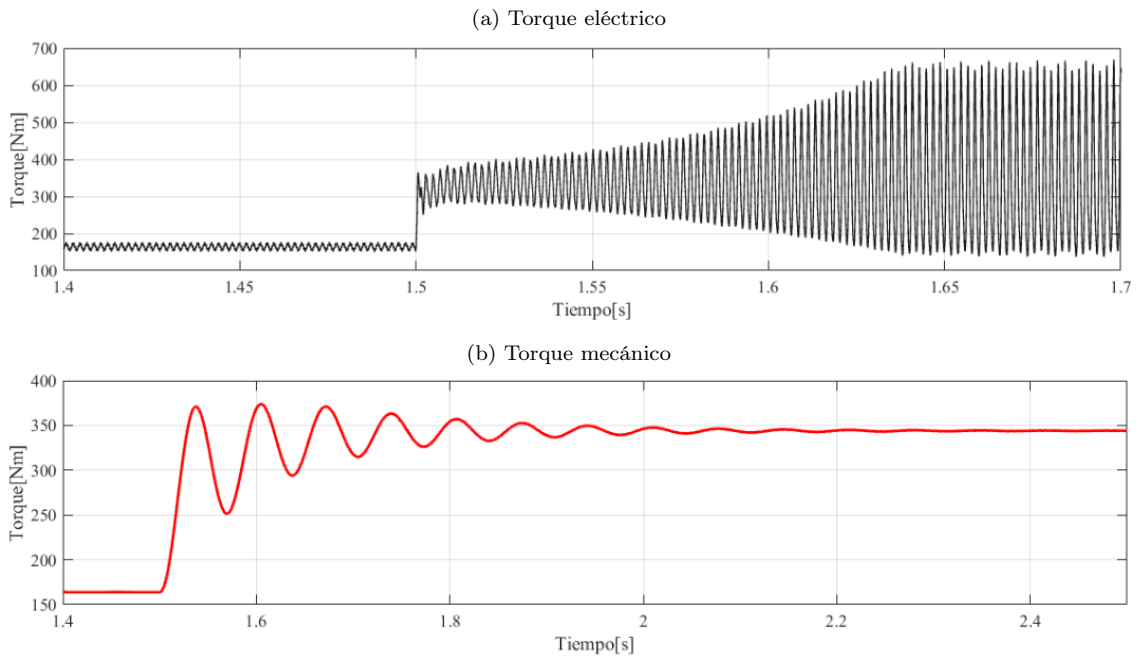


Figura 5.19: Torque prueba 4.

La interconexión de los sistemas eléctricos representa un escalón de 180.1313Nm en el valor de torque mecánico que la turbina aplica sobre el eje del generador, se alcanza un torque máximo correspondiente a 373.7506Nm, que representa un sobrepaso de 40Nm, equivalente a un 16 % del aumento aplicado.

La amplitud del torque aplicado y la duración de las oscilaciones implican la presencia de vibraciones torsionales, las cuales debido a su duración prolongada producen daños en el eje del generador. Lo anterior señala que no es adecuada la interconexión en forma de escalón de los dos sistemas eléctricos cuando cada uno de ellos se encuentra en un punto de operación críticamente estable puesto que reducirán la vida útil del generador.

Producto de la conexión del sistema eléctrico adicional, el generador que se mantiene en funcionamiento ve afectada su velocidad de giro de acuerdo a la Figura 5.20. La velocidad disminuye y durante la transición presenta oscilaciones relacionadas con los sobrepasos que presenta la respuesta de torque mecánico.

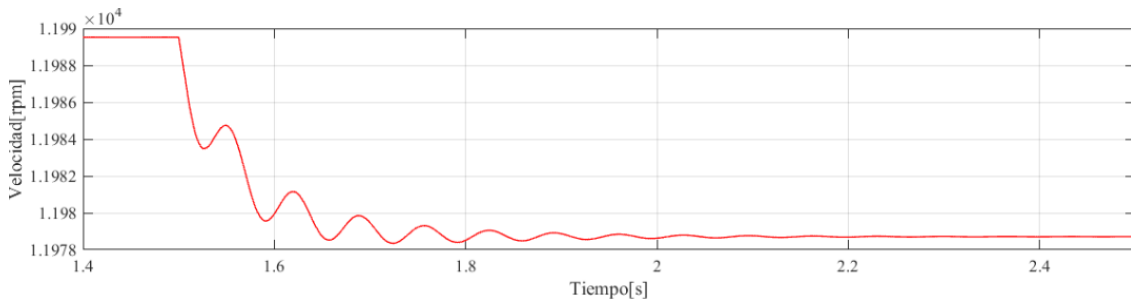


Figura 5.20: Evolución velocidad rotor prueba 4

5.3. Interconexión sistemas eléctricos en forma de pulsos

5.3.1. Punto de operación estable

Al realizar la interconexión en forma de pulso se obtiene el comportamiento de la tensión en la barra AC presentado en la Figura 5.21. La tensión en coordenadas dq muestra que se alcanza el estado estacionario en un tiempo menor a 0.05s y que en el instante en que se desconectan los sistemas (antes de volver a ser conectados) se alcanza un peak en el voltaje, alcanzando un valor de 275V, lo que representa un sobrevoltaje de 45V.

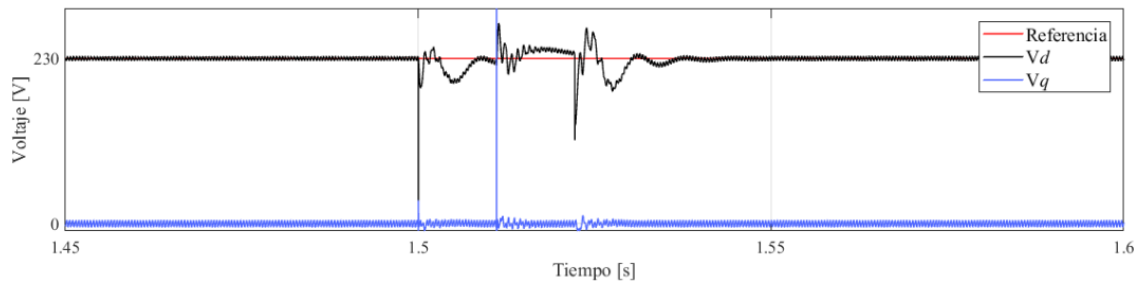


Figura 5.21: Tensión bornes generador dq prueba 5

El comportamiento de la tensión AC se ve reflejado en los niveles de tensión de la barra DC y en la corriente que consume la carga de potencia constante. Ambas variables son presentadas en la Figura 5.22.

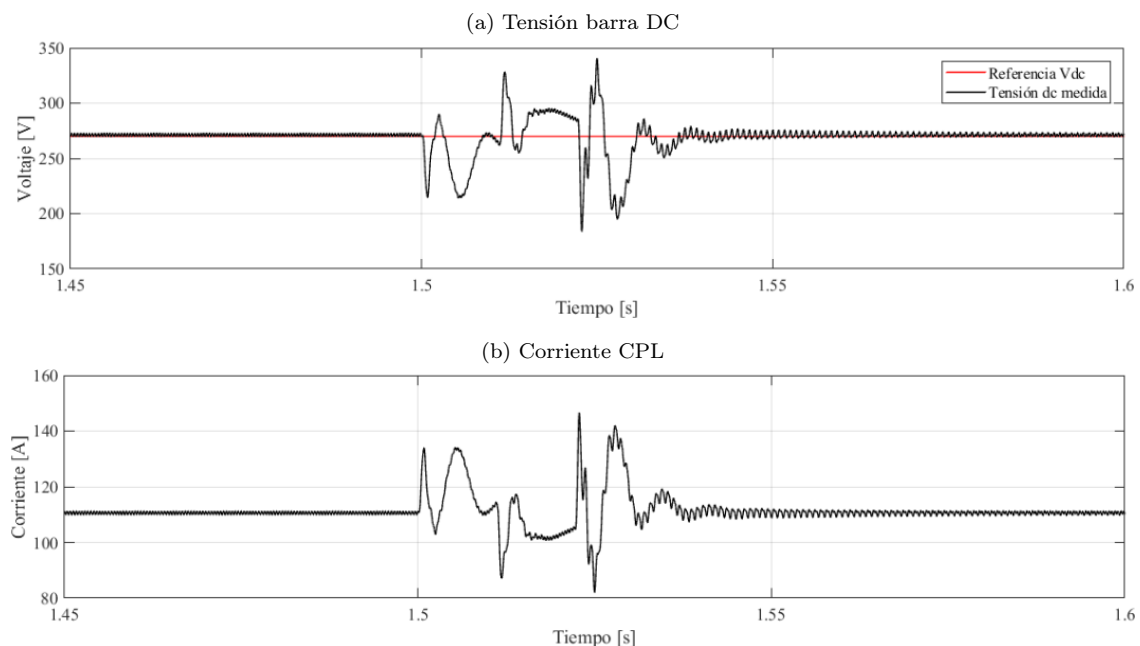


Figura 5.22: Tensión DC y corriente CPL prueba 5.

La tensión en la Barra DC alcanza un valor máximo de 340.69V, lo que representa 70.69V más que el valor de referencia, esto implica un nivel de sobretensión de 25.93 % en la barra DC. Como consecuencia de la tensión y corriente de la Figura 5.22 se obtiene el consumo de potencia de la CPL presentado en la Figura 5.23.

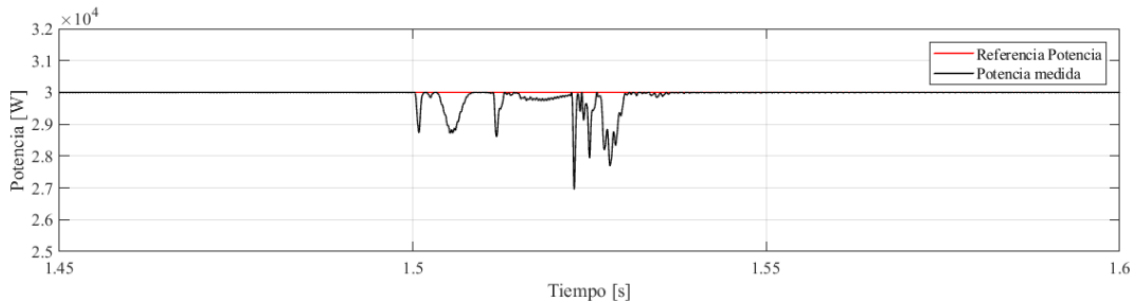


Figura 5.23: Potencia CPL prueba 5.

A pesar del sobrevoltaje de la barra DC, la potencia consumida por la CPL no sobrepasa el valor objetivo porque en todo instante de tiempo el valor de tensión es contrarrestado por la corriente de la carga que representa a la CPL.

Como consecuencia de la interconexión de los sistemas eléctricos, el generador que se mantiene en funcionamiento debe entregar el torque eléctrico presentado en la Figura 5.24(a). Para responder al consumo eléctrico la turbina aplica el torque mecánico presentado en la Figura 5.24(b).

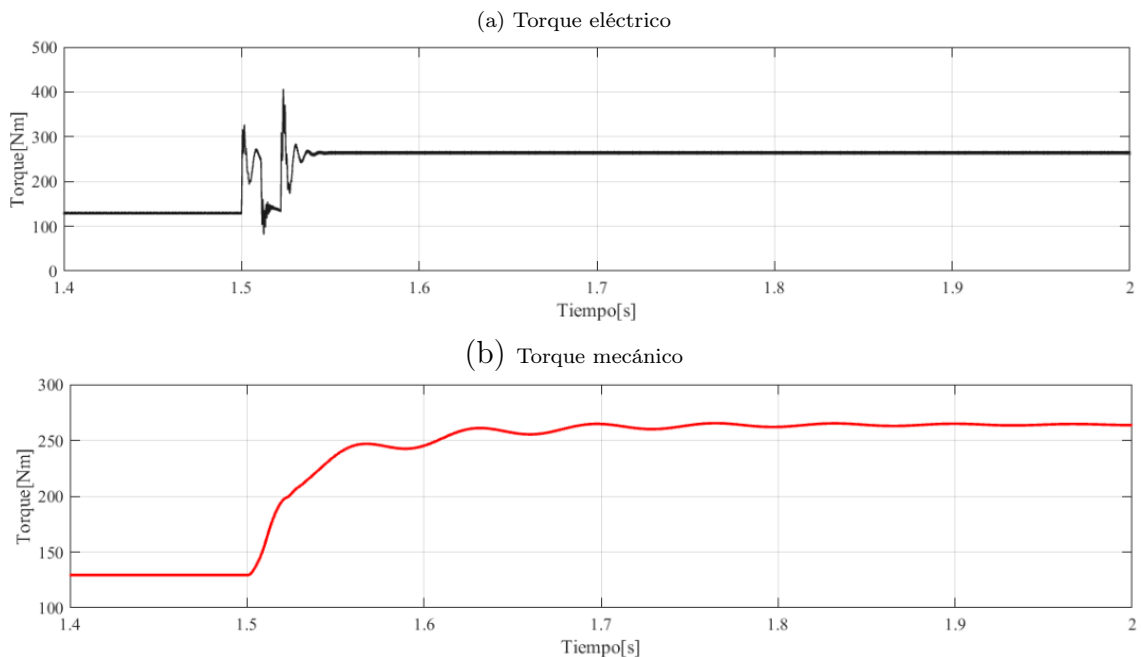


Figura 5.24: Torque prueba 5.

En la respuesta de torque eléctrico se observa claramente como cambia la tendencia en el instante en que se desconectan y conectan los sistemas. Se observa que se produce el máximo valor de torque eléctrico en el instante en que se conectan los sistemas eléctricos por segunda vez. El peak de torque eléctrico alcanza un valor de 406.52Nm.

En este caso, producto de la estrategia de interconexión, no se producen sobrepasos en el torque mecánico. Si bien se producen oscilaciones, estas se encuentran bajo el valor de torque que debe entregar la turbina para igualar el torque eléctrico que debe ser contrarrestado producto de la interconexión de los sistemas.

En consecuencia con la evolución del torque, la curva de velocidad del generador presenta en la Figura 5.25 no muestra oscilaciones puesto que en ningun instante de tiempo se supera el torque necesario para alcanzar el estado estacionario. Si se presenta un cambio en la tendencia de evolución de la velocidad en los instantes en que se conectan y desconectan los sistemas.

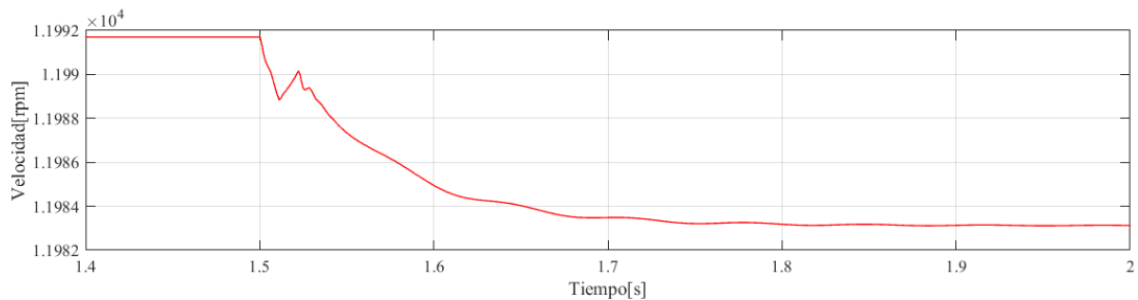


Figura 5.25: Velocidad generador prueba 5.

5.3.2. Punto de operación inestable

Al realizar la interconexión en forma de pulso, con un punto de operación inestable, se obtiene la evolución de la tensión del generador que se mantiene en funcionamiento presentada en la Figura 5.26. Se observa que existen peaks en los tiempos de conexión y desconexión de los sistemas. El sobrepaso máximo de voltaje en la barra AC alcanza un valor de 65V por sobre el valor de referencia, lo que representa un 28.26 % de dicho valor.

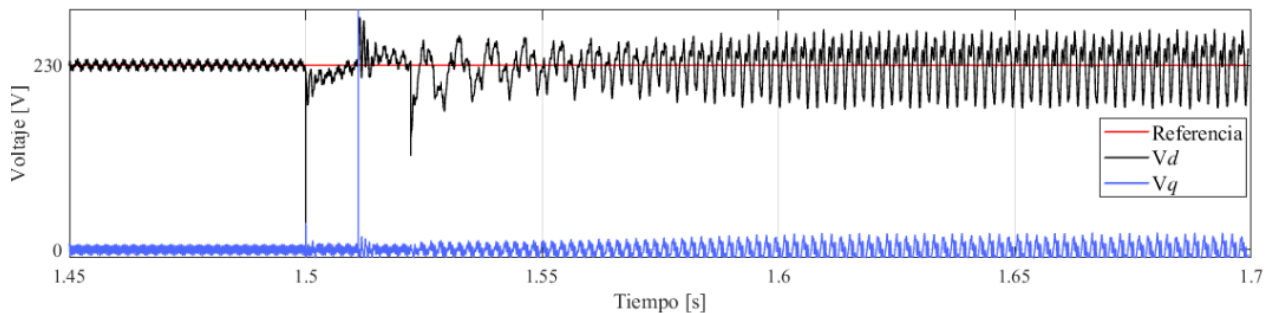


Figura 5.26: Tensión bornes generador prueba 6.

Al igual que para la barra AC, la tensión de la barra DC presenta oscilaciones que aumentan producto del tipo de interconexión realizada. La evolución de la tensión DC presentada en la Figura 5.27 muestra que, en el instante de interconexión ($t=1.5s$), se produce un aumento en la amplitud de las oscilaciones. Luego producto de la desconexión y posterior reconexión de los sistemas se producen oscilaciones de mayor amplitud en la tensión DC.

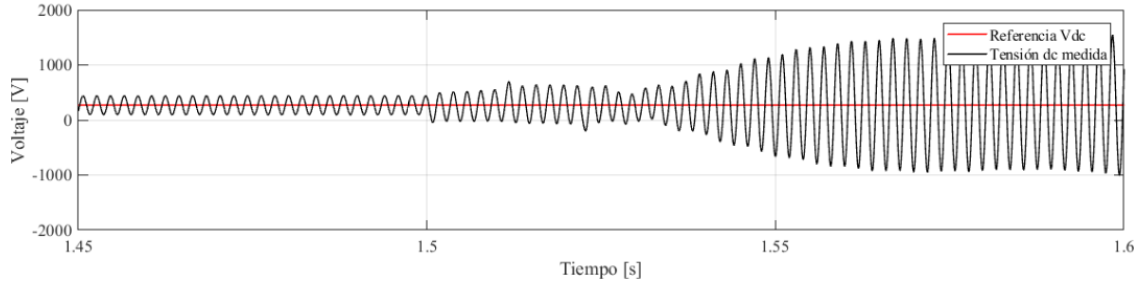


Figura 5.27: Tensión DC prueba 6.

Consecuentemente con lo anterior la evolución del torque eléctrico presenta una naturaleza oscilatoria. Al observar la Figura 5.28 se nota que producto de la estrategia de interconexión se produce un aumento en la amplitud de las oscilaciones del torque eléctrico.

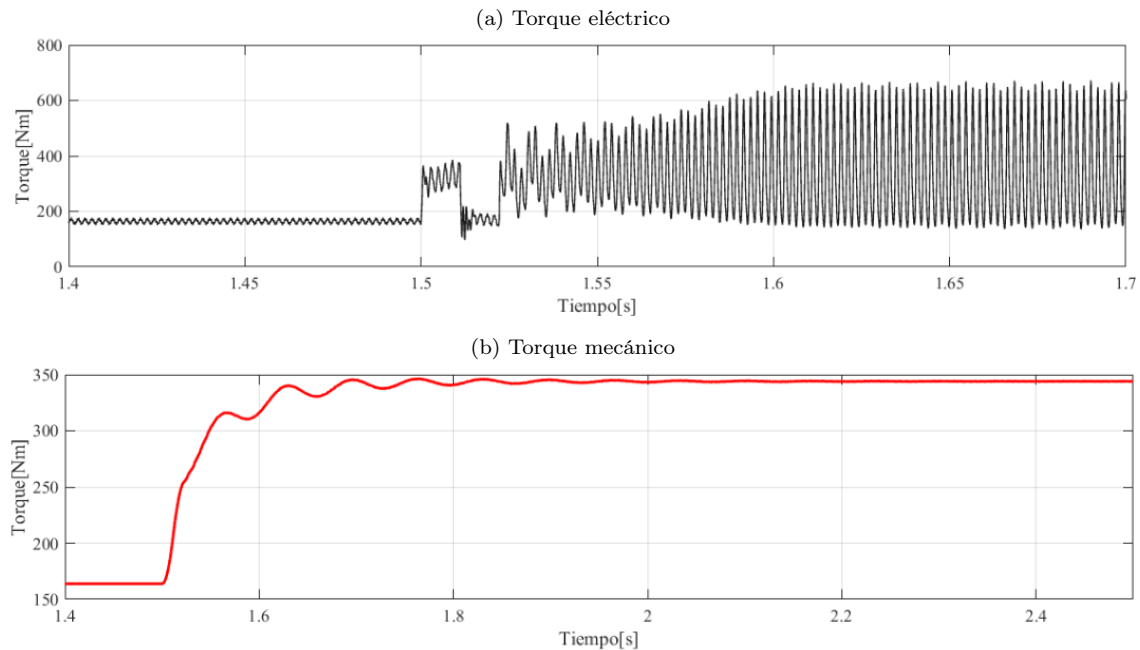


Figura 5.28: Torque prueba 6.

A diferencia de lo que ocurre para el torque eléctrico, producto de la interconexión mediante pulso, se produce una reducción en las oscilaciones del torque mecánico. Esta variable no presenta sobrepaso y tiene un tiempo de establecimiento de 0.6s.

Sumado a lo anterior no se observan oscilaciones en la evolución de la velocidad de giro del rotor del generador presentada en la Figura 5.29, por lo que es válido señalar que se disminuye el daño sobre el eje del generador.

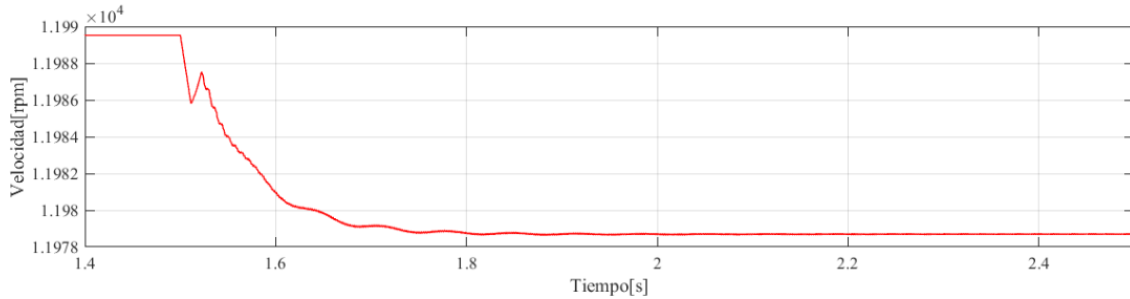


Figura 5.29: Velocidad generador prueba 6.

5.4. Análisis

A partir de los resultados obtenidos se establecen los siguientes análisis

5.4.1. Aumento de carga de potencia constante en forma de escalón

Al trabajar en un punto de operación que, de acuerdo con el análisis del sistema en espacio de estados, es inestable se produce un comportamiento oscilatorio en las variables que determinan el comportamiento de la carga de potencia constante por lo que no es adecuado trabajar cerca del límite de estabilidad. La potencia máxima tolerable en la barra DC está determinada por la resistencia conectada en dicha barra, por lo cual el límite de estabilidad es un parámetro de diseño del sistema eléctrico del avión.

El comportamiento inestable de la carga de potencia constante se refleja en la barra principal del sistema eléctrico. La tensión medida en la barra AC presenta oscilaciones, en torno al valor de referencia, cuando se trabaja en un punto de operación inestable. La amplitud de las oscilaciones depende directamente de cuán alejado de la estabilidad este el punto de operación en el cual se trabaja. En este caso si existe control de las variables del sistema eléctrico, pero a pesar de ello, el comportamiento posterior al aumento de carga depende directamente del cambio aplicado. Esto se demuestra con las oscilaciones presentes en la tensión.

Para el sistema mecánico el comportamiento es estable puesto que la evolución del sistema mecánico es considerablemente más lenta que la del sistema eléctrico. Esto se traduce en una diferencia importante entre las curvas de torque eléctrico y torque mecánico puesto que la primera presenta oscilaciones de alta frecuencia, mientras que la segunda presenta oscilaciones de baja frecuencia y se estabiliza luego de un tiempo inferior a un segundo. De aquí se establece que a pesar de que el sistema eléctrico sea oscilatorio, esto no se traduce directamente al sistema mecánico.

Aunque no hay inestabilidad en el sistema mecánico, si se produce sobrepaso en la evolución del torque. Lo anterior tiene sentido puesto que no se aplica estrategia de control para el sistema mecánico.

5.4.2. Interconexión de sistemas eléctricos en forma de escalón

Al realizar la interconexión, considerando los dos sistemas trabajando en un punto de operación estable, no se presentan alteraciones en las variables eléctricas producto de la interconexión. La tensión en la barra AC mantiene su amplitud estable mientras que en la barra DC todas las variables se mantienen constantes.

Para puntos de operación cercanos a la curva se presentan evoluciones más críticas de la tensión en la barra principal y por consecuencia se presentan comportamientos oscilatorios en las variables de la barra DC y en particular en el consumo de la carga de potencia constante. De acá se establece que el GCU no es capaz de responder adecuadamente a la situación de interconexión cuando los dos sistemas operan en puntos de operación cercanos al límite de estabilidad.

Al igual que para la prueba de aumento de la carga de potencia constante, para la interconexión en forma de escalón si existe un control de las variables eléctricas, pero el efecto que produce el control en las distintas variables depende directamente de lo severa que sea la falla y de la potencia adicional que esta signifique para el generador.

Para el sistema mecánico la interconexión, mediante escalón, implica la presencia de vibraciones torsionales, las que se exhiben como sobrepaso y oscilaciones en la evolución del torque mecánico. En este caso no existe control de la interconexión, por lo que la presencia de oscilaciones y sobrepaso es normal.

5.4.3. Interconexión en forma de pulsos

La interconexión mediante pulsos disminuye la cantidad de oscilaciones de la etapa transiente del torque eléctrico, pero aumenta el sobrepaso producido en dicha variable al momento de la interconexión. Esto se explica porque en la primera interconexión el torque eléctrico alcanza el sobrepaso normal, pero producto de la desconexión de los sistemas el torque eléctrico queda en un valor superior al inicial por lo que al realizar nuevamente la interconexión se alcanza un nuevo sobrepaso máximo. La situación descrita se debe a que los tiempos de conexión y desconexión de los sistemas fueron seleccionados tomando en cuenta la frecuencia natural de oscilación del sistema mecánico y no del sistema eléctrico.

Por el contrario, para el sistema mecánico, la interconexión mediante pulsos mejora el resultado puesto que se disminuye la cantidad de oscilaciones y su amplitud y además se elimina el sobrepaso presente al realizar la conexión en forma de escalón. Sumado a lo anterior se eliminan las oscilaciones en la evolución de la velocidad de giro del rotor y se disminuye el tiempo de establecimiento de las variables mecánicas. Considerando lo anterior, la estrategia de interconexión utilizada permite el control de las variables del sistema mecánico.

Capítulo 6

Conclusión

Del Modelamiento y control del sistema eléctrico de una aeronave y su interconexión frente a fallas del generador se puede concluir lo siguiente.

La metodología utilizada permite la implementación, de una versión reducida, del sistema eléctrico de una aeronave tomando como base un ejemplo característico de MEA correspondiente al B-787. El modelo implementado cumple con las condiciones de operación solicitada por el departamento de defensa de los estados unidos por lo que la implementación es adecuada.

Al igual que para el sistema eléctrico se logra implementar una versión simplificada del sistema mecánico que permite la generación de energía eléctrica por parte de los generadores sincrónicos. Este sistema permite observar a modo general el efecto que tienen, sobre el sistema mecánico, los cambios producidos en el sistema eléctrico.

En la fase de implementación se desarrolla un controlador, de tipo PI, para llevar la tensión en bornes de estator al valor de referencia. La función de transferencia en base a la cual se determinan los parámetros del controlador considera un modelo de generador que se encuentra trabajando sin carga eléctrica por lo que, consecuentemente con ello, al trabajar con el generador sin carga el GCU cumple con los requerimientos para los cuales fue diseñado. Por otra parte cuando se producen alteraciones en el sistema eléctrico, la respuesta del controlador esta determinada principalmente por la magnitud y el tipo de cambio aplicado. Así se tienen distintos sobrepasos máximos y tiempos de establecimiento para cada una de las situaciones estudiadas. A pesar de que no se cumple con los requerimientos de diseño del controlador en las pruebas realizadas, lo que se explica por que el diseño se hace en base a una situación de cambio de referencia y considerando el generador sin carga, este controlador si es capaz de llevar la tensión en el generador a su valor de referencia por lo que el modelo utilizado para el diseño es cercano al real.

Con respecto a las pruebas realizadas estas arrojan que el modelo de cargas de potencia constante debe cumplir con ciertas condiciones para que su funcionamiento sea estable. Si se trabaja en torno a un punto de operación inestable el sistema eléctrico principal se verá afectado oscilaciones en el valor de tensión de la barra principal debido al comportamiento

de la carga de potencia constante. Junto con lo anterior el aumento en forma de escalón de la carga de potencia constante realizado no produce efectos negativos en el sistema mecánico por lo que desde el punto de vista de ese sistema no hay problemas con trabajar en un punto de operación críticamente estable para la carga de potencia constante.

Las pruebas de interconexión arrojan problemas en el sistema eléctrico principal cuando se realiza la conexión en forma de escalón y el sistema está en puntos de operación inestables e incluso si se trabaja en puntos de operación estables pero cercanos al punto de estabilidad crítica, estos problemas se exhiben como oscilaciones de la amplitud de la tensión trifásica de la barra principal en torno al valor de referencia. Este inconveniente causado en el sistema eléctrico depende directamente de la cantidad de potencia que debe inyectar el generador. En el sistema mecánico la interconexión se manifiesta a través de sobrepaso y oscilaciones de alta amplitud, los que con el tiempo producen daños en el eje del generador.

Si la interconexión se realiza en forma de pulsos no se obtienen mejoras en el sistema eléctrico, pero si se reducen las oscilaciones en el sistema mecánico por lo que se reducen los posibles daños que puedan existir sobre el eje del generador. Así se puede concluir que esta acción de control permite una mayor vida útil de los componentes del sistema mecánico.

Finalmente se concluye que se cumplen los objetivos puesto que la implementación de modelos reducidos de sistemas eléctricos y mecánicos de aeronaves permite realizar un estudio sobre el comportamiento de las interacciones electromecánicas producidas en este tipo de sistemas, en particular analizar las vibraciones torsionales y determinar como esta consecuencia del acople entre sistema eléctrico y mecánico afecta a las componentes mecánicas de una aeronave.

Junto con lo anterior se logra el control de las variables eléctricas cuando se trabaja en puntos de operación estables. Por otra parte la estrategia de interconexión permite el control de las variables del sistema mecánico.

Se plantea como **trabajo futuro las siguientes alternativas**

Se puede desarrollar, en primera instancia, un modelo más detallado y complejo del sistema eléctrico de una aeronave. Una alternativa para esto es implementar en su totalidad el modelo en base al cual se realiza la implementación, es decir, considerar distintos niveles de tensión tanto en corriente alterna como continua, también utilizar otras alternativas de rectificación e incluso considerar otros tipos y modelos de cargas. Con esto se puede encontrar otros factores de inestabilidad así como distintos efectos en el sistema principal producto de cambios en las distintas cargas.

Además se puede complejizar el sistema mecánico, para esto se puede utilizar un modelo completo del sistema y no un modelo reducido, de esta forma se pueden analizar como se transmiten las vibraciones torsionales entre los diferentes componentes del sistema mecánico, como por ejemplo entre un eje y un engranaje o entre dos engranajes. También se puede considerar que el movimiento de dos generadores se produce gracias al movimiento de una turbina, lo que implica dos frecuencias naturales de oscilación para el sistema mecánico. Considerando estas variaciones las fallas pueden suponer distintos inconvenientes en el sistema mecánico y sus componentes.

Bibliografía

- [1] X. Zhao, J. M. Guerrero, and X. Wu, “Review of aircraft electric power systems and architectures,” *ENERGYCON 2014 - IEEE International Energy Conference*, pp. 949–953, 2014.
- [2] P. W. Wheeler, J. C. Clare, A. Trentin, and S. Bozhko, “An overview of the more electrical aircraft,” *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, vol. 227, no. 4, pp. 578–585, 2013.
- [3] Y. Liu, J. Deng, C. Liu, and S. Li, “Energy optimization analysis of the more electric aircraft,” *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, vol. 113, no. 1, 2018.
- [4] V. Madonna, P. Giangrande, and M. Galea, “Electrical power generation in aircraft: Review, challenges, and opportunities,” *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, vol. 4, no. 3, pp. 646–659, 2018.
- [5] K. Xu, N. Xie, C. Wang, and Y. Wang, “A comprehensive simulation model and stability analysis for power system of more electrical aircraft,” *AUS 2016 - 2016 IEEE/CSAA International Conference on Aircraft Utility Systems*, pp. 219–226, 2016.
- [6] C. Ahumada, T. Yang, P. Wheeler, and H. Morvan, “Impact of electric loads on engine shaft dynamics within more electric aircraft,” no. September, 2015.
- [7] J. A. Rosero, J. A. Ortega, E. Aldabas, and L. Romeral, “Moving towards a more electric aircraft,” *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, vol. 22, no. 3, pp. 3–9, 2007.
- [8] R. H. Park, “Two-reaction theory of synchronous machines generalized method of analysis-part i,” *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, vol. 48, pp. 716–727, jul 1929.
- [9] N. Voropai and C. Bulac, *Transient Stability*. 2013.
- [10] P. C. Krause, O. Wasynczuk, and S. D. Sudhoff, *Synchronous Machines*, pp. 191–259. 2002.
- [11] W. Li, Y. Yang, and X. Zhang, “Digital generator control unit design for a variable frequency synchronous generator in MEA,” *Energies*, vol. 11, no. 1, 2018.

- [12] L. Roginskaya, D. Gusakov, and D. Masalimov, “Multi-phase Auto-and Transformer Rectifier System for Aircraft,” *Proceedings - ICOECS 2019: 2019 International Conference on Electrotechnical Complexes and Systems*, pp. 3–6, 2019.
- [13] G. Buticchi, S. Bozhko, M. Liserre, P. Wheeler, and K. Al-Haddad, “On-board microgrids for the more electric aircraft—technology review,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 66, no. 7, pp. 5588–5599, 2019.
- [14] P. Wheeler, “Technology for the more and all electric aircraft of the future,” in *2016 IEEE International Conference on Automatica (ICA-ACCA)*, pp. 1–5, 2016.
- [15] N. Ghanbari and S. Bhattacharya, “Constant power load analysis in droop controlled microgrids for more electric aircraft application,” in *2020 IEEE Transportation Electrification Conference Expo (ITEC)*, pp. 814–819, 2020.
- [16] S. Arora, P. T. Balsara, and D. K. Bhatia, “Digital implementation of constant power load (CPL), active resistive load, constant current load and combinations,” *2016 IEEE Dallas Circuits and Systems Conference, DCAS 2016*, pp. 5–8, 2016.
- [17] T. Feehally, I. E. Damian, and J. M. Apsley, “Analysis of electromechanical interaction in aircraft generator systems,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 52, no. 5, pp. 4327–4336, 2016.
- [18] C. Ahumada, “Reduction of torsional vibrations due to electromechanical interaction in aircraft systems,” *University of Nottingham*, no. May, 2018.
- [19] C. Ahumada, S. Garvey, T. Yang, P. Kulsangcharoen, P. Wheeler, and H. Morvan, “Minimization of electro-mechanical interaction with posicast strategies for more-electric aircraft applications,” *IECON Proceedings (Industrial Electronics Conference)*, no. 608322, pp. 4423–4428, 2016.
- [20] U.S. Department of Defense, “MIL-STD-704F Notice 2 Aircraft Electric Power Characteristics,” *2013*, p. 40, 2013.
- [21] K. Ogata, *Modern control engineering*. 01 2010.
- [22] *PLECS User Manual*. [Online]. Available: <https://www.plexim.com/download/documentation>.
- [23] T. Wu, “Integrative System Modelling of Aircraft Electrical Power Systems,” *University of Nottingham*, no. June, 2010.
- [24] K. Ogata, *Ingenieria de Control Moderna*. 2013.

Apéndice A

Anexo A. Transformada $\alpha\beta$

Para un sistema trifásico, con variables x_a , x_b y x_c , donde cada una de las variables se define de acuerdo con (A.1).

$$\begin{aligned}x_a &= x_m \sin \omega_t \\x_b &= x_m \sin \omega_t + 2\pi/3 \\x_c &= x_m \sin \omega_t - 2\pi/3\end{aligned}\tag{A.1}$$

Que puede ser escrito como (A.2).

$$x = \frac{3}{2} x_m e^{j(\omega t + \theta)}\tag{A.2}$$

Separando en parte real e imaginaria, se obtiene la transformación a coordenadas $\alpha\beta$

$$x = x_\alpha + jx_\beta\tag{A.3}$$

Las ecuaciones para pasar de un sistema a otro son presentadas en las ecuaciones (A.4) y (A.5).

$$\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & \sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix}\tag{A.4}$$

$$\begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/2 & -1/2 \\ \sqrt{3}/2 & \sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix}\tag{A.5}$$

Apéndice B

Anexo B. Planta generador

Para obtener la función de transferencia del generador en condición de no carga se consideran los siguientes supuestos, donde cada una de las variables fueron definidas en el capítulo 2.

- Los cambios en las tensiones de estator producto de variaciones en el flujo son despreciados ($\frac{d\psi_d}{dt} = 0$, $\frac{d\psi_q}{dt} = 0$).
- La velocidad del rotor se asume constante $\frac{d\theta}{dt} = \omega_r$.
- La resistencia de estator R_s es despreciada.
- La saturación magnética es despreciada.

Con los supuestos anteriores, las ecuaciones de tensiones y flujos inducidos que determinan el comportamiento dinámico del generador quedan ahora representadas por (B.1) y (B.2).

$$\begin{aligned}e_d &= -\psi_q \omega_r \\ e_q &= \psi_d \omega_r\end{aligned}\tag{B.1}$$

$$\begin{aligned}\psi_d &= -L_d \dot{i}_d + L_{md} \dot{i}_{fd} \\ \psi_q &= -L_q \dot{i}_q \\ \psi_f &= -L_{md} \dot{i}_d + L_{fd} \dot{i}_{fd} \\ \frac{d\psi_{fd}}{dt} &= e_{fd} - r_{fd} \dot{i}_{fd}\end{aligned}\tag{B.2}$$

Reemplazando las ecuaciones de (B.2) en (B.1).

$$e_d = \omega_r L_q i_q \quad (\text{B.3})$$

$$e_q = -\omega_r L_d i_d + \omega_r L_{md} i_{fd} = -X_d i_d + E_{1q}$$

Además se puede expresar ψ_d como (B.4).

$$\psi_d = -\left(L_d - \frac{L_{md}^2}{L_f}\right) i_d + \frac{L_{md}}{L_f} \psi_f \quad (\text{B.4})$$

Tomando en cuenta (B.4) se obtiene que:

$$e_q = -\omega_r L_d i_d + E'_q \quad (\text{B.5})$$

con E'_q correspondiente a la fem tras la reactancia sincrónica.

$$E'_q = \omega_r \frac{L_{md}}{L_f} \psi_f \quad (\text{B.6})$$

La relación entre E_{1q} y E'_q está determinada por (B.7).

$$E_{1q} = (X_d - X'_d) i_d + E'_q \quad (\text{B.7})$$

Luego considerando que T'_{d0} es la constante de tiempo del eje d en circuito abierto y que está definida por (B.8).

$$T'_{d0} = \frac{L_f + L_{md}}{R_f} \quad (\text{B.8})$$

y analizando la variación de la tensión E'_q :

$$\frac{dE'_q}{dt} = \omega_r \frac{L_{md}}{L_f} \frac{d\psi_f}{dt} \quad (\text{B.9})$$

reemplazando los valores y considerando que en condición de no carga $i_d = 0$, se obtiene (A.10), ecuación que en el dominio de Laplace corresponde a la función de transferencia buscada.

$$\frac{dE'_q}{dt} = \frac{1}{T'_{d0}} \frac{\omega_r L_{md}}{R_f} V_f \quad (\text{B.10})$$