



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

## **DISEÑO Y EVALUACIÓN DE UN ACELERÓMETRO BASADO EN EL USO DE RECOLECTORES DE ENERGÍA PIEZOELÉCTRICOS**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MECÁNICO

**CRISTÓBAL ANDRÉS URUEÑA ORELLANA**

PROFESOR GUÍA:  
RAFAEL RUIZ GARCÍA

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
VIVIANA MERUANE NARANJO  
JUAN ZAGAL MONTEALEGRE

ESTE TRABAJO HA SIDO PARCIALMENTE FINANCIADO POR:  
FONDECYT N° 11180812

SANTIAGO DE CHILE  
2021

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR AL  
TÍTULO DE: INGENIERO CIVIL MECÁNICO  
POR: CRISTÓBAL ANDRÉS URUEÑA ORELLANA  
FECHA: 04/08/2021  
PROFESOR GUÍA: RAFAEL RUIZ GARCÍA

## **DISEÑO Y EVALUACIÓN DE UN ACELERÓMETRO BASADO EN EL USO DE RECOLECTORES DE ENERGÍA PIEZOELÉCTRICOS**

Se evalúa el uso de recolectores de energía piezoeléctricos como acelerómetros de rigidez media. Debido a esto, el dispositivo opera en condiciones en que se produce el fenómeno de resonancia. El objetivo general de este estudio es diseñar y evaluar las limitaciones de un acelerómetro basado en el uso de recolectores de energía piezoeléctricos. Los objetivos específicos son: implementar un modelo predictivo para el modelo de viga, una estrategia de integración numérica para el problema directo, y una estrategia para el problema dinámico inverso; seleccionar un caso de estudio; y proponer un diseño mecánico para el dispositivo.

Se estudia la respuesta de la estructura según el modelo de viga Euler-Bernoulli. Este entrega expresiones para la respuesta modal y en voltaje. Las expresiones son implementadas en Matlab, para resolverlas directamente de manera matricial. Luego, se implementa el modelo de solución del problema dinámico inverso en Simulink. Posteriormente, esta solución es optimizada mediante Procesos Gaussianos. Se realiza una comparación entre la respuesta del sistema frente a una excitación simulada, y su diferencia con respecto a la respuesta calculada mediante el modelo resultante del Proceso Gaussiano. Luego, se evalúa el nivel de error de la respuesta en voltaje y en aceleración modeladas con respecto a las simuladas, considerando distintas frecuencias de excitación. Se obtiene que existen curvas de error de 5 y 10 %. Se evalúan estas curvas de error para diversos regímenes de excitación. En particular, para excitaciones sinusoidales puras y acopladas, con y sin ruido entre 1 y 20 %. Para las señales puras y sin ruido, la respuesta en voltaje es confiable, alcanzando curvas de 5 % de error. Al aumentar el nivel de ruido, la precisión del modelo se reduce, siendo confiable solo para frecuencias de excitación entre 200 y 300 Hz, situación que se repite para señales acopladas. El algoritmo funciona satisfactoriamente en frecuencias superiores a la frecuencia natural, mientras que para frecuencias de excitación inferiores, el modelo presenta niveles de error mayores a 10 %. Por este motivo, el algoritmo se considera funcional.

Se concluye que el uso de recolectores de energía piezoeléctricos como acelerómetros autónomos es viable, al poder medir la respuesta, calcular la excitación con niveles de precisión aceptables, y poder funcionar con su propia generación. Dependiendo de la naturaleza de la excitación, el algoritmo es más o menos confiable en distintos rangos. Por este motivo, se propone que para estudios futuros, se evalúen más y distintos regímenes de excitación, se utilicen Procesos Gaussianos para datos con ruido, y métodos que aumenten el ancho de banda y de precisión de la medición.

*A mi madre por su incansable labor,  
y a Ximena por su cariño motivante.*

***SIC MVNDVS CREATVS EST***

# Agradecimientos

En primer lugar, agradecer a Dios y a todo lo que ha ocurrido en mi vida. Cada suceso y cada decisión me han traído hasta este momento. Desde siempre quise esta carrera, y desde siempre busque llegar a ella. Hoy finalmente, ella está llegando a mí. Escribir estos agradecimientos tiene un sabor a despedida, de la infancia, de la juventud y del sueño, que hoy se vuelve realidad.

No puedo continuar sin antes agradecer a mi madre, Rosa. De todo lo que significa estar en la universidad: los estudios hasta tarde, los ramos reprobados, la frustración, los cuestionamientos hacia uno mismo, nada se compara con todo el esfuerzo, y superación que he visto en ti estos 26 años de vida. Sin lugar a dudas, este título es más por ti que por mí.

A Ximena, mi compañera, mi amiga, la que me sigue en las bromas más infantiles y las decisiones más importantes. No veo un futuro sin ti en el, y de igual forma, esta profesión representa parte de lo que imagino para mi vida en unos años, donde espero que sigamos acompañándonos, como desde el día en que nos conocimos. Te amo.

A todos los amigos y conocidos que estuvieron en esta etapa: Panchito, Scarlett, la Dasla, Pauli, Yoncito querido, al Chino, y nuestra entrañable travesía en China; Brunito, Felino, al Guille, al Horito, al Edo, la Sami, la Belu, el KB y el Yañez. Al menos estos últimos dos años no nos hemos visto, pero yo siempre me voy a acordar de ustedes. Gracias por tanto, perdón por tanta decadencia.

Por supuesto, nada de esto habría sido posible sin la incansable labor mi profesor guía. Debo decir que luego de 6 años de academia, encontrarme con uno de los pocos docentes realmente comprometidos con el aprendizaje, más que con el renombre de la institución, es no solo un agrado, sino que un privilegio. Su constante mentoría en este trabajo de memoria fue fundamental para alcanzar este objetivo. Gracias Profesor Rafael Ruiz, por su vocación y por como lleva a cabo la ejecución de su docencia. De igual forma agradezco al proyecto FONDECYT N° 11180812, cuyos fondos han financiado este trabajo.

Finalmente, me doy gracias a mí mismo. Debo ser sincero. A pesar de llevar unos cuantos años aburrido de la carrera, debo admitir que reconozco en mí una determinación que no será tenida en menos. Que contra todas las dificultades, procesos, adversidades, también hubieron momentos provechosos. Las fiestas, las risas, las tardes en los pastos, las fuerzas, las oportunidades aprovechadas. Que todo esto te sirva de lección Cristóbal. Ya superaste el mayor desafío de tu vida hasta ahora, y vaya que fue arduo. Hoy cuentas con las herramientas para alcanzar tus metas y cumplir tus objetivos. Solo depende de ti lograrlo.

# TABLA DE CONTENIDO

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Acelerómetros . . . . .	1
1.1.1. Acelerómetros mecánicos . . . . .	3
1.1.2. Acelerómetros piezoeléctricos . . . . .	3
1.1.3. Acelerómetros piezoresistivos . . . . .	4
1.1.4. Acelerómetros capacitivos . . . . .	5
1.2. El efecto piezoeléctrico . . . . .	6
1.3. Recolectores de energía piezoeléctricos . . . . .	8
1.4. Objetivos.....	11
1.4.1. Objetivo general.....	11
1.4.2. Objetivos específicos .....	11
<b>2. Antecedentes</b>	<b>12</b>
2.1. Modelo de estudio: viga de Euler - Bernoulli .....	12
2.2. Procesos Gaussianos.....	18
<b>3. Metodología</b>	<b>19</b>
3.1. Problema inverso .....	20
3.2. Optimización de proceso computacional .....	23
<b>4. Resultados y discusión</b>	<b>25</b>
4.1. Validación de algoritmo .....	25
4.2. Casos de estudio .....	32
4.2.1. Caso: Excitación sinusoidal pura .....	33
4.2.1.1. Sin ruido.....	33
4.2.1.2. Con 1 % de ruido .....	34
4.2.1.3. Con 5 % de ruido .....	35
4.2.1.4. Con 10 % de ruido .....	36
4.2.1.5. Con 20 % de ruido .....	37
4.2.2. Caso: Excitación sinusoidal acoplada .....	40
4.2.2.1. Sin ruido.....	40
4.2.2.2. Con 1 % de ruido .....	41

4.2.2.3. Con 5 % de ruido .....	42
4.2.2.4. Con 10 % de ruido .....	43
4.2.2.5. Con 20 % de ruido .....	44
4.3. Diseño de acelerómetro.....	48
<b>5. Conclusiones</b>	<b>50</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>52</b>
<b>A. Resultados relevantes</b>	<b>54</b>
<b>B. Curvas y superficies de error</b>	<b>56</b>

# Índice de Ilustraciones

1.1.	Esquema de sistema de masa - resorte con excitación en su base. Fuente: Vibraciones mecánicas - Apuntes para el curso ME4701 [15]. . . . .	2
1.2.	Relación entre factor de amplificación y razón de frecuencias. . . . .	2
1.3.	Esquema de acelerómetro mecánico. . . . .	3
1.4.	Esquema de acelerómetro piezoeléctrico. . . . .	4
1.5.	Esquema de acelerómetro piezorresistivo. . . . .	4
1.6.	Esquema de acelerómetro capacitivo. . . . .	5
1.7.	Principales modos de operación de piezoelectricos. Fuente: High-Performance Piezoelectric Energy Harvesters and Their Applications, 2018 [23]. . . . .	7
1.8.	Curva de voltaje contra carga. Fuente: Introduction to Piezoelectric Transducers, 2021. [7]. . . . .	8
1.9.	Carga producida en un PEH frente a la acción de una fuerza. Fuente: Introduction to Piezoelectric Transducers, 2021. [7]. . . . .	10
2.1.	Configuraciones de viga en voladizo <i>bimorph</i> (a) conexión en serie de las capas piezocerámicas, (b) conexión en paralelo, y (c) corte de la viga. Fuente: An experimentally validated bimorph cantilever model for piezoelectric energy harvesting from base excitations, 2008 [10]. . . . .	14
2.2.	Representación de la conexión (a) en serie, y (b) en paralelo de las capas piezocerámicas de la viga <i>bimorph</i> . Fuente: An experimentally validated bimorph cantilever model for piezoelectric energy harvesting from base excitations, 2008 [10]. . . . .	16
3.1.	Diagrama de flujo de trabajo para cumplimiento de objetivos específicos. . . . .	19
3.2.	Ejemplos de excitación tipo impulso. . . . .	21
3.3.	Partición de excitación en impulsos. . . . .	21
3.4.	Esquema: Procesos Gaussianos. Fuente: Gaussian processes are not so fancy, 2018 [20]. . . . .	23
4.1.	Comparación RMS y peak to peak de voltajes simulados y resultados del problema inverso, para N=3 y 100 puntos de muestreo. . . . .	26
4.2.	Comparación RMS y peak to peak de voltajes simulados y resultados del problema inverso, para N=5 y 100 puntos de muestreo. . . . .	27
4.3.	Comparación RMS y peak to peak de voltajes simulados y resultados del problema inverso, para N=6 y 200 puntos de muestreo. . . . .	27

4.4.	Comparación RMS y peak to peak de voltajes simulados y resultados del problema inverso, para N=7 y 800 puntos de muestreo.....	28
4.5.	Comparación modelos predictivos: error discreto (parte superior), error suavizado (parte inferior). Frecuencia de excitación = 100 Hz. ....	30
4.6.	Comparación modelos predictivos: error discreto (parte superior), error suavizado (parte inferior). Frecuencia de excitación = 200 Hz. ....	31
4.7.	Comparación modelos predictivos: error discreto (parte superior), error suavizado (parte inferior). Frecuencia de excitación = 300 Hz. ....	31
4.8.	Comparación modelos predictivos: error discreto (parte superior), error suavizado (parte inferior). Frecuencia de excitación = 400 Hz. ....	32
4.9.	Curvas de isoerror en voltaje. Caso excitación sinusoidal pura.....	33
4.10.	Curvas de isoerror en aceleración. Caso excitación sinusoidal pura.....	33
4.11.	Curvas de isoerror en voltaje. Caso excitación sinusoidal pura con 1 % de ruido. ....	34
4.12.	Curvas de isoerror en aceleración. Caso excitación sinusoidal pura con 1 % de ruido. ....	34
4.13.	Curvas de isoerror en voltaje. Caso excitación sinusoidal pura con 5 % de ruido. ....	35
4.14.	Curvas de isoerror en aceleración. Caso excitación sinusoidal pura con 5 % de ruido. ....	35
4.15.	Curvas de isoerror en voltaje. Caso excitación sinusoidal pura con 10 % de ruido. ....	36
4.16.	Curvas de isoerror en aceleración. Caso excitación sinusoidal pura con 10 % de ruido. ....	36
4.17.	Curvas de isoerror en voltaje. Caso excitación sinusoidal pura con 20 % de ruido. ....	37
4.18.	Curvas de isoerror en aceleración. Caso excitación sinusoidal pura con 20 % de ruido. ....	37
4.19.	Curvas de isoerror en voltaje. Caso excitación sinusoidal acoplada.....	40
4.20.	Curvas de isoerror en aceleración. Caso excitación sinusoidal acoplada. ....	40
4.21.	Curvas de isoerror en voltaje. Caso excitación sinusoidal acoplada con 1 % de ruido. ....	41
4.22.	Curvas de isoerror en aceleración. Caso excitación sinusoidal acoplada con 1 % de ruido. ....	41
4.23.	Curvas de isoerror en voltaje. Caso excitación sinusoidal acoplada con 5 % de ruido. ....	42
4.24.	Curvas de isoerror en aceleración. Caso excitación sinusoidal acoplada con 5 % de ruido. ....	42
4.25.	Curvas de isoerror en voltaje. Caso excitación sinusoidal acoplada con 10 % de ruido. ....	43
4.26.	Curvas de isoerror en aceleración. Caso excitación sinusoidal acoplada con 10 % de ruido. ....	43
4.27.	Curvas de isoerror en voltaje. Caso excitación sinusoidal acoplada con 20 % de ruido. ....	44



4.28.	Curvas de isoerror en aceleración. Caso excitación sinusoidal acoplada con 20 % de ruido. ....	44
4.29.	Propuesta para diseño de sensor. ....	48
4.30.	Propuesta para diseño de sensor. ....	49
4.31.	Propuesta para diseño de sensor. ....	49
A.1.	Comparación modelos predictivos: caso directo (parte superior), proceso Gaussiano (parte inferior). Frecuencia de excitación = 150 Hz. ....	54
A.2.	Comparación modelos predictivos: caso directo (parte superior), proceso Gaussiano (parte inferior). Frecuencia de excitación = 250 Hz. ....	55
A.3.	Comparación modelos predictivos: caso directo (parte superior), proceso Gaussiano (parte inferior). Frecuencia de excitación = 350 Hz. ....	55
B.1.	Superficie de error para 100 Hz de excitación, señal pura. ....	56
B.2.	Superficie de error para 100 Hz de excitación, señal acoplada. ....	57

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Acelerómetros

Un acelerómetro es un dispositivo empleado para medir la aceleración, ya sea estática o dinámica, de un sistema. Esta puede ser expresada en unidades de aceleración  $\frac{m}{s^2}$  o en fuerza  $G$  ( $[g]$ , donde  $g$  es la aceleración de gravedad sobre la superficie terrestre  $9,81 \frac{m}{s^2}$ ). Estos operan midiendo la aceleración, velocidad y/o posición en una masa inercial interna, o deformación de un material extensiométrico, en los cuales se reflejan los efectos de las fuerzas actuantes sobre el cuerpo que interesa medir [13].

De manera general, el principio de funcionamiento de los acelerómetros es el modelo dinámico de una masa con un resorte, con excitación en su base. Suponiendo un sistema de una masa  $m$ , unida a su base mediante un resorte de rigidez  $k$ , donde  $y$  es la posición de la base, y  $x$  es la posición relativa de la masa con respecto a la base (ver figura 1.1). Los forzamientos externos derivados de la acción del medio, tales como amortiguación mecánica del material, y amortiguación del aire, se expresan en este sistema como la constante  $c$ . Se define la relación  $\frac{x}{y}$ , donde  $z = x - y$ , como el factor de amplificación, el cual depende de las frecuencias natural y de excitación del sistema.

La ecuación de movimiento de este sistema viene dada por [15]:

$$m\ddot{x} + c(\ddot{x} - \ddot{y}) + k(x - y) = 0 \quad (1.1)$$

donde la frecuencia natural del sistema viene dada por  $\omega_n = \sqrt{k/m}$ .

Se define el amortiguamiento crítico como el menor valor de amortiguamiento  $c_c$  que lleva a movimiento no oscilatorio. Este, viene dado por  $c_c = 2m\omega_n$ . Luego, se define la razón de amortiguamiento como  $\zeta = \frac{c}{c_c}$  y  $r$  como la razón de frecuencias  $r = \frac{\omega}{\omega_n}$ , donde  $\omega$  es la frecuencia de la excitación en la base. De esta manera, se obtiene una relación entre el factor de amplificación y la razón de frecuencias, descrita gráficamente por la figura 1.2.

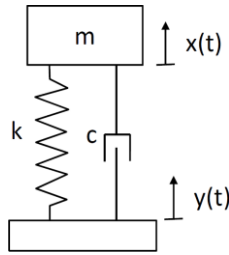


Figura 1.1: Esquema de sistema de masa - resorte con excitación en su base. Fuente: Vibraciones mecánicas - Apuntes para el curso ME4701 [15].

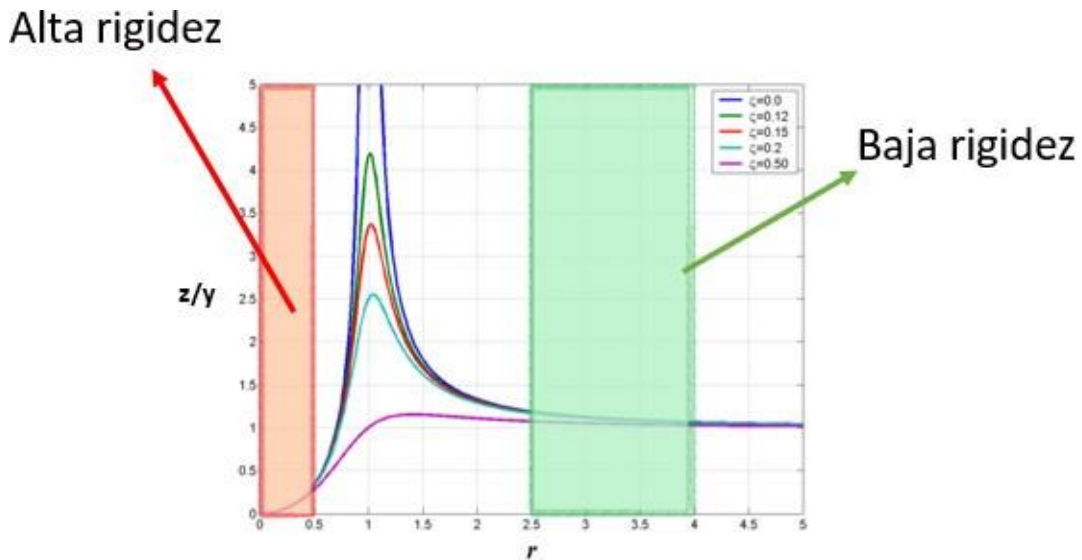


Figura 1.2: Relación entre factor de amplificación y razón de frecuencias.

Notar que cuando el factor de amplificación es igual a 0, el desplazamiento relativo entre la masa y la base,  $z$  es 0. Esto quiere decir que no existe movimiento relativo entre la masa y la base, y en particular, que estas se mueven de manera solidaria en conjunto. Esto ocurre cuando se trabaja con frecuencias de excitación muy por debajo de la frecuencia natural del sistema, lo que viene dado por la alta rigidez del resorte que se utiliza. En otras palabras, es un dispositivo de alta rigidez. Es por esto que a los acelerómetros que operan en el sector rojo del gráfico observado en la figura 1.2, se les denomina acelerómetros de alta rigidez. En esta zona del gráfico, la relación de la fuerza con la deformación es directa.

Por otro lado, cuando el factor de amplificación se hace igual o similar a 1, el desplazamiento relativo entre la masa y la base, es similar al desplazamiento de la base. En otras palabras los desplazamientos  $y$  e  $z$ , tienen igual o similar magnitud, pero se realizan en direcciones opuestas. En este rango de trabajo, las frecuencias de excitación de la base, son muy elevadas con respecto a la frecuencia natural del sistema, lo que viene dado por una baja rigidez del resorte presente. Por este motivo, a los acelerómetros que funcionan en el sector

verde del gráfico de la figura 1.2, se les denomina acelerómetros flexibles. En este caso, la fuerza efectuada sobre el cuerpo se puede medir por la deformación sufrida por el resorte, de manera análoga a la aceleración en la ley de Newton ( $F = m * a$ ).

Los sensores disponibles comercialmente emplean este principio dinámico de diversas maneras, utilizando distintas configuraciones de masa - resorte para lograr la transducción de la fuerza. A continuación, se mencionarán los tipos de acelerómetros más comunes.

### 1.1.1. Acelerómetros mecánicos

Este tipo de acelerómetros utilizan una masa inercial y resortes elásticos. La aceleración del sistema se mide mediante galgas extensiométricas <sup>1</sup>. En estos, una o más galgas extensiométricas operan como suspensión entre la masa y la carcasa del dispositivo. La acción de una fuerza produce una deformación de la galga provocando variación en la carga eléctrica detectada [2].

En estos casos, la aceleración es directamente proporcional a la deformación del elemento extensiométrico. Este tipo de acelerómetros se consideran flexibles, por su rango de operación. Poseen un alto nivel de precisión y sensibilidad debido a que consiguen eliminar la no linealidad del término de desplazamiento limitando el ancho de banda a través de la retroalimentación del sistema. Entre sus aplicaciones más comunes están el control de dirección o el análisis de marcha en vehículos.

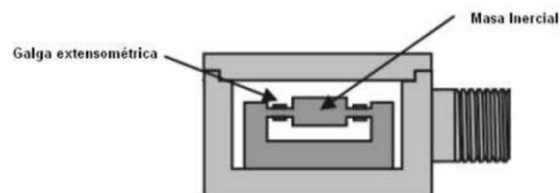


Figura 1.3: Esquema de acelerómetro mecánico.

### 1.1.2. Acelerómetros piezoeléctricos

El funcionamiento de estos acelerómetros se basa en el efecto piezoeléctrico. Los materiales piezoeléctricos son aquellos que al ser sometidos a una fuerza producen una carga eléctrica. En esta configuración, el resorte del modelo de masa con excitación en la base, es reemplazado por un cristal piezocerámico de alta rigidez, por lo que se considera prácticamente indeformable, la masa corresponde a una masa inercial al interior del dispositivo, y en la base, se dan las condiciones para unir el sensor al cuerpo o sistema del cual se quiera medir el nivel de vibraciones. Por esto, bajo la acción de una fuerza, el cristal presentará pequeñas deformaciones, generando pequeñas cargas eléctricas, proporcionales al nivel de deformación. Estas cargas requieren de amplificación para ser válidamente medibles. Este es uno de los principales inconvenientes de este tipo de acelerómetros, siendo necesaria la

<sup>1</sup> Es un dispositivo electrónico que aprovecha el efecto piezorresistivo para medir deformaciones. Ante una variación en la estructura del material de la galga se producirá una variación de su resistencia eléctrica. Los materiales que suelen utilizarse para realizar galgas son aleaciones de Cobre y níquel, platino y silicio.

presencia de circuitos electrónicos y alimentación externa, en particular para dispositivos de pequeñas dimensiones. Además, existen limitaciones en su frecuencia máxima de trabajo y en la incapacidad de mantener un nivel permanente de salida ante una entrada constante. Este tipo de acelerómetro se puede clasificar como uno de alta rigidez [2].

Algunas de las características que justifican el uso generalizado de este tipo de acelerómetros son: un amplio rango de frecuencias de trabajo, buena linealidad y una gran robustez.

A la hora de utilizar este tipo de sensores para medir la aceleración podemos encontrar diversos tipos en el mercado con distintos valores de sensibilidad, alcance de la medida, banda de frecuencia de uso, etc., aunque la mayoría suelen ser de dos tipos, los sensores propiamente dichos y los que incorporan un amplificador. Los sensores piezoeléctricos pre-amplificados van siendo cada vez más habituales por la comodidad de su uso, ya que producen un valor de tensión proporcional a la excitación aplicada en la salida del amplificador y su comportamiento resulta independiente del conexionado exterior, puesto que carga y resistencia de la entrada del amplificador se mantienen siempre constante. Este tipo de sensores precisa alimentación. Los sensores piezoeléctricos propiamente dichos no incorporan más que el dispositivo sensor, careciendo de una salida tan cómoda como los anteriores.

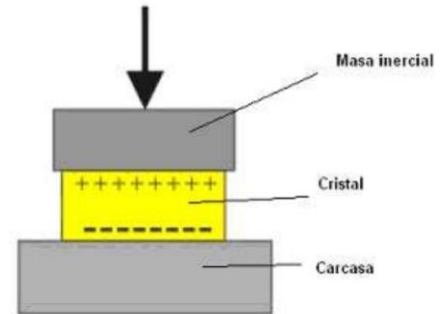


Figura 1.4: Esquema de acelerómetro piezoeléctrico.

### 1.1.3. Acelerómetros piezoresistivos

Un acelerómetro piezoresistivo a diferencia de uno piezoeléctrico utiliza un sustrato en vez de un cristal piezoeléctrico, en esta tecnología las fuerzas que ejerce la masa sobre el sustrato varían su resistencia, que forma parte de un circuito que mide la intensidad de la carga generada. El efecto piezoresistivo es la propiedad producida en algunos materiales conductores y semiconductores que varían su resistencia eléctrica cuando son sometidos a una fuente de tensión mecánica [2].

La estructura de este tipo de acelerómetros consiste en una masa suspendida de un micropunte en cuyo borde se sitúa el material piezoresistivo. Cuando se produce una aceleración la masa presiona la piezoresistencia produciendo una tensión que modifica su resistividad eléctrica.

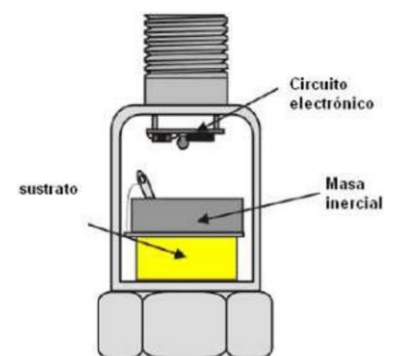


Figura 1.5: Esquema de acelerómetro piezoresistivo.

Estos acelerómetros funcionan en un amplio rango de medida, que puede llegar hasta 2000 G y presentan una buena linealidad, por contra, entre sus mayores inconvenientes se encuentran: su limitación a operar en bajas frecuencias de resonancia y su sensibilidad a variaciones de temperatura, especialmente en el caso de que el material piezorresistivo sea un semiconductor

#### 1.1.4. Acelerómetros capacitivos

Estos acelerómetros utilizan el efecto capacitivo como transductor, midiendo la variación de carga eléctrica en las placas de un microcondensador cuando el sensor es sometido a una aceleración. El microcondensador está formado por dos placas conductoras paralelas separadas por un material dieléctrico, reduciendo el problema de medir la aceleración a medir la variación de capacitancia. La aceleración o desaceleración sobre el eje central de la figura 1.6, ejerce una fuerza en la masa que provoca el desplazamiento de las placas del condensador provocando un cambio de capacidad [2].

En reposo ambas capacidades son iguales, cuando se aplica una aceleración, se produce un aumento en una de las capacitancias y una disminución en la otra, una vez detectada esta diferencia de capacidad se procede a su transformación para obtener la tensión de salida. El dispositivo realmente trabaja en un lazo de control electrónico de fuerza/balanceo. Este lazo de control evita el movimiento de la masa en aceleración, por la aplicación de una fuerza igual pero opuesta, creada por la aplicación de un voltaje en las placas del condensador. Este voltaje aplicado es directamente proporcional a la aceleración.

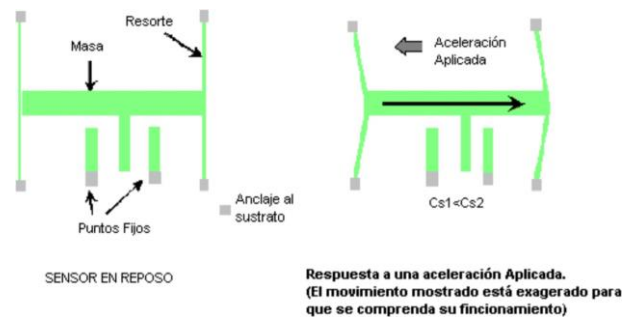


Figura 1.6: Esquema de acelerómetro capacitivo.

Habitualmente se comercializa como un circuito integrado en un chip de silicio que permite reducir diferentes problemáticas causadas por la temperatura, condiciones de humedad, capacidades parásitas, alta impedancia de entrada y cargabilidad. Actualmente los modelos en comercialización miden rangos entre 1 [g] y 100 [g], siendo los primeros los más idóneos para mediciones de baja frecuencia a alta precisión y coste razonable. Para rangos de medida superiores se utiliza la tecnología piezoeléctrica.

Estos sensores son útiles para medir niveles de vibración, al evaluar parámetros como aceleración, velocidad, posición y/o deformación. En la industria, son utilizados en técnicas de mantenimiento predictivo como sistemas de adquisición en equipos rotativos, como sísmómetros en edificios permitiendo el registro de excitaciones sísmicas, y también en puentes para medir vibración, entre otras aplicaciones como sensor de movimiento [13].

Los diversos tipos de acelerómetros pueden ser clasificados entre alta y baja rigidez. En particular, de los equipos mencionados previamente, los de naturaleza piezoeléctrica y piezorresistiva, se pueden categorizar como dispositivos de alta rigidez. Tal es el caso de los acelerómetros piezoeléctricos, los cuales funcionan con un cristal de alta rigidez, lo que lo vuelve prácticamente indeformable. Debido a esto, frente a la acción de una fuerza, el cristal experimenta pequeñas deformaciones proporcionales a la carga eléctrica que generan. Por tanto estos dispositivos requieren de amplificación de la señal generada, lo que se logra mediante alimentación al mismo, generando limitaciones en su uso a pequeña escala. En estos dispositivos la relación entre la aceleración experimentada y la carga generada es directa. Mientras que los acelerómetros mecánicos y capacitivos corresponden a equipos de baja rigidez. En estos sistemas es posible relacionar directamente la deformación del componente resorte, análoga a la aceleración en la ley de Newton, con la fuerza ejercida. Tal es el caso de los sismómetros, los cuales corresponden de manera literal a sistemas mecánicos de masa - resorte.

En general, las diferentes configuraciones de estos dispositivos presentan ventajas tales como: alta sensibilidad, uso sencillo, bajos niveles de ruido, etc. Sin embargo, también existen inconvenientes asociados a su uso. Por ejemplo, los acelerómetros piezoeléctricos, presentan problemas en su salida frente a excitaciones continuas, y requieren amplificación en los voltajes producidos por ser estos muy bajos. En particular, los dispositivos de pequeñas dimensiones, tales como acelerómetros piezoeléctricos y MEMS, requieren ser alimentados, ya que la cantidad de carga que generan es tan baja que su señal debe ser amplificada mediante sistemas electrónicos. Este estudio centrará sus esfuerzos en los acelerómetros piezoeléctricos, por tanto, a continuación se detallará el principal fenómeno responsable de su comportamiento electromecánico.

## 1.2. El efecto piezoeléctrico

El fenómeno piezoeléctrico consiste en la capacidad de los materiales de igual denominación de generar cargas eléctricas al aplicarles un esfuerzo mecánico. Dicho efecto además, es reversible, vale decir, que al aplicar una carga eléctrica sobre estos, se induce un esfuerzo mecánico. A los dispositivos diseñados para aprovechar esta propiedad se les denomina generadores o actuadores piezoeléctricos, para el efecto directo e inverso, respectivamente. Tal habilidad del material está gobernada por la ecuación constitutiva, donde se conjugan el esfuerzo mecánico  $T$  y la tensión  $S$ , con el campo eléctrico  $E$  y la densidad de carga  $D$ , como se muestra en la ecuación 1.2 [23]:

$$\begin{array}{l} \text{Inverso} \\ \text{Directo} \end{array} \begin{array}{l} S \\ D \end{array} = \begin{array}{l} s^E \\ d \end{array} \begin{array}{l} d^t \\ \varepsilon^T \end{array} \begin{array}{l} T \\ E \end{array} \quad (1.2)$$

donde  $s^E$  es el acoplamiento bajo un campo eléctrico constante,  $\varepsilon^T$  es la permitividad dieléctrica bajo esfuerzo constante, y  $d$  y  $d^T$  son las matrices para el efecto piezoeléctrico directo

e inverso respectivamente, donde el superíndice  $t$  corresponde a la traspuesta.

En función de las direcciones de polarización del material y del esfuerzo aplicado en este, se puede categorizar dos principales modos de operación:  $d_{31}$  y  $d_{33}$ , mostrados en la figura 1.7. El primer subíndice corresponde a la dirección de polarización, es decir, del campo eléctrico, mientras que el segundo, es la dirección del esfuerzo aplicado. De esta manera, en el primer modo de operación  $d_{31}$ , el esfuerzo es perpendicular al campo eléctrico. Este modo es el más empleado, y existe ampliamente en la configuración estructural de viga en flexión. Por otro lado, en el modo  $d_{33}$ , el esfuerzo y el campo eléctrico son paralelos. De igual manera, existen aplicaciones en que se considera el modo de corte, por lo que entran en juego las constantes de carga contenidas en  $d_{15}$ .

Los piezoeléctricos rígidos no son capaces de aprovechar la mayor parte de la energía mecánica disponible si son unidos directamente a una fuente de vibración. Es por esto que, como se mencionó con anterioridad, la solución es adjuntar el elemento piezoeléctrico a una estructura de viga flexible. La viga en voladizo es la configuración estructural más utilizada. Esta subestructura es cubierta con uno o dos elementos piezoeléctricos (configuraciones conocidas como *unimorph* o *bimorph* en inglés, respectivamente), cerca del extremo de mayor esfuerzo y con una masa adherida en su extremo opuesto, con el fin de disminuir la frecuencia natural, y así aumentar la tensión inducida por la vibración.

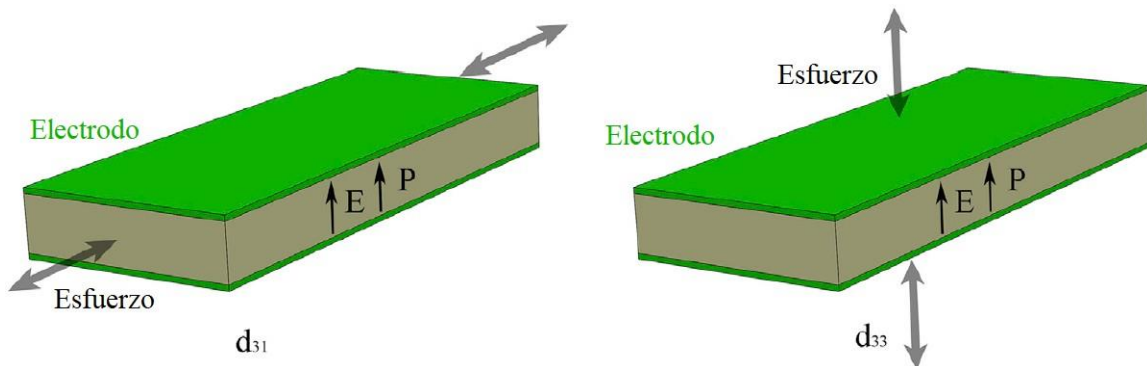


Figura 1.7: Principales modos de operación de piezoeléctricos. Fuente: High-Performance Piezoelectric Energy Harvesters and Their Applications, 2018 [23].

Para los fines de este trabajo, se estudiará el comportamiento de estructuras *bimorph*. Básicamente, la estructura de viga captadora de energía mecánica, es ubicada sobre la estructura que opera como fuente de vibraciones, con esto, los esfuerzos inducidos en las capas de material piezoeléctrico generan un voltaje alterno. El esfuerzo de flexión instantáneo en las laminas piezoeléctricas superior e inferior, en cualquier posición a lo largo de la viga, tiene signo opuesto, vale decir, mientras una se encuentra bajo compresión, la otra experimenta esfuerzos de tensión. Adicionalmente, asumiendo una perturbación persistente en la base, se puede obtener una respuesta eléctrica continua desde el sistema piezoeléctrico electromecánico, generando así el ya mencionado voltaje alterno.



Los recolectores de energía piezoeléctricos (*piezoelectric energy harvester, PEH*, por sus siglas en inglés), han captado la atención de los expertos durante la última década, debido a sus ventajas tales como elevada densidad energética, arquitectura simple y escalabilidad. El tamaño de los PEH afecta sus parámetros: peso, método de fabricación, nivel energético alcanzado en la salida, y potenciales aplicaciones [21]. Por estos motivos y otras características de interés, estos dispositivos son de interés para este estudio.

### 1.3. Recolectores de energía piezoeléctricos

Los recolectores de energía piezoeléctricos en general son especificados en términos de su corriente de corto circuito,  $Q_s$ , y su voltaje de circuito abierto,  $V_o$ . La corriente de corto circuito se refiere a la carga total desarrollada al máximo esfuerzo recomendado, situación en que la carga se encuentra totalmente libre para desplazarse de un electrodo a otro, sin el requerimiento de generar voltaje. El voltaje de circuito abierto, por otro lado, se refiere al voltaje desarrollado al máximo esfuerzo recomendado, sin que la carga pueda desplazarse de un electrodo a otro. De modo que, la corriente es máxima cuando el voltaje es cero, y viceversa [7]. Cualquier otra combinación simultánea de corriente y voltaje, se encuentra determinada por una línea descrita entre los puntos  $Q_s$  y  $V_o$  (ver figura 1.8). En general, un generador piezoeléctrico deberá mover una determinada cantidad de carga, y suministrar un voltaje determinado, lo que dictamina su punto de operación en la curva de voltaje contra carga. El trabajo es maximizado cuando se alcanza  $\frac{1}{2}Q_s$  y  $\frac{1}{2}V_o$ .

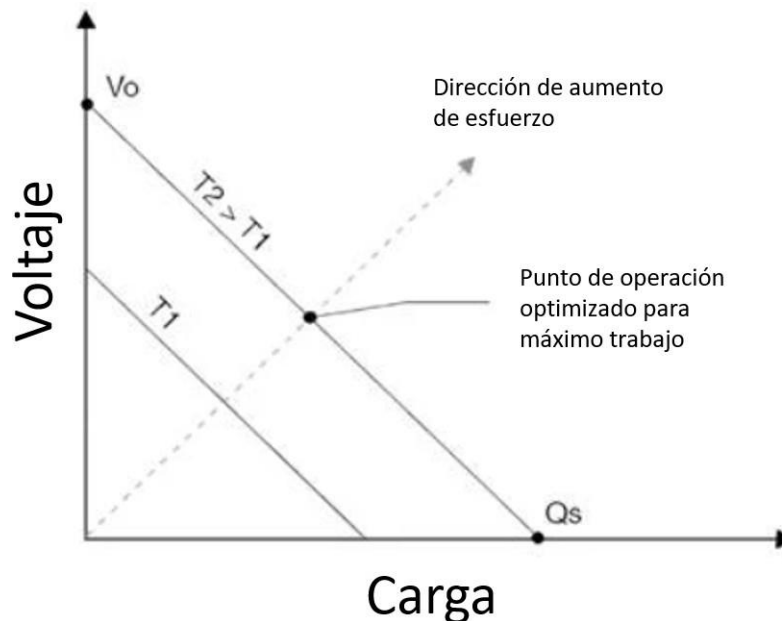


Figura 1.8: Curva de voltaje contra carga. Fuente: Introduction to Piezoelectric Transducers, 2021. [7].

Las excitaciones mecánicas que afectan a estos dispositivos pueden ser descritas como fuerzas o desplazamientos actuando sobre un punto o área del cuerpo generador. Estas fuerzas pueden ser estáticas o dinámicas, de baja potencia (caso típico de aplicaciones como sensor), o de alta potencia (caso típico de aplicaciones como generador). Si la fuerza es oscilatoria y continua, el *PEH* puede ser llevado a resonancia, o a una operación en el entorno de esta.

Cuando un *PEH* es operado sobre una serie periódica de impulsos, este alcanzará una vibración de amplitud relativamente grande, si la frecuencia de la serie de impulsos corresponde a la frecuencia natural del dispositivo. Esta resonancia es una manifestación del constante intercambio de energía cinética (masa en movimiento), y potencial (elasticidad), en el cuerpo oscilatorio. En resonancia, la cantidad de energía contenida en el dispositivo es muy elevada con respecto a la energía de la excitación. Por este motivo los *PEH* son útiles para alcanzar voltajes elevados a bajos niveles de esfuerzo, y por tanto alcanzar altos niveles de eficiencia. La frecuencia natural de un recolector piezoeléctrico depende de sus dimensiones, propiedades del material y modo de montaje. En particular, la viga en voladizo con masa en su punta presenta la frecuencia natural fundamental por unidad de largo más baja, de entre las configuraciones y esquemas de montaje empleadas en la literatura [7].

De este modo, un *PEH* operando en condiciones de resonancia puede ser tratado (eléctricamente), como un condensador en paralelo con una resistencia. La potencia disipada por la resistencia representa el trabajo que este transductor ejerce en el medio. La señal generada por estos recolectores puede ser alimentada a medidores, osciloscopios o circuitos, donde en general el propósito de estos últimos es filtrar o cancelar porciones no deseadas de la señal, y amplificar o cambiar esta (transistores o amplificadores operacionales). Dependiendo de la aplicación deseada, existen dos grandes categorías para la naturaleza de los circuitos empleados.

*Alta impedancia de entrada para circuitos sensores de voltaje:* sistemas sensores de voltajes piezoeléctricos utilizados principalmente en detección de esfuerzos. En la práctica, su aplicación es ampliamente en "tiempo real", lo que significa que el voltaje de salida del sensor se asume como un indicador del estado instantáneo de los esfuerzos de la estructura que se mide. Dado que el piezocerámico es en sí mismo un condensador en paralelo con su propia resistencia interna (casi infinita), el factor limitante es la resistencia del circuito regulador de entrada. Si esta última es muy baja, ocurre un cambio de fase en la señal, justo al inicio de esta.

*Baja impedancia de entrada para circuitos sensores de corriente:* sistemas sensores de corrientes piezoeléctricos utilizados aplicaciones en que es necesario contar con un cable largo entre el propio sensor y el circuito amplificador (ejemplo: acelerómetros) [7]. En estos casos, un circuito amplificador de entrada, es arreglado para tener un potencial de tierra virtual, con lo que un 100 % de la corriente emitida desde el dispositivo fluye a través de esa entrada, independiente del largo del cable. La principal ventaja de esta configuración es que la propia capacitancia del cable no afecta la calibración de la salida. De esta manera, las señales transientes pueden ser medidas en "tiempo real", sin embargo, señales de baja frecuencia pueden sufrir ruido inducido por agentes externos (movimiento del cable, factores

magnéticos, efectos térmicos, etc.).

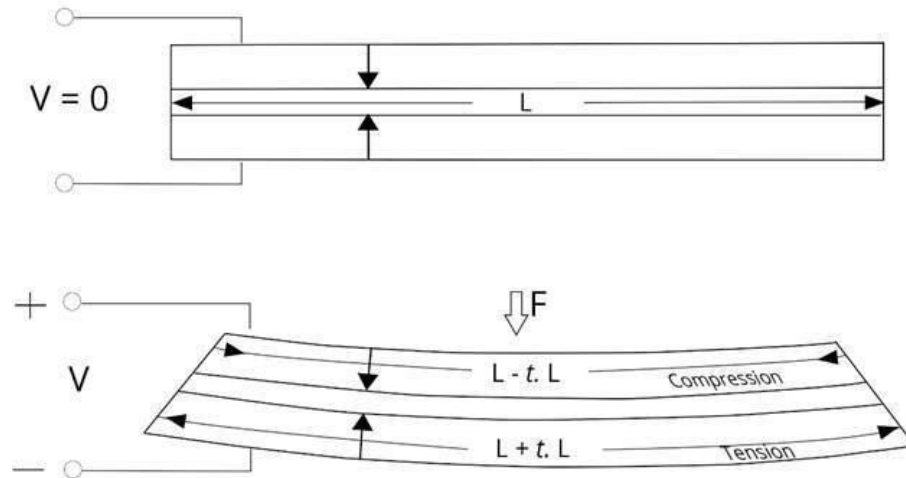


Figura 1.9: Carga producida en un PEH frente a la acción de una fuerza. Fuente: Introduction to Piezoelectric Transducers, 2021. [7].

La configuración de recolector de energía piezoeléctrica más común es la viga en voladizo, bajo condiciones de flexión y de tipo *bimorph* (dos capas de material piezoeléctricos sobre y por debajo de una subestructura flexible. Ver figura 1.9). Los generadores en flexión exhiben propiedades únicas. No requieren de una fuente de energía externa para producir una señal, pueden operar millones de ciclos sin verse afectados a desgaste o deterioración, y su pequeño perfil permite su uso aplicación en locaciones restringidas.

La industria es un entorno en constante desarrollo, en busca de soluciones óptimas para cada uno de sus requerimientos en todo momento. Las actuales limitaciones y desventajas de los dispositivos acelerómetros piezoeléctricos, tales como requerimiento de alimentación externa y circuitos amplificadores, han acentuado la necesidad de buscar nuevas soluciones a los problemas de esta década. De este modo, los recolectores de energía piezoeléctricos surgen como un candidato natural en su aplicación como sensores, al subsanar algunos de los problemas encontrados en los acelerómetros piezoeléctricos. En particular, su autonomía, capacidad de operación sin cableado, y alta eficiencia, los sugieren como el próximo agente en la búsqueda de sistemas autónomos.

De esta manera, este estudio abordará el diseño de un acelerómetro de pequeñas dimensiones, que no requiera de alimentación externa, bajo el supuesto de que un recolector de energía piezoeléctrico podría operar como acelerómetro piezoeléctrico de rigidez media. Para esto, es necesario resolver el problema dinámico inverso, ya que por la rigidez del material, este sistema operará en frecuencias de excitación similares a su frecuencia natural. Esto, con el objeto de desarrollar un algoritmo que permita inferir la excitación en la base, en función de la respuesta en voltaje del dispositivo.

Por este motivo, el desafío de este trabajo consiste en implementar un algoritmo de solución del problema dinámico inverso, y hacer que este funcione en un rango de frecuencias

de interés.

## **1.4. Objetivos**

Este estudio se realiza con la finalidad de evaluar la factibilidad de la utilización de *PEH*, como acelerómetros de rigidez media operando en el entorno de su frecuencia natural, considerando aspectos tales como rango de operación, confiabilidad de la medición, restricciones de tamaño, aplicabilidad y complementariedad con otras tecnologías. De modo que, a continuación, se plantean los objetivos general y específicos detallados a continuación.

### **1.4.1. Objetivo general**

- Diseñar y evaluar las limitaciones de un acelerómetro de rigidez media, basado en el uso de recolectores de energía piezoeléctricos.

### **1.4.2. Objetivos específicos**

- Implementar modelo para describir el comportamiento dinámico de un recolector de energía piezoeléctrico.
- Implementar una estrategia de integración numérica para resolver el problema directo.
- Implementar una estrategia para resolver problema dinámico inverso.
- Seleccionar casos de estudio e identificar las limitaciones del uso de recolectores piezoeléctricos como acelerómetros.
- Proponer un diseño mecánico para el dispositivo sensor.

Complementando este trabajo con los desarrollos en las áreas de internet de las cosas y sistemas autónomos, este estudio permitirá avanzar en el desarrollo de acelerómetros piezoeléctricos que faciliten la implementación de sistemas de control en tiempo real para fines industriales, en particular en las áreas de mantenimiento predictivo. Agilizando de esta manera la respuesta ante eventuales anomalías en el funcionamiento de tales equipos.

De igual manera, se destaca que el alcance de este estudio es la propuesta de un sistema de adquisición de datos de aceleración de una estructura o cuerpo de interés, por lo que aspectos como tratamiento de los datos, técnicas de reducción de ruido, análisis de señales, entre otros, quedan fuera de este estudio.

# Capítulo 2

## Antecedentes

En el siguiente capítulo se describen los antecedentes necesarios para el desarrollo del trabajo. En particular, se describe el modelo dinámico de viga utilizado para predecir la respuesta electromecánica del *PEH*, el cual posteriormente es trabajado como problema inverso. Luego, se describe la base teórica de la aplicación de Procesos Gaussianos como método de optimización.

### 2.1. Modelo de estudio: viga de Euler - Bernoulli

En la literatura disponible, es posible identificar que el modelo para evaluar la solución del problema dinámico de estas estructuras piezoeléctricas, es típicamente el de un grado de libertad (o *single degree of freedom*, SDOF por sus siglas en inglés). Este enfoque se adopta con la finalidad de obtener expresiones electromecánicas cerradas para el voltaje y la potencia generada, además de permitir optimizar los parámetros del sistema de manera simple. De esta manera, y asumiendo que la excitación en la base es armónica, la relación de un sistema de un grado de libertad con excitación armónica en su base ha sido ampliamente usada para modelar el problema dinámico. Sin embargo, se ha demostrado que esta aproximación no es confiable en términos de los resultados obtenidos [11], al omitir, entre otros aspectos, los efectos del esfuerzo distribuido en el material, sobre la respuesta eléctrica, y estar limitado a un solo modo de vibración.

Por otra parte, el modelo de viga Euler-Bernoulli emplea una solución de parámetros distribuidos, y es tal, que las relaciones de aspecto típicamente usadas en las aplicaciones de estos materiales, permiten omitir los efectos de la deformación de corte y de la inercia rotacional. Adicionalmente, este modelo posibilita evaluar la respuesta frente a excitaciones de traslación y pequeñas rotaciones sin la restricción de ser armónicas. Por otro lado, se ha demostrado que para el caso particular de excitación armónica en la base, el modelo de viga Euler-Bernoulli es más preciso que el de SDOF [11].

Las formas de los modos de vibración obtenidas de la teoría de viga de Euler-Bernoulli, y las relaciones constitutivas del efecto piezoeléctrico, son usadas para relacionar la respuesta eléctrica con los modos mecánicos. De modo que, al utilizar la solución multimodal, las

expresiones de la respuesta se pueden reducir a relaciones simples pero precisas para un modo en particular. Esto es posible al evaluar la respuesta para una excitación en la base a una frecuencia arbitraria, en forma de traslación transversal con pequeñas rotaciones, como se muestra en la ecuación 2.1, donde  $w_b$  es el desplazamiento de la base,  $g(t)$  y  $h(t)$  son la traslación transversal y pequeña rotación de esta, respectivamente, con  $t$  el tiempo y  $x$  la dimensión longitudinal de la viga. De esta manera, las relaciones para un modo se pueden emplear en lugar de las expresiones multimodales, para excitaciones en torno a la frecuencia natural del sistema, correspondientes al rango de mayor interés en los sistemas de generación basados en vibraciones (ver figura 2.1).

$$w_b(x, t) = g(t) + xh(t) \quad (2.1)$$

Dependiendo de los requerimientos de voltaje o corriente, las capas piezocerámicas de una viga *bimorph* simétrica se pueden conectar en serie o en paralelo. Tal como se muestra en la figura 2.1(a), dado que las capas piezocerámicas están polarizadas opuestamente en la dirección del espesor (eje vertical o  $y$ ), esta configuración corresponde a la conexión en serie. Por otro lado, la figura 2.1(b) muestra la conexión en paralelo, pues las laminas piezoeléctricas están polarizadas en la misma dirección.

Para el desarrollo de este estudio, se considera que las secciones planas permanecen de esta manera durante el movimiento de vibración, y los efectos de la deformación de corte e inercia rotacional son despreciables. También, se asume que los electrodos que cubren las capas de material piezoeléctrico son lo suficientemente delgadas en comparación con el espesor de la estructura completa, como para despreciar su contribución al espesor del sistema. En lo que respecta a los aspectos mecánicos del problema, las configuraciones en serie y paralelo mostradas en la figura 2.1 son idénticas, tienen las propiedades geométricas y de material. Adicionalmente, se asumirá que las pérdidas mecánicas están representadas por mecanismos de amortiguación interna y externa, donde las pérdidas internas vienen dadas por amortiguación en la tasa de deformación y la amortiguación externa (en general, aquella dada por el medio, en este caso, aire), viene dada por un coeficiente de amortiguamiento aparte.

Para efectuar el modelamiento del problema dinámico de estos dispositivos, se adopta el enfoque estudiado por A. Erturk e D.J. Inman [10], el cual considera los supuestos mencionados con anterioridad. De igual manera, es necesario definir algunas propiedades relevantes. En primer lugar, basándose en el supuesto de esfuerzo plano para una viga, se puede expresar la rigidez elástica (módulo de Young bajo un campo eléctrico constante)  $\bar{c}_{11}^E = 1/s_{11}^E$  donde  $s_{11}^E$  es el cumplimiento elástico en un campo eléctrico constante. Bajo el mismo supuesto, se puede dar la constante piezoeléctrica  $\bar{e}_{31}$ , en términos de la constante más comúnmente usada  $d_{31}$ , como  $\bar{e}_{31} = d_{31}/s_{11}^E$ .

Considerando que se asume que las capas piezocerámicas son idénticas, el voltaje en los electrodos de cada capa piezoeléctrica, para el caso de conexión en serie, es  $v_s(t)/2$ . Para el caso de conexión en paralelo, el voltaje en el electrodo de cada capa es simplemente  $v_p$ . Cabe mencionar que  $\bar{e}_{31}$  tiene signo opuesto para las capas piezocerámicas superior e inferior en

el caso de conexión en serie (debido a la polarización con dirección opuesta), por lo que los campos eléctricos en un instante presentan la misma dirección. Por otro lado, como  $\bar{e}_{31}$  tiene el mismo signo para ambas capas en el caso de conexión en paralelo, los campos eléctricos en un instante tienen dirección opuesta.

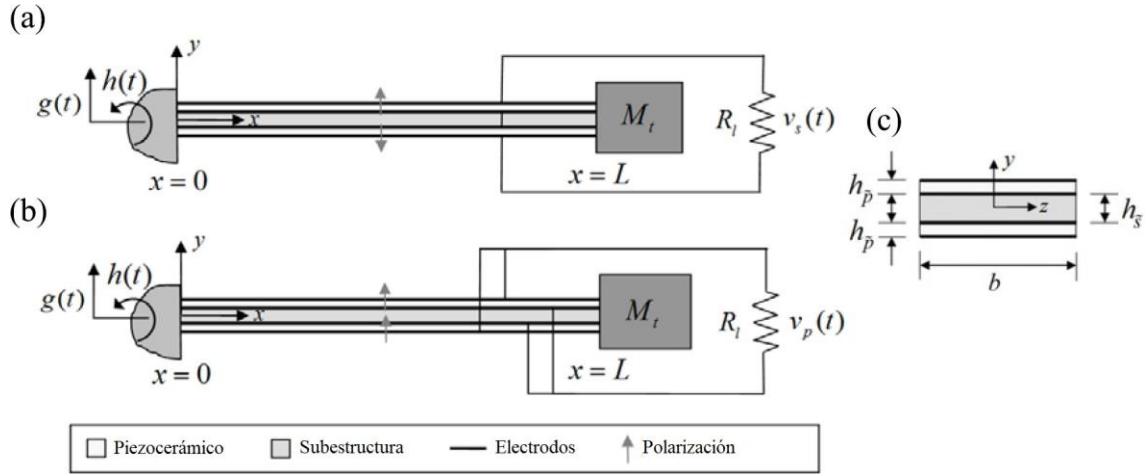


Figura 2.1: Configuraciones de viga en voladizo *bimorph* (a) conexión en serie de las capas piezocerámicas, (b) conexión en paralelo, y (c) corte de la viga. Fuente: An experimentally validated bimorph cantilever model for piezoelectric energy harvesting from base excitations, 2008 [10].

El acoplamiento piezoeléctrico para la conexión en serie,  $\theta_s$  se muestra en la ecuación 2.2 [10].

$$\theta_s = \frac{\bar{e}_{31} b}{2h_p} \frac{h^2}{4} \frac{1}{h_p + \frac{h_s}{2}} \quad (2.2)$$

donde  $b$  es el ancho de la estructura de viga piezoeléctrica en voladizo,  $h_s$  y  $h_p$  corresponden al espesor de la subestructura y de las capas piezoeléctricas, respectivamente y como se observa en la figura 2.1. De igual manera, el acoplamiento piezoeléctrico para la conexión en paralelo se puede escribir en función del termino homónimo para la conexión en serie, de la forma:  $\theta_p = 2\theta_s$ .

La rigidez de flexión  $EI$ , y la masa por unidad de longitud  $m$ , son respectivamente:

$$EI = \frac{2b}{3} E_s \frac{h^3}{8} + \frac{E}{c_{11}} \left( h_p + \frac{h_s}{2} \right)^3 - \frac{h_s^3}{8}, \quad (2.3)$$

$$m = b(\rho_s h_s + 2\rho_p h_p)$$

donde  $E_s$  es el módulo de Young de la subestructura,  $\rho_s$  y  $\rho_p$ , son las densidades de masa de la subestructura y del piezocerámico, respectivamente.

Basándose en el supuesto de amortiguación proporcional, el desplazamiento relativo de cualquier punto la viga *bimorph* con respecto a su base, se puede representar como una serie

absoluta y uniformemente convergente de autofunciones como:

$$w_{rel}(x, t) = \sum_{r=1}^{\infty} \varphi_r(x) \eta_r(t) \quad (2.4)$$

Cabe destacar que esta expresión (ecuación 2.4), es idéntica para las conexiones en serie y en paralelo de las capas piezoeléctricas, donde  $\eta_r(t)$  es la expresión de la respuesta modal mecánica, y las autofunciones denotadas por  $\varphi_r(x)$ , corresponden a autofunciones normalizadas por la masa del r-ésimo modo de vibración del problema vibracional libre sin amortiguación correspondiente, calculadas según:

$$\varphi_r(x) = C_r \left[ \cos \frac{\lambda_r}{L} x - \cosh \frac{\lambda_r}{L} x + \zeta_r \left( \sin \frac{\lambda_r}{L} x - \sinh \frac{\lambda_r}{L} x \right) \right] \quad (2.5)$$

donde  $L$  es el largo de la viga,  $C_r$  es una constante modal de amplitud que garantiza la ortonormalidad de los modos de vibración, y  $\zeta_r$  se obtiene con:

$$\zeta_r = \frac{\sin \lambda_r - \sinh \lambda_r + \lambda_r \frac{M_t}{mL} (\cos \lambda_r - \cosh \lambda_r)}{\cos \lambda_r - \cosh \lambda_r + \lambda_r \frac{M_t}{mL} (\sin \lambda_r - \sinh \lambda_r)} \quad (2.6)$$

con  $M_t$  la masa en la punta de la viga.

La frecuencia natural no amortiguada del r-ésimo modo de vibración  $\omega_r$ , en condiciones de corto circuito ( $R_1 \rightarrow 0$  en la figura 2.1), viene dada por:

$$\omega_r = \lambda_r^2 \sqrt{\frac{EI}{mL^4}} \quad (2.7)$$

Considerando que los efectos de la inercia rotacional son despreciables, los autovalores del sistema,  $\lambda_r$  para el modo  $r$ , se obtienen según:

$$1 + \cos \lambda \cosh \lambda + \lambda \frac{M_t}{mL} (\cos \lambda \sinh \lambda - \sin \lambda \cosh \lambda) = 0 \quad (2.8)$$

De manera que, la ecuación de movimiento mecánico se puede expresar en coordenadas modales como:

$$\frac{d^2 \eta_r(t)}{dt^2} + 2 \zeta_r \omega_r \frac{d \eta_r(t)}{dt} + \omega_r^2 \eta_r(t) + \chi_r v(t) = f_r(t) \quad (2.9)$$

donde  $f_r(t)$  es el forzamiento modal mecánico, el cual viene dado en términos de la excitación en la base, según:

$$f_r(t) = -m \frac{d^2 g(t)}{dt^2} \int_0^L \varphi_r(x) dx + \frac{d^2 h(t)}{dt^2} \int_0^L x \varphi_r(x) dx - M_t \varphi_r(L) \frac{d^2 g(t)}{dt^2} + L \frac{d^2 h(t)}{dt^2} \quad (2.10)$$

mientras que  $\chi_r$  corresponde al acoplamiento modal electromecánico, dado por:



$$\chi_r = \theta \frac{d\varphi_r(x)}{dx} \Big|_{x=L} \quad (2.11)$$

Cabe mencionar que para los términos  $\eta_r$ ,  $\chi_r$  y  $v(t)$  de la ecuación 2.9, es necesario diferenciar sus expresiones dependiendo de si se trata de los casos de conexión en serie o en paralelo. Esto es extensible para la ecuación 2.11, donde hay que hacer la misma diferenciación para el término  $\theta$ . Por otro lado, el término  $\zeta_r$  es la razón de amortiguamiento modal mecánico, el cual incluye los efectos combinados de la tasa de deformación y amortiguación del aire.

Adicionalmente, es necesario definir parámetros de carácter eléctrico, con el fin de considerar todas las variables participantes del fenómeno piezoeléctrico y el acoplamiento electro-mecánico característico del mismo.

De esta manera, se define la componente de permitividad eléctrica en isodeformación  $\bar{\epsilon}_{33}^S$ , bajo el supuesto de isoesfuerzo, como  $\bar{\epsilon}_{33}^S = \epsilon_{33}^T - d_{31}^2/s_{11}^E$  (donde  $\epsilon_{33}^T$  es la permitividad eléctrica a esfuerzo constante). También, se define  $h_{p^-c}$  como la distancia entre el eje neutro de la viga y la capa piezocerámica, la cual puede ser expresada como  $h_{p^-c} = (h_{p^-} + h_{s^-})/2$ .

Luego, el acoplamiento modal  $\kappa_r$ , se puede expresar como:

$$\kappa_r = -\bar{e}_{31} h_{p^-c} \frac{d\varphi_r(x)}{dx} \Big|_{x=L} \quad (2.12)$$

Es sabido de la literatura disponible, que un elemento piezoeléctrico puede ser representado como una fuente de corriente en paralelo con su capacitancia interna. De esta manera, los elementos que representan el circuito de la conexión de la viga piezoeléctrica, son: la capacitancia interna del material piezocerámico  $C_{p^-}$ , la resistencia o carga resistiva  $R_1$  sobre la cual se realizan las mediciones de voltaje  $v(t)$ , y la fuente de corriente  $i_{p^-}(t)$ . De esta manera, las conexiones en serie y en paralelo de la viga *bimorph* en voladizo, se pueden representar de la manera observada en la figura 2.2.

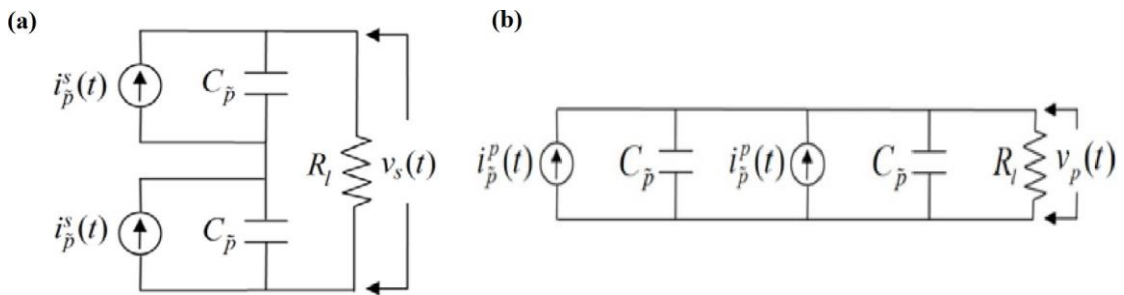


Figura 2.2: Representación de la conexión (a) en serie, y (b) en paralelo de las capas piezocerámicas de la viga *bimorph*. Fuente: An experimentally validated bimorph cantilever model for piezoelectric energy harvesting from base excitations, 2008 [10].

Aplicando la ley de Kirchoff al circuito mostrado en la figura 2.2(a), se obtiene para la conexión en serie:

$$\frac{C_{\bar{p}}}{2} \frac{dv_s(t)}{dt} + \frac{v_s(t)}{R_1} = i^s(t) \quad (2.13)$$

donde los términos de capacitancia interna y fuente de corriente pueden ser expresados respectivamente como:

$$C_{\bar{p}} = \frac{\bar{\epsilon}_{33}^s bL}{h_{\bar{p}}}, i_{\bar{p}}^s = \sum_{r=1}^{\infty} \kappa_r \frac{d\eta_r^s(t)}{dt} \quad (2.14)$$

donde  $\kappa_r$  viene dado por la expresión de la ecuación 2.12.

De manera homologa, aplicando la ley de Kirchoff, al circuito mostrado en la figura 2.2(b), se obtiene para la conexión en paralelo:

$$C_{\bar{p}} \frac{dv_p(t)}{dt} + \frac{v_p(t)}{2R_1} = i_{\bar{p}}^p(t) \quad (2.15)$$

con la salvedad de que en este caso el termino  $i_{\bar{p}}^p(t)$  viene dado por:

$$i_{\bar{p}}^p = \sum_{r=1}^{\infty} \kappa_r \frac{d\eta_r^p(t)}{dt} \quad (2.16)$$

De esta manera, las ecuaciones 2.9 y 2.13, constituyen las ecuaciones acopladas para la respuesta modal mecánica  $\eta_r^s(t)$  de la viga, y la respuesta en voltaje  $v_s(t)$  en la resistencia para el caso de conexión en serie. Mientras que la combinación de ecuaciones 2.9 y 2.15, representa las ecuaciones acopladas para la respuesta modal  $\eta_r^p(t)$  y en voltaje  $v_p(t)$ , para la conexión en paralelo.

Notar que, las ecuaciones 2.9, 2.13 y 2.15 se pueden trabajar algebraicamente llevando al sistema acoplado de ecuaciones diferenciales en coordenadas modales descrito por:

$$\ddot{\eta}_i + 2\zeta_i \omega_i \dot{\eta}_i + \omega_i^2 \eta_i + \chi_i v = r_i \ddot{u}_g \quad (2.17)$$

$$\dot{v} + k_{p,xt} v = \sum_{i=1}^M \kappa_i \dot{\eta}_i \quad (2.18)$$

donde la ecuación 2.17 corresponde a la ecuación de movimiento mecánico con acoplamiento eléctrico viga piezoeléctrica en voladizo con una aceleración  $\ddot{u}_g$  en su base, mientras que la ecuación 2.18 es la ecuación del circuito eléctrico con acoplamiento mecánico. En éstas, la expansión modal se realiza hasta el modo  $M$ , donde el subíndice  $i$  indica el  $i$ -ésimo modo de vibración, y el término  $k_{p,xt}$  es el parámetro que contiene las características eléctricas del generador piezoeléctrico, en otras palabras, la capacitancia del material piezocerámico y la carga/resistencia eléctrica externa.

Las ecuaciones 2.17 y 2.18 pueden ser manipuladas para expresar el problema en forma matricial, según [19]:

$$\mathbf{I} \ddot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{C}_{eq} \dot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{K}_{eq} \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\chi} v = \mathbf{r} \ddot{u}_g \quad (2.19)$$

$$\dot{v} + k_{p,xt} v = \boldsymbol{\kappa}^T \dot{\boldsymbol{\eta}} \quad (2.20)$$

donde  $I \in \mathbb{R}^{M \times M}$  es la matriz identidad,  $C_{eq} \in \mathbb{R}^{M \times M}$  es una matriz diagonal de amortiguamiento que contiene los terminos  $2\zeta_i \omega_i$ ,  $K_{eq} \in \mathbb{R}^{M \times M}$  es una matriz diagonal que contiene los cuadrados de las frecuencias naturales  $\omega_i^2$ , y  $\chi, r, \eta, \kappa \in \mathbb{R}^{M \times 1}$  son vectores columna definidos por  $\chi_i, r_i, \eta_i, \kappa_i$ , respectivamente.

## 2.2. Procesos Gaussianos

Suponiendo una distribución multivariable conjuntamente Gaussiana  $x = (x_1, x_2)$ , con parametros  $\mu = (\mu_1, \mu_2)$  y  $\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{bmatrix}$ . El teorema multivariable de Gauss permite pasar de una distribución conjunta a una distribución condicional, entregando expresiones para los términos condicionales, de la forma:  $p(x_1|x_2) = \mathbf{N}(x_1|\mu_{1|2}, \Sigma_{1|2})$ . Luego, existe una forma de expresar la distribución conjunta  $x \sim \mathbf{N}(\mu, \Sigma)$ , como  $x \sim (\mu + LN(O, I))$ , tal que  $\Sigma = LL^T$ , conocida como descomposición de Cholesky. Suponiendo ahora un conjunto de datos  $D = (x_i, f_i)$ , donde  $f_i = f(x_i)$ . Dados los valores de  $x_i$ , se busca modelar  $f_i$  de manera que los datos en  $D$  sean una distribución multivariable Gaussiana. Se asume que la función  $f$ , sigue una distribución Gaussiana de la forma  $f \sim \mathbf{N}(O, K)$ , donde  $K$  se conoce como Kernel.

Se define el proceso Gaussiano como una distribución sobre funciones  $f(x) \sim GP(m(x), \kappa(x, x'))$ , donde la media y la covarianza son funciones de  $x$ , con  $m(x)$  el promedio de los valores del vector  $x$ , y  $\kappa(x, x') = \exp(-\frac{1}{2}(x - x')^2)$ , expresión utilizada para definir los valores de la matriz de covarianza  $K$ . Si se quiere conocer el valor  $f_*$  de un  $x_*$ , se asume a su vez, que esta función sigue la misma distribución que la función contenida en los datos de entrenamiento  $D$  [9].

Luego, la distribución conjunta es de la forma  $\begin{bmatrix} f \\ f_* \end{bmatrix} \sim \mathbf{N} \begin{bmatrix} \mu \\ \mu_* \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} K & K_* \\ K_*^T & K_{**} \end{bmatrix}$ , donde  $K_*$  tiene por componentes a los distintos  $\kappa(x_i, x_*)$ , según la dimensión de  $x$ , mientras que  $K_{**}$ , corresponde a  $\kappa(x_*, x_*)$ .

De este modo, se tiene que  $p(f_*|X_*, X, f) = \mathbf{N}(f_*|\mu_*, \Sigma_*)$ , donde  $\mu_*$  y  $\Sigma_*$ :

$$\mu_* = \mu(X_*) + K_*^T K^{-1}(f - \mu(X)) \quad (2.21)$$

$$\Sigma_* = K_{**} - K_*^T K^{-1} K_* \quad (2.22)$$

# Capítulo 3

## Metodología

Para el cumplimiento de los objetivos planteados, y en particular, de los objetivos específicos, se procede análogamente al diagrama de flujo mostrado por la figura 3.1.

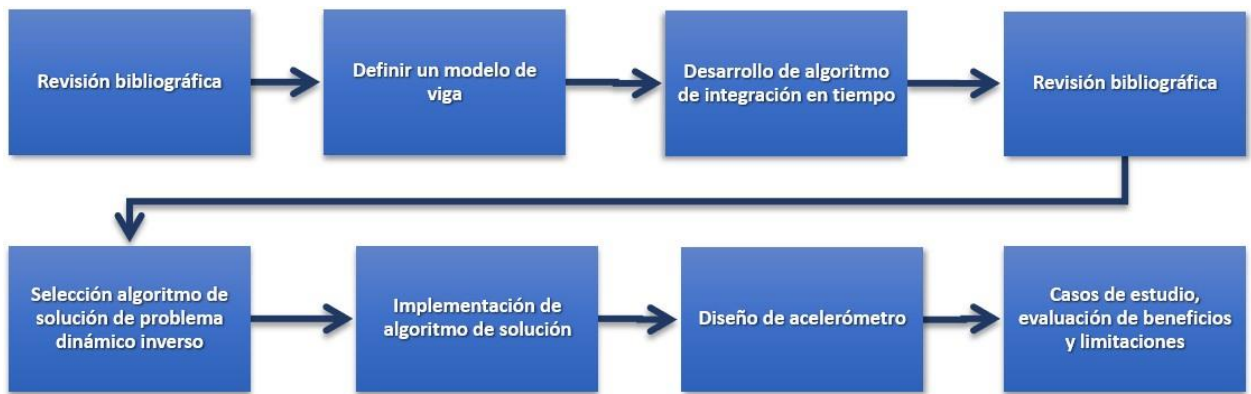


Figura 3.1: Diagrama de flujo de trabajo para cumplimiento de objetivos específicos.

Durante el primer proceso de revisión bibliográfica se reúnen investigaciones pertinentes al tema de estudio, que aborden tópicos de modelos dinámicos de vigas piezoeléctricas *bimorph* en voladizo. La mayor parte de esta etapa ha sido detallada en las previas secciones de Introducción y Antecedentes. De esta revisión, se determina que el modelo más apropiado para el fenómeno estudiado, es el de viga Euler-Bernoulli. Posteriormente, el modelo se implementa en Matlab.

Con el objeto de implementar el modelo en un entorno computacional, es necesario trabajar algebraicamente las ecuaciones 2.19 y 2.19, con lo que quedan escritas de la siguiente manera:

$$\ddot{\eta} = \mathbf{r}\ddot{u}_g - \mathbf{C}_{eq}\dot{\eta} - \mathbf{K}_{eq}\eta - \chi v \quad (3.1)$$

$$\dot{v} = \kappa^T \dot{\eta} - k_{\rho,xt} v \quad (3.2)$$

Se busca validar el algoritmo mediante la simulación de una excitación y su respuesta, para posteriormente contrastar estos valores con los obtenidos mediante la solución del problema dinámico inverso, con el fin de determinar una medida de error que cuantifique el nivel de certeza que es posible alcanzar con este método. Para esto, se realiza la operación de integración del modelo dinámico sobre el dominio del tiempo, lo que resuelve el problema dinámico directo, es decir, se calcula un voltaje de salida en función de una excitación (aceleración en la base) de entrada. Esta integración se realiza en Matlab mediante la utilización del solver *ode45*, el cual integra sistemas de ecuaciones diferenciales  $y' = f(t, y)$ , de  $t_0$  a  $t_f$  con condiciones iniciales  $y_0$ .

De esta manera, el problema planteado para la integración directa es:

$$g_d(t, g) = \begin{matrix} \square & & g_2 & & \square \\ r * u_g - C_{eq} * g_2 - K_{eq} * g_1 - \chi * g_3 & & & & \\ \square & & & & \square \\ g_3 - K_{\rho,xt} * g_3 & & & & \end{matrix} \quad (3.3)$$

donde  $g_1$  corresponde a la posición del sistema,  $g_2$  es su velocidad, y  $g_3$  el voltaje correspondiente a la excitación  $r * u_g$ . Para este sistema, las condiciones iniciales de posición, velocidad y voltaje, son 0. El vector de tiempo que determina  $t_0$  y  $t_f$ , viene dado por la excitación  $r * u_g$ . Esta integración directa se realiza con la finalidad de verificar la validez del modelo.

Una vez comprobada la validez del modelo, este es implementado en el entorno de simulación de Matlab, Simulink. En Simulink, se procede con una versión de modelo generada mediante diagramas de bloques, en donde el sistema recibe como *input* una base de datos (o registro), y entrega como *output*, un vector con columnas de tiempo, posición, velocidad y voltaje de la viga piezoeléctrica, en ese orden respectivo. Este modelo, tiene la ventaja de resolver las ecuaciones 3.1 y 3.2 de manera conjunta y acoplada.

A continuación, se procede a una segunda etapa de revisión bibliográfica, con enfoque en métodos de solución de problema inverso de sistemas piezoeléctricos vibratorios en resonancia, vale decir, identificación de la excitación a la que se ve sometido el dispositivo en función del voltaje que este genera.

### 3.1. Problema inverso

Los métodos de identificación de fuerzas, consisten en la medición de la respuesta vibracional de una estructura, la cual puede estar compuesta de desplazamientos, velocidades, aceleraciones o deformaciones, con las que es posible resolver el problema inverso. Para el método empleado en este estudio, se necesitan nociones con respecto a la respuesta a una

excitación tipo impulso.

Un impulso es una fuerza aplicada por un periodo muy breve, o infinitesimal de tiempo. Corresponde a una fuerza no periódica y la respuesta frente a esta excitación es idéntica a la respuesta libre del sistema, frente a condiciones iniciales de desplazamiento cero, y velocidad inicial  $v_0 \neq 0$  [15]. Debido al supuesto de linealidad del fenómeno, es posible aplicar el principio de superposición. Si la excitación es ponderada por un factor  $w_i$ , su respuesta estará ponderada por el mismo factor (ver figura 3.2).

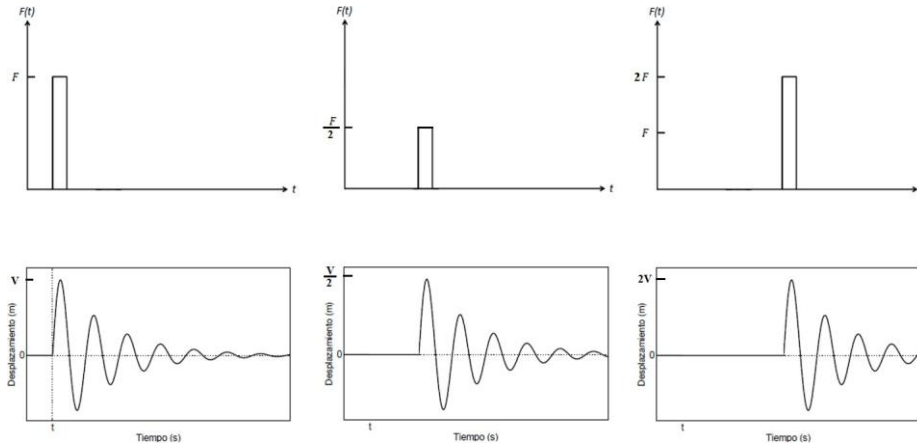


Figura 3.2: Ejemplos de excitación tipo impulso.

Luego, la respuesta de un sistema a una fuerza arbitraria, se puede calcular mediante el concepto de impulso. Se divide la excitación en un conjunto de impulsos ponderados. Se calcula la respuesta libre individual a cada una de estas excitaciones, y se suman las respuestas para calcular la respuesta total [15].

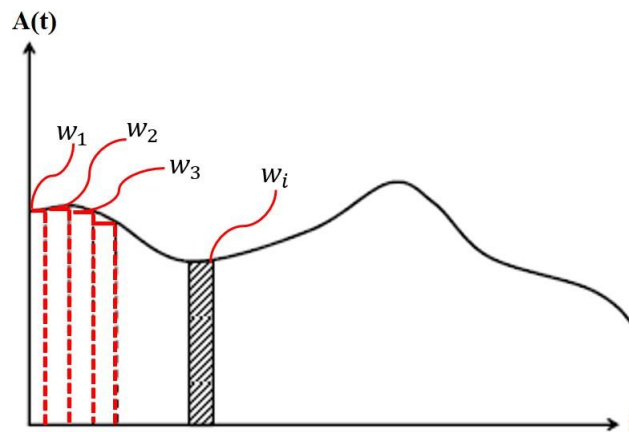


Figura 3.3: Partición de excitación en impulsos.

De este modo, para un impulso de amplitud  $A_j$ , se puede definir la amplitud de las particiones en función de este impulso, al ponderarlo por su respectivo factor  $w_i$  (ver figura 3.3). Con esto, una excitación aleatoria  $A$ , puede ser descompuesta en una combinación lineal de impulsos y sus respectivos factores ponderantes, de la forma:

$$A = \sum w_j A_j \quad (3.4)$$

Sea entonces  $V_j$  la respuesta al impulso  $A_j$ . Por el supuesto de linealidad asumido en el problema, si la excitación  $A_j$  está ponderada por un factor  $w_j$ , entonces también lo estará su respuesta por el mismo factor. Por tanto, al descomponer una excitación aleatoria  $A$ , en una serie de impulsos, la respuesta total  $V$ , puede a su vez ser descompuesta en una combinación lineal de las distintas respuestas ante impulsos  $V_j$ , ponderadas por su respectivo  $w_j$ . Con esto, la respuesta en voltaje del sistema, puede ser escrita como [18]:

$$V = \sum w_j V_j \quad (3.5)$$

A continuación, se simula una excitación  $A$  descompuesta en una serie de impulsos, y su respuesta  $V$ . Esto, con el fin de emular las condiciones de operación del sensor, en donde el dispositivo será excitado por una aceleración, y en consecuencia el material producirá voltaje como respuesta. De este modo, al medir la respuesta  $V$ , se buscan los factores  $w_j$  que hacen que para los impulsos en una base de datos (simulada), su respuesta sea la más similar a la respuesta simulada. Esto se realiza mediante el problema de optimización descrito en la ecuación 3.6:

$$w_i^* = \min_{w_i} \| V - \sum V_i w_i \|^2 \quad (3.6)$$

Finalmente, conociendo los factores  $w_j$ , es posible realizar el calculo inverso, y obtener la excitación  $A$ , al realizar la suma de los factores  $A_j * w_j$ . El problema se reduce a encontrar los coeficientes  $w_j$ . Los factores  $w_j$  tienen un sentido físico de consecutividad, donde cada uno corresponde a un impulso en un tiempo  $t_j$ . Vale decir, el factor  $w_0$  corresponde al ponderante en el instante  $t_0$ , luego  $w_1$  corresponde al factor en el instante  $t_1$ , y así sucesivamente.

Dependiendo de la densidad de la descomposición del *input*, en otras palabras, dependiendo de en cuantas partes se divide la señal de entrada, el problema de optimización podría realizarse para más o menos puntos. Si la señal se divide en 100 partes, se deberán resolver 100 problemas de optimización. Mientras que si la misma señal se divide en 1000 partes, se deberán resolver 1000 problemas de optimización. La calidad de la medición entregada por el problema inverso, estará directamente relacionada con la cantidad de puntos que se midan en la señal. Igualmente, el costo de computación de resolver una mayor cantidad de problemas de optimización, es mayor.

Por la suavidad de la función que describe el fenómeno físico, se espera que los factores  $w_j$  y  $w_{j+1}$ , de dos instantes consecutivos  $t_j$  y  $t_{j+1}$  respectivamente, sean relativamente similares. Con este supuesto, es posible trabajar con una parte de la cantidad de puntos de la señal muestreada, al realizar una interpolación entre los datos, para obtener los factores  $w_j$  de aquellas particiones entre los puntos tomados como muestra. Este proceso, mejora y optimiza el funcionamiento del algoritmo, al trabajar con una fracción de los datos, en lugar de con su totalidad.

## 3.2. Optimización de proceso computacional

Al implementar los procesos Gaussianos en el algoritmo de solución del problema dinámico inverso, es posible optimizar el proceso de resolución, al trabajar solo con una parte de los datos muestreados, en lugar de su totalidad. De este modo, se puede generar un modelo continuo a partir de un set de datos discretos en un tiempo  $t$ , dado por la base de datos. La calidad del modelo está sujeta a la resolución de los datos de entrenamiento, vale decir, el modelo se ve limitado por la cantidad de datos que se tomen de la descomposición de la excitación.

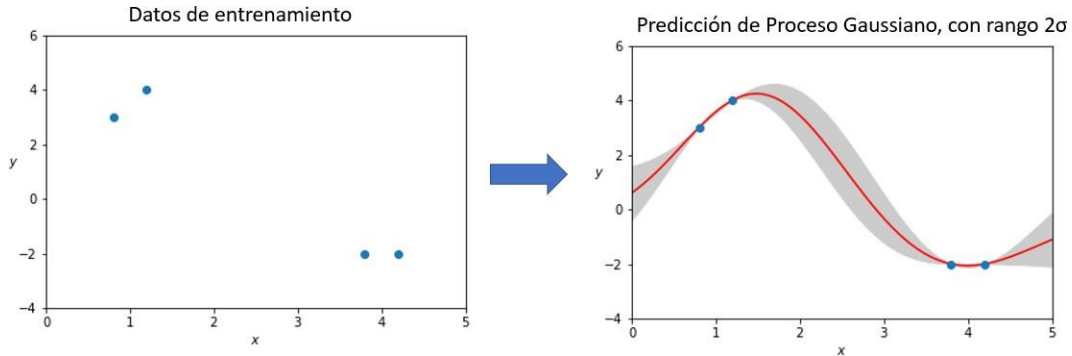


Figura 3.4: Esquema: Procesos Gaussianos. Fuente: Gaussian processes are not so fancy, 2018 [20].

En particular, la aplicación para este estudio, consiste en la utilización de Procesos Gaussianos para interpolar los factores  $w_j$  respectivos a cada termino de la combinación lineal  $V = \sum V_j w_j$ . Primero, se descompone el vector de tiempo de la base de datos a su quinta parte. Con estos datos, reducidos con respecto a la descomposición completa de la respuesta, se determinan las matrices Kernel utilizadas para la interpolación de los valores faltantes de los factores  $w_j$ . Se realiza la optimización del problema inverso, con lo que se obtiene un conjunto de soluciones  $w_j$ . Luego, se interpolan el resto de factores ponderantes a partir de los obtenidos por esta optimización, mediante la determinación de la función que describe la respuesta en voltaje, inferida mediante Procesos Gaussianos.

Una vez obtenida esta función, se cuenta con los factores  $w_j$  que ponderan la respuesta en voltaje y la excitación tipo impulso. De esta manera, con estos factores es posible determinar la excitación total, al realizar la combinación lineal  $\hat{A} = \sum A_j w_j$ .

En este trabajo, se compara la predicción del modelo obtenido mediante procesos Gaussianos, con la respuesta simulada, para evaluar el error existente de la primera señal con respecto a la segunda. Por lo tanto, se presentan resultados gráficos de error entre las señales en función de la frecuencia de muestreo. Con respecto a este punto, no se han encontrado en la literatura, investigaciones en las cuales se implementen procesos Gaussianos con la finalidad de modelar la respuesta de acelerómetros cuyo principio de funcionamiento se base en recolectores de energía piezoeléctricos.



Se procede a una etapa de selección de caso de estudio, especificando el tipo de recolector piezoeléctrico y sus características, utilizando el algoritmo desarrollado como herramienta de diseño, evaluando los beneficios asociados a su uso, y las limitaciones del uso de esta tecnología como acelerómetro. Para fines de esta investigación, se simulan aceleraciones de diversa naturaleza, tales como señales sinusoidales puras, acopladas, puras con ruido, y acopladas con ruido. Además, se simulan excitaciones tipo fuerza impulso, sobre cuya respuesta se aplica el método de solución del problema dinámico inverso, para validar el algoritmo.

Finalmente, se procede a una etapa de diseño mecánico del dispositivo. Este diseño se sugiere en consideración de la geometría del material y de los requerimientos de pruebas experimentales del dispositivo. Este contempla una salida, no para alimentación externa, sino para medición del voltaje generado, por conceptos de pruebas.

# Capítulo 4

## Resultados y discusión

En esta sección, se mostrarán y discutirán los diferentes resultados relevantes obtenidos mediante el cumplimiento de los hitos clave señalados como objetivos específicos. Cabe destacar que para este fin, se evalúan los efectos del segundo modo de vibración, ya que, por la naturaleza del fenómeno dinámico, modos mayores a este, presentarán un efecto despreciable en los esfuerzos (y por ende en la aceleración). De igual manera, la simulación del problema se realiza totalmente para una conexión tipo en serie de las placas piezoeléctricas, lo que corresponde al tipo de conexión empleada en acelerómetros, y con fines de sensor, al ser la conexión que genera el mayor voltaje [17]. Además se considera una masa en el extremo de la viga (*tipmass*) de 0 Kg.

En primer lugar se realiza la implementación de las ecuaciones dinámicas con el fin de describir el comportamiento del sistema. Luego, se desarrolla un algoritmo de integración numérica del modelo, el cual tiene por objeto resolver el problema directo. Mediante la simulación de una excitación tipo impulso, y utilizando el método de integración directa, es posible obtener la respuesta del sistema, con lo que considerando excitación y respuesta se genera una base de datos de referencia. A continuación, con esta base de datos, se procede a emplear el algoritmo de solución para el problema dinámico inverso, cuyos resultados serán comparados con la referencia. De esta manera, se busca validar el algoritmo empleado en el trabajo.

### 4.1. Validación de algoritmo

Para la validación del algoritmo de solución del problema dinámico inverso, en primer lugar se comparan directamente las señales de respuesta en voltaje simulado y aquellas obtenidas mediante el modelo, a través de la visualización de los valores RMS y peak to peak de estas. Esta misma comparación es realizada con las funciones de aceleración (excitación), simulada y obtenidas mediante el modelo. Con este fin, se evalúa la precisión del modelo frente a un rango de frecuencias de excitación de [100, 400] [Hz], con distintos set de datos de entrenamiento, en los cuales se varía la cantidad muestras entre 100 y 800 puntos de la señal, y la cantidad de ciclos que se observan, en un rango de [2, 7] ciclos.

A continuación se muestran los resultados para casos de interés donde la cantidad medida de ciclos  $N$ , y cantidad de puntos muestreados por segundo es variable. La señal de voltaje simulada es medida en mV, por ser el orden de magnitud de la carga generada por la viga *bimorph*. Para la evaluación de valor absoluto de aceleración se utilizarán valores de gravedad. Los valores encontrados en las medidas peak to peak, son mayores que aquellos encontrados en las medidas de RMS, esto debido a la propia definición de la medida, donde peak to peak evalúa la señal desde su punto mínimo y hasta su punto máximo, entregando la magnitud de esta diferencia. Mientras que el RMS es una medida que da cuenta de la energía promedio que hay en una señal.

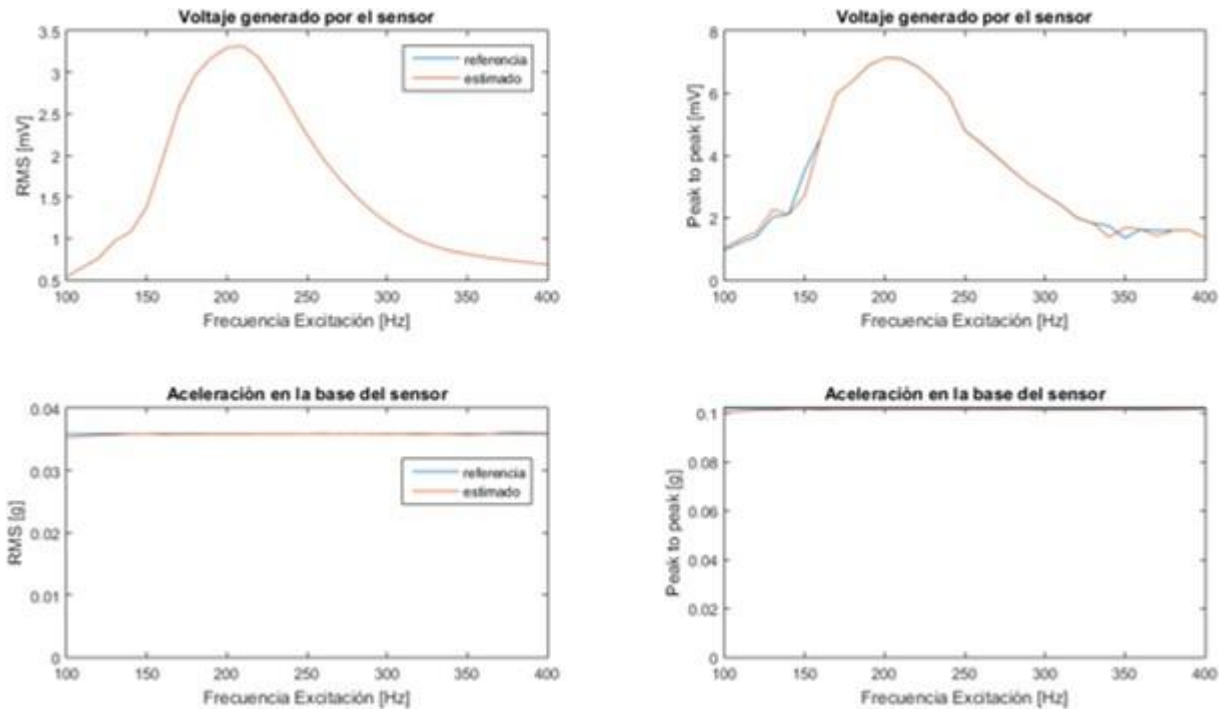


Figura 4.1: Comparación RMS y peak to peak de voltajes simulados y resultados del problema inverso, para  $N=3$  y 100 puntos de muestreo.

Notar que en las figuras 4.1, 4.2, 4.3 y 4.4, se muestran dos curvas en cada gráfico, donde la representada en color azul corresponde a la base de datos de referencia, mientras que la señalada en color naranja representa la función obtenida mediante la solución del problema dinámico inverso.

La figura 4.1 muestra que los valores RMS y peak to peak de las señales comparadas se encuentran en un orden de magnitud similar. Más aún, en estos resultados preliminares ya es posible observar que el modelo muestra un comportamiento similar al de los datos simulados, con irregularidades en un rango de frecuencias de excitación entre 100 y 200 Hz, para los valores peak to peak de voltaje. Sin embargo, esto no se ve reflejado en el comportamiento de la aceleración simulada y modelada. Esta variable muestra un grado de semejanza con la señal simulada suficiente como para considerar que el modelo cumple con predecir el

comportamiento del fenómeno.

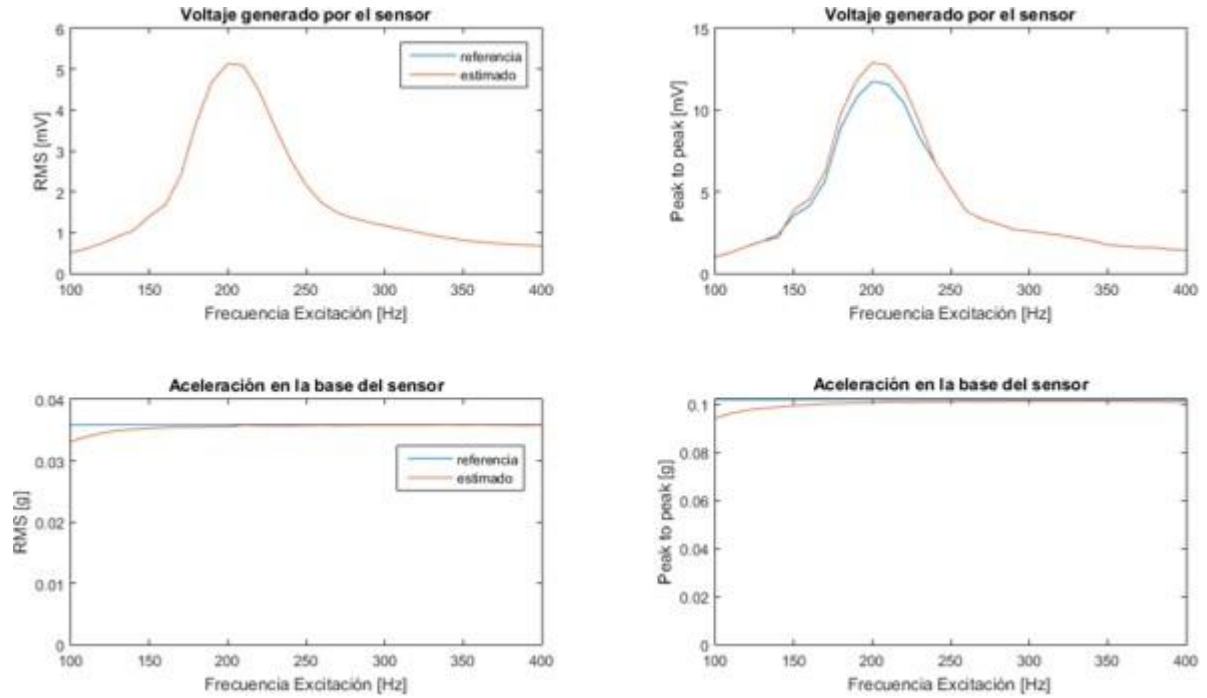


Figura 4.2: Comparación RMS y peak to peak de voltajes simulados y resultados del problema inverso, para  $N=5$  y 100 puntos de muestreo.

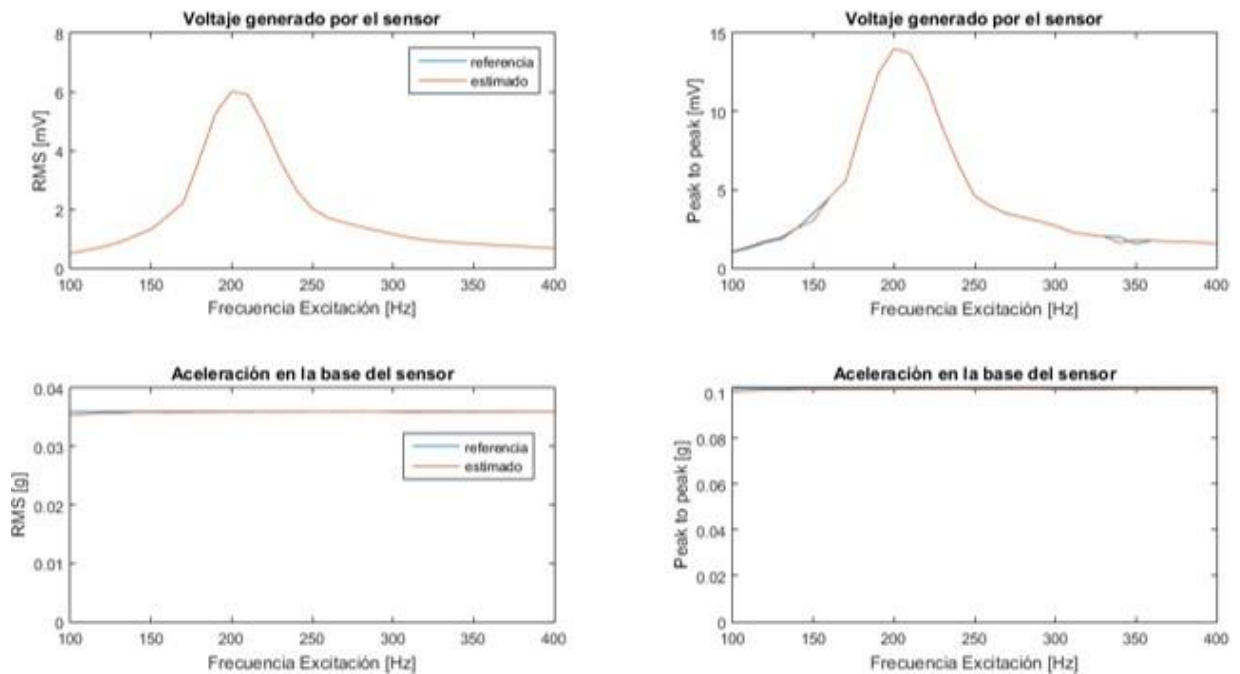


Figura 4.3: Comparación RMS y peak to peak de voltajes simulados y resultados del problema inverso, para  $N=6$  y 200 puntos de muestreo.

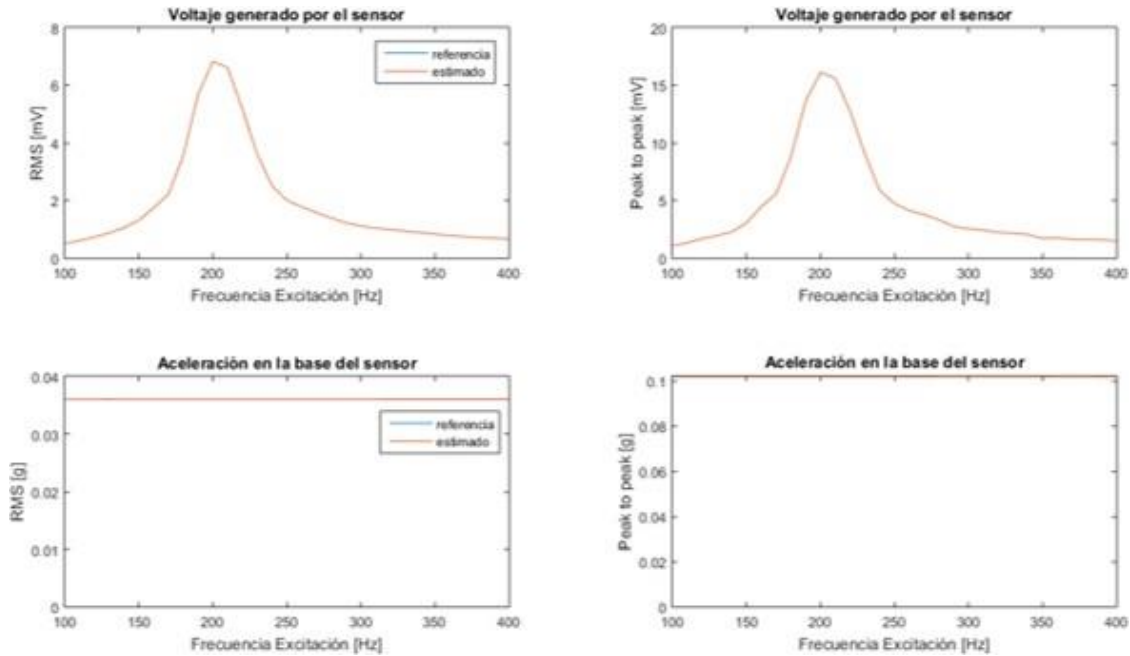


Figura 4.4: Comparación RMS y peak to peak de voltajes simulados y resultados del problema inverso, para  $N=7$  y 800 puntos de muestreo.

De la observación de las figuras 4.1, 4.2, 4.3 y 4.4, es posible notar que la calidad del modelo mejora conforme se evalúan más ciclos completos y al aumentar la cantidad de puntos de muestreo. En general, la respuesta y excitación presentan un comportamiento similar al de los datos simulados. Las principales discrepancias se observan en frecuencias de excitación tales que podrían generar un fenómeno de *aliasing* debido a la frecuencia de muestreo. De igual manera, las discrepancias en la predicción del fenómeno, pueden deberse a las suposiciones tomadas a la hora de modelar el problema, tales como el haber despreciado el efecto de otros modos de vibración fuera del segundo modo longitudinal.

Otro resultado destacable de estas figuras, es que el fenómeno de resonancia ocurre en el entorno de la frecuencia natural del sistema viga *bimorph*, correspondiente a 202 [Hz]. Esto es relevante para el desarrollo de sensores basados en recolectores de energía piezoeléctricos, pues al ser estos componentes de rigidez media, en comparación con los acelerómetros piezoeléctricos y piezoresistivos, se espera que su operación se produzca en condiciones tales que se produzca el fenómeno de resonancia. Si esto ocurre, es posible que las mediciones pierdan certeza, debido a la amplificación de la respuesta. Por este motivo, es necesario identificar el rango de operación para este sensor, en donde el modelo prediga de manera más exacta el comportamiento de la señal de voltaje generada, y su posterior transducción en aceleración.

La optimización de la resolución del problema dinámico inverso se alcanza mediante la implementación de herramientas de aprendizaje de máquinas. Como se mencionó en el capítulo Metodología, sección Procesos Gaussianos, en la literatura no se han encontrado casos documentados de la implementación de esta técnica en el modelamiento de la respuesta de recolectores piezoeléctricos *bimorph*, para su evaluación como acelerómetros. En este aspecto, el complementar el desarrollo de estos dispositivos con herramientas de aprendizaje de

maquinas tales como son los procesos Gaussianos, representan una innovación en la academia y la ingeniería. En particular, este método permite reducir los costos de computación, al permitir modelar un fenómeno con una cantidad de datos reducida. Esto facilita la construcción de los dispositivos al permitir su funcionamiento con sistemas de adquisición de datos de 16 bits, siendo esta una resolución suficiente para la operación del sensor. Sin embargo, al mismo tiempo presenta la limitante de requerir datos de entrenamiento para inferir la función que gobierna determinado fenómeno, por lo que no es posible predecir el comportamiento del sensor hasta que este ha sido probado en terreno con datos adquiridos por el mismo. En este sentido, se hace cada vez más evidente y necesario el aspecto autónomo de los dispositivos que esta investigación apunta a desarrollar.

Notar que, para el caso de la mayor cantidad de ciclos y puntos posibles en el rango evaluado (correspondiente a  $N = 7$  ciclos, y 800 puntos de muestreo), las señales simuladas y modeladas, tienen un comportamiento idéntico en la resolución observada. Sin embargo, es de interés evaluar no solo la similitud de las señales, sino su nivel de correspondencia. Esta evaluación se realiza en términos de error, midiendo la diferencia entre los modelos simulados y obtenidos por procesos Gaussianos, de manera porcentual. Debido a la resolución de las medidas de error (por el carácter discreto del set de datos simulados), se obtiene en primer lugar una medición de error discreta, en la cual se estudian sus curvas de nivel, con el fin de visualizar de manera amigable, los niveles de error. Luego, se genera una malla equiespaciada sobre el error, en función del número de puntos medidos y de la frecuencia de muestreo, mediante una interpolación de datos dispersos. Posteriormente, utilizando interpolación en 2D sobre mallado equiespaciado se obtiene una curva de error suavizada, en donde es posible observar de manera más clara las curvas de nivel y su comportamiento para distintas frecuencias de muestreo y cantidad de puntos medidos.

A continuación se muestran los resultados relevantes obtenidos de la ejecución del algoritmo de suavizado de curvas de error. Estas simulaciones se realizan para distintas frecuencias de excitación  $f$ , en el rango comprendido entre [100, 400] [Hz]. De igual manera, las expresiones de error a continuación, se evalúan para distintas cantidades de ciclos completos medidos, entre 5 y 50 ciclos. Luego, la cantidad de ciclos medidos, determina la cantidad de puntos medidos en un rango de tiempo, donde este rango de tiempo viene dado por:

$$T_{max} = \frac{1}{f} \cdot N_{ciclos} \quad (4.1)$$

En este algoritmo en particular, el rango de frecuencias de muestreo se calcula en función de la frecuencia de excitación, con el fin de evitar el fenómeno de *aliasing*, según la formula:

$$f_s = [10 \cdot f, 10 \cdot f + 200] \quad (4.2)$$

De las figuras 4.5, 4.6, 4.7 y 4.8, uno de los resultados más inmediatos y observables, es que mientras más cerca se encuentre el valor de la frecuencia de muestreo, de  $10 \cdot f$  mayor es el error entre la señal simulada y la obtenida por el modelo. Sin embargo, este error decrece rápidamente a medida que se aumenta la cantidad de puntos muestreados de la señal. Los

mayores niveles de error se observan para las frecuencias de excitación de 100 y 400 Hz, alcanzando niveles superiores a 60 %.

Para el caso de 100 Hz de frecuencia de excitación (ver figura 4.5), se observa que, independiente de la frecuencia de muestreo, el error del modelo se ve principalmente afectado por la cantidad de puntos muestreados de la señal. Este comportamiento es similar para las frecuencias de excitación de 300 y 400 Hz, donde en particular, conforme más mediciones se realizan por segundo, el error aumenta, sin embargo disminuye frente a más puntos tomados de la señal. Por otro lado, para el caso de 200 Hz de excitación (ver figura 4.6), se identifica un error puntual en torno a la menor frecuencia de muestreo y el menor número de puntos muestreados. Esto guarda directa relación con el fenómeno de resonancia en torno a esta frecuencia. Resultados similares se observan para el caso de 150 Hz de excitación (ver Anexo A, A.1).

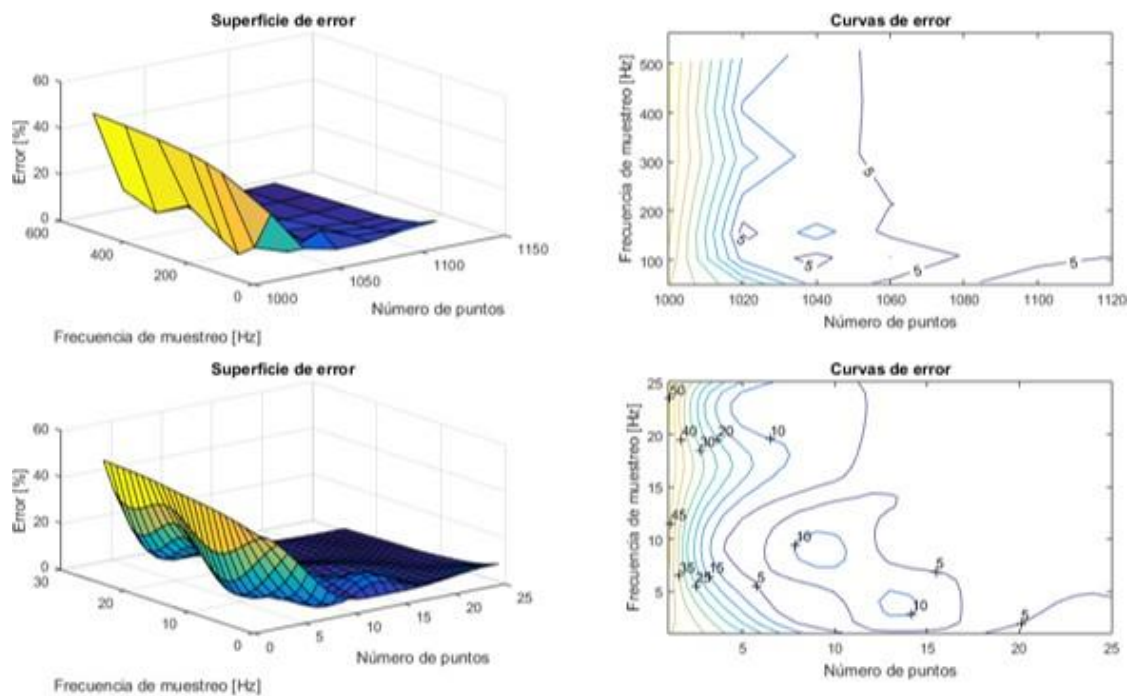


Figura 4.5: Comparación modelos predictivos: error discreto (parte superior), error suavizado (parte inferior). Frecuencia de excitación = 100 Hz.

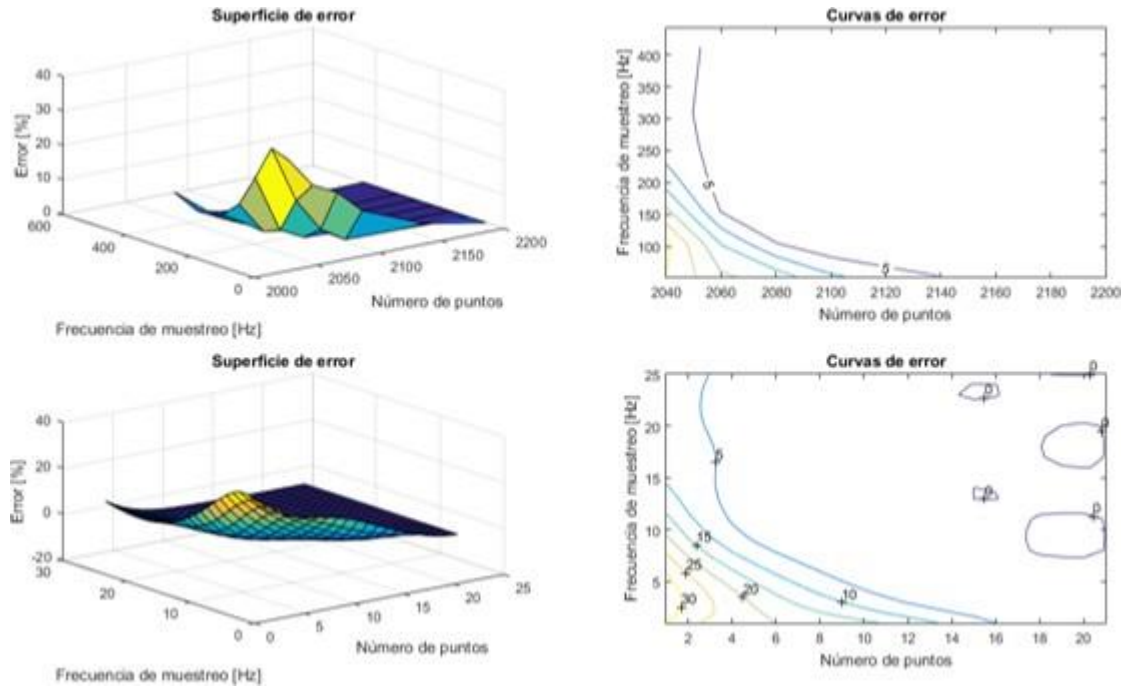


Figura 4.6: Comparación modelos predictivos: error discreto (parte superior), error suavizado (parte inferior). Frecuencia de excitación = 200 Hz.

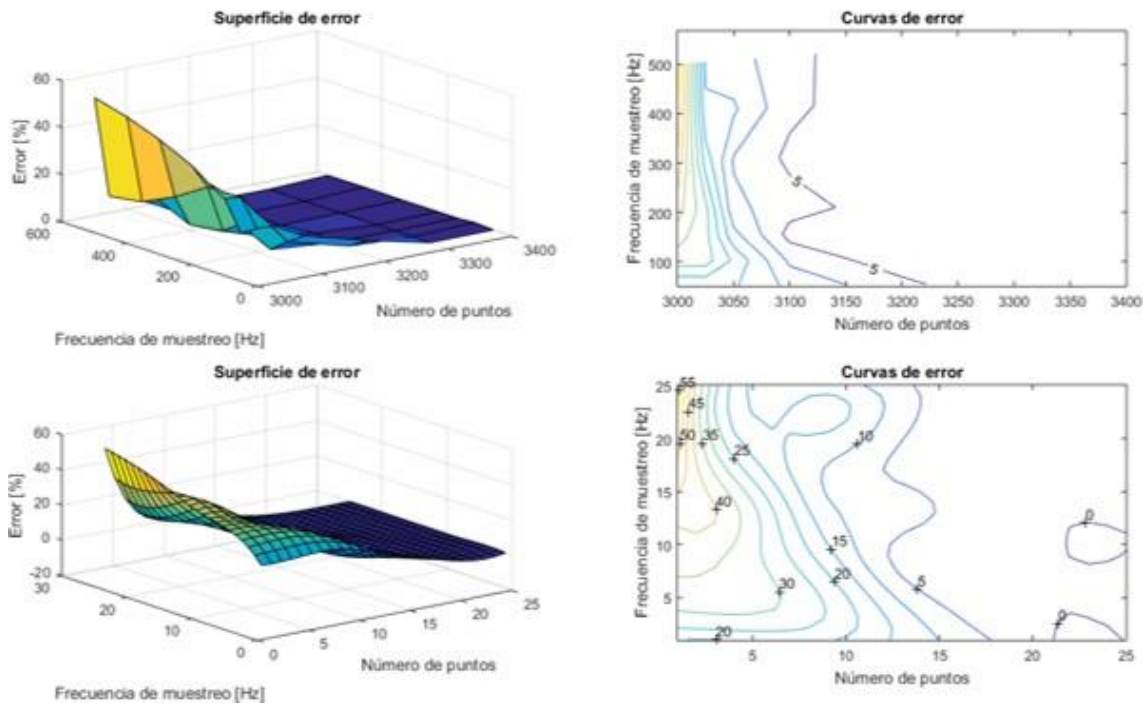


Figura 4.7: Comparación modelos predictivos: error discreto (parte superior), error suavizado (parte inferior). Frecuencia de excitación = 300 Hz.



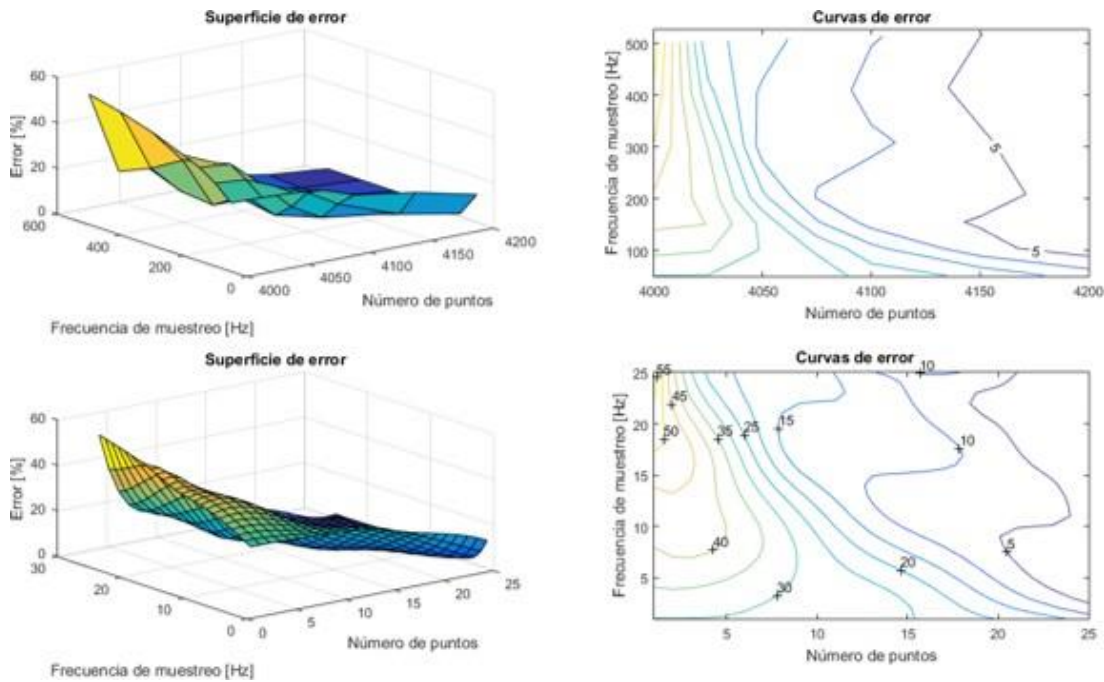


Figura 4.8: Comparación modelos predictivos: error discreto (parte superior), error suavizado (parte inferior). Frecuencia de excitación = 400 Hz.

Para lograr evaluar las limitaciones del uso de recolectores de energía piezoeléctricos como acelerómetros, es de interés estudiar las curvas de 5 y 10 % de error, para distintos regímenes de excitación. Hasta este punto, las evaluaciones del modelo se han realizado principalmente para una excitación sinusoidal pura, de la forma:

$$A = 0,5 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot T \cdot f) \quad (4.3)$$

donde el vector de tiempo  $T$ , está determinado por el tiempo máximo de la señal  $T_{max}$ , según el rango:

$$T = \begin{matrix} h & i \\ 0 & : \frac{1}{f_s} : T_{max} \end{matrix} \quad (4.4)$$

con frecuencia de muestreo  $f_s$ .

## 4.2. Casos de estudio

Se presentarán las curvas de 5 y 10 % de error frente a excitaciones de tipo señal sinusoidal pura, con ruido, acoplada y acoplada con ruido. De manera que se evalúan las limitaciones del algoritmo frente a distintas condiciones de operación, y como estas afectan en la calidad de las predicciones realizadas, tanto para el voltaje producido como respuesta, como para la aceleración inferida mediante la solución del problema inverso.

## 4.2.1. Caso: Excitación sinusoidal pura

### 4.2.1.1. Sin ruido

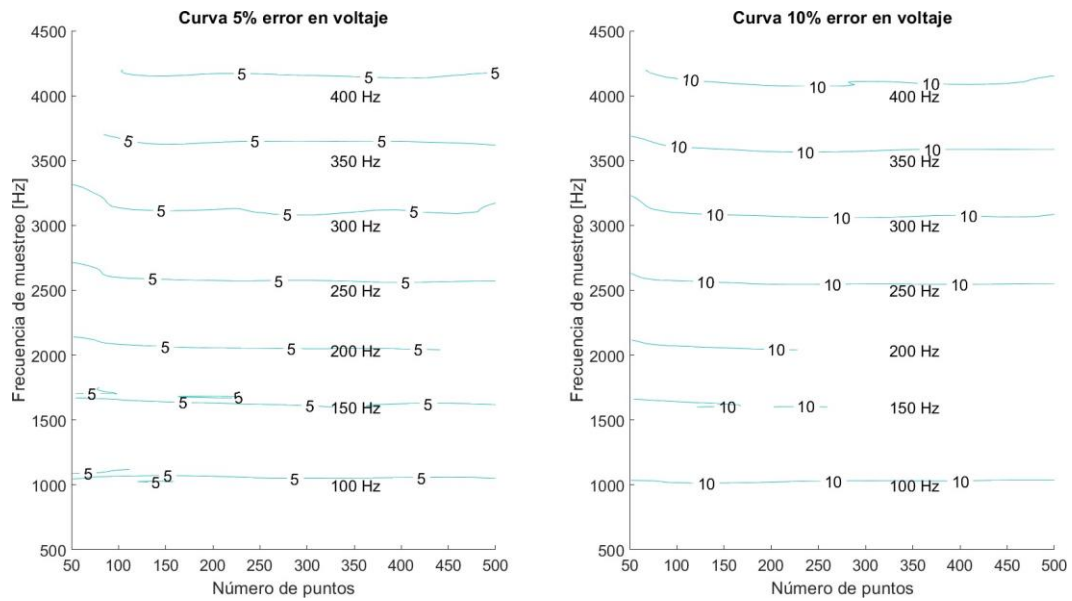


Figura 4.9: Curvas de isoerror en voltaje. Caso excitación sinusoidal pura.

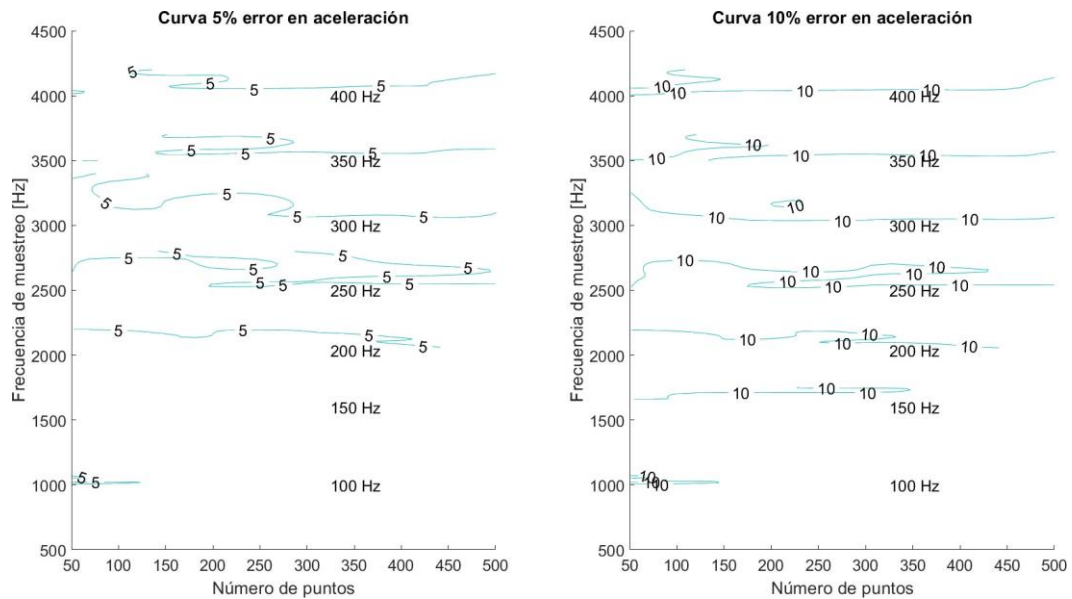


Figura 4.10: Curvas de isoerror en aceleración. Caso excitación sinusoidal pura.

#### 4.2.1.2. Con 1% de ruido

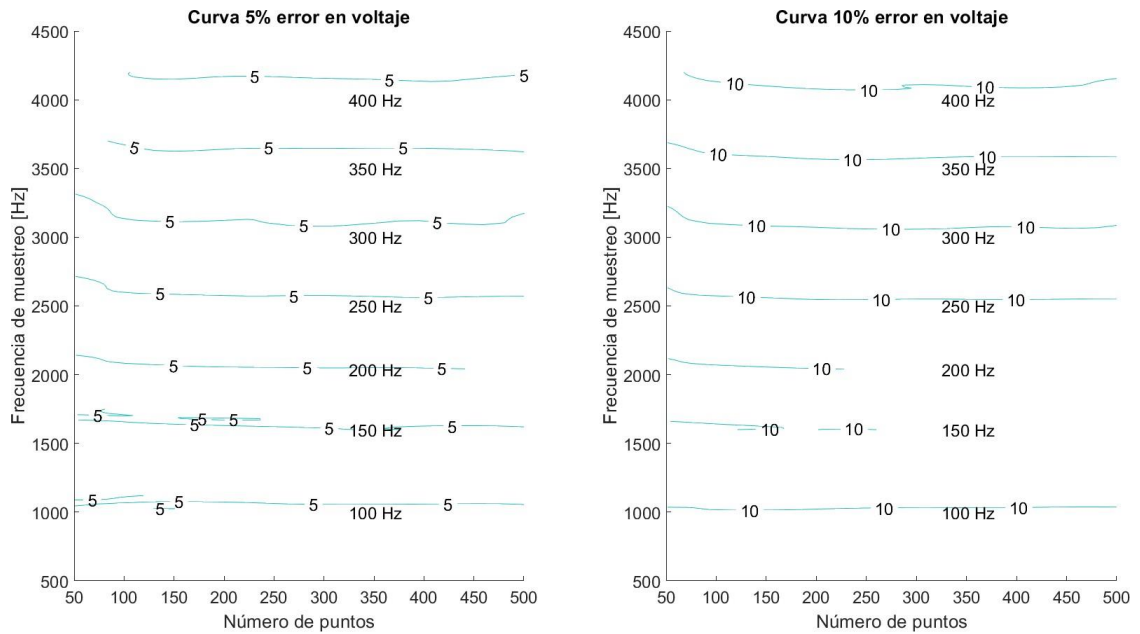


Figura 4.11: Curvas de isoerror en voltaje. Caso excitación sinusoidal pura con 1% de ruido.

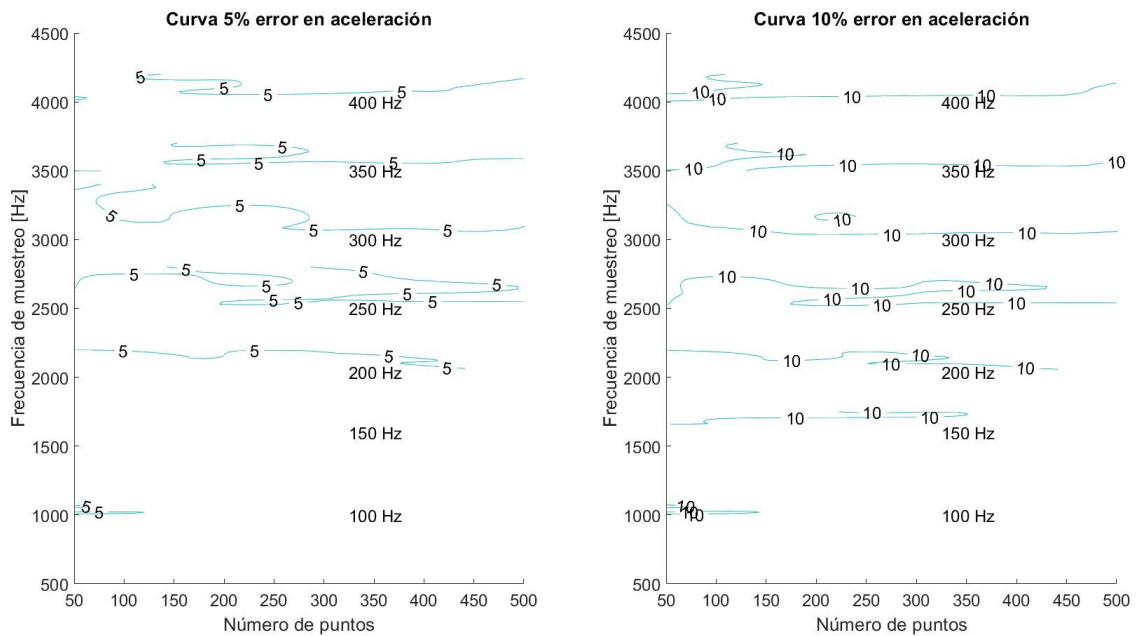


Figura 4.12: Curvas de isoerror en aceleración. Caso excitación sinusoidal pura con 1% de ruido.

### 4.2.1.3. Con 5 % de ruido

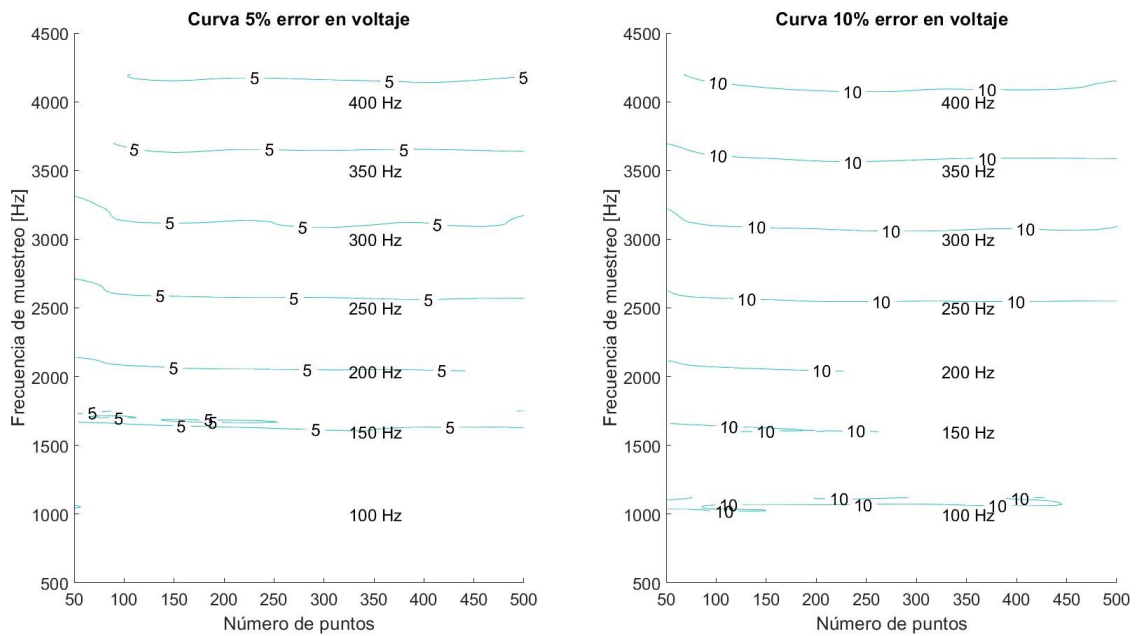


Figura 4.13: Curvas de isoerror en voltaje. Caso excitación sinusoidal pura con 5 % de ruido.

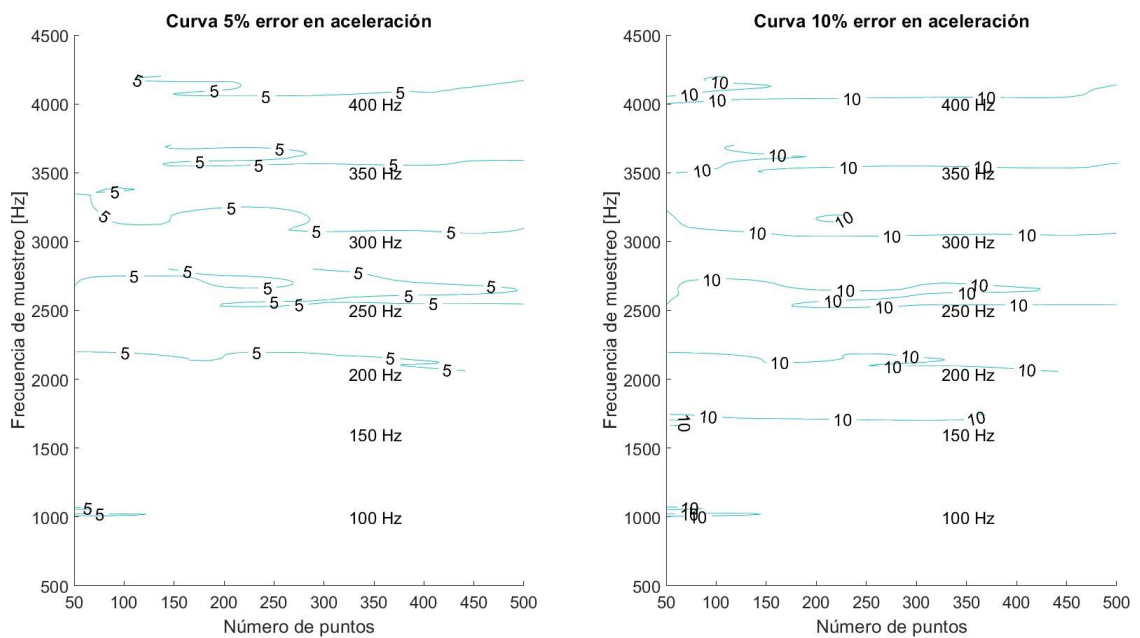


Figura 4.14: Curvas de isoerror en aceleración. Caso excitación sinusoidal pura con 5 % de ruido.

#### 4.2.1.4. Con 10 % de ruido

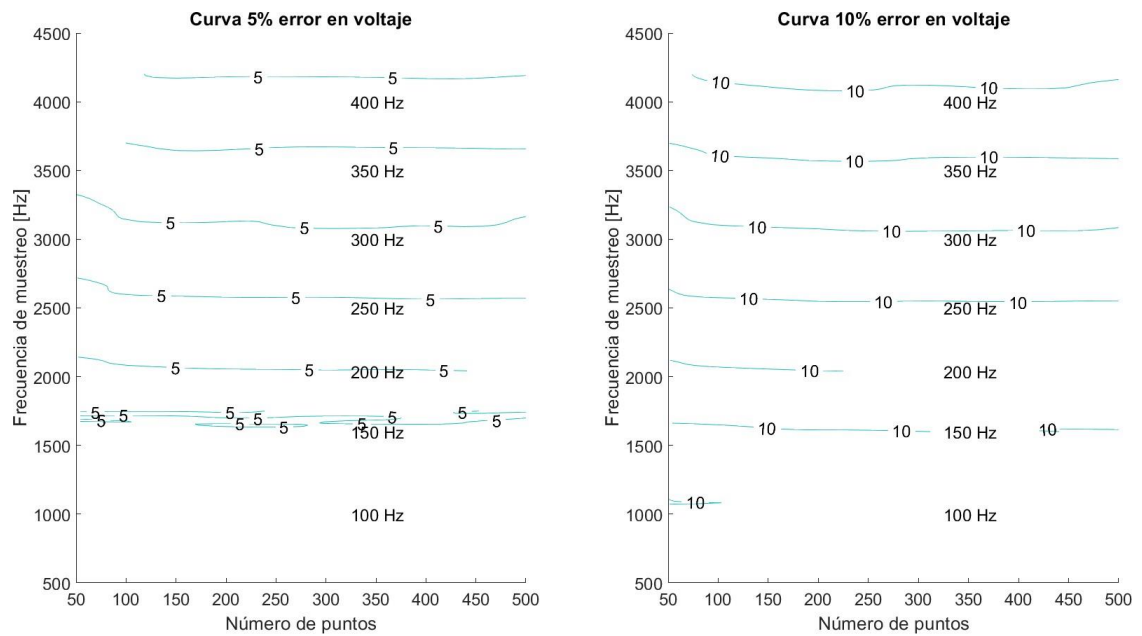


Figura 4.15: Curvas de isoerror en voltaje. Caso excitación sinusoidal pura con 10 % de ruido.

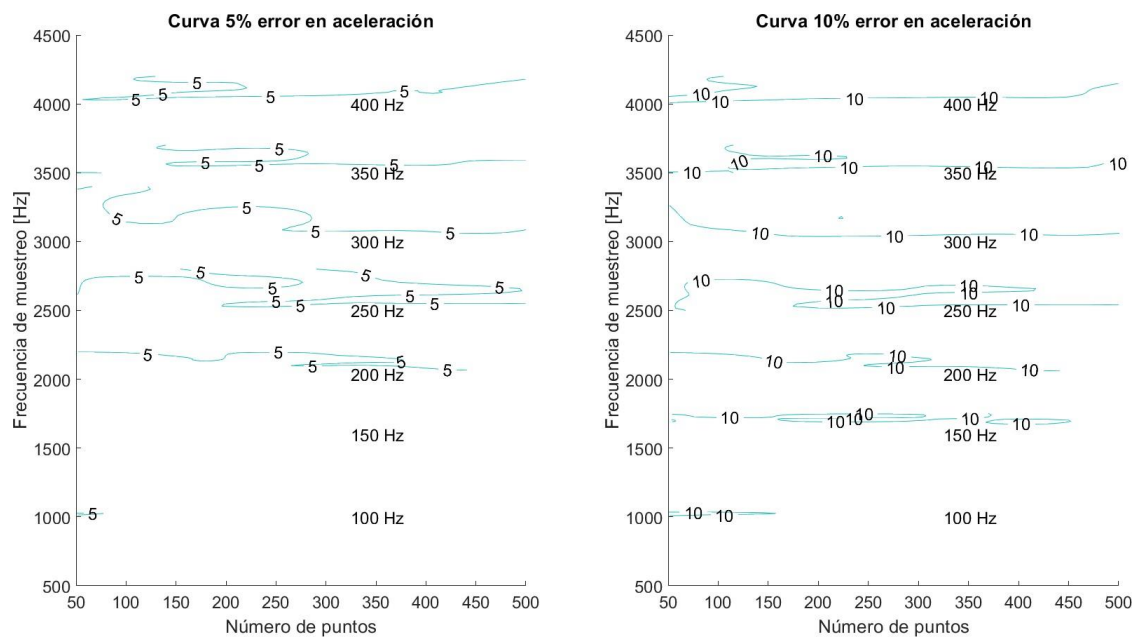


Figura 4.16: Curvas de isoerror en aceleración. Caso excitación sinusoidal pura con 10 % de ruido.

#### 4.2.1.5. Con 20 % de ruido

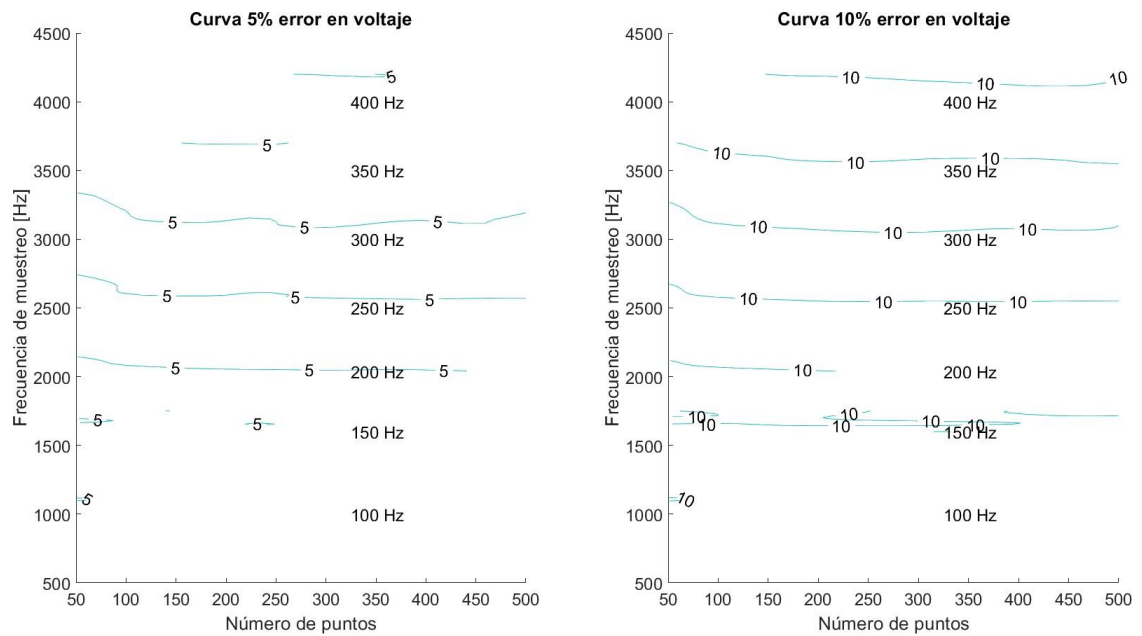


Figura 4.17: Curvas de isoerror en voltaje. Caso excitación sinusoidal pura con 20 % de ruido.

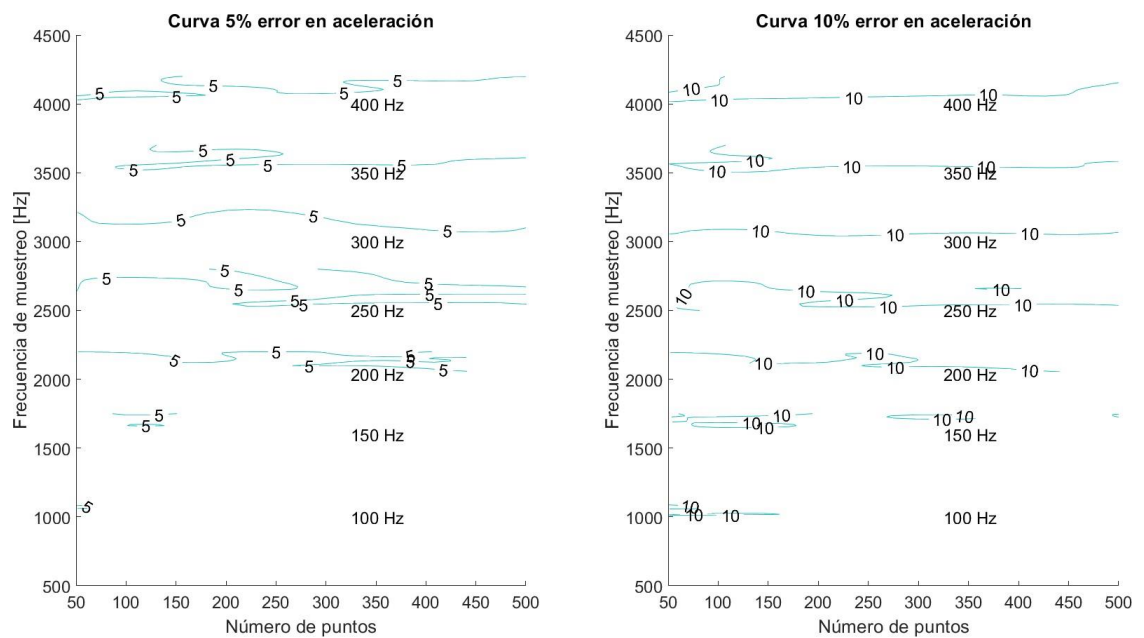


Figura 4.18: Curvas de isoerror en aceleración. Caso excitación sinusoidal pura con 20 % de ruido.

Con respecto a las figuras 4.11, 4.13, 4.15 y 4.17, el ruido asociado a las excitaciones utilizadas en estas evaluaciones del modelo, se obtiene de una distribución normal de media 0 y desviación estándar  $A \cdot r$  %, donde  $A$  corresponde a la amplitud de la aceleración y  $r$  es el nivel de ruido utilizado.

En la figura 4.9 se observa que para cada frecuencia de excitación, existe una curva de nivel asociada tanto al 5 como al 10 % de error en el voltaje de la respuesta. Esta gráfica es una representación particular de las figuras 4.5, 4.6, 4.7 y 4.8, mostrando de manera comparativa las frecuencias de muestreo para las que cada frecuencia de excitación presenta los niveles de error deseados. En particular, para las curvas de 10 % de error, se destaca el comportamiento de las frecuencias de excitación 150 y 200 Hz, para las cuales la curva de error está restringida a una cantidad de puntos de muestreo, fenómeno que no se muestra con otras frecuencias de excitación.

En el caso de la figura 4.10, se identifica que para la mayor parte de las frecuencias de excitación, existen curvas de isoerror tanto de 5 como de 10 %. Para el caso particular de la excitación 150 Hz, el menor nivel de error posible de alcanzar, es 10 %. Esto muestra que, por debajo de la frecuencia natural del sistema, el algoritmo de solución del problema dinámico inverso es menos preciso que por encima de esta.

Conforme se aumenta el nivel de ruido que presenta esta señal, se evidencia que las curvas de error se vuelven cada vez más complejas, o dejan de estar presentes. Esto puede ocurrir debido a que, para señales con ruido, los modelos obtenidos mediante procesos Gaussianos son menos precisos, pues en los datos de entrenamiento se incluyen aquellos que presentan poco nivel de similitud entre ellos. En la literatura [9], se ha expresado que mediante una modificación de los factores del Kernel del modelo, es posible inducir mayores niveles de correlación entre los datos de entrenamiento y el modelo obtenido por medio del algoritmo, esto asociado a un mayor costo de computación. De igual manera, es apreciable que el algoritmo utilizado es sugerido para señales sin ruido. Por tanto, con la finalidad de mejorar la veracidad del modelo mediante reducción de los niveles de ruido en la señal, se sugiere la implementación de filtros y tratamientos en la adquisición de los datos, antes de ser procesados por el algoritmo de solución y optimización. Estos filtros pueden ser tanto análogos (integrados en la electrónica del sensor), como digitales. No se ahondará en métodos de tratamiento de la calidad de la señal, debido a que se encuentra fuera de los alcances de la investigación. Sin embargo se propone como aspecto a considerar para futuros avances en esta materia.

A partir del nivel de 5 % de ruido, se ve que las curvas de error para la frecuencia de excitación 100 Hz sufren alteraciones mayores, llegando a desaparecer cuando se trabaja con 10 % de ruido. Por ejemplo, para un 20 % de ruido, el modelo tiene un error no menor a 5 %, y similar a 10 % en todas las simulaciones. Lo anterior es muestra de que para estos niveles de ruido, el algoritmo es incapaz de predecir el comportamiento de la respuesta de manera precisa (ver figuras B.1 y B.2, sección Anexo B). Algo similar ocurre con la frecuencia de excitación de 150 Hz, pero a partir del 20 % de ruido. Lo que da cuenta del nivel de confiabilidad del algoritmo, vale decir que para condiciones de operación en que el dispositivo funcione con excitaciones variables y ruidosas, las mediciones obtenidas a bajas frecuencias serán poco

precisas, pudiendo incluso, no ser útiles debido a elevados niveles de error. Sin embargo, el modelo muestra un comportamiento aceptable para niveles de ruido bajos, llegando a predecir satisfactoriamente la respuesta en voltaje de la viga, para niveles de ruido de entre 1 y 5 % (ver figuras 4.9 y 4.11).

Con respecto al comportamiento de la solución del problema dinámico inverso, vale decir, al evaluar la confiabilidad del algoritmo para inferir la excitación de un sistema, dada su respuesta en voltaje, se aprecia en las figuras 4.10, 4.12, 4.14, 4.16 y 4.18 que, independiente del nivel de ruido que exista en la señal, el algoritmo alcanza resultados con a lo menos un 5 % de error para frecuencias de excitación mayores o iguales a 200Hz. Estos resultados, permiten confirmar la viabilidad del uso de recolectores de energía piezoeléctricos, como acelerómetros, al utilizar el algoritmo desarrollado como método de transducción. Más aún, el algoritmo es confiable para elevados niveles de ruido. Por tanto, se prevé que en caso de implementar tratamientos de la señal previos a la solución del problema inverso, estos resultados mejorarían su calidad.

Por otro lado, para frecuencias relativamente altas (350 y 400 Hz), se observa que conforme el nivel de ruido incrementa, sus curvas de error en voltaje tienden a restringirse a un rango de cantidad de datos de entrenamiento. Cabe destacar que, para todos los casos, los niveles de error en voltaje son más elevados para frecuencias de muestreo cercanas a  $10 \cdot f$ , donde  $f$  es la frecuencia de excitación, y disminuyen conforme se aumenta la frecuencia de muestreo. Esto nos dice que, para niveles de ruido elevados, existe un rango de frecuencias de muestreo y número de puntos en el set de datos de entrenamiento, para los cuales, el algoritmo es confiable, lo que a su vez, permite definir un rango de operación. En el caso de las curvas de error en aceleración, para todos los niveles de ruido y frecuencia de excitación, no se observan cambios significativos entre los distintos casos, por lo que el algoritmo se considera confiable en estas condiciones de operación.



## 4.2.2. Caso: Excitación sinusoidal acoplada

### 4.2.2.1. Sin ruido

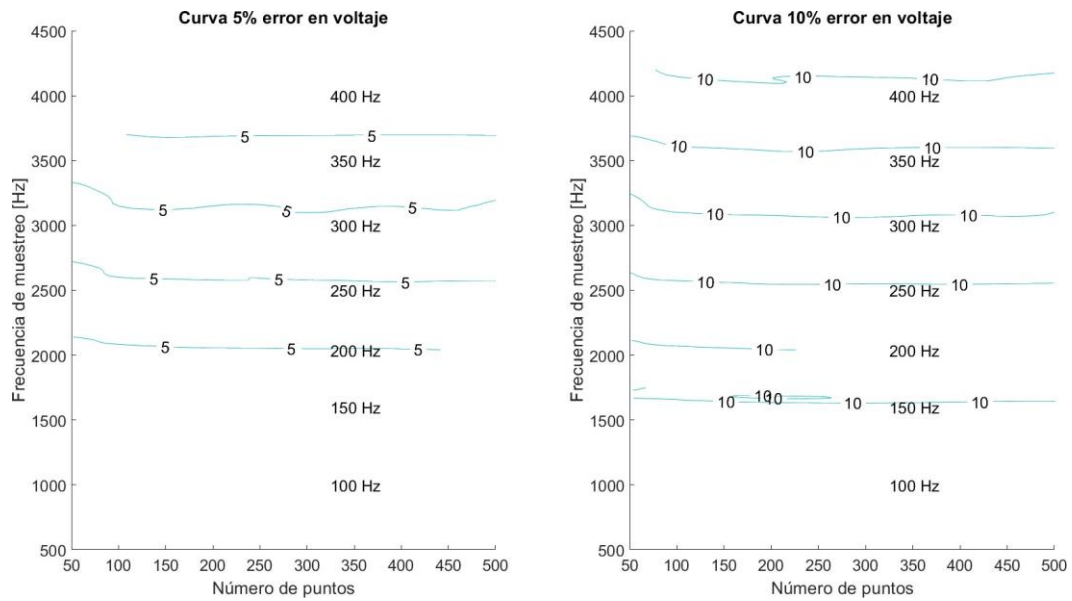


Figura 4.19: Curvas de isoerror en voltaje. Caso excitación sinusoidal acoplada.

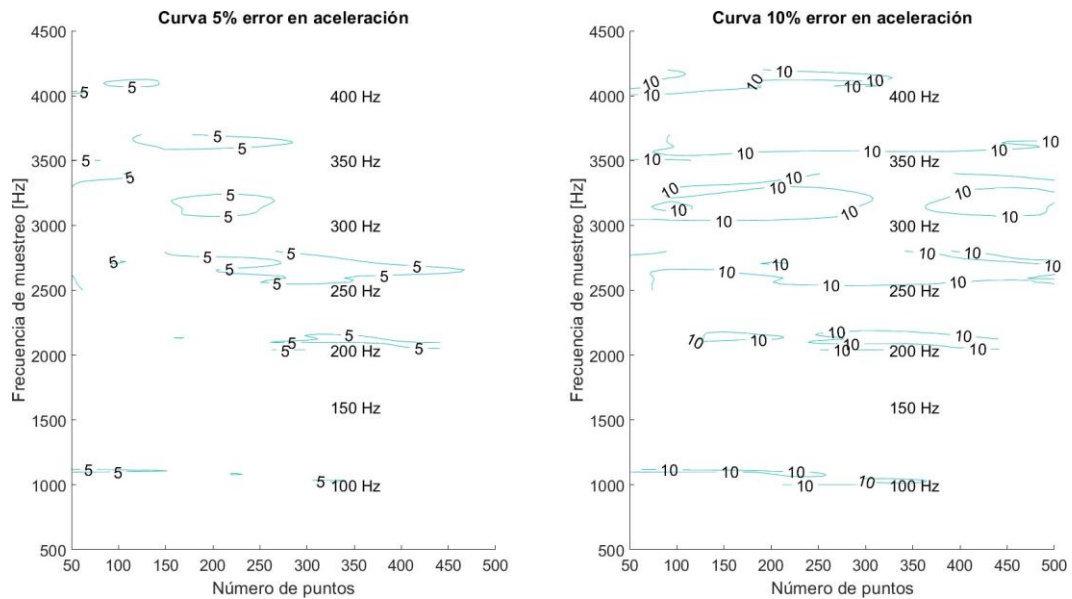


Figura 4.20: Curvas de isoerror en aceleración. Caso excitación sinusoidal acoplada.

#### 4.2.2.2. Con 1% de ruido

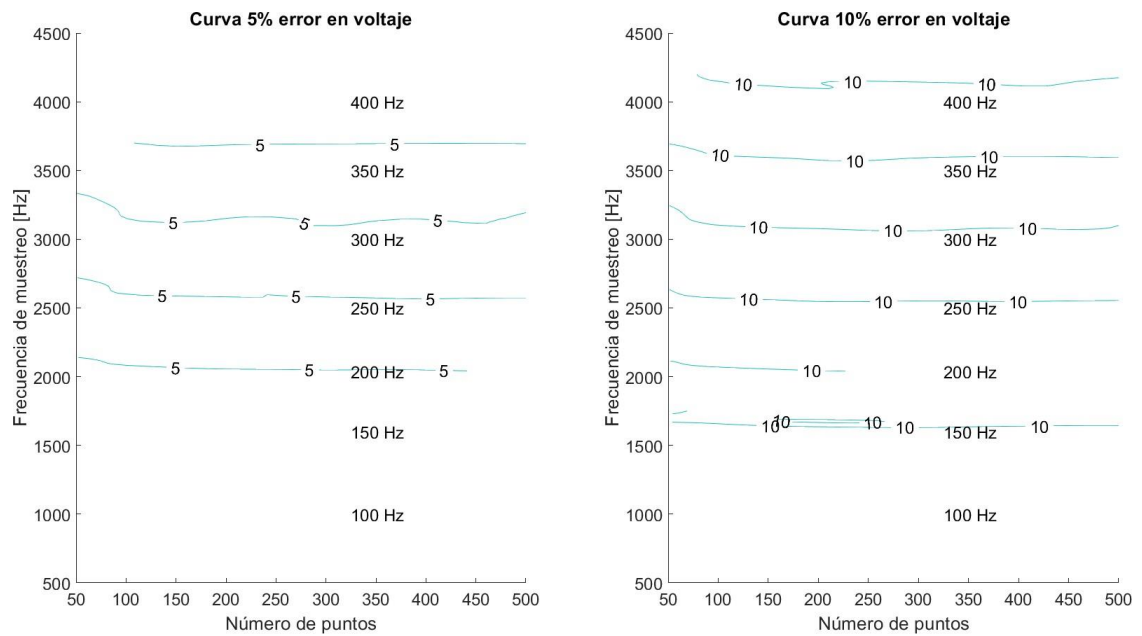


Figura 4.21: Curvas de isoerror en voltaje. Caso excitación sinusoidal acoplada con 1% de ruido.

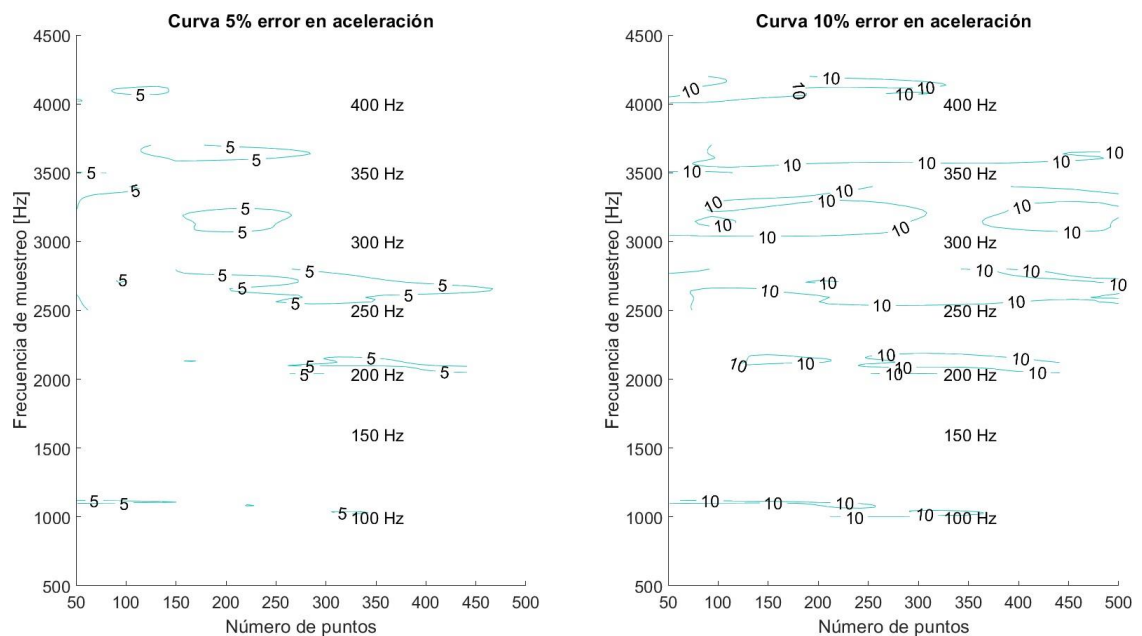


Figura 4.22: Curvas de isoerror en aceleración. Caso excitación sinusoidal acoplada con 1% de ruido.

### 4.2.2.3. Con 5% de ruido

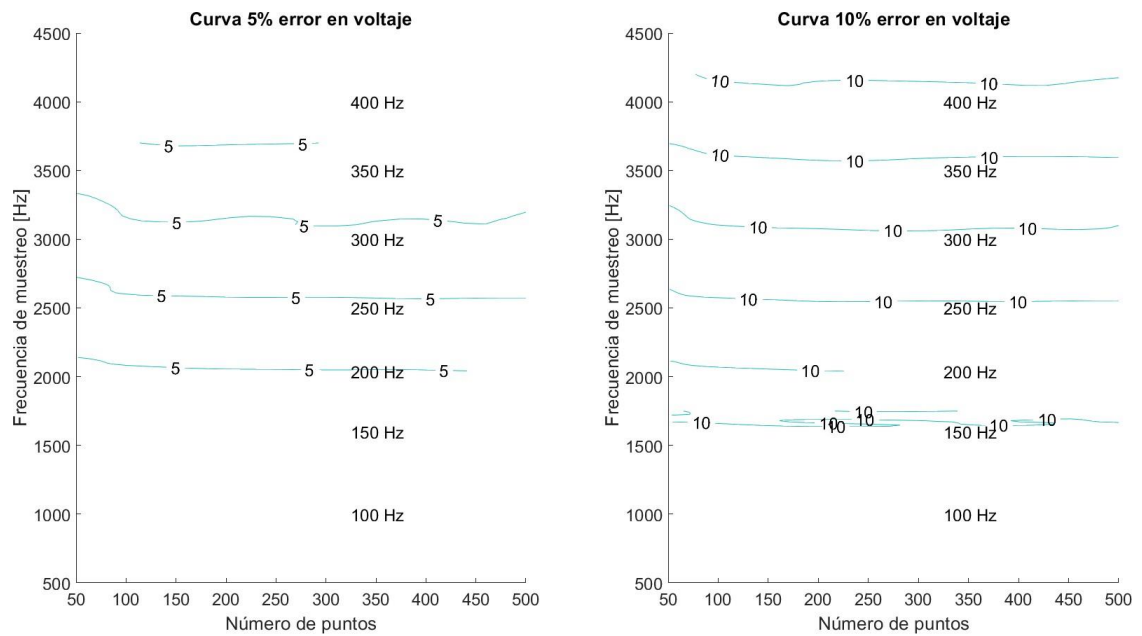


Figura 4.23: Curvas de isoerror en voltaje. Caso excitación sinusoidal acoplada con 5% de ruido.

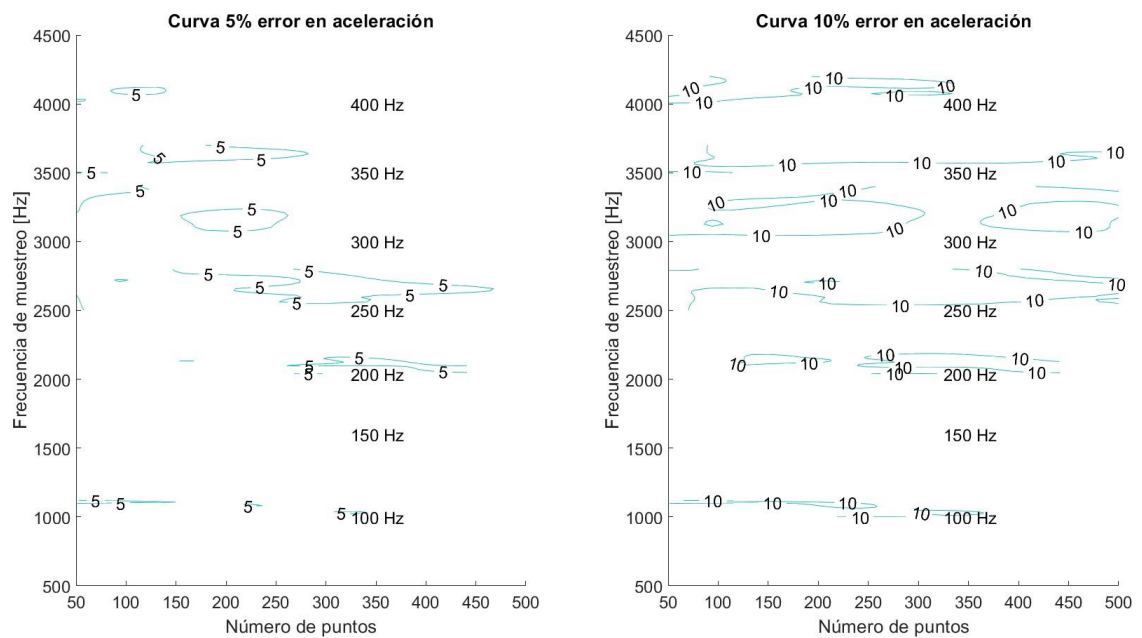


Figura 4.24: Curvas de isoerror en aceleración. Caso excitación sinusoidal acoplada con 5% de ruido.

#### 4.2.2.4. Con 10 % de ruido

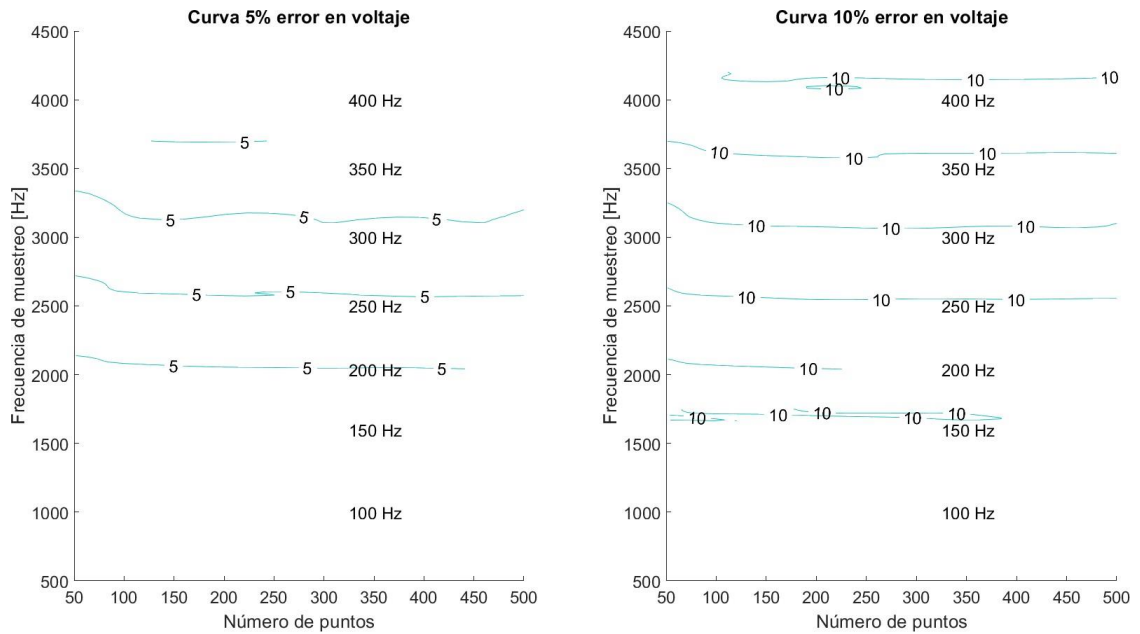


Figura 4.25: Curvas de isoerror en voltaje. Caso excitación sinusoidal acoplada con 10% de ruido.

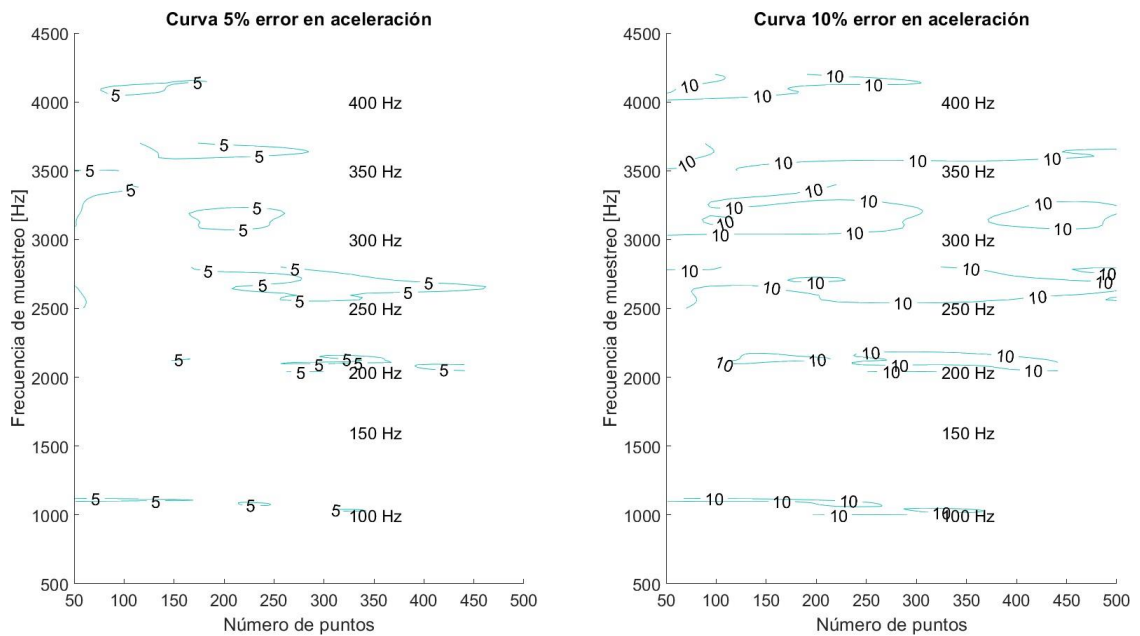


Figura 4.26: Curvas de isoerror en aceleración. Caso excitación sinusoidal acoplada con 10% de ruido.

#### 4.2.2.5. Con 20 % de ruido

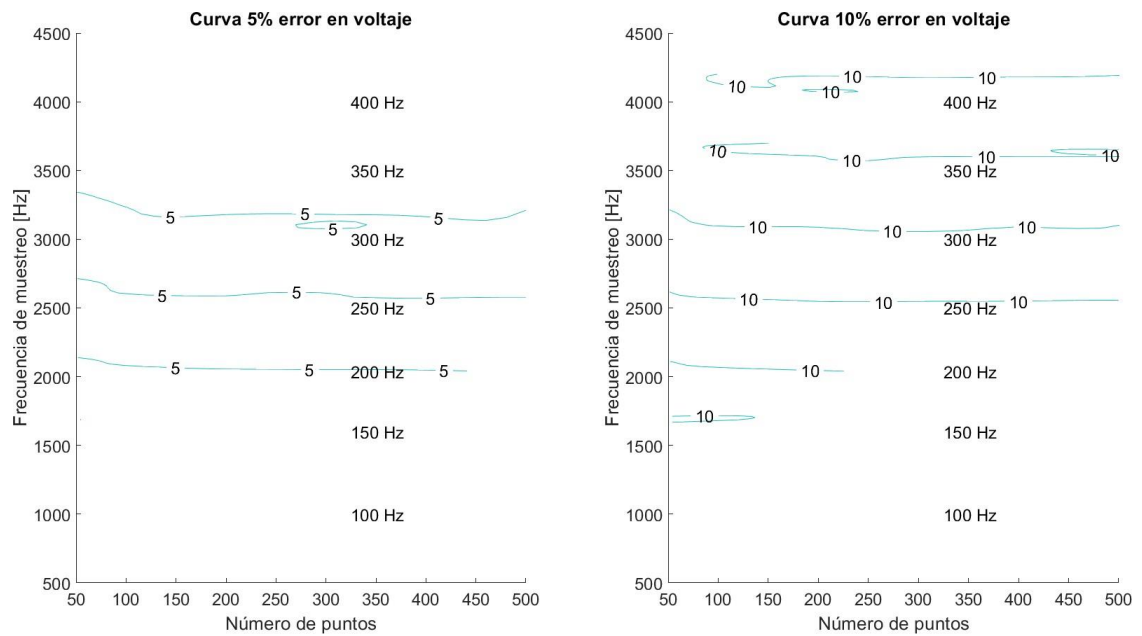


Figura 4.27: Curvas de isoerror en voltaje. Caso excitación sinusoidal acoplada con 20 % de ruido.

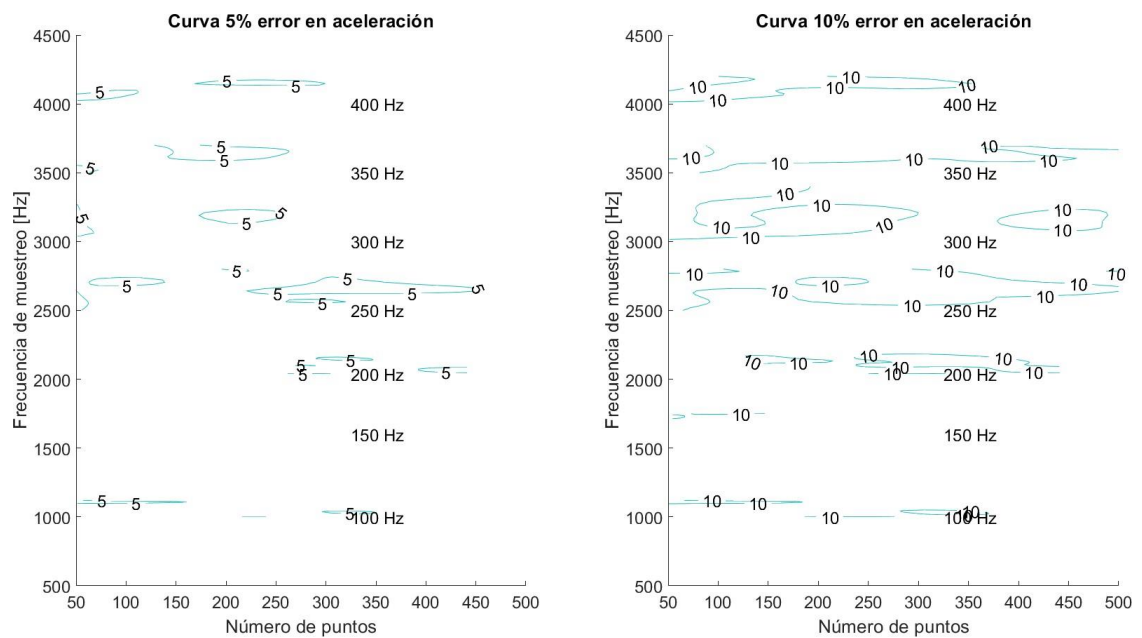


Figura 4.28: Curvas de isoerror en aceleración. Caso excitación sinusoidal acoplada con 20 % de ruido.

Con respecto a las figuras 4.19, 4.21, 4.23, 4.25 y 4.27 se observa que para el caso de señales acopladas de la forma:

$$A \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot T \cdot f) + \frac{A}{2} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot T \cdot f) \quad (4.5)$$

los niveles de error son tales que, para los casos de 100 y 150 Hz no existen curvas de 5 % de error de voltaje en los rangos estudiados. Para el caso de 100 Hz, este fenómeno se repite para la curva de 10 % de error. Esto muestra que, para excitaciones similares a las del tipo mostradas por la ecuación 4.5, el algoritmo de Procesos Gaussianos no es capaz de generar un modelo que se ajuste al fenómeno real, independientemente de si se trata de excitaciones con o sin ruido, por lo que el error asociado a este tipo de mediciones es siempre mayor a 10 % (ver anexo B, figura B.2). Aún así, tanto en el caso de señales puras como de señales acopladas, se identifica que para excitaciones mayores a la frecuencia natural del sistema, el algoritmo aún es confiable. Estos resultados ratifican el hallazgo de que los recolectores de energía piezoeléctricos pueden operar como sensores de aceleración, en condiciones de operación tales que la frecuencia de excitación sea mayor o igual a la frecuencia natural del acelerómetro empleado.

Para excitaciones acopladas, el algoritmo puede entregar mediciones con una precisión en voltaje de 10 %, para las frecuencias estudiadas (excepto para 100 Hz). Por otro lado, de ser requeridas mediciones con un mayor grado de precisión, vale decir tan solo 5 % de error, el algoritmo puede funcionar en un rango de frecuencias de excitación más reducido, entre 100 y 300 Hz, siendo confiable frente a excitaciones aún con niveles de ruido del 20 %.

Con respecto a las curvas de error en aceleración, se puede ver en las figuras 4.20, 4.22, 4.24, 4.26 y 4.28 que, para el caso de excitación sinusoidal acoplada de la forma mostrada en la ecuación 4.5, el nivel de precisión del algoritmo se encuentra, en cada caso, restringido a una zona. Es decir que, para cada nivel de ruido, existen condiciones específicas de operación que permiten un nivel de precisión del 5 %, los cuales, al igual que en el caso de la señal pura, son más factibles de alcanzar en condiciones por sobre la resonancia. En este sentido, el nivel de ruido afecta las posibles combinaciones de frecuencia de muestreo y número de puntos muestreados que permiten alcanzar estos niveles de error en aceleración. Nuevamente se aprecia que la calidad de estas predicciones se puede mejorar al incorporar filtros en la señal estudiada, con el fin de evitar sobre ajustar el modelo al ruido.

De esta manera, se han estudiado las limitaciones del uso de recolectores de energía piezoeléctricos como acelerómetros, evaluando los rangos y las condiciones de operación sobre las cuales estos posibles dispositivos son confiables.

Como se puede observar de los resultados mostrados, y los análisis mencionados, el algoritmo funciona para un rango de frecuencias de excitación acotado. Se requieren frecuencias superiores a la frecuencia natural para que el problema dinámico inverso entregue resultados con un nivel de certeza suficiente. En el caso de ser expuesto a excitaciones de tipo señal sinusoidal acoplada, las combinaciones de frecuencia de muestreo y cantidad de puntos para las cuales el algoritmo funciona, es más bien acotado para cada frecuencia de excitación.

Por este motivo, a continuación se proponen métodos que pueden mejorar el desempeño del modelo.

La idea principal de este estudio es contribuir en el desarrollo de dispositivos inteligentes autónomos, que no requieran de alimentación externa y que se pueda implementar en un entorno cada vez más interconectado. Se ha demostrado que los *PEH* son capaces de actuar como sensores con alimentación propia [14]. Sin embargo, es posible aprovechar la capacidad generadora de estos componentes, no solo con fines de suministrar energía a un circuito electrónico, sino que además estos pueden de igual manera recolectar energía almacenable, a la vez que se utilizan como sensores, ofreciendo nuevas oportunidades de desarrollo para dispositivos de bajo costo y baja potencia. D. Ma et. al., en su estudio titulado *SEHS: Simultaneous Energy Harvesting and Sensing Using Piezoelectric Energy Harvester*, sugiere una arquitectura electrónica que combina las funciones de sensor y recolector de energía, sin implicar un nivel elevado de degradación de la función sensora al aplicar un algoritmo de filtrado en la señal medida [14].

Con el objeto de incrementar la respuesta en voltaje del dispositivo, es posible implementar amplificadores dinámicos [1]. El cual consiste de un sistema masa-resorte colocado entre el extremo fijo de la viga *bimorph*, y la estructura vibratoria. Su principal función es incrementar el esfuerzo experimentado por los elementos piezoeléctricos, con el fin de amplificar la potencia eléctrica de la respuesta. Con una apropiada elección de parámetros se puede aumentar la energía colectada significativamente, y es posible aumentar el ancho de banda efectivo que el sensor es capaz de abarcar. Se ha demostrado que el uso de amplificadores dinámicos es una manera simple y efectiva de mejorar la amplitud y características espectrales del recolector piezoeléctrico en voladizo, y mejorando su rendimiento [1]. Otra manera de mejorar la conversión de energía en estos dispositivos, es estudiada por K. Yang, et. al. [22]. En su estudio, se propone y valida el uso de la configuración de doble viga piezoeléctrica recolectora de energía vibracional, con una palanca e imanes repulsivos, para mejorar su desempeño. Se demuestra que es posible amplificar la potencia máxima generada, y aumentar el ancho de banda efectivo de las vigas piezoeléctricas en esta configuración, mejorando así la eficiencia de conversión de energía.

Cabe destacar que en esta investigación se fundamenta en un fenómeno específico, el fenómeno piezoeléctrico. Por este motivo, si se busca mejorar los niveles de energía generada como respuesta a una excitación, se puede lograr al mejorar las condiciones en que ocurre el efecto piezoeléctrico en sí. En el estudio titulado *Grains level evaluation and performance enhancement for piezoelectric energy harvester*, S.S. Balpande et. al., concluyen que para ciertos materiales piezoeléctricos, el tamaño del grano de la estructura cristalina juega un papel determinante en la capacidad generadora del material. En definitiva, las laminas piezoeléctricas de grano grande se desempeñan mejor que aquellas de grano pequeño [3], es decir, tienen una mayor densidad energética. Por tanto, para mejorar el desempeño del algoritmo y en definitiva, del dispositivo que se diseña, se sugiere evaluar las distintas opciones de materiales piezoeléctricos disponibles en el mercado, en función de la aplicación o condición operativa esperada para el sensor.

Como se observó gráficamente en los resultados, el algoritmo presenta problemas al inferir la respuesta en frecuencias inferiores a la frecuencia natural de la viga. Para aumentar el rango de operación de este sensor, se sugiere complementar el estudio, con los resultados obtenidos por S. Bradal et. al., quienes han propuesto una configuración de recolector electrodinámico resonante cilíndrico [6]. Este dispositivo cuenta con la ventaja de una alta confiabilidad, y operación a bajas frecuencias, para excitaciones de pequeña amplitud. Por este motivo, esta configuración es ideal para estudiar frecuencias naturales de estructuras y su estado.

Una aplicación particular de este tipo de acelerómetros, es medir la condición operativa de turbinas eólicas. Para este efecto, se sugiere complementar el algoritmo desarrollado en este estudio, con la metodología adoptada por A. Bibo, A. Abdelkefi y M.F. Daqaq [5]. Se destaca que en ambos trabajos, el modelo de viga adoptado para estudiar la viga *bimorph*, corresponde al de parámetros distribuidos de Euler-Bernoulli. En la publicación *Modeling and characterization of a piezo-electric energy harvester under combined aerodynamic and base excitations* además de considerar excitación en la base, refina el modelo dinámico al contemplar fuerzas aerodinámicas, y como estas influyen en la respuesta en voltaje.

Una de las principales aplicaciones industriales de los acelerómetros, es como sensor de niveles de vibración en equipos rotativos. Por este motivo, interesa que este estudio colabore con el desarrollo de dispositivos autónomos para esta operación en particular. De esta manera, se sugiere complementar el algoritmo desarrollado en este estudio, con estudios de recolectores de energía piezoeléctricos en equipos rotativos. Específicamente, se recomienda utilizar un montaje directo sobre un eje rotativo, debido a las elevadas potencias eléctricas de la respuesta. La energía recolectada de esta manera es suficiente para alimentar sensores *wireless* típicos, tales como acelerómetros y medidores de esfuerzo [12].

Una vez concluida las etapas de validación del algoritmo, y de evaluación de los beneficios y limitaciones del uso de recolectores de energía piezoeléctricos como acelerómetros de rigidez media que operen en condiciones de resonancia, se procede a proponer un diseño mecánico para el dispositivo.



### 4.3. Diseño de acelerómetro

Para el diseño del dispositivo, se toma como referencia el montaje experimental empleado por P. Peralta, R.O. Ruiz y V. Meruane, en la publicación *Experimental study of the variations in the electromechanical properties of piezoelectric energy harvesters and their impact on the frequency response function* [16]. Este montaje considera que la viga en voladizo está sujeta por una mordaza compuesta de dos placas de aluminio, las cuales mediante un soporte son instaladas sobre un agitador electromagnético. Sobre las placas piezoeléctricas se instalan electrodos que comunican con un equipo electrónico de amplificación, y posteriormente con un sistema de adquisición.

El diseño propuesto (ver figura 4.29), se compone de 5 piezas: Una carcasa inferior, una carcasa superior, una mordaza superior y una inferior, y la viga en voladizo (ver figura 4.31). Al interior de las carcasas, existe espacio suficiente para permitir oscilaciones de hasta 2 mm de amplitud en el extremo libre de la viga. Además este enclaustramiento, considera ranuras para insertar las mordazas al interior. En la cara inferior de la carcasa inferior, se consideran ranuras para 3 imanes, que funcionarán como mecanismo de acople o adhesión a los cuerpos que se busque medir (ver figura 4.30).

En principio, el desarrollo de este sensor está pensado para ser operado en condiciones de experimentación en laboratorio, por lo que el diseño contempla la salida de cables desde los electrodos, que permitan la conexión con el sistema de adquisición. Se sugiere que para el diseño de dispositivos industriales autónomos, se considere el espacio suficiente para la instalación del circuito electrónico requerido al interior de la carcasa.

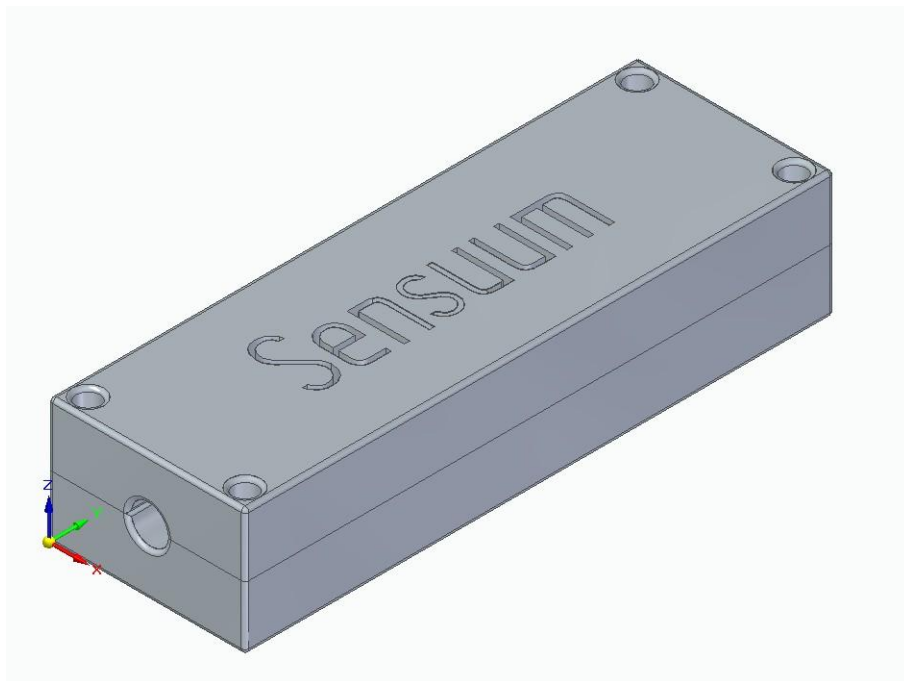


Figura 4.29: Propuesta para diseño de sensor.

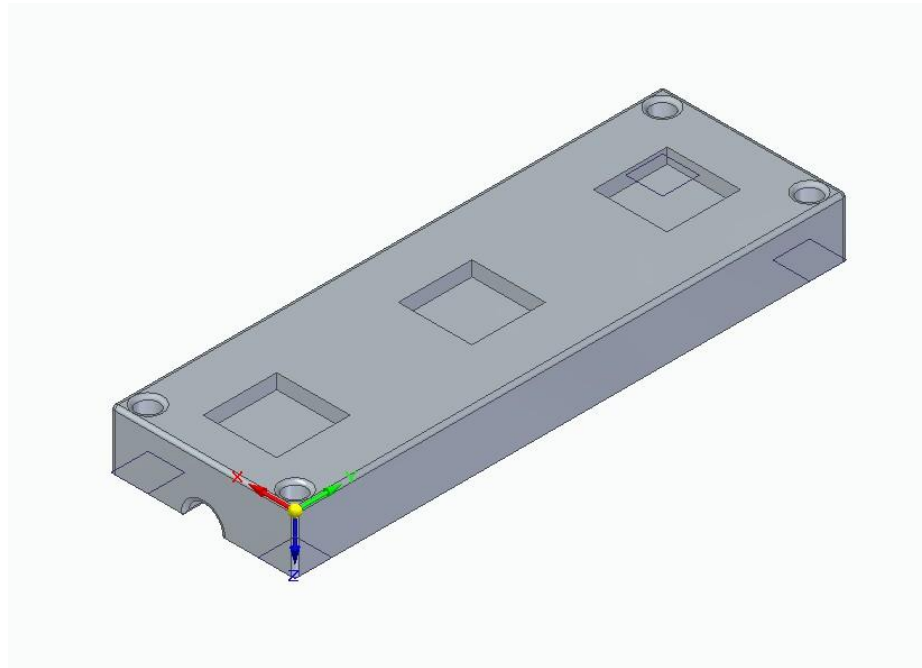


Figura 4.30: Propuesta para diseño de sensor.

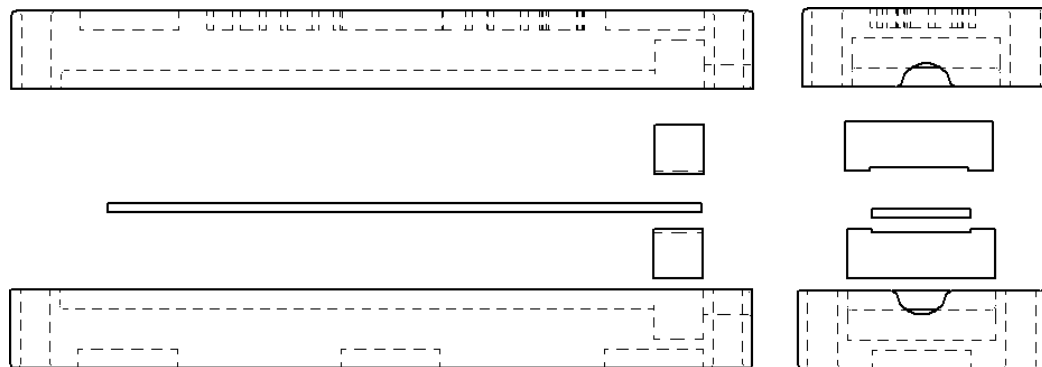


Figura 4.31: Propuesta para diseño de sensor.

Una última aplicación para el algoritmo desarrollado en este trabajo, sería en complementariedad con investigaciones sobre montajes y procedimientos experimentales para el monitoreo de la respuesta electromecánica de *PEH* s. En general, estos sistemas para evaluación de recolectores de energía piezoeléctricos, contemplan como instrumentos de medición: un multímetro, un acelerómetro, y un medidor de desplazamiento láser [4] [8]. Al incorporar el algoritmo desarrollado, en el procesamiento de los datos, sería posible eliminar del esquema experimental la necesidad de un acelerómetro externo, ya que la propia respuesta en voltaje podría entregar las mediciones de aceleración necesarias.

# Capítulo 5

## Conclusiones

A lo largo de este estudio se han presentado los distintos antecedentes, métodos y resultados obtenidos con el fin de lograr los objetivos específicos. Mediante la selección del modelo de viga Euler-Bernoulli es posible describir el comportamiento dinámico de una viga piezoeléctrica *bimorph* recolectora de energía, en un modelo computacional de Matlab.

Para comprobar la pertinencia del modelo, se simula una excitación tipo impulso, y se evalúa la respuesta de la viga. Esto, se logra mediante la resolución del problema directo, el cual es resuelto en Matlab mediante el *solver* ode45, para ecuaciones diferenciales con condiciones iniciales en un rango de tiempo. Con esto se ha implementado un método de integración numérica para resolver el problema directo.

Luego, con la respuesta obtenida y mediante la incorporación de métodos utilizados en estudios previos, se adopta una estrategia para la resolución del problema dinámico inverso. Este es resuelto en el entorno de simulación Simulink de Matlab. De esta manera se logra inferir la excitación en virtud de la respuesta en voltaje del sistema. En este punto, se destaca la incorporación de Procesos Gaussianos en la predicción de la función de excitación, enfoque que no se ha adoptado en la literatura, y que podría abrir un nuevo campo de estudio para sensores autónomos, al reducir el costo de computación del proceso digital de transducción.

Con el fin de identificar las limitaciones del uso de recolectores de energía piezoeléctricos como acelerómetros de rigidez media operando en resonancia, se seleccionan casos de estudio, y se evalúa el desempeño del algoritmo bajo distintos regímenes de excitación. En particular, se evalúa el nivel de error del modelo, con respecto a una excitación de referencia de tipos señal sinusoidal pura, sin y con distintos niveles de ruido. La simulación se realiza también para excitaciones acopladas. De estas, se desprende que existe un rango operativo confiable para las mediciones que el algoritmo es capaz de predecir. Para el caso de señal sinusoidal pura, el modelo permite inferir la excitación con hasta un 5 % de error, para frecuencias de excitación desde 200 Hz hacia arriba, independiente del nivel de ruido. Además se identifica que para excitaciones menores a 200 Hz el modelo es poco confiable, siendo aún restringidas las condiciones para alcanzar niveles de error de 10 %. Para la señal acoplada, se identifican zonas específicas de operación para cada frecuencia de excitación, esto quiere decir que se alcanzan mediciones con 5 % de error, en combinaciones de frecuencia de muestreo y cantidad

de puntos muestreados, propias para cada excitación.

Se propone un diseño estructural para el dispositivo sensor a evaluar en futuras pruebas experimentales. El diseño considera salidas para conexiones, debido a que escapa del alcance de este estudio la incorporación de circuitos electrónicos. Junto con esta propuesta, se mencionan y recomiendan estudios afines, que en conjunto podrían aportar como antecedentes para futuras evaluaciones o innovaciones en torno al uso de *PEH* s como acelerómetros. Estas recomendaciones son oportunidades de mejora del ancho de banda de operación, incorporación de filtros análogos y digitales para mejorar la transducción, mejora y aumento de la respuesta en voltaje del sistema, oportunidades de aplicación para el dispositivo, y usos en reducción de componentes de montajes experimentales.

El trabajo cumple con cada uno de los objetivos específicos, por lo que se logra el objetivo general del estudio: diseñar y evaluar las limitaciones de un acelerómetro de rigidez media, basado en el uso de recolectores de energía piezoeléctricos. Se reconoce el rango operativo para estos sensores, y se logra resolver el problema dinámico inverso en condiciones de resonancia. De igual manera, se identifican las limitaciones actuales del dispositivo, para las cuales se proponen futuras líneas de investigación que podrían resolver estos impedimentos.

De este modo, se sugiere que para futuras investigaciones, se implemente un algoritmo de procesos Gaussianos específico para señales ruidosas, y se aumente el rango de los casos de estudio evaluados en esta investigación, con el fin de analizar más en detalle las limitaciones de los recolectores piezoeléctricos como acelerómetros. De igual manera, se sugiere determinar el comportamiento del modelo para otro tipo de excitaciones, y no solo armónicas. Así mismo, se propone que para los casos de estudio evaluados en este trabajo, se realicen pruebas y mediciones experimentales, con el propósito de corroborar que el comportamiento simulado de este fenómeno se condice con el comportamiento real, tanto de los materiales, como de las respuestas en voltaje simuladas.

En una era en que la autonomía de los dispositivos y el internet de las cosas son conceptos cada vez más cotidianos, el desarrollo de los sensores estudiados en este trabajo aporta en áreas como mantenimiento predictivo y estudios vibracionales de estructuras. A medida que se realicen más investigaciones y se puedan obtener modelos predictivos que tengan un rango de operación mayor al obtenido en este trabajo, la implementación de estos sensores dejará de ser materia de estudio y pasará a etapas de evaluación técnico-económica, donde los principales beneficios de estos dispositivos son precisamente su autonomía y condiciones de operación particulares.

# Bibliografía

- [1] AKL W. ALDAWANI A. ALDRAHEIM O. ARAFA, M. and A. BAZ. Experimental implementation of a cantilevered piezoelectric energy harvester with a dynamic magnifier, 2011. URL <<https://doi.org/10.1117/12.880689>>.
- [2] M. ARENAS. Sistema para la adquisición y monitorización de aceleraciones mediante microprocesador, 2008. URL <<http://bibing.us.es/proyectos/abreproy/11638/fichero/Capitulo+4.pdf>>.
- [3] PANDE R.S. BALPANDE, S.S. and R.M. PATRIKAR. Grains level evaluation and performance enhancement for piezoelectric energy harvester, 2021. URL <<https://doi.org/10.1080/00150193.2020.1868874>>.
- [4] CURRIE J.R. ALOMARI A.A. AGGARWAL M.D. BATRA, A.K. and C.R. BOWEN. A versatile and fully instrumented test station for piezoelectric energy harvesters, 2018. URL <<https://doi.org/10.1016/j.measurement.2017.08.038>>.
- [5] ABDELKEFI A. BIBO, A. and F.M. DAQAQ. Modeling and characterization of a piezoelectric energy harvester under combined aerodynamic and base excitations, 2015. URL <<https://doi.org/10.1115/1.4029611>>.
- [6] NAIFAR S. KEUTEL T. BRADAI, S. and O. KANOUN. Electrodynamic resonant energy harvester for low frequencies and amplitudes, 2014. URL <<https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/6860924>>.
- [7] R. CARTER and R. KENSLEY. Introduction to piezoelectric transducers, 2021. URL <<https://piezo.com/pages/piezoelectric-generators>>.
- [8] K. et. al. CHANGHO. Design and evaluation of an experimental system for monitoring the mechanical response of piezoelectric energy harvesters, 2018. URL <<https://doi.org/10.12989/sss.2018.22.2.133>>.
- [9] N. DE FREITAS. Machine learning - introduction to gaussian processes. *Youtube*, 2013. URL <<https://www.youtube.com/watch?v=4vGiHC35j9s>>.
- [10] A. ERTURK and D. INMAN. An experimentally validated bimorph cantilever model for piezoelectric energy harvesting from base excitations. *IOP PUBLISHING*, 2008. URL <[stacks.iop.org/SMS/18/025009](https://stacks.iop.org/SMS/18/025009)>.
- [11] A. ERTURK and D. INMAN. On mechanical modeling of cantilevered piezoelectric

- vibration energy harvesters. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2008. URL <<http://jim.sagepub.com/content/19/11/1311>>.
- [12] ARZANPOUR S. KHAMENEIFAR, F. and M. MOALLEM. A piezoelectric energy harvester for rotary motion applications: Design and experiments, 2012. URL <[10.1109/TMECH.2012.2205266](https://doi.org/10.1109/TMECH.2012.2205266)>.
- [13] NANOMOTION LTD. The piezoelectric effect, 2020. URL <<https://www.nanomotion.com/piezo-ceramic-motor-technology/piezoelectric-effect/>>.
- [14] LAN G. XU W. HASSAN M. MA, D. and W. HU. Sehs: Simultaneous energy harvesting and sensing using piezoelectric energy harvester, 2018. URL <[10.1109/IoTDI.2018.00028](https://doi.org/10.1109/IoTDI.2018.00028)>.
- [15] V. MERUANE. Vibraciones mecánicas - apuntes para el curso me4701. *Departamento de ingeniería mecánica*, 2019.
- [16] RUIZ R. y MERUANE V. PERALTA, P. Experimental study of the variations in the electromechanical properties of piezoelectric energy harvesters and their impact on the frequency response function, 2018. URL <<https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2018.06.002>>.
- [17] C. QUIROZ. Comparación y prueba de modelos para generación de electricidad por vigas piezoeléctricas enfocado a pequeños dispositivos electrónicos. *Memoria para optar al título de ingeniero civil mecánico*, 2015.
- [18] M. RIQUELME. Desarrollo de un algoritmo de identificación de fuerzas en tiempo real para estructura. *Memoria para optar al título de ingeniero civil mecánico*, 2017.
- [19] R. RUIZ and V. MERUANE. Uncertainties propagation and global sensitivity analysis of the frequency response function of piezoelectric energy harvesters. *IOP PUBLISHING*, 2017. URL <<https://doi.org/10.1088/1361-665X/aa6cf3>>.
- [20] A. SCHUMACHER. Gaussian processes are not so fancy, 2018. URL <[https://planspace.org/20181226-gaussian\\_processes\\_are\\_not\\_so\\_fancy/](https://planspace.org/20181226-gaussian_processes_are_not_so_fancy/)>.
- [21] A. TOPRAK and O. TIGLI. Piezoelectric energy harvesting: State-of-the-art and challenges, 2014. URL <<https://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.4896166>>.
- [22] SU K. WANG J. WANG F. HU G. YANG, K. and O. GAIDAI. Performance evaluation of a dual-piezoelectric-beam vibration energy harvester with a lever and repulsive magnets, 2020. URL <<https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1361-665X/ab83ce/meta#smsab83cef1>>.
- [23] SHENGXI Z. JEAN Z. ZHENGBAO, Y. and D. INMAN. High-performance piezoelectric energy harvesters and their applications. 2018. URL <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2542435118301260#!>>.

# Anexo A

## Resultados relevantes

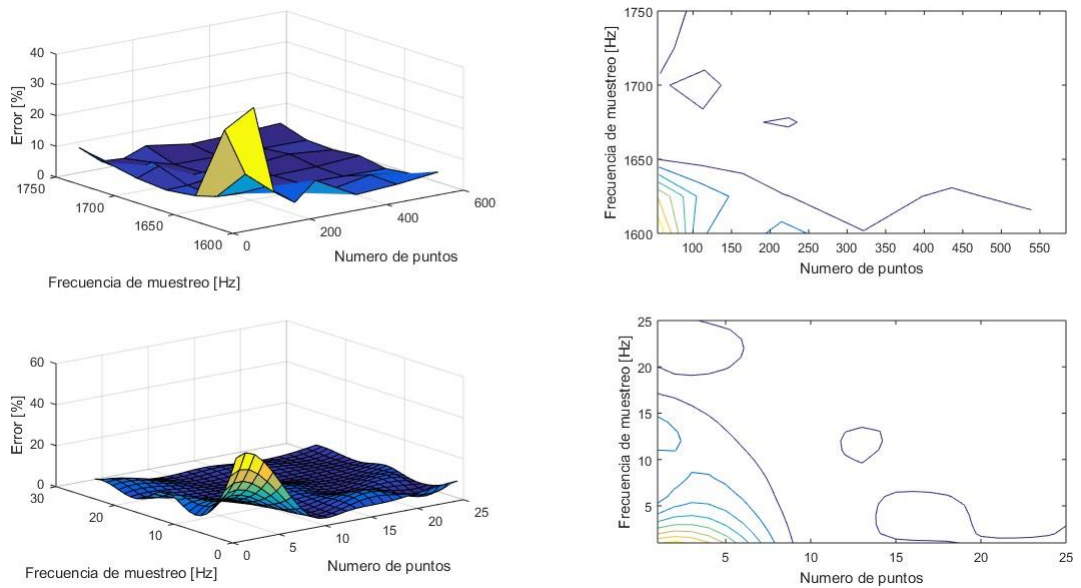


Figura A.1: Comparación modelos predictivos: caso directo (parte superior), proceso Gaussiano (parte inferior). Frecuencia de excitación = 150 Hz.

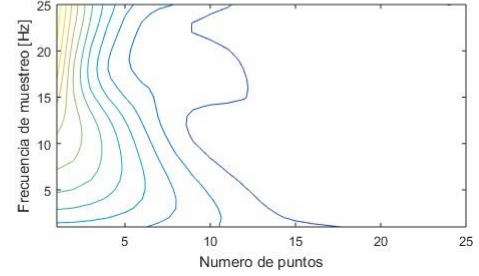
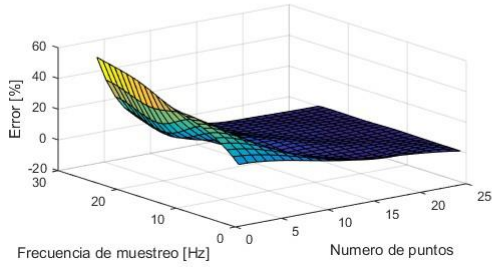
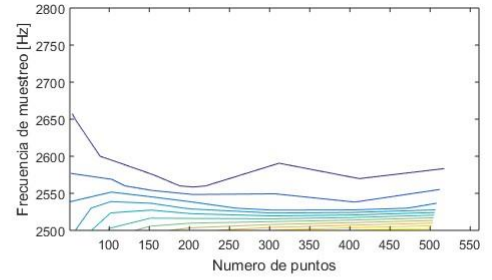
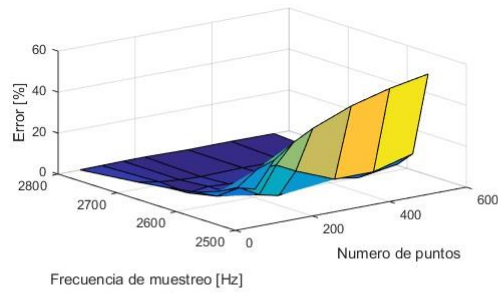


Figura A.2: Comparación modelos predictivos: caso directo (parte superior), proceso Gaussiano (parte inferior). Frecuencia de excitación = 250 Hz.

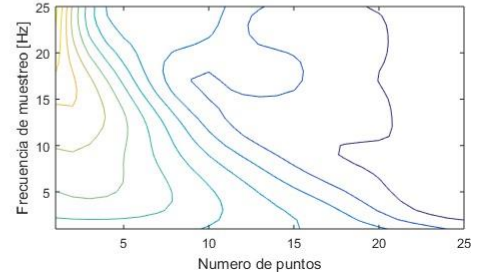
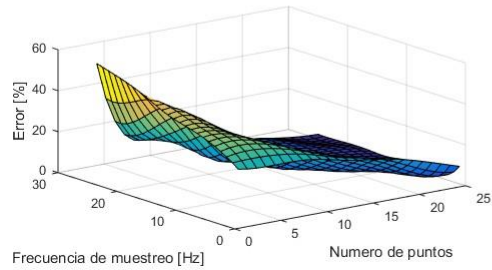
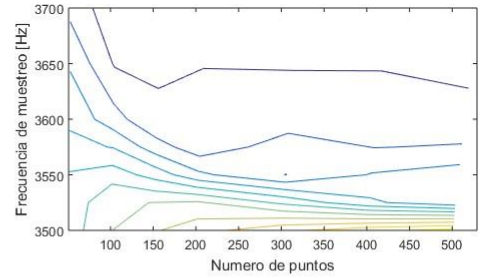
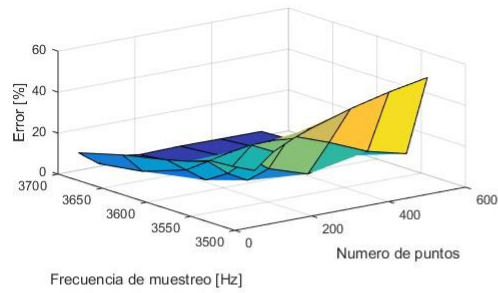


Figura A.3: Comparación modelos predictivos: caso directo (parte superior), proceso Gaussiano (parte inferior). Frecuencia de excitación = 350 Hz.



# Anexo B

## Curvas y superficies de error

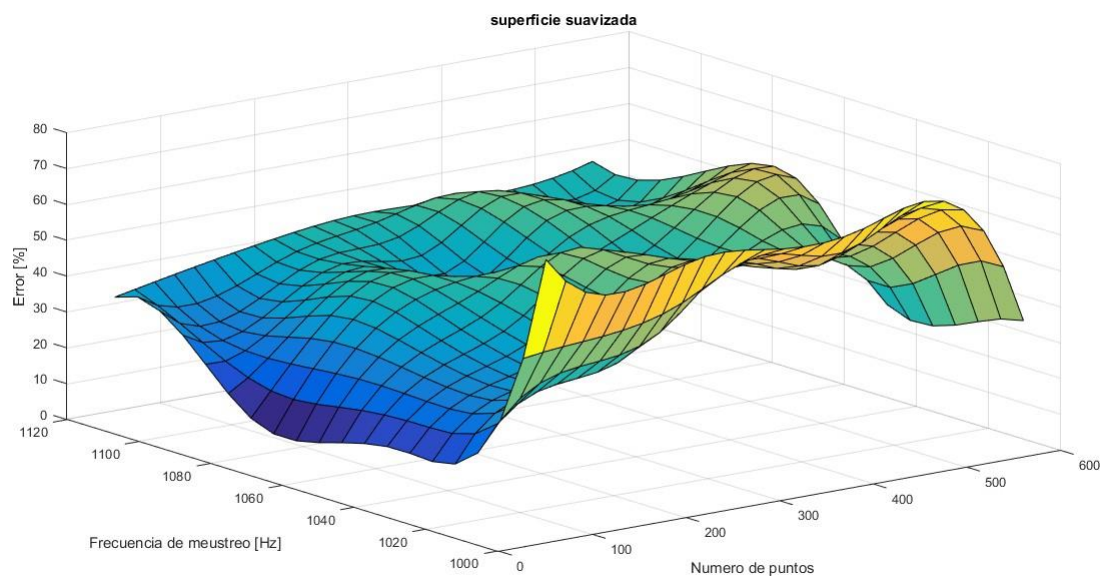


Figura B.1: Superficie de error para 100 Hz de excitación, señal pura.

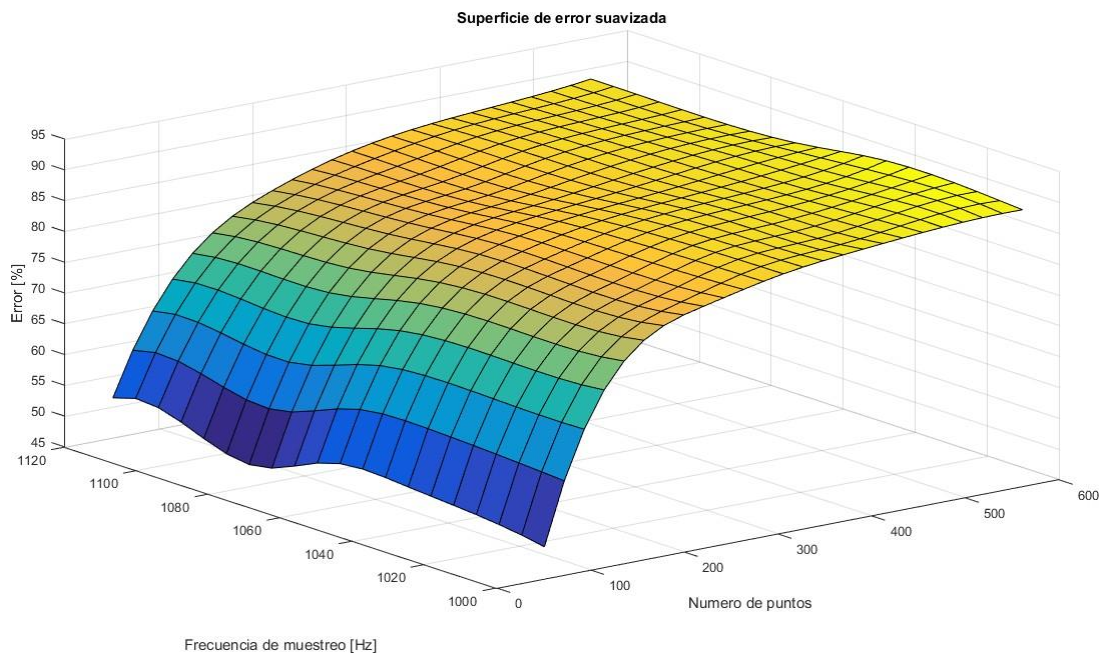


Figura B.2: Superficie de error para 100 Hz de excitación, señal acoplada.