



UNIVERSIDAD  
DE CHILE

---

# Análisis de Tarificación de Punta en mercados eléctricos con Energía Renovable Variable

*Tesis para optar al grado de  
Magíster en Economía*

---

*Universidad de Chile.  
Departamento de Economía.*

*Alumno: Giovanni Bastidas  
Profesora guía: Adriana Piazza*

*Comité: Pablo Serra , Frederic Babonneau*

**Giovanni Bastidas H. 16536155-5**

- 27 de enero de 2022-

# Índice General

<b>RESUMEN</b>	<b>3</b>
<b>Introducción</b>	<b>4</b>
<b>1. Análisis para demanda inelástica y generación renovable determinística</b>	<b>6</b>
1.1. Óptimo planificador central . . . . .	7
1.1.1. Condiciones de optimalidad . . . . .	10
1.1.2. Solución interior problema de optimización . . . . .	12
1.2. Mercado descentralizado con Tarificación de punta . . . . .	13
1.2.1. Pagos por capacidad . . . . .	13
1.2.2. Pagos por energía . . . . .	14
1.2.3. Desarrollo Tecnología térmica . . . . .	14
1.2.4. Desarrollo Tecnología renovable . . . . .	14
1.3. Condiciones para alcanzar óptimo planificador central en mercado descentralizado . . .	15
1.4. Análisis problema de optimización . . . . .	16
1.5. Implementación en mercado descentralizado para solución óptima en discontinuidad . .	17
<b>2. Análisis para demanda inelástica y generación renovable determinística con componente aleatoria</b>	<b>19</b>
2.1. Óptimo planificador central . . . . .	20
2.1.1. Derivada $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$ . . . . .	21
2.1.2. Derivada $\frac{\partial f}{\partial P^R}$ . . . . .	22
2.1.3. Solución óptima Planificador Central . . . . .	25
2.2. Mercado descentralizado con Tarificación de punta . . . . .	25
2.3. Condiciones para alcanzar óptimo planificador central en mercado descentralizado . . .	26
<b>3. Optimización numérica</b>	<b>28</b>
3.1. Minimización de $h(P^R)$ . . . . .	28
3.2. Resultados Minimización de $h(P^R)$ . . . . .	29
3.2.1. Ejemplo 1 - Perfil solar anual . . . . .	30
3.2.2. Ejemplo 2 - Perfil eólico agregado anual . . . . .	36
3.2.3. Ejemplo 3 - Perfil solar con $c_I^R$ para óptimo en discontinuidad de $\frac{\partial h}{\partial P^R}$ . . . . .	40
3.3. Optimización problema completo con discretización de $t$ . . . . .	42
3.4. Resultados optimización problema completo con discretización de $t$ . . . . .	42
<b>4. Conclusiones y trabajos futuros</b>	<b>43</b>

<b>Referencias</b>	<b>44</b>
<b>A. Análisis particulares para caso de demanda inelástica y generación renovable determinística</b>	<b>45</b>
A.1. Derivada función de costos $f(P^R)$ . . . . .	45
A.2. Análisis de convexidad $h(P^R)$ . . . . .	47
A.3. Condición para garantizar solución interior para $P^T$ . . . . .	53
A.4. Análisis de discontinuidad en $\frac{\partial f}{\partial P^R}$ . . . . .	55
A.4.1. Caso particular donde $\frac{\partial f}{\partial P^R}$ es discontinua . . . . .	55
A.4.2. Ejemplo donde derivada de función de costos $\frac{\partial f(P^R)}{\partial P^R}$ es discontinua . . . . .	56
A.4.3. Condiciones generales para discontinuidad en $\frac{\partial f}{\partial P^R}$ . . . . .	59
A.4.4. Óptimo en discontinuidad $\frac{\partial f}{\partial P^R}$ y mercado descentralizado . . . . .	60
A.5. Análisis de discontinuidad en $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$ y correspondencia $t^*(P^R)$ . . . . .	61
A.5.1. Correspondencia $t^*(P^R)$ con infinitos valores para niveles de $P^R$ . . . . .	61
A.5.2. Correspondencia $t^*(P^R)$ con conjunto finito de valores para niveles de $P^R$ . . . . .	63
A.5.3. Casos particulares de correspondencia $t^*(P^R)$ donde $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$ es discontinua . . . . .	65
A.5.4. Óptimo en discontinuidad de $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$ y mercado descentralizado . . . . .	69
<b>B. Análisis particulares para caso de demanda inelástica y generación renovable determinística con componente aleatoria</b>	<b>71</b>
B.1. Caso particular con demanda inelástica y generación renovable aleatoria . . . . .	71
B.1.1. Óptimo planificador central . . . . .	71
B.1.2. Mercado descentralizado con Tarificación de punta . . . . .	72
B.1.3. Condiciones para alcanzar óptimo centralizado en mercado descentralizado . . . . .	72
B.2. Derivada función de costos para generación con componente aleatoria . . . . .	73
<b>C. Cálculo potencia de suficiencia centrales renovables con insumo principal no convencional en Chile</b>	<b>75</b>
C.1. Cálculo de potencia de suficiencia de centrales renovables . . . . .	75
C.2. Metodología de cálculo potencia de suficiencia . . . . .	76
<b>D. Programas Matlab optimización numérica Sección 3</b>	<b>78</b>
D.1. Ejemplos minimización $h(P^R)$ . . . . .	78
D.2. Ejemplos problema de optimización completo discretizando $t$ . . . . .	85

**RESUMEN**

Esta tesis desarrolla la tarificación de punta (peak-load pricing) para una industria eléctrica con una demanda caracterizada por una curva de carga inelástica y dos tecnologías de generación, térmica y renovable, donde la segunda, a diferencia de la primera, es no despachable y no tiene costo de operación. Inicialmente, por simplicidad, se supone que la energía renovable tiene un perfil de generación determinístico y que la energía térmica es perfectamente flexible, para luego generalizar el análisis al caso de generación renovable aleatoria. En este contexto, se demuestra para un modelo estático que la tarificación de punta consiste en un pago por la energía entregada en aquellas horas en que operan plantas térmicas y otro pago por la capacidad disponible en la hora del año en que la diferencia entre la demanda y la generación renovable es máxima. Los pagos unitarios corresponden a los costos de operación e inversión, respectivamente, de la tecnología térmica. Asimismo, se muestra que en un mercado competitivo con inversiones descentralizadas la tarificación de punta conduce a la solución óptima.

## Introducción

El mercado eléctrico en Chile se liberalizó en 1982, distinguiendo 3 segmentos, generación de energía, transporte, y distribución [1], siendo los dos últimos para el transporte de energía a mayor y menor escala hacia los consumidores finales. La generación de energía cumplía condiciones que permitían descentralizar el segmento a través de un mercado, mientras que la transmisión y distribución, se definieron como segmentos regulados por cumplir condiciones de monopolios naturales. En este contexto, se creó un mercado de energía en el cual los generadores de energía eléctrica y grandes consumidores<sup>1</sup> pueden negociar libremente sus contratos de suministro, y un mercado de corto plazo en el cual los generadores transan sus déficits y excedentes de energía respecto a sus compromisos contractuales [1], bajo un esquema de tarificación a costo marginal (peak-load pricing) [2]. Para la coordinación de la generación de energía eléctrica necesaria para abastecer la demanda<sup>2</sup>, se definió un despacho centralizado de unidades generadoras en orden ascendente en costos, cuyo fin es minimizar los costos de operación del sistema, independiente de los contratos de suministro, lo cual introdujo la necesidad del mercado de corto plazo basado en tarificación de punta o peak-load pricing [1].

Este esquema de tarificación consta de dos pagos, un pago por la producción de energía que se tarifica al costo marginal de producción, más un pago por la capacidad de las plantas de generación que se tarifica al costo mínimo de expandir la capacidad del sistema, donde ambos pagos en su conjunto representan el costo marginal de largo plazo. La aplicación de este esquema de tarificación, bajo condiciones ideales de competencia perfecta, y considerando tecnologías de generación despachables, teóricamente permite que a través de un mercado descentralizado se materialice el desarrollo óptimo de inversiones en generación [3]. Sin embargo, al incorporar tecnologías de generación renovable variable<sup>3</sup> (ERV), como la solar y eólica, la implementación eficiente de este esquema de tarificación requiere la revisión del diseño de los pagos por capacidad. En particular, se debe determinar tanto la asignación de los pagos por capacidad a las distintas tecnologías de generación, como el instante en que se deben aplicar estos pagos en la tarificación de punta. En este contexto, la referencia [4] sugiere que los pagos por capacidad debiesen reconocer la disponibilidad de las unidades de generación en períodos críticos para abastecer la demanda, siendo el costo marginal de producción un buen indicador para identificar estos períodos de escasez. En términos generales, la variabilidad e incertidumbre de las tecnologías renovables introduce desafíos al cálculo del valor de capacidad que éstas aportan a la suficiencia del sistema.

Para cuantificar el aporte de las distintas tecnologías de generación a la suficiencia del sistema, existen varios métodos documentados en la literatura, los cuales han sido adoptados en distintos mercados a nivel internacional [5]. Entre dichos métodos se encuentran los métodos basados en indicadores [6], [7], entre ellos, ELCC, ECP<sup>4</sup>, los cuales tienen como objetivo cuantificar el aumento de capacidad que una determinada tecnología de generación aporta al sistema, manteniendo umbrales mínimos de confiabilidad para el abastecimiento de la demanda. Estos métodos basados en indicadores han sido comparados respecto al valor de capacidad que se reconoce para tecnologías de generación variable, alcanzado distintos niveles de cuantificación [8]. También existen métodos basados en modelos de optimización [5], los cuales tienen como objetivo cuantificar el nivel de capacidad de la tecnología de generación de punta, que puede ser reemplazada por una tecnología con generación variable [9].

En cuanto a la aplicación de estos métodos, no existe un método único que sea utilizado a nivel internacional, y su selección depende tanto de las características de la matriz de generación, como de la existencia o no de estándares mínimos de seguridad de suministro [5]. Al existir distintos métodos para cuantificar el valor de capacidad de las tecnologías, la elección de uno u otro método sobre un mismo

<sup>1</sup>Incluyendo las empresas de distribución de energía como representantes de consumidores regulados.

<sup>2</sup>Se requiere balance instantáneo oferta-demanda ya que la energía eléctrica no es almacenable a costos competitivos.

<sup>3</sup>Estas tecnologías de generación se caracterizan por ser no despachables.

<sup>4</sup>ELCC: Effective Load Carrying Capability / ECP: Equivalent Conventional Power

mercado afectará de distinta manera los incentivos a la inversión. Considerando lo anterior, en este trabajo se realizan desarrollos teóricos para disponer de los fundamentos económicos que sustentan el aporte a la suficiencia de las tecnologías renovables, con el fin de identificar cuales son los mecanismos o propiedades del sistema bajo los cuales el valor de la capacidad de estas tecnologías se ve afectado, y de esta manera disponer de fundamentos que sirvan de apoyo en la elección de metodologías para valorizar la capacidad de tecnologías de generación.

En particular, en este trabajo se plantea un modelo que permite formalizar el desempeño de un mercado eléctrico con tarificación de punta, que dispone de tecnologías renovables con incertidumbre en generación. Se plantea un modelo que considera la posibilidad de desarrollo de dos tecnologías de generación, una renovable con generación determinística o con incertidumbre, y una térmica despachable sin inflexibilidades de operación, con las cuales se debe abastecer una demanda inelástica variable en el tiempo. En la Sección 1 se presenta el primer caso de análisis, donde se considera que el potencial de generación de la tecnología renovable es determinístico, y se modela a través de un perfil generalizado variable en el tiempo, mientras que en la Sección 2, se presenta un segundo caso de análisis donde se incorpora una componente aleatoria al perfil de generación renovable. Para el análisis del desempeño del mercado descentralizado, se considera que el mercado de generación cumple condiciones de competencia perfecta, y se utiliza un esquema de tarificación de punta para valorizar la energía generada por los agentes del mercado. A partir del equilibrio de mercado, se identifican las condiciones de diseño de los pagos por capacidad que permiten que un mercado competitivo con tarificación de punta lleve al desarrollo de inversiones óptimas. Luego, con el fin de ilustrar los resultados generales obtenidos, en la Sección 3 se presentan ejemplos numéricos particulares, con datos reales de demanda y perfiles de generación renovable de tecnologías solar y eólica. Para identificar las soluciones óptimas obtenidas de manera centralizada se realiza optimización numérica, mientras que para identificar los equilibrios de un mercado competitivo, se determinan numéricamente los ingresos de desarrolladores de tecnología térmica y renovable, para luego identificar los niveles de instalación de las tecnologías con los cuales se disipan las rentas de los desarrolladores.

A partir de los desarrollos presentados en este trabajo, se muestra que en un mercado competitivo con inversiones descentralizadas la tarificación de punta conduce al desarrollo de inversiones óptimas. En particular, se demuestra que para el caso analizado con dos tecnologías de generación y sin almacenamiento, los pagos por capacidad bajo el esquema de tarificación de punta se deben realizar en la hora donde se maximiza la diferencia entre la demanda y la mínima generación ERV posible, y el valor de capacidad de la tecnología ERV es equivalente a su mínimo nivel posible de generación en dicha hora. Estos resultados obtenidos, presentarían convergencia con la aplicación de metodologías para cálculo de capacidad basadas en indicadores de suficiencia, si se utiliza un estándar alto de confiabilidad.

Finalmente, se debe destacar que para formalizar el desempeño teórico de un mercado eléctrico que utiliza tarificación de punta, y que incorpora generación ERV, se implementaron algunas simplificaciones en la modelación. Sin embargo, este trabajo puede ser extendido en la modelación de oferta-demanda incorporando sistemas de almacenamiento de energía, inflexibilidad en la generación de la tecnología despachable, y demanda elástica, como también incorporando en la modelación comportamiento estratégico de los agentes, para evaluar condiciones de competencia imperfecta en el mercado. Por último, este trabajo puede ser extendido incorporando interacción con mercados de servicios complementarios y licitaciones de suministro de largo plazo para evaluar alternativas de diseño del mercado.

# Análisis de pagos por capacidad en mercado con generación renovable variable y Tarificación de punta

Se analiza el desempeño de un mercado eléctrico competitivo con tarificación de punta (peak-load pricing), que consiste en pagos por la energía inyectada y pagos por capacidad. En particular, se analiza cómo se debiese implementar el esquema de pagos por capacidad para que a través del mercado con tarificación de punta se implemente el desarrollo eficiente de inversiones. Para lo anterior, se considerarán supuestos de competencia perfecta para verificar si bajo estas condiciones, es posible tener convergencia entre un desarrollo óptimo centralizado y un mercado descentralizado.

Para realizar este análisis modelamos la demanda eléctrica a través de una función de demanda inelástica generalizada que varía en el tiempo, y consideramos dos tecnologías de generación para representar la oferta, una despachable que llamamos tecnología térmica, y una no despachable que llamamos renovable. Estudiamos dos casos, en el primero se considerará que el potencial de generación de la tecnología renovable es determinístico, y se modela a través de un perfil generalizado variable en el tiempo, mientras que en el segundo dicho potencial de generación tiene una componente determinística y una componente aleatoria generalizada.

## 1. Análisis para demanda inelástica y generación renovable determinística

En esta sección se presenta el caso en que el potencial de generación de la tecnología renovable es determinístico. Se caracterizará tanto la solución óptima obtenida de manera centralizada, cómo el equilibrio de un mercado competitivo con tarificación de punta (peak-load pricing). A continuación se resumen los supuestos para el modelo.

### Supuestos

- Demanda caracterizada por curva de carga inelástica al precio.
- Dos tecnologías de generación para representar la oferta, una térmica despachable con costo de operación positivo, y otra renovable con un perfil de generación potencial variable y sin costo de operación.
- La energía no es almacenable.
- El perfil de generación renovable, y la demanda en función del tiempo se representan por funciones continuas diferenciables de clase  $\mathcal{C}^2$ .

### Nomenclatura

$t$ : Tiempo definido en intervalo  $t \in [0, 1]$

#### Parámetros

- $c_I^R$ : Costo unitario de inversión Tecnología Renovable  
 $c_I^T$ : Costo unitario de inversión Tecnología Térmica  
 $c_o^R$ : Costo unitario de operación (generación) Tecnología Renovable  
 $c_o^T$ : Costo unitario de operación (generación) Tecnología Térmica  
 $d(t)$ : Demanda inelástica en  $t$   
 $z(t)$ : Potencial de generación renovable en  $t$  por unidad de capacidad instalada

Donde los costos unitarios de operación e inversión son constantes.

*Variables*

- $P^R$ : Capacidad Instalada Energía Renovable  
 $P^T$ : Capacidad Instalada Energía Térmica  
 $g^R(t)$ : Generación Energía Renovable en instante de tiempo  $t$   
 $g^T(t)$ : Generación Energía Térmica en instante de tiempo  $t$

**1.1. Óptimo planificador central**

El objetivo del planificador central es maximizar el bienestar social, donde para este caso particular, en el cual la demanda es inelástica, se traduce en minimizar los costos totales de inversión y operación del sistema para abastecer la curva de demanda  $d(t)$ . Este problema de optimización está dado por:

$$\min_{\{P^R, P^T, g^R(t), g^T(t)\}} c_I^T P^T + c_I^R P^R + c_o^T \int_0^1 g^T(t) dt + c_o^R \int_0^1 g^R(t) dt \quad (1.1)$$

s.a

$$g^R(t) + g^T(t) = d(t) \quad , \quad \forall t \in [0, 1] \quad (1.2)$$

$$0 \leq g^R(t) \leq z(t) P^R \quad , \quad \forall t \in [0, 1] \quad (1.3)$$

$$0 \leq g^T(t) \leq P^T \quad , \quad \forall t \in [0, 1] \quad (1.4)$$

$$P^R, P^T \geq 0 \quad (1.5)$$

Como no se consideran sistemas de almacenamiento de energía, la demanda es inelástica en cada instante de tiempo, y no puede haber exceso de demanda, se debe mantener un balance instantáneo entre la generación y la demanda representado por la restricción de igualdad (1.2).

Para hacer el análisis más intuitivo, se plantea el problema de optimización como un problema de dos etapas, donde en la primera etapa se optimizan los niveles de instalación de ambas tecnologías,  $P^R$  y  $P^T$ , que permiten minimizar los costos totales de inversión y operación, y en la cual los costos de operación se caracterizan por una función  $f(P^R, P^T)$  que representa los costos mínimos de operación del sistema para un nivel dado de instalación de las tecnologías. Mientras que en la segunda etapa se minimizan los costos totales de operación, considerando como dados los niveles de instalación de las tecnologías  $P^R$  y  $P^T$ . El problema se resuelve hacia atrás, partiendo por la etapa 2, y luego, obtenida la función de costos  $f(P^R, P^T)$  se resuelve la etapa 1. El problema de optimización de la segunda etapa está dado por:

$$f(P^R, P^T) = \min_{\{g^R(t), g^T(t)\}} c_o^T \int_0^1 g^T(t) dt + c_o^R \int_0^1 g^R(t) dt$$

s.a

$$(1.2), (1.3) \text{ y } (1.4)$$

Para asegurar que el conjunto factible del problema de optimización de la etapa 2 sea distinto de vacío, el nivel de instalación de la tecnología térmica más la capacidad instantánea disponible de generación renovable, debe ser mayor o igual a la demanda en cada instante de tiempo, lo que se representa por la restricción (1.6) en la etapa 1 de optimización. El problema de optimización de la primera etapa queda dado por:

$$\min_{\{P^R, P^T\}} c_I^T P^T + c_I^R P^R + f(P^R, P^T)$$

s.a

$$z(t)P^R + P^T \geq d(t) \quad , \quad \forall t \in [0, 1] \quad (1.6)$$

$$P^R, P^T \geq 0 \quad (1.7)$$

Donde la restricción de factibilidad (1.6) es equivalente a la existencia de  $g^R(t)$  y  $g^T(t)$  que satisfacen las restricciones (1.2), (1.3) y (1.4). Esta restricción (1.6) junto a (1.7) determinan el conjunto  $R$ :

$$R = \{(P^R, P^T) \in \mathbb{R}_+^2 : z(t)P^R + P^T \geq d(t) \quad \forall t \in [0, 1]\}$$

A continuación se caracterizará la función de mínimo costo.

### **Etapas 2 de minimización de costos de operación**

Esta etapa de optimización considera los niveles de instalación  $P^R$  y  $P^T$  como dados, y tales que  $(P^R, P^T) \in R$ . Luego, considerando que los costos variables de operación de la tecnología renovable valen cero ( $c_o^R = 0$ ), la minimización de costos de operación en la etapa 2 está dada por:

$$f(P^R, P^T) = \min_{\{g^R(t), g^T(t)\}} c_o^T \int_0^1 g^T(t) dt$$

s.a

$$(1.2), (1.3) \text{ y } (1.4)$$

Como  $c_o^R = 0$  tenemos que siempre se despachará la tecnología renovable antes que la tecnología térmica. Como la restricción de demanda (1.2) se satisface con igualdad, y la generación térmica no puede ser negativa por (1.4), entonces cuando hay exceso de capacidad disponible de generación renovable por sobre la demanda  $d(t)$ , este exceso no se puede generar, y por consiguiente,  $g^R(t) = d(t) < z(t)P^R$  y  $g^T(t) = 0$ . En caso contrario, cuando el potencial de generación renovable es menor que la demanda, entonces  $g^R(t) = z(t)P^R$ , y la generación térmica  $g^T(t) = d(t) - z(t)P^R$ . Entonces tenemos que:

$$g^R(t) = \min \{d(t), z(t)P^R\}$$

$$g^T(t) = d(t) - \min \{d(t), z(t)P^R\} \Rightarrow g^T(t) = \max \{0, d(t) - z(t)P^R\} \quad (1.8)$$

La función de mínimo costo, definida para  $(P^R, P^T) \in R$  queda dada por:

$$f(P^R, P^T) = c_o^T \int_0^1 \max \{0, d(t) - z(t)P^R\} dt$$

Debido a que la restricción (1.6) garantiza que siempre existirá capacidad instalada de la tecnología térmica para satisfacer la demanda, en cualquier condición de generación de la tecnología renovable, entonces el nivel de generación térmica queda expresado sólo en función de  $P^R$  (expresión (1.8)), e independiente de  $P^T$ . Por lo anterior, la función de mínimo costo (en adelante  $f(P^R)$ ) también queda expresada sólo en función del nivel de instalación de la tecnología renovable  $P^R$ .

## Etapa 1 Caracterización de inversión óptima

En base a lo anterior, tendremos que el problema de optimización de la primera etapa, que minimiza los costos totales de inversión y operación estará dado por:

$$\min_{\{P^R, P^T\} \in R} h(P^R, P^T) = c_I^R P^R + c_I^T P^T + f(P^R)$$

La región de optimización  $R$  es convexa, y se ilustra en la Figura 1.1. En esta figura, las rectas representan combinaciones de  $P^T$  y  $P^R$  que satisfacen con igualdad la restricción (1.6) para distintos instantes de tiempo  $t_i$ . En particular,  $t_d$  representa el instante de tiempo donde la demanda  $d(t)$  es máxima.

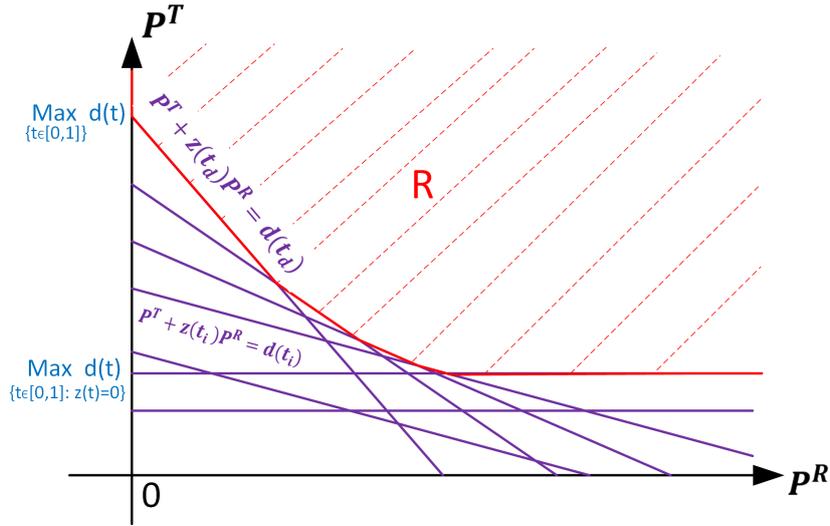


Fig. 1.1: Región factible  $R$  problema de optimización

En particular  $h(P^R, P^T)$  es creciente con  $P^T$ , por lo que en el óptimo la restricción (1.6) está activa para algún  $t \in [0, 1]$ . Como tenemos que:

$$z(t)P^R + P^T \geq d(t) \Leftrightarrow P^T \geq d(t) - z(t)P^R$$

Entonces la restricción (1.6) se satisface con igualdad para el instante  $t \in [0, 1]$  en que se maximiza  $d(t) - z(t)P^R$ . Por consiguiente:

$$P^T(P^R) = \max_{\{t \in [0,1]\}} \{d(t) - z(t)P^R\} \quad (1.9)$$

Utilizando la expresión (1.9) para expresar el nivel de instalación de  $P^T$  en función de  $P^R$ , podemos prescindir de la restricción (1.6), y expresar el problema de optimización sólo en función de  $P^R$  como:

$$\min_{\{P^R\}} h(P^R) = c_I^R P^R + c_I^T P^T(P^R) + f(P^R) \quad (1.10)$$

s.a

$$P^R \geq 0 \quad (1.11)$$

$$P^T(P^R) \geq 0 \quad (1.12)$$

En adelante nos concentraremos en analizar las soluciones interiores del problema de optimización. Las condiciones sobre los parámetros que garantizan que la solución es interior se presentan en la subsección siguiente, donde se verifica que las condiciones se cumplen para valores típicos de los parámetros. En dicho contexto, el problema de optimización se reduce a minimizar la función  $h(P^R)$  sin considerar las restricciones (1.11) y (1.12). Adicionalmente, tenemos que el problema de maximización para la obtención de  $P^T(P^R)$ , definido en la expresión (1.9) siempre tiene máximo por estar definida en un conjunto compacto  $t \in [0, 1]$ . Al definir  $t^*(P^R)$  como el instante donde se maximiza la diferencia entre la demanda y la generación renovable, es decir:

$$t^*(P^R) = \underset{\{t \in [0,1]\}}{\operatorname{argmax}} \{d(t) - z(t)P^R\} \quad (1.13)$$

El problema de optimización (1.10)-(1.12) se puede expresar como:

$$\min_{\{P^R\}} h(P^R) = c_I^R P^R + c_I^T \underbrace{[d(t^*(P^R)) - z(t^*(P^R))P^R]}_{P^T(P^R)} + c_o^T \underbrace{\int_0^1 \max\{0, d(t) - z(t)P^R\} dt}_{f(P^R)} \quad (1.14)$$

### 1.1.1. Condiciones de optimalidad

Para obtener y analizar la solución del problema de optimización en (1.14), en primer lugar se derivan las condiciones de primer orden, luego se analizan las condiciones de segundo orden, y finalmente, como el objetivo es analizar las soluciones interiores donde  $P^T > 0$  y  $P^R > 0$ , se determinan condiciones sobre los parámetros que permiten garantizar la existencia de una solución interior.

#### Condiciones de primer orden

Tenemos que la condición de primer orden está dada por:

$$\frac{\partial h}{\partial P^R} = c_I^R + c_I^T \frac{\partial}{\partial P^R} P^T(P^R) + \frac{\partial}{\partial P^R} f(P^R) = 0$$

Análisis  $\frac{\partial f}{\partial P^R}$

Dado que <sup>5</sup>  $f(P^R) = c_o^T \int_0^1 g^T(t, P^R) dt$ , tenemos que  $\frac{\partial f}{\partial P^R}$  está dado por:

$$\frac{\partial f}{\partial P^R} = c_o^T \frac{\partial}{\partial P^R} \int_0^1 g^T(t, P^R) dt \quad (1.15)$$

En ([10], Corolario 8) se dan condiciones bajo las cuales se cumple que:

$$\frac{\partial}{\partial P^R} \int_0^1 g^T(t, P^R) dt = \int_0^1 \frac{\partial}{\partial P^R} g^T(t, P^R) dt \quad (1.16)$$

A continuación detallamos las hipótesis de ([10], Corolario 8). Sea  $J = [0, M]$  un intervalo finito, con  $M$  suficientemente grande para asegurar que  $P^R \in J$ . La función  $g^T : [0, 1] \times J \rightarrow \mathbb{R}$  cumple:

<sup>5</sup>Si bien se definió la generación térmica como  $g^T(t)$ , al descomponer el problema de optimización en dos etapas, la generación térmica en la etapa 2 de optimización queda definida explícitamente en función del tiempo y el nivel de instalación de la tecnología renovable, a través de la expresión (1.8). Por lo anterior, en adelante usaremos también la notación  $g^T(t, P^R) = \max\{0, d(t) - z(t)P^R\}$  para representar la generación de la tecnología térmica.

1.  $g^T(t, \cdot)$  es absolutamente continua en  $J$ ,  $\forall t \in [0, 1]$ .
2.  $\frac{\partial g^T(t, P^R)}{\partial P^R}$  existe para casi todo  $P^R \in J$  y para casi todo  $t \in [0, 1]$ .
3.  $g^T(\cdot, P^R)$  es integrable en  $t \in [0, 1]$ ,  $\forall P^R \in J$ .

Es fácil ver que  $g^T(t, P^R) = \max\{0, d(t) - z(t)P^R\}$  cumple todas las hipótesis.

En lo que sigue nos enfocamos en determinar  $\frac{\partial g^T(t, P^R)}{\partial P^R}$ . En primer lugar, en el gráfico de la derecha de la Figura 1.2 se ilustra  $g^T(t, P^R)$  para un nivel dado de  $P^R$ .

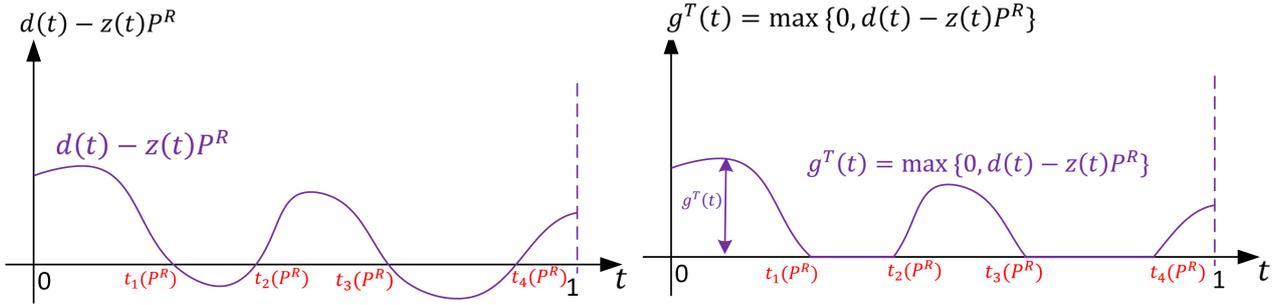


Fig. 1.2: Generación térmica en función de  $t$

A continuación definimos un subconjunto del intervalo  $t \in [0, 1]$ , donde  $d(t) - z(t)P^R \geq 0$ :

$$\tau(P^R) = \{t \in [0, 1] : d(t) - z(t)P^R \geq 0\} \quad (1.17)$$

Fuera de este conjunto no hay generación térmica  $g^T(t, P^R) = 0$ , y por consiguiente:

$$g^T(t, P^R) = \begin{cases} d(t) - z(t)P^R & \forall t \in \tau(P^R) \\ 0 & \forall t \in \tau^C(P^R) \end{cases} \quad (1.18)$$

Gracias a las expresiones (1.15), (1.16), y (1.18) para  $g^T(t, P^R)$ <sup>6</sup>, obtenemos la expresión (1.19) para la derivada de la función de costos<sup>7</sup>

$$\frac{\partial f}{\partial P^R} = c_o^T \frac{\partial}{\partial P^R} \int_0^1 g^T(t, P^R) dt = c_o^T \int_0^1 \frac{\partial}{\partial P^R} g^T(t, P^R) dt = -c_o^T \int_{t \in \tau(P^R)} z(t) dt$$

$$\boxed{\frac{\partial f}{\partial P^R} = -c_o^T \int_{t \in \tau(P^R)} z(t) dt} \quad (1.19)$$

Análisis  $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$

Tenemos que  $\frac{\partial P^T(P^R)}{\partial P^R}$  está dado por:

$$\frac{\partial P^T}{\partial P^R} = \frac{\partial}{\partial P^R} \max_{\{t \in [0, 1]\}} \{[d(t) - z(t)P^R]\} = \frac{\partial}{\partial P^R} [d(t^*) - z(t^*)P^R]$$

<sup>6</sup>Si bien la derivada de  $g^T(t, P^R)$  no queda definida en la frontera de  $\tau(P^R)$ , los puntos donde dicha derivada no está definida tienen medida cero, por lo cual no afectan en el cálculo de la integral, lo que permite validar la expresión (1.19).

<sup>7</sup>En el anexo A.1 se presenta un cálculo alternativo para la obtención de  $\frac{\partial f}{\partial P^R}$  utilizando límites, que permite verificar la expresión (1.19).

Donde  $t^*(P^R)$  está dado por la expresión (1.13). Aplicando el teorema de la envolvente, y asumiendo que se cumple la hipótesis de unicidad <sup>8</sup> de  $t^*(P^R)$  tenemos que:

$$\boxed{\frac{\partial P^T}{\partial P^R} = -z(t^*(P^R))} \quad (1.20)$$

De los resultados obtenidos se debe destacar que:

$$\boxed{\frac{\partial P^T}{\partial P^R} \leq 0, \quad \frac{\partial f}{\partial P^R} \leq 0}$$

### Condiciones de segundo orden

En el anexo A.2 se presenta un análisis de las segundas derivadas de  $f(P^R)$  y  $P^T(P^R)$ , donde se muestra que:

$$\boxed{\frac{\partial^2 P^T}{\partial P^R^2} \geq 0, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial P^R^2} \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial^2 h}{\partial P^R^2} \geq 0}$$

Bajo lo cual  $h(P^R)$  es convexa, y por lo tanto, si existe  $P^R$  que satisface la condición de primer orden, este será un mínimo global de  $h(P^R)$ .

#### 1.1.2. Solución interior problema de optimización

Tenemos que bajo condiciones sobre los parámetros que garantizan solución interior, la condición de primer orden para el nivel óptimo de  $P^R$  estará dada por:

$$\frac{\partial h}{\partial P^R} = c_I^R + c_I^T \frac{\partial}{\partial P^R} P^T(P^R) + \frac{\partial}{\partial P^R} f(P^R) = 0$$

$$\boxed{c_I^R = c_I^T z(t^*(P^R)) + c_o^T \left[ \int_{t \in \tau(P^R)} z(t) dt \right]} \quad (1.21)$$

Con  $P^T$  óptimo y  $t^*(P^R)$  dados por:

$$\boxed{P^T = d(t^*(P^R)) - z(t^*(P^R))P^R} \quad , \quad \boxed{t^*(P^R) = \underset{\{t \in [0,1]\}}{\operatorname{argmax}} \{d(t) - z(t)P^R\}}$$

La solución obtenida caracterizada por la expresión (1.21), indica que en el margen debe ser indiferente cambiar capacidad renovable con capacidad térmica. Lo anterior, debido a que una unidad renovable permite reemplazar  $z(t^*(P^R))$  unidades térmicas para mantener cubierta la demanda, a un costo unitario  $c_I^T$ . Al efectuar dicho reemplazo, la unidad renovable entrega energía que permite reemplazar  $\left[ \int_{t \in \tau(P^R)} z(t) dt \right]$  unidades de energía térmica a un costo unitario  $c_o^T$ , que es equivalente a la energía que aporta una unidad renovable en las horas en que no hay exceso de energía de esta tecnología, valorizada a la diferencia entre el costo unitario de operación de la tecnología térmica y la tecnología renovable.

<sup>8</sup>En el anexo A.5 se muestra que el supuesto de unicidad de  $t^*(P^R)$  se tiene casi siempre, excepto casos muy particulares. Adicionalmente, se muestra como caracterizar la solución cuando no se mantiene el supuesto de unicidad. Finalmente, en el anexo A.2 se ilustran eventuales discontinuidades en  $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$  para niveles de  $P^R$  donde no se cumple la hipótesis de unicidad de  $t^*(P^R)$

## Condiciones sobre parámetros para garantizar solución interior

A continuación se definen las condiciones sobre los parámetros que permiten garantizar una solución interior. Como se demostró en el anexo A.2 que la función  $h(P^R)$  es convexa, entonces para que en el óptimo  $P^R > 0$ , basta garantizar que:

$$\left. \frac{\partial h(P^R)}{\partial P^R} \right|_{P^R=0} < 0$$

Por consiguiente, haciendo uso de la expresión (1.21) basta garantizar que:

$$\boxed{c_I^R < c_I^T z(t^*(0)) + c_o^T \int_0^1 z(t) dt} \Leftrightarrow \boxed{c_I^R < c_I^T z(t^*(0)) + c_o^T F P_R} \quad (1.22)$$

Donde  $F P_R$  es el factor de planta de la tecnología renovable, y:

$$t^*(0) = \operatorname{argmax}_{t \in [0,1]} d(t) \quad \text{y} \quad \tau(0) = \{t \in [0, 1] : d(t) \geq 0\} = [0, 1]$$

En términos generales, la condición (1.22) se cumple para valores reales de los parámetros<sup>9</sup>. El detalle de las condiciones para garantizar que  $P^T > 0$  se presenta en el anexo A.3, donde se demuestra que para valores reales de los parámetros se garantiza una solución interior.

## 1.2. Mercado descentralizado con Tarificación de punta

### 1.2.1. Pagos por capacidad

#### Nomenclatura

$\bar{P}_c$ : Tarifa regulada para pagos por capacidad.

$\gamma$ : Capacidad renovable reconocida para pagos por capacidad por unidad de capacidad instalada.

Se reconoce la proporción  $\gamma$  de la capacidad instalada de la tecnología renovable para determinar su potencia de suficiencia para los pagos por capacidad. Los pagos por capacidad se realizan en la hora  $t = \xi$ , para la demanda  $d(\xi)$ , bajo lo cual los pagos por capacidad para los desarrolladores de tecnologías térmica y renovable están dados por las expresiones (1.23) y (1.24) respectivamente. Los ingresos totales por capacidad están dados por la expresión (1.25).

$$\text{Ingresos capacidad}^T = \bar{P}_c \frac{P^T}{P^T + \gamma P^R} d(\xi) \quad (1.23)$$

$$\text{Ingresos capacidad}^R = \bar{P}_c \frac{\gamma P^R}{P^T + \gamma P^R} d(\xi) \quad (1.24)$$

$$\text{Ingresos capacidad}^{Total} = \text{Ingresos capacidad}^T + \text{Ingresos capacidad}^R = \bar{P}_c d(\xi) \quad (1.25)$$

<sup>9</sup>El caso crítico para obtener una cota inferior de la expresión (1.22) se da cuando no hay generación renovable en la hora de máxima demanda, esto es, cuando  $z(t^*(0)) = 0$ . Para este caso, asumiendo que  $c_o^T \geq 60[\text{USD}/\text{MWh}]$ , y  $F P_R \geq 0,3$ , y tomando sus valores mínimos, la condición (1.22) se transforma en:

$$c_I^R < c_o^T F P_R \quad \Rightarrow \quad c_I^R < 18 [\text{USD}/\text{MWh}]$$

Condición que se cumpliría siempre bajo condiciones reales de los parámetros ( $c_I^R \approx 10 [\text{USD}/\text{MWh}]$ )

### 1.2.2. Pagos por energía

Los pagos por energía se valorizan al costo de abastecer una unidad adicional de demanda en cada instante de tiempo, esto es, al costo marginal de producción de energía. Cuando hay exceso de capacidad disponible renovable para abastecer la demanda ( $t \in \tau^C(P^R)$ ), el costo marginal de producción equivale al costo unitario de operación de la tecnología renovable ( $c_o^R$ ), que en este caso es cero, mientras que cuando no hay exceso de capacidad disponible renovable ( $t \in \tau(P^R)$ ) el costo marginal de producción equivale al costo unitario de operación de la tecnología térmica ( $c_o^T$ ). En resumen los pagos unitarios por energía están dados por:

$$\text{Pagos unitarios energía} = \begin{cases} c_o^R & \text{si } t \in \tau^C(P^R) \\ c_o^T & \text{si } t \in \tau(P^R) \end{cases}$$

### 1.2.3. Desarrollo Tecnología térmica

La tecnología térmica tiene ingresos sólo asociados a los pagos por capacidad, ya que por tarificación a costo marginal sus ingresos por energía son iguales a sus costos de operación. Luego, considerando los costos de inversión, y los pagos por capacidad dados por (1.23), los ingresos netos de la tecnología térmica están dados por:

$$\pi^T = \bar{P}_c \frac{P^T}{P^T + \gamma P^R} d(\xi) - c_I^T P^T$$

Asumiendo libre entrada, y posibilidad de desarrollo modular para la tecnología térmica, se cumplen condiciones de mercado competitivo donde en equilibrio se disipan las rentas:

$$\pi^T = \bar{P}_c \frac{P^T}{P^T + \gamma P^R} d(\xi) - c_I^T P^T = 0$$

Por consiguiente, el nivel de instalación de la tecnología térmica estará dado por la expresión (1.26):

$$\boxed{P^T = \frac{\bar{P}_c}{c_I^T} d(\xi) - \gamma P^R} \quad (1.26)$$

### 1.2.4. Desarrollo Tecnología renovable

A partir de los pagos por capacidad a la tecnología térmica, se obtiene el nivel de instalación de la tecnología térmica dado por (1.26). Por consiguiente, reemplazando el nivel de instalación de la tecnología térmica (1.26) en la expresión (1.24) para los ingresos por capacidad de la tecnología renovable, tenemos que los ingresos de esta tecnología están dados por:

$$\text{Ingresos capacidad}^R = \bar{P}_c \frac{\gamma P^R}{\frac{\bar{P}_c}{c_I^T} d(\xi) - \gamma P^R + \gamma P^R} d(\xi) \Rightarrow \boxed{\text{Ingresos capacidad}^R = c_I^T \gamma P^R} \quad (1.27)$$

Luego con tarificación a costo marginal, la tecnología renovable recibe ingresos por energía sólo cuando hay generación térmica, esto es, cuando  $t \in \tau(P^R)$ , ya que cuando el potencial de generación renovable excede la demanda  $g^R(t) = d(t)$  el costo marginal de producción es  $c_o^R = 0$ . Por consiguiente, los

ingresos netos de los desarrolladores de tecnología renovable, que consideran los ingresos por energía, los pagos por capacidad, y los costos de inversión de esta tecnología, estarán dados por:

$$\pi^R = \underbrace{c_o^T \int_{t \in \tau(P^R)} z(t) P^R dt}_{\text{Ingreso por Energía}} + \underbrace{\gamma c_I^T P^R}_{\text{Pagos por Capacidad}} - \underbrace{c_I^R P^R}_{\text{Costo de inversión}}$$

Con  $\tau(P^R) = \{t \in [0, 1] : d(t) - z(t)P^R \geq 0\}$ .

Assumiendo libre entrada, y posibilidad de desarrollo modular para la tecnología renovable, se cumplen condiciones de mercado competitivo donde en equilibrio se disipan las rentas, y por consiguiente:

$$\pi^R = c_o^T \int_{t \in \tau(P^R)} z(t) P^R dt + \gamma c_I^T P^R - c_I^R P^R = 0$$

Bajo lo cual tenemos que:

$$P^R c_o^T \int_{t \in \tau(P^R)} z(t) dt + \gamma c_I^T P^R - c_I^R P^R = 0$$

Con lo que el nivel de instalación de la tecnología renovable está dado por:

$$\boxed{c_I^R = \gamma c_I^T + c_o^T \int_{t \in \tau(P^R)} z(t) dt} \quad (1.28)$$

### 1.3. Condiciones para alcanzar óptimo planificador central en mercado descentralizado

Si se definen:

1.

$$\gamma = z(t^*(P^R)) \quad \text{donde} \quad t^*(P^R) = \operatorname{argmax}_{t \in [0,1]} d(t) - z(t)P^R$$

2.

$$\bar{P}_c = c_I^T$$

3.

$$\xi = t^*(P^R)$$

Entonces reemplazando  $\gamma$ ,  $\bar{P}_c$  y  $\xi$  en las expresiones (1.26) y (1.28) para obtener el nivel de instalación de la tecnologías térmica y renovable en el mercado descentralizado, tenemos que a través del mercado descentralizado el nivel de instalación de la tecnología renovable estará dado por:

$$\boxed{c_I^R = c_I^T z(t^*(P^R)) + c_o^T \int_{t \in \tau(P^R)} z(t) dt}$$

Y para la tecnología térmica estará dado por:

$$\boxed{P^T = d(t^*(P^R)) - z(t^*(P^R))P^R}$$

Donde dichas expresiones para obtener los niveles de instalación alcanzados a través del **mercado descentralizado** son equivalentes a las expresiones de la solución **óptima centralizada**. Lo anterior permite verificar que bajo el contexto de dos tecnologías, térmica y renovable, una curva de demanda inelástica generalizada, y generación renovable determinística, el pago por capacidad se debe realizar en la hora donde se maximiza la diferencia entre la demanda y la generación renovable.

#### 1.4. Análisis problema de optimización

Del análisis más detallado del problema de optimización del planificador central (1.10)-(1.12), se puede mostrar que la función objetivo  $h(P^R)$  es convexa. Este análisis se presenta en el anexo A.2, donde se muestra que las funciones  $P^T(P^R)$  y  $f(P^R)$  son decrecientes, continuas, convexas, y diferenciables en casi todo punto. La Figura 1.3 muestra ejemplos de estas funciones.

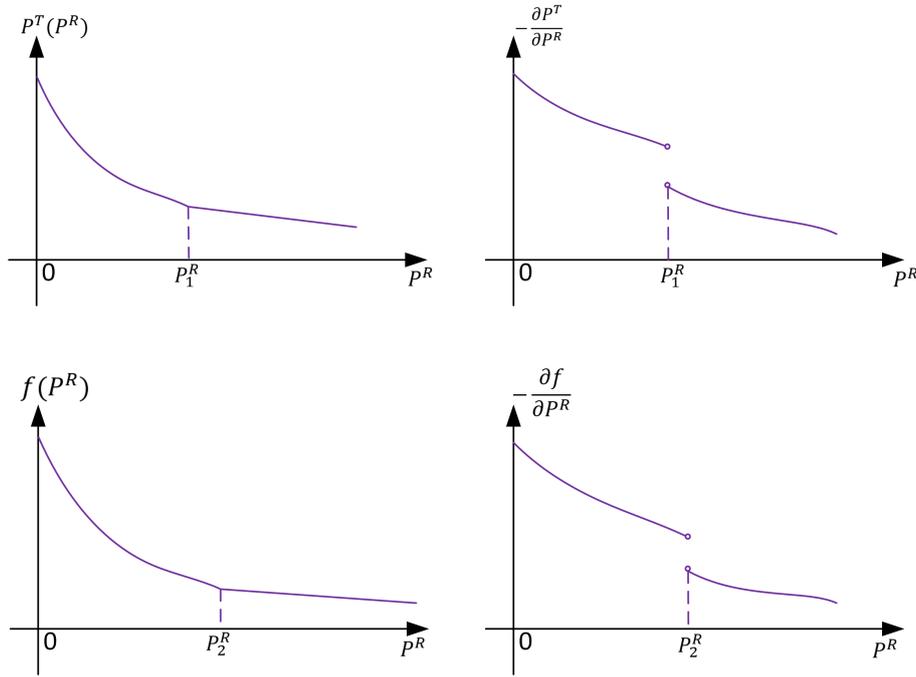


Fig. 1.3: Ejemplo caracterización de  $P^T(P^R)$ ,  $f(P^R)$ , y sus derivadas

En dicho anexo A.2 se muestra que en los puntos donde las derivadas están definidas:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P^T}{\partial P^R} &\leq 0, & \frac{\partial^2 P^T}{\partial P^R{}^2} &\geq 0 \\ \frac{\partial f}{\partial P^R} &\leq 0, & \frac{\partial^2 f}{\partial P^R{}^2} &\geq 0 \end{aligned}$$

Adicionalmente, en los anexos A.4 y A.5 se muestran condiciones particulares bajo las cuales existen discontinuidades en  $\frac{\partial f(P^R)}{\partial P^R}$  y  $\frac{\partial P^T(P^R)}{\partial P^R}$  respectivamente. En base a lo anterior, en estos casos existirán niveles de  $P^R$  donde las derivadas de  $f(P^R)$  y  $P^T(P^R)$  no están definidas, y por consiguiente, el máximo global se podría dar para valores donde  $\frac{\partial h}{\partial P^R}$  no está definido.

Dada la función a minimizar:

$$h(P^R) = c_I^R P^R + c_I^T P^T(P^R) + f(P^R) \quad \text{con} \quad \frac{\partial^2 h}{\partial P^R{}^2} = c_I^T \frac{\partial^2 P^T(P^R)}{\partial P^R{}^2} + \frac{\partial^2 f(P^R)}{\partial P^R{}^2} \geq 0$$

Tenemos que la convexidad de  $h(P^R)$ , garantiza que de existir solución a la condición de primer orden

(1.21) tal que  $(P^R, P^T) > 0$ , ésta será un mínimo global. No obstante, por la eventual discontinuidad de la primera derivada de  $h(P^R)$ , en el óptimo se podrían dar dos condiciones:

### Condición 1

$$\frac{\partial h(P^{R*})}{\partial P^R} = 0$$

### Condición 2

$$\frac{\partial h(P_-^{R*})}{\partial P^R} < 0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial h(P_+^{R*})}{\partial P^R} > 0$$

## 1.5. Implementación en mercado descentralizado para solución óptima en discontinuidad

Un análisis detallado de lo que se implementa en el mercado descentralizado cuando el óptimo se alcanza para niveles de  $P^R$  donde  $\frac{\partial h}{\partial P^R}$  es discontinua se presenta en los anexos A.4.4 y A.5.4, para discontinuidad en  $\frac{\partial f}{\partial P^R}$  y  $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$  respectivamente.

### Discontinuidad en $\frac{\partial f}{\partial P^R}$

El análisis específico de esta condición se presenta en el anexo A.4.4. Si la discontinuidad es en  $\frac{\partial f}{\partial P^R}$ , tenemos que en el óptimo centralizado  $\frac{\partial h(P_-^{R*})}{\partial P^R} < 0$  y  $\frac{\partial h(P_+^{R*})}{\partial P^R} > 0$ .

$$c_I^R - z(t^*(P^{R*})) - \int_{t \in \tau(P_-^{R*})} z(t) dt < 0$$

$$c_I^R - z(t^*(P^{R*})) - \int_{t \in \tau(P_+^{R*})} z(t) dt > 0$$

Mientras que las rentas en el mercado descentralizado, para  $\gamma^R = z(t^*(P^{R*}))$  están dadas por:

$$\pi^R(P_-^{R*}) = P^{R*} \left( -c_I^R + z(t^*(P^{R*})) + \int_{t \in \tau(P_-^{R*})} z(t) dt \right) > 0$$

$$\pi^R(P_+^{R*}) = P^{R*} \left( -c_I^R + z(t^*(P^{R*})) + \int_{t \in \tau(P_+^{R*})} z(t) dt \right) < 0$$

En este contexto, tenemos que las rentas en el mercado son positivas para valores de  $P^R$  menores al óptimo centralizado  $P^{R*}$ , y negativas para valores mayores que  $P^{R*}$ , pero nunca son cero. Por lo tanto, el nivel de instalación de la tecnología renovable nunca será superior a  $P^{R*}$  donde las rentas son negativas, pero en un contexto de competencia perfecta convergerá a  $P^{R*}$  desde valores inferiores donde la renta es positiva, tal que:

$$P_{\text{descentralizado}}^R = P^{R*} - \epsilon \quad \text{con} \quad \epsilon \rightarrow 0$$

Por consiguiente, si la solución óptima está en la discontinuidad de  $\frac{\partial f}{\partial P^R}$ , los niveles de instalación de las tecnologías en el mercado competitivo convergerán al óptimo centralizado, pero las rentas en el mercado no convergerán a cero.

### Discontinuidad en $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$

El análisis específico de esta condición se presenta en el anexo A.5.4. Si suponemos que el óptimo para  $P^R$  es para el nivel  $P^{R*}$  donde  $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$  es discontinua, entonces cuando se minimiza  $h(P^R)$ , en el óptimo tendremos que:

$$c_I^R - z(t^*(P_-^{R*})) - \int_{t \in \tau(P^{R*})} z(t) dt < 0$$

$$c_I^R - z(t^*(P_+^{R*})) - \int_{t \in \tau(P^{R*})} z(t) dt > 0$$

Mientras que las rentas en el mercado descentralizado, si seleccionamos  $\gamma^R = \min_{t \in t^*(P^{R*})} z(t)$ , estarán dadas por:

$$\pi^R(P_-^{R*}) = P^{R*} \left( -c_I^R + z(t^*(P_-^{R*})) + \int_{t \in \tau(P^{R*})} z(t) dt \right) > 0$$

$$\pi^R(P_+^{R*}) = P^{R*} \left( -c_I^R + z(t^*(P_+^{R*})) + \int_{t \in \tau(P^{R*})} z(t) dt \right) < 0$$

Al igual que en el caso anterior, las rentas en el mercado son positivas para valores de  $P^R$  menores al óptimo centralizado  $P^{R*}$ , y negativas para valores mayores que  $P^{R*}$ , pero nunca son cero, y por lo tanto, el nivel de instalación de las tecnologías en un contexto de competencia perfecta convergerá a  $P^{R*}$  tal que:

$$\boxed{P_{\text{descentralizado}}^R = P^{R*} - \epsilon} \text{ con } \epsilon \rightarrow 0$$

$$\boxed{P_{\text{descentralizado}}^T = d(t^*(P^{R*} - \epsilon)) - z(t^*(P^{R*} - \epsilon))(P^{R*} - \epsilon)} \text{ con } \epsilon \rightarrow 0$$

En este contexto, si la solución óptima está en la discontinuidad de  $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$ , entonces existirá un nivel de instalación  $P^R$  en el cual la diferencia entre la demanda y la generación renovable se maximiza para dos instantes de tiempo, y en dicho caso el pago por capacidad se debe realizar sólo para uno de los dos instantes de tiempo, en este caso, para el instante en que la generación renovable es mínima. Si los pagos por capacidad se realizan de acuerdo a esta regla, los niveles de instalación de las tecnologías en el mercado competitivo convergerán al óptimo centralizado, pero las rentas en el mercado no convergerán a cero.

## 2. Análisis para demanda inelástica y generación renovable determinística con componente aleatoria

En esta sección se presenta el caso en que el potencial de generación de la tecnología renovable se caracteriza a través de un perfil de generación con una **componente determinística y una componente aleatoria** en cada instante de tiempo. Se caracterizará tanto la solución óptima obtenida de manera centralizada, cómo el equilibrio de un mercado competitivo con inversiones descentralizadas y tarificación de punta (peak-load pricing). A continuación se resumen los supuestos para el modelo.

### Supuestos

- Demanda caracterizada por curva de carga inelástica al precio.
- Dos tecnologías de generación para representar la oferta, una térmica despachable con costo de operación positivo, y otra renovable con potencial de generación estocástico y sin costo de operación.
- El potencial de generación renovable se caracteriza por una componente determinística variable en el tiempo, y una componente aleatoria, ésta última, se representa por variables independientes en cada instante de tiempo que son i.i.d., con igual función de densidad de probabilidad continua.
- La energía no es almacenable.
- El potencial de generación renovable determinístico, y la demanda en función del tiempo se representan por funciones continuas diferenciables de clase  $C^2$ .

### Nomenclatura

La nomenclatura utilizada para definir los nuevos parámetros es la siguiente:

#### Parámetros

- $\theta(t)$ : Componente aleatoria del potencial de generación renovable en  $t$ , por unidad de capacidad instalada.  
 $f_d(\theta)$ : Función de distribución de la variable aleatoria  $\theta$   
 $\underline{\theta}$ : Valor mínimo de  $\theta$   
 $\bar{\theta}$ : Valor máximo de  $\theta$

Con:

$$\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} f_d(\theta) d\theta = 1 \quad \wedge \quad \int_0^1 \left[ z(t) + \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} \theta f_d(\theta) d\theta \right] dt = \text{Factor de Planta renovable}$$

En la Figura 2.1 se presenta un ejemplo de curva de demanda y perfil de generación renovable con componente determinística y aleatoria.

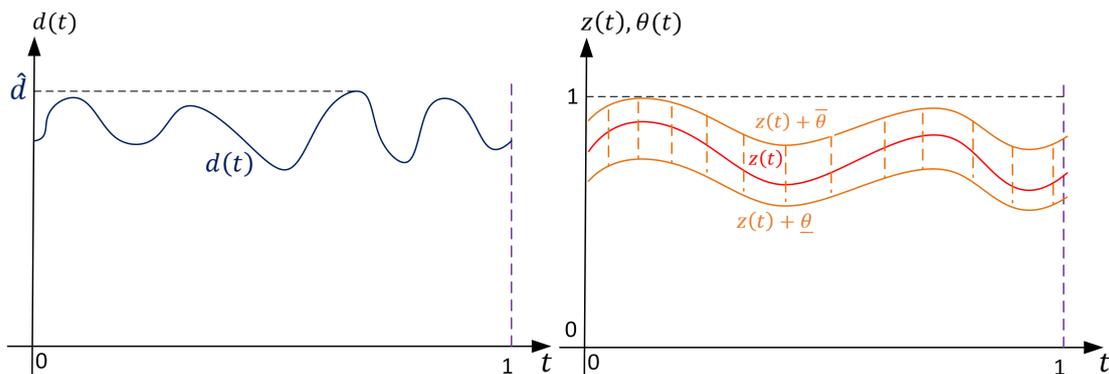


Fig. 2.1: Demanda generalizada y generación renovable determinística con componente aleatoria

## 2.1. Óptimo planificador central

El objetivo del planificador central es maximizar el bienestar social, donde para este caso particular, en el cual la demanda es inelástica, se traduce en minimizar los costos totales de inversión y operación del sistema para abastecer la curva de demanda  $d(t)$ . Este problema de optimización está dado por:

$$\min_{\{P^R, P^T, g^R(t), g^T(t)\}} c_I^T P^T + c_I^R P^R + c_o^T \int_0^1 \mathbb{E}[g^T(t)] dt + c_o^R \int_0^1 \mathbb{E}[g^R(t)] dt$$

s.a

$$\begin{aligned} g^R(t) + g^T(t) &= d(t) & \forall t \in [0, 1] \\ 0 \leq g^R(t) &\leq [z(t) + \theta(t)] P^R & \forall t \in [0, 1] \\ 0 \leq g^T(t) &\leq P^T & \forall t \in [0, 1] \\ P^R, P^T &\geq 0 \end{aligned}$$

Donde, utilizando los mismos criterios presentados en la Subsección 1.1 para resolver el problema de optimización del caso 1, en el cual se descompone el problema de optimización en dos etapas, este problema de optimización se reduce al siguiente problema:

$$\min_{\{P^R, P^T\}} c_I^T P^T + c_I^R P^R + f(P^R)$$

s.a

$$[\theta(t) + z(t)] P^R + P^T \geq d(t) \quad \forall t \in [0, 1] \quad (2.1)$$

$$P^R, P^T \geq 0 \quad (2.2)$$

Donde  $f(P^R)$  representa la función de costos mínimos de operación en función del nivel de instalación de la tecnología renovable, y la expresión (2.1) representa la restricción de factibilidad sobre la capacidad instalada que permite que la instalación conjunta de las tecnologías térmica  $P^T$  y renovable  $P^R$  es tal que siempre es posible satisfacer la restricción de demanda  $g^T(t) + g^R(t) = d(t)$  para cualquier nivel de  $P^R$ . A continuación se caracterizará la función de mínimo costo.

### Etapas 2 de Minimización de costos de operación

La función de costos mínimos de operación en términos de  $P^R$  está dada por:

$$f(P^R) = c_o^T \int_0^1 \mathbb{E}[g^T(t)] dt \quad (2.3)$$

$$\text{Con } g^T(t) = d(t) - \min \{d(t), [z(t) + \theta(t)] P^R\} \Rightarrow g^T(t) = \max \{0, d(t) - [z(t) + \theta(t)] P^R\} \quad (2.4)$$

### Etapas 1 Caracterización de inversión óptima

La minimización de costos totales de inversión y operación estará dado por:

$$\min_{\{P^R, P^T\}} h(P^R, P^T) = c_I^R P^R + c_I^T P^T + f(P^R)$$

s.a

$$[z(t) + \theta(t)]P^R + P^T \geq d(t) \quad \forall t \in [0, 1] \quad (2.5)$$

$$P^R, P^T \geq 0 \quad (2.6)$$

En particular  $h(P^R, P^T)$  es creciente con  $P^T$ , y considerando que a partir de la restricción de factibilidad (2.5):

$$P^T \geq d(t) - [z(t) + \theta(t)]P^R \quad \forall t \in [0, 1]$$

Esta restricción se debe satisfacer con igualdad para algún  $t \in [0, 1]$  donde  $d(t) - [z(t) + \theta(t)]P^R$  se maximiza. Como los  $\theta(t)$  son i.i.d, al maximizar  $d(t) - [z(t) + \theta(t)]P^R$  usamos  $\theta(t) = \underline{\theta}$ , por lo que:

$$P^T(P^R) = \max_{t \in [0, 1], \theta \in [\underline{\theta}, \bar{\theta}]} d(t) - [z(t) + \theta]P^R = \max_{t \in [0, 1]} d(t) - [z(t) + \underline{\theta}]P^R$$

$$t^*(P^R) = \underset{t \in [0, 1]}{\operatorname{argmax}} d(t) - [z(t) + \underline{\theta}]P^R \quad (2.7)$$

$$\Rightarrow P^T(P^R) = d(t^*(P^R)) - [z(t^*(P^R)) + \underline{\theta}]P^R \quad (2.8)$$

Considerando que la restricción (2.5) se cumple con igualdad sólo para el nivel de instalación de la tecnología térmica dado por (2.8), y para otros niveles de instalación se satisface con holgura, se puede eliminar la restricción (2.5) y expresar el nivel de instalación de la tecnología térmica en función del nivel de instalación de la tecnología renovable en la función objetivo. Adicionalmente, al igual que para el caso 1 de análisis, asumiremos que se cumplen las condiciones sobre los parámetros que permiten garantizar solución interior para los niveles de instalación de la tecnología térmica y renovable, esto es,  $P^T > 0$  y  $P^R > 0$ , bajo lo cual se eliminan las restricciones (2.6). A partir de lo anterior, el problema de optimización se reduce a:

$$\min_{\{P^R\}} h(P^R) = c_I^R P^R + c_I^T P^T(P^R) + f(P^R)$$

Luego la condición de primer orden está dada por:

$$c_I^R + c_I^T \frac{\partial}{\partial P^R} P^T(P^R) + \frac{\partial}{\partial P^R} f(P^R) = 0$$

### 2.1.1. Derivada $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$

Tenemos que  $\frac{\partial P^T(P^R)}{\partial P^R}$  está dado por:

$$\frac{\partial P^T}{\partial P^R} = \frac{\partial}{\partial P^R} \max_{t \in [0, 1]} d(t) - [z(t) + \underline{\theta}]P^R = \frac{\partial}{\partial P^R} [d(t^*) - [z(t^*) + \underline{\theta}]P^R]$$

Donde  $t^*(P^R)$  está dado por la expresión (2.7). Aplicando el teorema de la envolvente, y asumiendo que se cumple la hipótesis de unicidad<sup>10</sup> de  $t^*(P^R)$  tenemos que:

<sup>10</sup>En el anexo A.5 se muestra que el supuesto de unicidad de  $t^*(P^R)$  se tiene casi siempre, excepto casos particulares.

$$\frac{\partial P^T}{\partial P^R} = -[z(t^*(P^R)) + \underline{\theta}]$$

### 2.1.2. Derivada $\frac{\partial f}{\partial P^R}$

En esta sección se caracterizará  $\frac{\partial f}{\partial P^R}$ . Sabemos que el nivel de generación térmica  $g^T$ , para un nivel dado de  $P^R$ , depende del tiempo y de la realización de la variable aleatoria  $\theta$ , lo que se ilustra en la Figura 2.2.

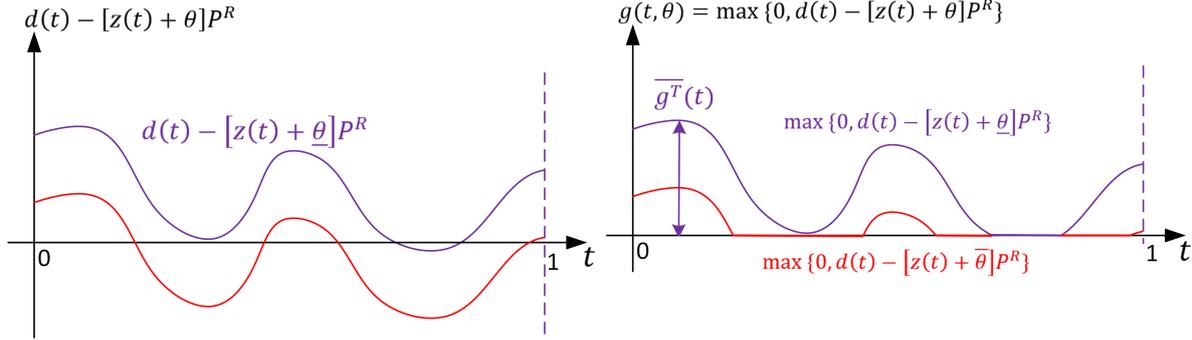


Fig. 2.2: Generación térmica en función del tiempo  $g^T(t, \theta)$  para valores extremos de la variable  $\theta$

A partir de las expresiones (2.3) y (2.4) sabemos que  $f(P^R)$  está dado por:

$$f(P^R) = c_o^T \int_0^1 \mathbb{E}_\theta[\max\{0, d(t) - [z(t) + \theta]P^R\}] dt$$

Para el cálculo de la derivada  $\frac{\partial f}{\partial P^R}$  se desarrolla la esperanza de la generación térmica  $\mathbb{E}[g^T(t, \theta, P^R)]$ . Para lo anterior, es importante definir para qué rangos de  $\theta$  el  $\max\{0, d(t) - [z(t) + \theta]P^R\}$  es igual a  $d(t) - [z(t) + \theta]P^R$ . En particular:

$$g^T = d(t) - [z(t) + \theta]P^R \Leftrightarrow d(t) - [z(t) + \theta]P^R > 0 \Leftrightarrow \frac{d(t)}{P^R} - z(t) > \theta$$

Por lo anterior, para un instante de tiempo cualquiera podemos tener las siguientes condiciones:

1.  $\frac{d(t)}{P^R} - z(t) > \bar{\theta} \Rightarrow g^T = d(t) - [z(t) + \theta]P^R \quad \forall \theta \in [\underline{\theta}, \bar{\theta}]$
2.  $\frac{d(t)}{P^R} - z(t) = \theta_0 \in [\underline{\theta}, \bar{\theta}] \Rightarrow g^T = \begin{cases} d(t) - [z(t) + \theta]P^R & \forall \theta \in [\underline{\theta}, \theta_0] \\ 0 & \forall \theta \in [\theta_0, \bar{\theta}] \end{cases}$
3.  $\frac{d(t)}{P^R} - z(t) < \underline{\theta} \Rightarrow g^T = 0 \quad \forall \theta \in [\underline{\theta}, \bar{\theta}]$

### Cálculo Esperanza

De las condiciones expuestas anteriormente, se derivan tramos sobre  $\frac{d(t)}{P^R} - z(t)$  para el cálculo de la esperanza de la generación térmica  $\mathbb{E}[g^T(t, \theta, P^R)]$

$$\mathbb{E}[g^T(t, \theta, P^R)] = \begin{cases} \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} [d(t) - [z(t) + \theta]P^R] f_d(\theta) d\theta & \frac{d(t)}{P^R} - z(t) > \bar{\theta} \\ \int_{\underline{\theta}}^{\frac{d(t)}{P^R} - z(t)} [d(t) - [z(t) + \theta]P^R] f_d(\theta) d\theta + \int_{\frac{d(t)}{P^R} - z(t)}^{\bar{\theta}} 0 f_d(\theta) d\theta & \underline{\theta} \leq \frac{d(t)}{P^R} - z(t) \leq \bar{\theta} \\ 0 & \frac{d(t)}{P^R} - z(t) < \underline{\theta} \end{cases}$$

Para lograr una notación más compacta, definimos que la esperanza del tercer tramo es equivalente a:

$$\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} [d(t) - [z(t) + \theta]P^R] f_d(\theta) d\theta = 0$$

Bajo lo cual la expresión para la esperanza es equivalente a:

$$\mathbb{E}[g^T(t, \theta, P^R)] = \begin{cases} \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} [d(t) - [z(t) + \theta]P^R] f_d(\theta) d\theta & \frac{d(t)}{P^R} - z(t) > \bar{\theta} \\ \int_{\underline{\theta}}^{\frac{d(t)}{P^R} - z(t)} [d(t) - [z(t) + \theta]P^R] f_d(\theta) d\theta & \underline{\theta} \leq \frac{d(t)}{P^R} - z(t) \leq \bar{\theta} \\ \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} [d(t) - [z(t) + \theta]P^R] f_d(\theta) d\theta & \frac{d(t)}{P^R} - z(t) < \underline{\theta} \end{cases}$$

Lo que permite reducir la expresión de la esperanza a:

$$\mathbb{E}[g^T(t, \theta, P^R)] = \int_{\underline{\theta}}^{\theta_S(t, P^R)} [d(t) - [z(t) + \theta]P^R] f_d(\theta) d\theta \quad (2.9)$$

Con:

$$\theta_S(t, P^R) = \begin{cases} \bar{\theta} & \frac{d(t)}{P^R} - z(t) > \bar{\theta} \\ \frac{d(t)}{P^R} - z(t) & \underline{\theta} \leq \frac{d(t)}{P^R} - z(t) \leq \bar{\theta} \\ \underline{\theta} & \frac{d(t)}{P^R} - z(t) < \underline{\theta} \end{cases}$$

Que es equivalente a:

$$\theta_S(t, P^R) = \max \left[ \min \left\{ \frac{d(t)}{P^R} - z(t), \bar{\theta} \right\}, \underline{\theta} \right] \quad (2.10)$$

Luego, utilizando las expresiones (2.3), (2.9) y (2.10) tenemos que:

$$f(P^R) = c_o^T \int_0^1 \int_{\underline{\theta}}^{\max \left\{ \min \left\{ \frac{d(t)}{P^R} - z(t), \bar{\theta} \right\}, \underline{\theta} \right\}} [d(t) - [z(t) + \theta]P^R] f_d(\theta) d\theta dt$$

### Derivada función de costos

Los análisis que garantizan la posibilidad de derivar bajo la integral se presentan en el anexo B.2.

$$\frac{\partial f}{\partial P^R} = c_o^T \int_0^1 \frac{\partial}{\partial P^R} \int_{\underline{\theta}}^{\max \left\{ \min \left\{ \frac{d(t)}{P^R} - z(t), \bar{\theta} \right\}, \underline{\theta} \right\}} [d(t) - [z(t) + \theta]P^R] f_d(\theta) d\theta dt$$

$$\frac{\partial f}{\partial P^R} = c_o^T \int_0^1 \left[ \int_{\underline{\theta}}^{\theta_S(t, P^R)} \frac{\partial}{\partial P^R} [d(t) - [z(t) + \theta]P^R] f_d(\theta) d\theta + [d(t) - [z(t) + \theta_S]P^R] f_d(\theta_S) \frac{\partial \theta_S}{\partial P^R} \right] dt \quad (2.11)$$

Para analizar el segundo término en la expresión (2.11) se debe analizar la variable  $\theta_S(t, P^R)$ , donde esta última está dada por la expresión (2.10). Tenemos que para un  $t$  cualquiera  $\underline{t}$ :

1.  $\frac{d(\underline{t})}{P^R} - z(\underline{t}) > \bar{\theta}$        $\theta_S = \bar{\theta}$
2.  $\underline{\theta} < \frac{d(\underline{t})}{P^R} - z(\underline{t}) \leq \bar{\theta}$      $\theta_S = \frac{d(\underline{t})}{P^R} - z(\underline{t})$
3.  $\frac{d(\underline{t})}{P^R} - z(\underline{t}) \leq \underline{\theta}$        $\theta_S = \underline{\theta}$

Lo que permite definir  $\theta$  en términos de rangos de  $P^R$

$$\theta_S(\underline{t}, P^R) = \begin{cases} \bar{\theta} & P^R < \frac{d(\underline{t})}{z(\underline{t}) + \bar{\theta}} \\ \frac{d(\underline{t})}{P^R} - z(\underline{t}) & \frac{d(\underline{t})}{z(\underline{t}) + \bar{\theta}} \leq P^R < \frac{d(\underline{t})}{z(\underline{t}) + \underline{\theta}} \\ \underline{\theta} & P^R \geq \frac{d(\underline{t})}{z(\underline{t}) + \underline{\theta}} \end{cases}$$

Por consiguiente tenemos que:

$$\frac{\partial}{\partial P^R} \theta_S(\underline{t}, P^R) = \begin{cases} 0 & P^R < \frac{d(\underline{t})}{z(\underline{t}) + \bar{\theta}} \\ -\frac{d(\underline{t})}{P^{R2}} & \frac{d(\underline{t})}{z(\underline{t}) + \bar{\theta}} \leq P^R < \frac{d(\underline{t})}{z(\underline{t}) + \underline{\theta}} \\ 0 & P^R \geq \frac{d(\underline{t})}{z(\underline{t}) + \underline{\theta}} \end{cases}$$

En este contexto, en la Figura 2.3 se ilustra  $\theta_S$  en términos de  $P^R$ , y su derivada.

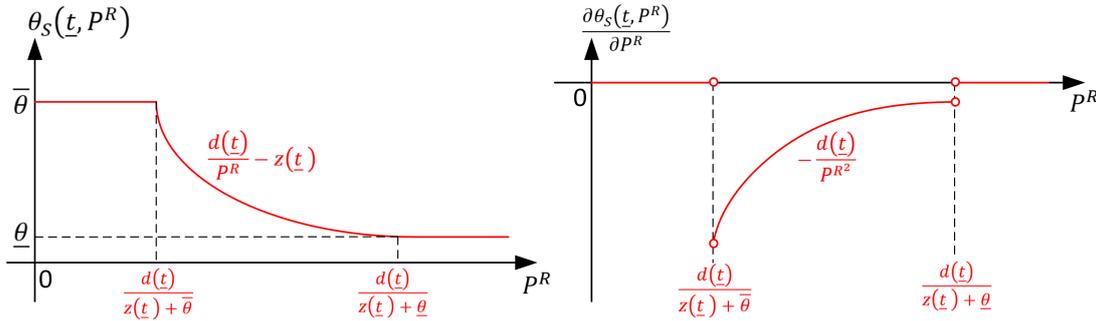


Fig. 2.3:  $\theta_S(\underline{t}, P^R)$  y  $\frac{\partial \theta_S}{\partial P^R}$

En particular,  $\frac{\partial \theta_S}{\partial P^R} = 0$  en los tramos 1 y 3, por consiguiente, el término bajo análisis toma el valor cero en estos tramos.

Cuando  $\frac{\partial \theta_S}{\partial P^R} \neq 0$  en el tramo 2, tenemos que:

$$\frac{\partial \theta_S}{\partial P^R} \text{ acotada y } [d(\underline{t}) - [z(\underline{t}) + \theta_S(\underline{t}, P^R)]P^R] = [d(\underline{t}) - [z(\underline{t}) + \frac{d(\underline{t})}{P^R} - z(\underline{t})]P^R] = 0$$

Finalmente tenemos que para cualquier  $P^R$ :

$$[d(\underline{t}) - [z(\underline{t}) + \theta_S(\underline{t}, P^R)]P^R] f_d(\theta_S) \frac{\partial \theta_S}{\partial P^R} = 0$$

Bajo lo cual el segundo término de la ecuación (2.11) vale cero. Entonces:

$$\frac{\partial f}{\partial P^R} = c_o^T \int_0^1 \left[ \int_{\underline{\theta}}^{\max\{\min\{\frac{d(\underline{t})}{P^R} - z(\underline{t}), \bar{\theta}\}, \underline{\theta}\}} \frac{\partial}{\partial P^R} [d(\underline{t}) - [z(\underline{t}) + \theta]P^R] f_d(\theta) d\theta \right] dt$$

$$\frac{\partial f}{\partial P^R} = c_o^T \int_0^1 \int_{\underline{\theta}}^{\max\left[\min\left\{\frac{d(t)}{P^R} - z(t), \bar{\theta}\right\}, \underline{\theta}\right]} -[z(t) + \theta] f_d(\theta) d\theta dt \quad (2.12)$$

### 2.1.3. Solución óptima Planificador Central

Sabemos que en el óptimo:

$$c_I^R + c_I^T \frac{\partial}{\partial P^R} P^T(P^R) + \frac{\partial}{\partial P^R} f(P^R) = 0$$

A partir de las derivadas calculadas anteriormente, tenemos que el nivel de instalación óptima de la tecnología renovable obtenida de manera centralizada, estaría dada por la siguiente expresión:

$$c_I^R = c_I^T [z(t^*(P^R)) + \underline{\theta}] + c_o^T \int_0^1 \int_{\underline{\theta}}^{\max\left[\min\left\{\frac{d(t)}{P^R} - z(t), \bar{\theta}\right\}, \underline{\theta}\right]} [z(t) + \theta] f_d(\theta) d\theta dt \quad (2.13)$$

Recordamos que el nivel de instalación óptima para la tecnología térmica viene dada por la ecuación (2.8):

$$P^T(P^R) = d(t^*(P^R)) - [z(t^*(P^R)) + \underline{\theta}] P^R$$

De manera equivalente al caso presentado en la Sección 1, la solución obtenida caracterizada por la expresión (2.13), indica que en el margen debe ser indiferente cambiar capacidad renovable con capacidad térmica. Lo anterior, debido a que una unidad renovable permite reemplazar  $z(t^*(P^R)) + \underline{\theta}$  unidades térmicas, para mantener cubierta la demanda bajo cualquier realización del potencial de generación renovable, a un costo unitario  $c_I^T$ . Al efectuar dicho reemplazo, la unidad renovable entrega un valor esperado de energía que permite reemplazar  $\int_0^1 \int_{\underline{\theta}}^{\max\left[\min\left\{\frac{d(t)}{P^R} - z(t), \bar{\theta}\right\}, \underline{\theta}\right]} [z(t) + \theta] f_d(\theta) d\theta$  unidades esperadas de energía térmica a un costo unitario  $c_o^T$ , que es equivalente a la energía esperada que aporta una unidad renovable en horas en que no hay exceso de energía de esta tecnología, valorizada a la diferencia entre el costo unitario de operación de la tecnología térmica y la tecnología renovable.

## 2.2. Mercado descentralizado con Tarificación de punta

### Nomenclatura

$\bar{P}_c$ : Tarifa regulada para pagos por capacidad.

$\gamma$ : Capacidad renovable reconocida para pagos por capacidad por unidad de capacidad instalada.

Se reconoce la proporción  $\gamma$  de la capacidad instalada de la tecnología renovable para determinar su potencia de suficiencia para los pagos por capacidad. Considerando que los pagos por capacidad se realizan en la hora  $t = \xi$ , sabemos a partir de los desarrollos en la Subsección 1.2, y en particular a partir de las expresiones (1.26) y (1.27), que el nivel de instalación de la tecnología térmica está dado por:

$$P^T = \frac{\bar{P}_c}{c_I^T} d(\xi) - \gamma P^R \quad (2.14)$$

Y que los pagos por capacidad de la tecnología renovable están dados por:

$$\text{Ingresos capacidad}^R = c_I^T \gamma P^R$$

Luego con tarifación a costo marginal, la tecnología renovable recibe ingresos por energía sólo cuando hay generación térmica, esto es, para los mismos valores de realización de la variable aleatoria  $\theta$  donde había generación térmica descritos en la optimización de planificador central. Entonces:

$$\pi^R = \underbrace{c_o^T \int_0^1 \int_{\underline{\theta}}^{\max\left\{\min\left\{\frac{d(t)}{P^R} - z(t), \bar{\theta}\right\}, \underline{\theta}\right\}} [z(t) + \theta] P^R f_d(\theta) d\theta dt}_{\text{Ingreso por Energía}} + \underbrace{\gamma c_I^T P^R}_{\text{Pagos por Capacidad}} - \underbrace{c_I^R P^R}_{\text{Costo Inversión}}$$

Assumiendo libre entrada, y posibilidad de desarrollo modular para la tecnología renovable, se cumplen condiciones de mercado competitivo donde en equilibrio se disipan las rentas, y por consiguiente:

$$\pi^R = P^R \left[ c_o^T \int_0^1 \int_{\underline{\theta}}^{\max\left\{\min\left\{\frac{d(t)}{P^R} - z(t), \bar{\theta}\right\}, \underline{\theta}\right\}} [z(t) + \theta] f_d(\theta) d\theta dt + \gamma c_I^T - c_I^R \right] = 0$$

Con lo que, el equilibrio de mercado descentralizado considerando tarifación a costo marginal y pagos por capacidad se obtiene a partir de la siguiente expresión:

$$c_I^R = \gamma c_I^T + c_o^T \int_0^1 \int_{\underline{\theta}}^{\max\left\{\min\left\{\frac{d(t)}{P^R} - z(t), \bar{\theta}\right\}, \underline{\theta}\right\}} [z(t) + \theta] f_d(\theta) d\theta dt \quad (2.15)$$

### 2.3. Condiciones para alcanzar óptimo planificador central en mercado descentralizado

Si se definen:

1.

$$\gamma = z(t^*(P^R)) + \underline{\theta}$$

2.

$$\bar{P}_c = c_I^T$$

3.

$$\xi = t^*(P^R)$$

Entonces reemplazando  $\gamma$ ,  $\bar{P}_c$  y  $\xi$  en las expresiones (2.14) y (2.15) para obtener el nivel de instalación de la tecnologías térmica y renovable en el mercado descentralizado, tenemos que el nivel de instalación de la tecnología renovable estará dado por:

$$c_I^R = c_I^T [z(t^*(P^R)) + \underline{\theta}] + c_o^T \int_0^1 \int_{\underline{\theta}}^{\max\left\{\min\left\{\frac{d(t)}{P^R} - z(t), \bar{\theta}\right\}, \underline{\theta}\right\}} [z(t) + \theta] f_d(\theta) d\theta dt$$

Y para la tecnología térmica estará dado por:

$$P^T = d(t^*(P^R)) - [z(t^*(P^R)) + \theta]P^R$$

Donde dichas condiciones para los niveles de instalación obtenidos a través del **mercado descentralizado** son equivalentes a la solución **óptima centralizada**. Lo anterior permite verificar que bajo el contexto de dos tecnologías, térmica y renovable, una curva de demanda inelástica generalizada, y generación renovable con una componente determinística y otra aleatoria, el pago por capacidad se debe realizar en la hora donde se maximiza la diferencia entre la demanda y la mínima generación renovable posible en cada hora, y considerando para el cálculo del valor de capacidad de la tecnología renovable, el mínimo nivel de generación renovable posible dentro de todas las realizaciones de su componente aleatoria.

Finalmente, en el anexo B.1 se presenta un caso particular del caso general presentado en esta sección, donde se considera que el perfil de generación renovable es completamente aleatorio.

### 3. Optimización numérica

En esta sección se presentan ejemplos numéricos con datos reales de demanda y perfiles de generación renovable de tecnologías solar y eólica. En particular, para cada ejemplo se realiza una optimización numérica para determinar el desarrollo óptimo de tecnología renovable y tecnología térmica a partir de los datos anuales reales considerados. La optimización numérica se realizó a través de dos metodologías, en primer lugar, minimizando la función de costos totales  $h(P^R)$  presentada en la expresión (1.14), y que fue obtenida a través de la formulación y desarrollo del problema de optimización en dos etapas, y en segundo lugar, resolviendo el problema de optimización en su formulación inicial planteada por las expresiones (1.1)-(1.5), en el cual se minimizan los costos de totales de inversión y operación en cada instante de tiempo, sujeto a las restricciones de demanda, generación y no-negatividad de los niveles de instalación. Se presentan resultados de distintas variables obtenidas a partir de la solución del problema de optimización de planificador central, y también resultados sobre los ingresos totales de desarrolladores de tecnología renovable en función del nivel de instalación de dicha tecnología, para poder dar cuenta del nivel de instalación obtenido en un mercado descentralizado con tarificación de punta. En particular, se evalúa la implementación de pagos por capacidad de acuerdo al mecanismo actual aplicado en Chile, y el mecanismo propuesto.

Estos ejemplos numéricos se realizan para el caso generalizado de generación renovable determinística presentado en la Sección 1, y se ilustran resultados para un caso que considera la posibilidad de desarrollo de tecnología solar, y para otro que considera posibilidad de desarrollo de tecnología eólica. Para realizar la optimización numérica se utilizó información de curvas de demanda y perfil renovable a partir de datos reales discretos horarios para un horizonte de un año.

A continuación se resumen los dos métodos para resolver el problema de optimización centralizado:

1. **Minimización  $h(P^R)$ :** Minimizando los costos totales de inversión y operación en función de  $h(P^R)$ , a partir de su evaluación para distintos niveles de  $P^R$ , y escogiendo el nivel de  $P^R$  que minimiza la función  $h(P^R)$ .
2. **Optimización formulación general:** Planteando el problema de optimización en su formulación inicial, y resolviendo este problema de optimización para una discretización del período  $T$  en  $N$  intervalos, en este caso, 8760 horas.

#### 3.1. Minimización de $h(P^R)$

En esta sección se describe la metodología para minimizar la función de costos totales  $h(P^R)$ , que fue obtenida a partir de los desarrollos presentados en la Sección 1. Recordamos que para la minimización de  $h(P^R)$  se requiere resolver el problema de optimización dado por la expresión (1.14):

$$\min_{\{P^R\}} h(P^R) = c_I^R P^R + c_I^T P^T(P^R) + c_o^T \int_0^1 \max\{0, d(t) - z(t)P^R\} dt$$

Donde:

$$P^T(P^R) = \max_{\{t \in [0,1]\}} \{d(t) - z(t)P^R\}$$

Con datos discretos de  $z(t)$  y  $d(t)$ , la integral en  $f(P^R)$  para cada valor de  $P^R$  es una sumatoria, y luego la búsqueda de  $P^T$  que maximiza  $d(t) - z(t)P^R$  es una búsqueda de un máximo en un conjunto finito. Luego se discretiza  $P^R$ , para determinar  $P^T(P^R)$  y evaluar  $h(P^R)$  para distintos valores discretos de

$P^R$ . En particular, para los ejemplos numéricos se utilizó un horizonte de optimización de un año ( $T = 8760$  horas), sin normalización al intervalo  $t = [0, 1]$ , bajo lo cual los costos se escalan en  $T$ .

$$h(P^R) = c_I^R T P^R + c_I^T T \max_{\{t_n, n \in [1, \dots, N]\}} \{d(t_n) - z(t_n) P^R\} + c_o^T \sum_{n=1}^N \frac{T}{N} \max \{0, d(t_n) - z(t_n) P^R\}$$

$$P^T(P^R) = \max_{\{t_n, n \in [1, \dots, N]\}} \{d(t_n) - z(t_n) P^R\}$$

## Comentarios

- En general  $z(t)$  y  $d(t)$  reales no tienen una función teórica que las puede representar.
- Se pierde continuidad teórica de  $z(t)$  y  $d(t)$ .
- Se requiere discretizar  $P^R$  y las funciones  $d(t)$  y  $z(t)$ .
- Requiere poco recurso computacional.
- Discontinuidades teóricas de  $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$  y  $\frac{\partial f}{\partial P^R}$  no se pueden identificar, sólo se puede obtener una aproximación a través de una discretización fina.

Finalmente, para la optimización en los ejemplos numéricos se realizaron rutinas en Matlab que se presentan en el anexo D.

### 3.2. Resultados Minimización de $h(P^R)$

Se planteó el mismo problema presentado en la Sección 1, donde se consideró la posibilidad de desarrollo de dos tecnologías, una tecnología térmica y una tecnología renovable. A partir de lo anterior, se construyó una rutina en Matlab que se presenta en el anexo D.1, para determinar los niveles de instalación óptimo de las tecnologías renovable y térmica haciendo uso de datos reales de demanda y generación renovable que se ilustran en la siguiente subsección. En esta sección los niveles de instalación óptimos se determinaron a partir de la minimización de la función  $h(P^R)$ , utilizando la metodología descrita en la Subsección 3.1.

Los parámetros de costos considerados para el ejemplo numérico son los presentados en la Tabla 3.1, donde para la tecnología térmica se utilizó el costo equivalente a una central en base a GNL<sup>11</sup>, mientras que para la tecnología renovable se utilizaron costos de inversión referenciales de las tecnologías renovables solar y eólica, para obtener un costo de inversión único de tecnología renovable<sup>12</sup>. Con los costos de inversión anteriores, se determinaron los costos de recuperación de inversión horarios para las tecnologías, los que se presentan en la misma Tabla 3.1. Luego los costos de operación térmicos estarán en el rango de los costos de generación de ciclos combinados GNL (60-80 [USD /MWh]), por lo que se utilizará como supuesto un valor medio para  $c_I^T$  de 70 [USD/MWh]. Finalmente, para la evaluación de  $h(P^R)$  se consideró una malla de 3000 puntos respecto al rango de instalación de la tecnología renovable, lo que derivó en rangos diferenciales de potencia de entre 5 y 10 [MW] para las tecnologías solar y eólica respectivamente, considerando una demanda del orden de los 10.000 [MW].

<sup>11</sup>Gas Natural Licuado

<sup>12</sup>Si bien los costos de inversión de tecnología eólica son del orden de un 20% superior a los de la tecnología solar, en estos ejemplos se utilizó un costo de inversión referencial común para ambas tecnologías dentro del rango de sus costos de inversión, con el fin de simplificar la exposición.

Costos de Inversión		Parámetros	
$c_I^R$ :	900-1100 [USD/kW]	$c_I^R$	10 [USD/MWh]
$c_I^T$ :	800-900 [USD/kW]	$c_I^T$	10 [USD/MWh]
$TIR_{\text{renovable}}$ :	7% – 7,5%	$c_o^T$	70 [USD/MWh]
$TIR_{\text{térmico, regulado}}$ :	9% – 10%	$c_o^R$	0 [USD/MWh]
$T_{\text{recuperación}}$ :	25 años	$\Delta P^R$	5-10 [MW]

Tabla 3.1: Parámetros ejemplos optimización numérica

### 3.2.1. Ejemplo 1 - Perfil solar anual

En este ejemplo se presenta la instalación óptima de tecnologías térmica y renovable solar, para información anual real de demanda y perfil renovable solar. En la Figura 3.1 se presenta la demanda horaria real anual del sistema eléctrico chileno para el año 2020<sup>13</sup>, mientras que en la Figura 3.2 se presenta la demanda horaria sólo para la segunda semana<sup>14</sup> del mes de marzo, con el fin de poder visualizar la variabilidad horaria de la demanda. Por otra parte, en la Figura 3.3 se ilustra un perfil real de generación renovable solar de una central del Sistema Eléctrico Nacional<sup>15</sup>, con resolución horaria, para el primer día de los meses de enero y julio<sup>16</sup>, mientras que en la Figura 3.4 se presenta el mismo perfil de generación para la semana 2 del mes de marzo, con el fin de visualizar la variabilidad horaria de generación de dicha tecnología. A partir de esta información, se construyó la función de mínimo costo de operación  $f(P^R)$  y el nivel de instalación de la tecnología térmica  $P^T(P^R)$  en función de la instalación renovable, los cuales se presentan en las Figuras 3.5 y 3.6 respectivamente. A su vez, en las Figuras 3.7 y 3.8 se presentan las derivadas de dichas funciones en valor absoluto. A partir de estos gráficos es posible verificar tanto la convexidad de estas funciones, cómo la posibilidad de existencia de discontinuidades en sus derivadas, en particular, para  $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$ , donde a partir de cierto umbral de instalación renovable, hay un salto en la hora en que se maximiza la diferencia entre la demanda y la generación renovable, desde horas de máxima demanda a horas donde no hay generación renovable solar. Esto se puede ilustrar también a partir del gráfico para  $t^*(P^R)$  en la Figura 3.11, donde se verifica que para el nivel de  $P^R$  donde hay una discontinuidad en la correspondencia  $t^*(P^R)$ , se presenta la discontinuidad en  $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$ .

Por otra parte, en las Figuras 3.9 y 3.10 se presenta la generación térmica horaria obtenida para el nivel de instalación óptimo de  $P^R$ , considerando el horizonte anual, y la semana 2 del mes de marzo respectivamente. Se debe destacar, que del análisis de los resultados se identificó que el nivel de generación térmica máximo se produce en horas donde no hay generación solar, lo que refleja que éstas serían las horas críticas para abastecer la demanda, y no las horas de demanda máxima. Lo anterior, debido a que en las horas de demanda máxima habrían niveles altos de generación de la tecnología renovable solar, que reducen la generación térmica despachada. Más aún, los niveles de generación térmica máxima (10613 MW - que representan la instalación óptima de tecnología térmica), son sólo un 3% inferior a la demanda máxima del sistema (10908 MW), por lo que en un contexto de mercado descentralizado con tarificación de punta, los pagos por capacidad deben introducir incentivos adecuados para alcanzar dichos niveles de instalación, los que se alcanzarían si estos pagos se realizan en

<sup>13</sup>Datos reales de demanda horaria del sistema para el año 2020, obtenidos de información pública del Coordinador Eléctrico Nacional en la ruta <https://www.coordinador.cl/operacion/graficos/demanda/demanda-real-demanda/>

<sup>14</sup>Se eligió dicha semana porque contiene la hora donde se maximiza la generación térmica para el nivel óptimo de  $P^R$ .

<sup>15</sup>Datos reales de generación renovable horaria 2015 de la central Pozo Almonte Solar a partir de información del Coordinador Eléctrico Nacional. Más información de generación real horaria de unidades en <https://www.coordinador.cl/operacion/graficos/operacion-real/generacion-real-del-sistema/>

<sup>16</sup>A diferencia del gráfico horario de demanda, para el perfil de generación renovable solar sólo se ilustra la información de un día de enero y julio, ya que el perfil anual completo no permite distinguir la variabilidad intra-diaria de la generación renovable, ni su variabilidad entre meses de mayores y menores niveles de radiación solar.

la hora donde se maximiza la diferencia entre la demanda y la generación renovable (en este caso fuera de las horas de demanda máxima del sistema), y no necesariamente en la hora de máxima demanda del sistema (donde hay generación solar), ya que en este caso se sobre-estimaría el valor de capacidad de la tecnología renovable y se subestimaría el de la tecnología térmica.

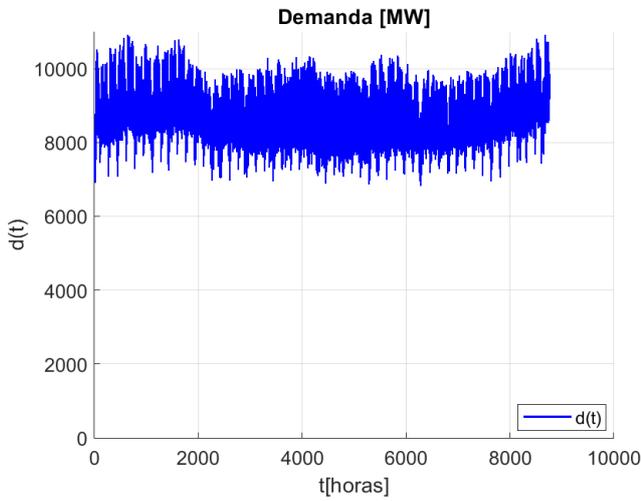


Fig. 3.1: Demanda ejemplo 1

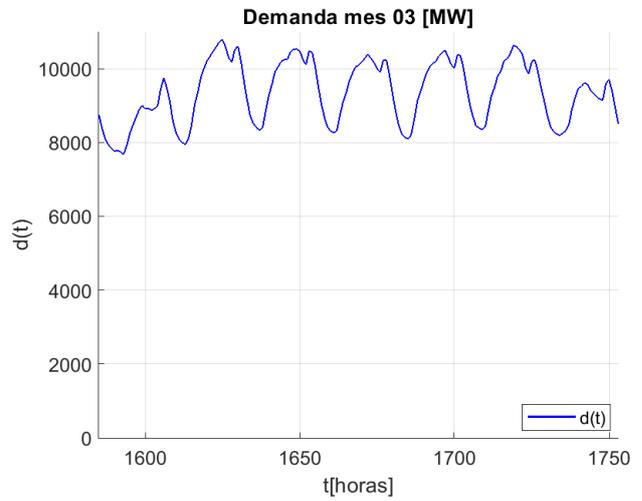


Fig. 3.2: Demanda mes 3 ejemplo 1

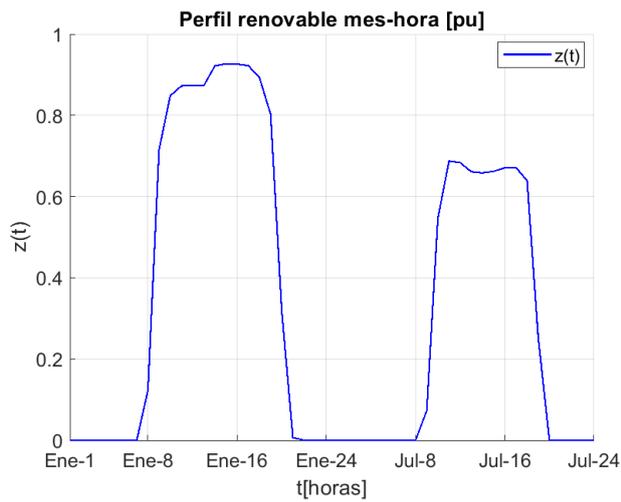


Fig. 3.3: Perfil solar ejemplo 1

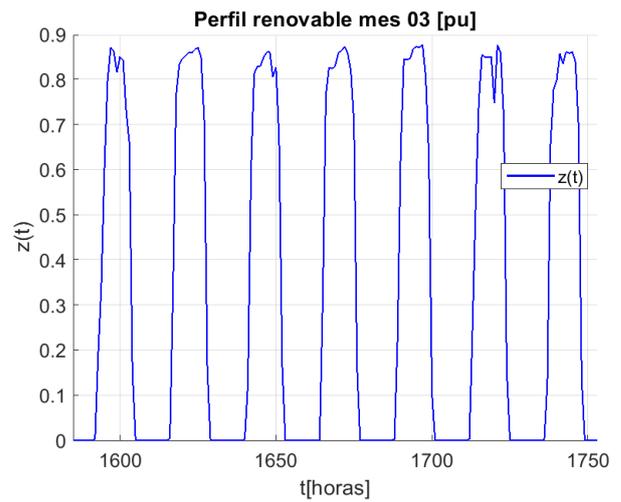


Fig. 3.4: Perfil solar mes 3 ejemplo 1

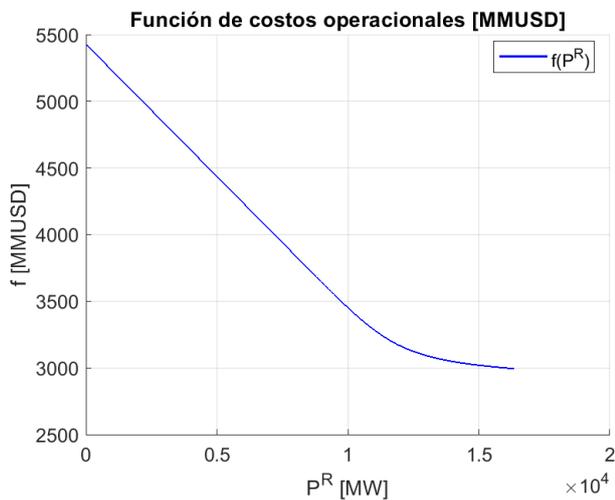


Fig. 3.5:  $f(P^R)$  ejemplo 1

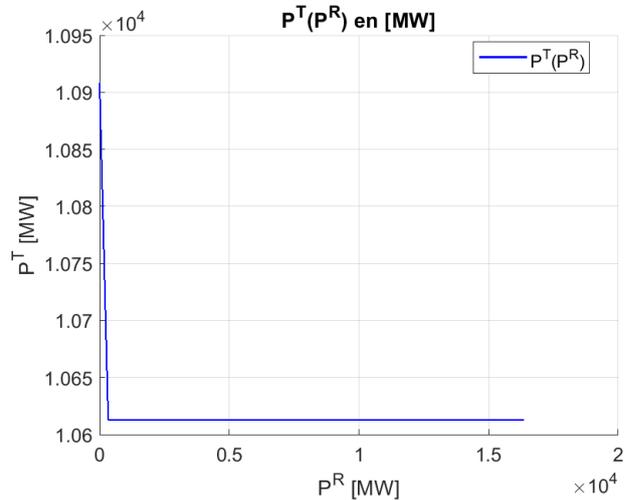


Fig. 3.6:  $P^T(P^R)$  ejemplo 1

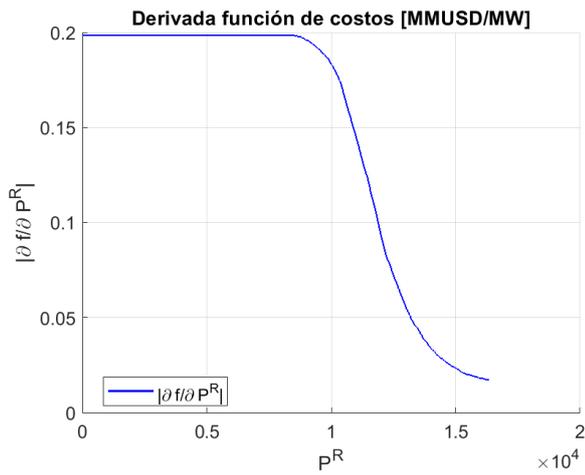


Fig. 3.7:  $\frac{\partial f}{\partial P^R}$  ejemplo 1

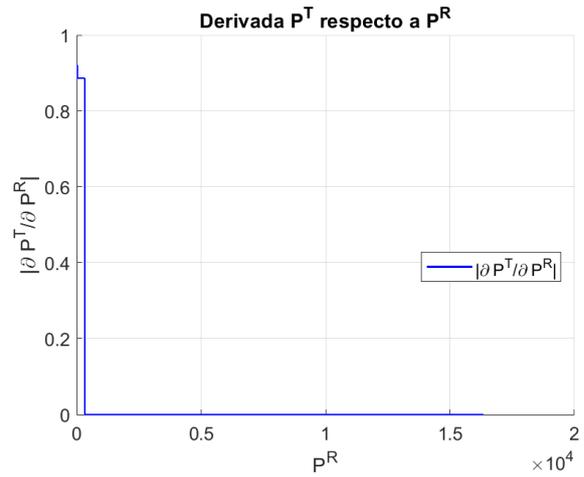


Fig. 3.8:  $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$  ejemplo 1

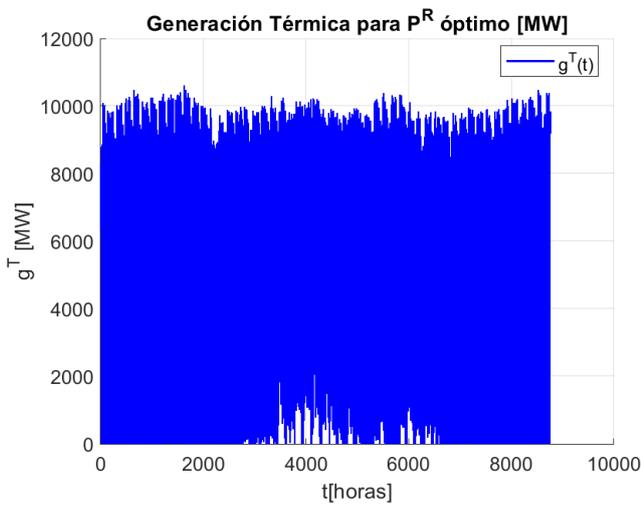


Fig. 3.9:  $g^T(t)$  ejemplo 1

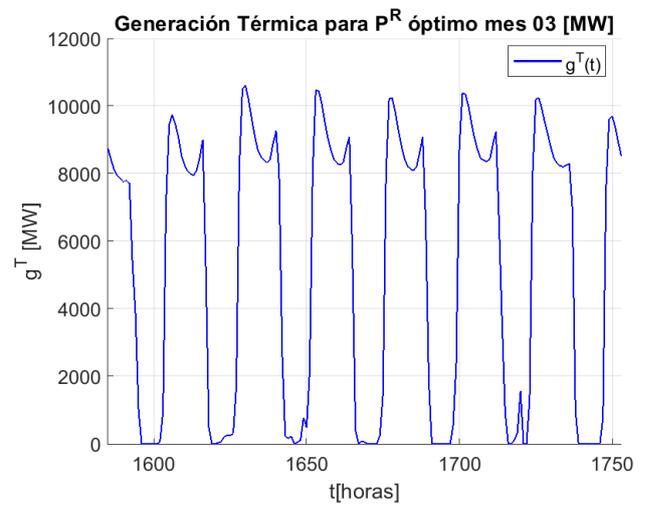


Fig. 3.10:  $g^T(t)$  mes 3 ejemplo 1

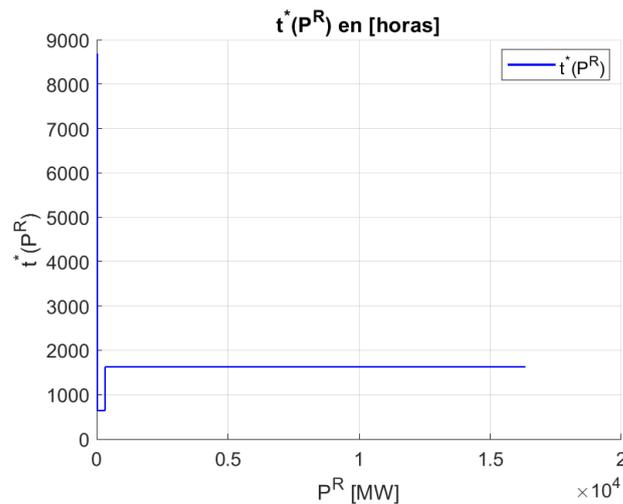


Fig. 3.11:  $t^*(P^R)$  ejemplo 1

Por otra parte, en la Figura 3.12 se presenta la función a minimizar  $h(P^R)$ , que representa los costos totales de operación e inversión en función de  $P^R$ . A partir del gráfico se puede verificar la convexidad de la función  $h(P^R)$ , y la existencia de un mínimo global interior. Adicionalmente, en la Figura 3.13 se

presentan las componentes de la condición de primer orden (1.21) presentada en la Sección 1, donde la curva azul representa la derivada de los costos de inversión renovable respecto a  $P^R$  (lado izquierdo en la ecuación (1.21)), y la curva roja la derivada de la suma de los costos de inversión en tecnología térmica más los costos de operación respecto a  $P^R$  (lado derecho en la ecuación (1.21)). Tenemos que cuando se produce la intersección de estas dos componentes la condición de primer orden vale cero, lo que permite verificar que dicha intersección se produce para el mismo nivel de  $P^R$  que permite minimizar  $h$ . Es posible a su vez verificar que de haber costos de inversión renovable superiores, el óptimo se podría dar para una zona de discontinuidad de  $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$ , bajo lo cual el mínimo de  $h$  se alcanzaría para un nivel de  $P^R$  donde  $\frac{\partial h}{\partial P^R} \neq 0$ . Esto último se ilustra en el ejemplo presentado en la Subsección 3.2.3.

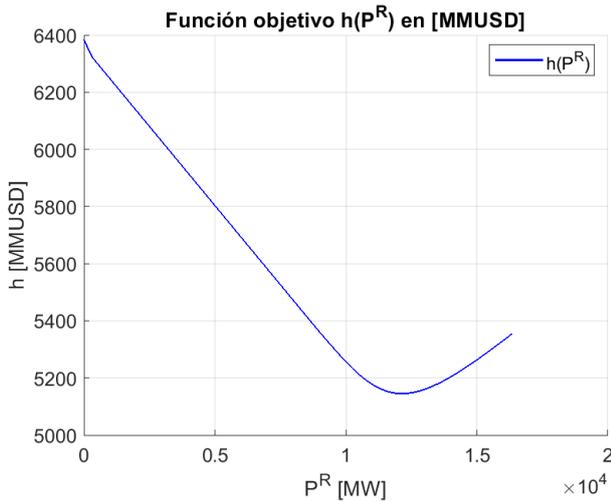
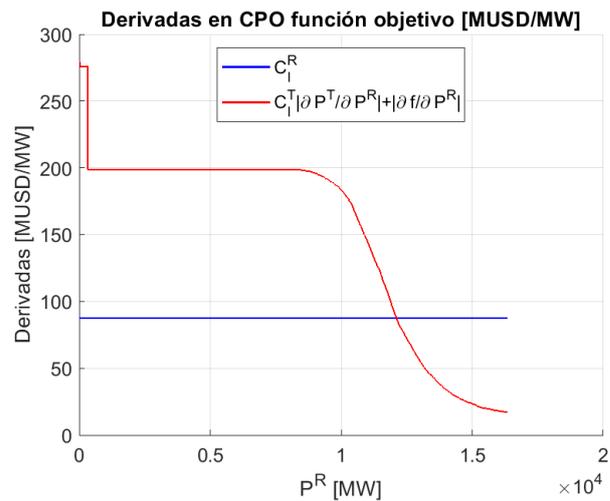
Fig. 3.12: Costos totales  $h(P^R)$  ejemplo 1

Fig. 3.13: Derivadas de CPO ejemplo 1

En la Tabla 3.2 se presentan los resultados de los niveles de instalación óptimo de las tecnologías, el mínimo valor de la función de costos totales de operación e inversión  $h(P^{R*})$ , y la hora en la que se maximiza la diferencia entre la demanda y la generación renovable para el nivel de instalación óptimo renovable  $t^*(P^{R*})$ . Adicionalmente, en la Tabla 3.3, se presentan los resultados para la solución del problema de optimización general utilizando optimización lineal, los cuales se obtuvieron a partir de la rutina Matlab adjunta en el anexo D.2. De los resultados se puede observar convergencia entre los resultados utilizando la minimización de la función  $h(P^R)$  y la optimización del problema bajo su formulación inicial.

Por otra parte, en la Tabla 3.4 se presentan resultados adicionales, referentes al desempeño de un mercado descentralizado bajo supuestos de competencia perfecta. En particular, se presentan los niveles de instalación de la tecnología renovable ( $P_{mercado}^R$ ) considerando el mecanismo propuesto de pagos por capacidad, y el mecanismo actual aplicado en Chile<sup>17</sup>. Se incorpora el reconocimiento de la potencia de suficiencia renovable ( $\gamma$ ) para el mecanismo propuesto y actual. Se puede observar que el nivel de instalación renovable es superior al eficiente con el mecanismo actual de pagos por capacidad, debido a que el reconocimiento de potencia de suficiencia renovable es superior al eficiente, que en este ejemplo en particular debería ser cero ( $\gamma_1 = 0$ ). Adicionalmente se incorpora el nivel de instalación de tecnología térmica ( $P_{mercado}^T$ ) considerando el mecanismo propuesto de pagos por capacidad y el mecanismo actual, donde se puede verificar que bajo el mecanismo actual, no es posible lograr los

<sup>17</sup>De manera simplificada, los pagos por capacidad aplicados actualmente se implementan para la demanda máxima del sistema, con un reconocimiento de potencia de suficiencia para las tecnologías renovables equivalente a su nivel de generación medio en las 52 horas de máxima demanda, que es en general cercano a su factor de planta. El reglamento para el cálculo de pagos por capacidad en Chile se encuentra en la referencia [11], mientras que el procedimiento elaborado por el operador del sistema para implementar el decreto se presenta en la referencia [12], y un resumen de los aspectos relevantes de estos reglamentos se presenta en el anexo C.

incentivos para el desarrollo eficiente de capacidad de la tecnología térmica, ni tampoco para alcanzar el nivel de capacidad necesario para abastecer la demanda en las horas de mínima generación renovable, bajo lo cual sería necesario aumentar la tarifa regulada de pagos por capacidad por sobre su nivel eficiente ( $\frac{\bar{P}^C}{c_T^C} > 1$ ), esto es, por sobre los costos de inversión de la tecnología térmica. Finalmente, de los resultados presentados en las tablas 3.2 y 3.4, se debe destacar que hay una diferencia menor en el nivel óptimo de instalación de la tecnología renovable ( $P^{R*}$ ), y la instalación obtenida para un mercado competitivo ( $P_{mercado}^R$ ), sin embargo, esta diferencia sólo se debe al cálculo numérico, ya que para este ejemplo se utilizó una malla discreta para evaluar  $P^R$  con intervalos de  $\Delta P^R = 5,5$  [MW] aproximadamente, y cómo casi nunca es posible alcanzar niveles de renta igual a cero bajo esta discretización, para obtener  $P_{mercado}^R$  se escogió el menor nivel de  $P^R$  donde se alcanzaban rentas positivas. A pesar de que en este caso  $h(P_{mercado}^R)$  sería mayor que  $h(P_{mercado}^R + \Delta P^R)$ , en términos de renta tendríamos que  $\pi^R(P_{mercado}^R) > 0$  y  $\pi^R(P_{mercado}^R + \Delta P^R) < 0$ . En particular, de los resultados de la Tabla 3.3 podemos notar que  $P^{R*}$  obtenido sin discretizar  $P^R$  está contenido en el intervalo  $[P_{mercado}^R, P_{mercado}^R + \Delta P^R]$ , por lo que  $\frac{\partial h}{\partial P^R}$  pasa de ser negativa a positiva en dicho intervalo.

Ejemplo	$P^{R*}$	$P^{T*}$	$h(P^{R*})$	$t^*(P^{R*})$
1	12108	10613	5144.8	1630

Tabla 3.2: Resultados minimización  $h(P^R)$  ejemplo 1

Ejemplo	$P^{R*}$	$P^{T*}$	$h(P^{R*})$	$t^*(P^{R*})$	$\lambda(t^*)$	$\pi^R(P^{R*})$
1	12107	10613	5144.8	1630	87670	1.55E-12

Tabla 3.3: Resultados optimización problema completo ejemplo 1

Mecanismo	$\gamma_i$	$P_{mercado}^R$	$P_{mercado}^T$	$P^T(P_{mercado}^R)$	$\frac{\bar{P}^C}{c_T^C}$	$h(P_{mercado}^R)$
Propuesto	0.000	12102	10613	10613	1.00	5144.8
Actual	0.324	12888	6736	10613	1.36	5156.4

Tabla 3.4: Resultados mercado ejemplo 1

Adicionalmente, en las figuras 3.14 y 3.15 se presentan los ingresos de los desarrolladores de tecnología renovable en un contexto de mercado descentralizado, considerando tarificación a costo marginal y pagos por capacidad. En la Figura 3.14 se representan los ingresos para el mecanismo de pagos por capacidad propuestos y la función de costos  $h(P^R)$ , donde se puede verificar que el nivel de instalación óptimo de tecnología renovable coincide con el nivel de instalación en el que se disipan las rentas en el mercado descentralizado. Por otra parte, en la Figura 3.15 se presentan los ingresos de los desarrolladores de tecnología renovable para el mecanismo propuesto y el mecanismo actual de pagos por capacidad, en las curvas roja y verde respectivamente. Se puede observar que para el mecanismo actual, las rentas se disipan para un nivel de instalación renovable superior al nivel eficiente.

Por su parte, en la Figura 3.16 se presenta el nivel de instalación de la tecnología térmica en función de  $P^R$ , para ambos esquemas de pagos por capacidad, siendo la curva azul para el esquema propuesto, y la curva verde para el esquema actual. Se debe destacar que los niveles de instalación de tecnología térmica bajo el mecanismo actual de pagos por capacidad, son inferiores a los requeridos para cada nivel de instalación de tecnología renovable, bajo lo cual es necesario aumentar la tarifa regulada por capacidad por sobre su nivel eficiente, lo que se ilustra en la Figura 3.17. Para el cálculo de los ingresos de los desarrolladores de tecnología renovable, y el nivel de ajuste de  $\bar{P}^C$  para alcanzar los niveles de instalación térmica requeridos para satisfacer la demanda, se utilizaron las expresiones (3.1) y (3.2)

que fueron obtenidas en la Sección 1 y que se presentan a continuación:

$$P^T = \frac{\bar{P}^C}{c_I^T} d(\xi) - \gamma P^R \tag{3.1}$$

$$\pi^R = c_o^T \int_{\tau(P^R)} z(t) P^R dt + \gamma c_I^T P^R - c_I^R P^R \tag{3.2}$$

Con  $\gamma = z(t^*(P^R))$ , y  $\xi$  la hora donde se maximiza la diferencia entre la demanda y la generación renovable para el esquema propuesto. Mientras que para el mecanismo actual de pagos por capacidad  $\gamma \approx F.P.renovable$  y  $\xi$  la hora de máxima demanda.

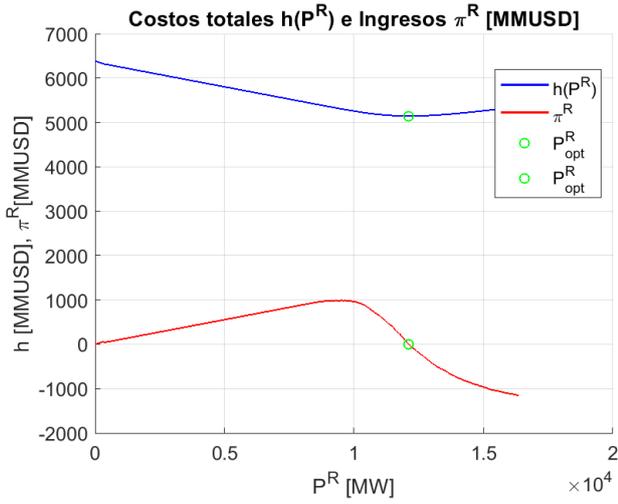


Fig. 3.14:  $h(P^R)$  y  $\pi^R(P^R)$  ejemplo 1

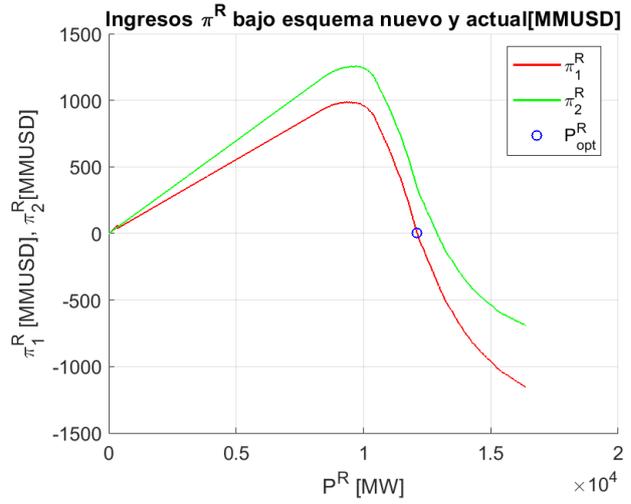


Fig. 3.15: Ingresos renovable  $\pi^R(P^R)$  ejemplo 1

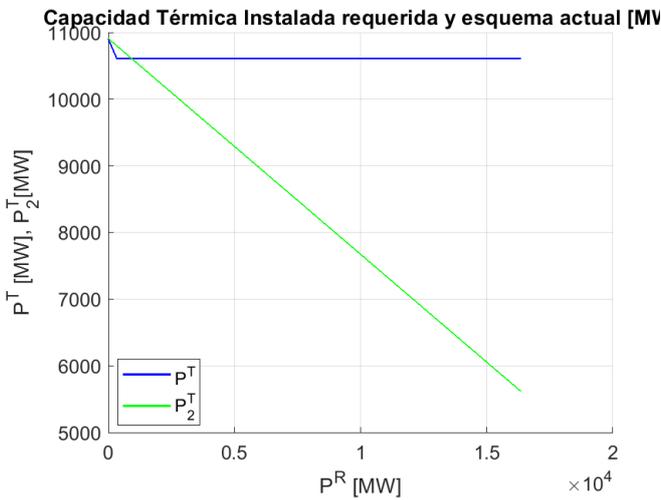


Fig. 3.16:  $P^T(P^R)$  y  $P^T$  mecanismo actual ejemplo 1

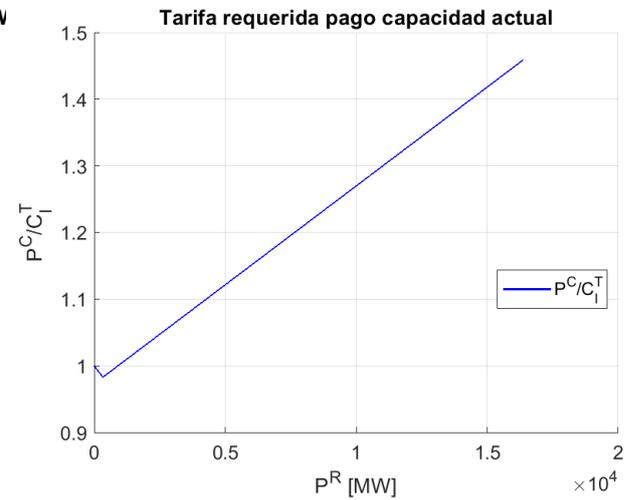


Fig. 3.17: Tarifa  $\frac{\bar{P}^C}{c_I^T}$  ajustada mecanismo actual ejemplo 1

Finalmente, en la Figura 3.18 se presenta la generación térmica horaria para el nivel de instalación óptimo, y el multiplicador de Lagrange de la restricción de demanda para cada instante de tiempo, para la semana 2 del mes de marzo. Se puede verificar, que el multiplicador de Lagrange  $\lambda(t)$  es equivalente a 70 [USD/MWh] para las horas donde hay generación térmica, 0 [USD/MWh] para las horas donde no hay generación térmica, y 87670 [USD/MWh] en la hora donde se maximiza el nivel de generación térmica, o la diferencia entre la demanda y la generación renovable. Este último multiplicador para la

hora en que se maximiza la generación térmica, se presenta en la Tabla 3.3, pero se truncó en el gráfico de la Figura 3.18 para no obtener un punto fuera de rango. Se debe destacar que los multiplicadores obtenidos son equivalentes a los costos marginales del sistema, es decir, iguales al costo de operación de la tecnología térmica para las horas donde hay generación térmica, cero para las horas donde no hay generación térmica, y equivalente al costo de inversión anual de la tecnología térmica ( $10 \times 8760$  [USD/MWh]) más el costo de operación de la tecnología térmica (70 [USD/MWh]) en la hora de máxima generación térmica, ya que el costo marginal en dicha hora es equivalente al costo marginal de largo plazo para el nivel óptimo de instalación de ambas tecnologías. Estos multiplicadores fueron obtenidos a partir de la solución del problema de optimización general haciendo uso de optimización lineal, mediante la rutina en Matlab presentada en el anexo D.2.

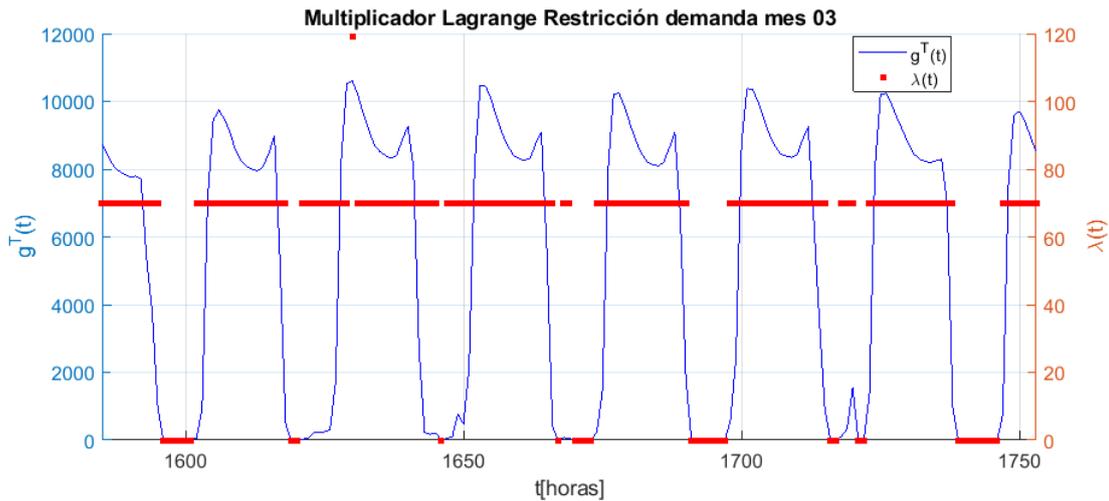


Fig. 3.18: Multiplicadores Lagrange  $\lambda$  restricciones de demanda ejemplo 1

### 3.2.2. Ejemplo 2 - Perfil eólico agregado anual

La descripción de los resultados para el ejemplo que considera el desarrollo de tecnología renovable eólica tiene los mismos fundamentos que para el caso solar, por lo que en esta sección sólo se presentan los gráficos y tablas con resultados. Se utiliza la misma demanda presentada en el gráfico 3.1.

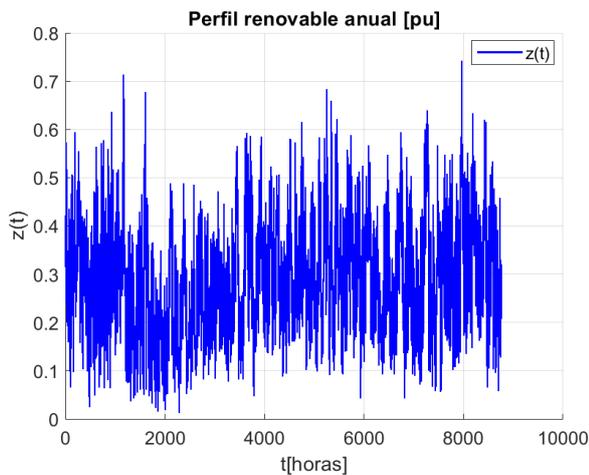


Fig. 3.19: Perfil eólico ejemplo 2

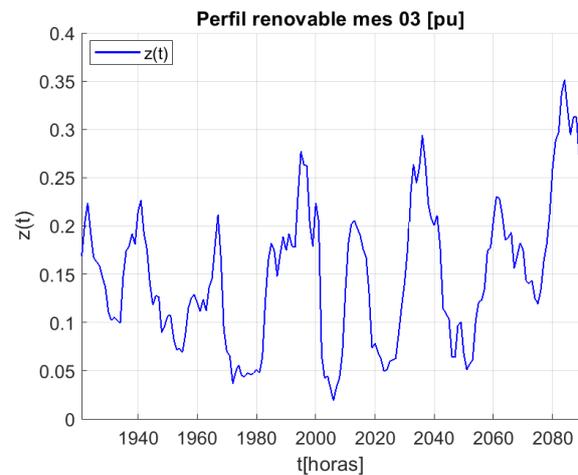


Fig. 3.20: Perfil eólico mes 3 ejemplo 2

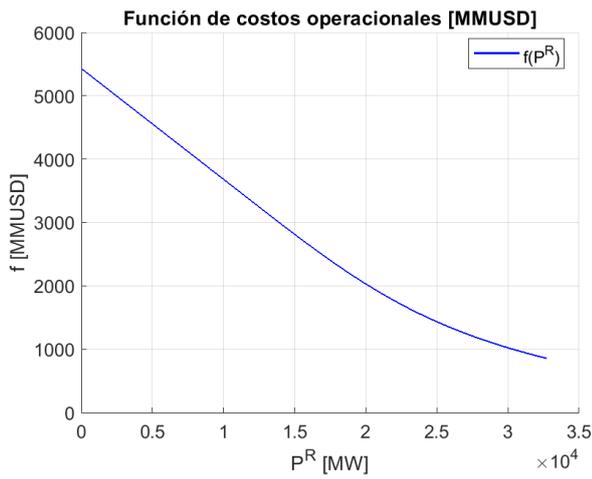


Fig. 3.21:  $f(P^R)$  ejemplo 2

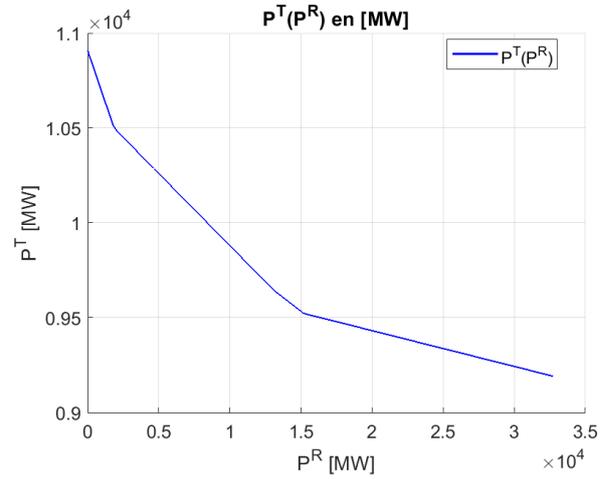


Fig. 3.22:  $P^T(P^R)$  ejemplo 2

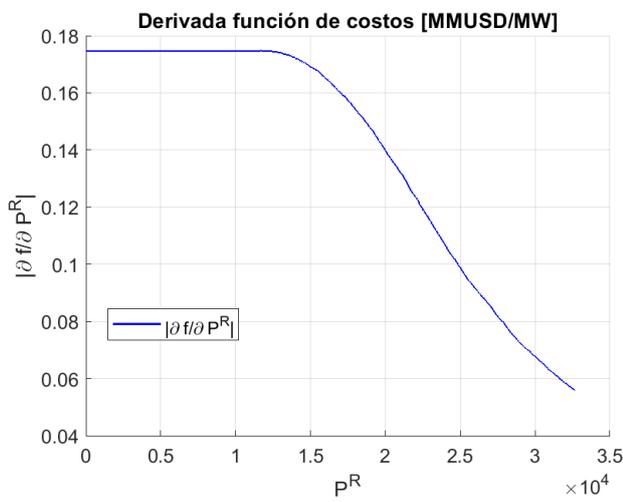


Fig. 3.23:  $\frac{\partial f}{\partial P^R}$  ejemplo 2

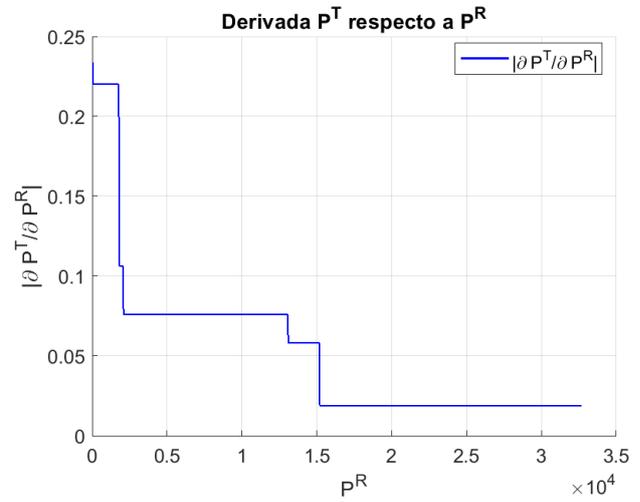


Fig. 3.24:  $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$  ejemplo 2

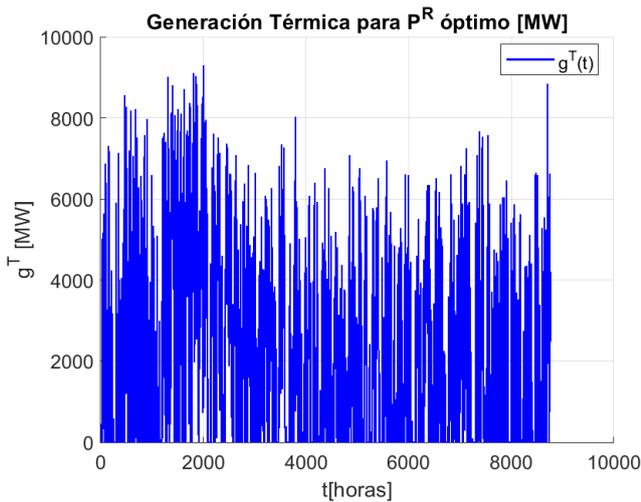


Fig. 3.25:  $g^T(t)$  ejemplo 2

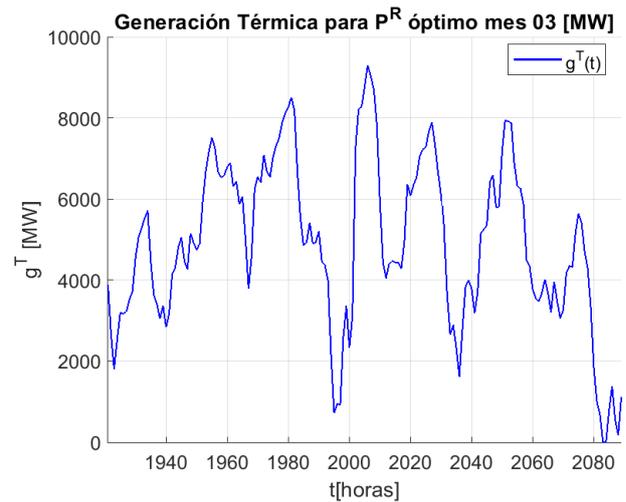


Fig. 3.26:  $g^T(t)$  mes 3 ejemplo 2

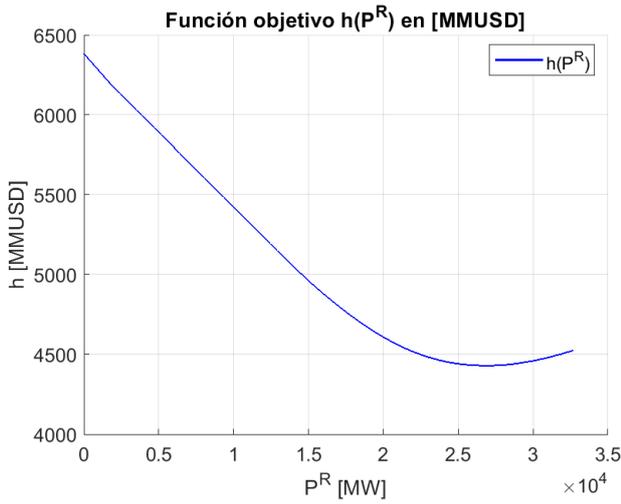


Fig. 3.27: Costos totales  $h(P^R)$  ejemplo 2

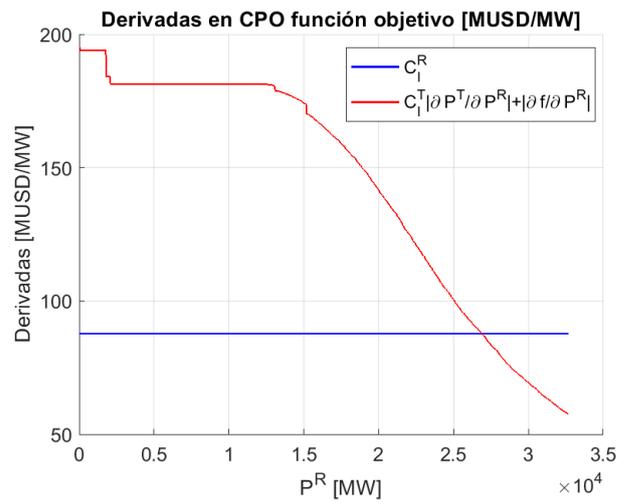


Fig. 3.28: Derivadas de CPO ejemplo 2

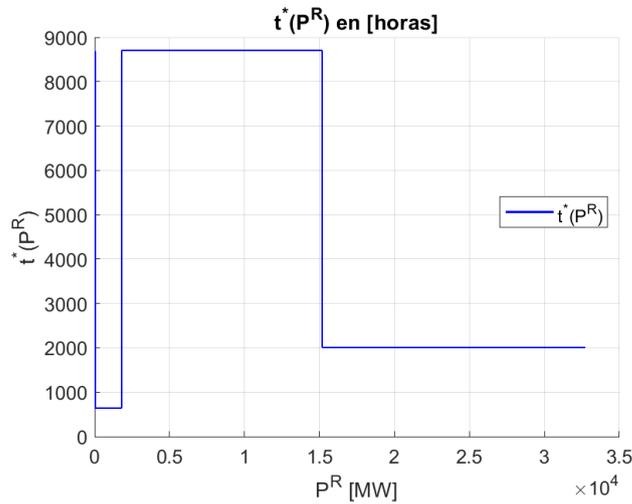


Fig. 3.29:  $t^*(P^R)$  ejemplo 2

Ejemplo	$P^{R*}$	$P^{T*}$	$h(P^{R*})$	$t^*(P^{R*})$
2	26932	9301	4429.4	2006

Tabla 3.5: Resultados minimización  $h(P^R)$  ejemplo 2

Ejemplo	$P^{R*}$	$P^{T*}$	$h(P^{R*})$	$t^*(P^{R*})$	$\lambda(t^*)$	$\pi^R(P^{R*})$
2	26931	9301	4429.4	2006	87670	-1.11E-09

Tabla 3.6: Resultados optimización problema completo ejemplo 2

Mecanismo	$\gamma_i$	$P^R_{mercado}$	$P^T_{mercado}$	$P^T(P^R_{mercado})$	$\frac{\bar{P}^C}{c_i^T}$	$h(P^R_{mercado})$
Propuesto	0.019	26921	9301	9301	1.00	4429.4
Actual	0.243	30270	3541	9238	1.52	4464.8

Tabla 3.7: Resultados mercado ejemplo 2

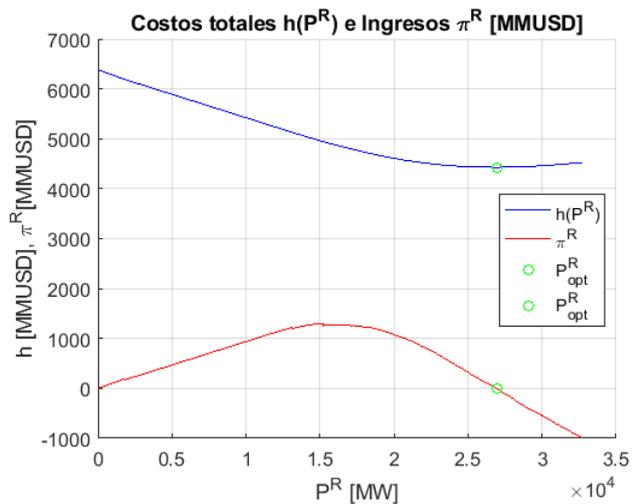


Fig. 3.30:  $h(P^R)$  y  $\pi^R(P^R)$  ejemplo 2

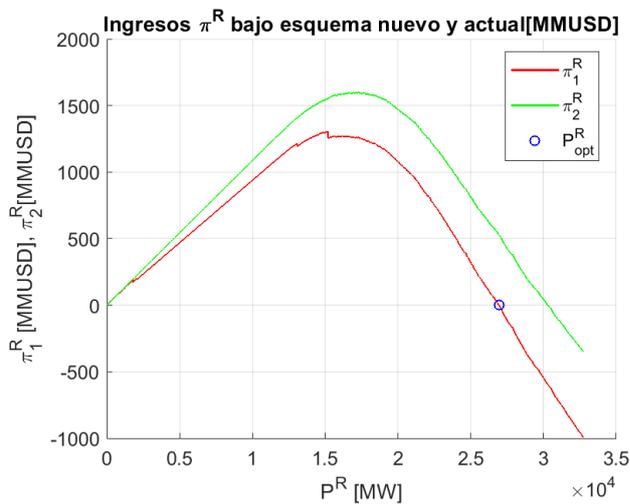


Fig. 3.31: Ingresos renovable  $\pi^R(P^R)$  ejemplo 2

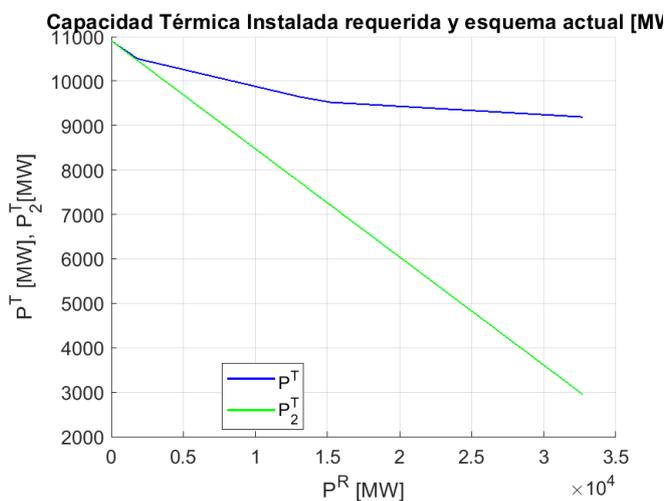


Fig. 3.32:  $P^T(P^R)$  y  $P^T$  mecanismo actual ejemplo 2

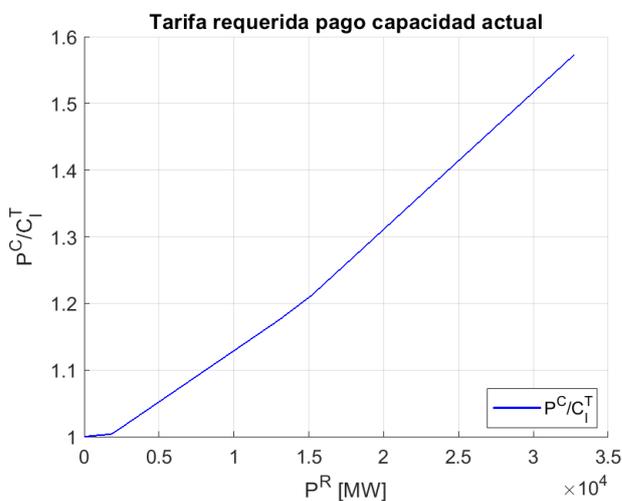


Fig. 3.33: Tarifa  $\frac{P^C}{C_I^T}$  ajustada mecanismo actual ejemplo 2

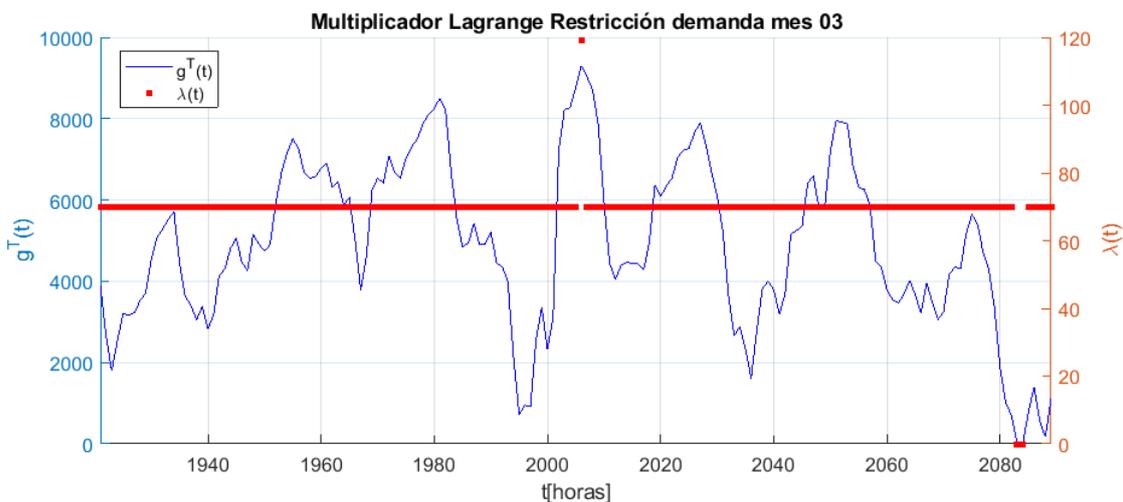


Fig. 3.34: Multiplicadores Lagrange  $\lambda$  restricciones de demanda ejemplo 2

**3.2.3. Ejemplo 3 - Perfil solar con  $c_I^R$  para óptimo en discontinuidad de  $\frac{\partial h}{\partial P^R}$**

En esta sección se presentan resultados para un ejemplo que considera el desarrollo de tecnología renovable solar, pero para un nivel de costos de la tecnología renovable sobre los cuales el óptimo de planificador central se alcanza para un nivel de  $P^R$  donde  $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$  es discontinua. La demanda y el perfil renovable solar utilizados para este ejemplo son los mismos que para el ejemplo 1, los cuales fueron presentados en las figuras 3.1 y 3.3 respectivamente. La única diferencia con el ejemplo 1, es que en este caso se ajustó  $c_I^R$  a 25 [USD/MWh] (lejos de su valor real de referencia), sólo para analizar un caso particular en el cual el óptimo se alcanza en la discontinuidad de  $\frac{\partial h}{\partial P^R}$ . En este contexto, la función de mínimos costos de operación  $f(P^R)$  y el nivel de instalación térmico  $P^T(P^R)$  son los mismos que para el ejemplo 1, y se presentan en las Figuras 3.5 y 3.6 respectivamente.

De los gráficos siguientes, se puede verificar que el valor óptimo se alcanza en la discontinuidad de las derivadas de  $h(P^R)$ , cuya discontinuidad se debe a la discontinuidad de  $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$ . En el gráfico 3.35 se ilustra la discontinuidad de  $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$ , mientras que en el gráfico 3.36 se verifica que las componentes de la condición de primer orden, representadas por la curva azul (lado izquierdo en la ecuación (1.21)) y curva roja (lado derecho en la ecuación (1.21)), nunca se igualan, como consecuencia de la discontinuidad de  $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$ . Lo anterior, se traduce que el nivel óptimo de  $P^R$  se alcanza para un valor  $P^{R*} = 333$  [MW], en el cual  $\frac{\partial h}{\partial P^R}$  no está definida. A partir del gráfico de la Figura 3.37, se puede verificar que la función  $h(P^R)$  alcanza su nivel mínimo en  $P^{R*}$ , y en dicho punto  $\frac{\partial h}{\partial P^R}$  no está definida.

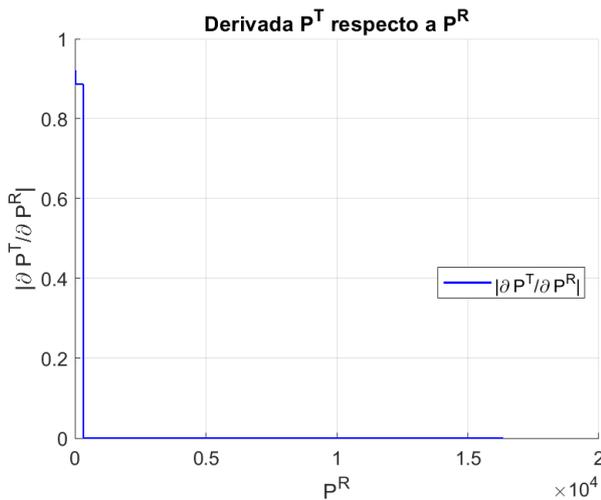


Fig. 3.35:  $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$  ejemplo 3

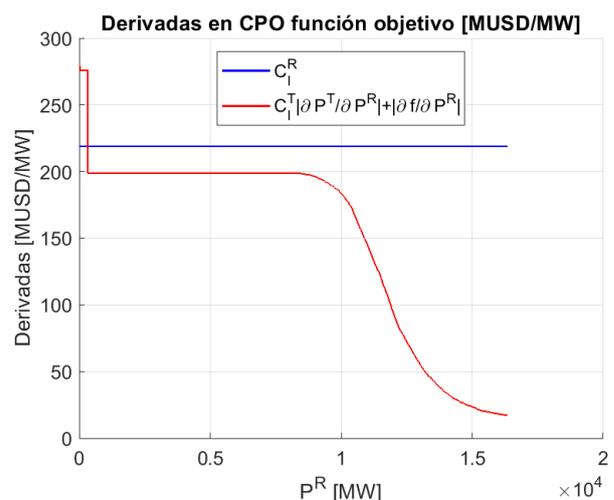


Fig. 3.36: Derivadas de CPO ejemplo 3

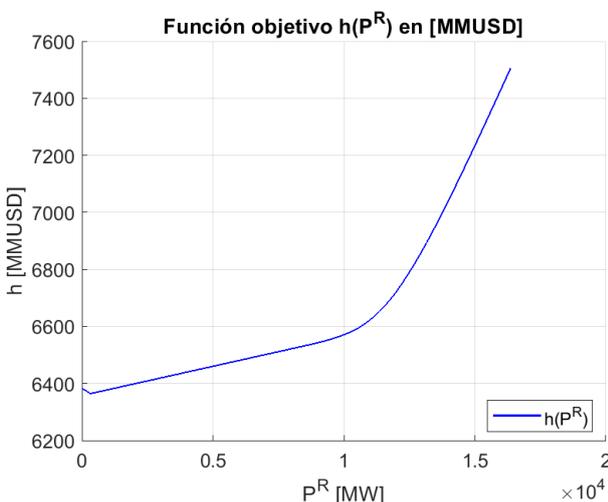


Fig. 3.37: Costos totales  $h(P^R)$  ejemplo 3

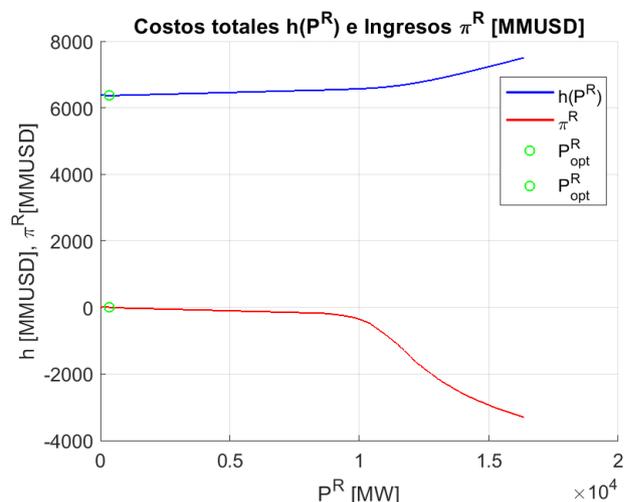


Fig. 3.38:  $h(P^R)$  y  $\pi^R(P^R)$  ejemplo 3

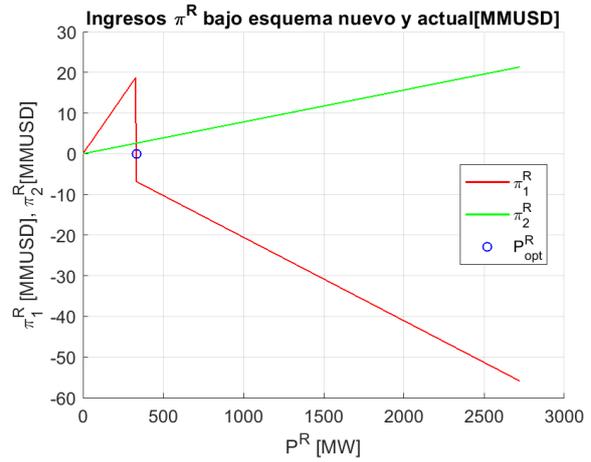
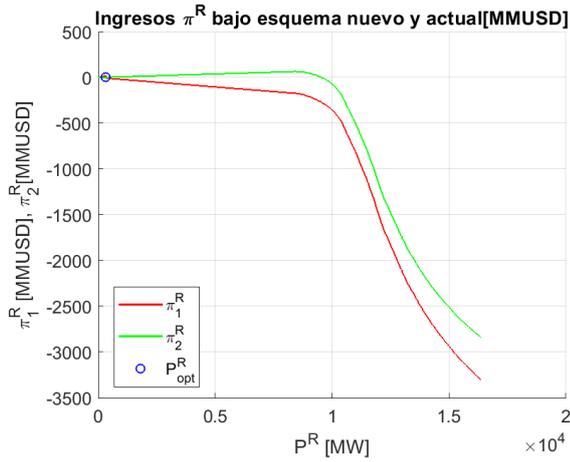


Fig. 3.39: Ingresos renovable  $\pi^R(P^R)$  ejemplo 3

Fig. 3.40: Ingresos renovable  $\pi^R(P^R)$  en torno a  $P^{R*}$  ejemplo 3

Finalmente, en la Figura 3.38, se presentan los ingresos de la tecnología renovable, donde se puede verificar que el nivel óptimo de  $P^R$  al minimizar  $h(P^R)$ , coincide con el nivel de  $P^R$  para el cual los ingresos de los desarrolladores de tecnología renovable sufren una transición desde un valor mayor que cero a un valor menor que cero. Estos ingresos se ilustran tanto para el mecanismo propuesto (curva roja), cómo para el mecanismo actual de pagos por capacidad (curva verde), en la Figura 3.39, y con mayor resolución en la Figura 3.40. Se puede verificar que para el mecanismo actual, los ingresos de los desarrolladores renovables siguen aumentando cuando aumenta  $P^R$  por sobre el nivel eficiente, mientras que con el mecanismo propuesto, el nivel de ingresos de los desarrolladores de tecnología renovable sufren una transición de un nivel mayor que cero a un nivel menor que cero, lo que permite garantizar que el nivel de instalación de esta tecnología converge al nivel eficiente, mientras que con el mecanismo actual hay incentivos a instalar un nivel mayor al eficiente.

Ejemplo	$P^{R*}$	$P^{T*}$	$h(P^{R*})$	$t^*(P^{R*})$
3	333	10613	6364.3	1630

Tabla 3.8: Resultados minimización  $h(P^R)$  ejemplo 3

Ejemplo	$P^{R*}$	$P^{T*}$	$h(P^{R*})$	$t^*(P^{R*})$	$\lambda(t^*)$	$\pi^R(P^{R*})$
3	332	10613	6364.3	1630	64509	-7.10E-11

Tabla 3.9: Resultados optimización problema completo ejemplo 3

Mecanismo	$\gamma_i$	$P^R_{mercado}$	$P^T_{mercado}$	$P^T(P^R_{mercado})$	$\frac{\bar{P}^C}{c^T}$	$h(P^R_{mercado})$
Propuesto	0.886	327	10617	10617	1.00	6364.5
Actual	0.324	9550	7817	10613	1.26	6556.6

Tabla 3.10: Resultados mercado ejemplo 3

### 3.3. Optimización problema completo con discretización de $t$

En esta sección se plantea la metodología para resolver el problema de optimización general, a través de la solución del problema de optimización para una discretización del período  $T$  en  $N$  intervalos, en este caso, 8760 horas. En términos generales, para el planificador central el problema de optimización consiste en minimizar los costos de inversión y operación del sistema para abastecer la curva de demanda  $d(t)$ .

$$\min_{\{P^R, P^T, g^R(t), g^T(t)\}} c_I^T P^T + c_I^R P^R + c_o^T \int_0^1 g^T(t) dt + c_o^R \int_0^1 g^R(t) dt$$

s.a

$$\begin{aligned} g^R(t) + g^T(t) &= d(t) & \forall t \in [0, 1] \\ 0 \leq g^R(t) &\leq z(t) P^R & \forall t \in [0, 1] \\ 0 \leq g^T(t) &\leq P^T & \forall t \in [0, 1] \\ P^R, P^T &\geq 0 \end{aligned}$$

Al discretizar  $t$  se obtiene el siguiente problema de optimización lineal.

$$\min_{\{P^R, P^T, g^R(t_n), g^T(t_n)\}} c_I^T P^T + c_I^R P^R + \frac{T}{N} c_o^T \sum_{n=1}^N g^T(t_n) + \frac{T}{N} c_o^R \sum_{n=1}^N g^R(t_n)$$

s.a

$$\begin{aligned} g^R(t_n) + g^T(t_n) &= d(t_n) & n \in [1, \dots, N] \\ 0 \leq g^R(t_n) &\leq z(t_n) P^R & n \in [1, \dots, N] \\ 0 \leq g^T(t_n) &\leq P^T & n \in [1, \dots, N] \\ P^R, P^T &\geq 0 \end{aligned}$$

#### Comentarios

- En general  $z(t)$  y  $d(t)$  reales no tienen una función teórica que las puede representar.
- Se pierde continuidad teórica de  $z(t)$  y  $d(t)$ .
- Se requiere discretizar sólo las funciones  $d(t)$  y  $z(t)$ .
- $P^R$  y  $P^T$  pueden tomar valores continuos.
- Requiere mayor cantidad de recurso computacional.
- No permite analizar discontinuidades de  $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$  y  $\frac{\partial f}{\partial P^R}$ .

Finalmente, para la optimización general de los ejemplos numéricos se realizaron rutinas en Matlab que se presentan en el anexo D, y en particular, para la optimización del problema completo se utilizó la rutina Matlab adjunta en el anexo D.2.

### 3.4. Resultados optimización problema completo con discretización de $t$

A continuación se presenta una comparación de resultados de los ejemplos numéricos presentados en esta sección, entre los resultados para la minimización de  $h(P^R)$  y la optimización del problema completo. Esta comparación de resultados se presenta en la Tabla 3.11, donde se puede verificar la convergencia entre los resultados óptimos obtenidos por ambos métodos, ya sea a través de la minimización de la función  $h(P^R)$ , cómo a través de la solución del problema de optimización lineal sujeto a restricciones.

Ejemplo	Cálculos	$PR^*$	$PT^*$	$h(PR^*)$	$t^*(PR^*)$
1	Minimización $h(PR)$	12108	10613	5144.8	1630
1	Optimización completa	12107	10613	5144.8	1630
2	Minimización $h(PR)$	26932	9301	4429.4	2006
2	Optimización completa	26931	9301	4429.4	2006
3	Minimización $h(PR)$	333	10613	6364.3	1630
3	Optimización completa	332	10613	6364.3	1630

Tabla 3.11: Comparación resultados minimización de  $h(PR)$  y optimización completa ejemplos 1, 2, 3

## 4. Conclusiones y trabajos futuros

### Conclusiones

- Para la representación de mercado eléctrico considerada en este trabajo, y en el caso particular en que la generación de la tecnología renovable es determinística, se demostró que la tarificación de punta consiste en un pago por la energía entregada en aquellas horas en que operan plantas térmicas y otro pago por la capacidad disponible en la hora del año en que la diferencia entre la demanda y la generación renovable es máxima, donde los pagos unitarios corresponden a los costos de operación e inversión, respectivamente, de la tecnología térmica. Bajo este esquema de pagos, se muestra que en un mercado competitivo con inversiones descentralizadas la tarificación de punta conduce a la solución óptima.
- Al incorporar incertidumbre en la generación de la tecnología renovable, se demuestra que el pago por la capacidad disponible de las tecnologías se debe realizar en la hora del año en que se maximiza la diferencia entre la demanda y la mínima generación renovable posible en cada hora, y debe remunerar la capacidad disponible en dicha hora para el escenario donde la generación de la tecnología renovable es mínima. Asimismo, se demuestra que bajo este esquema de pagos en un mercado competitivo con inversiones descentralizadas, la tarificación de punta conduce a la solución óptima.

<i>Generación Renovable</i>	<i>Hora de interés para pago por capacidad</i>	<i>Capacidad remunerada</i>	<i>Pago unitario</i>
Determinística	Donde se maximiza diferencia entre la demanda y <b>generación renovable</b>	Capacidad disponible en hora de interés	Costo de inversión tecnología térmica
Con Incertidumbre	Donde se maximiza diferencia entre la demanda y la <b>mínima generación renovable posible en cada hora</b>	<b>Mínima</b> capacidad disponible posible en hora de interés	Costo de inversión tecnología térmica

Tabla 4.1: Resumen aplicación pagos por capacidad en tarificación de punta

### Trabajos Futuros

Para facilitar el análisis del desempeño teórico de un mercado eléctrico con ERV que utiliza tarificación de punta, se implementaron algunas simplificaciones en la modelación. Por consiguiente, este trabajo puede ser extendido relajando los siguientes aspectos:

- Respecto a la modelación de oferta-demanda, incorporando sistemas de almacenamiento de energía, inflexibilidad en la generación de la tecnología despachable, y demanda elástica.
- Respecto a la modelación del comportamiento estratégico de los agentes, se puede extender para evaluar condiciones de competencia imperfecta en el mercado, y comparar con mercados eléctricos basados en subastas de energía de corto plazo.
- Por último, incorporando interacción con mercados de servicios complementarios y licitaciones de suministro de largo plazo, para evaluar alternativas de diseño del mercado.

## Referencias

- [1] PABLO SERRA “*Chile’s electricity markets: Four decades on from their original design*” Energy Strategy Reviews. Volume 39, January 2022
- [2] M. BOITEUX “*Peak-Load Pricing*” The Journal of Business, Vol. 33, No. 2 (Apr., 1960), pp. 157-179
- [3] IGNACIO J. PÉREZ-ARRIAGA “*Regulation of the Power Sector*” Springer-Verlag London 2013, ISBN 978-1-4471-5033-6, ISBN 978-1-4471-5034-3 (eBook)
- [4] CARLOS BATLLE, IGNACIO J. PÉREZ-ARRIAGA “*Design criteria for implementing a capacity mechanism in deregulated electricity markets*” Utilities Policy 16 (2008) 184-193
- [5] MARCELO MATUS, CARLOS BENAVIDES, RIGOBERTO TORRES, JOSÉ MIGUEL GONZÁLEZ “*Estudio y propuesta de metodología para reconocimiento de potencia de suficiencia en sistemas eléctricos flexibles*” Estudio preparado para ACERA por Centro de Energía Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas Universidad de Chile, Julio 2017
- [6] L. L. GARVER “*Effective Load Carrying Capability of Generating Units*” IEEE Transactions on power apparatus and systems Vol. Pas-85, N°8 August, 1966
- [7] MICHAEL MILLIGAN AND KEVIN PORTER “*The Capacity Value of Wind in the United States: Methods and Implementation*” Elsevier Inc., March 2006, Vol. 19, Issue 2 1040-6190
- [8] SEYED HOSSEIN MADAENI, RAMTEEN SIOSHANSI, AND PAUL DENHOLM “*Comparing Capacity Value Estimation Techniques for Photovoltaic Solar Power*” IEEE Journal of Photovoltaics, Vol. 3, N°1, January 2013
- [9] FRANCISCO D. MUNOZ, AND ANDREW D. MILLS “*Endogenous Assessment of the Capacity Value of Solar PV in Generation Investment Planning Studies*” IEEE Transactions on Sustainable Energy , Vol. 6, N°4, October 2015
- [10] ERIK TALVILA “*Necessary and Sufficient Conditions for Differentiating Under the Integral Sign*” The American Mathematical Monthly 108 (2001), N°6, 544-548.
- [11] LEY GENERAL DE SERVICIOS ELÉCTRICOS, CHILE “*Aprueba el reglamento de transferencias de potencia entre empresas generadoras establecida en la ley general de servicios eléctricos*” Decreto Supremo N°62, 2006, Última Versión De : 26-DIC-2020
- [12] COORDINADOR ELÉCTRICO NACIONAL “*Metodología de cálculo de la potencia de suficiencia de las centrales del SEN*” Versión 4, Abril de 2021

## A. Análisis particulares para caso de demanda inelástica y generación renovable determinística

### A.1. Derivada función de costos $f(P^R)$

En este anexo se obtiene la derivada de la función de costos mínimos de operación para el caso general de la Sección 1. En particular, se obtiene la derivada de la función de costos haciendo uso de límites, para verificar los resultados obtenidos en la Sección 1.

En primer lugar, tenemos que:

$$f(P^R) = \int_0^1 g^T(t, P^R) dt = \int_0^1 \max \{0, d(t) - z(t)P^R\} dt$$

Por lo que integrar  $g^T(t, P^R)$  en el intervalo  $t \in [0, 1]$  es equivalente a integrar la función representada en el segundo gráfico de la Figura A.1.

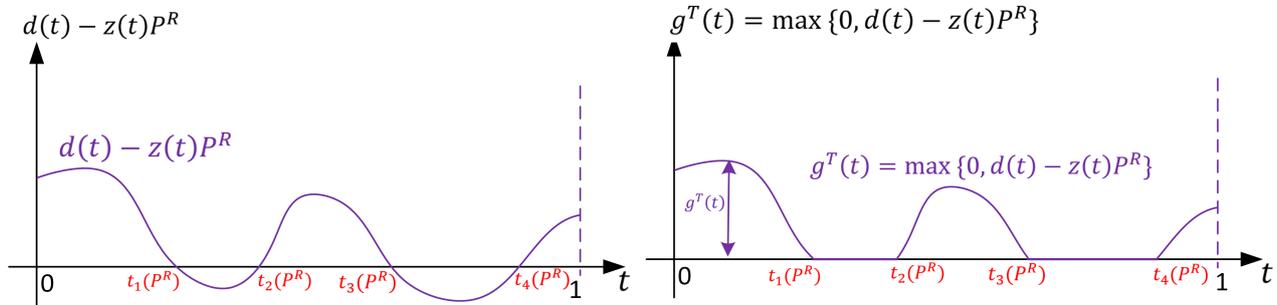


Fig. A.1: Generación térmica en función de  $t$

Además, de acuerdo a lo definido en la Sección 1  $\tau(P^R) = \{t \in [0, 1] : d(t) - z(t)P^R \geq 0\}$ , bajo lo cual, podemos expresar la integral de la generación térmica sólo como una integral en dicho conjunto  $\tau(P^R)$ , ya que fuera de dicho conjunto la generación térmica vale cero. Por lo tanto tenemos que:

$$\frac{\partial f}{\partial P^R} = c_o^T \frac{\partial}{\partial P^R} \int_{t \in \tau(P^R)} [d(t) - z(t)P^R] dt$$

Expresando la derivada a partir de límites se tiene que:

$$\frac{\partial f}{\partial P^R} = c_o^T \left( \lim_{\Delta P^R \rightarrow 0} \frac{\int_{t \in \tau(P^R + \Delta P^R)} [d(t) - z(t)(P^R + \Delta P^R)] dt - \int_{t \in \tau(P^R)} [d(t) - z(t)P^R] dt}{\Delta P^R} \right)$$

Además sabemos que  $\tau(P^R + \Delta P^R) \subset \tau(P^R)$ , bajo lo cual separamos la segunda integral:

$$\frac{\partial f}{\partial P^R} = c_o^T \left( \lim_{\Delta P^R \rightarrow 0} \frac{\int_{t \in \tau(P^R + \Delta P^R)} [d(t) - z(t)(P^R + \Delta P^R)] dt - \int_{t \in \tau(P^R + \Delta P^R)} [d(t) - z(t)P^R] dt - \int_{t \in \tau(P^R) \setminus \tau(P^R + \Delta P^R)} [d(t) - z(t)P^R] dt}{\Delta P^R} \right)$$

$$\frac{\partial f}{\partial P^R} = c_o^T \left( \lim_{\Delta P^R \rightarrow 0} \frac{\int_{t \in \tau(P^R + \Delta P^R)} [d(t) - z(t)(P^R + \Delta P^R)] - [d(t) - z(t)P^R] dt - \int_{t \in \tau(P^R) \setminus \tau(P^R + \Delta P^R)} [d(t) - z(t)P^R] dt}{\Delta P^R} \right)$$

$$\frac{\partial f}{\partial P^R} = c_o^T \left( \lim_{\Delta P^R \rightarrow 0} \frac{\int_{t \in \tau(P^R + \Delta P^R)} -z(t) \Delta P^R dt - \int_{t \in \tau(P^R) \setminus \tau(P^R + \Delta P^R)} [d(t) - z(t) P^R] dt}{\Delta P^R} \right)$$

Cuando  $\Delta P^R \rightarrow 0$ , tenemos que  $\tau(P^R + \Delta P^R) \rightarrow \tau(P^R)$

$$\frac{\partial f}{\partial P^R} = c_o^T \left( \int_{t \in \tau(P^R)} -z(t) dt - \lim_{\Delta P^R \rightarrow 0} \int_{t \in \tau(P^R) \setminus \tau(P^R + \Delta P^R)} \frac{[d(t) - z(t) P^R]}{\Delta P^R} dt \right) \quad (\text{A.1})$$

Además tenemos que:

$$\begin{aligned} d(t) - z(t) P^R &\geq 0 && \forall t \in \tau(P^R) \setminus \tau(P^R + \Delta P^R) \\ d(t) - z(t) [P^R + \Delta P^R] &\leq 0 && \forall t \in \tau(P^R) \setminus \tau(P^R + \Delta P^R) \end{aligned}$$

Por consiguiente, de la segunda expresión:

$$d(t) - z(t) P^R \leq z(t) \Delta P^R \quad \forall t \in \tau(P^R) \setminus \tau(P^R + \Delta P^R)$$

Como  $d(t) - z(t) P^R \geq 0 \forall t \in \tau(P^R) \setminus \tau(P^R + \Delta P^R)$ , tenemos que:

$$\lim_{\Delta P^R \rightarrow 0} \int_{t \in \tau(P^R) \setminus \tau(P^R + \Delta P^R)} \frac{z(t) \Delta P^R}{\Delta P^R} dt \geq \lim_{\Delta P^R \rightarrow 0} \int_{t \in \tau(P^R) \setminus \tau(P^R + \Delta P^R)} \frac{[d(t) - z(t) P^R]}{\Delta P^R} dt \geq 0$$

$$\lim_{\Delta P^R \rightarrow 0} \int_{t \in \tau(P^R) \setminus \tau(P^R + \Delta P^R)} z(t) dt \geq \lim_{\Delta P^R \rightarrow 0} \int_{t \in \tau(P^R) \setminus \tau(P^R + \Delta P^R)} \frac{[d(t) - z(t) P^R]}{\Delta P^R} dt \geq 0$$

Cuando  $\Delta P^R \rightarrow 0$ , tenemos que  $\tau(P^R) \setminus \tau(P^R + \Delta P^R) \rightarrow \emptyset$ , y por consiguiente:

$$0 \geq \lim_{\Delta P^R \rightarrow 0} \int_{t \in \tau(P^R) \setminus \tau(P^R + \Delta P^R)} \frac{[d(t) - z(t) P^R]}{\Delta P^R} dt \geq 0$$

Bajo lo cual:

$$\lim_{\Delta P^R \rightarrow 0} \int_{t \in \tau(P^R) \setminus \tau(P^R + \Delta P^R)} \frac{[d(t) - z(t) P^R]}{\Delta P^R} dt = 0$$

Por consiguiente, el segundo término de la expresión (A.1) vale cero, entonces se demuestra que:

$$\boxed{\frac{\partial f}{\partial P^R} = c_o^T \int_{t \in \tau(P^R)} -z(t) dt}$$

## A.2. Análisis de convexidad $h(P^R)$

En esta sección se analiza la convexidad de la función a minimizar  $h(P^R)$ , para lo cual se analizan sus segundas derivadas. La función  $h(P^R)$  está dada por:

$$h(P^R) = c_I^R P^R + \underbrace{c_I^T [\max_{t \in [0,1]} \{d(t) - z(t)P^R\}]}_{P^T(P^R)} + \underbrace{c_o^T \int_{t \in \tau(P^R)} [d(t) - z(t)P^R] dt}_{f(P^R)}$$

### Análisis de $\frac{\partial^2 f}{\partial P^R^2}$

Sabemos que:

$$\frac{\partial f}{\partial P^R} = c_o^T \int_{t \in \tau(P^R)} -z(t) dt$$

Analizando la expresión anterior, se puede indicar que la continuidad de  $\frac{\partial f}{\partial P^R}$  se garantiza sólo si la correspondencia  $\tau(P^R)$  es continua. En caso que la correspondencia  $\tau(P^R)$  no sea continua, entonces  $\frac{\partial f}{\partial P^R}$  podría ser discontinua.

Por otra parte, se analizará si  $\frac{\partial f}{\partial P^R}$  es decreciente. En este contexto, sabemos que  $\frac{\partial f}{\partial P^R}$  es una integral de  $-z(t)$  en el conjunto  $\tau(P^R)$ , donde la función a integrar no depende de  $P^R$ , sino que sólo la zona de integración. En términos generales tenemos que:

$$\tau(P^R + \Delta P^R) \subseteq \tau(P^R) \text{ para } \Delta P^R \geq 0$$

Bajo lo cual, considerando que el conjunto de integración decrece o se mantiene constante con  $P^R$ , y que  $z(t)$  es siempre mayor que cero, entonces  $\frac{\partial f}{\partial P^R}$  será siempre negativa y no decreciente. Por lo anterior,  $\left| \frac{\partial f}{\partial P^R} \right|$  decrece o permanece constante con  $P^R$ . En base a lo anterior,  $\frac{\partial f}{\partial P^R}$  podría presentar discontinuidad, pero en valor absoluto será siempre decreciente o permanecerá constante con  $P^R$ .

Continuando el análisis donde  $\frac{\partial f}{\partial P^R}$  es continua, se analizará la segunda derivada de la función de costos para analizar la convexidad de dicha función. Para lo anterior, se expresará la integral en términos de tramos genéricos de integración, los cuales se ilustran en el segundo gráfico de la Figura A.2.

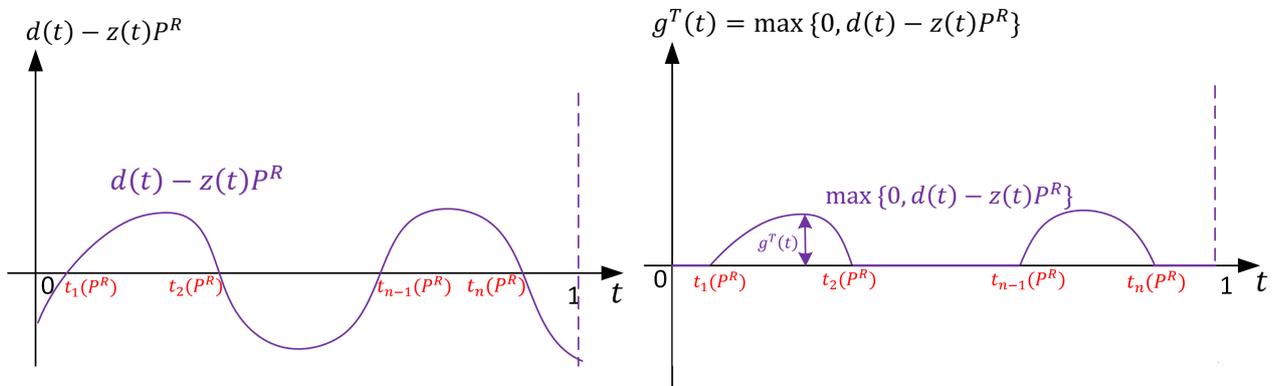


Fig. A.2: Generación térmica en función de  $t$

En este contexto tenemos que:

$$\frac{\partial f}{\partial P^R} = c_o^T \left[ \int_{t_1(P^R)}^{t_2(P^R)} -z(t)dt + \int_{t_3(P^R)}^{t_4(P^R)} -z(t)dt \dots + \int_{t_{n-1}(P^R)}^{t_n(P^R)} -z(t)dt \right]$$

Luego la segunda derivada de la función de costos se puede expresar como:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial P^R^2} = c_o^T \left[ \int_{t \in \tau(P^R)} -\frac{\partial z(t)}{\partial P^R} dt + \left( -z(t_2(P^R)) \frac{\partial t_2}{\partial P^R} + z(t_1(P^R)) \frac{\partial t_1}{\partial P^R} - z(t_4(P^R)) \frac{\partial t_4}{\partial P^R} + z(t_3(P^R)) \frac{\partial t_3}{\partial P^R} \dots \right) \right]$$

Y desarrollando se llega a:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial P^R^2} = c_o^T \left[ \left( z(t_1(P^R)) \frac{\partial t_1}{\partial P^R} - z(t_2(P^R)) \frac{\partial t_2}{\partial P^R} \right) + \dots + \left( z(t_{n-1}(P^R)) \frac{\partial t_{n-1}}{\partial P^R} - z(t_n(P^R)) \frac{\partial t_n}{\partial P^R} \right) \right]$$

En términos generales, como  $\tau(P^R + \Delta P^R) \subseteq \tau(P^R)$ , y considerando los bordes del conjunto  $\tau(P^R)$  en la Figura A.2 tenemos que:

$$\frac{\partial t_1}{\partial P^R} \geq 0 \quad \frac{\partial t_2}{\partial P^R} \leq 0 \dots \quad \frac{\partial t_{n-1}}{\partial P^R} \geq 0 \quad \frac{\partial t_n}{\partial P^R} \leq 0$$

Luego, como  $z(t) \geq 0$  para todo  $t$ , tenemos que:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial P^R^2} = c_o^T \left[ \left( z(t_1(P^R)) \frac{\partial t_1}{\partial P^R} - z(t_2(P^R)) \frac{\partial t_2}{\partial P^R} \right) + \dots + \left( z(t_{n-1}(P^R)) \frac{\partial t_{n-1}}{\partial P^R} - z(t_n(P^R)) \frac{\partial t_n}{\partial P^R} \right) \right] \geq 0$$

En resumen en los tramos donde  $\frac{\partial f}{\partial P^R}$  es continua y está definida, podemos concluir que la función de costos es convexa, y se cumple que:

$$\frac{\partial f}{\partial P^R} \leq 0, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial P^R^2} \geq 0, \quad \left| \frac{\partial f}{\partial P^R} \right| \text{ decreciente}$$

### Análisis de $\frac{\partial^2 P^T}{\partial P^R^2}$

Sabemos que:

$$P^T(P^R) = \max_{t \in [0,1]} d(t) - z(t)P^R$$

Y:

$$t^*(P^R) = \operatorname{argmax}_{t \in [0,1]} d(t) - z(t)P^R \quad (\text{A.2})$$

Por el teorema del máximo de Berge, cómo el conjunto  $[0, 1]$  es compacto y diferente de vacío, y  $d(t) - z(t)P^R$  es continua tenemos que:

- $P^T(P^R)$  es continua.
- $t^*(P^R)$  es hemicontinua superior. No garantiza que  $t^*(P^R)$  sea una función continua.

Cómo sólo se puede garantizar que  $t^*(P^R)$  es hemicontinua superior, entonces se pueden dar distintos casos de correspondencia que satisfagan la condición de hemicontinuidad superior. Por ejemplo, podemos tener un caso en que para algunos valores de  $P^R$ , el conjunto asociado a la correspondencia  $t^*(P^R)$  tenga más de un elemento, y  $t^*(P^R)$  se represente por una función definida por tramos fuera de los valores de  $P^R$  donde  $t^*(P^R)$  tenga más de un elemento. Un ejemplo de este caso se ilustra en la Figura A.3.

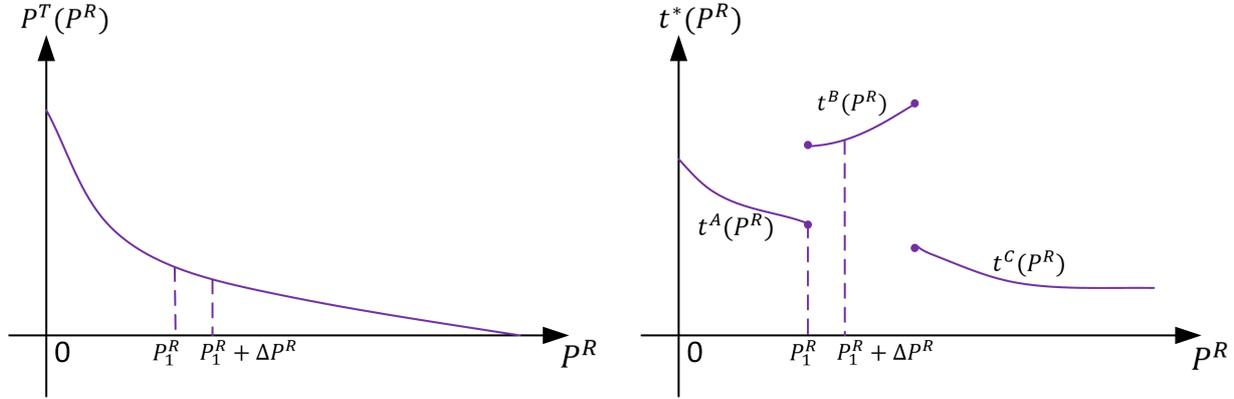


Fig. A.3: Ejemplos para  $P^T(P^R)$  y  $t^*(P^R)$

*Análisis para vecindad de  $P^R$  donde  $t^*(P^R)$  tiene un elemento*

Analizaremos el caso de la correspondencia  $t^*(P^R)$  presentado en la Figura A.3. En este caso, en los tramos donde  $t^*(P^R)$  tiene sólo un elemento,  $t^*(P^R)$  es una función continua, bajo lo cual analizaremos inicialmente estos tramos donde la función es continua. Sabemos que:

$$\frac{\partial P^T}{\partial P^R} = \frac{\partial}{\partial P^R} \max_{\{t \in [0,1]\}} \{d(t) - z(t)P^R\} = \frac{\partial}{\partial P^R} [d(t^*(P^R)) - z(t^*(P^R))P^R]$$

Donde, usando el teorema de la envolvente y bajo la hipótesis de unicidad de  $t^*(P^R)$  mostramos en la Subsección 1.1 que:

$$\frac{\partial P^T}{\partial P^R} = -z(t^*(P^R))$$

Luego la expresión para la segunda derivada de  $P^T(P^R)$  está dada por:

$$\frac{\partial^2 P^T}{\partial P^R^2} = -z'(t^*(P^R)) \frac{\partial t^*(P^R)}{\partial P^R}$$

A continuación se buscará una condición para identificar el signo de la segunda derivada de  $P^T(P^R)$ . Sabemos que  $t^*(P^R)$  está dado por la expresión (A.2), y en particular, como  $d(t)$  y  $z(t)$  son funciones continuas diferenciables, si consideramos que el máximo se alcanza para un  $t^*$  interior en el intervalo  $t \in [0, 1]$ , entonces  $t^*$  cumple que:

$$[d'(t^*(P^R)) - z'(t^*(P^R))P^R] = 0 \quad (\text{A.3})$$

Luego, derivando la condición (A.3) con respecto a  $P^R$  obtenemos la expresión (A.4).

$$[d''(t^*(P^R)) - z''(t^*(P^R))P^R] \frac{\partial t^*(P^R)}{\partial P^R} = z'(t^*(P^R)) \quad (\text{A.4})$$

Pero además sabemos que en  $t^*(P^R)$  se maximiza  $d(t) - z(t)P^R$ , por lo que  $d(t) - z(t)P^R$  debe ser cóncava para dicho valor de  $t$ , con lo que:

$$[d''(t^*(P^R)) - z''(t^*(P^R))P^R] < 0$$

Usando la expresión (A.4) podemos concluir que:

$$z'(t^*(P^R)) \geq 0 \Leftrightarrow \frac{\partial t^*(P^R)}{\partial P^R} \leq 0 \Rightarrow z'(t^*(P^R)) \frac{\partial t^*(P^R)}{\partial P^R} \leq 0$$

Por lo tanto:

$$\frac{\partial^2 P^T}{\partial P^R{}^2} = -z(t^*(P^R)) \frac{\partial t^*(P^R)}{\partial P^R} \geq 0$$

En resumen para los tramos donde  $t^*(P^R)$  es una función continua tenemos que:

$$\frac{\partial P^T}{\partial P^R} \leq 0, \quad \frac{\partial^2 P^T}{\partial P^R{}^2} \geq 0, \quad \left| \frac{\partial P^T}{\partial P^R} \right| \text{ decreciente}$$

*Análisis para vecindad de  $P^R$  donde  $t^*(P^R)$  tiene más de un elemento*

Se analizará la derivada de  $P^T(P^R)$  en la vecindad de  $P_1^R$  para el ejemplo de la Figura A.4.

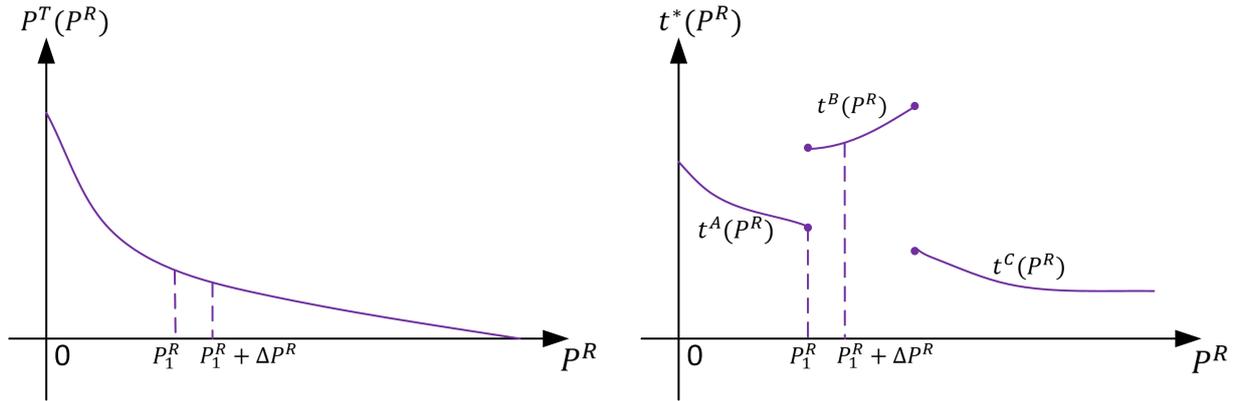


Fig. A.4: Ejemplos para  $P^T(P^R)$  y  $t^*(P^R)$

Para verificar si  $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$  es creciente o decreciente en la vecindad de  $P_1^R$ , se considerará como supuesto inicial que  $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$  es decreciente en la vecindad de  $P_1^R$ . Esta condición se ilustra en la Figura A.5, e implica que:

$$\left| \frac{\partial P^{TB}}{\partial P^R} \right|_{P^R \rightarrow P_1^R} > \left| \frac{\partial P^{TA}}{\partial P^R} \right|_{P^R \rightarrow P_1^R} \Rightarrow z(t^B(P_1^R)) > z(t^A(P_1^R))$$

Luego, se probará por contradicción que esto no es posible, para demostrar que la derivada de  $P^T(P^R)$  es creciente en la vecindad de  $P_1^R$ .

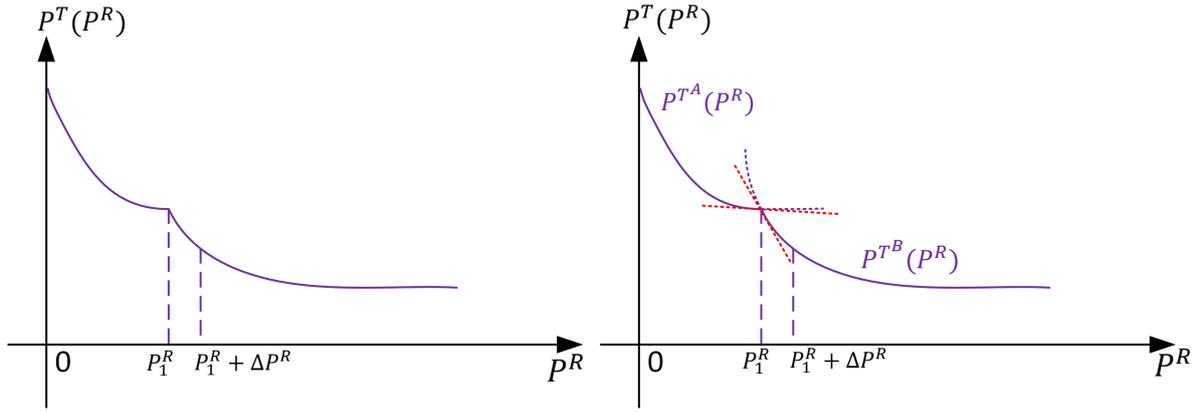


Fig. A.5:  $P^T$  en función de  $P^R$  suponiendo aumento en  $\left| \frac{\partial P^T}{\partial P^R} \right|$  en  $P_1^R$

Bajo esta condición, considerando que se demostró que  $\frac{\partial^2 P^T}{\partial P^{R2}} \geq 0$  en los tramos donde  $t^*(P^R)$  es continua, en cada tramo de la función  $P^T(P^R)$  el valor absoluto de la derivada es decreciente.

Entonces bajo esta condición  $\exists \Delta P^R > 0$  tal que:

$$P^{TA}(P_1^R + \Delta P^R) \approx P^T(P_1^R) + \left. \frac{\partial P^{TA}}{\partial P^R} \right|_{P_1^R} \Delta P^R > P^{TB}(P_1^R + \Delta P^R)$$

Debido a que  $\left| \frac{\partial P^{TB}}{\partial P^R} \right|_{P_1^R} \geq \left| \frac{\partial P^{TA}}{\partial P^R} \right|_{P_1^R}$

Luego, como sabemos que:

$$\frac{\partial^2 P^{TA}}{\partial P^{R2}} \geq 0$$

Tenemos que  $P^{TA}(P_1^R + \Delta P^R) > P^T(P_1^R) + \left. \frac{\partial P^{TA}}{\partial P^R} \right|_{P_1^R} \Delta P^R$ . Bajo lo cual:

$$P^{TA}(P_1^R + \Delta P^R) > P^T(P_1^R) + \left. \frac{\partial P^{TA}}{\partial P^R} \right|_{P_1^R} \Delta P^R > P^{TB}(P_1^R + \Delta P^R)$$

Lo que contradice que  $P^{TB}(P_1^R + \Delta P^R) = P^T(P_1^R + \Delta P^R)$  es el máximo global en  $t$  de  $d(t) - z(t)[P_1^R + \Delta P^R]$ . Por consiguiente, se demuestra por contradicción que:

$$\left| \frac{\partial P^{TA}}{\partial P^R} \right|_{P_1^R} \geq \left| \frac{\partial P^{TB}}{\partial P^R} \right|_{P_1^R} \Rightarrow z(t^A(P_1^R)) \geq z(t^B(P_1^R))$$

Lo que garantiza que  $\left| \frac{\partial P^T}{\partial P^R} \right|$  es decreciente en las zonas donde  $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$  es discontinua.

En la Figura A.6 se presenta gráficamente un ejemplo donde la correspondencia  $t^*(P^R)$  pasa de tener un único elemento (gráfico 1) a dos elementos (gráfico 2), para luego tener nuevamente un único elemento (gráfico 3). En dicha figura, se puede observar la transición cuando  $P^{TA}$  pasa de ser un máximo global a un máximo local. Se puede observar que para que dicha transición ocurra en la medida que  $P^R$  crece, el valor de  $z(t^*(P^R))$  debe ser decreciente en  $P^R$ , y por consiguiente,  $\frac{\partial P^T}{\partial P^R} = -z(t^*(P^R))$  debe ser creciente.

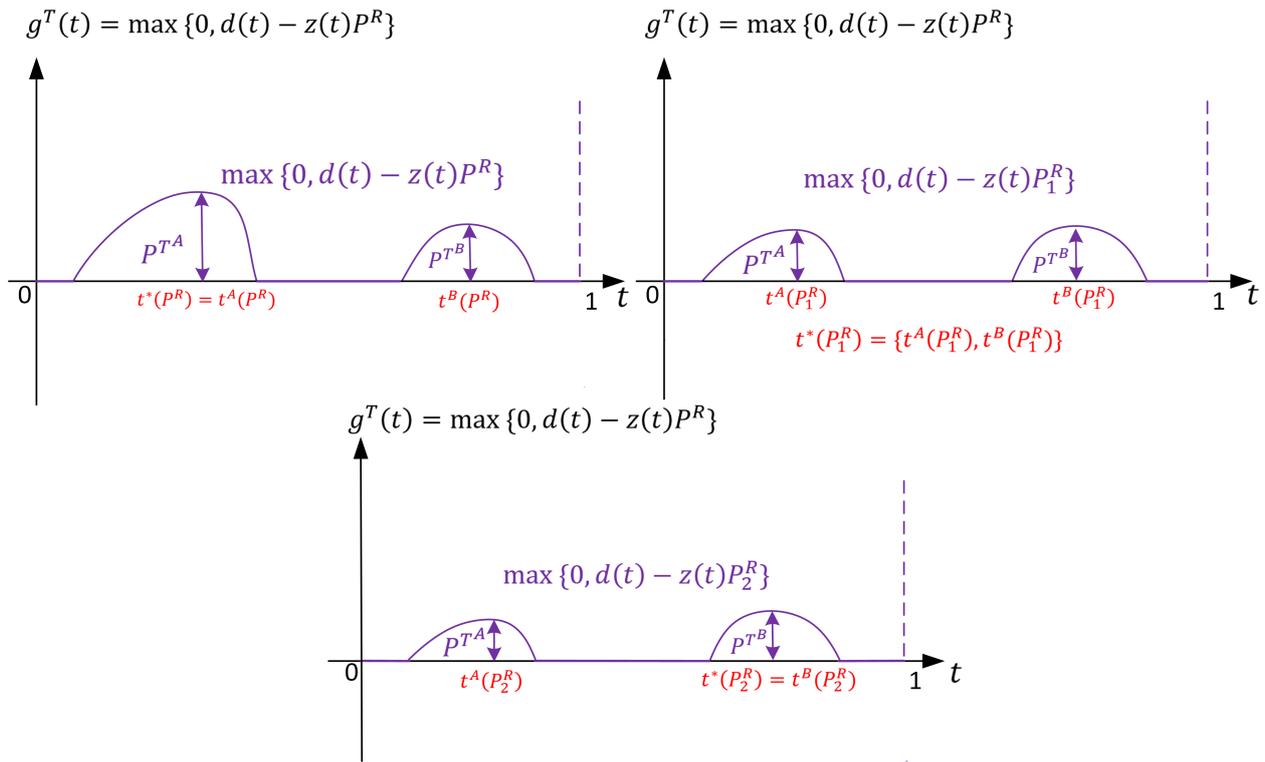


Fig. A.6: Condiciones donde la correspondencia  $t^*(P^R)$  pasa de tener un único elemento a dos elementos

Finalmente, en la Figura A.7 se presentan ejemplos gráficos que permiten ilustrar la convexidad de las funciones  $P^T(P^R)$  y  $f(P^R)$ . En particular se grafican  $P^T(P^R)$ ,  $f(P^R)$ , y sus respectivas derivadas.

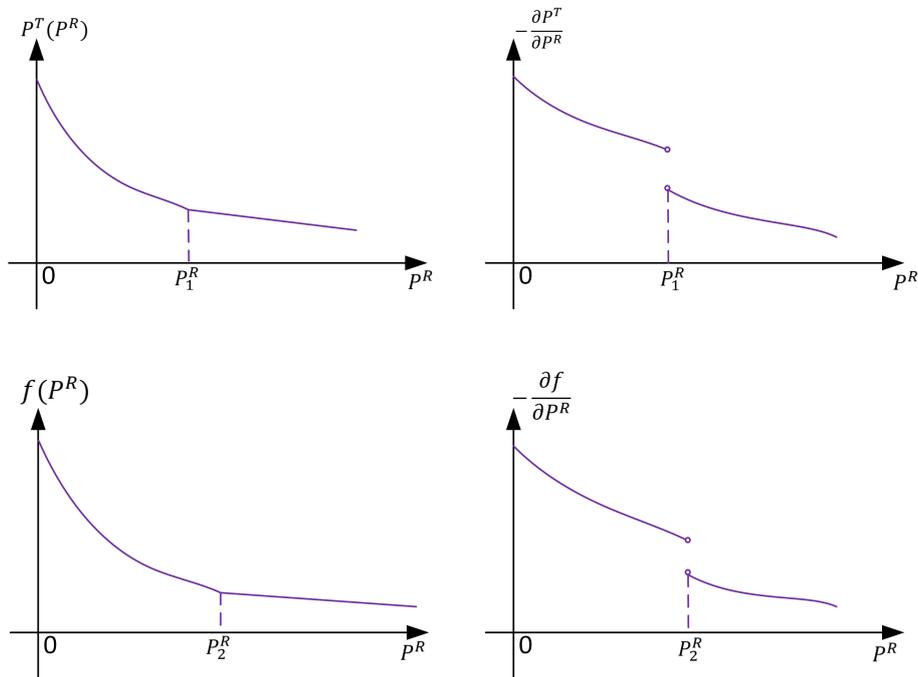


Fig. A.7: Ejemplo caracterización de  $P^T(P^R)$  y  $f(P^R)$ , y el valor absoluto de sus derivadas

Si bien se demostró la convexidad de las funciones  $P^T(P^R)$  y  $f(P^R)$ , no se garantizó continuidad de sus primeras derivadas. La existencia de eventuales discontinuidades en  $\frac{\partial f}{\partial P^R}$  y en  $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$ , implican que bajo ciertas condiciones de  $z(t)$ ,  $d(t)$  y los parámetros del modelo, el máximo global podría no satisfacer la condición de primer orden  $\frac{\partial h}{\partial P^R} = 0$ . En este contexto, el mínimo global de  $h(P^R)$  se podría dar

para un nivel de  $P^R$  donde  $\frac{\partial h}{\partial P^R}$  no está definido. Sin embargo, se destaca que dado que la función a minimizar y sus segundas derivadas están dadas por:

$$h(P^R) = c_I^R P^R + c_I^T P^T(P^R) + f(P^R)$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial P^{R2}} = c_I^T \frac{\partial^2 P^T(P^R)}{\partial P^{R2}} + \frac{\partial^2 f(P^R)}{\partial P^{R2}} \geq 0$$

Entonces  $h(P^R)$  es convexa. Por lo tanto, de existir solución interior ( $P^T > 0$ ,  $P^R > 0$ ) que satisfice las condiciones de primer orden, ésta será un mínimo global. Finalmente, se debe destacar que sólo bajo ciertas condiciones particulares sobre  $z(t)$ ,  $d(t)$  o los parámetros del modelo, se pueden obtener soluciones en donde el óptimo se alcanza en la discontinuidad de la derivada de  $h(P^R)$ . Por lo anterior, en términos generales la condición de primer orden planteada anteriormente permite encontrar el mínimo global.

### A.3. Condición para garantizar solución interior para $P^T$

En este anexo se presentan las condiciones sobre los parámetros que se deben cumplir, para garantizar que en la solución del problema de optimización  $P^T > 0$ . Estas condiciones, en conjunto con la condición (1.22) de la Sección 1 que garantiza  $P^R > 0$ , permitan garantizar un mínimo global interior para el problema de optimización. A continuación se presentan las condiciones para obtener  $P^T > 0$ .

Si  $d(t) > 0$  para todo  $t$  entonces:

- Si  $\exists t \in [0, 1] : z(t) = 0$ , entonces  $P^T > 0$  siempre.
- Si  $z(t) > 0 \forall t \in [0, 1]$ , entonces se deben satisfacer ciertas condiciones para que  $P^T > 0$ .

Analizaremos el caso en que  $z(t) > 0 \forall t \in [0, 1]$ .

Para que podamos tener  $P^T = 0$ , se requiere que:

$$P^T(P^R) = d(t^*(P^R)) - z(t^*(P^R))P^R = 0$$

Donde  $t^*(P^R)$  satisface la condición:

$$d'(t^*) - z'(t^*)P^R = 0$$

Llamaremos  $\bar{P}^R$  al valor de  $P^R$  que satisface  $P^T(P^R) = 0$ .

Bajo este contexto, para que  $P^T > 0$  en el óptimo, se requiere que:

$$\left. \frac{\partial h}{\partial P^R} \right|_{P^R = \bar{P}^R - \epsilon} > 0 \quad \forall \epsilon > 0$$

Lo que implica que:

$$c_I^R + c_I^T \left. \frac{\partial P^T}{\partial P^R} \right|_{P^R = \bar{P}^R - \epsilon} + \left. \frac{\partial f}{\partial P^R} \right|_{P^R = \bar{P}^R - \epsilon} > 0$$

Por consiguiente, para garantizar solución óptima en que  $P^T > 0$  se requiere que:

$$c_I^R > c_I^T z(t^*[\bar{P}^R - \epsilon]) + c_o^T \int_{t \in \tau(\bar{P}^R - \epsilon)} z(t) dt$$

Supondremos que  $d(t) = d$  constante, y que el perfil renovable es variable con  $z(t) \neq 0$  para todo  $t$ . Es de esperar que  $\tau(\bar{P}^R - \epsilon)$  se reduzca cuando  $\epsilon \rightarrow 0$ , convergiendo al conjunto vacío, y por lo tanto:

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{t \in \tau(\bar{P}^R - \epsilon)} z(t) dt \rightarrow 0$$

Por consiguiente, para el caso particular en que la demanda es continua  $d(t) = d$  tendríamos que:

$$\left[ \min_{t \in [0,1]} z(t) \right] \bar{P}^R = d \text{ y } z(t^*(\bar{P}^R - \epsilon)) \rightarrow \min_{t \in [0,1]} z(t) \text{ cuando } \epsilon \rightarrow 0$$

Bajo lo cual la condición que garantiza que  $P^T(P^R) > 0$  para el caso particular en que la demanda es constante, y  $z(t) > 0 \forall t$ , estaría dada por:

$$c_I^R > \left[ \min_{t \in [0,1]} z(t) \right] c_I^T$$

Donde esta condición se cumple siempre para valores reales de los parámetros, ya que  $c_I^R \approx c_I^T$  y  $\min_{t \in [0,1]} z(t) < 1$ . En particular, si suponemos un valor mínimo para la generación renovable cercano a un 10 %, tenemos que el  $\min_{t \in [0,1]} z(t) = 0,1$ , bajo lo cual la condición que garantiza que  $P^T(P^R) > 0$  se traduce en:

$$c_I^R > 0,1 c_I^T$$

#### A.4. Análisis de discontinuidad en $\frac{\partial f}{\partial P^R}$

##### A.4.1. Caso particular donde $\frac{\partial f}{\partial P^R}$ es discontinua

En este anexo, se analizará un caso particular en el cual podría haber una discontinuidad en  $\frac{\partial f(P^R)}{\partial P^R}$  y donde el óptimo interior podría no satisfacer la condición  $\frac{\partial h(P^R)}{\partial P^R} = 0$ .

En la Figura A.8 se ilustra una condición para  $d(t)$  y  $z(t)$  donde se produce una discontinuidad en  $\frac{\partial f}{\partial P^R}$ .

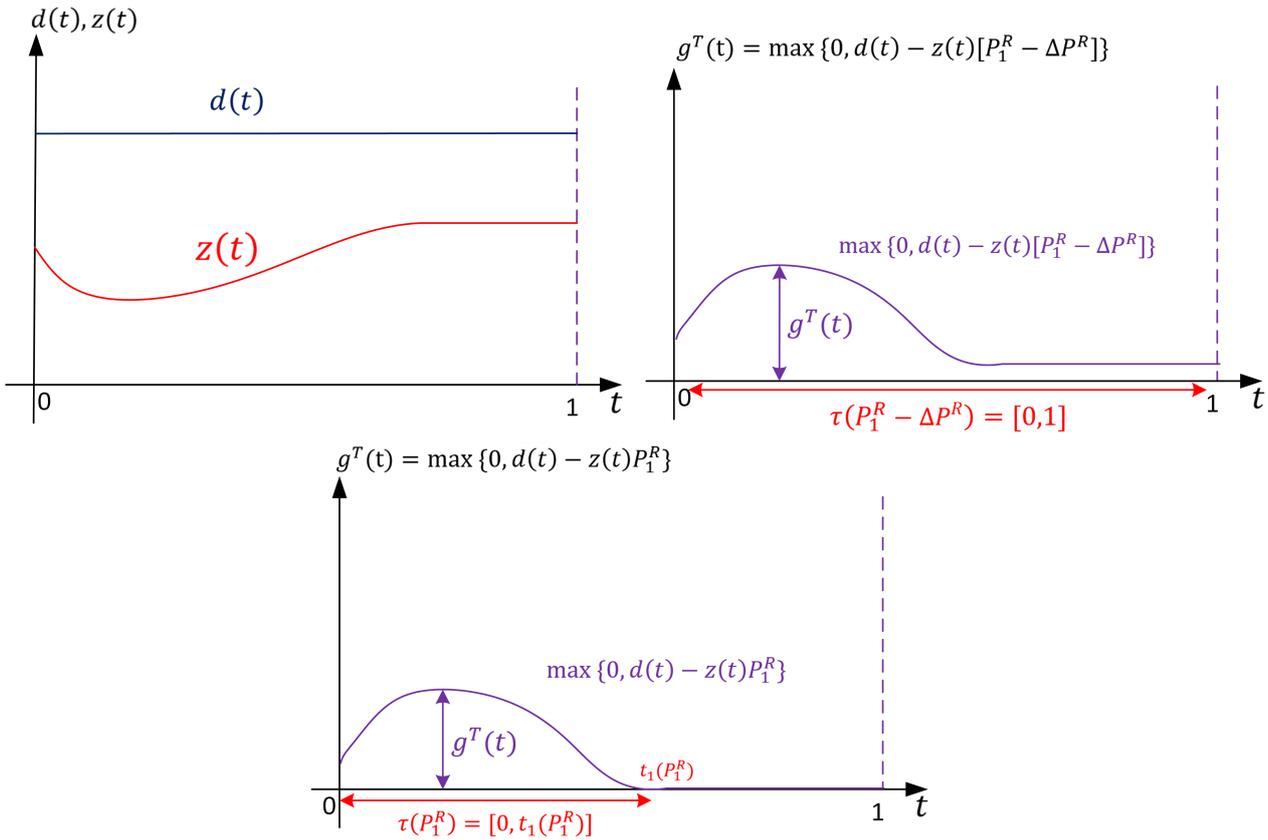


Fig. A.8: Perfil de generación renovable  $z(t)$  y  $d(t)$  donde  $\frac{\partial f}{\partial P^R}$  es discontinua

Sabemos que:

$$f(P^R) = \int_{t \in \tau(P^R)} d(t) - z(t)P^R dt$$

Donde la función  $f(P^R)$  es continua por la continuidad de las funciones  $d(t)$  y  $z(t)$ . No obstante,  $\frac{\partial f}{\partial P^R}$  puede ser discontinua.

Para niveles de  $P^R$  donde  $\frac{\partial f}{\partial P^R}$  está definida, tenemos que:

$$\frac{\partial f(P^R)}{\partial P^R} = \int_{t \in \tau(P^R)} -z(t) dt$$

En el ejemplo que se ilustra, tenemos que  $\frac{\partial f(P^R)}{\partial P^R}$  no es continua en  $P_1^R$ . Tenemos que el límite por la izquierda en  $P_1^R$  está dado por:

$$\left. \frac{\partial f}{\partial P_R} \right|_{P_1^{R-}} = \lim_{\Delta P^R \rightarrow 0} \int_0^1 -z(t) dt = \int_0^1 -z(t) dt = FP_R$$

Mientras que:

$$\left. \frac{\partial f}{\partial P_R} \right|_{P_1^{R+}} = \lim_{\Delta P^R \rightarrow 0} \int_0^{t_1(P_1^R + \Delta P^R)} -z(t) dt = \int_0^{t_1(P_1^R)} -z(t) dt < FP_R$$

Lo anterior implica que para esta condición donde hay intervalos en  $t \in [0, 1]$  en los cuales la demanda  $d(t)$  y el perfil  $z(t)$  son constantes al mismo tiempo, se presentaría una discontinuidad en  $\frac{\partial f}{\partial P^R}$ , lo que se podría traducir en disponer de una solución interior óptima  $P^{R*}$  que no satisface las condiciones de primer orden planteadas en la Sección 1, y en el óptimo se podría dar la siguiente condición:

$$\left. \frac{\partial h}{\partial P^R} \right|_{P^R} < 0 < \left. \frac{\partial h}{\partial P^R} \right|_{P^R}$$

#### A.4.2. Ejemplo donde derivada de función de costos $\frac{\partial f(P^R)}{\partial P^R}$ es discontinua

En este anexo se ilustra un ejemplo donde  $\frac{\partial f(P^R)}{\partial P^R}$  es discontinua. La demanda y perfil renovable utilizados en este ejemplo se ilustran en la Figura A.9.

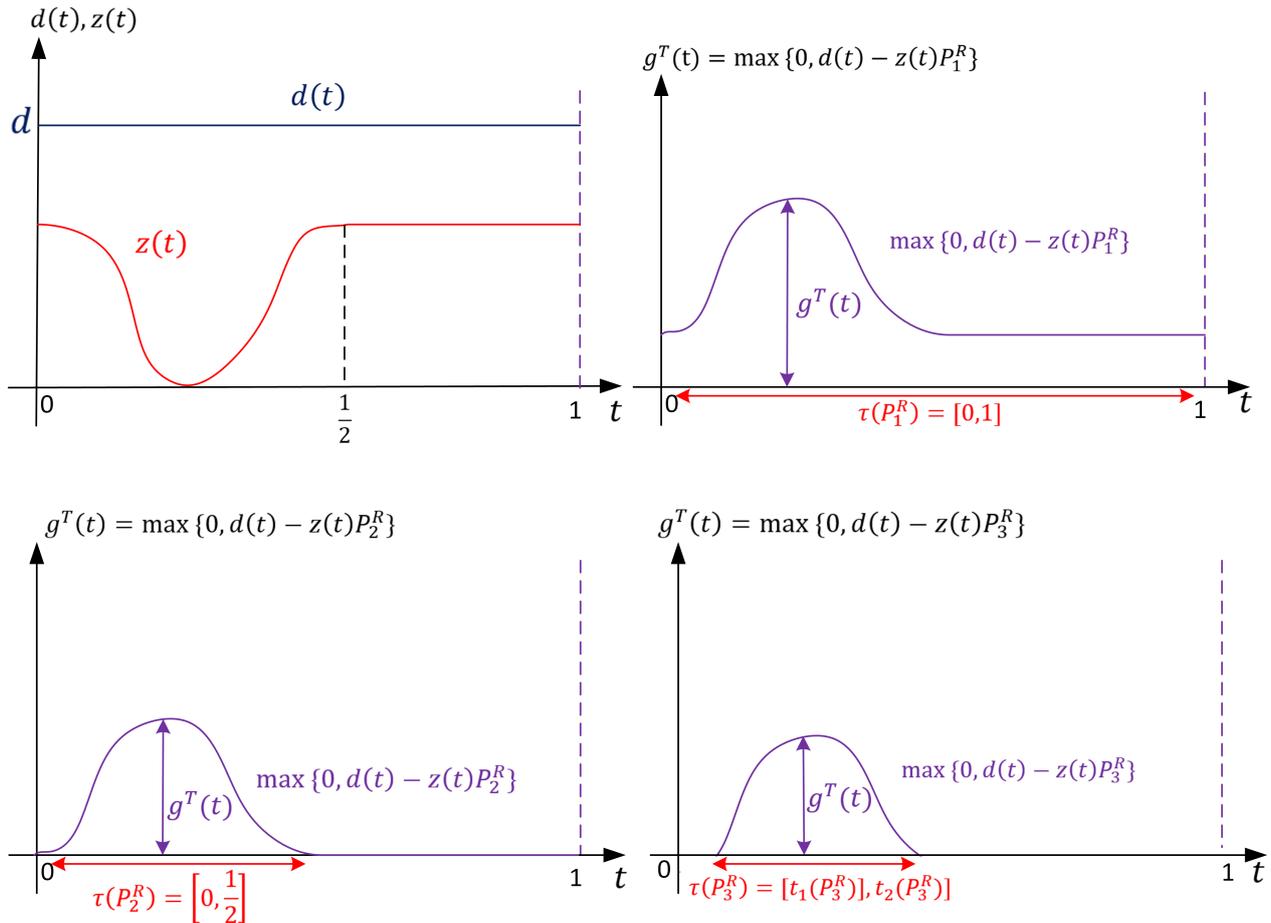


Fig. A.9: Ejemplo donde  $\frac{\partial f(P^R)}{\partial P^R}$  es discontinua

En particular se consideró que:

$$d(t) = \bar{d} = \text{constante} \quad y \quad z(t) = \begin{cases} \alpha[1 + \cos(\omega t)] & t \in [0, \frac{1}{2}] \\ 2\alpha & t \in [\frac{1}{2}, 1] \end{cases}$$

En este caso consideramos  $\omega = 4\pi$  y  $\int_0^1 z(t)dt = FP_{renovable}$ . Lo último permite ajustar  $\alpha$  para obtener factor de planta renovable.

$$\int_0^1 z(t)dt = \frac{\alpha}{2} + \alpha = \frac{3}{2}\alpha = FP_{renovable} \quad \alpha = \frac{2}{3}FP_{renovable}$$

#### A.4.2.1. Continuidad de $z(t)$ y $z'(t)$

Tenemos que:

$$z\left(\frac{1}{2}^-\right) = \alpha(1 + \cos(2\pi)) = 2\alpha \quad y \quad z\left(\frac{1}{2}^+\right) = 2\alpha$$

Luego la derivada de  $z(t)$ :

$$z'(t) = \begin{cases} -\alpha\omega \sin(\omega t) & t \in [0, \frac{1}{2}] \\ 0 & t \in [\frac{1}{2}, 1] \end{cases}$$

$$z'\left(\frac{1}{2}^-\right) = -\alpha\omega \sin(2\pi) = 0 \quad y \quad z'\left(\frac{1}{2}^+\right) = 0$$

La función  $z(t)$  utilizada para el ejemplo cumple las condiciones definidas para los análisis, esto es,  $z(t)$  es de clase  $C^2$

#### A.4.2.2. Función de costos $f(P^R)$ en tramos de $P^R$

**Tramo donde  $\tau(P^R) = [0, 1]$**

Esta zona se ilustra en el segundo gráfico de la Figura A.9. Tenemos que:

$$f(P^R) = c_o^T \int_0^{\frac{1}{2}} \bar{d} - \alpha[1 + \cos(\omega t)]P^R dt + c_o^T \int_{\frac{1}{2}}^1 \bar{d} - 2\alpha P^R dt$$

$$f(P^R) = c_o^T \left( \bar{d} - \frac{3}{2}\alpha P^R \right)$$

Y:

$$\frac{\partial f}{\partial P^R} = -\frac{3}{2}\alpha c_o^T \quad \frac{\partial^2 f}{\partial P^R{}^2} = 0$$

**Nivel de  $P^R$  donde  $\tau(P^R) = [0, \frac{1}{2}]$**

Esta zona se ilustra en el tercer gráfico de la Figura A.9. Definimos  $\bar{P}^R$  tal que:

$$2\alpha\bar{P}^R = \bar{d} \Rightarrow \bar{P}^R = \frac{\bar{d}}{2\alpha}$$

$$f(\bar{P}^R) = c_o^T \int_0^{\frac{1}{2}} \bar{d} - \alpha[1 + \cos(\omega t)] \bar{P}^R dt$$

$$f(\bar{P}^R) = c_o^T \left( \frac{\bar{d}}{2} - \frac{1}{2} \alpha \bar{P}^R \right) = c_o^T \frac{\bar{d}}{4}$$

**Tramo donde**  $\tau(P^R) = [t_1(P^R), t_2(P^R)]$

Esta zona se ilustra en el cuarto gráfico de la Figura A.9. Tenemos que:

$$f(P^R) = c_o^T \int_{t_1(P^R)}^{t_2(P^R)} \bar{d} - \alpha[1 + \cos(\omega t)] P^R dt$$

$$f(P^R) = [\bar{d} - \alpha P^R](t_2(P^R) - t_1(P^R)) - \frac{\alpha}{\omega} P^R [\sin(\omega t_2(P^R)) - \sin(\omega t_1(P^R))]$$

Con  $\alpha[1 + \cos(\omega t_1)] P^R = \alpha[1 + \cos(\omega t_2)] P^R = \bar{d}$

$$\frac{\partial f(P^R)}{\partial P^R} = c_o^T \left[ -\alpha(t_2(P^R) - t_1(P^R)) - \frac{\alpha}{\omega} [\sin(\omega t_2(P^R)) - \sin(\omega t_1(P^R))] \right]$$

En este caso  $\frac{\partial t_1}{\partial P^R}$  y  $\frac{\partial t_2}{\partial P^R}$  están definidos y dados por:

$$\frac{\partial t}{\partial P^R} = \frac{[1 + \cos(\omega t(P^R))]}{\omega P^R \sin(\omega t(P^R))}$$

#### A.4.2.3. Continuidad función de costos $f(P^R)$ y $\frac{\partial f}{\partial P^R}$

Tenemos que:

$$f(\bar{P}_-^R) = c_o^T \left( \bar{d} - \frac{3}{2} \alpha \bar{P}_-^R \right)$$

Cómo  $\bar{P}^R = \frac{\bar{d}}{2\alpha}$ , entonces cuando  $\bar{P}_-^R \rightarrow \frac{\bar{d}}{2\alpha}$

$$f(\bar{P}_-^R) = c_o^T \frac{\bar{d}}{4}$$

Luego:

$$f(\bar{P}_+^R) = c_o^T \left[ (\bar{d} - \alpha \bar{P}_+^R) \left[ \frac{1}{2} \right] - \frac{\alpha}{\omega} \bar{P}_+^R [0 - 0] \right]$$

Cómo  $\bar{P}^R = \frac{\bar{d}}{2\alpha}$ , entonces cuando  $\bar{P}_+^R \rightarrow \frac{\bar{d}}{2\alpha}$

$$f(\bar{P}_+^R) = f(\bar{P}^R) = c_o^T \frac{\bar{d}}{4} = f(\bar{P}_-^R)$$

Por lo que la función de costos dada por la integral de la generación térmica es continua. Luego tenemos que:

$$\frac{\partial f(\bar{P}_-^R)}{\partial P^R} = -\frac{3}{2}\alpha c_o^T$$

$$\frac{\partial f(\bar{P}_+^R)}{\partial P^R} = c_o^T \left[ -\alpha(t_2(\bar{P}_+^R) - t_1(\bar{P}_+^R)) - \frac{\alpha}{\omega} [\sin(\omega t_2(\bar{P}_+^R)) - \sin(\omega t_1(\bar{P}_+^R))] \right]$$

Entonces cuando  $\bar{P}_+^R \rightarrow \frac{\bar{d}}{2\alpha}$ , tenemos que  $t_1(\bar{P}_+^R) = 0$ , y  $t_2(\bar{P}_+^R) = \frac{1}{2}$ , y por consiguiente:

$$\frac{\partial f(\bar{P}_+^R)}{\partial P^R} = c_o^T \left[ -\alpha \left[ \frac{1}{2} \right] - \alpha\omega[0 - 0] \right]$$

$$\frac{\partial f(\bar{P}_+^R)}{\partial P^R} = -\frac{1}{2}\alpha c_o^T > \frac{\partial f(\bar{P}_-^R)}{\partial P^R}$$

$$\left| \frac{\partial f(\bar{P}_-^R)}{\partial P^R} \right| > \left| \frac{\partial f(\bar{P}_+^R)}{\partial P^R} \right|$$

Lo anterior demuestra que para este ejemplo la derivada de la función de mínimo costo es discontinua en  $\bar{P}^R$ .

#### A.4.3. Condiciones generales para discontinuidad en $\frac{\partial f}{\partial P^R}$

Para que exista discontinuidad en la derivada de la función de costos  $f(P^R)$  se requiere que la correspondencia  $\tau(P^R)$  sea discontinua en algún nivel de  $P^R$ . Un ejemplo que ilustra esta condición se presenta en la Figura A.10.

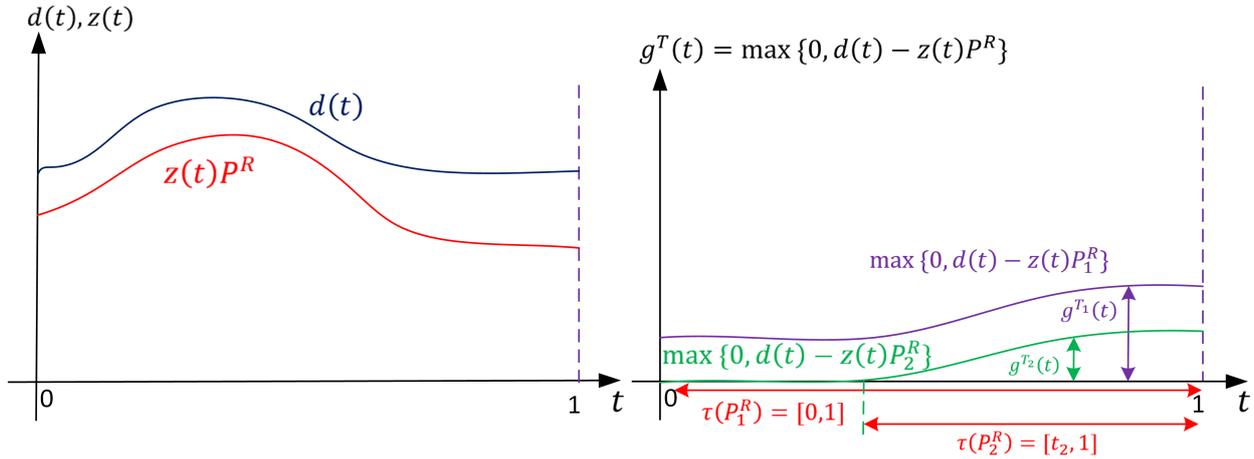


Fig. A.10: Ejemplo 2 donde  $\frac{\partial f(P^R)}{\partial P^R}$  es discontinua

En particular, para la existencia de la discontinuidad de  $\frac{\partial f}{\partial P^R}$  en algún nivel de  $P^R = \bar{P}^R$ , se requiere que las funciones  $d(t)$  y  $z(t)\bar{P}^R$  sean iguales para algún intervalo  $\Theta$  con infinitos puntos, tal que  $t \subseteq \Theta$ . Esto es:

$$\forall t \in \Theta \quad d(t) - z(t)\bar{P}^R = 0 \Rightarrow d(t) = z(t)\bar{P}^R$$

En general, que las funciones  $d(t)$  y  $z(t)\bar{P}^R$  sean iguales para un intervalo con infinitos puntos es de baja probabilidad, por lo que la discontinuidad en la derivada de la función de costos se presentaría sólo para condiciones muy particulares de demanda y perfil de generación renovable.

#### A.4.4. Óptimo en discontinuidad $\frac{\partial f}{\partial P^R}$ y mercado descentralizado

En este anexo, supondremos que el nivel óptimo de  $P^R$  se alcanza para un valor  $P^{R*}$  donde  $\frac{\partial f}{\partial P^R}$  es discontinua, entonces cuando se minimiza  $h(P^R)$  tendremos que:

$$\min_{\{P^R\}} h(P^R) = c_I^R P^R + c_I^T P^T(P^R) + f(P^R)$$

En el óptimo tendríamos que:

$$\left. \frac{\partial h}{\partial P^R} \right|_{P_-^{R*}} < 0 \quad \wedge \quad \left. \frac{\partial h}{\partial P^R} \right|_{P_+^{R*}} > 0$$

A continuación se analizarán los niveles de instalación de la tecnología renovable obtenidos a través de un mercado descentralizado, para esta condición particular. Sabemos que:

$$\pi^R = \int_{t \in \tau(P^R)} z(t) P^R dt - c_I^R P^R + \gamma^R c_I^T P^R$$

$$\pi^R = P^R \left( \int_{t \in \tau(P^R)} z(t) dt - c_I^R + \gamma^R c_I^T \right)$$

Sabemos que en el óptimo centralizado  $\frac{\partial h(P_-^{R*})}{\partial P^R} < 0$  y  $\frac{\partial h(P_+^{R*})}{\partial P^R} > 0$

$$c_I^R - z(t^*(P_-^{R*})) - \int_{t \in \tau(P_-^{R*})} z(t) dt < 0$$

$$c_I^R - z(t^*(P_+^{R*})) - \int_{t \in \tau(P_+^{R*})} z(t) dt > 0$$

En particular, si el diseño de mercado considera que  $\gamma^R = z(t^*(P^R))$ , entonces tendremos que:

$$\pi^R(P_-^{R*}) = P_-^{R*} \left( -c_I^R + z(t^*(P_-^{R*})) + \int_{t \in \tau(P_-^{R*})} z(t) dt \right) > 0$$

$$\pi^R(P_+^{R*}) = P_+^{R*} \left( -c_I^R + z(t^*(P_+^{R*})) + \int_{t \in \tau(P_+^{R*})} z(t) dt \right) < 0$$

Bajo este contexto, en un mercado descentralizado que opera bajo condiciones de competencia perfecta, se implementaría un nivel de  $P^R$  en el que las rentas siguen siendo positivas, pero sin alcanzar niveles de renta negativa, tal que:

$$\boxed{P_{\text{descentralizado}}^R = P^{R*} - \epsilon} \quad \text{con } \epsilon \rightarrow 0$$

En base a lo anterior, se demuestra que independiente de la existencia de eventuales discontinuidades en la derivada de la función de costos, la competencia en el mercado llevaría a la solución óptima obtenida de manera centralizada.

## A.5. Análisis de discontinuidad en $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$ y correspondencia $t^*(P^R)$

### A.5.1. Correspondencia $t^*(P^R)$ con infinitos valores para niveles de $P^R$

En esta sección se analiza la posibilidad de que la correspondencia  $t^*(P^R)$  tome infinitos valores para niveles de  $P^R$  dados. En particular, se analizará bajo que condiciones, la correspondencia puede tomar infinitos valores en cada nivel de  $P^R$  para una vecindad de  $P^R$ .

En la Figura A.11 se ilustra un ejemplo de una correspondencia  $t^*(P^R)$  que cumple estas condiciones.

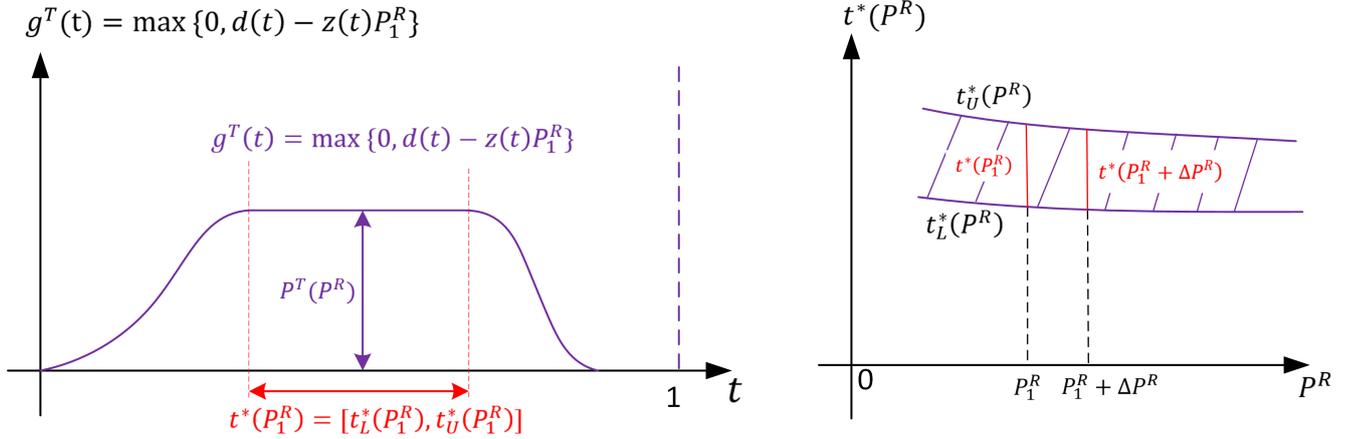


Fig. A.11: Correspondencia  $t^*(P^R)$  Hemicontinua Superior, con infinitos puntos para distintos valores de  $P^R$

Sabemos que:

$$P^T = d(t^*(P^R)) - z(t^*(P^R))P^R \quad \text{con} \quad t^*(P^R) = \operatorname{argmax}_{t \in [0,1]} d(t) - z(t)P^R$$

Si existen infinitos valores para  $t^*(P^R)$  para un nivel dado de  $P^R = P_1^R$ , entonces  $\exists \{t_1, t_2\} \in t^*(P^R)$  tal que:

$$d(t_1) - z(t_1)P_1^R = d(t_2) - z(t_2)P_1^R$$

En particular, si escogimos  $t_2$  tal que:

$$t_2 = t_1 + \Delta t \quad \text{con} \quad \Delta t \rightarrow 0$$

Tenemos que:

$$d(t_1) - z(t_1)P_1^R = d(t_1 + \Delta t) - z(t_1 + \Delta t)P_1^R$$

$$\frac{[z(t_1 + \Delta t) - z(t_1)]P_1^R}{\Delta t} = \frac{d(t_1 + \Delta t) - d(t_1)}{\Delta t}$$

Luego, considerando que  $\Delta t \rightarrow 0$ :

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{[z(t_1 + \Delta t) - z(t_1)]}{\Delta t} P_1^R = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{d(t_1 + \Delta t) - d(t_1)}{\Delta t}$$

$$d'(t_1) = z'(t_1) P_1^R$$

Pero lo anterior es válido para cualquier  $t_1 \in t^*(P_1^R)$ , por lo que:

$$d'(t) = z'(t) P_1^R \quad \forall t \in t^*(P_1^R) \quad (\text{A.5})$$

Luego, para que la correspondencia  $t^*(P^R)$  pueda tomar infinitos valores para niveles de  $P^R$  en una vecindad de  $P_1^R$ , entonces la condición (A.5) se debe seguir cumpliendo para valores de  $P^R$  en la vecindad de  $P_1^R$ , para todos los valores de  $t$  que sigan perteneciendo a la correspondencia  $t^*(P^R)$ .

En particular, tenemos que dada la hemicontinuidad superior de  $t^*(P^R)$ :

$$\exists \Theta \neq \emptyset : \Theta = \{t \in t^*(P_1^R + \Delta P^R) \cap t^*(P_1^R)\}$$

Bajo lo cual:

$$\forall t \in \Theta \quad d'(t) = z'(t) P_1^R \quad \wedge \quad d'(t) = z'(t) (P_1^R + \Delta P^R)$$

Por consiguiente  $\forall t \in \Theta$ :

$$z'(t) (P_1^R + \Delta P^R) = z'(t) (P_1^R)$$

Bajo lo cual tenemos necesariamente que:

$$z'(t) = 0 \quad \wedge \quad d'(t) = 0 \quad \forall t \in \Theta$$

Lo que implica que  $d(t)$  y  $z(t)$  deben ser constantes  $\forall t \in \Theta$ .

Si se garantiza que  $d(t)$  y  $z(t)$  no son al mismo tiempo constantes para intervalos de tiempo finitos, entonces no se pueden obtener correspondencias  $t^*(P^R)$  con infinitos valores para cada nivel de  $P^R$  en una vecindad de  $P^R$ .

En particular, si se diera la condición anterior, donde la correspondencia  $t^*(P_1^R)$  tiene infinitos valores en un intervalo de tiempo, en el cual  $d(t)$  y  $z(t)$  son constantes, tendríamos que:

$$\left. \frac{\partial P^T}{\partial P^R} \right|_{P_1^R} = -z(t^*(P_1^R)) = \text{constante}$$

Luego para que la correspondencia sea de la forma presentada en la Figura A.11, entonces  $d(t)$  y  $z(t)$  deben ser constantes en un intervalo  $t \in \Theta$ . Más aún, para que la correspondencia  $t^*(P^R)$  tome infinitos valores en una vecindad de  $P_1^R$ , se tendría que cumplir necesariamente la siguiente condición:

$$t^*(P_1^R + \Delta P^R) = t^*(P_1^R)$$

Lo anterior, debido a que  $d(t)$  y  $z(t)$  son constantes en el intervalo  $t \in t^*(P_1^R)$ , y por consiguiente, al aumentar  $P^R$  a un valor en la vecindad de  $P_1^R$  no debiese cambiar  $t^*(P^R)$ . Otra forma de analizarlo es a partir de la derivada de  $P^T(P^R)$ , donde sabemos que:

$$\left. \frac{\partial P^T}{\partial P^R} \right|_{P^R + \Delta P^R} = -z(t^*(P^R + \Delta P^R)) = -z(t^*(P^R)) = \left. \frac{\partial P^T}{\partial P^R} \right|_{P^R}$$

Ya que  $\forall t \in t^*(P^R)$ , tenemos que  $z(t)$  es constante. Bajo dicha condición tendríamos que:

$$\frac{\partial^2 P^T}{\partial P^R^2} = 0$$

### A.5.2. Correspondencia $t^*(P^R)$ con conjunto finito de valores para niveles de $P^R$

Suponiendo que  $d(t)$  y  $z(t)$  no son constantes al mismo tiempo en un intervalo de tiempo finito, entonces la correspondencia podría tomar formas como las presentadas en los ejemplos de la Figura A.12

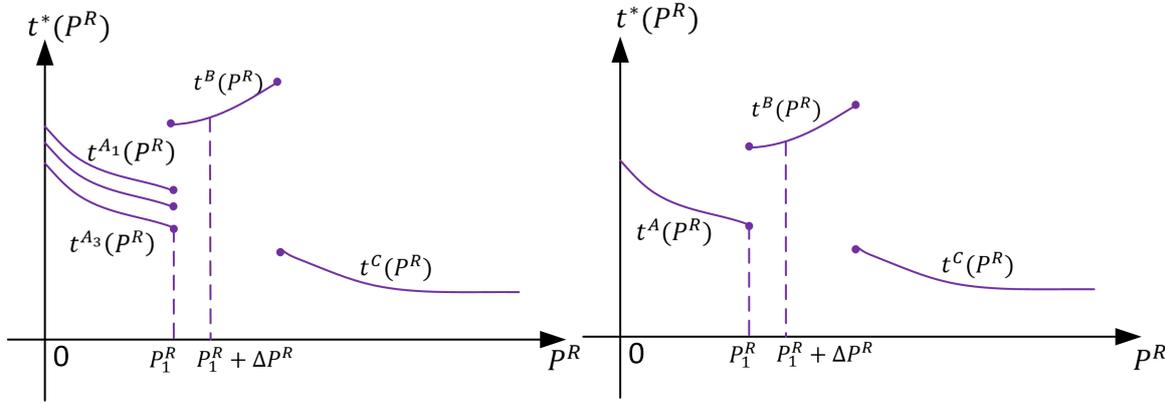


Fig. A.12: Correspondencia  $t^*(P^R)$  Hemicontinua Superior, con finitos puntos para distintos valores de  $P^R$

#### Zona donde no hay discontinuidades en $t^*(P^R)$

Para que pueda tomar las formas del gráfico de la izquierda de la Figura A.12, se requiere que en la zona donde  $t^*(P^R) = \{t^{A1}(P^R), t^{A2}(P^R), t^{A3}(P^R)\}$ , se cumpla lo siguiente:

$$\frac{\partial P^{TA1}}{\partial P^R} = \frac{\partial P^{TA2}}{\partial P^R} = \frac{\partial P^{TA3}}{\partial P^R} \Rightarrow z(t^{A1}(P^R)) = z(t^{A2}(P^R)) = z(t^{A3}(P^R))$$

De lo contrario alguno de los máximos locales dejaría de ser máximo global.

Luego como  $P^T(P^R)$  es una función que toma valores únicos, entonces en la zona donde  $t^*(P^R) = \{t^{A1}(P^R), t^{A2}(P^R), t^{A3}(P^R)\}$  tenemos que:

$$P^T(P^R) = P^{TA1}(P^R) = P^{TA2}(P^R) = P^{TA3}(P^R)$$

Lo que implica que sus segunda derivada tienen que ser iguales:

$$\frac{\partial^2 P^T}{\partial P^R^2} = -z'(t^{A1}(P^R)) \frac{\partial t^{A1}}{\partial P^R} = -z'(t^{A2}(P^R)) \frac{\partial t^{A2}}{\partial P^R} = -z'(t^{A3}(P^R)) \frac{\partial t^{A3}}{\partial P^R}$$

Lo anterior impone condiciones particulares sobre la curvatura de  $z(t)$ , donde las curvaturas de  $z(t)$  para intervalos de tiempo disjuntos están condicionadas entre sí.

A pesar de que el cumplimiento de las condiciones anteriores para disponer de este tipo de correspondencias para  $t^*$  son particulares, estas condiciones no afectan la continuidad de  $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$ . Lo anterior, debido a que en la zona donde  $t^*(P^R) = \{t^{A_1}(P^R), t^{A_2}(P^R), t^{A_3}(P^R)\}$ , las derivadas de  $t^{A_n}$  respecto a  $P^R$  estarían bien definidas, y cómo  $z(t)$  tiene derivadas continuas, entonces  $\frac{\partial^2 P^T}{\partial P^R^2}$  está definida en esta zona, y por consiguiente, además de la convexidad de  $P^T(P^R)$ , se asegura continuidad de  $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$ .

### Zona donde hay discontinuidades en $t^*(P^R)$

En la Figura A.13 se ilustra una condición donde en el óptimo se podría tener que  $t^*(P^{R*})$  toma dos valores, y en particular en dicho nivel óptimo de instalación de tecnología renovable  $P^{R*}$ , tenemos que  $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$  es discontinua.

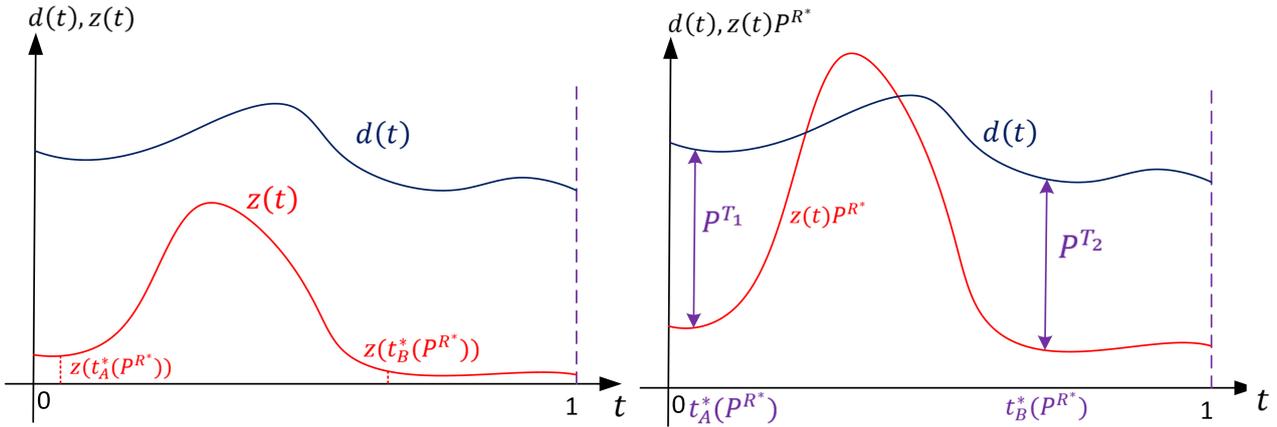


Fig. A.13: Condición en que para  $t^*(P^R)$  toma dos valores en el óptimo, donde  $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$  es discontinua

### Óptimo centralizado

Bajo esta condición tendríamos que cuando se minimiza:

$$\min_{\{P^R\}} h(P^R) = c_I^R P^R + c_I^T P^T(P^R) + f(P^R)$$

En el óptimo tendríamos que:

$$\left. \frac{\partial h}{\partial P^R} \right|_{P_-^{R*}} < 0 \quad \wedge \quad \left. \frac{\partial h}{\partial P^R} \right|_{P_+^{R*}} > 0$$

Bajo lo cual tenemos que:

$$c_I^R - c_I^T z(t^*(P_-^{R*})) + c_o^T \int_{t \in \tau(P_-^{R*})} -z(t) dt < 0$$

$$c_I^R - c_I^T z(t^*(P_+^{R*})) + c_o^T \int_{t \in \tau(P_+^{R*})} -z(t) dt > 0$$

Con  $z(t^*(P_+^{R*})) < z(t^*(P_-^{R*}))$  y:

$$P^T(P^{R*}) = d(t_A^*(P^{R*})) - z(t_A^*(P^{R*}))P^{R*} = d(t_B^*(P^{R*})) - z(t_B^*(P^{R*}))P^{R*}$$

*Mercado descentralizado*

De los análisis realizados previamente, en el mercado descentralizado tenemos que:

$$P^T = \frac{\bar{P}^C}{c_I^T} d(\xi) - \gamma^R P^R$$

$$\pi^R = c_o^T \int_{t \in \tau(P^R)} z(t) dt - c_I^R P^R + \gamma^R c_I^T P^R$$

Para que  $\pi^R = 0$

$$c_I^R - \gamma^R c_I^T - c_o^T \int_{t \in \tau(P^R)} z(t) dt = 0$$

Por consiguiente, como a partir del óptimo centralizado sabemos que existe  $z \in [z(t^*(P_+^{R*})), z(t^*(P_-^{R*}))]$  tal que:

$$c_I^R - c_I^T z + c_o^T \int_{t \in \tau(P^{R*})} -z(t) dt = 0$$

Entonces escogiendo:

- $\gamma^R \in [z(t^*(P_+^{R*})), z(t^*(P_-^{R*}))]$
- $\bar{P}^C = c_I^T$
- $d(\xi) \in [d(t_B^*(P^{R*})), d(t_A^*(P^{R*}))]$

Se puede alcanzar el óptimo centralizado a través de un mercado en el que se disipan las rentas en estas condiciones particulares de optimalidad, en el nivel de  $P^R$  donde  $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$  es discontinua. Sin embargo, los valores escogidos para  $\gamma^R$  y  $d(\xi)$  dependerían de los parámetros, lo que complicaría su implementación en estos casos particulares.

Sin embargo, más adelante se analizará la implementación del óptimo centralizado a través del mercado mediante reglas más simples para los pagos por capacidad, cuando el óptimo se alcanza para niveles donde  $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$  es discontinua, sin embargo, bajo los tipos de reglas más simples analizadas se podría implementar el óptimo, pero no necesariamente se alcanzaría la disipación de rentas en el mercado.

### A.5.3. Casos particulares de correspondencia $t^*(P^R)$ donde $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$ es discontinua

#### A.5.3.1. Caso 1

Se analiza una condición en que la correspondencia  $t^*(P^R)$  puede tener infinitos valores para un nivel de  $P^R = P_1^R$ . Un ejemplo de esta condición se ilustra en la Figura A.14.

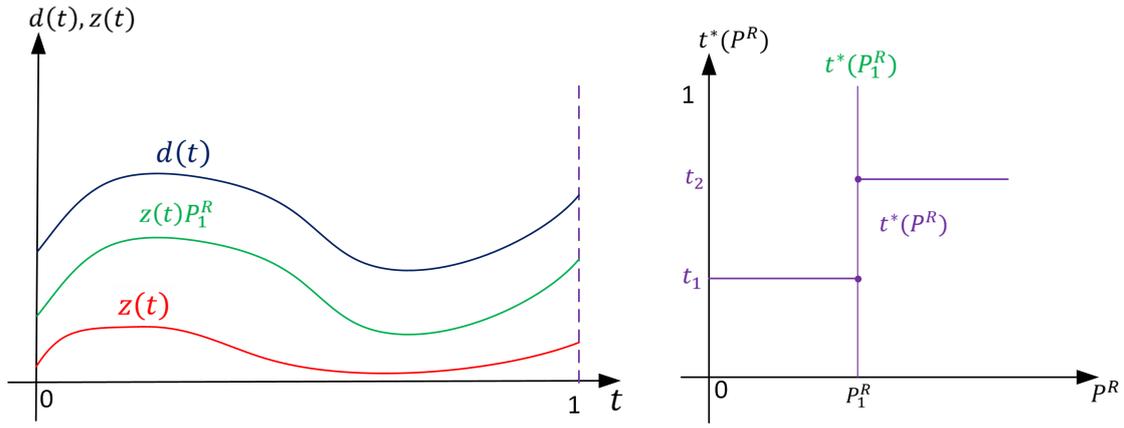


Fig. A.14: Ejemplo correspondencia  $t^*(P^R)$  con infinitos valores para un nivel de  $P^R$

Se tiene que para el nivel de  $P^R$  donde la correspondencia  $t^*$  tiene infinitos valores:

$$P^T(P_1^R) = d(t_i) - z(t_i)P_1^R = d(t_j) - z(t_j)P_1^R \quad \forall (t_i, t_j) \in t^*(P_1^R)$$

En particular:

$$d(t_1) - z(t_1)P_1^R = d(t_2) - z(t_2)P_1^R = \dots = d(t_n) - z(t_n)P_1^R$$

Definiendo  $t_2 = t_1 + \Delta t$  con  $\Delta t \rightarrow 0$ , entonces llegamos a la siguiente condición para las derivadas en  $t_1$ :

$$d'(t_1) = z'(t_1)P_1^R$$

Pero dicha condición es válida para cualquier  $t_1 \in t^*(P_1^R)$ , lo que implica que:

$$d'(t) = z'(t)P_1^R \quad \forall t \in t^*(P_1^R)$$

Lo anterior permite concluir que para obtener el tipo de correspondencia para  $t^*(P^R)$  presentado en este caso, se requiere que para algún nivel de  $P^R = P_1^R$ , las curvas  $d(t)$  y  $z(t)P_1^R$  tengan la misma pendiente  $\forall t \in t^*(P_1^R)$ .

Para este caso particular tenemos que  $t_1 \in t^*(P_1^R)$  y  $t_2 \in t^*(P_1^R)$ .

Definiendo:

$$\delta(t, P^R) = d(t) - z(t)P^R \quad \forall t$$

Si para un  $\epsilon > 0$  pequeño:

$$t^*(P_1^R - \epsilon) \subseteq t^*(P_1^R) \text{ y } t^*(P_1^R + \epsilon) \subseteq t^*(P_1^R)$$

$$P^T(P_1^R + \epsilon) = \max_{t \in t^*(P_1^R)} \delta(t, P_1^R + \epsilon)$$

$$P^T(P_1^R - \epsilon) = \max_{t \in t^*(P_1^R)} \delta(t, P_1^R - \epsilon)$$

Bajo lo cual:

$$P^T(P_1^R + \epsilon) = \max_{t \in t^*(P_1^R)} d(t) - z(t)(P_1^R + \epsilon)$$

$$P^T(P_1^R + \epsilon) = \max_{t \in t^*(P_1^R)} d(t) - z(t)P_1^R - z(t)\epsilon$$

Pero en  $t^*(P_1^R)$ ,  $d(t) - z(t)P_1^R$  es constante.

$$P^T(P_1^R + \epsilon) = P^T(P_1^R) + \max_{t \in t^*(P_1^R)} -z(t)\epsilon = P^T(P_1^R) - \min_{t \in t^*(P_1^R)} z(t)\epsilon$$

Y

$$P^T(P_1^R - \epsilon) = \max_{t \in t^*(P_1^R)} d(t) - z(t)(P_1^R - \epsilon)$$

$$P^T(P_1^R - \epsilon) = \max_{t \in t^*(P_1^R)} d(t) - z(t)P_1^R + z(t)\epsilon$$

$$P^T(P_1^R - \epsilon) = P^T(P_1^R) + \max_{t \in t^*(P_1^R)} z(t)\epsilon = P^T(P_1^R) + \max_{t \in t^*(P_1^R)} z(t)\epsilon$$

Bajo lo cual  $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$  en  $P_1^R$  es discontinua, y cambia su valor desde  $-z(t_1)$  a  $-z(t_2)$ , al pasar de  $P_{1-}^R$  a  $P_{1+}^R$ , donde:

$$t_1 = \operatorname{argmax}_{t \in t^*(P_1^R)} z(t) \quad \text{y} \quad t_2 = \operatorname{argmin}_{t \in t^*(P_1^R)} z(t)$$

Y por lo tanto  $z(t_1) > z(t_2)$ .

**A.5.3.2. Caso 2** Se analiza la condición en que la correspondencia  $t^*(P^R)$  puede tener dos valores para un nivel de  $P^R$ . Un ejemplo de esta condición se ilustra en la Figura A.15.

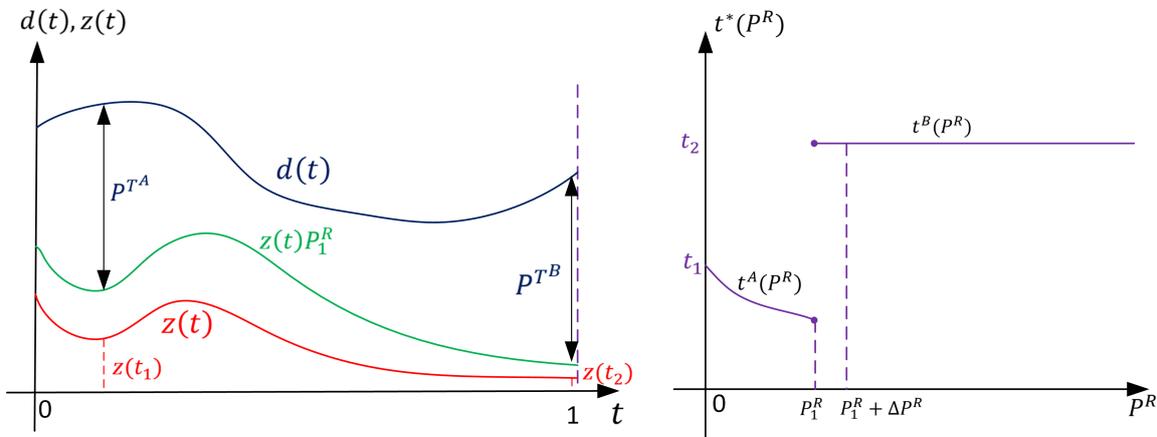


Fig. A.15: Ejemplo correspondencia  $t^*(P^R)$  con dos valores para un nivel de  $P^R$

Se demostró en el anexo A.2 que para el nivel de  $P^R$  donde la correspondencia  $t^*$  tiene dos valores, que la función  $P^T(P^R)$  era convexa, y por lo tanto para el nivel de  $P^R$  donde la correspondencia  $t^*$  tiene dos valores, o de manera equivalente  $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$  es discontinua, tenemos que:

$$\frac{\partial P^T}{\partial P^R} \Big|_{P_{1-}^R} = -z(t^*(P_{1-}^R)) < \frac{\partial P^T}{\partial P^R} \Big|_{P_{1+}^R} = -z(t^*(P_{1+}^R))$$

$$z(t^*(P_{1-}^R)) > z(t^*(P_{1+}^R))$$

O de manera equivalente para el ejemplo ilustrado en el gráfico de la izquierda de la Figura A.15, tenemos que  $z(t_1) > z(t_2)$ .

### A.5.3.3. Caso 3

En la Figura A.16 se presenta un ejemplo donde  $t^*(P^R)$  tiene dos valores para distintos niveles de  $P^R$ .

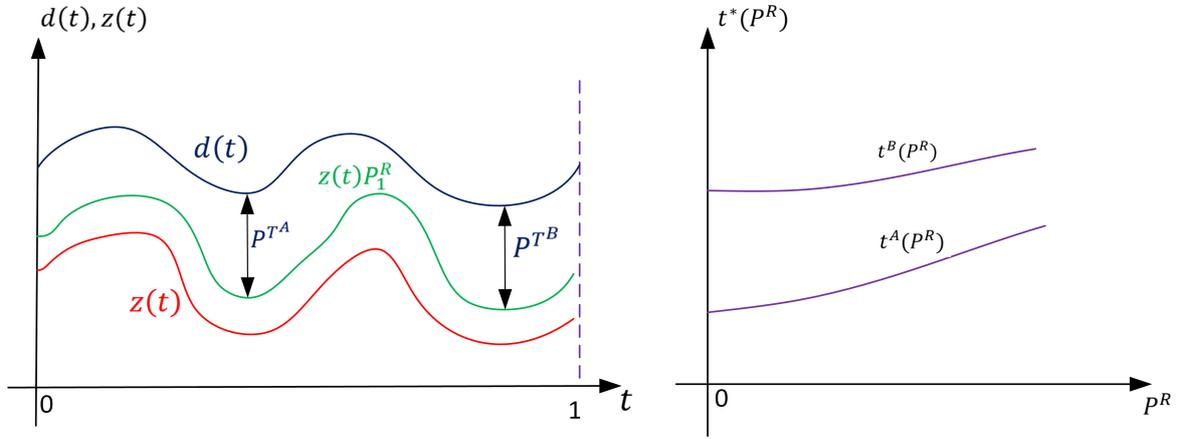


Fig. A.16: Ejemplo correspondencia  $t^*(P^R)$  con dos valores para distintos niveles de  $P^R$

Cómo  $P^T$  es equivalente para ambos valores de la correspondencia  $t^*(P^R)$ , y la correspondencia  $P^T(P^R)$  es una función continua, tenemos que:

$$P^{TA}(P^R) = P^{TB}(P^R) \Rightarrow d(t^A(P^R)) - z(t^A(P^R))P^R = d(t^B(P^R)) - z(t^B(P^R))P^R$$

$$\frac{\partial P^{TA}(P^R)}{\partial P^R} = \frac{\partial P^{TB}(P^R)}{\partial P^R}$$

$$\Rightarrow (d'(t^A(P^R)) - z'(t^A(P^R))P^R) \frac{\partial t^A}{\partial P^R} - z(t^A(P^R)) = (d'(t^B(P^R)) - z'(t^B(P^R))P^R) \frac{\partial t^B}{\partial P^R} - z(t^B(P^R))$$

Cómo  $\frac{\partial t^A(P^R)}{\partial P^R}$  está definida,  $t^A(P^R) \in t^*(P^R)$ , y  $t^*(P^R)$  satisface:

$$d'(t^*(P^R)) = z'(t^*(P^R))P^R$$

Entonces tenemos que:

$$z(t^A(P^R)) = z(t^B(P^R))$$

Y como  $P^{T^A}(P^R) = P^{T^B}(P^R)$ , entonces:

$$d(t^A(P^R)) = d(t^B(P^R))$$

Para que se cumpla la condición anterior, en los instantes de tiempo  $t^j \in t^*$  donde se maximiza  $P^T$ , los perfiles  $z(t^j)$  deben ser los mismos para todo  $t^j \in t^*$ , y las demandas  $d(t^j)$  también deben ser las mismas para todo  $t^j \in t^*$ .

Adicionalmente:

$$\frac{\partial^2 P^{T^A}(P^R)}{\partial P^R{}^2} = \frac{\partial^2 P^{T^B}(P^R)}{\partial P^R{}^2} \Rightarrow z'(t^A(P^R)) \frac{\partial t^A}{\partial P^R} = z'(t^B(P^R)) \frac{\partial t^B}{\partial P^R}$$

Pero en el máximo de  $d(t) - z(t)P^R$  tenemos que  $d'(t) = z'(t)P^R$ , lo que implica que:

$$d'(t^A(P^R)) \frac{\partial t^A}{\partial P^R} = d'(t^B(P^R)) \frac{\partial t^B}{\partial P^R}$$

Lo anterior impone condiciones particulares de curvatura para  $d(t)$  y  $z(t)$ , lo que se alcanzaría para casos particulares de  $d(t)$  y  $z(t)$ .

Sin embargo, para este tipo de correspondencias, en la zona donde la correspondencia tiene la forma ilustrada en la Figura A.16 tenemos que  $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$  está definida y es continua, ya que  $z'(t)$  es continua, y  $\frac{\partial t^A(P^R)}{\partial P^R}$ ,  $\frac{\partial t^B(P^R)}{\partial P^R}$  son continuas.

#### A.5.4. Óptimo en discontinuidad de $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$ y mercado descentralizado

Si suponemos que el óptimo para  $P^R$  se alcanza para un nivel  $P^{R*}$  donde  $\frac{\partial P^T}{\partial P^R}$  es discontinua, entonces cuando se minimiza  $h(P^R)$ :

$$\min_{\{P^R\}} h(P^R) = c_I^R P^R + c_I^T P^T(P^R) + f(P^R)$$

En el óptimo tendríamos que:

$$\left. \frac{\partial h}{\partial P^R} \right|_{P_-^{R*}} < 0 \quad \wedge \quad \left. \frac{\partial h}{\partial P^R} \right|_{P_+^{R*}} > 0$$

Además sabemos que para el mercado descentralizado tenemos que:

$$\begin{aligned} \pi^R &= \int_{t \in \tau(P^R)} z(t) P^R dt - c_I^R P^R + \gamma^R c_I^T P^R \\ \pi^R &= P^R \left( \int_{t \in \tau(P^R)} z(t) dt - c_I^R + \gamma^R c_I^T \right) \end{aligned}$$

Como tenemos que en el óptimo centralizado  $\frac{\partial h(P_-^{R*})}{\partial P^R} < 0$  y  $\frac{\partial h(P_+^{R*})}{\partial P^R} > 0$

$$c_I^R - z(t^*(P_-^{R*})) - \int_{t \in \tau(P_-^{R*})} z(t) dt < 0$$

$$c_I^R - z(t^*(P_+^{R*})) - \int_{t \in \tau(P_+^{R*})} z(t) dt > 0$$

De manera descentralizada si seleccionamos  $\gamma^R$  y  $\bar{P}^C$  tal que:

- Si  $t^*(P^{R*})$  tiene más de un valor  $\gamma^R = \min_{t \in t^*(P^{R*})} z(t)$
- Si  $t^*(P^{R*})$  tiene sólo un valor  $\gamma^R = z(t^*(P^{R*}))$
- $\xi = \operatorname{argmin}_{t \in t^*(P^{R*})} z(t)$
- $\bar{P}^C = c_I^T$

$$P^T = \frac{\bar{P}^C}{c_I^T} d(\xi) - \gamma^R P^R = d(\xi) - z(\xi) P^R$$

Entonces por las condiciones de optimalidad obtenidas de manera centralizada tenemos que:

$$\pi^R(P_-^{R*}) = P_-^{R*} \left( -c_I^R + z(t^*(P_-^{R*})) + \int_{t \in \tau(P_-^{R*})} z(t) dt \right) > 0$$

$$\pi^R(P_+^{R*}) = P_+^{R*} \left( -c_I^R + z(t^*(P_+^{R*})) + \int_{t \in \tau(P_+^{R*})} z(t) dt \right) < 0$$

En dicho contexto, en el mercado descentralizado se implementa un nivel de  $P^R$  en el que las rentas siguen siendo positivas, sin alcanzar niveles de renta negativa:

$$\boxed{P_{\text{descentralizado}}^R = P^{R*} - \epsilon} \quad \text{con } \epsilon \rightarrow 0$$

Y

$$\boxed{P^T = d(t^*(P^{R*} - \epsilon)) - z(t^*(P^{R*} - \epsilon))(P^{R*} - \epsilon)} \quad \text{con } \epsilon \rightarrow 0$$

En base a lo anterior, se demuestra que independiente de la existencia de eventuales discontinuidades en la derivada de  $P^T(P^R)$ , definiendo los pagos por capacidad de acuerdo a lo planteado previamente, la competencia en el mercado llevaría a la solución óptima obtenida de manera centralizada.

## B. Análisis particulares para caso de demanda inelástica y generación renovable determinística con componente aleatoria

### B.1. Caso particular con demanda inelástica y generación renovable aleatoria

En este anexo se presenta el caso en que el potencial de generación de la tecnología renovable se caracteriza a través de un perfil de generación **aleatorio** en cada instante de tiempo. Se caracterizará tanto la solución óptima obtenida de manera centralizada, cómo el equilibrio de un mercado competitivo con inversiones descentralizadas y tarificación de punta (peak-load pricing) A continuación se resumen los supuestos para el modelo.

#### Supuestos

- Demanda caracterizada por curva de carga inelástica al precio.
- Dos tecnologías de generación para representar la oferta, una térmica despachable con costo de operación positivo, y otra renovable con un potencial de generación estocástico y sin costo de operación.
- El potencial de generación renovable se caracteriza por variables aleatorias independientes en cada instante de tiempo que son i.i.d., con igual función de densidad de probabilidad continua.
- La energía no es almacenable.
- La demanda en función del tiempo se representa por una función continua diferenciable de clase  $\mathcal{C}^2$ .

Se debe destacar que este caso representa un caso particular del presentado en la Sección 2, pero considerando que sólo existe **componente aleatoria** para el perfil de generación renovable. Por consiguiente, basta considerar que  $z(t) = 0$  para el caso presentado en la Sección 2 para obtener los resultados de este caso.

#### B.1.1. Óptimo planificador central

Utilizando los resultados del caso general presentado en la Sección 2, en particular, de las expresiones (2.8) y (2.13), y considerando  $z(t) = 0$ , los niveles de instalación óptimos de las tecnologías obtenidos de manera centralizada estarían dados por:

$$c_I^R = c_I^T \underline{\theta} + c_o^T \int_0^1 \int_{\underline{\theta}}^{\max\left[\min\left\{\frac{d(t)}{P^R}, \bar{\theta}\right\}, \underline{\theta}\right]} \theta f_a(\theta) d\theta dt$$

Mientras que el nivel de instalación óptima para la tecnología térmica estaría dada por:

$$P^T(P^R) = d(t^*(P^R)) - \underline{\theta} P^R$$

Donde  $t^*(P^R)$  es tal que:

$$t^*(P^R) = \underset{t \in [0,1]}{\operatorname{argmax}} d(t) - \underline{\theta} P^R \quad \Rightarrow \quad t^*(P^R) = t_{\hat{d}} = \underset{t \in [0,1]}{\operatorname{argmax}} d(t)$$

Bajo lo cual el instante donde se deben realizar los pagos por capacidad coincide con el instante donde se maximiza la demanda, y por consiguiente:

$$P^T(P^R) = \hat{d} - \underline{\theta}P^R$$

### B.1.2. Mercado descentralizado con Tarificación de punta

Utilizando los resultados del caso general presentado en la Sección 2, en particular, de las expresiones (2.14) y (2.15), y considerando  $z(t) = 0$ , los niveles de instalación de las tecnologías alcanzados a través del mercado descentralizado estarían dados por:

$$P^T = \frac{\bar{P}_c}{c_I^T} d(\xi) - \gamma P^R$$

$$c_I^R = \gamma c_I^T + c_o^T \int_0^1 \int_{\underline{\theta}}^{\max\left[\min\left\{\frac{d(t)}{P^R}, \bar{\theta}\right\}, \underline{\theta}\right]} \theta f_d(\theta) d\theta dt$$

### B.1.3. Condiciones para alcanzar óptimo centralizado en mercado descentralizado

Si se definen:

1.

$$\gamma = \underline{\theta}$$

2.

$$\bar{P}_c = c_I^T$$

3.

$$\xi = t_{\hat{d}} = \operatorname{argmax}_{t \in [0,1]} d(t)$$

Entonces a través del mercado descentralizado el nivel de instalación de la tecnología renovable estaría dado por:

$$c_I^R = \underline{\theta} c_I^T + c_o^T \int_0^1 \int_{\underline{\theta}}^{\max\left[\min\left\{\frac{d(t)}{P^R}, \bar{\theta}\right\}, \underline{\theta}\right]} \theta f_d(\theta) d\theta dt$$

Y para la tecnología térmica:

$$P^T(P^R) = \hat{d} - \underline{\theta}P^R$$

Donde dichas condiciones para los niveles de instalación obtenidos a través del **mercado descentralizado** son equivalentes a las obtenidas para la solución **óptima centralizada**. Lo anterior permite verificar que bajo el contexto de dos tecnologías, térmica y renovable, una curva de demanda inelástica generalizada, y generación renovable aleatoria en cada instante de tiempo, el pago por capacidad se debe realizar en la hora donde se maximiza la demanda, considerando el mínimo valor posible de realización de la generación renovable.

## B.2. Derivada función de costos para generación con componente aleatoria

Sabemos que:

$$f(P^R) = c_o^T \int_0^1 \int_{\underline{\theta}}^{\max\left\{\min\left\{\frac{d(t)}{P^R} - z(t), \bar{\theta}\right\}, \underline{\theta}\right\}} [d(t) - [z(t) + \theta]P^R] f_d(\theta) d\theta dt$$

Sea:

$$\begin{aligned} F(t, P^R) &= \int_{\underline{\theta}}^{\max\left\{\min\left\{\frac{d(t)}{P^R} - z(t), \bar{\theta}\right\}, \underline{\theta}\right\}} [d(t) - [z(t) + \theta]P^R] f_d(\theta) d\theta \\ &\Rightarrow \frac{\partial f}{\partial P^R} = c_o^T \frac{\partial}{\partial P^R} \int_0^1 F(t, P^R) dt \end{aligned}$$

Para poder garantizar que es posible derivar bajo la integral, debemos verificar si  $F(t, P^R)$  es continua y derivable en  $P^R$ . Tenemos que:

$$\frac{\partial F(t, P^R)}{\partial P^R} = \frac{\partial}{\partial P^R} \int_{\underline{\theta}}^{\theta_S(t, P^R) = \max\left\{\min\left\{\frac{d(t)}{P^R} - z(t), \bar{\theta}\right\}, \underline{\theta}\right\}} [d(t) - [z(t) + \theta]P^R] f_d(\theta) d\theta$$

Sabemos que  $[d(t) - [z(t) + \theta]P^R] f_d(\theta)$  es continua en  $t$ ,  $\theta$  y  $P^R$ , y derivable en  $P^R$ , ya que  $d(t)$ ,  $z(t)$  son de clase  $\mathcal{C}^2$  y  $f_d(\theta)$  es continua. Además sabemos que  $\theta_S(t, P^R) = \max\left\{\min\left\{\frac{d(t)}{P^R} - z(t), \bar{\theta}\right\}, \underline{\theta}\right\}$  es continua pero no diferenciable para algunos valores de  $P^R$ .

Para un instante de tiempo  $t$  cualquiera, nos enfocaremos en analizar la continuidad y las derivadas de  $F(t, P^R)$  en la vecindad de  $P^R$  donde  $\theta_S(t, P^R)$  no es diferenciable con respecto a  $P^R$ . En este contexto, en la Figura B.1 se ilustra  $\theta_S$  y su derivada en términos de  $P^R$ , donde se destacaron los puntos donde la derivada de  $\theta_S$  no está definida. En particular, esta derivada no está definida para  $P_1^R$  y  $P_2^R$  tales que:

$$\begin{aligned} 1 \quad \frac{d(t)}{P_1^R} - z(t) &= \bar{\theta} \Rightarrow P_1^R = \frac{d(t)}{z(t) + \bar{\theta}} \\ 2 \quad \frac{d(t)}{P_2^R} - z(t) &= \underline{\theta} \Rightarrow P_2^R = \frac{d(t)}{z(t) + \underline{\theta}} \end{aligned}$$

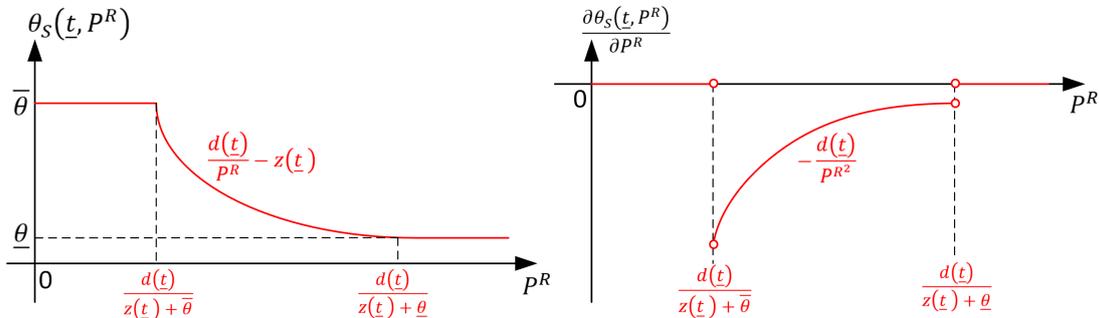


Fig. B.1:  $\theta_S(t, P^R)$  y  $\frac{\partial \theta_S}{\partial P^R}$

Sea  $P_{1\pm}^R = P^R \pm \Delta P^R$  tenemos que,  $\theta_S(t, P_{1+}^R) = \frac{d(t)}{P_{1+}^R} - z(t)$  y  $\theta_S(t, P_{1-}^R) = \theta_S(t, P_1^R) = \bar{\theta}$ , luego  $F(t, P^R)$  será:

$$F(t, P_{1-}^R) = \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} (d(t) - [z(t) + \theta]P_{1-}^R) f_d(\theta) d\theta = d(t) - [z(t) + \mathbb{E}(\theta)]P_{1-}^R$$

$$F(t, P_1^R) = \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} (d(t) - [z(t) + \theta]P_1^R) f_d(\theta) d\theta = d(t) - [z(t) + \mathbb{E}(\theta)]P_1^R$$

$$F(t, P_{1+}^R) = \int_{\underline{\theta}}^{\frac{d(t)}{P_{1+}^R} - z(t)} (d(t) - [z(t) + \theta]P_{1+}^R) f_d(\theta) d\theta$$

$$\lim_{\Delta P^R \rightarrow 0} F(t, P_{1-}^R) = F(t, P_1^R) = d(t) - [z(t) + \mathbb{E}(\theta)]P_1^R$$

$$\lim_{\Delta P^R \rightarrow 0} F(t, P_{1+}^R) = \int_{\underline{\theta}}^{\frac{d(t)}{P_1^R} - z(t) = \bar{\theta}} (d(t) - [z(t) + \theta]P_1^R) f_d(\theta) d\theta = d(t) - [z(t) + \mathbb{E}(\theta)]P_1^R = F(t, P_1^R)$$

En base a lo anterior,  $F(t, P^R)$  es continua en  $P_1^R$ , el mismo análisis se repite para  $P_2^R$ , y se muestra que  $F(t, P^R)$  es continua. A continuación se analiza la derivada de  $F$  en la vecindad de  $P_1^R$  y  $P_2^R$ . Sabemos que en  $P_{1-}^R$  y en  $P_{1+}^R$  el límite superior de la integral  $\theta_S$  es continuo y diferenciable.

$$\frac{\partial F(P_{1-}^R)}{\partial P^R} = \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} \frac{\partial}{\partial P^R} (d(t) - [z(t) + \theta]P_{1-}^R) f_d(\theta) d\theta = \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} -[z(t) + \theta] f_d(\theta) d\theta$$

$$\frac{\partial F(P_{1+}^R)}{\partial P^R} = \int_{\underline{\theta}}^{\frac{d(t)}{P_{1+}^R} - z(t)} \frac{\partial}{\partial P^R} (d(t) - [z(t) + \theta]P_{1+}^R) f_d(\theta) d\theta + \left[ d(t) - \left( z(t) + \frac{d(t)}{P_{1+}^R} - z(t) \right) P_{1+}^R \right] f \left( \frac{d(t)}{P_{1+}^R} - z(t) \right) \cdot \frac{-d(t)}{P_{1+}^R}$$

$$\frac{\partial F(P_{1+}^R)}{\partial P^R} = \int_{\underline{\theta}}^{\frac{d(t)}{P_{1+}^R} - z(t)} -[z(t) + \theta] f_d(\theta) d\theta + 0 \cdot f \left( \frac{d(t)}{P_{1+}^R} - z(t) \right) \cdot \frac{-d(t)}{P_{1+}^R}$$

$$\lim_{\Delta P^R \rightarrow 0} \frac{\partial F(P_{1+}^R)}{\partial P^R} = \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} -[z(t) + \theta] f_d(\theta) d\theta = \lim_{\Delta P^R \rightarrow 0} \frac{\partial F(P_{1-}^R)}{\partial P^R}$$

El mismo resultado se cumple para  $P_2^R$  donde  $\theta_S$  no es derivable con respecto a  $P^R$ . Esto demuestra que para los niveles de  $P^R$  donde  $\theta_S(t, P^R)$  no es derivable, el límite de la derivada de  $F(t, P^R)$  con respecto a  $P^R$  por la izquierda es igual al límite de la derivada por la derecha. Lo anterior, sumado a que  $F(t, P^R)$  es continua  $\forall P^R$ , demuestra que  $F(t, P^R)$  es diferenciable con respecto a  $P^R$  para todo  $P^R$ . Por lo tanto, es posible obtener la derivada de la función de costos como:

$$\frac{\partial f}{\partial P^R} = c_o^T \frac{\partial}{\partial P^R} \int_0^1 F(t, P^R) dt = c_o^T \int_0^1 \frac{\partial}{\partial P^R} F(t, P^R) dt$$

Luego, cómo se muestra en la Sección 2 a partir de derivadas por tramos de  $F(t, P^R)$ , se obtiene la expresión para  $\frac{\partial f(P^R)}{\partial P^R}$  (Expresión (2.12) Sección 2), con  $\frac{\partial F(t, P^R)}{\partial P^R}$  dado por:

$$\frac{\partial}{\partial P^R} F(t, P^R) = \int_{\underline{\theta}}^{\max\left[\min\left\{\frac{d(t)}{P^R} - z(t), \bar{\theta}\right\}, \bar{\theta}\right]} -[z(t) + \theta] f_d(\theta) d\theta$$

## C. Cálculo potencia de suficiencia centrales renovables con insumo principal no convencional en Chile

En términos generales, para simplificar la modelación de la remuneración asociada a pagos por capacidad de las tecnologías renovables en el mercado eléctrico en Chile, se utilizó lo dispuesto en el Decreto N°62 actualizado el año 2020, que “Aprueba el reglamento de transferencias de potencia entre empresas generadoras establecida en la ley general de servicios eléctricos”, en el cual se verificó la forma de determinar la potencia de suficiencia de este tipo de centrales. En particular, se analizó la metodología con que actualmente se calcula la potencia de suficiencia de centrales renovables en el Sistema Eléctrico Nacional. En términos generales, esta potencia de suficiencia se puede estimar preliminarmente como la generación media que pueden aportar este tipo de centrales en las horas de máxima demanda del sistema, la que luego es corregida por un factor de ajuste que escala este nivel de generación, de tal manera que la suma de las potencias de suficiencia de todas las centrales sea equivalente a la demanda máxima del sistema.

Del análisis de la metodología presentada en este decreto, se puede concluir que el método para determinar la potencia de suficiencia de centrales renovables con generación variable, no estaría reconociendo su real aporte en las horas de máxima demanda del sistema, ya que este recurso podría no estar disponible en dichas horas. En este contexto, un mayor reconocimiento del aporte a la suficiencia de este tipo de tecnologías generaría una distorsión en los pagos por capacidad, disminuyendo los incentivos a la inversión en tecnologías que son capaces de brindar potencia en horas de punta. El principal argumento para utilizar este cálculo, se basa en que en sistemas eléctricos con disponibilidad de sistemas hidráulicos con capacidad de almacenamiento, es posible desplazar recursos de centrales hidráulicas a las horas de máxima demanda, pudiendo aumentar el aporte de centrales hidráulicas en las horas de máxima demanda [5]. Sin embargo, para un sistema eléctrico sin capacidad de almacenamiento esta no sería una manera adecuada de determinar el aporte a la suficiencia de tecnologías renovables con incertidumbre en generación. Por otra parte, para un sistema eléctrico en los cuales existen las condiciones económicas para el desarrollo de sistemas de almacenamiento, se debiese analizar teóricamente si la forma correcta de valorizar la potencia de suficiencia de tecnologías renovables con incertidumbre en generación es o no a través de sus niveles de generación promedio en las horas de mayor demanda del sistema.

### C.1. Cálculo de potencia de suficiencia de centrales renovables

El cálculo de la potencia de suficiencia de centrales renovables en Chile, se determina en base a criterios de disponibilidad de su insumo principal, y se realiza de acuerdo a lo indicado en los artículos 35, 36, y 56 del Decreto N°62 actualizado al año 2020, que “Aprueba el reglamento de transferencias de potencia entre empresas generadoras establecida en la ley general de servicios eléctricos”[11].

En términos generales, la potencia inicial para la potencia de suficiencia de este tipo de unidades se determina de acuerdo a lo indicado en los artículos 35 y 36, los cuales se citan a continuación.

**Artículo 35** *“La Potencia Inicial de Unidades Generadoras de cogeneración y medios de generación renovables no convencionales en los términos que establece el literal (aa) del artículo 225° de la Ley, será determinada en función del tipo de energético que, como insumo primario, se utilice para la generación de energía y en conformidad a las disposiciones que establezca la norma técnica. Para aquellas Unidades Generadoras que sean parte de una Central Renovable con Capacidad de Almacenamiento o una Central Renovable con Capacidad de Regulación, y que sean consideradas medios de generación renovables no convencionales según el literal (aa) del artículo 225° de la Ley, cuya fuente de energía primaria sea distinta de la energía hidráulica, la Potencia Inicial deberá reconocer adecuadamente el aporte a la*

*suficiencia de dichas unidades a propósito de la capacidad de gestión temporal de la energía con la que cuentan. Para tal efecto, el Coordinador utilizará la información estadística del insumo primario que aporte cada Participante del Balance de Potencia, considerando el peor escenario de disponibilidad media anual del Insumo Principal, de los últimos 5 años anteriores. Las características y detalle de dicha información estadística deberán ser acorde con el Insumo Principal de que se trate”*

### **Artículo 36**

*“En el caso de las Unidades Generadoras señaladas en el artículo precedente que se incorporen al sistema o cuando no se disponga de información estadística suficiente, se deberá hacer uso de la información disponible para la zona o región en la cual se encuentra la unidad y teniendo en cuenta características tecnológicas similares, según lo determine el Coordinador, de acuerdo a los procedimientos y condiciones que se especifiquen en la norma técnica. La Potencia Inicial de estas unidades será determinada conforme al peor escenario de disponibilidad media anual del Insumo Principal en la zona o región, de acuerdo a la información estadística disponible. Para los años siguientes, la disponibilidad media anual se obtendrá reemplazando sucesivamente la información anual señalada en el inciso anterior, por la información de la disponibilidad media anual efectiva del Insumo Principal de la Unidad Generadora incorporada al sistema eléctrico, manteniendo siempre un periodo de control de 5 años. A partir del quinto año de estadística, se le aplicará lo indicado en el artículo precedente.”*

En términos generales, la potencia inicial de las centrales renovables, se determina a partir del mínimo factor de planta de los últimos 5 años de dicha central de acuerdo a lo indicado en el artículo 35.

Luego, para el cálculo de la potencia de suficiencia preliminar de las centrales renovables, se debe considerar el valor esperado de la potencia que ella aporta a la suficiencia de potencia para el abastecimiento de la demanda de punta. Este artículo se cita a continuación:

### **Artículo 56**

*“La Potencia de Suficiencia preliminar de cada unidad generadora se obtendrá mediante un análisis probabilístico, evaluando en valor esperado de la potencia que ella aporta a la Suficiencia de Potencia para el abastecimiento de la Demanda de Punta, considerando el conjunto de las unidades generadoras, su Potencia Inicial, afectada por las reducciones indicadas en el Artículo 50 y Artículo 51 del presente reglamento, y la indisponibilidad forzada de cada unidad. La Suficiencia de Potencia del sistema se entenderá igual a uno menos LOLP<sub>dm</sub>”*

Luego la potencia de suficiencia definitiva se escala de acuerdo a un factor que ajusta la potencia de suficiencia preliminar de la totalidad de las unidades generadoras del sistema, a la demanda máxima del sistema.

## **C.2. Metodología de cálculo potencia de suficiencia**

Los artículos del reglamento mencionados, son utilizados por el Coordinador para el cálculo de la potencia de suficiencia definitiva de centrales renovables no convencionales, y los incorpora de acuerdo a lo definido en el artículo 57 de la “Metodología de cálculo de la potencia de suficiencia de las centrales del SEN”, la cual está contenida en el “Informe de Cálculo definitivo de potencia de suficiencia de las centrales generadoras del sistema eléctrico nacional año 2019”[12]. En la metodología utilizada por el Coordinador, en su artículo 57, se conjugan los dos elementos incorporados en los artículos 35 y 56 del Reglamento, donde la potencia inicial de centrales generadoras no convencionales se calcula como el mínimo valor entre el menor factor de planta de los últimos 5 años, y la potencia esperada aportada por dichas centrales en las horas de demanda de punta del sistema. La parte principal de este artículo de la metodología del Coordinador se cita a continuación:

**Artículo 57 - Metodología Coordinador** “*La Potencia Inicial de centrales generadoras cuya fuente sea no convencional, tales como eólicas, solares u otras centrales cuya fuente de energía sea renovable no convencional diferentes a las señaladas en el Artículo 55 y Artículo 56, se determinará de acuerdo al valor resultante de multiplicar su Potencia Máxima por el mínimo de los siguientes valores:*

- *a- Menor factor de planta anual de los últimos 5 años anteriores al año de cálculo.*
- *b- Promedio simple de los factores de planta registrados para cada uno de los 52 mayores valores horarios de la curva de carga anual de cada sistema o subsistema para el año de cálculo.*

...”

Por consiguiente, para el cálculo de la potencia de suficiencia de centrales renovables no convencionales se considera el aporte de este tipo de centrales a las horas de demanda máxima del sistema. En el caso particular de los cálculos de potencia de suficiencia 2019 y 2018, en términos generales el aporte de las centrales renovables solares a la suficiencia de potencia del sistema ha coincidido con su factor de planta mínimo de los últimos 5 años, ya que las 52 horas de demanda de punta del sistema han sido todas en horas de máxima generación solar. En particular, en la Figura C.1 se graficó la frecuencia de las 52 horas de demanda de punta para el año 2019, las que están contenidas entre las 12 y 18 horas, que son las horas de máxima disponibilidad del recurso renovable solar.



Fig. C.1: Horas de demanda de punta año 2020 de acuerdo a cálculo de potencia de suficiencia 2019

Finalmente, si bien la generación máxima de estas unidades puede coincidir con las horas de demanda máxima del sistema, es posible que en el largo plazo las condiciones más críticas para la suficiencia de potencia del sistema no coincidan con las 52 horas de demanda máxima del sistema, sino con la condición de mínima generación coincidente de centrales renovables no convencionales, donde los requerimientos de capacidad instalada de centrales que permitan dar suficiencia de potencia, pudiesen ser mayores en las horas de menor generación renovable coincidente, que en las horas de máxima demanda del sistema.

## D. Programas Matlab optimización numérica Sección 3

### D.1. Ejemplos minimización $h(PR)$

```

clear all, close all, clc, tic;
% Ejemplo 1: Perfil solar y demanda año completo
% Ejemplo 2: Perfil eólico y demanda año completo
% Ejemplo 3: Perfil solar y demanda año completo, discontinuidad por CIR

%% Lectura de datos y parametros
[data,data_t]=xlsread('data\data1.csv');
ejemplo=1; % Para seleccionar ejemplo a minimizar, Opciones: 1,2,3
d=data(:,1); % Demanda
CIR=10; %USD/MWh
CIT=10; %USD/MWh
COT=70; %USD/MWh
% Para escoger selección de perfil z según ejemplo eólico y solar, y
% definición intervalor de evaluación de PR según caso
switch ejemplo
    case 1
        z=data(:,2); % Perfil renovable solar
        Rango_PR=1.5*max(d); % Referencia PR
    case 2
        z=data(:,3); % Perfil renovable eólico
        Rango_PR=3*max(d); % Referencia intervalo para PR
    case 3
        z=data(:,2); % Perfil renovable solar
        Rango_PR=1.5*max(d); % Referencia intervalo para PR
        CIR=25; % Discontinuidad ejemplo solar CIR=25 / eólica 22
end
N=length(z); % Número datos inicial
T=8760; %horas
dias=30; %días mensuales
Malla_PR=3000; % 3000 puntos en intervalo [0,Rango_PR]
dPR=Rango_PR/Malla_PR; % Diferencial entre cada PR a evaluar

%% Reducción de datos a perfiles mensuales
% Reducción de perfil z horario anual, a z con 1 día por mes
cont=1;
k=0;
n_datos=12*dias*24;
for n=1:n_datos
    if cont<25
        k=k+1;
        dred(k)=d(n); % Demanda con 1 día por mes (288 datos anuales)
        zred(k)=z(n); % Perfil con 1 día por mes (288 datos anuales)
    elseif cont>24*dias-1
        cont=0;
    end
    cont=cont+1;
end
% Obtención sólo datos de 1 día para meses de Enero y Julio para caso solar
dred2=[dred(1:24) dred(6*24+1:7*24)]; % 1 perfil diario demanda Enero y Julio
zred2=[zred(1:24) zred(6*24+1:7*24)]; % 1 perfil diario z renovable Enero y Julio
tred2=1:1:48;

%% Cálculos optimización
PR=dPR*(0:1:Malla_PR)'; % Construcción malla para PR
gT=d-z*PR'; % Cálculo matriz generación térmica, para cada t y cada PR
[v,h]=size(gT);
% Eliminación de valores negativos para d-zPR, gT=max(0,d-zPR)
ind_neg=zeros(v,h); % Indicador negatividad
for i=1:v
    for j=1:h
        if gT(i,j)<0
            gT(i,j)=0;
            ind_neg(i,j)=1;
        end
    end
end

```

```

end
end
% Cálculo de variables para cada nivel de PR
[PT,ti_PR]=max(gT); % Instalación térmica PT=max_t gT(t,PR)
fPR=(COT*sum(gT,1)*T/N*1e-6)'; % Vector con integral de costos f(PR) para cada PR en [MMUSD]
PT=PT';
t_PR=ti_PR'*T/N; % Escalamiento tiempo cuando N datos<T horas del año
hPR=(T*CIR*PR+T*CIT*PT)*1e-6+fPR; % Vector de costos totales h(PR) en [MMUSD];
[hopt,i_PR]=min(hPR); % Valor mínimo de h(PR) e indicador para PR óptimo
PROpt=PR(i_PR); % PR en el óptimo
PTopt=PT(i_PR); % PT en el óptimo
t_PROpt=t_PR(i_PR); % Escalamiento tiempo cuando N<T
gTopt=gT(:,i_PR); % Vector de generación en el tiempo para PR óptimo
resultados(1,:)={'PR','PT','hPR','t*'};
resultados(2,:)=num2cell([PROpt,PTopt,hopt,t_PROpt]);
resultados % Presentación de resultados óptimos de PR*, PT*, h(PR*), t(PR*)

%% Evaluación Ingresos Renovable e Instalación Térmica
% Cálculo de Ingresos a CMG para cada PR
piR_cmg_t=COT*z*PR'; % Ingresos en t a costo térmico [USD]
% Eliminación de ingresos cuando z(t)PR>d(t), en dicho caso CMg=0
[v,h]=size(piR_cmg_t);
for i=1:v
    for j=1:h
        if ind_neg(i,j)>0 % Indicador de que d(t)-z(t)PR<0
            piR_cmg_t(i,j)=0;
        end
    end
end
end
piR_cmg=1e-6*T/N*sum(piR_cmg_t,1); % Ingresos totales escalados a T en MMUSD

% Ingresos por Capacidad Mecanismo Propuesto
v=length(PR);
for j=1:v
    piR_cap(j)=1e-6*T*CIT*z(ti_PR(j))*PR(j); % Icap=gamma CIT PR= z(t*(PR))CIT PR
    PTdesc1(j)=d(ti_PR(j))-z(ti_PR(j))*PR(j); % Usamos PT=Pc/CIT d(t*(PR))-z(t*(PR))PR, Pc=CIT
end
piR_inv=1e-6*CIR*T*PR'; % Costos de inversión anualizados en MMUSD
piR=piR_cmg+piR_cap-piR_inv; % Ingresos renovable a CMG+Ingresos por capacidad-Costos Inversión

% Ingresos por Capacidad Actual, gamma= mín(Factor Planta, Promedio Generacion 52 horas demanda max)
[d_sort,I]=sort(d,'descend'); % Ordenamiento demanda mayor a menor
for i=1:52
    z_sort(i)=z(I(i)); % Ordenamiento z correlativo a d_sort
end
gamma=min([mean(z_sort) mean(z)]); % Cálculo de gamma método actual
dmax=d_sort(1); % Demanda máxima anual
for j=1:v
    piR_cap2(j)=1e-6*T*CIT*gamma*PR(j); % Ingresos por capacidad método actual
    PTdesc2(j)=dmax-gamma*PR(j); % Instalación PT con PC=CIT y en hora de dmax
    PCap2(j)=(PT(j)+gamma*PR(j))/dmax; % Cálculo Pc/CIT=PCap2 para alcanzar PT mínimo requerido
end
piR2=piR_cmg+piR_cap2-piR_inv; % Ingresos totales metodología actual

% Reconocimiento PR descentralizado. Obtener indicador de PR donde ingresos pasan por cero y resultados
for j=1:v-1
    if piR(j)>0 & piR(j+1)<0 % Obtención Indicador pi_R=0 metodología propuesta
        jdesc_1=j;
    end
    if piR2(j)>0 & piR2(j+1)<0 % Obtención Indicador pi_R=0 metodología actual
        jdesc_1=j;
        jdesc_2=j;
    end
end
% Obtención de resultados instalación descentralizada PR, PT, centralizada PT(PR), h(PR) etc.
PRdesc1=PR(jdesc_1);
PRdesc2=PR(jdesc_2);
PTd1=PTdesc1(jdesc_1);
PTd2=PTdesc2(jdesc_2);

```

```

PTr1=PT(jdesc_1);
PTr2=PT(jdesc_2);
zdesc1=z(ti_PR(jdesc_1));
h_d1=hPR(jdesc_1);
h_d2=hPR(jdesc_2);
resultados2(1,:)=['PRdesc1','PRdesc2','gamma1','gamma2','PTdesc1','PTreq1','PTdesc2','PTreq2','PCap2','h1','h2'];
resultados2(2,:)=num2cell([PRdesc1,PRdesc2,zdesc1,gamma,PTr1,PTr2,PCap2(jdesc_2),h_d1,h_d2]);
resultados2 % Despliegue resultados en pantalla

%% Cálculos derivadas de función de costos f(PR) y PT(PR)
v=length(fPR);
df_dPR=(fPR(2:v)-fPR(1:v-1))*(1/dPR)*-1;
dPT_dPR=(PT(2:v)-PT(1:v-1))*(1/dPR)*-1;

%% Gráficos
% Creación de directorio para guardar gráficos
c=clock; dtime=date;
mkdir(['graficos',num2str(ejemplo),'_',dtime,'_',num2str(c(4)),'h',num2str(c(5)),'m']);
dir=(['graficos',num2str(ejemplo),'_',dtime,'_',num2str(c(4)),'h',num2str(c(5)),'m']);

% Gráficos f, PT y t*
figure(1);
hold on;
plot(PR,fPR,'b','LineWidth',1);
% xlim([0 10]);
legend('f(P^R)','Location','Best');
xlabel('P^R [MW]','FontName','Helvetica','FontSize',12);
ylabel('f [MMUSD]','FontName','Helvetica','FontSize',12);
title('Función de costos operacionales [MMUSD]','FontName','Helvetica','FontSize',14);
set(gca,'FontName','Helvetica','FontSize',12);
grid on;
saveas(figure(1),[dir,'grafico',num2str(1),'.png']);
saveas(figure(1),[dir,'grafico',num2str(1),'.eps']);

figure(2);
hold on;
plot(PR,PT,'b','LineWidth',1);
legend('P^T(P^R)','Location','Best');
xlabel('P^R [MW]','FontName','Helvetica','FontSize',12);
ylabel('P^T [MW]','FontName','Helvetica','FontSize',12);
title('P^T(P^R) en [MW]','FontName','Helvetica','FontSize',14);
set(gca,'FontName','Helvetica','FontSize',12);
grid on;
saveas(figure(2),[dir,'grafico',num2str(2),'.png']);
saveas(figure(2),[dir,'grafico',num2str(2),'.eps']);

figure(3);
hold on;
plot(PR,t_PR,'b','LineWidth',1);
legend('t^*(P^R)','Location','Best');
xlabel('P^R [MW]','FontName','Helvetica','FontSize',12);
ylabel('t^*(P^R)','FontName','Helvetica','FontSize',12);
title('t^*(P^R) en [horas]','FontName','Helvetica','FontSize',14);
set(gca,'FontName','Helvetica','FontSize',12);
grid on;
saveas(figure(3),[dir,'grafico',num2str(3),'.png']);
saveas(figure(3),[dir,'grafico',num2str(3),'.eps']);

% Gráficos derivadas de f(PR) y PT(PR)
[v,h]=size(PR);
PR2=PR(1:v-1);
figure(4);
hold on;
plot(PR2,df_dPR,'b','LineWidth',1);
legend('|\partial f/\partial P^R|','Location','Best');
xlabel('P^R','FontName','Helvetica','FontSize',12);
ylabel('|\partial f/\partial P^R|','FontName','Helvetica','FontSize',12);
title('Derivada función de costos [MMUSD/MW]','FontName','Helvetica','FontSize',14);
set(gca,'FontName','Helvetica','FontSize',12);

```

```

grid on;
saveas(figure(4), [dir, '/grafico', num2str(4), '.png']);
saveas(figure(4), [dir, '/grafico', num2str(4), '.eps']);

figure(5);
hold on;
plot(PR2, dPT_dPR, 'b', 'LineWidth', 1);
legend('\partial P^T / \partial P^R', 'Location', 'Best');
xlabel('P^R', 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 12);
ylabel('\partial P^T / \partial P^R', 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 12);
title('Derivada P^T respecto a P^R', 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 14);
set(gca, 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 12);
grid on;
saveas(figure(5), [dir, '/grafico', num2str(5), '.png']);
saveas(figure(5), [dir, '/grafico', num2str(5), '.eps']);

%% Gráficos d(t), z(t) y gT(PR optimo)

t=(1:1:N)*T/N;
figure(6);
hold on;
plot(t, d, 'b', 'LineWidth', 1);
ylim([0 11000]);
legend('d(t)', 'Location', 'Best');
xlabel('t [horas]', 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 12);
ylabel('d(t)', 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 12);
title('Demanda [MW]', 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 14);
set(gca, 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 12);
grid on;
saveas(figure(6), [dir, '/grafico', num2str(6), '.png']);
saveas(figure(6), [dir, '/grafico', num2str(6), '.eps']);

figure(7);
hold on;
plot(t, z, 'b', 'LineWidth', 1);
legend('z(t)', 'Location', 'Best');
xlabel('t [horas]', 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 12);
ylabel('z(t)', 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 12);
title('Perfil renovable anual [pu]', 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 14);
set(gca, 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 12);
grid on;
saveas(figure(7), [dir, '/grafico', num2str(7), '.png']);
saveas(figure(7), [dir, '/grafico', num2str(7), '.eps']);

figure(8);
hold on;
plot(t, gTopt, 'b', 'LineWidth', 1);
legend('g^T(t)', 'Location', 'Best');
xlabel('t [horas]', 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 12);
ylabel('g^T [MW]', 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 12);
title('Generación Térmica para P^R óptimo [MW]', 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 14);
set(gca, 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 12);
grid on;
saveas(figure(8), [dir, '/grafico', num2str(8), '.png']);
saveas(figure(8), [dir, '/grafico', num2str(8), '.eps']);

%% Gráficos función h(PR), y componentes izquierda-derecha de CPO
figure(9);
hold on;
plot(PR, hPR, 'b', 'LineWidth', 1);
legend('h(P^R)', 'Location', 'Best');
xlabel('P^R [MW]', 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 12);
ylabel('h [MMUSD]', 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 12);
title('Función objetivo h(P^R) en [MMUSD]', 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 14);
set(gca, 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 12);
grid on;
saveas(figure(9), [dir, '/grafico', num2str(9), '.png']);
saveas(figure(9), [dir, '/grafico', num2str(9), '.eps']);

```

```

derivada1=ones(Malla_PR,1)*T*CIR*1e-3;
derivada2=T*CIT*dPT_dPR*1e-3+df_dPR*1e3;
figure(10);
hold on;
plot(PR2,derivada1,'b',PR2,derivada2,'r','LineWidth',1);
legend('C_I^R','C_I^T|\partial P^T/\partial P^R|+\partial f/\partial P^R','Location','Best');
xlabel('P^R [MW]','FontName','Helvetica','FontSize',12);
ylabel('Derivadas [MUSD/MW]','FontName','Helvetica','FontSize',12);
title('Derivadas en CPO función objetivo [MUSD/MW]','FontName','Helvetica','FontSize',14);
set(gca,'FontName','Helvetica','FontSize',12);
grid on;
saveas(figure(10),[dir,'/grafico',num2str(10),'.png']);
saveas(figure(10),[dir,'/grafico',num2str(10),'.eps']);

%% Gráficos Ingresos Renovable métodos evaluados, PT descentralizado, Tarifa regulada ajustada Pc/CIT
figure(11);
hold on;
plot(PR,hPR,'b',PR,piR,'r',PROpt,hopt,'go',PROpt,0,'go','LineWidth',1);
legend('h(P^R)','\pi^R','P_{opt}^R','P_{opt}^R','Location','Best');
xlabel('P^R [MW]','FontName','Helvetica','FontSize',12);
ylabel('h [MMUSD], \pi^R [MMUSD]','FontName','Helvetica','FontSize',12);
title('Costos totales h(P^R) e Ingresos \pi^R [MMUSD]','FontName','Helvetica','FontSize',14);
set(gca,'FontName','Helvetica','FontSize',12);
grid on;
saveas(figure(11),[dir,'/grafico',num2str(11),'.png']);
saveas(figure(11),[dir,'/grafico',num2str(11),'.eps']);

figure(12);
hold on;
plot(PR,piR,'r',PR,piR2,'g',PROpt,0,'bo','LineWidth',1);
legend('\pi_1^R','\pi_2^R','P_{opt}^R','Location','Best');
xlabel('P^R [MW]','FontName','Helvetica','FontSize',12);
ylabel('\pi_1^R [MMUSD], \pi_2^R [MMUSD]','FontName','Helvetica','FontSize',12);
title('Ingresos \pi^R bajo esquema nuevo y actual [MMUSD]','FontName','Helvetica','FontSize',14);
set(gca,'FontName','Helvetica','FontSize',12);
grid on;
saveas(figure(12),[dir,'/grafico',num2str(12),'.png']);
saveas(figure(12),[dir,'/grafico',num2str(12),'.eps']);

figure(13);
hold on;
plot(PR,PT,'b',PR,PTdesc2,'g','LineWidth',1);
legend('P^T','P_2^T','Location','Best');
xlabel('P^R [MW]','FontName','Helvetica','FontSize',12);
ylabel('P^T [MW], P_2^T [MW]','FontName','Helvetica','FontSize',12);
title('Capacidad Térmica Instalada requerida y esquema actual [MW]','FontName','Helvetica','FontSize',14);
set(gca,'FontName','Helvetica','FontSize',12);
grid on;
saveas(figure(13),[dir,'/grafico',num2str(13),'.png']);
saveas(figure(13),[dir,'/grafico',num2str(13),'.eps']);

figure(14);
hold on;
plot(PR,PCap2,'b','LineWidth',1);
legend('P^C/C_I^T','Location','Best');
xlabel('P^R [MW]','FontName','Helvetica','FontSize',12);
ylabel('P^C/C_I^T','FontName','Helvetica','FontSize',12);
title('Tarifa requerida pago capacidad actual','FontName','Helvetica','FontSize',14);
set(gca,'FontName','Helvetica','FontSize',12);
grid on;
saveas(figure(14),[dir,'/grafico',num2str(14),'.png']);
saveas(figure(14),[dir,'/grafico',num2str(14),'.eps']);

%% Gráficos función h(PR) e Ingresos pi(PR) con zoom en discontinuidad ejemplo 3
figure(15);
hold on;
plot(PR(1:Malla_PR/6),piR(1:Malla_PR/6),'r',PR(1:Malla_PR/6),piR2(1:Malla_PR/6),'g',PROpt,0,'bo','LineWidth',1);
legend('\pi_1^R','\pi_2^R','P_{opt}^R','Location','Best');
xlabel('P^R [MW]','FontName','Helvetica','FontSize',12);

```

```

ylabel('\pi_1^R [MMUSD], \pi_2^R [MMUSD]', 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 12);
title('Ingresos \pi^R bajo esquema nuevo y actual [MMUSD]', 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 14);
set (gca, 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 12);
grid on;
saveas(ffigure(15), [dir, '/grafico', num2str(15), '.png']);
saveas(ffigure(15), [dir, '/grafico', num2str(15), '.eps']);

figure(16);
hold on;
plot(PR(1:Malla_PR/6), hPR(1:Malla_PR/6), 'b', 'LineWidth', 1);
legend('h(P^R)', 'Location', 'Best');
xlabel('P^R [MW]', 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 12);
ylabel('h [MMUSD]', 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 12);
title('Función objetivo h(P^R) en [MMUSD]', 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 14);
set (gca, 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 12);
grid on;
saveas(ffigure(16), [dir, '/grafico', num2str(16), '.png']);
saveas(ffigure(16), [dir, '/grafico', num2str(16), '.eps']);

figure(17);
hold on;
plot(PR(1:Malla_PR/6), hPR(1:Malla_PR/6), 'b', PR(1:Malla_PR/6), piR(1:Malla_PR/6), 'r', Popt, hopt, 'go', Popt, 0, 'go', 'LineWidth', 1);
legend('h(P^R)', '\pi^R', 'P_{opt}^R', 'P_{opt}^R', 'Location', 'Best');
xlabel('P^R [MW]', 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 12);
ylabel('h [MMUSD], \pi^R [MMUSD]', 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 12);
title('Costos totales h(P^R) e Ingresos \pi^R [MMUSD]', 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 14);
set (gca, 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 12);
grid on;
saveas(ffigure(17), [dir, '/grafico', num2str(17), '.png']);
saveas(ffigure(17), [dir, '/grafico', num2str(17), '.eps']);

%% Gráficos d(t), z(t) y gT(Poptimo) con zoom semana específica de marzo según ejemplo
switch ejemplo
    case {1,3}
        t2=t(1585:1753); % Semana 2 de Marzo
        d2=d(1585:1753);
        z2=z(1585:1753);
        gTopt2=gTopt(1585:1753);
    case 2
        t2=t(1921:2089); % Semana 4 de Marzo
        d2=d(1921:2089);
        z2=z(1921:2089);
        gTopt2=gTopt(1921:2089);
end

figure(18);
hold on;
plot(t2, d2, 'b', 'LineWidth', 1);
ylim([0 11000]);
xlim([min(t2) max(t2)]);
legend('d(t)', 'Location', 'Best');
xlabel('t [horas]', 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 12);
ylabel('d(t)', 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 12);
title('Demanda mes 03 [MW]', 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 14);
set (gca, 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 12);
grid on;
saveas(ffigure(18), [dir, '/grafico', num2str(18), '.png']);
saveas(ffigure(18), [dir, '/grafico', num2str(18), '.eps']);

figure(19);
hold on;
plot(t2, z2, 'b', 'LineWidth', 1);
xlim([min(t2) max(t2)]);
legend('z(t)', 'Location', 'Best');
xlabel('t [horas]', 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 12);
ylabel('z(t)', 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 12);
title('Perfil renovable mes 03 [pu]', 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 14);
set (gca, 'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 12);
grid on;

```

```

saveas(figure(19),[dir,'/grafico',num2str(19),'.png']);
saveas(figure(19),[dir,'/grafico',num2str(19),'.eps']);

figure(20);
hold on;
plot(t2,gTopt2,'b','LineWidth',1);
xlim([min(t2) max(t2)]);
legend('g^T(t)','Location','Best');
xlabel('t[horas]','FontName','Helvetica','FontSize',12);
ylabel('g^T [MW]','FontName','Helvetica','FontSize',12);
title('Generación Térmica para P^R óptimo mes 03 [MW]','FontName','Helvetica','FontSize',14);
set (gca,'FontName','Helvetica','FontSize',12);
grid on;
saveas(figure(20),[dir,'/grafico',num2str(20),'.png']);
saveas(figure(20),[dir,'/grafico',num2str(20),'.eps']);

%% Gráficos demanda y perfil renovable horario sólo para primer día de Enero y Julio
figure(21);
hold on;
plot(tred2,dred2,'b','LineWidth',1);
ylim([0 11000]);
legend('d(t)','Location','Best');
xlabel('t[horas]','FontName','Helvetica','FontSize',12);
xticks([1,8,16,24,32,40,48]);
xticklabels({'Ene-1','Ene-8','Ene-16','Ene-24','Jul-8','Jul-16','Jul-24'})
xlim([1 48])
ylabel('d(t)','FontName','Helvetica','FontSize',12);
title('Demanda mes-hora [MW]','FontName','Helvetica','FontSize',14);
set (gca,'FontName','Helvetica','FontSize',12);
grid on;
saveas(figure(21),[dir,'/grafico',num2str(21),'.png']);
saveas(figure(21),[dir,'/grafico',num2str(21),'.eps']);

figure(22);
hold on;
plot(tred2,zred2,'b','LineWidth',1);
legend('z(t)','Location','Best');
xlabel('t[horas]','FontName','Helvetica','FontSize',12);
xticks([1,8,16,24,32,40,48]);
xticklabels({'Ene-1','Ene-8','Ene-16','Ene-24','Jul-8','Jul-16','Jul-24'})
xlim([1 48])
ylabel('z(t)','FontName','Helvetica','FontSize',12);
title('Perfil renovable mes-hora [pu]','FontName','Helvetica','FontSize',14);
set (gca,'FontName','Helvetica','FontSize',12);
grid on;
saveas(figure(22),[dir,'/grafico',num2str(22),'.png']);
saveas(figure(22),[dir,'/grafico',num2str(22),'.eps']);

time=toc;

```

## D.2. Ejemplos problema de optimización completo discretizando $t$

```

clear all, close all, clc, tic;
% Ejemplo 1: Perfil solar y demanda año completo
% Ejemplo 2: Perfil eólico y demanda año completo
% Ejemplo 3: Perfil solar y demanda año completo, discontinuidad por CIR

%% Lectura de datos y parametros
[data,data_t]=xlsread('data\data1.csv');
ejemplo=1; % Para seleccionar ejemplo a minimizar, Opciones: 1,2,3
d=data(:,1); % Demanda
CIR=10; % USD/MWh
CIT=10; % USD/MWh
COT=70; % USD/MWh
switch ejemplo
    case 1
        z=data(:,2); % Perfil renovable solar
    case 2
        z=data(:,3); % Perfil renovable eólico
    case 3
        z=data(:,2); % Perfil renovable solar
        CIR=25; % Discontinuidad ejemplo solar CIR=25 / eólica 22
end
N=length(z); % Número datos inicial
T=8760; % Horas del año

%% Creación de Matrices de Óptimización
% min f'*x / sa A*x<=b / Aeq*x=beq*x / lb<=x<=ub
% Variables x=[gR(1)...gR(N),gT(1)...gT(N),PR,PT]', f=[0...0,T/N*COT,...,T/N*COT,CIR*T,CIT*T]'
% Matrices A y b / Dimensiones A (2N)*(2N+2) b (2N)*1
A=zeros(2*N,2*N+2);
b=zeros(2*N,1);
% Índices Restricciones gR(t)<=z(t)PR y gT(t)<=PT
for i=1:N
    A(i,i)=1;
    A(i,2*N+1)=-z(i);
    A(N+i,N+i)=1;
    A(N+i,2*N+2)=-1;
end

% Matrices Aeq y beq / Aeq (N)x(2N+2) beq (N)x1
Aeq=zeros(N,2*N+2);
beq=zeros(N,1);
% Índices restricciones gR(t)+gT(t)=d(t)
for i=1:N
    Aeq(i,i)=1;
    Aeq(i,N+i)=1;
    beq(i)=d(i);
end

% Vectores Upper y Lower Bound Ub,Lb (2N+2)x1
lb=zeros(2*N+2,1); % Todas las variables mayores a cero
ub=[]; % No hay límites superiores para las variables
% Vector de costos para min f'*x
f=[zeros(1,N),COT*T/N*ones(1,N),CIR*T,CIT*T]';

%% Optimización lineal
%options=optimoptions('linprog','Algorithm','dual-simplex');
options=optimoptions('linprog','Algorithm','interior-point'); % parámetros optimización
[x,fval,exitflag,output,lambda]=linprog(f,A,b,Aeq,beq,lb,ub,options); % optimización lineal

%% Obtención resultados optimización lineal
% Variables óptimas
PRopt=x(2*N+1); % Óptimo PR
PTopt=x(2*N+2); % Óptimo PT
gTopt=x(N+1:2*N); % Generación g(t) para PR y PT óptimo
hopt=fval*1e-6; % Costos totales en el óptimo en [MMUSD]

% Obtención multiplicadores de lagrange restricción de demanda
[lambda_min,I]=min(lambda.eqlin); % Multiplicadores de Lagrange restricción de demanda.

```

```

lambda_eqlin=-lambda_eqlin*N/T; % Escalar para obtener CMg horario
% Escalar multiplicador de Lagrange fuera de rango, cuando se maximiza gT(t)
if ejemplo==3 % Ejemplo discontinuidad derivada función de costos
    [~,I2]=max([lambda_eqlin(1:I-1);lambda_eqlin(I+1:N)]);
    factor=lambda_eqlin(I)/lambda_eqlin(I2);
    lambda_eqlin(I2)=1.2*COT;
    lambda_eqlin(I)=factor*lambda_eqlin(I2);
else
    lambda_eqlin(I)=1.7*max([lambda_eqlin(1:I-1);lambda_eqlin(I+1:N)]);
end

% Obtención de ingresos a costo marginal usando multiplicador de Lagrange, incluido
% CMg de largo plazo en hora de máxima generación térmica (equivalente a pago capacidad)
piR_opt=(x(1:N))*-lambda_eqlin-CIR*PROpt*T)*1e-6; % Ingresos a Cmg - Costos Inversión en [MMUSD]
t_PROpt=I*T/N; % Hora donde se maximiza costo marginal o máxima generación térmica.
lambda_t=-lambda_min-COT*(T/N-1); % Escalamiento para obtener CMG horario cuando N<T

% Resumen resultados para reporte
resultados(1,:)={'PR','PT','hPR','t*','lambda(t*),'piR_opt'};
resultados(2,:)=num2cell([PROpt,PTopt,hopt,t_PROpt,lambda_t,piR_opt]);
resultados % Resultados reportados
time=toc;

%% Gráficos generales
% Creación directorio para guardar gráficos
c=clock; dtime=date;
mkdir(['graf_opt',num2str(ejemplo),'_',dtime,'_',num2str(c(4)),'h',num2str(c(5)),'m']);
dir=(['graf_opt',num2str(ejemplo),'_',dtime,'_',num2str(c(4)),'h',num2str(c(5)),'m']);

%% Gráficos d(t), z(t) y gT(PROptimo)

t=(1:1:N)*T/N;
figure(1);
hold on;
plot(t,d,'b','LineWidth',1);
ylim([0 11000]);
legend('d(t)','Location','Best');
xlabel('t[horas]','FontName','Helvetica','FontSize',12);
ylabel('d(t)','FontName','Helvetica','FontSize',12);
title('Demanda','FontName','Helvetica','FontSize',14);
set(gca,'FontName','Helvetica','FontSize',12);
grid on;
saveas(figure(1),[dir,'grafico',num2str(1),'.png']);
saveas(figure(1),[dir,'grafico',num2str(1),'.eps']);

figure(2);
hold on;
plot(t,z,'b','LineWidth',1);
legend('z(t)','Location','Best');
xlabel('t[horas]','FontName','Helvetica','FontSize',12);
ylabel('z(t)','FontName','Helvetica','FontSize',12);
title('Perfil renovable anual','FontName','Helvetica','FontSize',14);
set(gca,'FontName','Helvetica','FontSize',12);
grid on;
saveas(figure(2),[dir,'grafico',num2str(2),'.png']);
saveas(figure(2),[dir,'grafico',num2str(2),'.eps']);

figure(3);
hold on;
plot(t,gTopt,'b','LineWidth',1);
legend('g^T(t)','Location','Best');
xlabel('t[horas]','FontName','Helvetica','FontSize',12);
ylabel('g^T(t)','FontName','Helvetica','FontSize',12);
title('Generación Térmica para P^R óptimo','FontName','Helvetica','FontSize',14);
set(gca,'FontName','Helvetica','FontSize',12);
grid on;
saveas(figure(3),[dir,'grafico',num2str(3),'.png']);
saveas(figure(3),[dir,'grafico',num2str(3),'.eps']);

```

```

%% Gráfico gT(PROptimo) con multiplicador Lagrange
figure(4);
hold on;
yyaxis left
plot(t,gTopt,'b','LineWidth',1);
ylabel('g^T(t)','FontName','Helvetica','FontSize',12);
yyaxis right
plot(t,lambda_eqlin,'r','LineWidth',1);
legend('g^T(t)','\lambda(t)','Location','Best');
xlabel('t[horas]','FontName','Helvetica','FontSize',12);
ylabel('\lambda(t)','FontName','Helvetica','FontSize',12);
title('Multiplicador Lagrange Restricción demanda','FontName','Helvetica','FontSize',14);
set (gca,'FontName','Helvetica','FontSize',12);
grid on;
saveas(figure(4),[dir,'/grafico',num2str(4),'.png']);
saveas(figure(4),[dir,'/grafico',num2str(4),'.eps']);

%% Gráfico gT(PROptimo) con multiplicador Lagrange con zoom semana específica de marzo según ejemplo
switch ejemplo
case {1,3}
    t2=t(1585:1753); % Semana 2 de Marzo
    gTopt2=gTopt(1585:1753);
    lambda_eqlin2=lambda_eqlin(1585:1753);
case 2
    t2=t(1921:2089); % Semana 4 de Marzo
    gTopt2=gTopt(1921:2089);
    lambda_eqlin2=lambda_eqlin(1921:2089);
end

figure(5);
hold on;
yyaxis left
plot(t2,gTopt2,'b','LineWidth',1);
ylabel('g^T(t)','FontName','Helvetica','FontSize',12);
yyaxis right
plot(t2,lambda_eqlin2,'rs','LineWidth',1,'MarkerSize',4,'MarkerFaceColor','r');
legend('g^T(t)','\lambda(t)','Location','Best');
xlabel('t[horas]','FontName','Helvetica','FontSize',12);
xlim([min(t2) max(t2)]);
ylim([0 120]);
ylabel('\lambda(t)','FontName','Helvetica','FontSize',12);
title('Multiplicador Lagrange Restricción demanda mes 03','FontName','Helvetica','FontSize',14);
set (gca,'FontName','Helvetica','FontSize',12);
grid on;
saveas(figure(5),[dir,'/grafico',num2str(5),'.png']);
saveas(figure(5),[dir,'/grafico',num2str(5),'.eps']);

```