



**“Clientelismo al interior de los partidos políticos y sus efectos:  
Una mirada desde la Economía Política”**

**TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE  
MAGÍSTER EN ECONOMÍA**

**Alumno: Luis Muñoz**

**Profesor Guía: Daniel Hojman y Eduardo Engel**

**Santiago, septiembre 2021**

# Tesis

Luis Muñoz

18 de noviembre de 2021

## Índice

<b>1. Introducción y motivación</b>	<b>4</b>
<b>2. Revisión de la literatura</b>	<b>5</b>
<b>3. Instituciones informales, Clientelismo y el rol del Partido Político</b>	<b>8</b>
<b>4. Los partidos políticos en Chile y el clientelismo</b>	<b>10</b>
<b>5. Modelo de Elecciones</b>	<b>15</b>
5.1. Agentes del Modelo: Militancia, Candidatos y Caciques . . . . .	15
5.2. Características de la elección . . . . .	17
5.3. <i>Timing</i> del Juego . . . . .	18
<b>6. Equilibrio Electoral</b>	<b>19</b>
6.1. Resolución de la Segunda Etapa . . . . .	19
6.2. Resolución de la Primera Etapa . . . . .	21
6.3. Existencia y unicidad en la Primera Etapa . . . . .	21
<b>7. Resultados principales: Estática comparativa</b>	<b>25</b>
7.1. Efecto en las plataformas propuestas y divergencia de la mediana . . . . .	25
7.2. Polarización y su Efecto en la Compra de Votos . . . . .	28
7.3. Interacción entre Extremismo y Recursos . . . . .	31
<b>8. El caso de dos partidos y elección general</b>	<b>32</b>
<b>9. Conclusiones</b>	<b>38</b>
<b>A. Apéndice</b>	<b>39</b>
A.1. Modelación alternativa: Maximizando la probabilidad de ganar . . . . .	39

A.2. Ejercicio de robustez: Extensión a distintas distribuciones de preferencias dentro del partido . . . . .	44
A.3. Discusión sobre la penalización por usar votos clientelares . . . . .	46
A.4. Demostraciones . . . . .	46

## Índice de figuras

1. Diferencia de votos según lista ganadora en comunas con más de 100 votos . . . . .	13
2. Diferencia de votos según lista ganadora en comunas con más de 50 votos . . . . .	14
3. Distintos equilibrios: Interacción $\lambda_1$ y $\lambda_2$ . . . . .	24
4. Distintos equilibrios: Interacción $\lambda_1$ y $\delta_1$ . . . . .	24
5. Plataformas óptimas . . . . .	27
6. Extremismo y Disposición a pagar por votos . . . . .	28
7. Costo ideológico y Disposición a pagar por votos . . . . .	29
8. Nivel de clientelismo y Disposición a pagar por votos . . . . .	30
9. Disposición a pagar por votos y restricción presupuestaria . . . . .	31
10. Disposición a pagar por votos y restricción presupuestaria 2 . . . . .	32
11. Plataformas óptimas con elección general . . . . .	35
12. Efecto moderador de la elección general . . . . .	36
13. Disposición a pagar con elecciones generales . . . . .	37
14. Plataformas óptimas en maximización de Prob. de victoria . . . . .	42
15. Disposición a pagar en maximización de probabilidad de victoria . . . . .	43
16. Plataformas óptimas Distribuciones alternativas . . . . .	45

# 1. Introducción y motivación

El correcto funcionamiento de los partidos políticos resulta esencial para una democracia. Los partidos tienen el rol de representar tanto idearios políticos como a sectores relevantes de la sociedad, articulando sus demandas, con el interés de eventualmente acceder al poder. El continuo declive en la identificación de la ciudadanía con los partidos políticos puede estar reflejando que estos no están cumpliendo su función de representación.

En este trabajo estudiaré si el rol de representación de los partidos, está siendo afectado por un tipo de institución informal: el clientelismo. Las instituciones informales, como definiré luego con más detalle, corresponden a aquellas normas no escritas que regulan la conducta política de los individuos. Si bien la relación entre este tipo de instituciones al interior de los partidos políticos y su capacidad de representación de la ciudadanía ya ha sido analizada desde el punto de vista de la Ciencia Política, en esta investigación expondré un modelo teórico que representa una elección interna dentro de un partido en el que coexisten militantes ideológicos y militantes clientelares. De este modo, podremos inferir qué incentivos generan las redes clientelares al interior de un partido político y cómo estos distorsionan su democracia interna y alteran, de este modo, su capacidad de representar a la militancia. Probaremos la existencia y caracterizaremos los equilibrios de Nash y veremos cómo estos dependen de la importancia relativa de los militantes clientelares.

La principal contribución de este trabajo es modelar la elección al interior de un partido político en presencia de votantes clientelares. A partir de esta formalización, se infiere una serie de resultados, dentro de los cuales destaco que el mayor nivel de clientelismo al interior del partido implica una mayor polarización de las plataformas políticas y que, por el contrario, la reducción de este fenómeno modera las plataformas, tendiendo los candidatos a la mediana electoral. Por otro lado, vemos que la abstención electoral refuerza la divergencia en las plataformas, por lo que una baja en la participación electoral podría resultar conveniente para aquellos candidatos que manejan redes clientelares. Por otra parte, muestro que la disposición a comprar votos clientelares de parte de un candidato a un *political broker*<sup>1</sup> es mayor mientras más alta sea la diferencia entre las preferencias del candidato y la mediana del partido. Finalmente, muestro que en presencia de elecciones generales, en las que los candidatos ganadores de las elecciones internas compiten luego fuera de su partido, el extremismo producido por el clientelismo se modera de forma importante.

El resto de este trabajo se estructura de la siguiente forma: En la sección 2 haremos una revisión de literatura, viendo en qué áreas, tanto de la teoría económica como de la teoría política, se enmarca este trabajo. En la sección 3 estudiaremos a nivel teórico cuál es el rol que cumplen los partidos en una democracia, entendiendo qué es lo que se pone en peligro cuando los partidos tienen un clientelismo importante. La sección 4 nos contextualiza el caso chileno, mostrando que este fenómeno está presente y dando evidencia que sugiere una magnitud significativa. Por último, las secciones 5, 6 y 7 muestran un modelo teórico de

---

<sup>1</sup>A lo largo de este trabajo usaremos el término *political broker*, así como *cacique* u operador político para identificar a aquellos personajes que manejan una red clientelar al interior del partido.

una primaria realizada al interior de un partido político con clientelismo, estudiando cuáles son sus efectos en las plataformas políticas del partido. En la sección 8 exploramos varias extensiones del modelo y de los resultados presentados en las secciones 5, 6 y 7.

## 2. Revisión de la literatura

Este trabajo se enmarca en dos áreas del conocimiento. Por una parte, está adscrito a la Economía Política y, por otra parte, a la Ciencia Política.

Por el lado de la Economía Política, sabemos que esta rama de la economía busca aplicar técnicas usuales en el análisis económico en el estudio de problemas políticos y de acción colectiva. En un influyente artículo Downs (1957) logra un resultado fundamental conocido como Teorema del Votante Mediano, en el que se muestra que los candidatos tienden a ofrecer la misma plataforma política y que esta coincide con la preferencia mediana de los votantes. Este resultado ya había sido anticipado por Hotelling (1929), en el contexto de dos empresas que escogen en qué lugar posicionarse dentro de un continuo de potenciales compradores, mostrando que estos terminan ubicándose en la mediana de las preferencias de sus clientes. Este notable resultado se ha ido robusteciendo, introduciendo preferencias políticas no solo en los votantes, sino que también entre los candidatos. Ver, por ejemplo, Austen-Smith y Banks (2009) o Banks y Duggan (2005) para una recopilación de resultados en este sentido. Vale la pena señalar que la existencia en estrategias puras no está asegurada en general, a menos que se introduzca aleatoriedad en alguno de los parámetros, por ejemplo añadiendo *shocks* de preferencias. En este sentido, el presente trabajo muestra cómo la presencia de clientelismo dentro de un partido debilita el resultado downsiano, mostrando cómo la posibilidad de utilizar redes clientelares permite a los candidatos ganar elecciones sin necesitar aproximar sus propuestas a la mediana del partido.

Otra rama de la literatura es la que aborda las distorsiones de la mediana producto del desigual gasto de campaña entre los candidatos. Austen-Smith (1987) argumenta que los candidatos enfrentan un *trade-off* entre alejarse de la mediana y obtener recursos de campaña versus acercarse a la mediana y ganar votos. Baron (1994) plantea un *trade-off* similar, pero considera la posibilidad de que existan votantes informados, inmunes al gasto de campaña, y votantes no informados, alcanzables solo con el gasto de campaña. En este contexto, el nivel de recursos que demandará el candidato será mayor mientras mayor sea la proporción de votantes no informados. En esta línea, Grossman y Helpman (1996) muestran que los candidatos se comportan como si estuvieran maximizando la suma ponderada de las preferencias de grupos de interés y de votantes informados. Por último, en una línea distinta a la precedente, Prat (2003) muestra que en presencia de asimetrías de información, el *lobby* sirve como un mecanismo de señalización, ya que en equilibrio los empresarios tenderían a apoyar más a los candidatos con mejores aptitudes. De esta forma los candidatos que gastan más porque tienen mayores aportes estarían señalizando su mejor capacidad para desempeñarse en el cargo. En el presente trabajo, en lugar de mostrar cómo los candidatos se alejan de la mediana con el objetivo de conseguir recursos para su campaña, mostramos como el uso de

redes clientelares permite ponderar menos las preferencias de la militancia de un partido.

Una última rama dentro de la literatura de Economía Política es la relacionada con elecciones de segunda vuelta, también conocidas como balotaje o *runnoff election*. Un primer resultado relevante es la Hipótesis de Duverger de Riker (1982) en donde se señala que este sistema favorece el multipartidismo. Otro resultado importante demostrado por Haan y Volkerink (2001) se refiere a que la segunda vuelta logra restaurar el resultado downsiano en casos en que una elección sin segunda vuelta no lo preserva. En la misma línea, Massimo Bordignon y Tabellini (2016) muestran que el balotaje tiende a moderar el extremismo político en las plataformas propuestas. Por último, Brusco, Dziubinskia y Roy (2012) muestran que en presencia de elecciones de segunda vuelta, hay en general múltiples equilibrios, donde la convergencia a la mediana es solo uno de los resultados posibles. Con respecto a este tema, el presente trabajo va en la misma línea del resto de la literatura, mostrando que el efecto del clientelismo se modera cuando los candidatos vencedores de la primaria interna deben competir luego en una elección general, la cual juega un rol equiparable, en este contexto, al de una elección de segunda vuelta.

Por otra parte, este trabajo se enmarca en la literatura de Ciencias Políticas que trata acerca de las llamadas instituciones políticas informales. Estas se refieren a normas socialmente compartidas, no escritas, sancionadas y ejercidas fuera de canales oficiales. Dentro de estas relaciones informales, se cuentan, por ejemplo, el clientelismo, el patronazgo y la corrupción de los funcionarios del Estado. Un posible efecto de estas instituciones es la limitación de la capacidad de representación de las instituciones políticas formales. Como muestra Desposato (2006) una mayor preponderancia del clientelismo al interior de un partido político reduce la posibilidad de este de representar programáticamente a los votantes. (Levitsky y Helmke (2006)).

Kitschelt y Kselman (2013) muestra empíricamente que el clientelismo es un fenómeno bastante extendido, incluso en países de Europa occidental, pero con mayor preeminencia en los países del ex bloque soviético y en Latinoamérica. Kitschelt (2011), usando datos transversales de múltiples países, muestra que el clientelismo es transversal al régimen político, siendo más preponderantes las variables socioeconómicas de la población. Robinson y Verdier (2013) muestran que si las relaciones clientelares se basan en el ofrecimiento de empleos, se reduce la eficiencia en la provisión de los bienes públicos provistos. Stokes (2005) y Finan y Schechter (2012) muestran empíricamente la importancia del monitoreo y la reciprocidad en la mantención de las relaciones clientelares.

Para el caso particular de Chile, tenemos varios estudios que constatan este fenómeno. Navia y Mimica (2019) muestran el importante rol que tienen las municipalidades en el fortalecimiento de redes clientelares, de forma que los trabajadores municipales permiten fortalecer la estrategia electoral del partido. Arriagada (2013) muestra que el rol de los dirigentes sociales, con independencia de la ideología, resulta fundamental para sustentar el clientelismo. Calvo y Murillo (2013) muestran, tanto para Chile como para Argentina, que la lealtad de los votantes clientelizados depende fuertemente de la forma en que estos obtienen las pres-

taciones de su partido. Luna y Rosenblatt (2012) encuentran evidencia de que los partidos políticos chilenos se sustentan fuertemente en lazos clientelares y en una personalización de la política, dejando en segundo plano la ideología.

Este trabajo viene a estudiar, desde la perspectiva y las técnicas de la Economía Política, el efecto que tiene el clientelismo en la representatividad de las bases del partido político y sobre el cumplimiento del propio rol de un partido en una democracia. Este tema, dado mi conocimiento del área, no ha sido estudiado anteriormente desde esta perspectiva y entrega intuiciones relevantes acerca del funcionamiento real de los partidos políticos.

### 3. Instituciones informales, Clientelismo y el rol del Partido Político

Como señalamos en la introducción, la Ciencia Política ha estudiado el fenómeno de las instituciones informales en general y el clientelismo como un caso particular de este tipo de instituciones. En palabras de Levitsky y Helmke (2006) las Instituciones Informales son «reglas socialmente compartidas, usualmente no escrita, que son creadas, comunicadas y aplicadas a través de canales distintos del canal oficial». Los autores señalan que este tipo de instituciones puede socavar la capacidad de representación de las instituciones formales. Generando una brecha de representación política.

Por otra parte, el clientelismo se puede definir, según Robinson y Verdier (2013) como una relación de intercambio entre un patrón y un «cliente». El primero entrega alguna prestación económica a cambio de apoyo político. Como recalca Weingrod (1968), esta prestación económica puede corresponder a puestos de trabajo en el aparato estatal u otro tipo de favores, no limitándose a una mera transferencia monetaria. Desposato (2006) define un sistema clientelar como aquel en el que los políticos entregan algún tipo de bien antes de la elección a cambio de votos, los cuales no pueden ser verificados. Este último punto tiene implicancias importantes, ya que desde el punto de vista puramente racional, los votantes podrían finalmente no votar por quien manda su patrón. Stokes (2005) fundamenta una solución para este problema. Notemos también que el clientelismo no es independiente de la posición ideológica del partido. Como muestran Calvo y Murillo (2004) existiría una «demanda» por clientelismo, la cual estaría determinada principalmente por la dificultad de los potenciales clientes para obtener ingresos en el mercado privado, esto sucede, por ejemplo, con votantes con bajo nivel educacional, lo cual generaría una baja expectativa de salario en el sector privado. Por otro lado, la «oferta» de clientelismo, está dada por la capacidad de un partido político para, una vez en el poder, repartir beneficios a sus clientes. En consecuencia, el uso de redes clientelares no sería independiente de la ideología del partido o de los candidatos.

Complementando la definición anterior, Stokes y col. (2013) consideran el clientelismo como una modelo de política distributiva que no es programática, en la que se intercambian bienes a cambio de apoyo político. Dentro del clientelismo, los autores señalan que puede haber tanto compra de votos como compra de participación electoral (*turnout buying*) y que la ideología de los votantes no explica la susceptibilidad de participar de un esquema clientelar, sino que esta está explicada en buena parte por los ingresos del votante. Lo anterior remarca la importancia de la «demanda» de clientelismo señalada por Calvo y Murillo (2004). Stokes y col. (2013) también racionalizan la existencia de *brokers* como líderes locales que manejan redes clientelares debido a su conocimiento de los votantes y a su capacidad de monitorearlos, lo cual sería complicado de hacer si no tuviera cierta cercanía territorial. En este sentido, los líderes del partido tendrían cierta dificultad en usar directamente las redes clientelares, necesitando de la intermediación de un *broker*. Los autores modelan directamente el financiamiento de uno o varios *brokers* que, a su vez, se encargan de repartir recursos entre los clientes.



Como muestran Freidenberg y Levitsky (2006) en Latinoamérica los partidos políticos no solo son formalmente débiles, con baja profesionalización y recursos, y con estatutos escasamente respetados, sino que también hay una fuerte presencia de Instituciones Informales, tales como patronazgo y redes clientelares. Si bien, todos los partidos latinoamericanos se estructuran formalmente de la misma manera que los partidos europeos, el nivel de informalidad que subyace en ellos hace que su funcionamiento sea radicalmente distinto. Como señalan los autores, en los partidos con alta presencia de instituciones informales, las decisiones se toman fuera de la estructura formal del partido. De esta forma, las estructuras formales carecen de autonomía, ya que el poder real se encuentra fuera de estas. En efecto, la presencia de caciques o *political brokers* genera que los candidatos de las elecciones internas suelen ser aquellos apoyados por las redes de patronazgo o clientelaje principales.

Desposato (2006) muestra que la naturaleza de las instituciones informales, ya sea programática o clientelística define el comportamiento legislativo de los Estados en Brasil. En particular, él compara dos Estados brasileños, uno fuertemente clientelar, Piauí, donde los votos se transan como un *commodity*, con uno menos clientelar como Sao Paulo. El autor encuentra que en Piauí, los congresistas tienden a no tomar posturas ideológicas y a ser cooptados por el gobierno (en caso de que sean oposición). En cambio, los parlamentarios de Sao Paulo toman posturas de forma pública y son menos fáciles de cambiar de bando.

Por último, vale la pena definir qué es y qué rol cumple el partido político en una democracia. Weber (1921 [1968]) en su obra *Economía y Sociedad* lo define como una «... empresa política que se organiza de forma voluntaria para monopolizar el control del Estado». Notemos, como dice Mujica (2014), que esta concepción weberiana se enmarca en el nacimiento de la política de masas de principios del siglo XX, por lo que Weber, suspicaz frente a las masas, esperaba que los partidos canalizaran e institucionalizaran las demandas de la gente. Un corolario de la definición weberiana es la necesidad de profesionalización de la política, de forma que los cuadros partidarios se preparen para participar de la administración de la burocracia del Estado, de aquí nace la figura del “político profesional”. Debido a la presencia de estos agentes es que los partidos políticos según Weber se diferencian de otras organizaciones como movimientos sociales o grupos de interés.

Una definición más restrictiva que la anterior es la dada por La Palombara y Weiner (1966) quienes señalan que un partido es “... una organización duradera cuyo horizonte de vida es superior al de sus miembros; una organización bien establecida que mantiene relaciones nacionales regulares y variadas, con la voluntad de tomar y ejercer el poder, mediante la búsqueda del apoyo popular”.

En consecuencia, las distorsiones generadas en el sistema de partido político pueden, como ya lo hemos descrito, no solo afectar negativamente las dinámicas internas de los partidos, sino que también pueden terminar afectando la administración del Estado y la capacidad de proponer un horizonte ideológico coherente para el país.

## 4. Los partidos políticos en Chile y el clientelismo

Ahora analizaremos si hay evidencia de la presencia de relaciones clientelares en la estructura partidaria chilena. Primero, para describir los partidos políticos chilenos tenemos que entender una condición dual que lo hace un caso especial en latinoamérica. Por una parte, en Chile los partidos, a diferencia de la mayoría del resto de los países de la región, se basan en *clivajes* ideológicos bien definidos. Este rasgo ideológico y programático distingue a los partidos chilenos, acercándolos a la competencia partidista europea (Dix (1989) y Scully (1992)).

Después de la independencia de España, el clivaje o división ideológica era la postura en torno a la relación entre Estado e Iglesia Católica. De aquí que los partidos más influyentes de la época fueran, por una parte, los partidos Liberal y Radical como defensores del secularismo y, por otra parte, el Conservador como defensor de la influencia de la Iglesia<sup>2</sup>.

Luego, durante el siglo XX el clivaje se tornó socioeconómico, pasando las antiguas controversias decimonónicas a segundo plano, hasta el punto que los antiguos partidos Conservador y Liberal terminaron por fusionarse en el Partido Nacional, compartiendo la preponderancia en el tablero político con el Partido Comunista y la Democracia Cristiana. Desde el retorno a la democracia, los partidos, tanto en la derecha como en la izquierda, convergen en términos de políticas públicas y económicas. De esta forma, el clivaje desde entonces es la postura, mirada en retrospectiva, con respecto a la dictadura del general Pinochet y el posterior plebiscito.

Junto a lo anterior, se ha señalado abundantemente la estabilidad e institucionalización de los partidos chilenos. En efecto, usualmente se ha señalado que los chilenos confiarían más en sus partidos que en el resto de Latinoamérica. Pese a lo anterior, desde hace años se observa una paradoja. Como ya señala Luna (2008), los datos observados muestran una gran y creciente desafección de la ciudadanía con los partidos políticos, esto implica una baja identificación con los partidos y una creciente baja en la participación electoral, que se vio acentuada por la reforma que establece el voto voluntario. El autor argumenta que esta desconexión no se debe a que la democracia chilena haya alcanzado un grado alto de madurez, con bajos niveles de conflicto y, por ende, con una baja participación, ya que sigue existiendo una alta participación a través de otras instancias no institucionales, junto con una creciente participación en manifestaciones callejeras, lo cual se ha visto de forma patente a partir de octubre del 2019.

Luna (2008) argumenta que a este desentendimiento de la ciudadanía con los partidos, le siguen un fortalecimiento de las relaciones en base al prestigio personal e influencia de los personeros del partido, más allá de cualquier postura ideológica. Notablemente, siempre según Luna, esta tendencia difiere según el nivel de ingreso: los sectores socioeconómicos altos siguen votando principalmente por el proyecyo ideológico del candidato, mientras que

---

<sup>2</sup>El Partido Liberal fue fundado en 1849 a partir de la antigua facción de los «pipiolos». En 1857, el sector más anticlerical del liberalismo se escinde del partido y forma el Partido Radical. El Partido Conservador se fundó oficialmente en 1856, aunque en la práctica este grupo ya existía desde 1836. En la actualidad solo sobrevive el Partido Radical.

en los sectores más precarios, la ideología pesa menos y pasa a tomar relevancia la persona misma del candidato.

En efecto, Valenzuela (1977), refiriéndose al Chile previo al 73', señala que el fenómeno clientelar ya estaba presente, produciéndose una relación clientelar entre las votantes en los distintos municipios y los congresistas en Santiago, siendo esta relación intermediada por las autoridades locales o alcaldes. Esto debido a los pocos recursos que manejaban los municipios, por lo que la posibilidad de movilizar ayudas para mantener redes clientelares solo se podía hacer presionando al gobierno central. Pese a esto, el autor destaca que en ningún caso la política chilena dejaba, por este hecho, de ser ideológica.

Últimamente, hemos visto que el clientelismo pareciera haberse acentuado y siguiendo un patrón socioeconómico similar al descrito anteriormente. Como señalan Barozet, Espinoza y Ulloa (2020), los sistemas políticos informales descritos por Valenzuela (1977), se mantienen aunque ahora están más centralizados en torno a la figura de diputados y senadores. Además, muestran que las élites políticas logran usar su posición social privilegiada como base de su poder, desde donde pueden distribuir recursos para mantener sus redes clientelares. Notablemente, los autores muestran que el clientelismo en Chile ha sufrido un impulso desde la instauración del voto voluntario y la creciente desafección de la política. Siendo este fenómeno transversal al sector político. Los autores citan a un exministro chileno:

*El clientelismo en política en Chile, no solamente en Chile, pero en Chile, es brutal, brutal. [...] El que acarrea más y el que tiene plata para acarrear más es el que gana. Antes el que tenía más plata para hacer las campañas, los 500-600 millones de pesos que costaba una campaña senatorial en regiones y unos 3.000 millones que costaba en Santiago ¿verdad?, ganaba. Hoy día ya no necesita eso, le da muchísimo menos, porque lo que tiene que hacer es acarrear [...], está más vinculado a los buses [...] o los vehículos que tienen para el acarreo.*

A lo largo del año 2019 hemos visto un gran número de denuncias acerca de fuertes redes clientelares dentro de diversos partidos, que estarían debilitando fuertemente la democracia interna. Abundan los testimonios de denuncia en medios de comunicación. Como muestra de ello, tenemos el siguiente testimonio del vicepresidente del PPD.

*Nos falta una democracia interna brutal. La ultima vez que yo postulé a la comisión política, saqué como 400 votos, llame por teléfono, pero ¡oh sorpresa!, cuando la noche de los cómputos veo la comuna de Colina, éramos 104 candidatos, Vidal 93 votos, todos los demás cero y nunca llamé a Colina. ¿Es razonable que en una comuna de militantes alguien reciba el 100 por ciento de los votos? No. Comuna de La Pintana, muy buena comuna, doscientos y tantas personas que votan, activa, Samuel Donoso se llevo todos los votos, a quien nadie conocía en La Pintana.* Francisco Vidal (vicepresidente PPD), Declaraciones en programa Estado Nacional TVN, abr. de 2016

También en el Partido Socialista, hubo declaraciones de movimientos de votos clientelares. Se acusó a una de las listas de tener “militantes-ficha” que votaban sin importar las bases programáticas del candidato. Hecho señalado por Maya Fernández, expresidenta de la Cámara

de Diputados, y líder de una de las listas en competencia.

*Para que vuelva la política al partido tiene que terminarse con la lógica de los militantes-ficha, combatir esta práctica será una de mis prioridades. Pertenecer al partido tiene que tener un valor para los militantes, el clientelismo lo único que hace es desvalorizar la participación del militante y le entrega poder a aquellos que les conviene que el partido esté despolitizado.* Maya Fernández (diputada PS), declaración recogida por La Tercera, mayo de 2019.

Posteriormente, un grupo de militantes señaló que en ciertos sectores se articula una práctica política de militantes-ficha para copar el partido, lo que constituía según ellos un grave atentado a la democracia interna<sup>3</sup>.

En el caso de la derecha del espectro político, Álvarez Vallejos (2016), señala que la UDI, partido político de derecha heredero del movimiento *gremialista* de fines de los años 60, logró penetrar en sectores tradicionalmente de izquierda, como las comunas de Renca y Huechuraba, a través de la expansión de redes clientelares, las cuales se expresaban en el llamado «cosismo» asociado al abanderado de derecha de comienzos del 2000, Joaquín Lavín. Según un reportaje de CIPER, un concejal de derecha en la zona norte de Chile expresó perfectamente la presencia de *political brokers*<sup>4</sup> al interior de su partido:

*Por lo tanto, nosotros (los concejales) somos un ente muy influyente para el diputado, para la senadora, porque si no nos llevan a nosotros como llave, van a llegar, pero a lo mejor menos, ¿por qué? Porque yo al club de adulto mayor que está en el cerro le llevo una tortita de regalo, le llevo un obsequio, entonces terminan queriéndome, terminan con mucho afecto conmigo. Por lo tanto, yo voy a ser la llave, yo le presento a mi candidato, ‘ah es su candidato, entonces lo vamos a apoyar por usted’*

Junto a estos testimonios, los resultados de las elecciones internas del Partido Socialista, llevadas a cabo el 24 de mayo de 2019, sugieren la presencia de votos clientelares, ya que se aprecian muy altas diferencias de votos entre los candidatos, lo que podría ser explicado por una falta de competencia entre los candidatos y que los votantes apoyan en masa a ciertos candidatos. Naturalmente, este hecho no implica necesariamente relaciones clientelares, ya que estos márgenes de votación podrían deberse a que las posturas políticas de algunos candidatos estén muy alejados de las preferencias de la militancia, lo cual no se condice con un modelo de competencia downsiana, ya que en ese caso deberían o bien aparecer candidatos con propuestas más cercanas a la mediana, o los candidatos existentes podrían acercarse a la mediana y así mejorar sus posibilidades de ser electo. Otra explicación alternativa tiene que ver con que la mediana de preferencias difiera de forma considerable de un distrito a otro. De esta forma, una propuesta política representativa a nivel nacional, podría no ser representativa en ciertos distritos, lo cual también generaría altos márgenes de votación.

En la figura 1, tomamos todas las comunas con al menos 100 votos y vimos cómo se com-

---

<sup>3</sup>Declaración disponible en

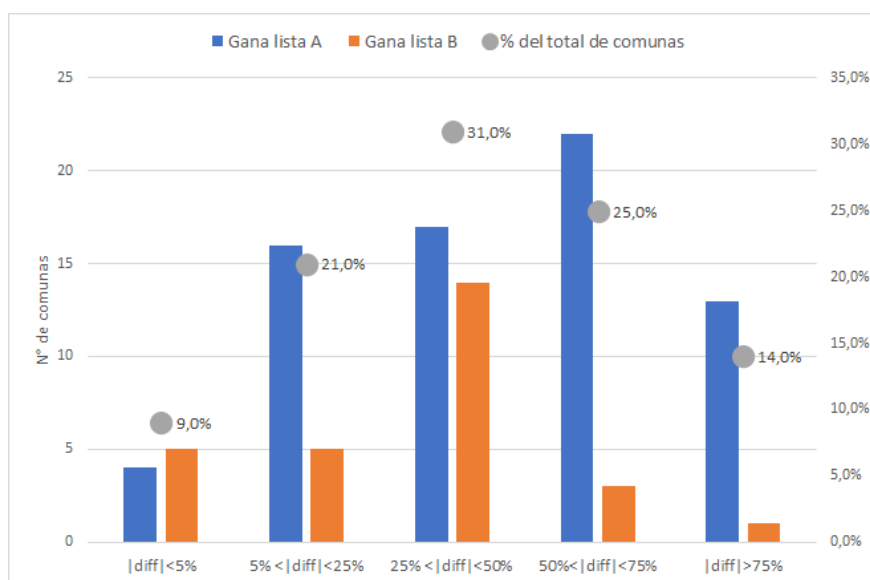
<https://www.infogate.cl/wp-content/uploads/2019/06/DECLARACIONLISABPS.pdf>

<sup>4</sup>Reportaje disponible en <https://www.ciperchile.cl/2019/09/13/clientelismo-en-los-sectores-populares-seguimos-siendo-una-democracia-de-choclonos/>

portaba el margen de victoria de la lista ganadora. Lo primero que salta a la vista es que los márgenes por los que se impuso la lista ganadora son bastante amplios (un 31 % promedio por sobre la lista perdedora). Además, en un 39 % de las comunas la lista ganadora obtuvo un margen superior al 50 % de los votos, con un 14 % de comunas en las que la lista ganadora logró imponerse por más del 75 % de los votos. Vale la pena notar que es la lista A la que, usualmente, obtiene estos márgenes tan abultados. En efecto, de las comunas en las que el margen de victoria fue superior al 75 %, 13 fueron victorias de la lista A, mientras que solo 1 fue de la lista B.

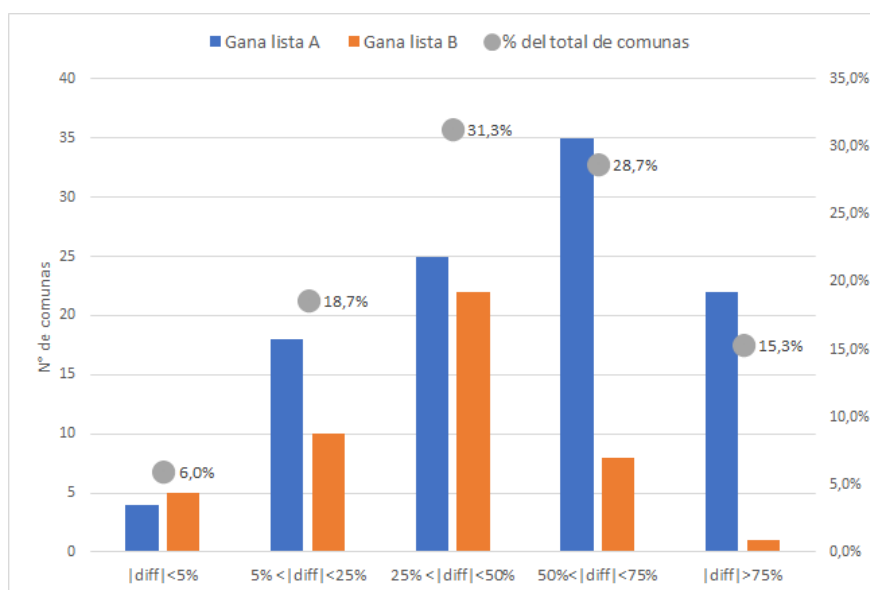
La figura 2 repite el ejercicio anterior, pero tomando las comunas con al menos 50 votos. Vemos que las tendencias anteriores se replican completamente.

Figura 1: Diferencia de votos según lista ganadora en comunas con más de 100 votos



Fuente: Elaboración propia en base a datos disponibles de elecciones internas PS 2019

Figura 2: Diferencia de votos según lista ganadora en comunas con más de 50 votos



Fuente: Elaboración propia en base a datos disponibles de elecciones internas PS 2019

A continuación desarrollamos un modelo de elecciones en la que está presente el componente clientelar expuesto en esta sección y estudiaremos cuáles son sus potenciales efectos sobre el funcionamiento del partido.

## 5. Modelo de Elecciones

### 5.1. Agentes del Modelo: Militancia, Candidatos y Caciques

Ahora presentamos el modelo de elecciones al interior de un partido político. Como describimos antes, los «clientes» darán soporte político a un candidato, sin importar su plataforma política, ya que esperan a cambio una compensación económica<sup>5</sup>. En este caso, no modelaremos directamente el mantenimiento de esta red clientelar, ni tampoco el beneficio que obtendrán los clientes, sino que simplemente asumiremos que existe un cacique o *political broker* que mandará a sus clientes a votar por uno de los candidatos.

Por otra parte, atendiendo el hecho descrito anteriormente de que en Chile los partidos no son completamente clientelares, sino que tienen un componente de patronazgo así como un componente ideológico, asumiremos que existe un segmento de militancia que vota en función de su ideología, dando su voto a aquel candidato que proponga la plataforma más cercana a su política ideal. Estos votantes se comportan según la competencia downsiana clásica.

A continuación, describiremos con detalle a los participantes de esta elección y cuáles son las reglas del juego, tanto de la elección como de la compra de votos. Todas las demostraciones de los resultados obtenidos a lo largo de este y los siguientes capítulos se encuentran en el apéndice A.4.

#### 1. Militancia:

La militancia al interior del partido se divide en dos grupos. Por una parte, tenemos una militancia *ideológica*, la cual se caracteriza por que cada militante de este segmento votará por el candidato que postule la plataforma más cercana a su plataforma preferida o *bliss point*. Estas preferencias estarán distribuidas uniforme<sup>6</sup> en el intervalo  $[-1/2, 1/2]$ , es decir  $F(\cdot) \sim \mathcal{U}[-1/2, 1/2]$ .<sup>7</sup> Del total de militantes del partido, este segmento representa un porcentaje igual a  $(1 - \alpha)$ .

Por otro lado, están los militantes no ideológicos o clientelares, los cuales no votarán de acuerdo a las plataformas propuestas por los candidatos, sino que votarán en bloque por

---

<sup>5</sup>Para efectos de este modelo, estamos reduciendo el clientelismo a la compra de votos manejados por un cacique. Como explicamos anteriormente, el clientelismo es un fenómeno mucho más complejo, en el que la relación entre los clientes y el cacique se basa en relaciones en el tiempo, en donde los clientes pueden acceder a trabajos públicos, obtener directamente bienes, ya sea de parte del gobierno o del político directamente. En este trabajo no modelaremos estas características, representando este intercambio como una transacción monetaria y considerando las redes clientelares como dadas previamente al interior del partido.

<sup>6</sup>Los resultados no dependen del uso de una distribución uniforme. En la sección A.2 del apéndice mostraremos que los resultados son robustos a la distribución usada.

<sup>7</sup>Vale la pena notar que en este modelo maximizamos la fracción de votos obtenida, lo cual no es equivalente, salvo casos particulares, a maximizar la probabilidad de ganar la elección. En la sección A.1, desarrollamos un modelo en el que sí maximizamos la probabilidad de victoria. Por último, podemos notar que este modelo puede fundamentarse en un modelo de voto probabilístico: Duggan (2005) muestra que cuando cada votante tiene algún grado de aleatoriedad en su función de utilidad, esta aleatoriedad se cancela al agregar a todos los votantes.

aquel candidato que el cacique decida apoyar. Este segmento representa un porcentaje  $\alpha$  del total de la militancia.

## 2. Los candidatos:

Existen dos candidatos indexados por  $i \in \{1, 2\}$ . Las preferencias de cada candidato tienen tres componentes. Por una parte, el candidato tiene preferencia por ganar la elección, por otro lado tiene preferencias ideológicas, ya que tiene una política preferida y un costo por desviarse de esta, y, por último, valora sus propios recursos monetarios, los cuales reportan directamente utilidad y que pueden usarse para comprar votos. Su función de utilidad viene dada por

$$(1) \quad \pi_i(\varphi_i, p_i, \beta_i) = \varphi_i - \delta_i (p_i - \bar{p}_i)^2 + m(R_i - \beta_i),$$

Donde  $\varphi_i$  corresponde a una función de éxito electoral. En este caso, esta función corresponderá a la proporción de votos obtenidos del total de la militancia por el candidato  $i$ . En la siguiente sección se detallan las características de la elección.

Por otro lado,  $p_i$  corresponde a la plataforma política propuesta por el candidato, mientras que  $\bar{p}_i$  es el *bliss-point* del candidato. En tanto  $\delta_i$  mide la desutilidad del desvío con respecto a dicho punto.

Finalmente,  $\beta_i$  corresponde al pago hecho al cacique por una cantidad de votos  $\alpha_i$ . Cada candidato dispondrá de una cantidad limitada de recursos  $R_i$ , que supondremos exógena, para destinarlos a comprar votos al cacique. Es decir, se cumple que

$$R_i - \beta_i \geq 0$$

Por último,  $m$  es un parámetro estrictamente positivo que mide la utilidad marginal del dinero <sup>8</sup>.

## 3. Los «caciques»:

En tanto existe un cacique que maneja una fracción  $\alpha$  de los militantes totales. El cacique busca maximizar sus ingresos producto de vender los votos  $\alpha$  que este maneja a través de un mecanismo que se detallará más adelante. El monto recibido se denotará como  $\beta$ . Como hemos dicho antes, no modelaremos cómo el cacique mantiene sus redes clientelares y cómo verifica que sus clientes voten efectivamente por el candidato favorecido. De esta forma, asumiremos que todos militantes clientelars votarán con certeza por el candidato apoyado por el cacique<sup>9</sup>. Vale recalcar que estamos asumiendo

---

<sup>8</sup>El parámetro  $m$  solo afectará la escala de la disposición a pagar, por tanto normalizaremos a  $m = 1$ . La restricción presupuestaria  $R_i$  se puede entender de manera más amplia que el monto máximo de dinero a ser transferido, ya que se puede entender como la capacidad del candidato de proveer otro tipo de favores.

<sup>9</sup>Notemos que este modelo es similar a Grossman y Helpman (1996) en cuanto a que ambos modelos se basan en una división del electorado entre votantes que votan de acuerdo a las propuestas de los candidatos y otros que no. Sin embargo, a diferencia de Grossman y Helpman (1996) en el que el candidato acerca su



completa independencia de la ideología del candidato y el apoyo del cacique. Sin embargo, como discutimos en la sección 3, Calvo y Murillo (2004) muestran que esto no es necesariamente cierto, y que ciertos tipos de partidos se pueden hacer mayor uso de redes clientelares que otros. En este caso, supondremos que la disponibilidad de usar redes clientelares es la misma para ambos candidatos, ya que ambos se encuentran en el mismo partido.

## 5.2. Características de la elección

En esta elección tenemos que la fracción de militantes ideológicos siente una cierta aversión por votar por candidatos que usan la relación clientelar del cacique. Para modelar este hecho consideraremos que los votos obtenidos por cada candidato « $i$ » sufren una penalización proporcional a  $\lambda_i \alpha_i$ , de esta forma, el parámetro  $\lambda_i$  captura esta aversión a votar por un candidato que usa votos clientelares. Por lo tanto, el porcentaje de votos obtenidos por cada candidato, condicional a las plataformas propuestas es

$$(2) \quad V_1 = \alpha_1 + (1 - \alpha)(1 - \lambda_1 \alpha_1)F(p_m) = \alpha_1 + (1 - \alpha)(1 - \lambda_1 \alpha_1) \left( \frac{p_1 + p_2}{2} + \frac{1}{2} \right)$$

$$(3) \quad V_2 = \alpha_2 + (1 - \alpha)(1 - \lambda_2 \alpha_2)(1 - F(p_m)) = \alpha_2 + (1 - \alpha)(1 - \lambda_2 \alpha_2) \left( \frac{1}{2} - \frac{p_1 + p_2}{2} \right).$$

Donde  $p_m = \frac{p_1 + p_2}{2}$  es la plataforma media propuesta. En este caso, la penalización  $\lambda_i$  mide la aversión<sup>10</sup> de los votantes ideológicos por votar por un candidato que compró una cantidad de votos  $\alpha_i$ . En caso de que nadie compre los votos del cacique, el porcentaje de votos viene dado por

$$(4) \quad V_1 = F(p_m)$$

$$(5) \quad V_2 = 1 - F(p_m)$$

Notemos que en este último caso, la elección la ganaría el candidato más cercano a la mediana. Es decir, se vuelve al resultado downisano clásico.

---

postura a lo de sus financistas a cambio de dinero para la campaña, acá el candidato utiliza un monto de dinero que le permite comprar el voto de una fracción de los votantes, acercando su plataforma a su propio *bliss point*. Naturalmente, se podría modelar de dónde obtiene los recursos el candidato y llegar a una síntesis entre el modelo presentado en este trabajo y el de Grossman y Helpman (1996)

<sup>10</sup>Acá haremos el supuesto de que  $1 - \lambda_i \alpha_i \geq 0 \forall i$ . Esto nos pone una cota para la penalización por comprar votos:  $\lambda_i \leq \frac{1}{\alpha_i}$ .

### 5.3. *Timing* del Juego

El juego se compone de dos etapas. En la primera cada candidato decide si participar o no de una subasta de segundo precio<sup>11</sup> en la que el cacique entregará sus votos a aquel que haga la oferta más alta. En caso de ganar la subasta, el candidato  $i$  se llevará todos los votos disponibles. Es decir, el cacique no puede vender una cantidad de votos a un candidato y la restante al otro. En caso de que nadie acuda a la subasta<sup>12</sup>, los votos del cacique no se sumarán a ningún candidato.

Luego, en una segunda etapa, los candidatos compiten en la elección interna del partido o primaria. Escogen sus plataformas políticas de manera óptima y se realizan los pagos. En consecuencia, para cada candidato  $i \in \{1, 2\}$  el conjunto de estrategias factibles es

$$(p_i, \beta_i) \in ([-1/2, 1/2], \{\phi\} \cup \mathbb{R}_+)$$

Donde  $p_i$  es la plataforma propuesta en la segunda etapa y  $\beta_i$  es el pago en la primera etapa. Para reflejar la posibilidad de que un candidato no participe, diremos que  $\beta_i = \phi$ . Por último, el concepto de equilibrio será el de Nash perfecto en subjuegos. Este nos dice que el equilibrio seleccionado debe ser equilibrio en cada subjuego propio.

---

<sup>11</sup>Este supuesto nos permite encontrar fácilmente las ofertas óptimas de cada candidato. Además, las estrategias óptimas no dependen de cómo se distribuye la valoración que cada candidato tiene, por lo que no necesitamos modelarla. Distinto es el caso de, por ejemplo, una *first price auction* en donde la oferta óptima sí depende de la distribución de la valoración de cada jugador. Ver Krishna (2009) para una exposición sobre las ofertas de equilibrio para distintos tipos de subastas.

<sup>12</sup>En la sección 6 veremos que este caso puede ser relevante bajo cierta combinación de parámetros.

## 6. Equilibrio Electoral

### 6.1. Resolución de la Segunda Etapa

Para encontrar un equilibrio perfecto en subjuegos debemos resolver el problema recursivamente, es decir, partiendo de la última etapa. En esta etapa tenemos que  $\{\alpha_i, \beta_i\}_{i=1,2}$  se toman como dados. Luego cada candidato resuelve

$$\max_{p_i} \pi_i = V_i - \delta_i(p_i - \bar{p}_i)^2,$$

donde  $V_i$  corresponde a la fracción de votos definida en [2] y [3].

**Proposición 1.** *Si el candidato 1 compra los votos, las plataformas propuestas por cada candidato son*

$$(6) \quad \hat{p}_1(\alpha, 0) = \bar{p}_1 + \frac{(1 - \alpha)(1 - \lambda_1 \alpha)}{4\delta_1}$$

$$(7) \quad \hat{p}_2(\alpha, 0) = \bar{p}_2 - \frac{(1 - \alpha)}{4\delta_2}$$

*Si el candidato 2 compra los votos, las plataformas son*

$$(8) \quad \hat{p}_1(0, \alpha) = \bar{p}_1 + \frac{(1 - \alpha)}{4\delta_1}$$

$$(9) \quad \hat{p}_2(0, \alpha) = \bar{p}_2 - \frac{(1 - \alpha)(1 - \lambda_2 \alpha)}{4\delta_2}$$

*Por último, si ningún candidato compra los votos, las plataformas son*

$$(10) \quad \hat{p}_1(0, 0) = \bar{p}_1 + \frac{1}{4\delta_1}$$

$$(11) \quad \hat{p}_2(0, 0) = \bar{p}_2 - \frac{1}{4\delta_2}$$

□

**Demostración.** Ver prueba 1 en la sección A.4 del apéndice. Las sucesivas demostraciones se encuentran también en A.4. ■

Notemos que las ecuaciones [10] y [11] son las plataformas políticas más cercanas a la mediana del partido. En ese sentido, serán consideradas como *benchmark* competitivo. Sin embargo, vale la pena recalcar que no se cumple el teorema del votante mediano (i.e.  $\hat{p}_1 = \hat{p}_2 = 0$ ), ya que los candidatos tienen preferencias ideológicas que generan el incentivo de reducir su probabilidad de ganar a cambio de acercarse más a su *bliss point*. En la sección [7] estudiaremos en detalle las implicancias de estos resultados.

## 6.2. Resolución de la Primera Etapa

Previo a la proposición de las plataformas óptimas  $\widehat{p}_1(\alpha_1, \alpha_2)$  y  $\widehat{p}_2(\alpha_1, \alpha_2)$ , cada candidato ofrecerá una transferencia  $\beta_i$  al cacique, con el fin de obtener sus votos  $\alpha$ .

**Proposición 2.** *Definimos  $\pi_{ij}$  como la utilidad que recibe el candidato  $i$  cuando los votos los compra el candidato  $j$ . Es decir  $\pi_{11} = \pi_1(\widehat{p}_1(\alpha, 0), \widehat{p}_2(\alpha, 0))$ ,  $\pi_{12} = \pi_1(\widehat{p}_1(0, \alpha), \widehat{p}_2(0, \alpha))$  y  $\pi_{22} = \pi_2(\widehat{p}_1(0, \alpha), \widehat{p}_2(0, \alpha))$ ,  $\pi_{21} = \pi_2(\widehat{p}_1(\alpha, 0), \widehat{p}_2(\alpha, 0))$ . Siendo  $\widehat{p}_i(\alpha_1, \alpha_2)$  las plataformas óptimas encontradas en [6] y [7]. Adicionalmente, definimos  $\pi_{i0}$  y  $\pi_{0i}$  como la utilidad que reciben los candidatos cuando nadie compra los votos.*

*Suponga que  $\forall i$  se cumple que  $\pi_{ii} > \pi_{ij}$  y  $\pi_{i0} < \max\{\pi_{ij}, \pi_{ii}\}$ . Entonces, las ofertas óptimas hechas por los candidatos al cacique son*

$$(12) \quad \beta_1^* = \min\{\Phi_1, R_1\} \quad y \quad \beta_2^* = \min\{\Phi_2, R_2\}.$$

Donde

$$(13) \quad \Phi_1 \equiv (\pi_{11} - \pi_{12}) \quad y \quad \Phi_2 \equiv (\pi_{22} - \pi_{21}).$$

□

**Demostración.** Demostración en A.4. ■

Es decir, la disposición a pagar  $\Phi_i$  corresponde al beneficio incremental de ganar la subasta versus el escenario de perderla y que la gane el otro candidato.

Los parámetros del modelo ( $\lambda_i, \delta_i, \bar{p}_i$  y  $\alpha$ ) determinan si se cumplen los supuestos de la proposición 2. Este caso corresponde al caso «esperable», ya que hay al menos un candidato que valora positivamente comprar votos, prefiriendo esa situación al *statu quo* de competencia. Sin embargo, ante valores muy altos de  $\lambda_i$  y muy bajos de  $\delta_i$ , la compra de votos podría perjudicar al candidato. Incluso más, la compra de votos podría reducir el beneficio tanto del candidato que los compra, como de su competidor. En la subsección 6.3, trataremos esos casos y mostraremos que, en general, no podemos asegurar unicidad del equilibrio.

## 6.3. Existencia y unicidad en la Primera Etapa

Notemos que la subasta en esta primera etapa corresponde a una subasta con externalidades (*Auctions with Identity Externalities*, IDE). En una subasta típica, cada participante está indiferente sobre quién gana la subasta si es que no es él mismo. En las IDE, en cambio, los perdedores reciben utilidad (o desutilidad) según quién ganó el premio. Un clásico ejemplo dado en Funk (1996) es la subasta de una pintura importante, en la que un museo perdedor

preferiría que la pintura vaya a parar a un coleccionista privado que a otro museo, ya que este podría potencialmente quitarle visitantes. El hecho clave en este tipo de subastas es que la disposición a pagar es endógena al equilibrio, por lo que esta solo se puede computar una vez terminada la subasta.

Como señala Jehiel y Moldovanu (1996), la existencia de externalidades crea potenciales interacciones estratégicas entre los jugadores pudiendo desincentivar la participación o incluso podría incentivar la participación de un jugador que no valora el objeto, pero quiere evitar que cierto jugador gane la subasta<sup>13</sup>.

Funk (1996) demuestra la existencia de equilibrio de Nash en estrategias puras en subastas de primer precio con externalidades, pero mostró que el equilibrio no era único. Klose y Kovenock (2015) hacen lo propio para una *all pay auction* con externalidades, estableciendo la existencia de múltiples equilibrios y caracterizándolos. En mi conocimiento, no se ha establecido un resultado de existencia de equilibrio en subastas de segundo precio con externalidades para el caso general. Por supuesto, lo anterior no implica que no pueda existir equilibrio en casos particulares.

A continuación, en la proposición 3 mostraremos dos conjuntos de parámetros. Para el primero, será equilibrio que ningún candidato participe de la subasta por comprar votos. Este equilibrio no es necesariamente único. Para el segundo caso, caso particular del primero, mostraremos que hay 2 equilibrios en estrategias puras y uno en estrategias mixtas.

**Proposición 3.** *Consideremos los siguientes casos:*

**Caso 1:** *Suponga que*

$$\pi_{i0} > \pi_{ii} \quad \forall i$$

*Entonces, es equilibrio que ningún candidato participe de la subasta*<sup>14</sup>

$$\beta_1^* = \beta_2^* = \phi$$

*con pagos*  $(\pi_{10}, \pi_{20})$

**Caso 2:** *Suponga que*

$$\pi_{12} < \pi_{11} < \pi_{10}$$

$$\pi_{21} < \pi_{22} < \pi_{20}$$

*Entonces hay 2 equilibrios en estrategias puras y 1 en estrategias mixtas:*

---

<sup>13</sup>En el ejemplo anterior, un museo que no valora la pintura podría participar e intentar obtenerla solo para que su competencia no la consiga. Este ejemplo pone en duda la idoneidad de las subastas como mecanismo de maximización del bienestar social en contexto de externalidades.

<sup>14</sup>Recordemos que  $\beta_i = \phi$  denota la no participación del candidato  $i$  en la subasta.

- $\beta_1^* = \beta_2^* = \phi$  con pagos  $(\pi_{10}, \pi_{20})$
- $\beta_1^* = \min\{\Phi'_1, R_1\}$  y  $\beta_2^* = \min\{\Phi'_2, R_2\}$

Donde  $\Phi'_1 \equiv \max\{0, \pi_{1,1} - \pi_{12}\}$  y  $\Phi'_2 \equiv \max\{0, \pi_{2,2} - \pi_{21}\}$

Los pagos corresponden a  $(\pi_{12}, \pi_{22})$

- Equilibrio en estrategias mixtas donde la probabilidad de participar es<sup>15</sup>:

$$\begin{aligned} (\sigma_1^*, 1 - \sigma_1^*) &= \left( \frac{\mathbb{E}(\pi_{2\bullet}) - \pi_{21}}{\pi_{20} - \pi_{22} + \mathbb{E}(\pi_{2\bullet}) - \pi_{21}}, \frac{\pi_{20} - \pi_{22}}{\pi_{20} - \pi_{22} + \mathbb{E}(\pi_{2\bullet}) - \pi_{21}} \right) \\ (\sigma_2^*, 1 - \sigma_2^*) &= \left( \frac{\mathbb{E}(\pi_{1\bullet}) - \pi_{12}}{\pi_{10} - \pi_{11} + \mathbb{E}(\pi_{1\bullet}) - \pi_{12}}, \frac{\pi_{10} - \pi_{11}}{\pi_{10} - \pi_{11} + \mathbb{E}(\pi_{1\bullet}) - \pi_{12}} \right) \end{aligned}$$

Con  $0 < \sigma_i^* < 1 \ \forall i$ .

Y las ofertas de los candidatos, en caso de participar, serán de

$$\beta_1^* = \min\{\Phi'_1, R_1\} \text{ y } \beta_2^* = \min\{\Phi'_2, R_2\}$$

Donde  $\Phi'_1 \equiv \max\{0, \pi_{1,1} - \pi_{12}\}$  y  $\Phi'_2 \equiv \max\{0, \pi_{2,2} - \pi_{21}\}$

□

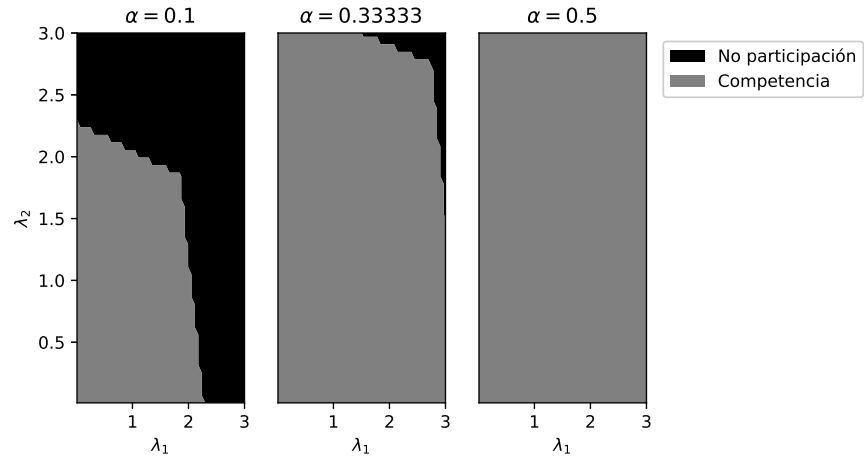
**Demostración.** Demostración en A.4. ■

En las siguientes figuras podemos ver un conjunto de parámetros en donde obtenemos distintos equilibrios. En cada gráfico, los puntos marcados en color gris indican que ambos candidatos valoran los votos (proposición 2), por lo que podemos asegurar que participarán de la subasta. En cambio, los puntos marcados con negro indican parámetros en los que no se cumplen los supuestos de la proposición 2, por lo que los equilibrios correspondientes podrían incluir no participación en la subasta y estrategias mixtas (proposición 3).

La figura 3, si  $\lambda_i$  es suficientemente alto, los candidatos no participarán de la subasta por obtener los votos del cacique. Este efecto se acentúa en la medida en que  $\alpha$  es más pequeño. Por el contrario, si  $\alpha = 0,5$ , los candidatos siempre competirán por comprar los votos. En la figura 4 vemos cómo cambian los equilibrios si ante distintos valores de  $\delta_1$  y  $\lambda_1$ . Para valores pequeños de  $\delta_1$ , es posible que el candidato decida no competir por los votos frente a valores moderados de  $\lambda_1$ , incluso si  $\alpha$  es grande. Por otro lado, si  $\lambda_i$  crece se necesitarán valores más grandes de  $\delta_1$  para que el candidato decida asistir a la subasta.

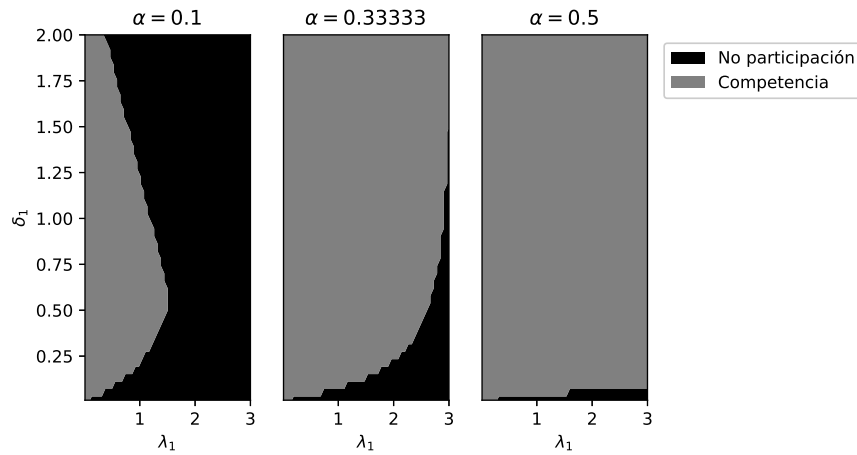
<sup>15</sup> $\mathbb{E}(\pi_{i\bullet})$  se refiere al valor esperado para el candidato  $i$  al participar en la subasta cuando ambos candidatos compiten. No hemos modelado este valor ya que necesitamos asumir cierta distribución para los parámetros del modelo, de manera que los participantes puedan hacerse una expectativa de la valoración del contrincante. Basta con asumir que  $\mathbb{E}(\pi_{i\bullet}) = \mu_1 \pi_{i1} + (1 - \mu_1) \pi_{i2}$  con  $\mu_1 > 0$  y  $\mu_2 = 1 - \mu_1 > 0$ .

Figura 3:  
Distintos equilibrios: Interacción  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$



Nota: Considera  $\bar{p}_1 = -0,5$  y  $\bar{p}_2 = 0,5$  y  $\delta_1 = \delta_2 = 1$

Figura 4:  
Distintos equilibrios: Interacción  $\lambda_1$  y  $\delta_1$



Nota: Considera  $\bar{p}_1 = -0,5$  y  $\bar{p}_2 = 0,5$ ,  $\lambda_2 = 2$  y  $\delta_2 = 1$



## 7. Resultados principales: Estática comparativa

### 7.1. Efecto en las plataformas propuestas y divergencia de la mediana

Ahora, sacaremos conclusiones a partir de los resultados anteriores. Todas las demostraciones se encuentran en el apéndice A1.

En relación a las plataformas óptimas en la segunda etapa (ecuaciones [6] a [11]) tenemos los siguientes resultados:

**Resultado 1 (Efecto cacique).** *La plataforma del candidato que compra votos diverge de la mediana más que el benchmark competitivo ( $\widehat{p}_1(0, 0)$  y  $\widehat{p}_2(0, 0)$ ).*

$$\begin{aligned} |\widehat{p}_1(\alpha, 0) - 0| &> |\widehat{p}_1(0, 0) - 0| \\ |\widehat{p}_2(0, \alpha) - 0| &> |\widehat{p}_2(0, 0) - 0| \end{aligned}$$

□

**Demostración.** Demostración en A.4. ■

Este resultado muestra que la compra de votos implica una mayor divergencia de la mediana en el momento en que el candidato compra los votos. Esto se produce porque la votación del segmento clientelar de la militancia reduce el peso que tiene el segmento ideológico del partido, en consecuencia, acercarse a la mediana de dicho segmento es menos valioso. Esta divergencia es potenciada por la abstención electoral que genera el parámetro  $\lambda$ , haciendo que la militancia ideológica sea aún menos relevante.

**Resultado 2 (Corrupción complementaria).** *El candidato que no compra los votos diverge más del benchmark competitivo que si nadie comprara los votos*

$$\begin{aligned} |\widehat{p}_1(0, \alpha) - 0| &> |\widehat{p}_1(0, 0) - 0| \\ |\widehat{p}_2(\alpha, 0) - 0| &> |\widehat{p}_2(0, 0) - 0| \end{aligned}$$

□

**Demostración.** Demostración en A.4. ■

Este efecto es menos intuitivo. Vemos que el uso de votos corruptos no solo hace diverger la plataforma política de quien los usa, sino que también de quien no los usa. Esto se debe a que, independiente de quién compra votos, la militancia ideológica pasa a ser menos relevante, por lo que hay menos incentivos para acercarse a ellos. Naturalmente, un candidato

sin ppreferencias ideológicas (con  $\delta_i = 0$  o muy bajo), este efecto no aplicaría o sería menos relevante, ya que el interés del candidato iría únicamente en ganar la elección <sup>16</sup>.

**Resultado 3 (Efecto militancia).** *Las plataformas divergen más de la mediana a medida que aumenta la cantidad de militantes no ideológicos*<sup>17</sup>.

$$\begin{aligned}\frac{d\widehat{p}_1(\alpha, 0)}{d\alpha} &= \frac{1}{4\delta_1} (-1 - \lambda_1 + 2\alpha\lambda_1) < 0 \\ \frac{d\widehat{p}_2(\alpha, 0)}{d\alpha} &= \frac{1}{4\delta_2} > 0 \\ \frac{d\widehat{p}_1(0, \alpha)}{d\alpha} &= -\frac{1}{4\delta_1} < 0 \\ \frac{d\widehat{p}_2(0, \alpha)}{d\alpha} &= \frac{1}{4\delta_2} (1 + \lambda_1 - 2\alpha\lambda_2) > 0\end{aligned}$$

□

**Demostración.** Demostración en A.4. ■

Este efecto nos dice que en la medida en que el segmento ideológico de la militancia tiene un menor peso, los incentivos que tienen los candidatos para acercarse a la mediana se reducen. De hecho, en el caso límite en que el partido es completamente clientelar (i.e.  $\alpha \rightarrow 1$ ), las plataformas de los candidatos tienden a sus respectivos *bliss points*,  $\bar{p}_1$  y  $\bar{p}_2$ .

Estos resultados se encuentran resumidos en la figura [5]. Como vemos, el escenario en el que los candidatos deben acercarse más a la mediana del partido es cuando nadie compra votos (i.e.  $\widehat{p}_1(0, 0)$  y  $\widehat{p}_2(0, 0)$ ). Por otra parte, el candidato 1 (resp. candidato 2) se aleja más de la mediana cuando su rival se lleva los votos que cuando nadie los compra. Sin embargo, el escenario en el que más se aleja de la mediana es cuando él mismo gana los votos. Además, vale señalar que en la medida en que  $\alpha$  crece la divergencia de la mediana aumenta.

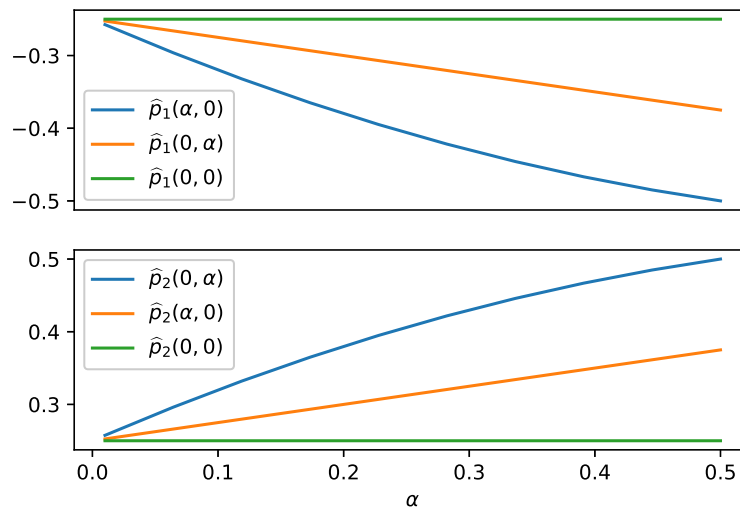
Estos tres resultados aparentemente se contraponen a Huntington (1968). Este señala que los sistemas políticos con partidos clientelares o con patronazgo tienden a ser menos ideológicos. Sin embargo, el resultado presentado en este trabajo nos muestra la distorsión en la representación de las preferencias del partido político. En este sentido, si el candidato que compra votos tuviera preferencias «centristas», el efecto sería que la plataforma ganadora sería centrista. El efecto clave es la distorsión en la representación de los militantes del partido.

---

<sup>16</sup>Esta última intuición es válida porque el premio por acercarse a su *bliss point* es independiente de si gana o no la elección. En el caso hipotético de un candidato que tiene una probabilidad cero de ganar la elección, este tendría el incentivo de proponer exactamente su *bliss point*.

<sup>17</sup>Esto se cumple para  $\alpha < 1/2$

Figura 5: Plataformas óptimas



Nota 1: Cálculo considerando  $\bar{p}_1 = -0,5$ ,  $\bar{p}_2 = 0,5$ ,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$  y  $\delta_1 = \delta_2 = 2$   
 Nota 2: Las restricciones presupuestarias o están activas.

## 7.2. Polarización y su Efecto en la Compra de Votos

Ahora nos centraremos en la etapa de compra de votos. Mostramos que, a mayor lejanía de la mediana del partido, aumenta la disposición a pagar por los votos del cacicque.

**Resultado 4 (Extremismo y Mayor Disposición a Comprar Votos).** *Suponga que  $R_1$  y  $R_2$  son suficientemente grandes tales que  $\Phi_i = \beta_i$ <sup>18</sup>. Luego, se cumple que*

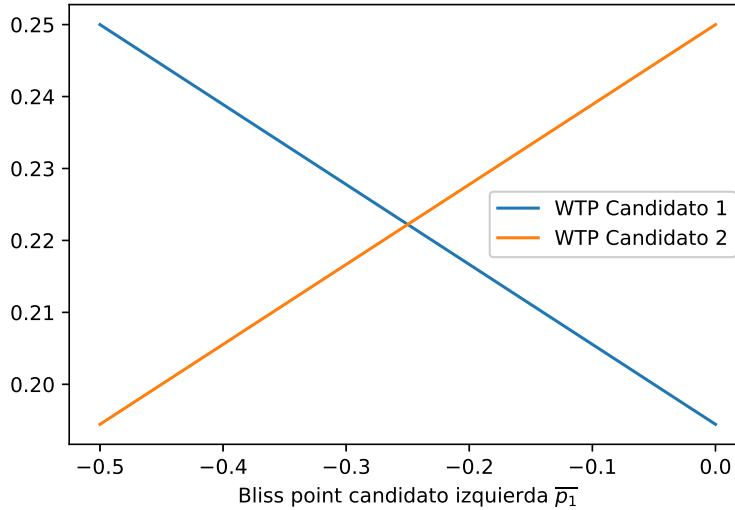
$$\Phi_1 \geq \Phi_2 \iff |\bar{p}_1| \geq |\bar{p}_2|$$

□

**Demostración.** Demostración en A.4. ■

Lo que dice el resultado anterior es que aquel candidato que tenga mayor distancia con la mediana del partido (i.e.  $|\bar{p}_i - p_m| = |\bar{p}_i|$ ) tendrá una mayor disposición a comprar los votos del cacicque. Además, podemos probar que la disposición a pagar que la disposición a pagar  $\Phi_i$  aumenta con la distancia del *bliss point* del candidato con respecto a la mediana. Como vemos en la figura 6, cuando los *bliss points* son iguales, las disposiciones a pagar son iguales. En cambio, en los tramos en que el candidato 1 está más lejos de la mediana ( $|\bar{p}_1| > 0,25$ ) seá este candidato el que estará dispuesto a pagar más por comprar votos. Lo contrario sucede cuando el candidato más extremista es el candidato 2.

Figura 6: Extremismo y Disposición a pagar por votos



Nota 1: Cálculo considerando  $\bar{p}_2 = 0,25$ ,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$ ,  $\delta_1 = \delta_2 = 2$  y  $\alpha = 1/3$ .

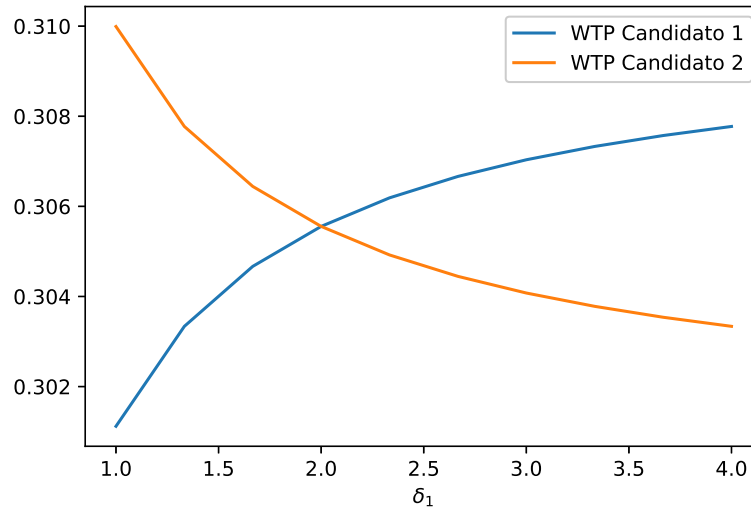
Nota 2: Las restricciones presupuestarias no están activas.

<sup>18</sup>Un número  $\bar{R}$  suficientemente grande es la mayor utilidad entre ambos candidatos obtenida de evaluar cada función de beneficios en la máxima votación posible, en el *bliss point* y sin gastar recursos, i.e.  $\bar{R} = \max_i \pi_i(1, \bar{p}_i, 0)$

También vemos en la figura 6 es que en la medida en que la polarización aumenta, la disposición a pagar también. Al mismo tiempo, cuando cuando las preferencias se acercan a la mediana, la disposición a comprar votos se reduce.

Otro efecto interesante es el que vemos en la figura 7. En la medida en que  $\delta_1$  aumenta, la disposición a pagar crece. En cambio, si la penalización por desviarse del *bliss point* baja, la disposición a pagar también baja.

Figura 7: Costo ideológico y Disposición a pagar por votos



Nota 1: Cálculo considerando  $\bar{p}_2 = 0,25$ ,  $\bar{p}_1 = -0,25$ ,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$ ,  $\delta_2 = 2$  y  $\alpha = 1/3$ .

Nota 2: Las restricciones presupuestarias no están activas.

**Resultado 5 (Nivel de clientela y disposición a pagar).** *Suponga que  $\delta_1 = \delta_2$  y  $\lambda_1 = \lambda_2$ . Entonces es condición suficiente que  $\lambda_i \leq 1$  y  $\delta_i \geq 1/4$  para que se cumpla que*

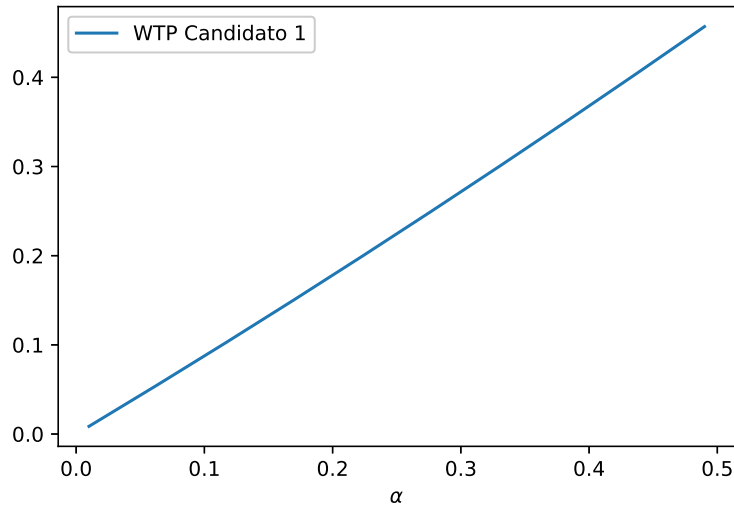
$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial \alpha} \geq 0 \quad \forall \alpha \in [0, 1]$$

□

**Demostración.** Demostración en A.4. ■

Como vemos en la figura 8, cuando  $\alpha$  se acerca a cero, la disposición a pagar tiende a cero. En cambio, mientras mayor es la fracción de votos clientelares, la disposición a pagar aumenta.

Figura 8: Nivel de clientelismo y Disposición a pagar por votos



Nota 1: En este caso  $\Phi_1 = \Phi_2$ .

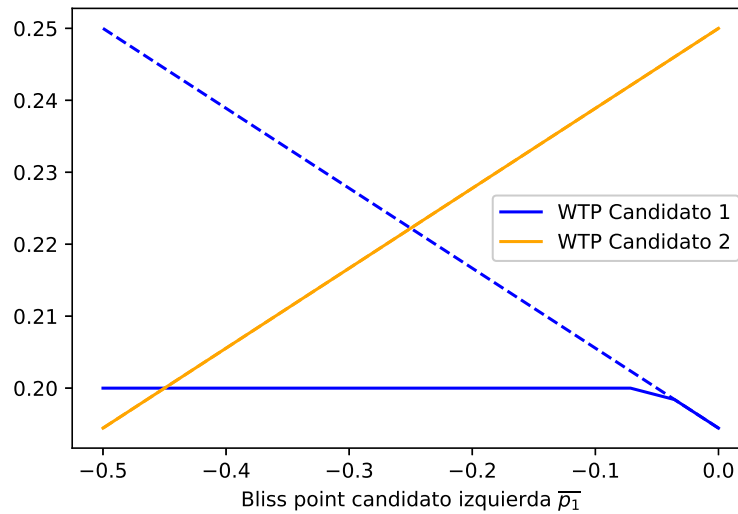
Nota 2: Se utilizan los mismos parámetros que en la figura 5.

Nota 3: La restricción presupuestaria no está activa.

### 7.3. Interacción entre Extremismo y Recursos

Consideremos ahora el caso en que las restricciones presupuestarias se vuelven activas. A partir de la proposición 2, vemos que aunque un candidato tenga una mayor disposición a pagar, sus recursos eventualmente podrían llevarlo a no comprar los votos. En la figura [9] vemos el caso en que el candidato 1, pese a valorar más la compra de votos, tiene su restricción activa, por lo que no puede acceder a ellos. Recordemos que no estamos modelando cómo el candidato obtiene los recursos, sino que los suponemos exógenos al modelo.

Figura 9: Disposición a pagar por votos y restricción presupuestaria



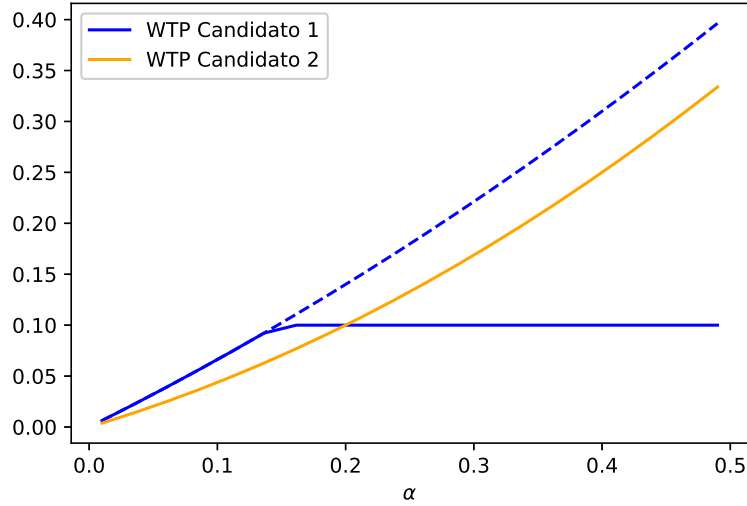
Nota 1: Las líneas entrecortadas corresponden a las disposiciones a pagar sin restricciones.

Nota 2: Se utilizan los mismos parámetros que en la figura 5.

Nota 3: Considera  $R_1 = 0,2$

Otro resultado interesante es ver qué pasa con cambios en  $\alpha$ . Como vemos en la figura 10, cuando el nivel de votos disponibles del cacique es bajo, la disposición a pagar de ambos candidatos es baja. Al ser baja esta magnitud, las restricciones presupuestarias no son activas, por lo que los votos los compraría el candidato más extremista. Sin embargo, en la medida en que la proporción de votos clientelares crece, las restricciones presupuestarias se hacen activas, por lo que los votos los pasa a comprar el candidato 2, pese a ser menos extremista.

Figura 10: Disposición a pagar por votos y restricción presupuestaria 2



Nota 1: Las líneas entrecortadas corresponden a las disposiciones a pagar sin restricciones.

Nota 2: Se utilizan los mismos parámetros que en la figura 5.

Nota 3: Considera  $R_1 = 0,1$ .

## 8. El caso de dos partidos y elección general

Consideramos el efecto de la competencia externa sobre la primaria al interior del partido. El ganador de la primaria, debe enfrentarse en la elección general a un candidato externo de otro partido. Concluiremos que, si bien los resultados anteriores se mantiene, el efecto de la compra de votos se reduce.

Para hacer tratable el análisis, se introducen dos supuestos simplificadorios. Primero, se asume que la plataforma del candidato externo es exógena e igual al votante que se encuentra en la mediana de la distribución de preferencias generales. Segundo, asumimos que las plataformas que los candidatos escogen en la primaria no pueden ser cambiadas en la elección general. Es decir, se descarta un comportamiento oportunista de parte de los candidatos. Este supuesto implica que existe un costo de credibilidad importante al momento de cambiar la propuesta política, lo cual disuadiría este comportamiento<sup>19</sup>.

es “pegajosa”. Intuitivamente, existe un costo de credibilidad de proponer algo significativamente distinto en la primaria que en la elección general. Consideramos el caso más extremo en que la plataforma propuesta en la primaria es un compromiso firme.

### Descripción:

Considere ahora que el candidato que gane la elección interna del partido deberá competir en una elección general contra un candidato de otro partido. La nueva función de utilidad

<sup>19</sup>Si bien este costo podría solamente *atenuar* la discrepancia entre ambas plataformas y no necesariamente eliminarla, asumiremos que este costo es lo suficientemente alto como para evitarla completamente.



será

$$(14) \quad \pi_i(\varphi_i, p_i, \beta_i) = \varphi_i + \varphi_i \varphi_i^g \cdot A - \delta_i (p_i - \bar{p}_i)^2 + m(R_i - \beta_i),$$

donde la ecuación 14 es idéntica a [1], salvo por  $\varphi_i \varphi_i^g \cdot A$ , donde  $\varphi^g$  es la probabilidad de ganar la elección general, que depende de las plataformas propuestas, y  $A$  es el pago recibido por ganar esta elección. Notemos que [14] refleja el pago esperado de todo el proceso electoral dados  $\varphi$  y  $\varphi^g$ . En efecto, dejando de lado la función de pérdida ideológica y suponiendo que el pago por ganar la primaria es  $A_0$  (en este trabajo hemos supuesto implícitamente que  $A_0 = 1$ ) el pago esperado es

$$\varphi((1 - \varphi^g) \cdot A_0 + \varphi^g \cdot (A_0 + A)) + (1 - \varphi) \cdot 0 = \varphi A_0 + \varphi \varphi^g A$$

En otras palabras, el término  $\varphi_i \cdot \varphi_i^g$  refleja la probabilidad de ganar la primaria y la elección general.

Consideraremos un partido con las mismas características ya descritas. Por otro lado, en la elección general las preferencias de los votantes se distribuyen uniforme en el intervalo  $[-1/2, 1/2]$ .

La función 14 queda como

$$\pi_i(\varphi_i, p_i, \beta_i) = \varphi_i + \varphi_i \cdot \left( \frac{p_i + p_{ex}}{2} + \frac{1}{2} \right) A - \delta_i (p_i - \bar{p}_i)^2 + m(R_i - \beta_i),$$

Donde  $p_{ex}$  representa la plataforma propuesta por el candidato del otro partido en la elección externa. La elección de dicha plataforma no ha sido modelada, si no que supondremos que esta siempre coincide con la mediana de las preferencias. Además, hemos supuesto que estas preferencias se distribuyen uniforme.

Las funciones de reacción son <sup>20</sup>

$$\begin{aligned} \hat{p}_1(p_2) &= \left( \frac{0,25(1-\alpha)(1-\alpha\lambda_1)}{2\delta_1 - 0,5(1-\alpha)(1-\alpha\lambda_1)} \right) \cdot p_2 + \frac{\alpha^2\lambda_1 - \alpha\lambda_1 - 0,5\alpha + 2\delta_1\bar{p}_1 + 1}{-0,5\alpha^2\lambda_1 + 0,5\alpha\lambda_1 + 0,5\alpha + 2\delta_1 - 0,5} \\ \hat{p}_2(p_1) &= \left( \frac{0,25(1-\alpha)}{0,5\alpha + 2\delta_2 - 0,5} \right) \cdot p_1 + \frac{\alpha + 2\delta_2\bar{p}_2 - 1}{0,5\alpha + 2\delta_2 - 0,5} \end{aligned}$$

Luego, las plataformas óptimas postuladas por cada candidato son

---

<sup>20</sup>Por simplicidad  $A = A_0 = 1$

$$\begin{aligned}\widehat{p}_1(\alpha, 0) &= \frac{\delta_1(\alpha - 1 + 4\delta_2)}{M} \cdot \overline{p}_1 + \frac{\delta_2((1 - \alpha)(1 - \lambda_1\alpha))}{2M} \cdot \overline{p}_2 + \\ &+ \frac{(3/4)\lambda\alpha^3 + (2\delta_2\lambda_1 - (3/2)\lambda - (1/2))\alpha^2}{M} + \\ &\frac{(-2\delta_2\lambda_1 - \delta_2 + (3/4)\lambda_1 + (3/4))\alpha + 2\delta_2 - 3/4}{M}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\widehat{p}_2(\alpha, 0) &= \frac{\delta_1(1 - \alpha)}{8M} \cdot \overline{p}_1 + \frac{\alpha\delta_2(1 + \lambda_1(1 - \alpha)) + 4\delta_2\delta_1 - \delta_2}{4M} \cdot \overline{p}_2 - \\ &- \frac{(1 - \alpha) + 1/32\alpha}{2M}\end{aligned}$$

Donde  $M$  es una constante que depende los parámetros del modelo, i.e.  $\alpha$ ,  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  y  $\lambda_1$ .

**Resultado 6 (Moderación de las plataformas).** *Considere una elección general donde las preferencias de los votantes están distribuidas de acuerdo a  $G \sim [-1/2, 1/2]$ . Los candidatos al interior del partido resuelven [8]. Además, suponga que el candidato que participará como oponente del candidato que gane la elección interna siempre escogerá proponer la mediana de la distribución, i.e.  $p^{ex} = 0$ . Entonces, se cumple que  $\forall \alpha \in [0, 1]$*

$$\begin{aligned}|\widehat{p}_1(\alpha, 0)| &> |\widehat{p}_1^g(\alpha, 0)| \\ |\widehat{p}_2(0, \alpha)| &> |\widehat{p}_2^g(0, \alpha)|\end{aligned}$$

□

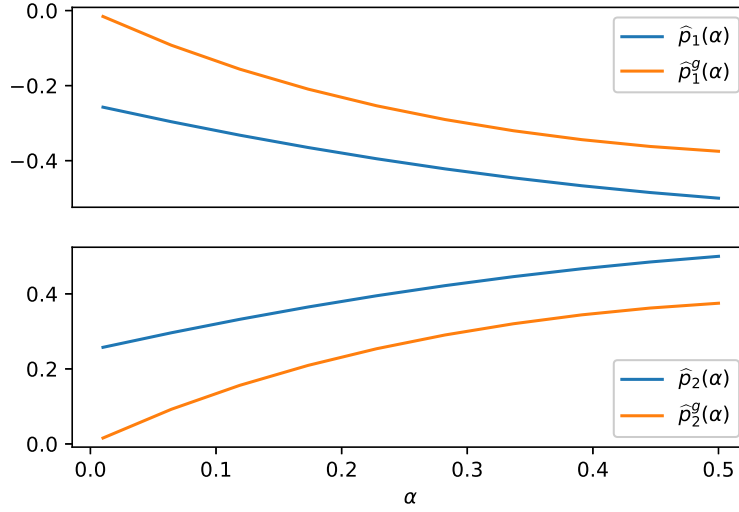
**Demostración.** Demostración en A.4. ■

Este resultado se refleja en la figura 11. Como vemos, la plataforma en presencia de elecciones generales está más cercana a la mediana que sin elecciones generales. No obstante este efecto moderador, se sigue cumpliendo que el mayor nivel de votos clientelares implica una mayor divergencia de la mediana.

Una forma de cuantificar este efecto moderador sobre las plataformas políticas es calculando el nivel de militancia clientelar  $\alpha_0$  necesaria para que ambas plataformas se igualen. Es decir, para un nivel de militancia clientelar  $\alpha$  encontrar  $\alpha_0(\alpha)$  tal que

$$(15) \quad \widehat{p}_1(\alpha_0(\alpha), 0) = \widehat{p}_1^g(\alpha, 0)$$

Figura 11: Plataformas óptimas con elección general



Nota 1:  $\hat{p}_i^g$  corresponde a la plataforma óptima de  $i$  cuando hay elección general.

Nota 2: Se utilizan los mismos parámetros que en la figura 5.

Luego, el ratio  $\frac{\alpha(\alpha)}{\alpha_0(\alpha)}$  nos indica cuántas veces tiene que ser la militancia clientelar en el caso con elecciones generales con respecto al caso sin elecciones generales, para que las plataformas sean las mismas. Mientras más alto sea este ratio, mayor será el efecto moderador de la elección general. Reemplazando directamente en [15] la expresión [6], tenemos que, si  $\lambda_1 > 0$ ,  $\alpha_0(\alpha)$  es

$$\alpha_0(\alpha) = \frac{1 + \lambda_1}{2\lambda_1} - \frac{\sqrt{(1 + \lambda_1)^2 - 4 + 16\lambda_1\delta_1(\hat{p}_1^g(\alpha, 0) - \bar{p}_1)}}{2\lambda_1}$$

Mientras que se  $\lambda_1 = 0$ ,  $\alpha_0(\alpha)$  es

$$\alpha_0(\alpha) = 1 - 4\delta_1(\hat{p}_1^g(\alpha, 0))$$

**Resultado 7 (Medición del efecto moderador).** *Considere la función  $\alpha_0(\alpha)$  definida implícitamente en la ecuación [15]. Entonces, se cumple que*

$$\frac{d\alpha_0(\alpha)}{d\alpha} > 0$$

□

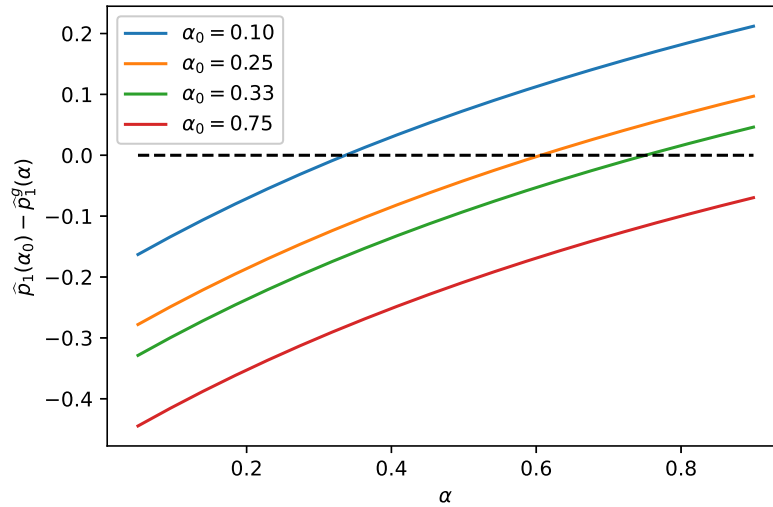
**Demostración.** Demostración en A.4. ■

Por ejemplo, si tomamos  $\bar{p}_1 = -\bar{p}_2 = -1/2$  y  $\delta_1 = \delta_2 = 2$ ,  $\alpha_0$  se puede aproximar por<sup>21</sup>

$$\begin{aligned}\alpha_0(\alpha) &\approx 0,87\alpha - 0,43 \text{ si } \lambda_1 = 0 \\ \alpha_0(\alpha) &\approx 0,41\alpha + 0,02 \text{ si } \lambda_1 = 1 \\ \alpha_0(\alpha) &\approx 0,33\alpha + 0,19 \text{ si } \lambda_1 = 2\end{aligned}$$

Esto implica, por ejemplo, que si  $\lambda = 1$  y  $\alpha_0 = 30\%$ , se necesitaría un nivel de clientelismo  $\alpha \approx 66\%$  para que la plataforma sea tan extrema en un contexto con elecciones externas. Este resultado se puede ver en la figura 12. Mientras mayor sea el nivel de clientelismo  $\alpha_0$  en un contexto sin elecciones generales, mayor deberá ser el nivel de clientelismo  $\alpha$  en el contexto con elecciones generales.

Figura 12: Efecto moderador de la elección general



Nota 1:  $\hat{p}_i^g$  corresponde a la plataforma óptima de  $i$  cuando hay elección general.

Nota 2: La línea entrecortada indica los puntos en que  $\hat{p}_1(\alpha) - \hat{p}_1^g(\alpha) = 0$ .

Nota 3: Se utilizan los mismos parámetros que en la figura 5.

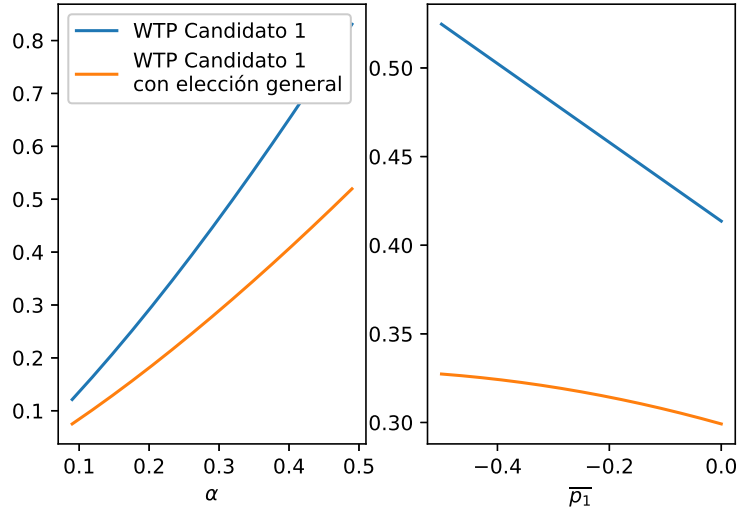
Un último análisis para mostrar el efecto de las elecciones externas sobre la dinámica de compra de votos es comparar la disposición a comprar los votos del cacique entre el escenario original solo con elecciones internas y el escenario con elección general. Primero debemos notar que no se pueden comparar estas disposiciones a pagar directamente, ya que el escenario con elección interna suma el beneficio esperado de ganar la elección general al beneficio esperado de ganar la primaria. En consecuencia, la disposición a pagar será siempre mayor en este caso.

Para evitar este problema, compararemos un escenario el que la elección interna determina perfectamente la elección general con un escenario en el que la elección general es competitiva.

<sup>21</sup>Esto corresponde a una aproximación de Taylor de primer orden en torno a  $\bar{\alpha} = 0,5$ . En la demostración del resultado 7 detallamos este resultado.

Como vemos en la figura 13, la presencia de una elección general competitiva reduce la disposición a pagar por los votos del cacique.

Figura 13: Disposición a pagar con elecciones generales



Nota 1: El primer gráfico considera  $\bar{p}_1 = -0,5$  y  $\bar{p}_2 = 0,5$

Nota 2: El segundo gráfico considera  $\alpha = 0,33$  y  $\bar{p}_2 = 0,5$ .

Nota 3: El resto de los parámetros son los mismos que en la figura 5.

Nota 4: No se consideran restricciones presupuestarias.

## 9. Conclusiones

En este trabajo hemos estudiado una institución informal relevante para Chile y Latinoamérica: El clientelismo. Hemos visto que los sistemas políticos clientelares tienen un rol importante en el desempeño de los sistemas democráticos, sin embargo, no se había estudiado la relación entre este fenómeno y la competencia electoral al interior de los partidos políticos desde la perspectiva de la Economía Política.

Vimos que el clientelismo acentúa la divergencia de las plataformas políticas respecto a la mediana de las preferencias del partido político, lo cual reduce la representación de la militancia. Además, mostramos que aquellos candidatos con preferencias ideológicas más lejanas de la mediana del partido son aquellos que tienen mayor disposición a usar redes clientelares. Además, la posible abstención de la militancia no clientelar, refuerza esta divergencia.

Mostramos que la compra de votos no solo hace divergir la plataforma de quienes compran votos, sino que también permite que los candidatos que no usan redes clientelares también puedan mover sus plataformas lejos de la mediana, ya que la militancia no clientelar tiene un menor peso relativo sobre el total de votos.

Por otra parte, la existencia de elecciones generales permite moderar de forma importante este efecto, limitando la divergencia con respecto a la mediana, reduciendo, en consecuencia, el valor que los candidatos otorgan a la compra de votos. Esto quiere decir que en sistemas políticos en los que hay baja competitividad entre partidos, en general el valor por usar redes clientelares será mayor que en sistemas políticos con alta competencia electoral entre partidos.

Dentro de los límites del modelo presentado, está el hecho de que el cacique entrega los votos con independencia de la ideología del candidato, lo cual no es necesariamente un supuesto realista en todos los casos. En este sentido, una posible profundización del modelo iría por modelar la existencia de más de un cacique, de manera que se produzca un *match* ideológico entre el candidato y el cacique. Otra limitante de este modelo es que toma como exógenos los recursos que tiene cada candidato para comprar los votos del cacique. En este sentido, sería interesante sería modelar la obtención de estos recursos de parte de financistas, obteniendo un modelo *híbrido* con el de Grossman y Helpman (1996). En la misma línea, se podría estudiar la relación con las características personales del candidato, las cuales podrían afectar la facilidad del candidato para comprar votos.

Finalmente, el presente trabajo sugiere distintos mecanismos para limitar los efectos del clientelismo. Por una parte, la competencia entre partidos puede limitar de manera importante los efectos predichos por este modelo. En este sentido, fortalecer las primarias entre partidos podría reducir los efectos distorsionadores de la presencia de votantes clientelares. Otro mecanismo es aumentar la transparencia en los procesos internos del partido, de manera que el uso de redes clientelares sea notorio para los votantes ideológicos. Esto último, en términos de nuestro modelo, aumentará la penalización por comprar votos, lo cual, como también muestra nuestro modelo, puede desincentivar completamente la compra de votos.

## A. Apéndice

### A.1. Modelación alternativa: Maximizando la probabilidad de ganar

Hasta este punto no hemos ocupado la probabilidad de que un candidato gane, sino que hemos usado el porcentaje de votos sobre el total o el margen de votos. Sin embargo, estas medidas, en general, no son equivalentes, (*win motivation vs. vote motivation*, ver Duggan (2005)). Además, en presencia de preferencias ideológicas de parte de los candidatos, se requieren condiciones adicionales para que estas dos medidas generen resultados equivalentes. Encontrar resultados generales para el caso en que se maximiza la probabilidad de ganar resulta más complicado que para el caso de maximización de votos. Si bien es cierto que hay contextos en que es más adecuado utilizar la maximización de votos, por ejemplo, en elecciones legislativas. A continuación presentamos un modelo en el que sí calculamos la probabilidad de victoria.

Al igual que en el modelo original, tenemos un segmento de votantes ideológicos y un segmento de votantes clientelares. Para el caso de los votantes clientelares, estos votarán por el candidato que compre los votos. En el caso de los votantes ideológicos consideraremos el esquema de voto probabilístico usado en Kamada y Kojima (2013) y Kamada y Kojima (2014). En este modelo, cada votante  $i$  recibe los siguientes niveles de utilidad según gane el candidato 1 o 2.

$$\begin{aligned}u_i^1 &= -(p_i - p_1)^2 + \eta \\u_i^2 &= -(p_i - p_2)^2\end{aligned}$$

En este modelo  $p_i$  es el *bliss point* del votante  $i$  y  $p_1$  y  $p_2$  son las plataformas propuestas<sup>22</sup> por 1 y 2. Por otra parte,  $\eta$  corresponde a un *shock* general sobre las preferencias. Este valor  $\eta$  es lo que se conoce como valencia del candidato, la cual refleja características relevantes del candidato que son independientes de la plataforma política propuesta, por ejemplo, la habilidad percibida para manejar conflictos, su carisma o incluso accidentes, positivos o negativos, que surjan durante la campaña. Notemos que  $\eta$  no es necesariamente  $\geq 0$ , ya que un valor negativo se puede interpretar como una valencia positiva del otro candidato<sup>23</sup>. Supondremos que  $\eta \sim G$  con media cero y que las preferencias de los votantes se distribuyen  $p \sim F$ .

El votante  $i$  votará por 1 siempre que  $u_i^1 \geq u_i^2$ . Por lo tanto el votante indiferente entre ambos candidatos será aquel con preferencias  $p$  tal que

---

<sup>22</sup>Hay un pequeño abuso de notación ya que  $p_1$  y  $p_2$  solo puede representar a los candidatos, pese a que  $p_i$  representa a un votante

<sup>23</sup>Este modelo es equivalente a un modelo con un *shock* distinto para cada candidato,  $\eta_1$  y  $\eta_2$ , donde  $\eta \equiv \eta_1 - \eta_2$

$$-(p - p_1)^2 + \eta = -(p - p_2)^2$$

$$p^* = \frac{p_1 + p_2}{2} + \frac{\eta}{2(p_2 - p_1)} = p^m + \frac{\eta}{2(p_2 - p_1)}$$

Por lo tanto, la cantidad de votos obtenidos por el candidato 1 en el segmento ideológico será

$$\int_{-\infty}^{p^*} dF(p) = F(p^*) - F(-\infty) = F(p^*)$$

Notemos que si  $\eta = 0$  entonces  $p^* = (p_A + p_B)/2 = p^m$ , por lo que el total de votos en el segmento ideológico se reduce al de nuestro modelo original. Por lo tanto, el porcentaje de votos totales que obtiene el candidato 1, en caso de comprar los votos del cacique, es

$$V_1 = \alpha + (1 - \alpha)F(p^*)$$

Luego, la probabilidad de que el candidato 1 gane es

$$\begin{aligned} \Pr\left(V_1(\alpha, 0) \geq \frac{1}{2}\right) &= \Pr\left(F(p^*) \geq \frac{1 - 2\alpha}{2(1 - \alpha)}\right) = \Pr\left(p^* \geq F^{-1}\left(\frac{1 - 2\alpha}{2(1 - \alpha)}\right)\right) \\ &= \Pr\left(\frac{p_1 + p_2}{2} + \frac{\eta}{2(p_2 - p_1)} \geq F^{-1}\left(\frac{1 - 2\alpha}{2(1 - \alpha)}\right)\right) \\ &= \Pr\left(\eta \geq 2\left(F^{-1}\left(\frac{1 - 2\alpha}{2(1 - \alpha)}\right) - p^m\right)(p_2 - p_1)\right) \\ (16) \quad &= 1 - G\left(2\left(F^{-1}\left(\frac{1 - 2\alpha}{2(1 - \alpha)}\right) - p^m\right)(p_2 - p_1)\right) \end{aligned}$$

Antes de continuar, vale la pena señalar un par de conclusiones directas de la anterior expresión. Si  $\alpha = 0$ , es decir, no hay militancia clientelar, vemos que

$$F^{-1}\left(\frac{1 - 2\alpha}{2(1 - \alpha)}\right) = F^{-1}(1/2) = 0$$

Por lo que ante plataformas iguales o simétricas en torno a la mediana tenemos que

$$\Pr\left(V_1 \geq \frac{1}{2}\right) = \Pr\left(V_2 \geq \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$$



Por otra parte, si  $\alpha = 1/2$ , es decir, si la militancia clientelar es la mitad de la militancia total, tenemos que

$$F^{-1}(0) = -\infty$$

Por lo que

$$\Pr(V_1(1/2, 0)) = 1 - G(-\infty) = 1$$

Lo cual es un hecho sumamente intuitivo, ya que al comprar al menos a la mitad de los posibles votantes, la probabilidad de ganar la elección tiende al 100 %, ya que basta con que un solo militante del segmento ideológico vote por este candidato para que este alcance más del 50 % de los votos. Este hecho no es capturado por el modelo original presentado en este trabajo.

Ahora, presentaremos el problema a resolver por cada candidato

$$\begin{aligned} & \max_{p_1} \Pr\left(V_1(\alpha, 0) \geq \frac{1}{2}\right) - \delta_1(p_1 - \bar{p}_1)^2 \\ & \max_{p_1} (1 - G(2(A(\alpha) - p^m)(p_B - p_A))) - \delta_1(p_A - \bar{p}_A)^2 \\ & \max_{p_2} \left(1 - \Pr\left(V_1(\alpha, 0) \geq \frac{1}{2}\right)\right) - \delta_2(p_1 - \bar{p}_1)^2 \\ & \max_{p_2} (G(2(A(\alpha) - p^m)(p_B - p_A))) - \delta_2(p_A - \bar{p}_A)^2 \end{aligned}$$

Donde  $A(\alpha) \equiv F^{-1}\left(\frac{1-2\alpha}{2(1-\alpha)}\right)$  y  $\bar{p}_1$  y  $\bar{p}_2$  corresponden a los *bliss point* de los candidatos.

**Proposición 4.** Sean  $\hat{p}_1(\alpha, 0)$  y  $\hat{p}_2(0, \alpha)$  las plataformas óptimas de los candidatos. Entonces, es condición suficiente que<sup>24</sup>

$$G''(2(A(\alpha) - p^m)(\hat{p}_2 - \hat{p}_1)) > 0$$

para que la plataforma óptima del candidato que ganó los votos diverja de la mediana ante aumentos en  $\alpha$ , i.e.

$$\frac{d\hat{p}_1(\alpha, 0)}{d\alpha} \leq 0 \quad y \quad \frac{d\hat{p}_2(0, \alpha)}{d\alpha} \geq 0$$

Para que las plataformas de los candidatos que no compran los votos diverjan, i.e.

---

<sup>24</sup>Esto es,  $G''$  evaluado en el punto crítico dado en la ecuación [16].

$$\frac{d\hat{p}_1(0, \alpha)}{d\alpha} \leq 0 \quad y \quad \frac{d\hat{p}_2(\alpha, 0)}{d\alpha} \geq 0$$

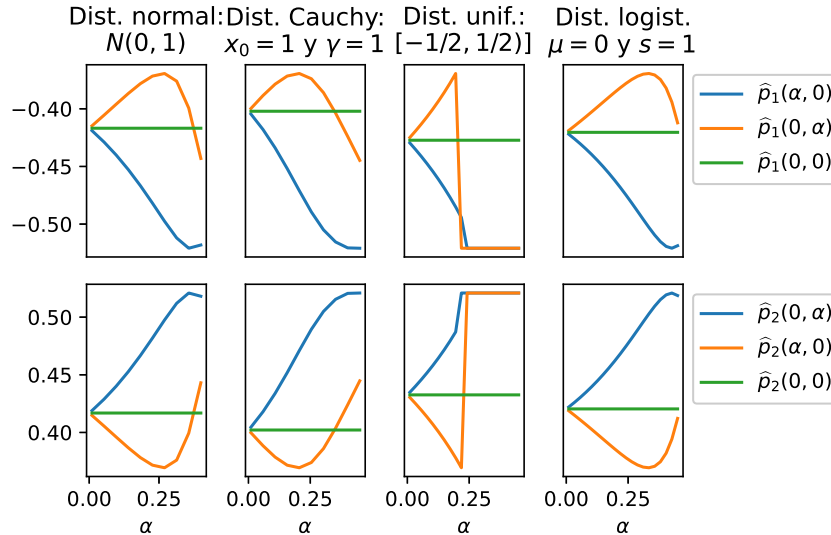
es condición suficiente que

$$\frac{-\delta - 2G'}{G'} < \frac{G''}{G'} < \frac{1}{2(\hat{p}_2 - \hat{p}_1)(\hat{p}_1 - A(\alpha))}$$

donde  $G'$  y  $G''$  están evaluados en  $(2(A(\alpha) - p^m)(\hat{p}_2 - \hat{p}_1))$  □

La anterior proposición está reflejada en la figura 14. Vemos que el candidato que compra los votos se acerca más a su *bliss point* cuando compra los votos. Además este efecto crece en la medida en que  $\alpha$  crece.

Figura 14: Plataformas óptimas en maximización de Prob. de victoria



Nota 1: Las distintas distribuciones presentadas corresponden a la distribución del *shock*  $\eta$ .

Nota 2: La distribución de las preferencias de los militantes es  $F \sim N(0, 1)$

Nota 3: Se utilizan los mismos parámetros que en la figura 5.

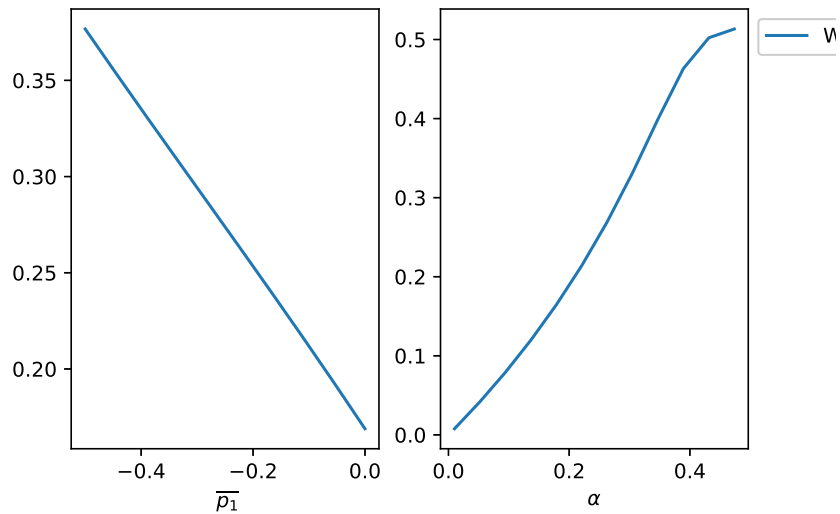
Con respecto al candidato que no compra los votos, vemos que en una primera instancia se tiende a acercarse más a la mediana del partido. Sin embargo, cuando  $\alpha$  es suficientemente grande, se empieza a acercarse a su propio *bliss point*, ya que el peso de la militancia ideológica ya se redujo lo suficiente, en consecuencia, el candidato ve más profitable reducir la penalización por desviarse de su preferencia, antes que ganar votos en el segmento ideológico.

Un caso interesante es cuando el *shock* de preferencias se distribuye uniforme. En este caso, si  $\alpha$  es suficientemente grande, los candidatos pasan abruptamente a ubicarse en su plataforma

preferida, ya que en ese nivel de  $\alpha$  la probabilidad de ganar para el candidato que compró los votos es del 100 %.

Por último, veremos qué pasa con la disposición a pagar por votos en este nuevo contexto. Como vemos en la figura 15, la disposición a pagar aumenta con el mayor extremismo del candidato y aumenta con el nivel de clientelismo del partido.

Figura 15: Disposición a pagar en maximización de probabilidad de victoria



Nota 1: La distribución del *shock*  $\eta$  es  $G \sim N(0, 1)$ .

Nota 2: La distribución de las preferencias de los militantes es  $F \sim N(0, 1)$

Nota 3: Simulación considerando  $\bar{p}_1 = -0,5$  ,  $\bar{p}_2 = 0,5$  y  $\delta_1 = \delta_2 = 2$

## A.2. Ejercicio de robustez: Extensión a distintas distribuciones de preferencias dentro del partido

Hasta ahora hemos supuesto que las preferencias políticas al interior del partido se distribuyen uniforme entre  $[p, \bar{p}]$ . Supongamos ahora que estas se distribuyen de acuerdo a  $F(x)$  con función de densidad  $f(x)$ . Esto corresponde al caso de más general con utilidad aleatoria descrito por Banks y Duggan (2005). Manteniendo el resto del modelo igual, la condición de primer orden es

$$(17) \quad 1/2f(p_m) \cdot ((1 - \alpha)(1 - \lambda_1\alpha)) - 2\delta(p_1 - \bar{p}_1) = 0$$

donde  $p_m = \frac{p_1 + p_2}{2}$ . Para replicar la estática comparativa realizada a lo largo de este trabajo, nos valemos del teorema de la función implícita. Recordemos que este teorema establece, informalmente hablando, que para una función  $\Phi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  tal que

$$\Phi(x, y) = 0$$

se cumple que

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{\partial \Phi}{\partial x}}{\frac{\partial \Phi}{\partial y}}$$

En este caso tomamos

$$\Phi(p_1, p_2, \alpha_1, \alpha_2, \alpha) = 1/2f(p_m) \cdot ((1 - \alpha)(1 - \lambda_1\alpha)) - 2\delta(p_1 - \bar{p}_1) = 0$$

Luego, vemos que

$$\frac{\partial \Phi}{\partial p_1} = 1/4(1 - \alpha)(1 - \alpha\lambda_1)f'(p_m) - 2\delta$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha_1} = (2\alpha^2\lambda_1 - 1 - \lambda_1)f(p_m)\frac{1}{2} < 0$$

De esta forma, el resultado llamado **efecto cacique** depende de si se cumple que

$$(18) \quad \frac{dp_1}{d\alpha_1} = f(p^m) \frac{(-2\alpha^2\lambda_1 + 1 + \lambda_1)}{1/4(1 - \alpha)(1 - \lambda_1\alpha)f'(p^m) - 2\delta_1} < 0$$

Una condición suficiente para que el efecto cacique se mantenga es que  $f'(p_m) \leq 0$ . Lo cual se cumple para un  $p_m$  a la derecha de la mediana (en cualquier distribución *single picked*). Por ejemplo, para una distribución uniforme  $f' = 0$ , por lo que el resultado se cumple. Otro

caso es cuando los candidatos son simétricos. En este caso  $p^m$  coincide con la mediana del partido, por lo que también  $f' = 0$ .

En caso de que  $f' > 0$ , se requiere que

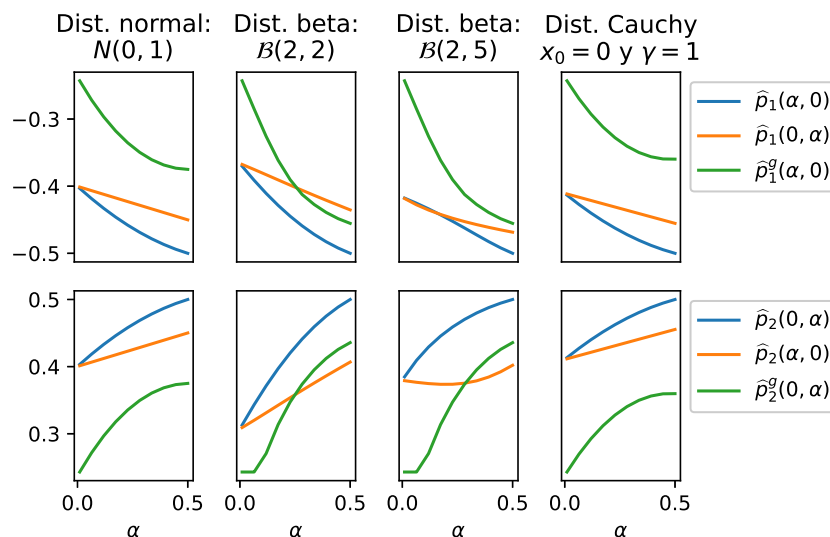
$$(1 - \alpha)(1 - \lambda_1 \alpha) f'(p^m) < 2\delta_1$$

Aplicando el mismo teorema de la función implícita, obtenemos que el resultado llamado **corrupción complementaria** se mantiene siempre que

$$(19) \quad \frac{dp_1}{d\alpha} = f(p_m) \frac{1}{1/2(1 - \alpha)f'(p_m) - 2\delta} < 0$$

En la figura [16] podemos ver qué pasa con los resultados del modelo ante distintas distribuciones. Vemos que siempre se cumple que el aumento de  $\alpha$  aleja las plataformas de la mediana, incluso aunque el candidato no gane los votos del cacique. La figura [16] también nos muestra el efecto de las elecciones generales en este contexto. Al igual que en el modelo con distribución uniforme, las plataformas cuando hay elección general son las más cercanas a la mediana.

Figura 16: Plataformas óptimas Distribuciones alternativas



Nota 1:  $\hat{p}_i^g$  corresponde a la plataforma óptima de  $i$  cuando hay elección general.

Nota 2: Simulación considerando  $\bar{p}_1 = -0,5$  y  $\bar{p}_2 = 0,5$ .

### A.3. Discusión sobre la penalización por usar votos clientelares

A lo largo de este trabajo, hemos asumido que los candidatos sufren una penalización  $\lambda_i$  por comprar una cantidad  $\alpha$  de votos. Hemos dicho que este parámetro refleja una cierta aversión de parte de la militancia ideológica por votar por un candidato que compra votos.

El efecto sobre la proporción de votantes viene dado por

$$(1 - \lambda_i \alpha)(1 - \alpha)F(p^m)$$

Donde  $(1 - \alpha)F(p^m)$  es la proporción de votos que obtendría un candidato (a la izquierda). La penalización de  $(1 - \lambda_i \alpha)$  se puede racionalizar suponiendo que cada votante recibe una señal de que el candidato  $i$  compró votos con probabilidad  $h(\alpha)$ , donde  $\alpha$  son los votos comprados. Es razonable pensar que  $h' > 0$ , ya que mientras mayor sea la cantidad de votos comprados, es más fácil que este hecho se conozca.

Cada votante que recibe la señal con probabilidad  $h(\alpha)$  no votará por el candidato con probabilidad  $\lambda_i$ . En consecuencia, la probabilidad de que un votante tomado al azar no vote por el candidato es  $h(\alpha)\lambda_i$ . Por lo tanto, la proporción de votos que obtendría el candidato  $i$  sería

$$(1 - h(\alpha)\lambda_i)(1 - \alpha)F(p^m).$$

En el caso en que  $h$  sea una función lineal, llegamos a

$$(1 - \alpha\lambda_i)(1 - \alpha)F(p^m).$$

### A.4. Demostraciones

**Prueba proposición 1.** Supongamos que los votos los ganó en la primera etapa el candidato 1. La plataforma del candidato 1 viene dada por resolver

$$\max_{p_1} \alpha + (1 - \alpha)(1 - \lambda_1 \alpha)F(p^m) - \delta_1(p_1 - \bar{p}_1)^2$$

Derivando con respecto a  $p_1$  y sabiendo que  $F(p^m) = p^m + 1/2$  tenemos

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(1 - \alpha)(1 - \lambda_1 \alpha) - 2\delta_1(p_1 - \bar{p}_1) &= 0 \\ p_1 - \bar{p}_1 &= \frac{(1 - \alpha)(1 - \lambda_1 \alpha)}{4\delta_1} \end{aligned}$$

de donde es directo llegar a [6]. Por otro lado, la plataforma del candidato 2 viene dada por

$$\max_{p_1} (1 - \alpha)(1 - F(p^m)) - \delta_2(p_2 - \bar{p}_2)^2$$

Donde la CPO es

$$-\frac{1}{2}(1 - \alpha) - 2\delta_2(p_2 - \bar{p}_2) = 0$$

$$(p_2 - \bar{p}_2) = -\frac{(1 - \alpha)}{4\delta_2}$$

De aquí es directo llegar a [7]. Por otro lado, si los votos los compra el candidato 2, tenemos que el candidato 1 y el candidato 2 resuelven, respectivamente, los siguientes problemas

$$\max_{p_1} (1 - \alpha)F(p^m) - \delta_1(p_1 - \bar{p}_1)^2$$

$$\max_{p_2} \alpha + (1 - \alpha)(1 - \lambda_2)(1 - F(p^m)) - \delta_2(p_2 - \bar{p}_2)^2$$

De donde las CPO corresponden, respectivamente, a

$$-\frac{1}{2}(1 - \alpha)(1 - \lambda_2\alpha) - 2\delta_2(p_2 - \bar{p}_2) = 0$$

$$\frac{1}{2}(1 - \alpha) - 2\delta_1(p_1 - \bar{p}_1) = 0$$

De donde las ecuaciones [8] y [9] son directas.

Finalmente, si suponemos que ningún candidato compra los votos, cada candidato resolverá

$$\max_{p_1} F(p^m) - \delta_1(p_1 - \bar{p}_1)^2$$

$$\max_{p_2} (1 - F(p^m)) - \delta_2(p_2 - \bar{p}_2)^2$$

Siendo las CPO

$$-\frac{1}{2} - 2\delta_2(p_2 - \bar{p}_2) = 0$$

$$\frac{1}{2} - 2\delta_1(p_1 - \bar{p}_1) = 0$$

De donde las ecuaciones [10] y [11] son directas.

Ahora verificamos la condición de segundo orden. En efecto,

$$\frac{\partial^2 \pi_i(\hat{p}_1, \hat{p}_2)}{\partial p_i^2} = -2\delta_i \leq 0$$

■

**Prueba de la proposición 2.** Probaremos que la disposición a pagar por comprar los votos es

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= \hat{\pi}_1(\alpha, 0) - \hat{\pi}_1(0, \alpha) = \pi_{11} - \pi_{12} \\ \Phi_2 &= \hat{\pi}_2(0, \alpha) - \hat{\pi}_2(\alpha, 0) = \pi_{22} - \pi_{21}\end{aligned}$$

donde  $\hat{\pi}_i(\alpha_1, \alpha_2) \equiv \pi_i(\hat{p}_1(\alpha_1, \alpha_2), \hat{p}_2(\alpha_1, \alpha_2))$ , siendo  $\hat{p}_i(\alpha_1, \alpha_2)$  la plataforma óptima del candidato  $i$  condicional a  $(\alpha_1, \alpha_2)$ .

Primero probamos que no puede ser equilibrio que ambos candidatos se abstengan. En efecto, como  $\pi_{ii} > \pi_{i0} \forall i$ , cualquier candidato se podría desviar y pasar de ganar  $\pi_{i0}$  a  $\pi_{ii}$ .

Ahora probaremos que la disposición de cada candidato  $i$  es  $\pi_{ii} - \pi_{ij}$ . Si el candidato 1 no compra votos, el candidato 2 comprará los votos a cualquier precio, ya que hemos probado que siempre habrá incentivos para comprarlos. Por ende, la utilidad del candidato 1 será el equivalente a la utilidad recibida por competir sin votos clientelares contra el candidato 2, el cual cuenta con la totalidad de los votos del cacique:  $\pi_{12}$ . Por otra parte, si logra comprar los votos su utilidad será  $\pi_{11}$ . Por lo tanto, su disposición a pagar será  $\Phi_1 = \pi_{11} - \pi_{12}$ . El mismo argumento aplica para el candidato 2.

Por último, probaremos que la oferta de equilibrio es  $\beta_i^* = \min\{\Phi_i, R_i\}$ . Recordemos que el diseño de esta subasta corresponde a una de segundo precio. Este es un resultado conocido en teoría de subastas (ver Krishna (2009)).

Primero notamos que si la disposición a pagar es menor al presupuesto, i.e.  $\Phi_i \leq R_i$ , entonces la restricción no es activa y se puede aplicar el mismo razonamiento que para la subasta de segundo precio con  $\beta_i^* = \Phi_i$ .

En cambio, si  $\Phi_i > R_i$  debemos notar que ofertar  $\tilde{\beta}_i > R_i$  es una estrategia dominada. Si llega a ganar la subasta con  $\tilde{\beta}_i$  y la segunda mejor oferta es menor a  $R_i$ , entonces pudo haber ganado ofertando  $R_i$ . Si la segunda mejor oferta es mayor a  $R_i$ , la oferta  $\tilde{\beta}_i$  deberá ser retirada. Por lo tanto, ofertará  $\beta_i^* = R_i$ . Luego,  $\beta_i^* = \min\{\Phi_i, R_i\}$ .

■

**Prueba de la proposición 3.** Probaremos los casos enunciados en la proposición.



**Caso 1:**

Como ambos candidatos se abstienen de participar, sus pagos son  $(\pi_{10}, \pi_{20})$ . Si el candidato  $i$  se desvía y participa de la subasta, obtendrá  $\pi_{ii}$ , ya que el otro candidato no está participando de la subasta. Sin embargo, por hipótesis,  $\pi_{ii}$  es menor que  $\pi_{i0}$ . Por lo tanto, ningún candidato se desvía de este equilibrio. ■

**Caso 2:**

En este caso hay tres equilibrios. El primer equilibrio es la abstención. Se prueba igual que en el caso anterior. Ahora probaremos que existe equilibrio con participación. Recordemos que en este equilibrio las ofertas son

$$\beta_1 = \min\{\Phi'_1, R_1\} \text{ y } \beta_2 = \min\{\Phi'_2, R_2\}$$

Por un razonamiento idéntico al de la demostración de la 2, vemos que ofertar distinto de  $\Phi'$  es una estrategia dominada.

Ahora mostraremos la existencia de una estrategia mixta. Recordemos que, para un equilibrio  $(\sigma_1, 1 - \sigma_1, \sigma_2, 1 - \sigma_2)$  se debe cumplir que cada jugador esté indiferente entre cualquiera de las estrategias posibles. Para el candidato 1 tenemos

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(\pi_{1\bullet} | \beta_1 = \phi) &= \sigma_2 \pi_{10} + (1 - \sigma_2) \pi_{12} \\ \mathbb{E}(\pi_{1\bullet} | \beta_1 \neq \phi) &= \sigma_2 \pi_{11} + (1 - \sigma_2) \mathbb{E}(\pi_{1\bullet}) \end{aligned}$$

Despejamos  $\sigma_2$ :

$$\sigma_2 = \frac{\mathbb{E}(\pi_{1\bullet}) - \pi_{12}}{\pi_{10} - \pi_{11} + \mathbb{E}(\pi_{1\bullet}) - \pi_{12}}$$

Notemos que por hipótesis  $\pi_{10} > \pi_{11}$ . Por otra parte,  $\mathbb{E}(\pi_{1\bullet}) = \mu \pi_{11} + (1 - \mu) \pi_{12}$ . Notemos que

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(\pi_{1\bullet}) &= \mu \pi_{11} + (1 - \mu) \pi_{12} > \pi_{12} \\ \mu(\pi_{11} - \pi_{12}) &> 0 \end{aligned}$$

Lo cual es cierto ya que  $\pi_{11} - \pi_{12} > 0$  y  $\mu > 0$ .  $\mathbb{E}(\pi_{1\bullet}) > \pi_{12}$ . En consecuencia,  $\sigma_2 > 0$ . Ahora probaremos que  $\sigma_2 < 1$ . Notemos que  $\sigma_2 < 1$  es equivalente a

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(\pi_{1\bullet}) - \pi_{12} &< \pi_{10} - \pi_{11} + \mathbb{E}(\pi_{1\bullet}) - \pi_{12} \\ \pi_{12} &< \pi_{10} \end{aligned}$$

Lo cual también se cumple por hipótesis. En consecuencia,  $0 < \sigma_2 < 1$ . Para el caso de  $\sigma_1$ , procedemos de igual forma, probando que  $0 < \sigma_1 < 1$ . ■

**Prueba de los resultados 1, 2 y 3.** Tenemos que

$$\begin{aligned}\widehat{p}_1(\alpha, 0) - \widehat{p}_1(0, 0) &= \frac{(1 - \alpha)(1 - \lambda_1) - 1}{4\delta_1} \leq 0 \\ \widehat{p}_2(0, \alpha) - \widehat{p}_2(0, 0) &= \frac{1 - (1 - \alpha)(1 - \lambda_2)}{4\delta_2} \geq 0\end{aligned}$$

ya que  $1 - \alpha$  y  $1 - \lambda_i\alpha$  están en el intervalo  $[0, 1]$ . De las dos desigualdades anteriores tenemos que  $|\widehat{p}_1(\alpha, 0) - \widehat{p}_1(0, 0)|$  y  $|\widehat{p}_2(0, \alpha) - \widehat{p}_2(0, 0)|$ , lo que prueba el resultado 1.

Por otro lado, tenemos que

$$\begin{aligned}\widehat{p}_1(0, \alpha) - \widehat{p}_1(0, 0) &= \frac{(1 - \alpha) - 1}{4\delta_1} \leq 0 \\ \widehat{p}_2(\alpha, 0) - \widehat{p}_2(0, 0) &= \frac{1 - (1 - \alpha)}{4\delta_2} \geq 0\end{aligned}$$

lo que implica que  $|\widehat{p}_1(0, \alpha) - \widehat{p}_1(0, 0)|$  y  $|\widehat{p}_2(\alpha, 0) - \widehat{p}_2(0, 0)|$ , lo que prueba el resultado 2.

Por último, derivamos [6], [7], [8] y [9], llegamos directamente al resultado 3. ■

**Prueba del resultado 4.** De acuerdo a [13] tenemos que

$$\Phi_1 = (V_1(\alpha, 0) - V_1(0, \alpha)) - \delta_1 \cdot (\widehat{p}_1(\alpha, 0) - \overline{p}_1)^2 + \delta_1 \cdot (\widehat{p}_1(0, \alpha) - \overline{p}_1)^2$$

$$\Phi_2 = (V_2(0, \alpha) - V_2(\alpha, 0)) - \delta_2 \cdot (\widehat{p}_2(0, \alpha) - \overline{p}_2)^2 + \delta_2 \cdot (\widehat{p}_2(\alpha, 0) - \overline{p}_2)^2.$$

Luego, el candidato 1 (resp. candidato 2) ganará los votos si  $\Phi_1 - \Phi_2 \geq 0$  (resp.  $\Phi_2 - \Phi_1 \geq 0$ ). Por lo tanto, despejaremos  $\Phi_1 - \Phi_2$  para ver cómo esta diferencia depende de los parámetros del modelo.

Primero simplificamos los términos  $\widehat{p}_1(\alpha, 0) - \overline{p}_1)^2 - (\widehat{p}_1(0, \alpha) - \overline{p}_1)^2$  y  $\widehat{p}_2(0, \alpha) - \overline{p}_2)^2 - (\widehat{p}_2(\alpha, 0) - \overline{p}_2)^2$ . En efecto, tenemos que

$$\begin{aligned}(\widehat{p}_1(\alpha, 0) - \overline{p}_1)^2 - (\widehat{p}_1(0, \alpha) - \overline{p}_1)^2 &= \\ \widehat{p}_1(\alpha, 0)^2 - 2\widehat{p}_1(\alpha, 0) + \overline{p}_1^2 - (\widehat{p}_1(0, \alpha)^2 - 2\widehat{p}_1(0, \alpha) + \overline{p}_1^2) &= \\ (\widehat{p}_1(\alpha, 0)^2 - \widehat{p}_1(0, \alpha)^2) - 2\overline{p}_1(\widehat{p}_1(\alpha, 0) - \widehat{p}_1(0, \alpha)) &= \\ (\widehat{p}_1(\alpha, 0) + \widehat{p}_1(0, \alpha)) \cdot (\widehat{p}_1(\alpha, 0) - \widehat{p}_1(0, \alpha)) - 2\overline{p}_1(\widehat{p}_1(\alpha, 0) - \widehat{p}_1(0, \alpha)) &= \\ (\widehat{p}_1(\alpha, 0) + \widehat{p}_1(0, \alpha) - 2\overline{p}_1) \cdot (\widehat{p}_1(\alpha, 0) - \widehat{p}_1(0, \alpha)) &= \end{aligned}$$

Por lo tanto

$$(20) \quad (\widehat{p}_1(\alpha, 0) - \overline{p}_1)^2 - (\widehat{p}_1(0, \alpha) - \overline{p}_1)^2 = -\frac{(1-\alpha)^2}{16\delta_1^2}(2-\lambda_1\alpha)\lambda_1\alpha$$

De la misma forma tenemos que

$$(21) \quad (\widehat{p}_2(0, \alpha) - \overline{p}_2)^2 - (\widehat{p}_2(\alpha, 0) - \overline{p}_2)^2 = -\frac{(1-\alpha)^2}{16\delta_2^2}(2-\lambda_2\alpha)\lambda_2\alpha$$

Luego, la diferencia entre las ecuaciones [20] y [21] es

$$\frac{(1-\alpha)^2}{16\delta^2}(\lambda_1 - \lambda_2)(2\alpha - \alpha^2 + \lambda_1 + \lambda_2).$$

Ahora simplificaremos  $V_1(\alpha, 0) - V_1(0, \alpha)$  y  $V_2(0, \alpha) - V_2(\alpha, 0)$ .

$$(22) \quad \begin{aligned} V_1(\alpha, 0) - V_1(0, \alpha) &= \alpha + (1-\alpha)(1-\lambda_1\alpha)F(p^{m_1}) - (1-\alpha)F(p^{m_2}) \\ &= \alpha + (1-\alpha)((1-\lambda_1\alpha)F(p^{m_1}) - F(p^{m_2})) \\ &= \alpha + (1-\alpha)\left((1-\lambda_1\alpha)\left(p^{m_1} + \frac{1}{2}\right) - \left(p^{m_2} + \frac{1}{2}\right)\right) \\ &= \alpha + (1-\alpha)\left(p^{m_1} - p^{m_2} - \lambda_1\alpha\left(p^{m_1} - \frac{1}{2}\right)\right) \end{aligned}$$

$$(23) \quad \begin{aligned} V_2(0, \alpha) - V_2(\alpha, 0) &= \alpha - (1-\alpha)(1-\lambda_2\alpha)(1-F(p^{m_2})) - (1-\alpha)(1-F(p^{m_1})) \\ &= \alpha + (1-\alpha)(1-F(p^{m_2}) - (1-F(p^{m_1})) - \lambda_2\alpha(1-F(p^{m_2}))) \\ &= \alpha + (1-\alpha)\left(p^{m_1} - p^{m_2} - \lambda_2\alpha\left(\frac{1}{2} - p^{m_2}\right)\right) \end{aligned}$$

Ahora restamos las expresiones [22] y [23] y tenemos

$$(24) \quad V_1(\alpha, 0) - V_1(0, \alpha) - (V_2(0, \alpha) - V_2(\alpha, 0)) = \alpha(1-\alpha)\left(-\lambda_1 p^{m_1} - \lambda_2 p^{m_2} + \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2}\right)$$

$$\text{Donde } p^{m_1} = \left(\frac{\overline{p}_1 + \overline{p}_2}{2} + \frac{1-\alpha}{2}\left(\frac{1-\lambda_1\alpha}{4\delta_1} - \frac{1}{4\delta_2}\right)\right) \text{ y } p^{m_2} = \left(\frac{\overline{p}_1 + \overline{p}_2}{2} + \frac{1-\alpha}{2}\left(\frac{1}{4\delta_1} - \frac{1-\lambda_2\alpha}{4\delta_2}\right)\right)$$

Finalmente, si consideramos que  $\delta_1 = \delta_2$  y  $\lambda_1 = \lambda_2$  tenemos que la diferencia entre [20] y [21] es cero. Mientras que [24] se reduce a

$$-\alpha(1 - \alpha)\lambda(\overline{p}_1 + \overline{p}_2).$$

En consecuencia  $\Phi_1 - \Phi_2 \geq 0 \iff -\alpha(1 - \alpha)(\overline{p}_1 + \overline{p}_2) \geq 0 \iff \overline{p}_2 \leq -\overline{p}_1$ . Pero como  $\overline{p}_1 \leq 0$ , esto es equivalente a

$$|\overline{p}_2| \leq |\overline{p}_1|$$

■

**Prueba del resultado 5.** Primero notemos que si  $\delta_1 = \delta_2$  y  $\lambda_1 = \lambda_2$ , entonces  $p^{m_1} = p^{m_2}$ . Luego, tenemos que la ecuación [22] se reduce a

$$V_1(\alpha, 0) - V_1(0, \alpha) = \alpha - \lambda_1 \alpha(1 - \alpha) \left( p^{m_1} + \frac{1}{2} \right)$$

Derivamos la expresión anterior y tenemos

$$\begin{aligned} \frac{\partial (V_1(\alpha, 0) - V_1(0, \alpha))}{\partial \alpha} &= 1 - \lambda_1 \left( \frac{\partial \alpha(1 - \alpha)}{\partial \alpha} F(p^{m_1}) + \alpha(1 - \alpha) \frac{\partial p^{m_1}}{\partial \alpha} \right) \\ &= 1 - \lambda_1 \left( (1 - 2\alpha) F(p^{m_1}) + \alpha(1 - \alpha) \left( \alpha - \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda_1}{4\delta_1} \right) \\ &\geq 1 - \lambda_1 \left( 1 - 2\alpha + \alpha(1 - \alpha) \left( \alpha - \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda_1}{4\delta_1} \right) \\ &\geq 1 - \lambda_1(1 - 2\alpha) \geq 0 \end{aligned}$$

En caso de que  $\alpha \leq 1/2$ , tenemos que  $\alpha(1 - \alpha) \left( \alpha - \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda_1}{4\delta_1} \leq 0$ . Además hemos usado el supuesto de que  $\lambda_1 \in [0, 1]$ .

Por lo tanto,  $\lambda \in [0, 1]$  es condición suficiente para que  $\frac{\partial \Phi_1}{\partial \alpha} \geq 0$  en caso de que  $\alpha \leq 1/2$

Por otra parte, si  $\alpha \geq 1/2$ , tenemos que

$$\begin{aligned} \frac{\partial (V_1(\alpha, 0) - V_1(0, \alpha))}{\partial \alpha} &= 1 - \lambda_1 \left( \frac{\partial \alpha(1 - \alpha)}{\partial \alpha} F(p^{m_1}) + \alpha(1 - \alpha) \frac{\partial p^{m_1}}{\partial \alpha} \right) \\ &\geq 1 - \lambda_1 \left( \alpha(1 - \alpha) \left( \alpha - \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda_1}{4\delta_1} \right) \\ &\geq 1 - \lambda \frac{\lambda_1}{4\delta_1} \geq 0 \end{aligned}$$

Lo cual se cumple si  $\delta \geq 1/4$  y si  $\lambda_1 \leq 1$ . Por lo tanto, las dos condiciones anteriores son suficientes para que

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial \alpha} \geq 0.$$

■

**Prueba del resultado 6.** Llamemos  $\hat{p}_1(\alpha, 0) \equiv p^p$  y  $\hat{p}_1^g(\alpha, 0) \equiv p^g$  y  $\delta_1(p - \bar{p}_1)^2 \equiv L(p|\bar{p}_1)$

Supongamos que el resultado no se cumple y que  $p^p \geq p^g$ . Por optimalidad de  $p^g$  en el problema con elección externa, tenemos que

$$(25) \quad \begin{aligned} \varphi^p(p^g) + \varphi^p(p^g)\varphi^g(p^g) - L(p^g|\bar{p}) &\geq \varphi^p(p^p) + \varphi^p(p^p)\varphi^g(p^p) - L(p^p|\bar{p}) \\ L(p^g|\bar{p}) - L(p^p|\bar{p}) &\leq \varphi^p(p^g) - \varphi^p(p^p) + \varphi^p(p^g)\varphi^g(p^g) - \varphi^p(p^p)\varphi^g(p^p) \end{aligned}$$

Por otro lado, de la optimalidad de  $p^p$  en el problema  $\mathbb{P}_1$ , tenemos que

$$(26) \quad \begin{aligned} \varphi^p(p^p) - L(p^p|\bar{p}) &\geq \varphi^p(p^g) - L(p^g|\bar{p}) \\ L(p^g|\bar{p}) - L(p^p|\bar{p}) &\geq \varphi^p(p^g) - \varphi^p(p^p) \end{aligned}$$

De [26] y [25] tenemos que

$$\varphi^p(p^g) - \varphi^p(p^p) + \varphi^p(p^g)\varphi^g(p^g) - \varphi^p(p^p)\varphi^g(p^p) \geq L(p^g|\bar{p}) - L(p^p|\bar{p}) \geq \varphi^p(p^g) - \varphi^p(p^p)$$

Lo que implica que

$$(27) \quad \begin{aligned} \varphi^p(p^g) - \varphi^p(p^p) + \varphi^p(p^g)\varphi^g(p^g) - \varphi^p(p^p)\varphi^g(p^p) &\geq \varphi^p(p^g) - \varphi^p(p^p) \\ \varphi^p(p^g)\varphi^g(p^g) - \varphi^p(p^p)\varphi^g(p^p) &\geq 0 \end{aligned}$$

Sin embargo, al haber supuesto que la plataforma de la elección general es más extrema que la de la primaria, tenemos que  $\varphi^p(p^p) > \varphi^p(p^g)$  y  $\varphi^g(p^p) > \varphi^g(p^g)$ . Luego, debería cumplirse que  $\varphi^p(p^g)\varphi^g(p^g) - \varphi^p(p^p)\varphi^g(p^p) < 0$ , lo que contradice la desigualdad [27]. ■

**Prueba del resultado 7.** Usaremos el teorema de la función implícita.

$$\begin{aligned} \Phi &= \hat{p}_1(\alpha_0(\alpha)) - \hat{p}_1^g(\alpha) \\ \frac{d\alpha_0(\alpha)}{d\alpha} &= -\frac{\partial \Phi / \partial \alpha_0}{\partial \Phi / \partial \alpha} = \frac{\partial \hat{p}_1 / \partial \alpha_0}{\partial \hat{p}_1^g / \partial \alpha} \end{aligned}$$

Sabemos que  $\frac{\partial \hat{p}_1}{\partial \alpha_0} < 0$ . Para saber  $\frac{\partial \hat{p}_1}{\partial \alpha}$  volvemos a aplicar el teorema de la función implícita en la CPO del problema con elecciones externas:

$$\Phi^{ex} = 1/2(1 - \alpha)(1 - \alpha\lambda_1)(1 + F^{ex}) + (\alpha + (1 - \alpha)(1 - \alpha\lambda_1)F)1/2f^{ex} - 2\delta_1(p_1 - \bar{p}_1)$$

$$\frac{\partial \Phi^{ex}}{\partial p_1} = (1 - \alpha)(1 - \alpha\lambda_1) - 2\delta < 0$$

$$\frac{\partial \Phi^{ex}}{\partial \alpha} = (2\alpha\lambda_1 - 1 - \lambda)(1/2 + F^{ex}) + 1 < 0$$

Por lo tanto

$$\frac{d\hat{p}_1^g}{d\alpha} < 0$$

Lo que implica que

$$\frac{d\alpha_0}{d\alpha} > 0$$

Finalmente, para probar que si

$\bar{p}_1 = -\bar{p}_2 = -1/2$  y  $\delta_1 = \delta_2 = 2$ , entonces,

$$\alpha_0(\alpha) \approx 0,870595309830104\alpha - 0,437152391546162 \text{ si } \lambda_1 = 0$$

$$\alpha_0(\alpha) \approx 0,414021675906255\alpha + 0,0236800496208541 \text{ si } \lambda_1 = 1$$

$$\alpha_0(\alpha) \approx 0,337739434101531\alpha + 0,190983005625053 \text{ si } \lambda_1 = 2$$

Haremos una aproximación de Taylor de primer orden sobre  $\alpha_0$ . En el caso en que  $\lambda_1 = 0$ , tenemos que

$$\alpha_0(\alpha) = \frac{55,0\alpha^2 + 114,0\alpha - 169,0}{3,0\alpha^2 + 58,0\alpha + 195,0}$$

Aplicando una expansión de Taylor en torno a  $\alpha = 0,5$ , llegamos a

$$0,870\alpha - 0,437$$

Para el caso en que  $\lambda_1 = 1$ , tenemos que

$$\alpha_0(\alpha) = \frac{3\alpha^3 + 23\alpha^2 - 87\alpha + 2,0\sqrt{-(3\alpha + 5)(\alpha^2 + 6\alpha - 39)(21\alpha^3 + 57\alpha^2 - 105\alpha + 91)} - 195}{3\alpha^3 + 23\alpha^2 - 87\alpha - 195}$$

$$\alpha_0(\alpha) \approx 0,414\alpha + 0,023$$

Para el caso en que  $\lambda_1 = 2$  tenemos

$$\alpha_0(\alpha) = \frac{1/4 \left( 18\alpha^3 + 147\alpha^2 - 348\alpha + 1004\sqrt{-0,08\alpha^5 - 0,004\alpha^4 + \alpha^3 - 0,08\alpha^2 - 0,8\alpha + 0,6} - 585 \right)}{6\alpha^3 + 49\alpha^2 - 116\alpha - 195}$$

$$\alpha_0(\alpha) \approx 0,337\alpha + 0,19$$

■

**Prueba proposición 4.** Usaremos el teorema de la función implícita para hacer estática comparativa y obtener  $\frac{dp_1(\alpha,0)}{d\alpha}$  y  $\frac{dp_1(0,\alpha)}{d\alpha}$ . El teorema señala que<sup>25</sup>

$$\frac{dp_1}{d\alpha} = -\frac{\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha}}{\frac{\partial \Phi}{\partial p_1}}$$

Notemos que en el óptimo se cumple que

$$\Phi = -1 \cdot (G' \cdot (-2A(\alpha) + 2p_1)) - 2\delta_1(p_1 - \bar{p}_1) = 0$$

Derivamos parcialmente  $\Phi$  con respecto a  $p_1$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial p_1} = -1 \cdot (G'' \cdot (-2A + 2p_1)^2 + 2G') - 2\delta_1 < 0$$

Derivamos parcialmente  $\Phi$  con respecto a  $\alpha$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} = -1 \cdot (G'' \cdot (2A'(\alpha) \cdot (p_2 - p_1) \cdot (-2A(\alpha) + p_1)) + G'(-2A'(\alpha)))$$

Analizamos el signo de esta expresión. Para que  $\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha}$  sea negativo, necesitamos que

$$G'' \cdot (2A'(\alpha) \cdot (p_2 - p_1) \cdot (-2A(\alpha) + p_1)) + G'(-2A'(\alpha)) > 0$$

$$\frac{G''}{G'} \cdot (p_2 - p_1) \cdot 2(p_1 - A(\alpha)) < 1$$

$$\frac{G''}{G'} > \frac{1}{(p_2 - p_1) \cdot 2(p_1 - A(\alpha))}$$

<sup>25</sup>Esto corresponde al teorema de la función implícita para el caso de  $f : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}$ .

Lo cual se cumple siempre que  $G'' > 0$ , ya que  $p_2 - p_1 > 0$  y  $p_1 - A(\alpha) < 0$ . Para las anteriores desigualdades usamos el hecho de que  $A' < 0$  ya que

$$A(\alpha) = F^{-1} \left( \frac{1 - 2\alpha}{2(1 - \alpha)} \right)$$

$$\frac{dA(\alpha)}{d\alpha} = \frac{1}{f \left( F^{-1} \left( \frac{1 - 2\alpha}{2(1 - \alpha)} \right) \right)} \cdot \left( \frac{-1}{(1 - \alpha)^2} \right) < 0$$

En consecuencia

$$\frac{dp_1(\alpha, 0)}{d\alpha} < 0 \text{ siempre que } G'' > 0$$

Ahora veremos qué pasa con la plataforma del candidato cuando no ganó los votos del cacique.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial p_1} = -1 \cdot (G'' \cdot (-2A + 2p_1)^2 + 2G') - 2\delta_1 < 0$$

Ahora derivamos con respecto a  $\alpha$ .

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} = -1 \cdot (G'' \cdot (2A'(\alpha) \cdot (p_2 - p_1) \cdot (-2A(\alpha) + p_1)) + G'(-2A'(\alpha)))$$

Analicemos el signo de esta expresión.

$$G'' \cdot (2A'(\alpha) \cdot (p_2 - p_1) \cdot (-2A(\alpha) + p_1)) + G'(-2A'(\alpha)) > 0$$

$$\frac{G''}{G'} \cdot (p_2 - p_1) \cdot 2(p_1 - A(\alpha)) > 1$$

$$\frac{G''}{G'} < \frac{1}{(p_2 - p_1) \cdot 2(p_1 - A(\alpha))}$$

En este caso, a diferencia del caso anterior en el que el candidato 1 ganaba los votos, ahora  $A'(\alpha) > 0$ . En consecuencia

$$\frac{dp_1(0, \alpha)}{d\alpha} < 0$$



siempre que

$$\frac{G''}{G'} < \frac{1}{2(p_2 - p_1)(p_1 - A)}$$

y que

$$\frac{-\delta - 2G'}{G'} < \frac{G''}{G'}$$

■

## Referencias

- [1] Rolando Álvarez Vallejos. *Clientelismo y mediación política: Los casos de los municipios de Renca y Huechuraba en tiempos de la 'UDI Popular'*. En: *Revista Divergencia* 5.7 (2016), págs. 41-63.
- [2] Evelyn Arriagada. *Clientelismo político y participación local. El rol de los dirigentes sociales en la articulación entre autoridades y ciudadanos en Santiago de Chile*. En: *Polis. Revista Latinoamericana* 36 (2013).
- [3] David Austen-Smith. *Interest groups, campaign contributions, and probabilistic voting*. En: *Public Choice* 54.1 (1987), págs. 123-139. DOI: 10.1007/BF00123002.
- [4] David Austen-Smith y Jeffrey S Banks. *Positive political theory II: strategy and structure*. University of Michigan Press, 2009.
- [5] Jeffrey Banks y John Duggan. *Probabilistic Voting in the Spatial Model of Elections: The Theory of Office-motivated Candidates*. En: *Social Choice and Strategic Decisions*. Ed. por David Austen-Smith y John Duggan. Springer-Verlag, New York, 2005, págs. 15-56.
- [6] David Baron. *Electoral Competition with Informed and Uninformed Voters*. En: *American Political Science Review* 88.1 (1994), págs. 33-47. DOI: 10.2307/2944880.
- [7] Emmanuelle Barozet, Vicente Espinoza y Valentina Ulloa. *Elite parlamentaria e instituciones informales en Chile: Nepotismo y clientelismo como formas de sustento del poder*. En: *RES. Revista Española de Sociología* 29.3 (2020), págs. 595-611.
- [8] Sandro Brusco, Marcin Dziubinska y Jaideep Roy. *The Hotelling-Downs model with runoff voting*. En: *Games and Economic Behavior* 74.2 (2012), págs. 447-469. DOI: 10.1016/j.geb.2011.08.004.
- [9] Ernesto Calvo y Maria Victoria Murillo. *Who delivers? Partisan clients in the Argentine electoral market*. En: *American journal of political science* 48.4 (2004), págs. 742-757.
- [10] Ernesto Calvo y Maria Victoria Murillo. *When parties meet voters: Assessing political linkages through partisan networks and distributive expectations in Argentina and Chile*. En: *Comparative Political Studies* 46.7 (2013), págs. 851-882.
- [11] Scott W. Desposato. *How Informal Electoral Institutions Shape the Brazilian Legislative Arena*. En: *Informal Institutions and Democracy: Lessons from Latin America*. Ed. por Gretchen Helmke y Steven Levitsky. The Johns Hopkins University Press, 2006. ISBN: 0801883520,9780801883521.

- [12] Robert H Dix. *Cleavage structures and party systems in Latin America*. En: *Comparative politics* 22.1 (1989), págs. 23-37.
- [13] Anthony Downs. *An economic theory of democracy*. En: *Journal of political economy* 65.2 (1957), págs. 135-150.
- [14] John Duggan. *A survey of equilibrium analysis in spatial models of elections*. En: *Unpublished manuscript* (2005).
- [15] Frederico Finan y Laura Schechter. *Vote-buying and reciprocity*. En: *Econometrica* 80.2 (2012), págs. 863-881.
- [16] Francisco Vidal (vicepresidente PPD). Declaraciones en programa Estado Nacional TVN. Abr. de 2016. URL: <https://www.24horas.cl/programas/estadonacional/estado-nacional---domingo-24-de-abril-1996723>. Consultado el 22 de agosto de 2020.
- [17] Flavia Freidenberg y Steven Levitsky. *Informal Institutions and Party Organization in Latin America*. En: *Informal Institutions and Democracy: Lessons from Latin America*. Ed. por Gretchen Helmke y Steven Levitsky. The Johns Hopkins University Press, 2006. ISBN: 0801883520,9780801883521.
- [18] Peter Funk. *Auctions with interdependent valuations*. En: *International Journal of Game Theory* 25.1 (1996), págs. 51-64.
- [19] Gene Grossman y Elhanan Helpman. *Electoral Competition and Special Interest Politics*. En: *The Review of Economics Studies* 63.2 (1996), págs. 265-286. DOI: 10.2307/2297852.
- [20] Marco Haan y Bjorn Volkerink. *A runoff system restores the principle of minimum differentiation*. En: *European Journal of Political Economy* 17.1 (2001), págs. 157-162. DOI: 10.1016/S0176-2680(00)00033-1.
- [21] Harold Hotelling. *Competition*. En: *Economic Journal* 39.153 (1929), págs. 41-57. DOI: 10.1007/978-1-4613-8905-7\_4.
- [22] Samuel P Huntington. *Political order in changing societies*. Yale University Press, 1968.
- [23] Philippe Jehiel y Benny Moldovanu. *Strategic nonparticipation*. En: *The RAND Journal of Economics* (1996), págs. 84-98.
- [24] Yuichiro Kamada y Fuhito Kojima. *The equivalence between costly and probabilistic voting models*. En: *Games and Economic Behavior* 80.1 (2013), págs. 179-185. DOI: 10.1016/j.geb.2013.03.001.
- [25] Yuichiro Kamada y Fuhitos Kojima. *Voter Preferences, Polarization, and Electoral Policies*. En: *American Economic Review: Microeconomics* 6.4 (2014), págs. 203-236. DOI: 10.1257/mic.6.4.203.
- [26] Herbert Kitschelt. *Clientelistic linkage strategies: A descriptive exploration*. Duke University, 2011.
- [27] Herbert Kitschelt y Daniel M Kselman. *Economic development, democratic experience, and political parties' linkage strategies*. En: *Comparative political studies* 46.11 (2013), págs. 1453-1484.
- [28] Bettina Klose y Dan Kovenock. *The All-Pay Auction with Complete Information and Identity-Dependent Externalities*. En: *Economic Theory* 59.1 (2015), págs. 1-19.

- [29] Vijay Krishna. *Auction theory*. Academic press, 2009.
- [30] Joseph La Palombara y Myron Weiner. *Political Parties and Political Development*. Princeton: University Press, 1966.
- [31] Steven Levitsky y Gretchen Helmke. *Introduction*. En: *Informal Institutions and Democracy: Lessons from Latin America*. Ed. por Gretchen Helmke y Steven Levitsky. The Johns Hopkins University Press, 2006. ISBN: 0801883520,9780801883521.
- [32] Juan Pablo Luna. *Partidos políticos y sociedad en Chile. Trayectoria histórica y mutaciones recientes*. En: *Reforma de los partidos políticos en Chile*. Ed. por Fontaine, Arturo y col. PNUD et. al., 2008, págs. 75-126.
- [33] Juan Pablo Luna y Fernando Rosenblatt. *¿ Notas para una autopsia? Los partidos políticos en el Chile actual*. En: *Democracia con partidos. Informe para la reforma de los partidos políticos en Chile* (2012), págs. 115-252.
- [34] Tommaso Nannicini Massimo Bordignon y Guido Tabellini. *Moderating Political Extremism: Single Round versus Runoff Elections under Plurality Rule*. En: *American Economic Review* 106.8 (2016), págs. 2349-2370. DOI: 10.1257/aer.20131024.
- [35] Maya Fernández (diputada PS). declaración recogida por La Tercera. Mayo de 2019. URL: <https://www.latercera.com/politica/noticia/elecciones-ps-maya-fernandez-participa-mujerazo-lanza-carta-abierta-donde-critica-la-logica-los-militantes-ficha-partido/662107/>. Consultado el 22 de agosto de 2020.
- [36] Pedro Mujica. *El Poder en Disputa*. Santiago de Chile: Ediciones Universidad Alberto Hurtado, 2014.
- [37] Patricio Navia y Nicolás Mimica. *Causas y efectos del patronazgo en municipios de Chile, 2008-2012*. En: *Perfiles latinoamericanos: revista de la Facultad Latinoamericana de Ciencias Sociales, Sede México* 27.54 (2019), pág. 4.
- [38] Andrea Prat. *Campaign Spending with Office-Seeking Politicians, Rational Voters, and Multiple Lobbies*. En: *Journal of Economic Theory* 103.1 (2003), págs. 162-189. DOI: 10.1006/jeth.2001.2793.
- [39] William H. Riker. *The Two-Party System and Duverger's Law: An Essay on the History of Political Science*. En: *American Political Science Association* 76.4 (1982), págs. 753-766. DOI: 10.2307/1962968.
- [40] James A Robinson y Thierry Verdier. *The political economy of clientelism*. En: *The Scandinavian Journal of Economics* 115.2 (2013), págs. 260-291.
- [41] Timothy R Scully. *Rethinking the center: Party politics in nineteenth-and twentieth-century Chile*. Stanford University Press, 1992.
- [42] Susan C Stokes. *Perverse accountability: A formal model of machine politics with evidence from Argentina*. En: *American political science review* (2005), págs. 315-325.
- [43] Susan C Stokes y col. *Brokers, voters, and clientelism: The puzzle of distributive politics*. Cambridge University Press, 2013.
- [44] Arturo Valenzuela. *Political brokers in Chile: local government in a centralized polity*. Duke University Press, 1977. ISBN: 9780822303800,0822303809. URL: <http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=74768e1b944761f81741b1cf94b67ae9>.

- [45] Max Weber. *Wirtschaft und Gesellschaft. Grundriss der verstehenden Soziologie [Economy and Society: An Outline of Interpretive Sociology]*. New York: Bedminster Press, 1921 [1968].
- [46] Alex Weingrod. *Patrons, patronage, and political parties*. En: *Comparative studies in Society and History* 10.4 (1968), págs. 377-400.