



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE MINAS

**METODOLOGÍA DE ANÁLISIS DE IMPACTO ECONÓMICO ASOCIADO A LA
INCERTIDUMBRE DE PARÁMETROS OPERACIONALES EN PLANTA
CONCENTRADORA DE MINERALES DE COBRE**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL DE MINAS

MADELINE JUDIT VALDIVIA QUINTEROS

PROFESOR GUÍA:

JOSÉ CHARANGO MUNIZAGA ROSAS

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:

ALDO CASALI BACELLI

GONZALO MONTES ATENAS

SANTIAGO DE CHILE

2022

**RESUMEN DE MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE: INGENIERO CIVIL DE MINAS
POR: MADELINE JUDIT VALDIVIA QUINTEROS
FECHA: 2022
PROF. GUÍA: JOSÉ CHARANGO MUNIZAGA**

**METODOLOGÍA DE ANÁLISIS DE IMPACTO ECONÓMICO ASOCIADO A LA
INCERTIDUMBRE DE PARÁMETROS OPERACIONALES EN PLANTA
CONCENTRADORA DE MINERALES DE COBRE**

El objetivo del trabajo realizado en esta memoria es crear una metodología que permita estimar el impacto que genera la variabilidad o incertidumbre de los parámetros operacionales de una planta concentradora de minerales de cobre, sobre los costos, ingresos y utilidades. Con esta metodología se espera evaluar cuales son los parámetros que tienen mayor impacto en el flujo de caja al ser modificados y cuantificar un posible grado de incertidumbre en los procesos a través de indicadores como el riesgo.

Con este objetivo planteado, se utilizó como base de estudio una planta genérica, con procesos bien definidos. Estos procesos fueron simulados por medio de modelos metalúrgicos preexistentes obtenidos de una revisión bibliográfica. Una vez obtenidos y programados, se evaluaron los costos, beneficios y utilidades en función de las variables de entrada del sistema, a algunas de las cuales se les otorgó una cierta variabilidad utilizando el método de Montecarlo.

Las cinco variables que fueron sometidas a incertidumbre fueron las siguientes: (1) W_i Chancado, al que se le otorgó un valor medio de 12,87 [kWh/t], (2) W_i de molienda con el mismo valor anterior, (3) SPI, con un promedio de 55,55 [minutos], (4) ley de alimentación de cobre, con un valor esperado promedio de 0,9% y por último (5) precio del cobre, con un valor promedio de 2.8 [USD/lb] por un período de 10 años. Se realizó un estudio de cada uno de estos para definir el valor de su desviación estándar y la distribución que presentan para ser utilizados en la generación de números aleatorios, además de simular de manera simultánea todos los parámetros al mismo tiempo.

Al realizar estas simulaciones, se observó que las asociadas al proceso de conminución presentan un valor en riesgo bajo con respecto a la medida de tendencia central de los datos de VAN, lo cual es esperable ya que se trata de procesos reiterativos y no presentan mucha variabilidad en su operatividad. Por otro lado, se pudo ver que el valor en riesgo asociado a la ley de cobre es muy elevado, siendo incluso mayor que el valor esperado del VAN del proyecto, situación similar a lo que ocurre con el precio del cobre. Esto también tiene sentido dado que estos valores son determinantes a la hora de definir la viabilidad del proyecto ya que están estrechamente relacionados con los ingresos que se busca captar.

Como conclusión general, se puede ver que existe una correlación entre el valor en riesgo de los parámetros y la importancia que se les da a estos al momento de estudiar y determinar sus valores dentro de una operación minera.

**ABSTRACT OF THE THESIS SUBMITTED TO
OBTAIN THE DEGREE OF: MINING ENGINEERING
BY: MADELINE JUDIT VALDIVIA QUINTEROS
DATE: 2022
THESIS ADVISOR: JOSÉ CHARANGO MUNIZAGA**

**ANALYSIS METHODOLOGY OF ECONOMIC IMPACT ASSOCIATED TO
OPERATIONAL PARAMETERS UNCERTAINTY IN A COPPER CONCENTRATOR
PLANT**

The objective of the work carried out in this report is to create a methodology that allows to estimate the impact generated by the variability or uncertainty of the operational parameters in a copper mineral concentrator plant, on costs, income and profits. With this methodology, it is expected to evaluate which are the parameters that have the greatest impact on the cash flow when there are modified and quantify a possible degree of uncertainty in the processes through indicators such as risk.

With this stated objective, a generic plant with well-defined processes was used as a study base. These processes were simulated by means of preexisting metallurgical models obtained from a literature review. Once obtained and programmed, the costs, income and profits were evaluated based on the system's input variables, some of which were given a certain variability using Monte Carlo method.

The five variables that were subject to uncertainty were: (1) Crushed W_i , which was given an average value of 12.87 [kWh/t], (2) Grinding W_i with the same previous value, (3) SPI, with an average of 55.55 [minutes], (4) copper feed grade, with an expected average value of 0.9% and finally (5) copper price, with an average value of 2.8 [USD/lb] for a period of 10 years. A study of each of these was carried out to define the value of their standard deviation and the distribution that they present to be used in the generation of random numbers, in addition to simulate all parameters at the same time.

When these simulations were performed, it was observed that those associated with the comminution process have a low risk value with respect to the measure of central tendency of the NPV data, which is expected since they are repetitive processes and do not present much variability. On the other hand, it was possible to see that the value at risk associated with the copper grade is very high, being even higher than the expected value of the NPV of the project, a situation similar to what happens with the price of copper. This also makes sense given that these values are decisive to the definition of the viability of the project since they are closely related to the income.

As a general conclusion, it can be seen how there is a correlation between the value at risk of the parameters and the importance given to them when their values are studied and determined within a mining operation.

*“I want to thank me for believing in me,
I want to thank me for doing all this hard work.
I wanna thank me for having no days off.
I wanna thank me for never quitting.
I wanna thank me for always being a giver and trying to give more than I receive.
I wanna thank me for trying to do more right than wrong.
I wanna thank me for being me at all times”*

S. D.

Agradecimientos

A mi profesor guía José Charango Munizaga, por la oportunidad de ser su alumna, por su excelente trabajo y disposición a lo largo de la memoria, por ayudarme a comprender y crecer como ingeniera.

Al profesor Aldo Casali, por acompañarme en los tiempos difíciles que me tocaron. Muchas gracias por creer en mí, confiar en mí y apoyarme en todo momento. La verdad, usted fue la inspiración que tuve para comenzar y terminar la carrera, sin usted, no lo habría conseguido. Gracias por ayudarme a no perder el norte, ser mi soporte y finalmente ayudar a levantarme.

Al profesor Gonzalo Montes, por participar en el desarrollo de esta memoria, por estar siempre atento, por su buena onda y antes que eso, por todos los conocimientos entregados a lo largo de sus cursos durante la carrera, fue muy grato ser su alumna.

A los doctores: Dr Enrique Terra, muchas gracias por su excelente trabajo, por sus cuidados y por su honestidad, es gracias a usted y su equipo que pusieron todo su esfuerzo para que todo saliera bien que estoy en esta etapa. Gracias por su empatía, por ponerse en mi lugar y ayudarme a pensar mejor. Al doctor José Tehva y su equipo de trabajo, por todos sus excelentes cuidados cautelosos y explicaciones pacientes y amables. Al doctor Manuel Lavados M., por apoyarme y buscar la mejor solución para volver a sonreír, muchas gracias por su gran dedicación y esfuerzo. Y a Marcela, por su excelente trabajo y compromiso. A todos ustedes, infinitas gracias.

Quiero agradecer desde lo más profundo al profesor Francisco Munizaga Q.E.P.D., me quedó pendiente ir a visitarlo a su oficina. Eternas gracias por ayudarme a ver las situaciones con altura de miras, por ayudarme a comprender que siempre es bueno no rendirse y seguir aprendiendo lo que nos gusta, porque solo así se vive mejor, gracias por las conversaciones y confiar en mí.

A Lily, por su gran apoyo en momentos difíciles. La tarjeta que escribieron para mí aún la llevo conmigo con gran cariño, gracias a todos aquellos que me enviaron ánimos y fuerzas para recuperarme, fue muy importante: profesores Emery, Leandro, Willy, Jacques, Ihle, Sebastián Troncoso y Javier Santibáñez, don Marco y Camila, muchas gracias. A Gloria, por su constante preocupación y guía desde que la conocí, también a Paula, don Carlos, Carol, Juan Francisco. Sra. Alicia, Marcela, Javier, Ingrid y Verónica, ¡muchas gracias por su barra!.

A la Sociedad Nacional de Minería, por su apoyo y reconocimiento, en la etapa final de mi carrera, en especial a don Diego Hernández y don Gonzalo Cid que siempre estuvieron a disposición.

A Codelco, por las oportunidades de aprendizaje y experiencia dadas. En especial a Vanessa Veliz por su excelente disposición. De la división Salvador a don Pedro Vadillo, don Luis Ilabarca, Daniel, Lucas, Ronny, Maca, Javy, Nirma y Sandra, fue una etapa de aprendizaje de vida y de aterrizaje de lo aprendido en la U que no olvidaré. Gracias por su hospitalidad y ánimos. De la VP a don Gonzalo, David, Tamara y Josefa, muchas gracias por su buen recibimiento y enseñanzas, que a pesar de no conocernos de manera presencial por pandemia quedaron y las valoro. De la división Andina a don Claudio Martínez y don Rodrigo Mardones, por su buena disposición a colaborar con antecedentes y datos para este proceso.

A Julia Cornu y las personas de bienestar, quienes me mostraron mucho aprecio y ayuda. Muchas gracias por estar presente y preocupadas.

A las profesoras María Pilar Mai y Mónica Lipari, por la voluntad para brindarme todo el apoyo en la etapa terminal de la carrera. Gracias por su sentido de la responsabilidad y ánimo.

A mis amigos de los primeros años de U: Toño, Alonso, Smail, Seba, Gonzalo y Andrés. Gracias por tantas risas, cariño y locuras compartidas. Siempre extrañaré verlos todas las semanas y las jornadas de pedirío, Saonda, Esss, jajaja.

A mis amigos de carrera: Bello, Seba Abbott, Tito Reyes, Lucho Navea, Nino, Cesar, Carlos Valdés, gracias por su buena onda, me encantó trabajar y aprender con ustedes. Sin ustedes, no me hubiese entretenido tanto. Muchas gracias por ser excelentes personas y amigos.

A mis amigos de zoom: José, Lucas, Bayron, Ppl y Ppc, gracias por ayudarme a descubrir que si se pueden hacer amigos a distancia. Por su confianza y copuchas gratis.

A Charly, Pampero y Yerko, gracias por mostrarme que la vida debe tomarse con más diversión. (Por siempre su Patrona). Y David, muchas gracias por tu material de estudio, fue de gran ayuda.

Al grupo “Mineres” (Tito, Jupu, Seba, Bruno, Ivonne, Selma, Ada, Nachito, Oscar y Stefano), por su diversidad y pluralismo. Es gratificante tener conversaciones de opiniones tan distintas con altura de miras, pero igual seguir pasándola bien.

A Carlos, por su amistad, apoyo, paciencia y preocupación entregado durante el proceso, infinitas gracias. Sin tu apoyo, esto no hubiese sido posible.

Erika, muchas gracias por tu compañía y apoyo, de verdad agradezco tenerte como amiga.

Un especial y separado agradecimiento a ¡Felipe!, gracias por tus motivaciones, por todos tus Pluuuus Ultraaaaaaaaaa, por acompañarme a ver películas para animarme, por volar 800 km y por estar presente en esta etapa de recuperación y ponerme al día. Eres como un nefersil jajaja, All Might estaría orgulloso de ti también.

A la Universidad de Chile, por darme la oportunidad de aprender, conocer y reflexionar desde múltiples puntos de vista la realidad. Por todas las experiencias vividas, gracias, por todos estos años.

Y a Gabriel, por transformar el invierno más duro y cruel en primavera. Al igual que tú, no sé qué nos depara el destino, pero siempre serás mi compañero.

Por lo que fue, por lo pudo ser, por lo que hay y por lo que venga: ¡Gracias a todos!

Tabla de Contenido

1. Introducción.....	1
1.1. Contexto.....	2
1.2. Objetivos.....	3
1.2.1. Objetivo General.....	3
1.2.2. Objetivos Específicos.....	3
1.3. Alcances.....	3
1.4. Estructura de la memoria.....	4
2. Marco Teórico.....	5
2.1. Conceptos Asociados a Mina.....	5
2.2. Conceptos asociados a Planta.....	6
2.2.1. Planta de Conminución.....	8
2.2.2. Planta de Flotación.....	9
2.2.3. Circuito de planta de conminución.....	11
2.2.4. Circuito de planta de flotación.....	13
2.3. Flujo de Caja.....	14
2.4. Modelos Matemáticos de Incertidumbre en Minería.....	18
2.4.1. Método de Montecarlo.....	18
2.4.2. Riesgo.....	19
3. Metodología.....	20
3.1. Caso Base.....	20
3.1.1. Mina.....	21
3.1.2. Planta.....	21
3.1.3. Modelos predictivos auxiliares.....	25
3.1.4. Consideraciones Económicas.....	27
3.2. Variables de Incertidumbre.....	30
3.2.1. Valores Operacionales.....	32
3.2.2. Valores de Ley.....	32
3.2.3. Valores Económicos.....	32
3.3. Metodología de Programación.....	33
4. Resultados de ensayo teórico.....	36
4.1. W_i Chancado.....	36
4.2. W_i Molienda.....	39

4.3. SPI.....	41
4.4. Ley	44
4.5. Precio	46
4.6. Simulación con incertidumbre global	49
5. Análisis de Resultados	51
6. Conclusiones	56
7. Bibliografía.....	57
Anexos	61
A1. Códigos	61
Librerías	61
Algoritmo de Montecarlo	61
Algoritmo de Montecarlo bi modal.....	61
Algoritmo de Montecarlo Truncado.....	62
A2. Estadística W_i Chancado.....	62

Índice de Ecuaciones

Ecuación 1: Ingresos caso de estudio [USD/d].	14
Ecuación 2: Cobre fino [t/d].	14
Ecuación 3: Definición utilidades.	15
Ecuación 4: Ganancia/Pérdida de Capital.	16
Ecuación 5: Flujo de Caja total.....	16
Ecuación 6: Valor actualizado neto.	17
Ecuación 7: Valor en riesgo.....	19
Ecuación 8: Modelo costo Mina.....	21
Ecuación 9: Cálculo de energía en etapa de chancado.	22
Ecuación 10: Costo de energía en proceso de Chancado.	22
Ecuación 11: Cálculo energía en molienda SAG.	22
Ecuación 12: Costo energía en molienda SAG.	23
Ecuación 13: Cálculo energía en molienda convencional.	23
Ecuación 14: Costo energía molienda convencional.....	23
Ecuación 15: Costo total planta de conminución.	23
Ecuación 16: Cálculo de costos asociado a colector.	24
Ecuación 17: Cálculo de costos asociados a espumante.....	25
Ecuación 18: Cálculo de costo asociado a cal.	25
Ecuación 19: Cálculo final costos de Planta Flotación.	25
Ecuación 20: Modelo empírico de leyes de concentrado.	26
Ecuación 21: Conservación de flujo.....	26
Ecuación 22: Recuperación de mineral.	27
Ecuación 23: Ecuación Inversión Mina, actualizada al año 2020.	28
Ecuación 24: Precio Concentrado de cobre.....	29

Ecuación 25: Modelo Browniano Geométrico para precio de Cobre.....	33
Ecuación 26: Correlación entre W_i Chancado y VAN.....	38
Ecuación 27: Correlación entre W_i Molienda y VAN.....	40
Ecuación 28: Correlación entre SPI y VAN.....	43
Ecuación 29: Correlación entre ley de cobre en alimentación y VAN.....	45

Índice de Figuras

Figura 1: Producción de cobre por tipo de método de explotación (Cochilco, 2021).....	5
Figura 2: Procesamiento de Sulfuros de Cobre.....	7
Figura 3: Etapas Sulfuros a partir de su mecanismo de procesamiento (Casali, 2018).....	8
Figura 4: Circuito SAG, tipo SABC-B.....	12
Figura 5: Circuito base de planta de flotación (Casali, 2018).....	13
Figura 6: Modelo leyes de concentrado.....	26
Figura 7: Variables de incertidumbre y sus relaciones.....	31
Figura 8: Estructura de algoritmo.....	35
Figura 9: Histograma W_i Chancado.....	37
Figura 10: Histograma VAN con variable modificada W_i de chancado.....	37
Figura 11: Gráfico de correlación entre W_i de Chancado y VAN [MUSD].....	38
Figura 12: Histograma W_i Molienda.....	39
Figura 13: Histograma VAN con variable modificada W_i de molienda.....	40
Figura 14: Gráfico de correlación entre W_i de molienda y VAN [MUSD].....	40
Figura 15: Histograma SPI.....	42
Figura 16: Histograma VAN con variable modificada SPI.....	42
Figura 17: Gráfico de correlación entre SPI y VAN [MUSD].....	43
Figura 18: Histograma de leyes de cobre.....	44
Figura 19: Histograma VAN con variable modificada leyes de cobre.....	45
Figura 20: Gráfico de correlación entre leyes de cobre en alimentación y VAN [MUSD].....	45
Figura 21: Histograma distribución variación del precio del cobre en el tiempo.....	47
Figura 22: Histograma VAN con variable modificada Precio del Cobre.....	48
Figura 23: Gráfico de correlación entre pendiente precio del cobre en el tiempo en función del VAN.....	48
Figura 24: Histograma de valores de VAN asociados a simulación global.....	50

Índice de Tablas

Tabla 1: Validación modelo de leyes y recuperación.....	27
Tabla 2: Parámetros operacionales.....	32
Tabla 3: Estadísticas generales de leyes de alimentación.....	32
Tabla 4: Caso base, sin aleatoriedad de parámetros.....	36
Tabla 5: Estadística descriptiva W_i Chancado [kWh/t].....	36
Tabla 6: Estadística descriptiva VAN asociado a W_i de Chancado.....	37
Tabla 7: Diferencias porcentuales de W_i Chancado y VAN con respecto a su media.....	38
Tabla 8: Riesgo asociado de parámetro W_i de Chancado.....	38
Tabla 9: Estadística descriptiva W_i Molienda [kWh/t].....	39
Tabla 10: Estadística descriptiva VAN.....	39

Tabla 11: Diferencias porcentuales de W_i Molienda y VAN con respecto a su media.....	41
Tabla 12: Riesgo asociado de parámetro W_i de Molienda.	41
Tabla 13: Estadística descriptiva SPI [min].	41
Tabla 14: Estadística descriptiva VAN con variable modificada SPI.	42
Tabla 15: Diferencias porcentuales de W_i y VAN con respecto a su media.....	43
Tabla 16: Riesgo asociado de parámetro SPI de molienda SAG.	43
Tabla 17: Estadística descriptiva Leyes de Cobre [%].	44
Tabla 18: Estadística descriptiva VAN asociado a variabilidad de leyes de cobre.....	44
Tabla 19: Diferencias porcentuales de leyes y VAN con respecto a su media.	46
Tabla 20: Riesgo asociado de parámetro leyes de cobre en alimentación.....	46
Tabla 21: Estadística global precio del cobre.....	46
Tabla 22: Estadística descriptiva pendientes precio del cobre.	47
Tabla 23: Estadística descriptiva VAN asociado a variación en precio del cobre [MUSD].	47
Tabla 24: Diferencias porcentuales de pendiente en función del tiempo y VAN con respecto a su media.	48
Tabla 25: Valor en riesgo de parámetro precio del cobre.....	49
Tabla 26: Principales estadísticos asociados a simulación global.....	49
Tabla 27: Estadísticas de VAN asociadas a simulaciones globales.	49
Tabla 28: Riesgo asociado a simulación simultánea de parámetros.....	50
Tabla 29: Resumen parámetros y riesgo asociado.....	50
Tabla 30: Valores de W_i promedios, sujetos a diferentes repeticiones.....	62

1. Introducción

El rubro minero, corresponde a una de las áreas económicas más importantes tanto a nivel nacional como mundial debido a que entrega materias primas para la generación de materiales de construcción y de productos tecnológicos. Países como Australia, Chile y Canadá han aportado enormemente a su desarrollo. Si bien, durante el 2020, los inventarios en la Bolsa de Metales de Londres (LME), la Bolsa de Futuros de Metales de Estados Unidos (Comex) y la Bolsa de Futuros de Shanghai (SHFE), sufrieron el efecto de la pandemia Covid-19, a inicios de año los inventarios en SHFE subieron casi 40%, pero fueron bajando a partir del segundo trimestre, a medida que la actividad económica se fue recuperando en el país (Codelco, 2021), todo esto por la indudable necesidad de esta industria, en particular por el cobre.

Como todo sector económico, la industria minera se compone de etapas, las cuales son las responsables de dar valor al negocio minero. Estas etapas forman parte de la cadena de valor de la industria minera, las cuales son: exploración, desarrollo, explotación y concentración, fundición y refinación, manufactura y reciclaje (Horsley, 2002), siendo la etapa en la que el mineral es procesado en la planta concentradora una de las que más incertidumbre produce.

El procesamiento de minerales corresponde a la etapa siguiente a la explotación y es realizada con la finalidad de preparar el mineral para la extracción del metal valioso. Cada una de las etapas del procesamiento en la planta es realizada a escalas temporales distintas, con diferentes volúmenes e insumos que son la fuente de una parte importante de la certidumbre del negocio minero mismo. El negocio minero, comenzando desde la exploración hasta el cierre de la mina, implica una enorme inversión en tiempo y en dinero. A su vez, es un negocio bastante riesgoso que no asegura completamente el éxito a sus inversionistas (SONAMI, 2012).

Por lo mismo, es que se decidió realizar una metodología de análisis de impacto económico asociado a la incertidumbre de parámetros operacionales en una planta concentradora genérica que trata minerales de cobre sulfurados provenientes de una operación de minería a cielo abierto. Con el objetivo de mitigar y prevenir esta incertidumbre, se realiza un análisis asociado a cada uno de los parámetros involucrados, de manera tal que se generan varios escenarios posibles para realizar una recomendación que considere las condiciones requeridas de la mina, además de una predicción a futuro.

Se han seleccionado para este estudio, un total de cinco parámetros los cuales presentan incertidumbre en la realidad operacional de una planta, estos son: (1) Work index de chancado, (2) Work index de molienda de bolas, (3) SPI, (4) ley de alimentación de cobre y (5) precio del cobre. La variable afectada a estudiar es el VAN final del proyecto, sobre el cual se busca estudiar la variabilidad que presenta en los casos anteriores y el riesgo financiero asociado.

Para la realización de esta metodología se plantea la generación de números aleatorios por el método de Montecarlo. Por cada variable involucrada, se ha estudiado la forma en que distribuye, los valores típicos de la media y la desviación estándar y con ello se han programado diversas funciones que permiten generar números aleatorios de acuerdo con estas distribuciones. Por cada variable se han generado 400 repeticiones para ver el efecto que tienen en el VAN y con ello ver el riesgo asociado. De manera global, se realizan cuatrocientas simulaciones para el caso en que todas los parámetros de estudio son sometidos a incertidumbre al mismo tiempo.

1.1. Contexto

En la industria minera, el uso de técnicas adecuadas para la evaluación de un proyecto es de mayor relevancia que en otras industrias, debido a los órdenes de magnitud del capital invertido y el tiempo que se requiere de producción para poder llegar a indicadores de VAN positivos y que estos sean mantenidos en el horizonte total de evaluación. El mayor desafío para la evaluación económica resulta incluir el riesgo de los proyectos mineros, el efecto del tiempo y la flexibilidad del estudio de evaluación realizado (Topal, 2008).

Las principales fuentes de incertidumbre en el negocio minero son de: geología, de mercado y operacional (Meagher, 2010). La incertidumbre geológica tiene base en las leyes y las características de la roca, las cuales son obtenidas a través de técnicas geo-estadísticas que extraen información desde sondajes. Por otro lado, la incertidumbre operacional, impacta significativamente a la realización de planes mineros debido al tamaño de las variables observadas en este nivel. Por lo cual, de manera recurrente, estas dos fuentes de incertidumbre son tomadas para crear modelos de incertidumbre que son utilizados para la evaluación de riesgo y finalmente la toma de decisiones financieras del proyecto. Mientras, el estudio del riesgo asociado a la transacción del metal en el mercado es de complejidad mayor y no se ha realizado una unificación concluyente de los estudios asociados a este.

El negocio minero se compone de cinco principales etapas: prospección, exploración, desarrollo, explotación y recuperación. (Newman, 2002). De estas, las dos primeras corresponden a etapas de estudios previos a la realización del mismo proyecto, donde se busca cuantificar algunas de las variables determinantes que serán utilizadas en los posteriores procesos. Luego, en la etapa de desarrollo se busca disminuir aún más esta incertidumbre por medio de pruebas de laboratorio con el fin de diseñar y construir una planta adecuada a lo que se requiere. Por último, durante las etapas de explotación y recuperación se espera contar con un modelo para la predicción del comportamiento de las variables geo-minero-metalúrgicas involucradas. En específico, la etapa de recuperación consta de todos aquellos procesos asociados a la planta de procesamiento, los cuales han sido sujeto de estudio en cuanto a su incertidumbre y valor en riesgo.

En la actualidad, la predicción de los parámetros de salida de los costos, ingresos y utilidades de una planta se realizan con datos estáticos, lo cual resulta muy limitante. En este contexto, el trabajo pretende completar este espacio con la incorporación de variables de ingreso dinámicas para una predicción más efectiva en la Industria Minero – Metalúrgica, por lo tanto, el corazón del problema es la simulación discreta de eventos.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo General

Desarrollar una metodología que permita obtener modelos predictivos de ingresos, costos y utilidades a partir de la incertidumbre de los parámetros involucrados dentro de una planta concentradora de minerales de cobre genérica.

1.2.2. Objetivos Específicos

- Determinar flujos de caja por unidad de tiempo de operaciones en planta concentradora utilizando modelos con parámetros inciertos.
- Definir parámetros operacionales y su influencia sobre los ingresos, costos y beneficios en una planta concentradora de cobre.
- Selección de datos de las variables de entrada relevantes para el caso en estudio: SPI, W_i y $L_{a,Cu}$.
- Diseñar un algoritmo que tenga como base el Método de Montecarlo para la simulación de datos inciertos involucrados en el caso de estudio.

1.3. Alcances

El trabajo por realizar se enmarca en los siguientes alcances:

- Planta concentradora genérica, con un tonelaje de 25.000 [tpd], con mineralogía típica de sulfuros primarios y ubicada en Chile cuyo producto principal es cobre.
- Este trabajo no utiliza análisis de sensibilidad de los datos modelados.
- Se utiliza el método de Montecarlo para la obtención de datos.
- Se realizan estudios de relación de variables de salida de los modelos con las ecuaciones de costos, ingresos y beneficios.
- Se hace una revisión de metodologías para evaluación de incerteza en costos, ingresos y beneficios.
- Se implementa un algoritmo para el análisis de datos.
- Para efectos de precio del concentrado, no se considerarán premios por subproductos ni castigos por impurezas.

1.4. Estructura de la memoria

La estructura del trabajo de título se compone de los siguientes capítulos:

a) **Introducción:**

Esta sección aborda el tema principal de memoria junto a la motivación con la que se inicia el trabajo, además de los objetivos principal y específicos y finalmente los alcances del trabajo.

b) **Marco teórico:**

Este capítulo incluye una revisión de la literatura en que se basa el estudio, que incluyen publicaciones científicas, libros, artículos y memorias relacionadas a los temas que aborda el trabajo de título. Adicional a esto, se presentan los modelos de energía y beneficio utilizadas.

c) **Metodología:**

Este capítulo incorpora la metodología que se utiliza para llevar a cabo la memoria, para así poder cumplir a cabalidad los objetivos planteados en la introducción de esta. Lo que incluye el caso base, con los supuestos correspondientes, además de las herramientas de programación utilizadas y el algoritmo.

d) **Resultados**

En esta sección se incluyen los resultados obtenidos según los alcances definidos para el caso de estudio.

e) **Análisis de Resultados:**

En este capítulo, se analizan los resultados obtenidos para cada uno de los parámetros que producen incertidumbre.

f) **Conclusiones:**

Se genera este capítulo a partir de los datos obtenidos en la sección anterior, con la finalidad de cumplir con los objetivos establecidos al inicio del trabajo de memoria.

g) **Bibliografía:**

Se presenta una lista de fuentes científicas y otras en las cuales se basa el trabajo desarrollado durante esta memoria.

2. Marco Teórico

El concepto de Mina corresponde a una serie de labores e infraestructura necesaria para la extracción y procesamiento de cierto mineral de interés. La explotación de un yacimiento minero se puede clasificar en dos métodos, los que corresponden a minería subterránea y a cielo abierto.

2.1. Conceptos Asociados a Mina

Las etapas de desarrollo y explotación son las que permitirán el acceso al mineral con el objetivo de asegurar la producción. La etapa de explotación es finalmente el proceso de extracción física del mineral que faculta el cumplimiento del plan minero y posterior producción. En estas dos etapas, se construye la infraestructura necesaria, que da paso a operaciones unitarias (perforación, tronadura, carguío y transporte), la selección del método (criterios), método de explotación (que en el caso del presente estudio corresponde a cielo abierto), diseño y secuencia de extracción.

Cielo Abierto:

En el método de cielo abierto, rajo abierto o tajo abierto (Open Pit), la extracción de mineral se desarrolla cuando los yacimientos presentan una forma regular y están en la superficie o cerca de ésta. Corresponde al que más se utiliza en nuestro país como se observa en la Figura 1 (Cochilco, 2019). Particularmente en la explotación de yacimientos de metales básicos como el cobre y preciosos. La excavación es realizada desde la superficie para extraer mineral, el cual estará expuesto en la superficie durante la operación de la mina. Los factores que influyen en la elección de este método son las buenas recuperaciones y selectividad (control de leyes), lo que permite una mayor flexibilidad de la operación, entregando condiciones más seguras de trabajo.

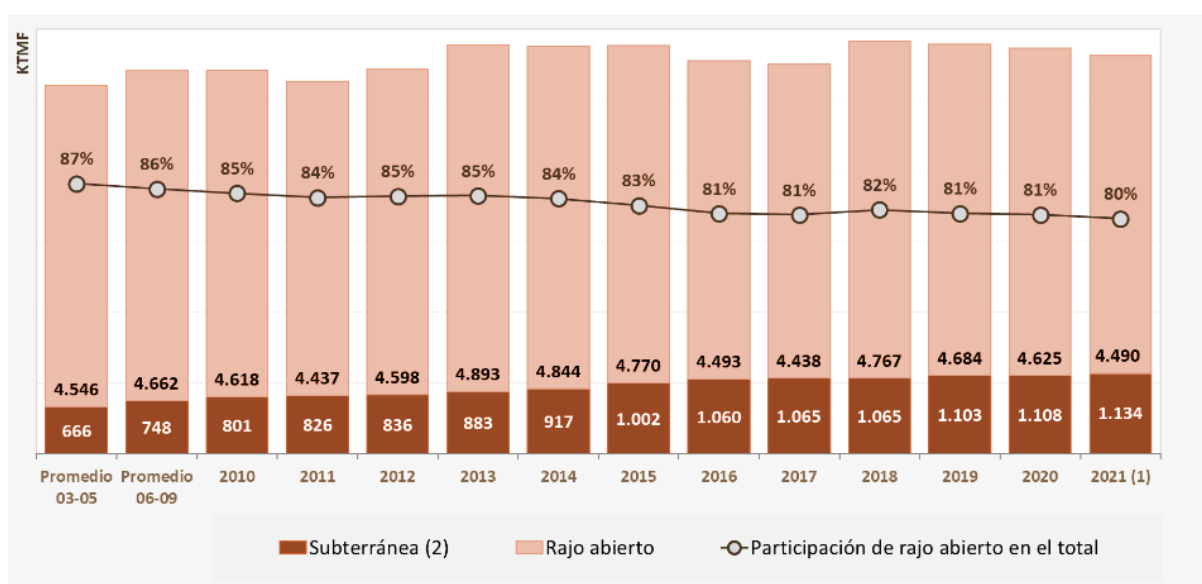


Figura 1: Producción de cobre por tipo de método de explotación (Cochilco, 2021).

El método de explotación a rajo abierto se caracteriza por altas producciones, con ritmos de producción anuales que oscilan entre las 15,000 [t/año] hasta más de 360 [Mt/año] para grandes yacimientos tipo pórfido cuprífero (Wetherelt & Van der Wielen, 2011). Además, otra ventaja de este método es su bajo costo operacional y el hecho de que es moderadamente selectivo, debido a que presenta la flexibilidad de decidir si el mineral extraído se va a la planta de procesamiento, enviado a acopios o a botadero. Cabe destacar que la elección del método es fundamental para todo el proceso minero, ya que la inversión mina se sustenta en esto.

Operaciones Unitarias:

Conjunto de operaciones que sirven para desarrollar el proceso de explotación minera, estas son cuatro: perforación, tronadura, carguío y transporte. Cabe destacar que las operaciones unitarias son la base del comportamiento del costo en la explotación. Con base bibliográfica, se pueden asociar porcentajes de costo a cada una, además la mayor proporción de este se puede enmarcar de manera general al carguío y transporte.

La perforación, tiene por objetivo la exploración y reconocimiento de yacimientos y depósitos minerales, ser la base para estudios geotécnicos y la inserción y detonación de cargas explosivas para generar la posterior fragmentación.

La operación unitaria tronadura, tiene por finalidad la detonación de cargas explosivas insertas en un macizo rocoso. La energía requerida para esta etapa (explosivos) determina la tronadura y esta depende de la caracterización geomecánica de la roca y de la granulometría que se desea obtener para el procesamiento en etapas posteriores, por lo cual es utilizada fundamentalmente en las deformaciones del macizo rocoso, creación de fragmentación y nuevas superficies, desplazamientos y proyección del material fragmentado. Es la primera etapa del proceso de conminución de la roca y tiene como misión el pre-acondicionamiento o preparación de ésta para su posterior procesamiento (CCM, 2021).

Finalmente, las operaciones de carguío y transporte corresponden a la extracción y desplazamiento, respectivamente, del material que fue fragmentado de la frente de trabajo. Este material puede ser de varios tipos: mineral que va con destino a la planta para posterior tratamiento, mineral de baja ley que será depositado en stock, lastre que se está removiendo con la finalidad de acceder al mineral o material que será directamente procesado, como es el caso de los minerales industriales, carbón o fosfatos.

2.2. Conceptos asociados a Planta

El mineral de una operación minera consiste en una variedad de especies minerales, algunas de las cuales son de valor comercial (generalmente las menos abundantes) y otras de menor o ningún valor relativo (ganga). Además, según su uso, estos minerales se pueden clasificar en minerales metálicos o minerales industriales. A su vez, los minerales metálicos de cobre y de varios otros metales se pueden clasificar en dos: minerales metálicos con metal de interés soluble (minerales oxidados) y minerales metálicos con metal de interés insoluble económicamente (minerales sulfurados).

Para el caso de los minerales sulfurados de cobre y con el objetivo de preparar el mineral para la extracción del metal de interés se lleva a cabo un conjunto de procesos que se compone de chancado, molienda semi-autógena (SAG), molienda convencional, flotación, espesamiento y filtrado (CCM, 2021) como se muestra en la Figura 2.

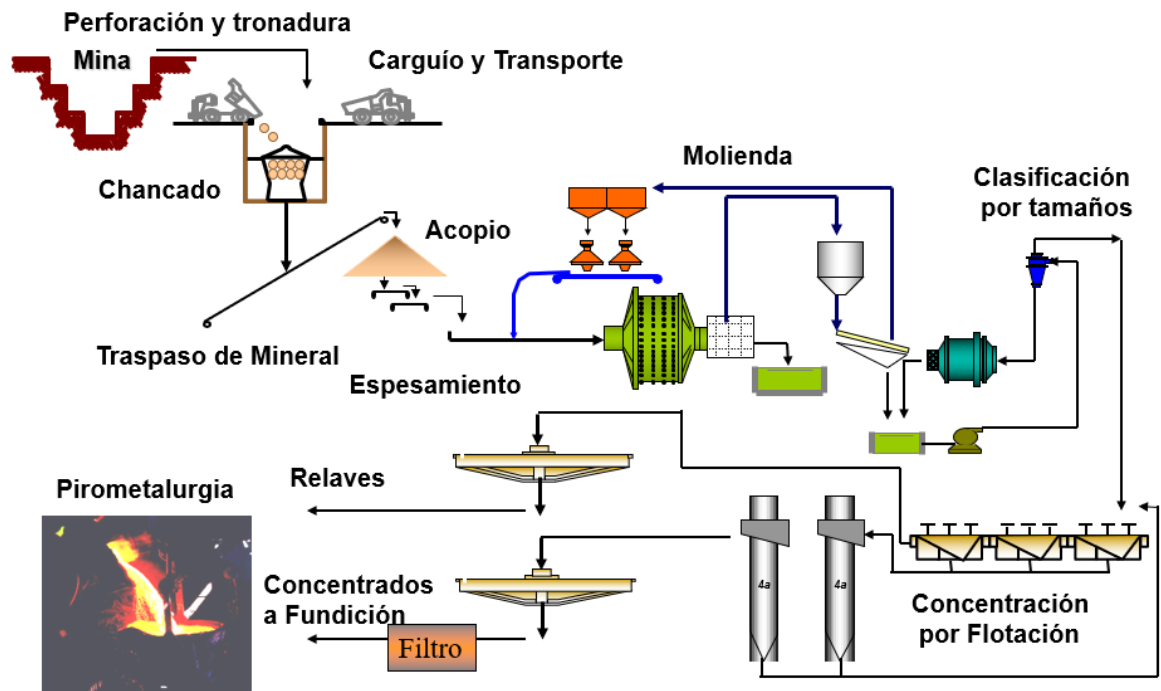


Figura 2: Procesamiento de Sulfuros de Cobre.

Estas etapas se pueden agrupar mediante el mecanismo de procesamiento del mineral, el cual se puede ver en la Figura 3. El primero, corresponde a la preparación mecánica que consiste en liberar de ganga a las partículas de la especie de interés, dicho proceso es realizado en la planta de conminución para que luego el mineral continúe la ruta a la planta concentradora, donde se realiza una separación selectiva del mineral mediante flotación. A partir de su afinidad con el agua, los minerales presentan propiedades hidrofóbicas o hidrofílicas que determinan su flotabilidad de manera natural.

Una de las etapas más importantes es la flotación, en la que a través de reacciones físico-químicas se separan los minerales sulfurados de cobre y otros elementos como el molibdeno, de las especies llamadas gangas, que no tienen valor comercial. El concentrado resultante es desaguado mediante espesadores y filtros y llevado al proceso de fundición (CCM, 2021).

Luego de esta etapa, el producto adquiere un valor de mercado y puede transarse, es decir, el procesamiento de minerales crea el primer producto comercializable que posee un precio y un mercado referenciado.

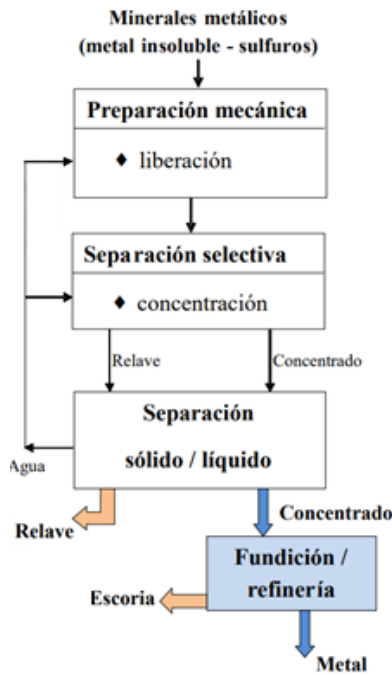


Figura 3: Etapas Sulfuros a partir de su mecanismo de procesamiento (Casali, 2018).

2.2.1. Planta de Conminución

La planta de conminución es fundamental para producir partículas con cierto tamaño y forma, liberar el valioso de la ganga para facilitar la concentración y aumentar el área superficial para las posteriores reacciones químicas de flotación. En la planta se desarrollan los procesos de chancado y luego molienda. Cabe destacar, que los procesos de conminución son los más importantes en cuanto a costos de capital y operación de cualquier faena de minerales, ya que el consumo de energía por lo general es del orden del 50 – 60 % del total de una planta (Cochilco, 2020).

El proceso de chancado tiene por objetivo disminuir el tamaño de roca hasta un diámetro, dependiendo del proceso, de entre media y seis pulgadas. Le sigue el proceso de molienda, que continúa con la reducción de tamaño hasta una granulometría máxima de 200 [µm], lo que permite la máxima liberación de mineral de cobre en forma de partículas individuales.

La planta está normalmente conformada por los equipos descritos a continuación:

- a) Chancadores: Primer equipo perteneciente a la planta de conminución, este por lo general recibe colpas de mineral provenientes de la mina que pueden ser tan grandes como 1,5 [m] y el producto final varía dependiendo la aplicación de que se trate oscilando entre los 20 [cm] y 7 [mm]. El chancado se realiza por lo general en seco y usualmente se lleva a cabo en 1, 2 o 3 etapas. La primera etapa está operada por chancadores primarios que pueden ser de dos tipos, mandíbulas o giratorios (aunque también existen los chancadores de impacto, de uso muy limitado y para aplicaciones específicas), los cuales son operados siempre en circuito abierto, con o sin parrillas separadoras previas.

La segunda parte de los procesos de conminución corresponde a la molienda, la que generalmente es una operación realizada en húmedo y que se compone usualmente de dos etapas realizadas por los siguientes equipos:

- b) Molino SAG: Constituido por un cuerpo cilíndrico-cónico donde su diámetro es mayor que el largo, ubicado en forma horizontal que posee un sistema de rotación en torno a su eje horizontal. Recibe el mineral con un tamaño aproximado a las 8 pulgadas y sale con una granulometría cercana a los 12 cm hacia la etapa de molienda secundaria realizada con un molino convencional.

El proceso en este equipo se basa en dos mecanismos principales de ruptura: impacto (alta energía) y abrasión (baja energía), ya que las colpas de mineral contenidas en la alimentación fresca son las encargadas de producir conminución, al igual que la de las partículas de más bajo tamaño por impacto entre ellas.

La instalación de un molino SAG, gracias a su sistema y gran capacidad acortan, no solo el proceso de molienda, sino también el chancado, ya que el mineral que muelen proviene directamente del chancador primario (Codelco, 2019). Cabe destacar que una gran parte del material producto de SAG va directamente a la etapa de flotación, dado que cumple con los requerimientos de granulometría.

- c) Molino Convencional: Actualmente, en las plantas modernas se utiliza solo el molino de bolas, en cuyo interior se tiene una carga de bolas de acero que suele (dependiendo del sistema de descarga) ocupar entre 30 a 45% del volumen interior del molino.

La alimentación que se envía a un molino de bolas es el producto harneado de un molino SAG, siendo el tamaño variable ya que depende del tamaño del producto final de la molienda, y de los requerimientos de energía del molino de bolas. Esto quiere decir que la alimentación no puede ser de un tamaño muy grueso, ni uno muy fino porque la calidad del producto final afecta la eficiencia del proceso siguiente (Metallurgist Magazine, 2021).

2.2.2. Planta de Flotación

La etapa de concentración de minerales consiste en la separación selectiva del mineral de interés (mena), del mineral que no es de interés para el negocio (ganga). En función de características físicas, químicas o específicas se realiza la separación de los minerales a tratar, seleccionando aquella que pueda ser aprovechada por el sistema o mecanismo involucrado en el proceso.

Existen diversos métodos utilizados de separación selectiva, no obstante, el método de concentración que destaca en la actualidad en la minería del cobre es la flotación que ejecuta la separación mediante la propiedad de hidrofobicidad de los minerales, esto es, la capacidad de repeler o interactuar con agua.

Con la aparición de la concentración por flotación a comienzos del Siglo XX se dio origen a lo que hoy conocemos como gran minería. Esto, debido a que se introdujo tecnología capaz de extraer más mineral valioso para el mercado y con ello aprovechar de mejor manera el proceso extractivo en general (Minería Chilena, 2014).

En el proceso de flotación la separación se genera una vez que las partículas hidrofóbicas tienden a adherirse a la superficie de las burbujas para luego ascender, mientras que las partículas hidrofílicas tienden a seguir en el agua para continuar a la descarga. De este proceso, se obtienen dos productos, estos son el concentrado que se retira por la zona superior del equipo, compuesto principalmente por partículas adheridas a las burbujas (hidrofóbicas) y el relave que se retira por la zona inferior. Cabe destacar que generalmente en la flotación se quiere recuperar el mineral valioso y, por ende, que flote.

El proceso de flotación se compone de tres etapas:

- a) **Primaria:** Su alimentación es el flujo de pulpa proveniente de la molienda, su objetivo consiste en recuperar la mayor cantidad de mena, por lo tanto, se utilizan celdas convencionales. El concentrado producto de esta etapa tiene una ley baja, por lo tanto, antes de ser comercializado o enviado a fundición requiere ser tratado nuevamente en otra etapa, pero el relave de esta etapa es generalmente el relave final del proceso.
- b) **Limpieza:** Su alimentación es el concentrado de la etapa primaria y tiene por objetivo limpiar el concentrado de la ganga que tiene en su composición y maximizar la ley. Por lo general, se utilizan celdas columnares. El concentrado de esta etapa es el concentrado final de la planta. De manera adicional, el relave producido, contiene una significativa cantidad de cobre que no se logró recuperar, por lo que es recirculado para flotar en la siguiente etapa.
- c) **Repaso:** La alimentación de esta etapa corresponde al relave de las columnas de flotación de la etapa de limpieza. Tiene por objetivo recuperar todo el mineral de interés que sea posible.

Si bien en la concentración por flotación intervienen diferentes tipos de equipos, en esta se ocupan principalmente dos grandes equipos, las celdas y las columnas, las que son alimentadas con pulpa mineralúrgica que corresponde a una mezcla de mineral que ya pasó por la planta de conminución, agua y reactivos.

- a) **Celdas Convencionales:** Diseñadas con la finalidad de maximizar la recuperación de cobre por sobre la ley de concentrado. Como la alimentación a este equipo se produce desde la parte inferior donde también se inyecta el flujo de aire se favorece la colisión burbuja-partícula por la agitación producida en el fondo de la celda, por lo tanto, se aumentan las probabilidades de que las partículas de mineral de interés lleguen a la zona de recolección.
- b) **Celdas columnares:** También llamadas columnas de flotación tienen como objetivo maximizar la ley del mineral del concentrado producido, por sobre la recuperación. Estos equipos reciben alimentación desde la zona superior y el mineral a través del fluido cae por acción de la gravedad.

Los reactivos mencionados previamente se diferencian según su función dentro del equipo de flotación y se clasifican en tres (Wills, 1988):

- a) **Colectores:** Este tipo de reactivo, tiene la función de potenciar las propiedades hidrofóbicas del mineral de interés que se desea flotar y son adsorbidos en la superficie del mineral. Por lo general, son compuestos de origen orgánico que son añadidos de manera directa a la pulpa previo a su ingreso a la celda.

Los Xantatos son los más utilizados en la flotación de sulfuros de cobre, estos se generan por la interacción entre alcohol y el disulfuro de carbono, además son heteropolares, a saber, poseen dos estructuras enlazadas (una polar y otra apolar).

La presencia de oxígeno en el sistema favorece el mecanismo de oxidación superficial del mineral. Es así como los iones metálicos de la superficie reaccionan con la sección polar de los colectores, lo que genera una sal metálica en la superficie del mineral. Al mismo tiempo, la sección apolar del reactivo, se adhiere a la sal metálica generada y en contacto con el agua, lo que finalmente hace que se potencie la hidrofobicidad del mineral.

- b) Espumantes: Reactivos de origen orgánico, corresponden a agentes tenso-activos que tienen una parte apolar o hidrofóbica y otra polar. La primera es una cadena hidrocarbonada y la segunda es generalmente un grupo OH. Mientras en la superficie de la burbuja, esto es, en la interfase aire-agua la cadena hidrocarbonada se orienta hacia el aire, el grupo polar se orienta hacia el lado del agua (Azgomi y Gómez, 2007). Estos reactivos, tienen varios objetivos, entre los que destacan tres: (1) Favorecer la formación de espuma, (2) favorecer la permanencia y duración de las burbujas y (3) reducir la velocidad de ascenso de la espuma (Wills, 1988).

Por otra parte, existen dos grupos de espumantes utilizados, estos son, los alcoholes y los poliglicoles. Los primeros son considerados espumantes débiles ya que tienen una baja actividad superficial, además tienen cinética rápida, es decir tienen una rápida recuperación de partículas, su espuma es menos estable, tienen baja retención de agua, mayor selectividad y persistencia baja (Azgomi y Gómez, 2007). Los poliglicoles conforman un gran número de estructuras y pesos moleculares. Cuando este último aumenta también lo hace la recuperación de agua. Este tipo de espumante logra una buena profundidad de espuma, mejor estabilidad y persistencia en comparación con los alcoholes. Otras propiedades que obtienen son la baja sensibilidad a los cambios de pH y una alta retención de agua (Melo, 2006).

- c) Modificadores: El objetivo de estos se centra en producir condiciones químicas óptimas para que el proceso sea llevado a cabo, es decir, facilitar la selectividad de la flotación. Los más utilizados son: (1) activadores, (2) depresantes, (3) dispersantes y (4) reguladores de pH.

Los activadores incrementan la adsorción de los colectores con el objetivo de fortalecer el enlace entre estos y la superficie de los minerales, mientras que los depresantes contribuyen a disminuir la flotabilidad de un mineral. Por otra parte, los dispersantes cumplen la función de diseminar los cúmulos de partículas, generando un aumento del área expuesta para que el proceso de selectividad sea más efectivo, facilitando el encuentro de partículas hidrofóbicas-burbujas. Finalmente, los reguladores de pH son utilizados para modificar a un medio alcalino (cal o soda caustica) o a un medio ácido (ácido sulfúrico) (Wills, 1988).

2.2.3. Circuito de planta de conminución

En primera instancia, existen dos configuraciones para los circuitos de molienda-clasificación, estos son, los circuitos directo e inverso.

En los circuitos directos, el mineral fresco sumado a la descarga del hidrociclón entra directamente al molino para que se produzca de manera posterior la clasificación. Para el caso de los circuitos inversos, tanto la alimentación fresca de mineral como la descarga del molino se unen para alimentar la clasificación, en este caso la descarga del hidrociclón es ingresada al molino.

A su vez, los circuitos de molienda se pueden dividir en dos grandes grupos, los de molienda convencional y los circuitos de molienda SAG. La molienda convencional, tiene dos variantes en operaciones, estas son: la molienda convencional de dos etapas y la molienda unitaria. En el primero, el mineral es molido en la primera etapa en molinos de barras (circuito abierto) y se utiliza en la segunda etapa molinos de bolas con una clasificación previa que permite enviar al producto final la fracción de mineral que tiene la granulometría apropiada (circuito cerrado inverso). Por otra parte, el segundo circuito comprende una única etapa de molienda convencional de bolas que recibe material más grueso proveniente del chancado, por lo que involucra molinos de gran tamaño y se debe configurar una clasificación posterior a la molienda (circuito cerrado directo).

Actualmente, los circuitos de molienda SAG son los más utilizados, los cuales presentan distintas variantes, las más usadas corresponden a los circuitos SABC-A y SABC-B. El primero envía los pebbles chancados de retorno al molino SAG, mientras que el segundo los envía a la alimentación del molino de bolas. A continuación, se presenta el circuito más utilizado y en el que se basa esta memoria:

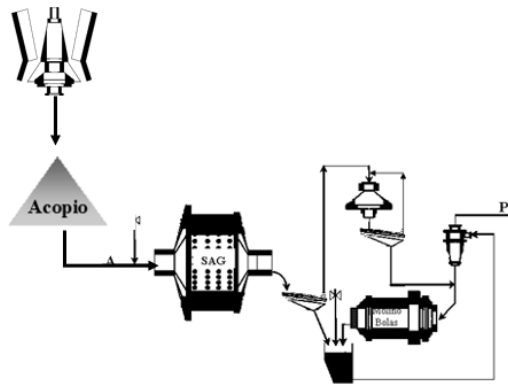


Figura 4: Circuito SAG, tipo SABC-B.

La disposición básica de este circuito inicia con el proceso en el chancado primario, el cual puede estar ubicado directamente en la mina (alternativa más común actualmente) o en el inicio de la planta. Posteriormente, el material ya reducido de tamaño es trasladado por medio de correas a un set de acopios, para luego ser enviado a la primera etapa de molienda, esto es molienda SAG. Una vez pasado por esta etapa se envía a un harnero para realizar separación de los pebbles. Mientras, el bajo tamaño se bombea hasta los hidrociclones donde ocurre la separación por tamaños, el *overflow* del hidrociclón es enviado a la planta de flotación, mientras que el *underflow* es re-tratado en un molino de bolas.

2.2.4. Circuito de planta de flotación

Existen varios circuitos de flotación utilizados en la industria. Sin embargo, todos ellos derivan de un circuito base llamado “primaria-limpieza/repaso”, al que se incorpora normalmente una etapa de remolienda. En la siguiente figura, se muestra cómo se dispone este circuito:

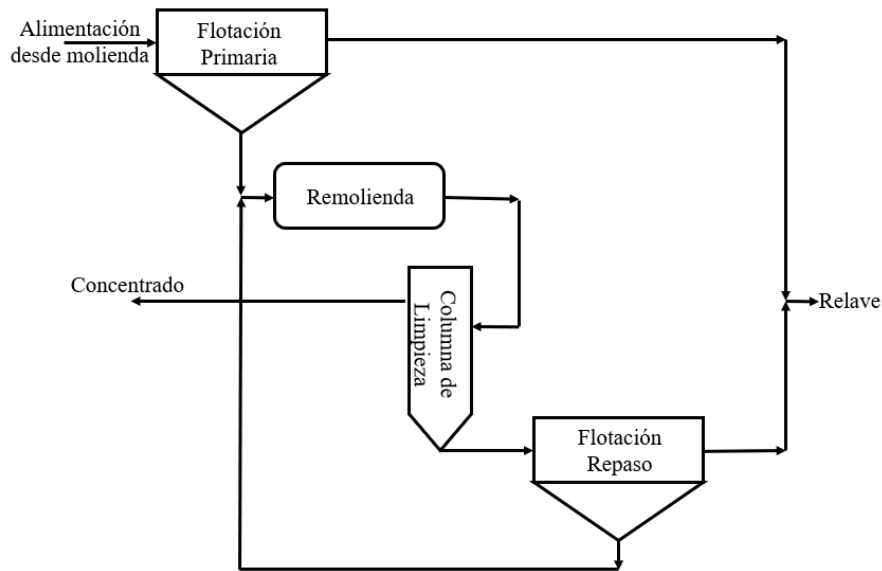


Figura 5: Circuito base de planta de flotación (Casali, 2018).

El mineral proveniente desde la planta de conminución es enviado a la etapa de flotación primaria, la cual realiza la separación inicial entre el mineral de interés que ingresa y un porcentaje importante de la ganga. Luego, es enviado a la etapa de remolienda para disminuir aún más su tamaño y favorecer la liberación. Cabe destacar que la remolienda está en esta ubicación ya que es un proceso costoso y re-moler toda la alimentación a la planta representaría un costo significativo e innecesario ya que la mayoría de lo que se ingresa es ganga. Posterior a la remolienda, está la etapa de limpieza. El relave de esta etapa es enviado a repaso donde el concentrado producido es enviado a remolienda y su relave al tranque. El concentrado de la etapa de flotación de limpieza es el concentrado final de la planta.

2.3. Flujo de Caja

El flujo de caja constituye una herramienta donde se provee una metodología básica para el ordenamiento de la información y así obtener los indicadores económicos del proyecto a evaluar. El flujo de caja se compone básicamente de tres elementos básicos: (1) Flujos de las inversiones, (2) costos o beneficios de operación y (3) costos de la operación.

El flujo de caja se compone además de dos principales subclases, estos son, el flujo de caja operacional y el flujo de caja de capitales. El primero se genera a partir de las actividades propias de la actividad empresarial y se conoce como Flujo de Caja Operativo (FCO). Las actividades operativas incluyen la venta de productos y servicios que generan entradas de capital, así como los gastos comerciales habituales como la compra de materias primas, logística, fabricación de inventarios o impuestos, entre otros. Por otra parte, el flujo de caja financiero (FCF) procede de las actividades financieras del negocio. Las entradas de efectivo de este tipo de actividades pueden consistir en cobros por la emisión de acciones o deuda, y de los bonos y préstamos. Las salidas de efectivo pueden incluir el reembolso de préstamos o bonos, la recompra de acciones o el pago de dividendos. (Cámara Oviedo, 2022), es decir, este tipo de flujo de caja muestra el desempeño y la solidez financiera del negocio.

Los ítems que componen el flujo de caja operacional corresponden a:

- Ingresos: Corresponden al dinero obtenido por la venta del activo en cuestión. Para el caso específico de la minería del cobre, cuando el producto comercializable es un concentrado, los ingresos se pueden definir de la siguiente manera:

Ecuación 1: Ingresos caso de estudio [USD/d].

$$\text{Ingresos [USD/d]} = \frac{G_{Cu,C}}{L_{Cu,C}} * P_C$$

Con:

$G_{Cu,C}$: Flujo de cobre en concentrado [t/d].

$L_{Cu,C}$: Ley Concentrado de Cobre.

P_C : Precio Concentrado [USD/t].

Cabe destacar que el flujo de cobre en el concentrado, también conocido como cobre fino se deduce de la siguiente expresión:

Ecuación 2: Cobre fino [t/d].

$$G_{Cu,C} = G_{SA} * R_{Cu} * L_{Cu,A}$$

Donde:

$G_{Cu,C}$: Flujo de cobre en concentrado [t/d].

G_{SA} : Flujo de mineral en la alimentación [t/d].

R_{Cu} : Recuperación de Cobre [%].

$L_{Cu,A}$: Ley de Cobre en alimentación [%].

- Costos Operacionales: Se entiende como “costos” en general, el valor de cualquier recurso económico utilizado en un proyecto, por ejemplo, los costos de chancado, molienda, capital de trabajo, mano de obra, reactivos, energía, combustibles, etcétera.
- Utilidades: Esta función utilizada para el caso de estudio, se define como:

Ecuación 3: Definición utilidades.

$$Utilidad [USD/d] = (Ingresos - Costos)[USD/d]$$

La utilidad será calculada en función de las siguientes variables sujetas a incertidumbre: precio del cobre, W_{Ch} , W_{IM} , ley de concentrado y SPI.

- Depreciación: La depreciación de los bienes del activo de una empresa corresponde al menor valor que tiene un bien, producto de su uso o desgaste, tema que está contenido en los N° 5 y 5 bis del Artículo 31 de la Ley sobre Impuesto a la Renta, que reconoce una cuota anual por concepto de depreciación de los bienes del activo inmovilizado como gasto necesario para producir la renta, determinada de acuerdo con la vida útil fijada por el Servicio de Impuestos Internos para tal bien (SII, 2021).
- Valor Libro: Valor inicial del activo menos la depreciación acumulada.
- Valor residual: Valor de venta del o los activos que tiene el proyecto.
- Impuestos: Pagos obligatorios de dinero que exige el Estado a los individuos y empresas que no están sujetos a una contraprestación directa, con el fin de financiar los gastos propios de la administración del Estado y la provisión de bienes y servicios de carácter público (SII, 2022). Existen diversos tipos de impuestos en Chile, entre ellos están el impuesto adicional a la renta, al valor adicional a la renta (IVA), de primera y segunda categoría, global complementario, e impuestos indirectos.

El impuesto de primera categoría grava las rentas de capital, estas son, las rentas de capitales, utilidades de empresas, mobiliarios, rentas de bienes raíces entre otros. Por otra parte, el impuesto de segunda categoría es el que grava las rentas del trabajo.

El impuesto que grava el total de las rentas obtenidas por las personas naturales es el Global Complementario, mientras que el impuesto adicional grava las rentas de fuentes chilenas obtenidas por personas extranjeras (Saavedra, 2016).

En el caso del rubro minero, los impuestos que gravan la actividad minera son: (1) Impuesto Corporativo, (2) Patente Municipal, (3) IVA, (4) Contribución regional, (5) Patentes mineras para la concesión de exploración y explotación, (6) Impuesto adicional a los dueños y (7) Impuesto específico a la minería (IEAM) (Aste, 2021). Desde año 2011, este último, es un gasto tributario que se rebaja en la determinación de la Renta Líquida Imponible de Primera Categoría en el ejercicio en que se devengue el IEAM, es decir, antes de que se exija la obligación a su declaración y pago. El IEAM, en Chile y en la legislación extranjera, puede o

no, ser acreditable o deducible en el cálculo del impuesto corporativo de la empresa o de su base imponible (Biblioteca del Congreso Nacional, 2020).

- Pérdida del ejercicio anterior: Este ítem, corresponde al resultado o pérdida tributarios, determinado el año anterior, que no es absorbido por utilidades acumuladas en la empresa y así sucesivamente (Castro, 2016), es decir, solo se considera cuando no se tienen utilidades en el período anterior.
- Utilidad antes de Impuesto (UAI): Corresponde a la utilidad obtenida sin aplicar conceptos financieros ni operativos.
- Utilidad después de Impuesto (UDI): También conocida como ganancia neta, es una medida de rentabilidad de una empresa o proyecto luego de aplicar los impuestos.
- Salvamento: Parte de un activo que se espera recuperar por medio de venta o permuta al finalizar la vida útil del proyecto.
- Ganancia/perdida de capital: Diferencia entre lo que se invirtió inicialmente y lo obtenido al momento de la venta. Cuando el valor de venta es menor se obtiene una pérdida, de lo contrario se obtiene una ganancia de capital.

Ecuación 4: Ganancia/Pérdida de Capital.

Valor Comercial – Valor Libro

Por otro lado, se tiene el flujo de caja de capitales o privado, que corresponde a todos los balances monetarios que vienen de transacciones no ligadas directamente al bien de producción. Este incluye los ítems de inversión fija, IVA de la inversión, recuperación de IVA de la inversión, valor de desecho de los activos, capital de trabajo y recuperación de capital de trabajo. Las principales partes son:

- Inversión: Cantidad limitada concedida a terceros, una sociedad o un grupo de accionistas, para aumentar dicha cantidad con las utilidades generadas por el proyecto.
- Capital de trabajo: se refiere a los fondos que se requieren como activo circulante neto para comenzar y dar apoyo a las actividades de operación. Por lo general, se recupera al final de la vida de un proyecto (Saavedra, 2016).

Luego de obtener los dos flujos de caja correspondientes, se suman para obtener el flujo de caja total:

Ecuación 5: Flujo de Caja total.

Flujo de Caja = F.C. Operativo + F.C. de Capitales

Una vez que conocemos los flujos de caja anuales, se determina el VAN del Proyecto, que es un criterio de inversión mediante el cual los costos y pagos de un proyecto son actualizados al igual que la inversión con la finalidad de conocer cuánto es lo que se pierde o gana. Como tasa de descuento se utiliza el costo de oportunidad para quién se evalúa.

Ecuación 6: Valor actualizado neto.

$$VAN = -I_0 + \sum_{t=1}^n \frac{F_t}{(1+k)^t}$$

Donde:

I_0 : Inversión inicial.

n: Número de períodos.

F_t : Flujo de dinero en cada período t.

k: Tasa de descuento.

Cabe destacar que este indicador es de utilidad para la toma de decisiones, como lo son ver si las inversiones son factibles y ver qué tipo de inversión es mejor que otra en términos absolutos. Los criterios son los siguientes:

- $VAN > 0$: Se generan beneficios del valor actualizado de los cobros y pagos futuros de la inversión a la tasa de descuento seleccionada.
- $VAN = 0$: La realización del proyecto es indiferente en términos de beneficios ya que no se generarán ganancias ni pérdidas.
- $VAN < 0$: El proyecto debe ser rechazado, ya que el proyecto generará pérdidas.

En el caso de un proyecto minero el VAN es sensible al monto de la inversión inicial, los costos de extracción y procesamiento, el precio proyectado para los productos finales, los impuestos sobre las ganancias y la tasa de descuento usada para actualizar los flujos (SONAMI, 2016).

2.4. Modelos Matemáticos de Incertidumbre en Minería

Producto de la naturaleza de la industria minera, los inputs asociados al procesamiento de minerales tienen distintos niveles de incertidumbre, y esta a su vez puede generar riesgos. Cabe destacar que la toma de decisiones es directamente dependiente del conocimiento que se tenga del problema. Por un lado, está la escala determinística, mientras que, en otro extremo, se encuentra la incertidumbre pura. Al medio de estos dos casos, se encuentran los problemas en riesgo. Los conceptos de riesgo e incertidumbre son similares, pero diferentes. La incertidumbre comprende variables que son desconocidas y cambiantes, además puede ser conocida y resuelta con el paso del tiempo, acciones y eventos. Es la posibilidad de que un evento ocurra o no. Mientras que el riesgo, es algo que se tiene y que es el resultado de la incertidumbre, por lo tanto, es la consecuencia de la materialización de los eventos que tenían un grado de incertidumbre. Con regularidad, el riesgo puede permanecer constante mientras la incertidumbre aumenta con el tiempo (Mun, 2006).

En el proceso minero y en particular en una planta concentradora de minerales se encuentran diversos parámetros que contribuyen a la incertidumbre del proyecto total, algunas de ellas son: dureza, granulometría, leyes, SPI, cantidad de acero consumido en molienda, precios del metal, entre otros.

Para evaluar el impacto que tiene un parámetro en el resultado financiero de un proyecto se pueden crear modelos geo-minero-metalúrgicos que estudien la incertidumbre. Una manera de implementar el funcionamiento de este es a través del método de Montecarlo.

2.4.1. Método de Montecarlo

La simulación de Monte Carlo es un método numérico que permite resolver problemas complejos mediante la simulación de variables aleatorias. Es usado para resolver problemas tanto determinísticos como estocásticos donde el pasar del tiempo no tiene un rol sustancial. El nombre de “Monte Carlo” tiene su origen en la Segunda Guerra Mundial, donde esta aproximación fue utilizada en problemas relacionados con el desarrollo de la bomba atómica.

Por otra parte, la matemática estadística formaliza una noción de probabilidad de un suceso identificándola con su “volumen” relativo en relación con el del universo de probables resultados de un experimento aleatorio. Este método utiliza dicha identificación en la dirección contraria, calculando el “volumen” de un conjunto e interpretando dicho volumen como una probabilidad. En el caso más simple eso significa llevar a cabo un muestreo aleatorio del universo de resultados posibles, hacer el recuento de los resultados que pertenecen a un determinado conjunto, calcular la fracción de los resultados pertenecientes a dicho conjunto y tomar dicha fracción como una estimación del volumen de dicho conjunto. Dentro de hipótesis generales, la ley de los grandes números asegura que esa estimación converge al verdadero valor del conjunto a medida que aumenta el número de resultados generados artificialmente (López, 2008).

La simulación de Monte Carlo de manera simplificada es un generador de números aleatorios útil para la predicción, estimación y análisis de riesgos. Una simulación calcula numerosos escenarios de un modelo recogiendo repetidamente valores de una distribución de probabilidad seleccionada por el usuario para las variables inciertas y usando esos valores para el modelo.

Un ejemplo de la utilización de Monte Carlo es el trabajo realizado por Samis y Davis (2014), en donde a través de simulación de Monte Carlo junto con opciones reales, genera escenarios de estimación del precio del metal de oro para un proyecto minero, logrando previsión para los escenarios con un bajo precio del metal. Este caso de estudio muestra que la simulación puede ayudar a determinar si las condiciones de financiamiento son adecuadas y si estos sistemas se pueden modificar para que se adapte mejor al perfil de riesgo del proyecto.

2.4.2. Riesgo

La medición del riesgo incorporado en un determinado activo es, sin duda, uno de los problemas más importantes de la economía. El nivel de riesgo es una de las características de un activo que, junto con su rentabilidad esperada, su liquidez, etc., determinan las decisiones óptimas de inversión de los agentes (Novales, 2017).

El valor en riesgo se define como una medida de dispersión. Cuando se tiene un modelo de simulación de un proceso, se obtiene una variable de respuesta de la cual se puede obtener un valor esperado que será la medida de tendencia central de todos los datos y a esta se le descuenta el percentil 5 o “valor seguro” de los datos para finalmente obtenerlo.

Ecuación 7: Valor en riesgo.

$$\text{Valor en Riesgo} = \text{Valor esperado} - \text{Percentil 5}$$

Con esto, se logra cuantificar la incerteza de cada parámetro que se ve involucrado en un proceso que se quiere estudiar, es decir, el valor en riesgo representa cuanto podría llegar a disminuir el valor esperado del proyecto.

Posterior a la identificación y evaluación del riesgo, se pueden definir las acciones a tomar para el tratamiento de este, en línea con los objetivos que se tenga y considerando a su vez, que cada medida que se tome referente a los riesgos implica un costo adicional.

3. Metodología

Para el desarrollo de esta memoria se decidió hacer uso de un caso base de estudio ficticio con el objetivo de desarrollar una metodología para hacer análisis económico de una planta concentradora de minerales sulfurados. El trabajo se desarrolló en etapas, que son las siguientes: (1) Elección del tipo de planta a utilizar, esto es, los equipos y circuitos utilizados, (2) elección de parámetros técnicos, económicos y geológicos a estudiar, (3) análisis y determinación de los supuestos a considerar, (4) selección e implementación del lenguaje de programación y finalmente (5) análisis de riesgo de los parámetros seleccionados.

La elección del tipo de planta utilizada fue en base a la estructura más usada en la minería de cobre chilena. Esta consta de una planta de conminución y una planta de flotación con sus equipos respectivos. Cabe destacar que no se consideraron los equipos auxiliares de bajo costo energético, como harneros, bombas, hidrociclones, etc. Esto debido a que no cambian significativamente según las variaciones que se planean estudiar en el proceso, por lo tanto, no se consideran sujetos a incertidumbre. Teniendo esto presente, dichos costos pueden considerarse proporcionales en la mayoría de las faenas según su tamaño. Para disponer de esto, se utilizó un factor intrínseco asociado a esos costos (*FIOC*) para incluirlos en la ecuación.

Para la elección de los parámetros técnicos, económicos y geológicos, se consideró en primer lugar una revisión bibliográfica acerca de los principales modelos existentes en la realidad para simular condiciones energéticas y económicas dentro de una planta. Luego, se estudiaron los términos que los componen y posteriormente se determinaron cuáles de ellos están sujetos a incertidumbre, siendo estos, los work index de chancado y molienda, índice de energía SAG (SPI), leyes de alimentación y el precio del cobre. La elección específica es explicada con posterioridad.

Los supuestos utilizados fueron determinados para que el caso de estudio se acercara lo más posible a la realidad en las faenas mineras del país, teniendo en consideración la mineralogía común, los tamaños típicos de partícula, los costos de energía estándar, dosis de reactivos de flotación y sus costos respectivos.

El lenguaje de programación se seleccionó teniendo en cuenta los conocimientos previos en el área y la facilidad de la implementación al caso de estudio. Este corresponde a *Python*, y varias de sus librerías se usaron de manera auxiliar.

Por último, el análisis de riesgo de los parámetros seleccionados se realiza en torno a los resultados obtenidos desde *Python*. Este análisis contiene histogramas, estadísticas básicas y nubes de correlación. Luego se estudia la magnitud de las variaciones obtenidas de los parámetros económicos.

A continuación, se detallan todos los puntos anteriormente señalados.

3.1. Caso Base

A continuación, se detalla cada uno de los supuestos utilizados para la construcción del caso base:

3.1.1. Mina

La mina de estudio seleccionada corresponde a un yacimiento de minerales sulfurados de cobre que se extraen mediante el método de minería a cielo abierto.

Para modelar el costo asociado al proceso Mina, el cual es utilizado en el flujo de caja operacional, se utilizó la siguiente ecuación (Mular, 1998):

Ecuación 8: Modelo costo Mina.

$$\text{Costo}_{\text{Mina}}[\text{USD}/\text{t}] = \{5,14 (G_{SA}/FC)^{-0,148} * 1.691/911\}/FC$$

Donde G_{SA} corresponde al flujo de sólidos que son extraídos desde la mina y enviados a planta y FC es el factor de conversión entre tonelada y tonelada corta igual a 0,9071 [t/tc]. El valor de G_{SA} utilizado fue de 25.000 [tpd], tomando como supuesto una faena de mediana minería. Con esto en mente, se obtiene un $\text{Costo}_{\text{Mina}}$ igual a 2,38 [USD/t].

El costo mina calculado incluye los costos asociados a todas las etapas unitarias considerando perforación, tronadura, carguío y transporte, incluyendo mantenciones y recursos humanos.

Por otro lado, para el flujo de caja de capitales, la inversión mina corresponde a 2,8 % del valor del costo del capital, cuyo valor es explicado con posterioridad.

3.1.2. Planta

La planta de conminución para el caso de estudio está compuesta por las etapas típicas de esta en el proceso de producción de cobre a partir de minerales sulfurados: (1) Chancado primario, (2) Molienda SAG y (3) Molienda secundaria con molino de bolas. Cabe destacar que la planta utilizada es de tipo genérica, lo que significa que no se utilizó un modelo específico para ningún equipo, sino que simplemente se utilizó el concepto de costo asociado a este último.

Operacionalmente, se asume una razón de reducción R_{80} conocida para todas las etapas de conminución y también se conoce el tamaño de alimentación inicial a la planta, que corresponde al tamaño promedio de mineral tronado igual a 1 [m] (Arredondo, 2021). En la misma línea, se asume que aguas abajo la granulometría de la etapa siguiente, corresponde a la salida de la etapa anterior.

En el caso de los equipos complementarios y auxiliares de cada etapa de la planta, estos no son incluidos de manera directa para el cálculo de costo energético, al igual que los costos asociados a mano de obra e insumos como acero, aceites, lubricantes, etcétera, sino que, se han incorporado de manera proporcional por medio de un factor de ajuste.

En cuanto a la mineralogía del mineral tratado, no se considera la presencia de subproductos tales como molibdeno, oro, plata, entre otros, ya que la planta genérica utilizada no posee los equipos necesarios para realizar la separación de estos metales de interés. Por esta misma razón, las leyes de arsénico, antimonio y otros elementos perjudiciales no son considerados en el estudio. Cabe destacar que este último supuesto impacta en los ingresos obtenidos, ya que no se cobra el “castigo” por su presencia en el concentrado final cargado en puerto.

A continuación, se explican los modelos de costos aplicados a cada sub- sección de la planta.

a) Planta de conminución

Para comenzar, se utiliza un modelo de costo de energía para chancado, para esta etapa, la energía específica es calculada utilizando el método de Bond, que permite relacionar la fragmentabilidad del mineral con la energía consumida para reducirlo de tamaño (W) en etapas de chancado (King, 2001), como se ve en la siguiente ecuación:

Ecuación 9: Cálculo de energía en etapa de chancado.

$$W \left[kWh/t \right] = 10W_i \left(\frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right)$$

Con:

F_{80} : Tamaño bajo el cual se encuentra el 80% en peso de la alimentación, [μm].

P_{80} : Tamaño bajo el cual se encuentra el 80% en peso del producto, [μm].

W_i : Work index, [kWh/t].

Para el estudio, se establece como supuesto que el material chancado es reducido de tamaño desde un F_{80} de 1 [m] a un P_{80} de 5 [cm] (Arredondo, 2021).

Con esto, se llega a la expresión de costo:

Ecuación 10: Costo de energía en proceso de Chancado.

$$Costo_{E.ch} = 10W_i \left(\frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right) \left[kWh/ton \right] * Precio_{Energía} \left[US\$/kWh \right]$$

En este caso, el parámetro sujeto a variabilidad corresponde al W_i

Cabe destacar, que el precio de la energía fue fijado en 0,18 [USD/kWh] (Cochilco, 2021), esto debido a que los precios del mercado eléctrico obedecen a una estructura marginalista de determinación de estos, en el cual, oferentes y demandantes son coordinados por medio del Centro Económico de Control de Carga (CDEC), que entrega ordenes de despacho a las generadoras según demanda para un periodo de tiempo respectivo. En el mercado eléctrico chileno se distinguen tres tipos de precio, el *Precio Spot*, *Precio Libre* y *Precio Nudo*, siendo en el caso de las mineras el precio libre el utilizado, que es negociado directamente por las empresas que cuentan con una potencia de consumo de más de 2.000 KW y la generadora o distribuidora (Cochilco, 2014).

Luego, se tiene el modelo para costo de energía en molienda SAG, el cual depende del SPI. En primer lugar, para estimar la energía específica consumida (W) en esta etapa, se utiliza el método de Starkey (Arredondo, 2021), según la siguiente ecuación:

Ecuación 11: Cálculo energía en molienda SAG.

$$W \left[kWh/t \right] = 0.11 SPI + 0.9$$

Utilizando el parámetro SPI en minutos para estimar W . Por lo tanto, el costo de la energía en función del SPI será:

Obteniendo:

Ecuación 12: Costo energía en molienda SAG.

$$Costo_{E.SAG} = \left(0.11 SPI + 0.9 \left[kWh/t \right] \right) * Precio_{Energía} \left[US\$/kWh \right]$$

Finalmente, en el caso de la energía específica de molienda convencional, esta se puede estimar con la ecuación corregida de Bond (Arredondo, 2021), según:

Ecuación 13: Cálculo energía en molienda convencional.

$$W \left[kWh/t \right] = 10W_i \sum_j EF_j \left(\frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right)$$

Cabe destacar, que el término EF_j corresponde a factores de corrección según las condiciones operacionales. En el caso de estudio, dicho factor fue estimado en 0,9. De manera adicional, se establece que la reducción de tamaño en molienda secundaria será desde una alimentación F_{80} de 4 [mm] a un producto P_{80} de 200 [μm].

Con lo cual, en función del W_i se obtiene un costo para la energía en esta etapa igual a:

Ecuación 14: Costo energía molienda convencional.

$$Costo_{E.MC} = 10W_i \sum_j EF_j \left(\frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right) \left[kWh/t \right] x Precio_{Energía} \left[US\$/kWh \right]$$

Por lo tanto, los costos de energía asociados a la plata de conminución serán igual a:

Ecuación 15: Costo total planta de conminución.

$$Costo_{Conminución} [USD/d] = \{ Costo_{Ch} + Costo_{E.SAG} + Costo_{E.MC} \} \left[USD/t \right] * G_{sa} \left[\frac{t}{d} \right] * FIOC$$

FIOC: Factor que relaciona los costos energéticos de conminución con otros costos involucrados en esta etapa, calculado igual a 2.

Cabe destacar, que el cálculo del *FIOC*, está basado principalmente en la Publicación: Corby G Anderson (2018), donde se extraen los costos de toda la planta de conminución y a estos se le restan los costos de energía, que representan aproximadamente el 50% del total. Los costos restantes consideran salarios, combustibles, agua, reactivos, revestimientos, bolas, equipos auxiliares, que no cambian significativamente según las variaciones que se planean estudiar en el proceso, por lo tanto, no se consideran sujetos a incertidumbre.

b) Planta de Flotación

Para el modelo de planta de flotación se consideró un circuito típico compuesto de las etapas primaria, limpieza y repaso.

Para esta serie de etapas, se consideraron los siguientes supuestos:

1. El flujo de mineral de alimentación corresponde al flujo de mineral de salida en la planta de conminución. Esto tiene raíz en el hecho de que el material circulante en etapas anteriores no se acumula de manera significativa en los procesos.
2. La mineralogía se considera constante en la alimentación.
3. A la planta de flotación llega el mineral con una granulometría constante, es decir P80 se mantiene constante en la salida de la planta de molienda por control automático.
4. Se considera la automatización de los procesos, por ende, se supone que existe control sobre las dosis de reactivos y las leyes de concentrados y relaves.
5. Para efectos del cálculo de costos en la planta, se consideran los que representan el mayor porcentaje, estos son los reactivos. Con esto, se realiza un benchmarking desde donde se obtiene la proporcionalidad de estos con respecto al costo total.
6. Los costos minoritarios en la planta de flotación incluyen los procesos de mano de obra, energía de agitación, energía de remolienda, agua, bombeo de aire y bombeo de pulpas, los que son considerados constantes en este estudio.

Para el costo de colector, el precio se fija en 3 [USD/kg] según información obtenida de una faena de gran minería en Chile. La dosis se fija en 25 [g/t] (Yantén, 2020).

La expresión que representa los costos asociados a colector es la siguiente:

Ecuación 16: Cálculo de costos asociado a colector.

$$Costo_{Colector} [USD/d] = Dosis [g/t] * G_{sa} [t/d] * Precio [USD/kg] * \left[\frac{1 \text{ kg}}{1000g} \right]$$

En el caso del costo de espumante, el precio se fija en 4 [USD/kg] según información obtenida de una faena de gran minería en Chile y la dosis se fija en 25 [g/t] (Yantén, 2020).

La expresión que representa los costos asociados a este reactivo es la siguiente:

Ecuación 17: Cálculo de costos asociados a espumante.

$$Costo_{Espumante} [USD/d] = Dosis [g/t] * G_{sa} \left[\frac{t}{d} \right] * Precio [USD/kg] * \left[\frac{1 kg}{1000g} \right]$$

Por último, el precio de la cal se fija en 0,192 [USD/kg] según información obtenida de una faena de gran minería en Chile. La dosis se fija en 4000 [g/t], según lo observado en datos de la industria actual.

La expresión que representa los costos asociados a cal es la siguiente:

Ecuación 18: Cálculo de costo asociado a cal.

$$Costo_{cal} [USD/d] = Dosis [g/t] * G_{sa} \left[\frac{t}{d} \right] * Precio [USD/kg] * \left[\frac{1 kg}{1000g} \right]$$

Finalmente, los costos totales asociados al proceso de flotación se calculan como sigue:

Ecuación 19: Cálculo final costos de Planta Flotación.

$$Costo_{Flotación} [USD/d] = \{ Costo_{Colector} + Costo_{Espumante} + Costo_{cal} \} [USD/d] * FIOCF$$

FIOCF: Factor que involucra otros costos de flotación, tales como otros reactivos, equipos auxiliares, agua, gasto energético en flotación que involucra a su vez principalmente bombas y motores de agitación, salarios y también el costo de separación sólido/líquido que se requiere para producir el concentrado final a la venta. Calculado en 14 veces (Drove, 2021).

Al igual que el caso de la planta de conminución, al costo total, se le descuenta el costo asociado a reactivos para obtener la proporción relativa al costo total, que resulta ser aproximadamente 1/14, desde donde se deduce que el coeficiente *FIOCF* es igual a 14. El porcentaje restante no se considera en el estudio debido a que no cambia significativamente con respecto a las variables estudiadas, por lo tanto, no se consideran sujetos a incertidumbre.

3.1.3. Modelos predictivos auxiliares

Cabe destacar que estos modelos, fueron generados a partir de datos operacionales reales pertenecientes a una faena chilena. Por lo tanto, los modelos presentados a continuación son específicos a la operación en que los datos fueron extraídos y si la metodología del trabajo quiere ser repetida, debe ser adaptada nuevamente con la información de la faena correspondiente.

Luego de la planta Concentradora, considerando a la flotación como un todo, se utiliza un modelo que prediga la recuperación de cobre ($R_{Cu}[\%]$) y la ley del concentrado de cobre ($L_{C,Cu}[\%]$).

Los supuestos utilizados fueron: (1) El producto final comercializable es concentrado de cobre, (2) no se consideran penalizaciones ni premios al precio del cobre asociadas a otros elementos contenidos y (3) ley del relave mantenida constante por control automático e igual a $L_r=0,20$ % de Cu (Sernageomin, 2021).

Para esta sección, se utilizaron los siguientes modelos:

1. Modelo de ley de cobre en concentrado, en función de la ley de cobre en la alimentación:

Este modelo fue obtenido empíricamente mediante regresiones de una muestra de datos industriales. El modelo donde se obtuvo un mayor coeficiente de determinación fue el logarítmico, con un valor igual a 0,82:

Ecuación 20: Modelo empírico de leyes de concentrado.

$$L_{Cu,C} = 11,496 * \ln(L_a) + 29,646$$

Además, fueron probados modelos lineales, exponenciales, potenciales y polinomiales, sin embargo, el que presentó mejor rendimiento fue el logarítmico.

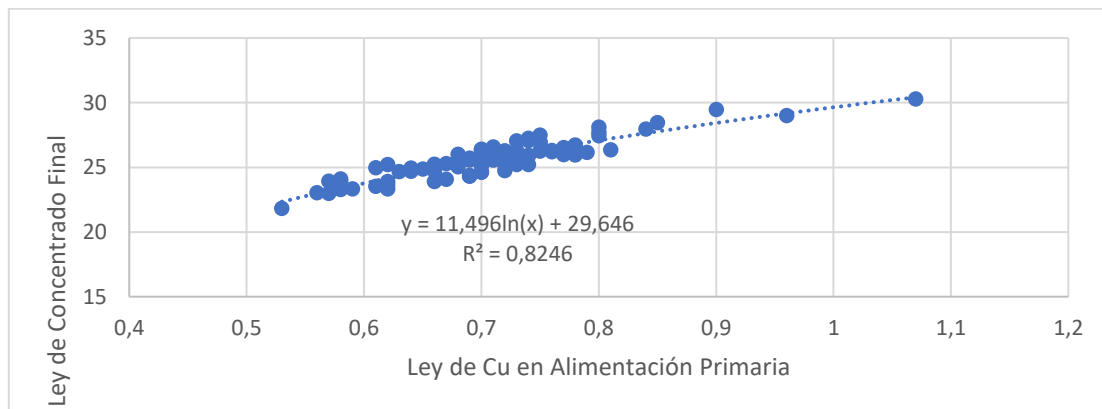


Figura 6: Modelo leyes de concentrado.

2. Modelo de recuperación, en función de la ley de cobre en la alimentación:

Para este modelo, se utilizó la definición de recuperación metalúrgica. El primer paso, es aplicar directamente la conservación de flujo para un elemento o mineral en específico:

Ecuación 21: Conservación de flujo.

$$G_A * L_A = G_C * L_C + G_R * L_R$$

En segundo lugar, se considera el hecho de que en ninguna etapa existe acumulación de mineral, por lo tanto, se conserva el flujo:

$$G_A = G_C * L_C + G_R$$

En tercer lugar, se utiliza la definición directa de recuperación metalúrgica, la cual se define como el cociente entre el flujo de mineral específico en el concentrado y en la alimentación:

$$R = \frac{G_C * L_C}{G_A * L_A}$$

En cuarto lugar, se asume la ley de relave como un valor constante y conocido igual a 0,2 [%].

$$L_R \approx cte$$

Finalmente, se utiliza el modelo para expresar la ley de concentrado en función de la ley de alimentación (Ecuación 20).

$$L_C = L_C(L_A)$$

Con todas las consideraciones anteriores, se deduce que:

$$\Rightarrow G_C = G_A * \frac{L_A}{L_C} - (G_A - G_C) * \frac{L_R}{L_C}$$

Desde donde se obtiene la recuperación metalúrgica en función de la ley:

Ecuación 22: Recuperación de mineral.

$$R = \frac{L_C * (L_a - L_r)}{L_a * (L_C - L_r)}$$

Con el objetivo, de validar los modelos 1 y 2, se realizaron simulaciones que utilizaron como variables de entrada las leyes de alimentación de la base de datos considerando el valor mayor y menor existente, con lo que se obtienen los valores siguientes:

Tabla 1: Validación modelo de leyes y recuperación.

	Ley Alimentación [%]	Ley Concentrado Cu Calculada por Modelo [%]	Recuperación [%]
Mínimo	0,53	22,35	63
Máximo	1,07	30,42	82

Lo que sustenta ambos modelos.

3.1.4. Consideraciones Económicas

Para el desarrollo de esta memoria, se requirió realizar la evaluación económica de cada caso de estudio, con el fin de analizar cómo la incertidumbre asociada a las variables anteriormente mencionadas influye en el cálculo de las utilidades esperadas del negocio. Con este fin, para realizar las evaluaciones se hizo uso de flujos de caja, que corresponde a una herramienta que provee la

metodología básica para ordenar la información y obtener los indicadores económicos de un proyecto. Para el caso de estudio, se consideró un horizonte de evaluación de diez años, con un régimen de 360 días de trabajo anual.

Como primer paso, se definió que el caso de estudio corresponde a un proyecto puro, es decir, sin préstamo, esto implica que toda la inversión necesaria para poder realizar el cálculo es realizada 100% con capital propio (aportes de los inversores). Además, esto simplifica el flujo de caja operacional, ya que no se tiene en cuenta el cálculo de las amortizaciones anuales.

Se impone el precio del cobre en el horizonte de evaluación del proyecto, este puede ser fijo o variable. En el primer caso, este se estableció en un valor de 2.8 [USD/lb] que es el valor promedio que se obtiene al realizar las simulaciones correspondientes al parámetro precio del cobre. En el caso de que el valor del cobre sea variable, este se pudo obtener a través del modelo de precio aleatorio a través del tiempo basado en el modelo geométrico Browniano, explicado con posterioridad.

Luego, fueron impuestas las inversiones del proyecto, asociadas a tres ítems principales: (1) Inversión mina, (2) inversión de maquinaria, que incluye todos los equipos necesarios para el funcionamiento mina y planta y (3) inversión en construcción de la planta concentradora. El valor de la inversión global se pudo obtener mediante la siguiente ecuación, obtenida en bibliografía (CAPCOST, 1997):

Ecuación 23: Ecuación Inversión Mina, actualizada al año 2020.

$$\text{Inversión} = \left[\frac{1691}{1087} \right] * 869,239 * [\text{tonelaje}]^{0,6}$$

Por otra parte, para conocer la proporción en inversión correspondiente a cada uno de los ítems mencionados se hizo un benchmarking con otras faenas mediante la revisión de sus reportes técnicos NI 43 – 101. Se buscó algún proyecto que tuviera características similares al caso base planteado en esta memoria. Considerando esto, se seleccionó el proyecto Eva, ubicado en el noreste de Queensland Australia, que corresponde a un yacimiento de sulfuros de cobre extraído por el método de cielo abierto. Revisando la sección de inversión de este proyecto, se encontró que las proporciones asociadas a los ítems ya mencionados son las siguientes:

- La inversión Mina corresponde a un 2,8% de la inversión total.
- La inversión en maquinaria corresponde a un 69,8% de la inversión.
- La construcción de la planta tiene asociado un 27,4% de la inversión.

Relacionado con lo anterior, la vida útil contable en años para cada ítem fue extraída del servicio de impuestos internos de Chile, específicamente de la sección industria minera, como sigue:

- Para efectos de este estudio, la vida útil de la mina no es una variable que tenga valor, ya que ésta no corresponde a un bien adquirido, sino que a una labor que se debe realizar en el terreno.
- La vida útil de la maquinaria tiene un valor de 9 años.
- La construcción de la planta concentradora tiene un valor de 5 años.

Otra consideración que guarda relación con la inversión es el salvamento o valor residual, que corresponde al valor de venta del activo al final del proyecto, de esta manera, el salvamento de maquinaria corresponde a un 25% de la inversión inicial, mientras que el de la construcción de la planta se consideró igual a un 40% de su inversión (Saavedra, 2016).

La inversión del terreno donde se realiza el proyecto se consideró de un valor de diez millones de dólares, basado en un proyecto chileno promedio.

Considerando lo anterior, se realizó el cálculo de flujo de caja operacional, donde el primer parámetro por obtener fueron las utilidades, definidas como la diferencia entre los ingresos y los costos operacionales. Estos últimos, en este caso específico corresponden a la suma de los costos en conminución, flotación y mina. Por otro lado, los ingresos se obtuvieron de la multiplicación entre el valor del precio de venta del concentrado y la cantidad de concentrado producido. Esta cantidad se obtiene desde el valor de recuperación en peso, mencionada anteriormente, mientras que el precio del concentrado de cobre fue extraído del Manual de cálculo de tarifas (Sonami, 2021):

Ecuación 24: Precio Concentrado de cobre.

$$P_C = [FC * (P_{Cu} - C_R) * L_{Cu,C} * (1 - PE_M) - C_F]$$

Donde:

P_C : Precio Concentrado [USD/t].

FC: Factor de Conversión 2204.62 [lb/t].

P_{Cu} : Precio Cu [USD/lb].

C_R : Costo refinación [USD/lb], estimado en 0,09 (Simulador Sonami, 2021).

$L_{Cu,C}$: Ley Concentrado de Cobre.

PE_M : Pérdida Metalúrgica [%], estimada en 3,8 % (Simulador Sonami).

C_F : Costo fundición [USD/t], estimado en 188 [USD/t] (Diario financiero, 2022).

Otro insumo del flujo de caja es el valor libro. Este se estimó tanto para el ítem de construcción de la planta, como para el ítem de la maquinaria utilizada de manera iterativa para cada año del horizonte de evaluación, hasta llegar al valor cero.

Una vez obtenidas las utilidades, se realizó el cálculo de los impuestos a aplicar sobre ellas, que, basado en la normativa chilena, se consideraron igual a un 41% (BCN, 2020). Para posteriormente, volver a considerar dichos impuestos.

En segundo lugar, se hizo cálculo del flujo de capitales para lo cual se tuvieron las siguientes consideraciones:

- La inversión fue considerada como el valor presentado al inicio de esta sección.
- El capital de trabajo se asume en el período cero y corresponde a un 15 [%] del valor de la inversión (CAPCOST, 1997).
- En el último año del proyecto, se considera la venta del terreno, de los activos de construcción y maquinaria por el valor residual.

Por último, el flujo de caja completo se calculó como la suma entre el flujo de caja operacional y el flujo de caja de capitales año a año. Con esto, se puede aplicar la tasa de descuento de un 10%, como un valor conservador (Molina, 2015).

3.2. Variables de Incertidumbre

Para la realización de esta memoria, se consideró que existen cinco variables que están sujetas a incertidumbre según el modelo creado: (1) W_i Chancado, (2) W_i Molienda, (3) SPI, (4) Ley de alimentación y (5) Precio del cobre.

A continuación, se explica el motivo por el cual fue seleccionado cada uno de estos:

1. Los índices de chancabilidad y molienda, que son los Work Index son sujetos a incertidumbre dado que dependen de muchos factores naturales, como pueden ser el tipo de mineral y las pre-fracturas existentes y factores relacionados a las operaciones unitarias correspondientes, como pueden ser perforación, tronadura y carguío. Cabe destacar que el mínimo valor de Work index de chancado es fijado en 5 [kWh/t], ya que se consideró como el valor mínimo que puede presentar la dureza para minerales reales.
2. En la misma línea, el factor SPI definido como el tiempo de molienda semiautógena que requiere el mineral para llegar a la granulometría esperada se considera fuente de incertidumbre dadas las propiedades del mineral en sí mismo y de las operaciones previas, tanto mineras como de la etapa de chancado. Para este parámetro, el algoritmo que se emplea realiza un truncamiento en un valor mínimo de 4,6 [min], con base en datos bibliográficos (Smith, 2014).
3. Otro factor de incertidumbre es la ley de alimentación, ya que esta depende del Yacimiento, los minerales presentes en él y la distribución espacial que tenga, además del manejo de materiales existentes en la mina para hacer separación entre estéril y mineral. Cabe destacar, que se impone una ley mínima de 0,2 que corresponde a la ley promedio del relave, ya que, la alimentación no puede tener una alimentación mínima a la del relave.
4. El precio del cobre, de manera intrínseca representa una fuente de incertidumbre, ya que está asociado a las condiciones de mercado, reflejadas en las operaciones de la bolsa de metales. Este valor, dentro del algoritmo fue acotado dentro de los valores máximos y mínimos del período de 10 años anteriores al 2021.

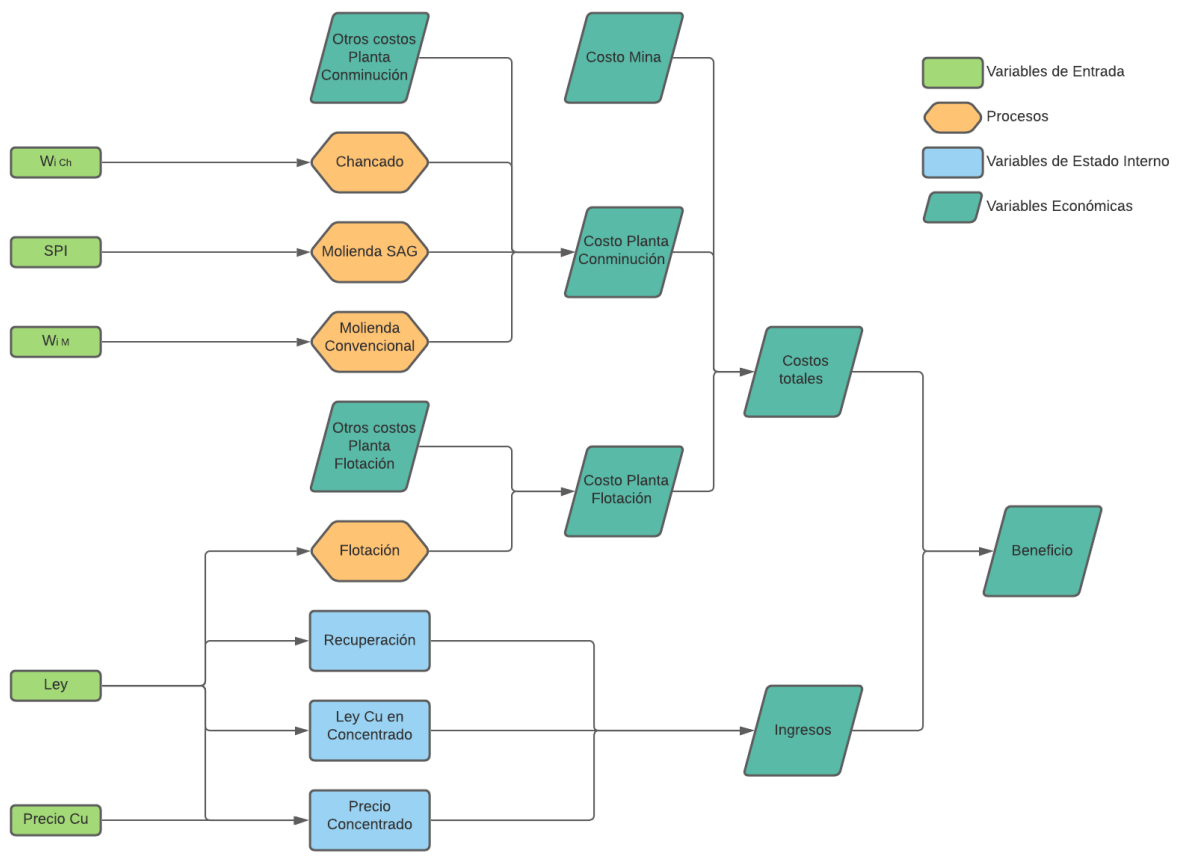


Figura 7: Variables de incertidumbre y sus relaciones.

3.2.1. Valores Operacionales

Los datos relativos a la operación fueron obtenidos por revisión bibliográfica (Smith, 2014), los cuales corresponden a una faena real, la que contaba con alrededor de 5.000 mediciones de parámetros operacionales de conminución, diferenciados según litología y alteración:

Tabla 2: Parámetros operacionales.

Parámetro	Promedio	Desv. Estándar	Distribución
W_i Chancado [kWh/t]	12,87	5,42	Normal
SPI [min]	51,38	22,20	Bimodal
	75,10	24,88	
W_i Molienda [kWh/t]	12,87	2,71	Normal

3.2.2. Valores de Ley

Por otro lado, los datos de leyes de alimentación fueron recopilados desde una base de datos proveniente de un modelo de bloques el cual contenía información relativa al contenido de cobre perteneciente a distintos sectores de un caso de la industria.

Tabla 3: Estadísticas generales de leyes de alimentación.

Parámetro	Promedio	Desv. Estándar	Distribución
Leyes de Cobre [%]	0,9	0,47	Normal

3.2.3. Valores Económicos

A diferencia de las variables anteriores, el precio del cobre cuenta con la particularidad que no es una variable totalmente independiente, sino que depende del comportamiento histórico del precio del cobre, sumado a las condiciones de mercado existentes. Debido a esto, no existe un modelo que pueda predecir directamente el precio del cobre en un período. Sin embargo, existen metodologías para estimar posibles comportamientos en el tiempo, ya sea al alza o a la baja.

El modelo que se ha utilizado durante el desarrollo de esta memoria es un modelo Browniano geométrico, que usualmente se utiliza para predecir el precio de ciertos bienes, sujetos a incertidumbre en el mercado. La ecuación en cuestión es la siguiente:

$$\ln(P_{t+1}) = \ln(P_t) + \mu' \Delta t + \sigma \sqrt{\Delta t} N(0,1)$$

Con:

$$\sigma = \sqrt{\mathbb{V}\left\{\ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)\right\}}, \quad \mu' = \mathbb{E}\left\{\ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)\right\}$$

Según esta ecuación, el precio del cobre puede ser modelado considerando los precios de los períodos anteriores de los que se tenga registro y los nuevos que se van creando aleatoriamente, generando una dependencia entre ellos de manera progresiva. Además, se puede notar que involucra un término generado a partir de una distribución normal estándar. Este valor, puede ser escogido por el usuario con el fin de estudiar casos específicos, como por ejemplo seleccionar los extremos de la campana de Gauss para estudiar casos al alza o a la baja constante. Sin embargo, para el desarrollo de este trabajo se implementó un algoritmo que produce datos aleatorios según una distribución normal estándar, el cual permite crear diversos escenarios del comportamiento del precio del cobre a través del tiempo.

3.3. Metodología de Programación

El desarrollo de esta memoria fue realizado en su totalidad en el lenguaje de programación Python ya que este tiene la ventaja de ser reconocido por su facilidad de uso, su amplia variedad de librerías y su relativamente sencilla interfaz para el usuario.

Cabe destacar que el código desarrollado se ciñó a la metodología de programación basada en funciones, no se requirió la utilización de métodos más complejos como lo pueden ser la programación orientada a objetos. También, se hizo uso de la práctica de abstracción funcional que significa que varias funciones simples contribuyen a la creación de una función global.

El código, en líneas generales, sigue la siguiente distribución:

1. Se programaron las funciones relativas a energía consumida en conminución, las cuales luego se suman y escalan, agregando el costo de la energía obteniéndose de esta manera el gasto total de energía en la planta de conminución.
2. Se programaron las funciones relativas a los costos de reactivos de flotación, cada uno considerando tanto el costo de este como la dosis. Posteriormente se suman y se escalan, donde se obtiene el costo total asociado a la planta de flotación.
3. Se programa una función para calcular el costo mina en función del flujo de material extraído a partir del modelo explicado anteriormente.

4. Se programaron todas las funciones relativas a los cálculos de ingresos obtenidos desde la venta del concentrado. Estas son las funciones de predicción de ley de concentrado, de recuperación, de precio del concentrado, de cantidad de cobre fino producido y finalmente, de ingresos.
5. Se programó la función para el cálculo de utilidades que recibe como inputs cuatro de las variables que pueden estar sujetas a incertidumbre (todas a excepción del precio del cobre). Primero, ésta calcula internamente el costo total de producción, luego calcula los ingresos utilizando las funciones mencionadas en el punto anterior y finalmente, calcula la diferencia que es la utilidad total.
6. Se programó la función de flujo de caja. Ésta también recibe como inputs las cinco variables que pueden estar sujetas a incertidumbre. Cabe destacar, que se puede elegir si se quiere mantener el precio del cobre fijo o si se desea que éste sea la variable aleatoria. El cálculo del flujo de caja se basa en la metodología explicada anteriormente, con un horizonte de cálculo de 10 años. El resultado de esta función es un vector que indica las utilidades de cada año y el VAN.
7. Se programaron las funciones para la generación de números aleatorios mediante el método de Montecarlo (A1. Códigos). Se crearon por separado dos funciones para datos siguiendo una distribución normal y bimodal. Además, se construyó la función para generar precios de cobre de manera aleatoria a un horizonte de diez años usando la función previamente explicada. Adicional a esto, se verificó que todos los algoritmos se generaran dentro de los límites operacionales de cada parámetro, lo que se puede ver en el acotamiento de los valores de precio del cobre y los truncamientos en valores mínimos para los valores de SPI y ley de cobre.
8. Se creó la función para generar 400 repeticiones de simulación del VAN y flujo de caja, según las variables sujetas a incertidumbre. El resultado final, corresponde a un archivo de Excel, el cual en una pestaña contiene los 400 valores aleatorios generados para la variable y su respectivo VAN y en la segunda pestaña el valor del flujo de caja correspondiente a cada uno de los años del horizonte de evaluación.
9. Finalmente, se creó la función para simular el caso donde todas las variables están sujetas a incertidumbre. La función genera cuatro vectores con valores aleatorios para W_i de chancado y molienda, SPI y ley, siguiendo las distribuciones previamente impuestas en los casos individuales. Además, de generar la función auxiliar de precio del cobre acotado en un período de evaluación de diez años.

Las librerías utilizadas fueron dos:

1. *Numpy*: Librería utilizar para realizar trabajos con matrices. Se utilizó principalmente en la función de flujo de caja para poder registrar los valores que se fueron generando cada año para cada una de las variables internas.
2. *Pandas*: Librería utilizada para realizar transformaciones de datos al formato *dataframes* para posteriormente ser exportados a Excel.

A continuación, se muestra un diagrama de funcionamiento general del algoritmo:

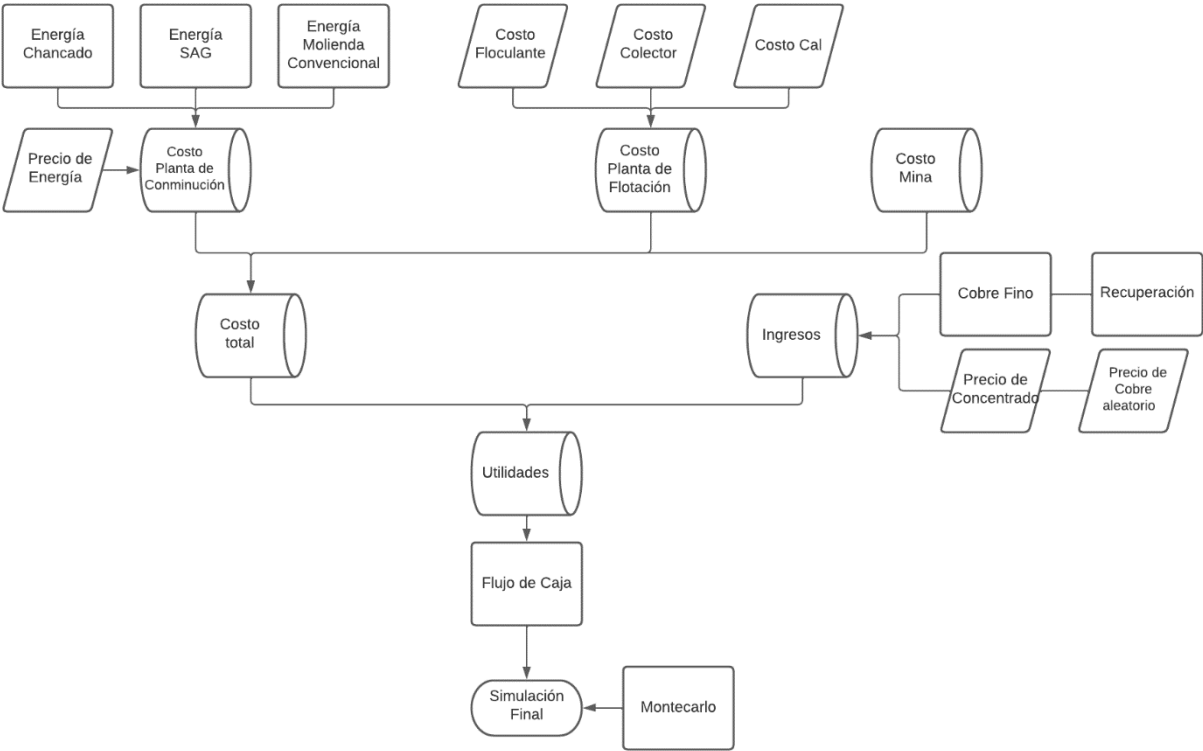


Figura 8: Estructura de algoritmo.

4. Resultados de ensayo teórico

En primer lugar, se realizó una simulación preliminar con todos los parámetros a los cuales se les ha aplicado aleatoriedad en sus valores medios con el fin de tener un caso base con el cual se pueden comparar los valores del VAN.

A continuación, se muestra una tabla con todos los parámetros utilizados para la realización de esta simulación y su respectivo VAN obtenido:

Tabla 4: Caso base, sin aleatoriedad de parámetros.

Parámetro	Valor
Work Index Chancado [kWh/t]	12,87
Work Index Molienda [kWh/t]	12,87
SPI [min]	55,55
Ley de alimentación [%]	0,9
Precio del Cobre (fijo en 10 años) [USD/lb]	2,98
VAN [MUSD]	248

Luego, se presentan los resultados obtenidos para cada una de las variables estudiadas. Para cada una se presentan las estadísticas, distribuciones, gráficos que muestran su correlación e histogramas.

4.1. W_i Chancado

Este parámetro se generó de manera aleatoria, con cuatrocientas repeticiones, para las cuales se hizo uso de un modelo de Montecarlo basado en una distribución normal con una media de 12,87 [kWh/t] y desviación estándar de 5,42 [kWh/t]. A continuación, se muestra una tabla de estadísticas básicas de los datos obtenidos por Montecarlo:

Tabla 5: Estadística descriptiva W_i Chancado [kWh/t].

Media	13,62
Mediana	13,59
Desviación estándar	4,61
Mínimo	5,07
Máximo	32,60

También se presenta el histograma relativo a la distribución de W_i , donde se verifica su distribución normal:

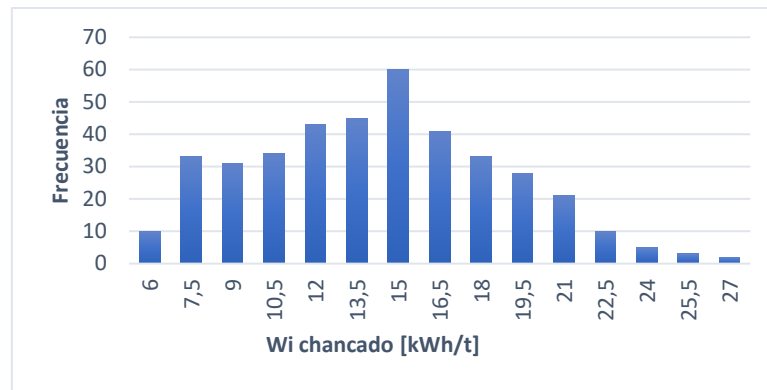


Figura 9: Histograma W_i Chancado.

Corroborada la correcta aplicación de la distribución escogida para el W_i , se procedió a hacer el cálculo con Montecarlo, obteniéndose las siguientes estadísticas básicas para el VAN:

Tabla 6: Estadística descriptiva VAN asociado a W_i de Chancado.

Estadístico	MUSD
Media	247
Mediana	247
Desviación estándar	1,88
Mínimo	240
Máximo	251

Se presenta a continuación, el histograma obtenido para este resultado:

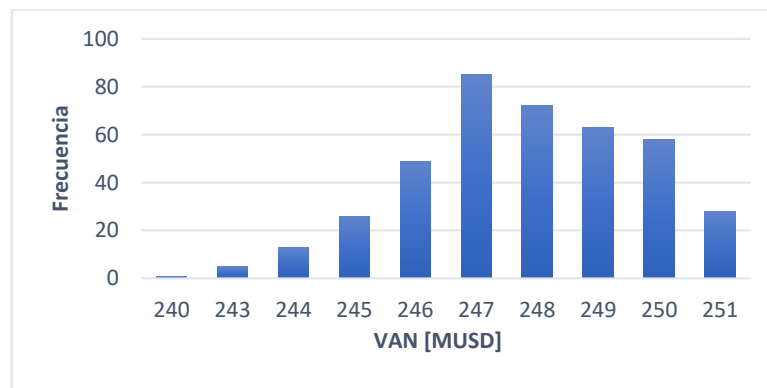


Figura 10: Histograma VAN con variable modificada W_i de chancado.

Luego, se graficó la relación directa entre W_i y VAN para obtener la correlación entre ambos:

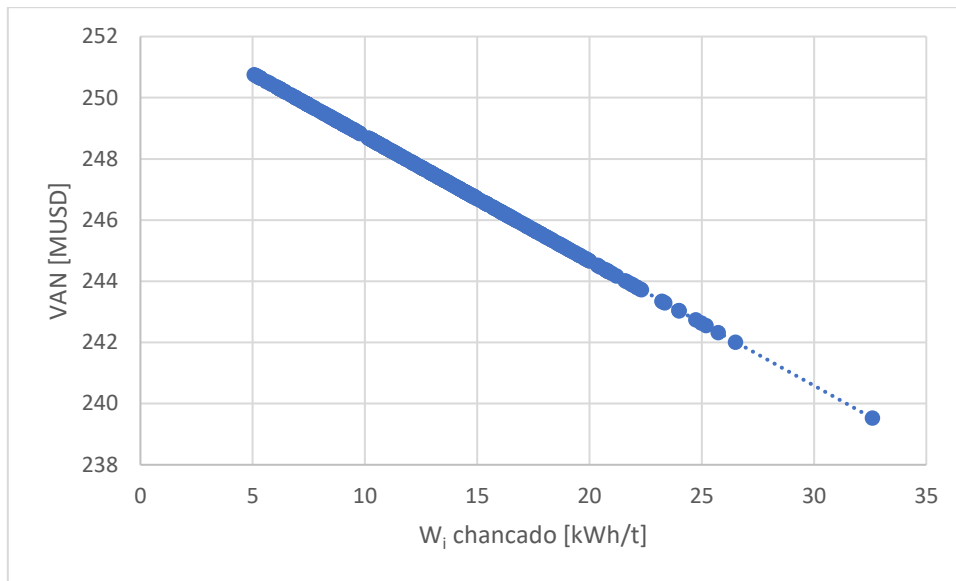


Figura 11: Gráfico de correlación entre W_i de Chancado y VAN [MUSD].

Se aprecia una clara tendencia lineal entre ambos, para corroborar esto, se obtuvo la línea de tendencia, la cual arrojó la siguiente ecuación:

Ecuación 26: Correlación entre W_i Chancado y VAN.

$$VAN [MUSD] = -0,41W_i + 252,82$$

Con un coeficiente de determinación de 1.

De manera adicional, se obtuvieron las diferencias porcentuales del mínimo y el máximo con respecto a la media para el VAN y W_i :

Tabla 7: Diferencias porcentuales de W_i Chancado y VAN con respecto a su media.

	Diferencia c/r mínimo [%]	Diferencia c/r máximo [%]
W_i	63	139
VAN	3	1

Luego, con el objetivo de estudiar la incertidumbre asociada a la variabilidad de este parámetro, se procedió a obtener el valor del riesgo del VAN correspondiente:

Tabla 8: Riesgo asociado de parámetro W_i de Chancado.

Estadístico	Valor [MUSD]
Esperanza	247
Percentil 5	244
Riesgo	3

4.2. W_i Molienda

Este parámetro se generó de manera aleatoria, con cuatrocientas repeticiones, para las cuales se hizo uso de un modelo de Montecarlo basado en una distribución normal con una media de 12,87 [kWh/t] y desviación estándar de 2,71 [kWh/t]. A continuación, se muestra una tabla de estadísticas básicas de los datos obtenidos por Montecarlo:

Tabla 9: Estadística descriptiva W_i Molienda [kWh/t].

Media	12,84
Mediana	12,79
Desviación estándar	2,65
Mínimo	5,12
Máximo	20,44

También se presenta el histograma relativo a la distribución de W_i , donde se verifica su distribución normal:

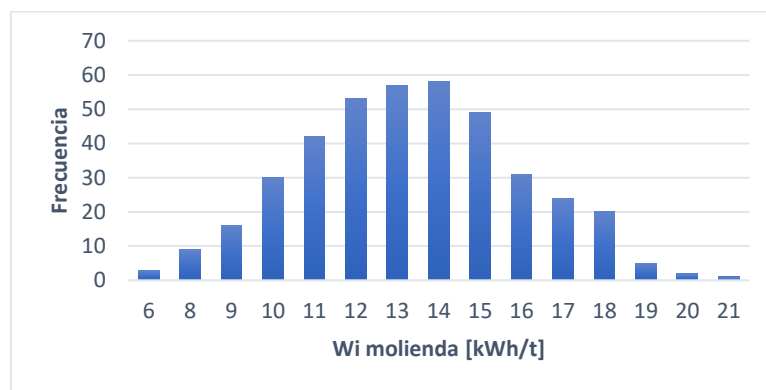


Figura 12: Histograma W_i Molienda.

Corroborada la correcta aplicación de la distribución escogida para el W_i , se procedió a hacer el cálculo con Montecarlo, obteniéndose las siguientes estadísticas básicas para el VAN:

Tabla 10: Estadística descriptiva VAN.

Estadístico	MUSD
Media	248
Mediana	248
Desviación estándar	15,37
Mínimo	204
Máximo	293

Se presenta a continuación, el histograma obtenido para este resultado:

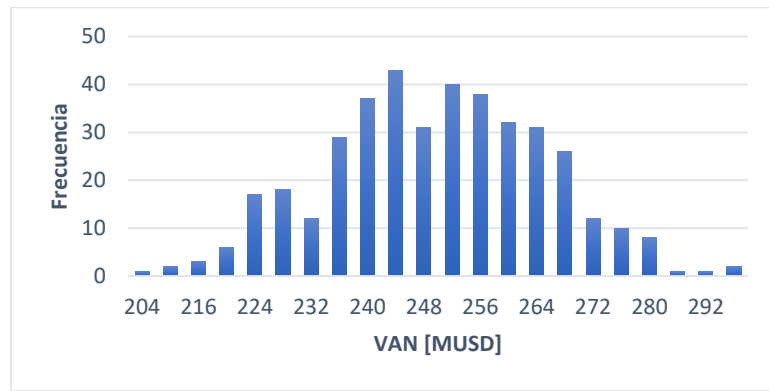


Figura 13: Histograma VAN con variable modificada W_i de molienda.

Se puede apreciar que ambos tienen un comportamiento similar en sus histogramas, observándose una tendencia en ambos a construir una distribución tipo normal. Frente a esto, se graficó la relación directa entre W_i y VAN para obtener la correlación entre ambos:

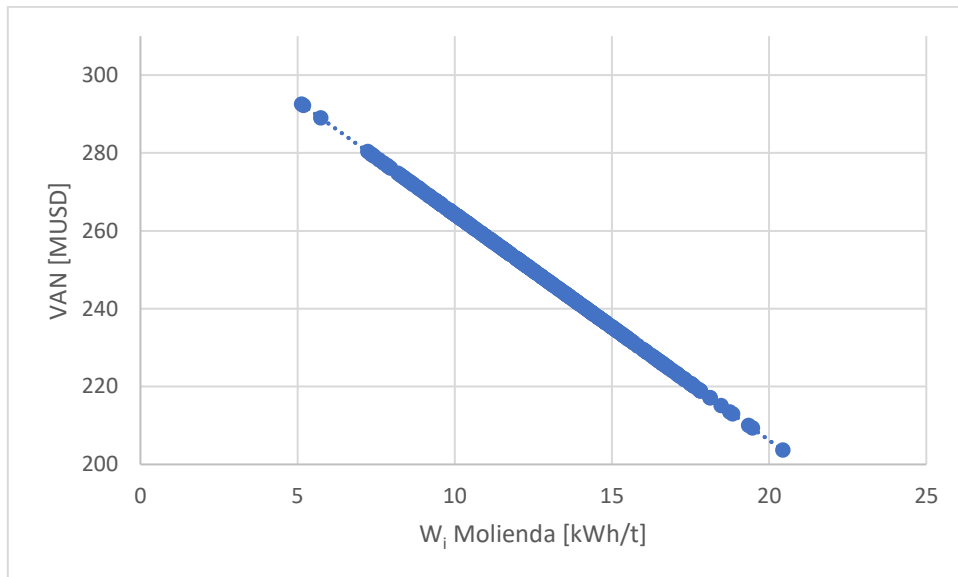


Figura 14: Gráfico de correlación entre W_i de molienda y VAN [MUSD].

Se aprecia una clara tendencia lineal entre ambos, para corroborar esto, se obtuvo la línea de tendencia, la cual arrojó la siguiente ecuación:

Ecuación 27: Correlación entre W_i Molienda y VAN.

$$VAN [MUSD] = -5,8W_i + 322$$

Con un coeficiente de determinación de 1.

De manera adicional, se obtuvieron las diferencias porcentuales del mínimo y el máximo con respecto a la media para el VAN y W_i de molienda:

Tabla 11: Diferencias porcentuales de W_i Molienda y VAN con respecto a su media.

	Diferencia c/r mínimo [%]	Diferencia c/r máximo [%]
W_i	60	59
VAN	18	18

Luego, con el objetivo de estudiar la incertidumbre asociada a la variabilidad de este parámetro, se procedió a obtener el valor del riesgo del VAN correspondiente:

Tabla 12: Riesgo asociado de parámetro W_i de Molienda.

Estadístico	Valor [MUSD]
Esperanza	248
Percentil 5	222
Riesgo	26

4.3. SPI

Este parámetro se generó de manera aleatoria, con cuatrocientas repeticiones, para las cuales se hizo uso de un modelo de Montecarlo basado en una distribución bimodal con peaks en valores de 51,31 y 75,10, desviaciones estándar de 22,2 y 24,8 y una proporción de generación de datos con respecto al primer promedio de aproximadamente 94%. Esto se realizó considerando una diferencia en la proporción de las litologías presentes en la base de datos industriales con que se trabajó en esta etapa.

A continuación, se muestra una tabla de estadísticas básicas de los datos obtenidos por Montecarlo:

Tabla 13: Estadística descriptiva SPI [min].

Media	55
Mediana	54
Desviación estándar	21,41
Mínimo	7
Máximo	124

También se presenta el histograma relativo a la distribución de SPI:

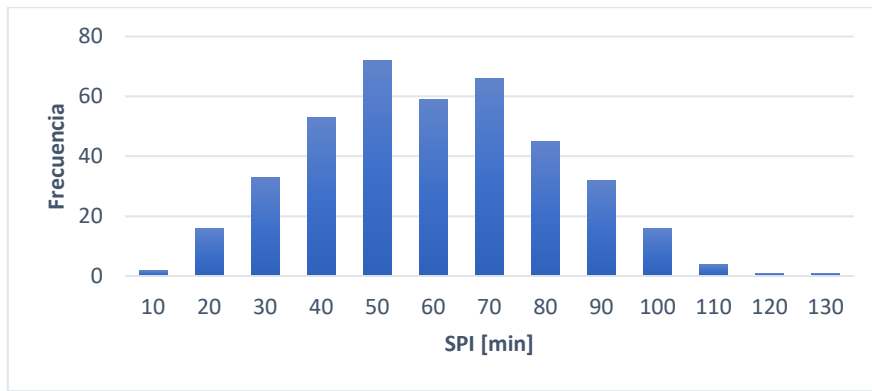


Figura 15: Histograma SPI.

Luego, se procedió a hacer el cálculo con Montecarlo, obteniendo las siguientes estadísticas básicas para el VAN:

Tabla 14: Estadística descriptiva VAN con variable modificada SPI.

Estadístico	MUSD
Media	248
Mediana	250
Desviación estándar	28
Mínimo	159
Máximo	311

Se presenta a continuación, el histograma obtenido para este resultado:

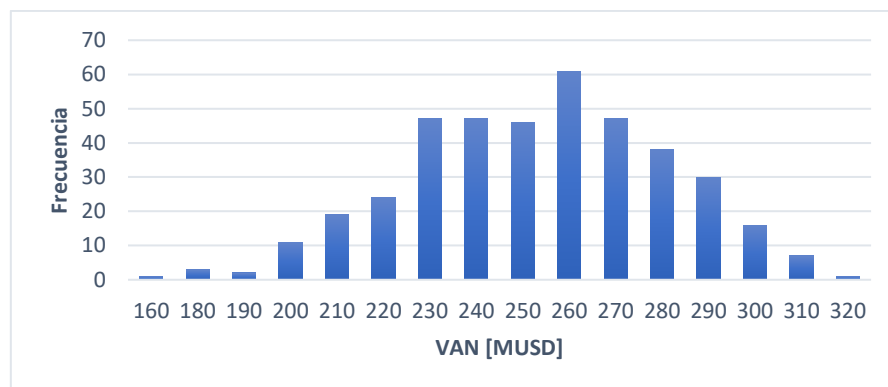


Figura 16: Histograma VAN con variable modificada SPI.

Posteriormente, se graficó la relación directa entre SPI y VAN para obtener la correlación entre ambos:

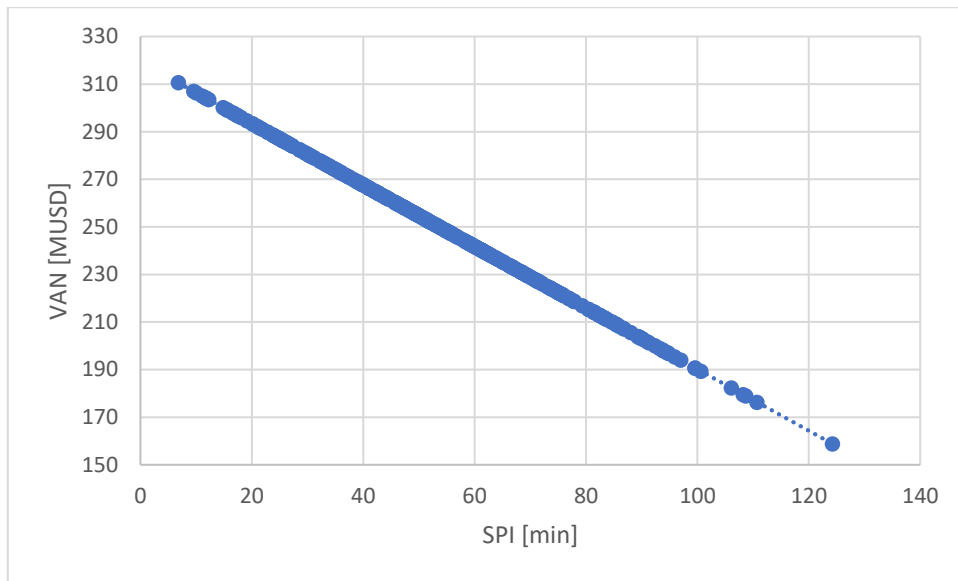


Figura 17: Gráfico de correlación entre SPI y VAN [MUSD].

Se aprecia una clara tendencia lineal entre ambos, para corroborar esto, se obtuvo la línea de tendencia, la cual arrojó la siguiente ecuación:

Ecuación 28: Correlación entre SPI y VAN

$$VAN [MUSD] = -1,29 SPI + 319$$

Con un coeficiente de determinación de 1.

De manera adicional, se obtuvieron las diferencias porcentuales del mínimo y el máximo con respecto a la media para el VAN y SPI:

Tabla 15: Diferencias porcentuales de W_i y VAN con respecto a su media

	Diferencia c/r mínimo [%]	Diferencia c/r máximo [%]
SPI	88	127
VAN	36	25

Luego, con el objetivo de estudiar la incertidumbre asociada a la variabilidad de este parámetro, se procedió a obtener el valor del riesgo del VAN correspondiente:

Tabla 16: Riesgo asociado de parámetro SPI de molienda SAG.

Estadístico	Valor [MUSD]
Esperanza	248
Percentil 5	203
Riesgo	45

4.4. Ley

Este parámetro se generó de manera aleatoria, con cuatrocientas repeticiones, para las cuales se hizo uso de un modelo de Montecarlo basado en una distribución normal con una media de 0,9% y desviación estándar de 0,47%. Cabe destacar, que las leyes al no poder ser negativas, cuando se generó uno de estos valores se realizó nuevamente la simulación completa. A continuación, se muestra una tabla de estadísticas básicas de los datos obtenidos por Montecarlo:

Tabla 17: Estadística descriptiva Leyes de Cobre [%].

Media	0,97
Mediana	0,92
Desviación estándar	0,43
Mínimo	0,21
Máximo	2,45

También se presenta el histograma relativo a la distribución de leyes:

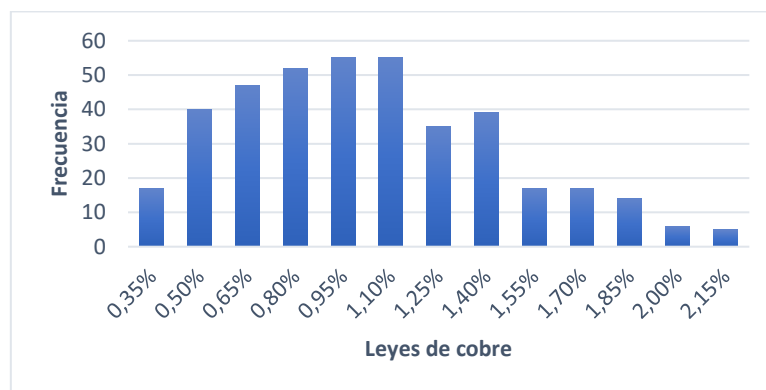


Figura 18: Histograma de leyes de cobre.

Luego, se realizó el cálculo con Montecarlo, obteniéndose las siguientes estadísticas básicas para el VAN:

Tabla 18: Estadística descriptiva VAN asociado a variabilidad de leyes de cobre.

Estadístico	MUSD
Media	296
Mediana	289
Desviación estándar	900
Mínimo	-1.595
Máximo	3.166

Se presenta a continuación, el histograma obtenido para este resultado:

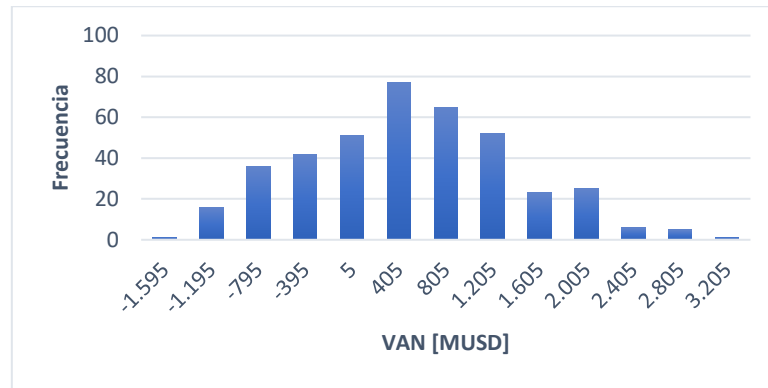


Figura 19: Histograma VAN con variable modificada leyes de cobre.

Finalmente, se graficó la relación directa entre leyes de cobre en alimentación y VAN para obtener la correlación entre ambos:

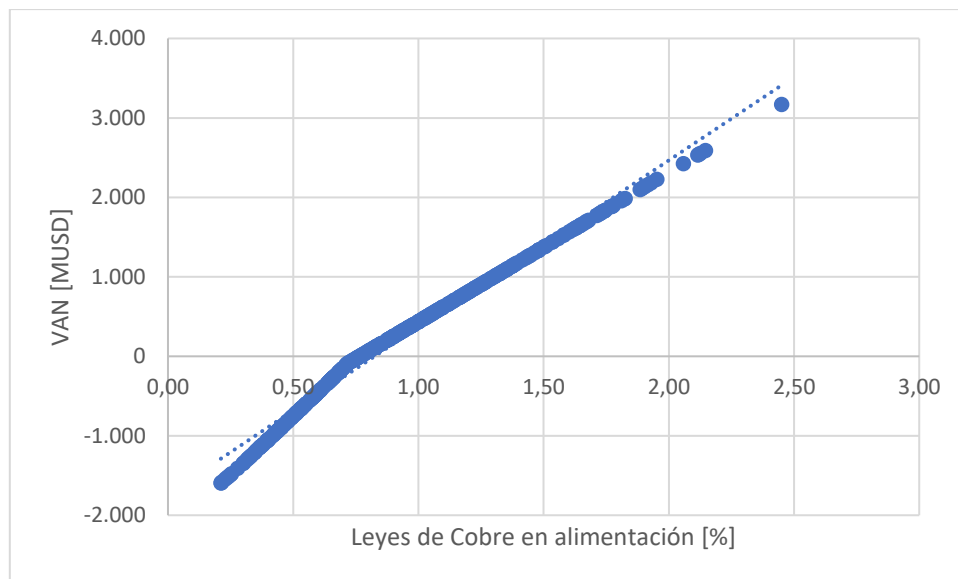


Figura 20: Gráfico de correlación entre leyes de cobre en alimentación y VAN [MUSD].

Se aprecia una tendencia lineal aproximada entre ambos, para corroborar esto, se obtuvo la línea de tendencia, la cual arrojó la siguiente ecuación:

Ecuación 29: Correlación entre ley de cobre en alimentación y VAN.

$$VAN [MUSD] = 2.099 * Ley - 1.732$$

Con un coeficiente de determinación de 0,99.

De manera adicional, se obtuvieron las diferencias porcentuales del mínimo y el máximo con respecto a la media para el VAN y las leyes:

Tabla 19: Diferencias porcentuales de leyes y VAN con respecto a su media.

	Diferencia c/r mínimo [%]	Diferencia c/r máximo [%]
Leyes	78	154
VAN	639	970

Luego, con el objetivo de estudiar la incertidumbre asociada a la variabilidad de este parámetro, se procedió a obtener el valor del riesgo del VAN correspondiente:

Tabla 20: Riesgo asociado de parámetro leyes de cobre en alimentación.

Estadístico	Valor [MUSD]
Esperanza	296
Percentil 5	-1.143
Riesgo	1.439

4.5. Precio

Este parámetro se generó de manera aleatoria, con cuatrocientas repeticiones. A diferencia de los anteriores, para la generación de los valores aleatorios de este parámetro se hizo uso del modelo Browniano geométrico. Por cada repetición se generan diez valores relativos a los años de duración del proyecto. A continuación, se muestra una tabla de estadísticas básicas de los datos obtenidos globalmente para el precio del cobre, considerando todo el horizonte de evaluación de la simulación:

Tabla 21: Estadística global precio del cobre.

Estadístico	Valor [USD/lb]
Media	2,98
Mediana	2,81
Desviación estándar	0,61
Mínimo	2,21
Máximo	4,68

Sin embargo, se debe considerar que el precio es una variable de carácter temporal, por lo que no solo es importante el valor que posee individualmente en cada período de la simulación, sino que también es importante incluir cómo evoluciona éste en el horizonte de evaluación. Para poder estudiar el comportamiento del precio del cobre a lo largo de los años en cada repetición, se calculó la pendiente de la regresión lineal de los datos. La pendiente puede ser interpretada de la siguiente forma:

1. Si la pendiente tiene valor positivo, quiere decir que el precio tuvo tendencia al alza y mientras mayor sea este valor, quiere decir que el precio tuvo un incremento anual mayor.

2. Si la pendiente tiene valor negativo, quiere decir que el precio tuvo tendencia a la baja y mientras menor sea este valor, quiere decir que el precio tuvo una caída mayor.

A continuación, se muestra una tabla de estadísticas básicas de las pendientes obtenidas por regresión:

Tabla 22: Estadística descriptiva pendientes precio del cobre.

Estadístico	
Media	0,050
Mediana	0,030
Desviación estándar	0,093
Mínimo	-0,201
Máximo	0,299

También se presenta el histograma relativo a la distribución de las pendientes del precio del cobre:

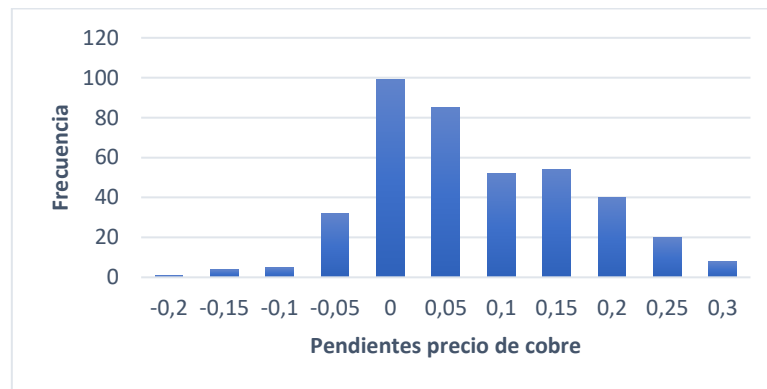


Figura 21: Histograma distribución variación del precio del cobre en el tiempo.

Luego se procede a realizar el cálculo con Montecarlo, obteniendo las siguientes estadísticas básicas para el VAN:

Tabla 23: Estadística descriptiva VAN asociado a variación en precio del cobre [MUSD].

Estadístico	MUSD
Media	227
Mediana	174
Desviación estándar	208
Mínimo	-70,29
Máximo	832

Se presenta a continuación, el histograma obtenido para este resultado:

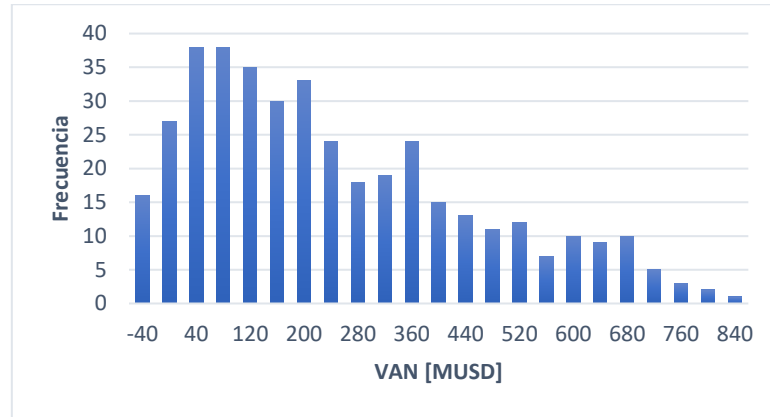


Figura 22: Histograma VAN con variable modificada Precio del Cobre.

Se realizó el gráfico de dispersión entre la tendencia del precio del cobre en función del tiempo y el VAN con el fin de identificar alguna posible correlación entre ambas variables.

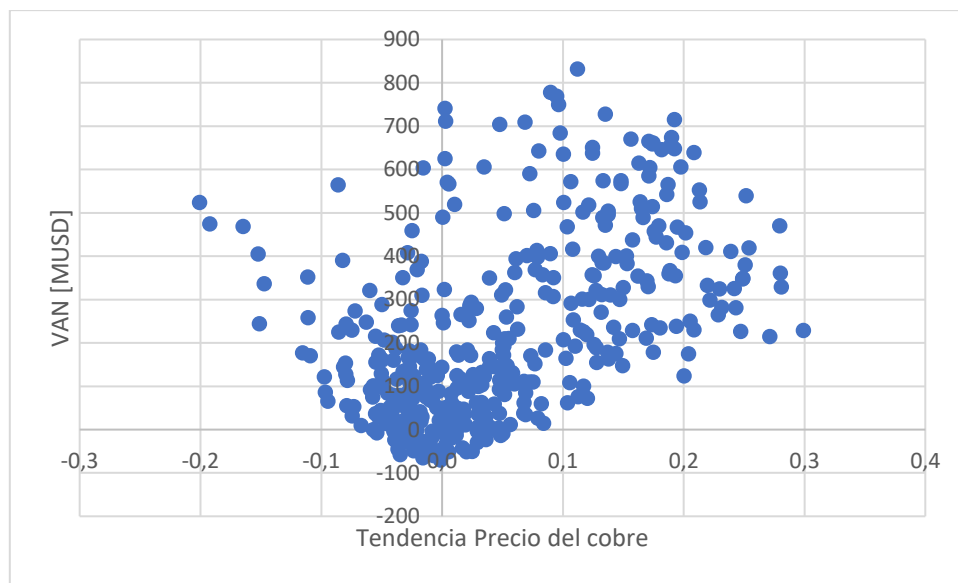


Figura 23: Gráfico de correlación entre pendiente precio del cobre en el tiempo en función del VAN.

De manera adicional, se obtuvieron las diferencias porcentuales del mínimo y el máximo con respecto a la media para el VAN y Pendiente en función del tiempo:

Tabla 24: Diferencias porcentuales de pendiente en función del tiempo y VAN con respecto a su media.

	Diferencia c/r mínimo [%]	Diferencia c/r máximo [%]
Pendiente	503	500
VAN	131	268

Luego, con el objetivo de estudiar la incertidumbre asociada a la variabilidad de este parámetro, se procedió a obtener el valor del riesgo del VAN correspondiente:

Tabla 25: Valor en riesgo de parámetro precio del cobre.

Estadístico	Valor [MUSD]
Esperanza	227
Percentil 5	-30
Riesgo	257

4.6. Simulación con incertidumbre global

De manera adicional, se realizó una simulación con variabilidad simultánea de los cinco parámetros, con el fin de estudiar un caso lo más realista posible.

En primer lugar, se presenta un resumen de los principales valores estadísticos asociados a cada parámetro:

Tabla 26: Principales estadísticos asociados a simulación global.

Parámetro	Mínimo	Media	Máximo
W_i Chancado [kWh/t]	5,03	13,95	26,73
W_i Molienda [kWh/t]	5,57	12,69	19,87
SPI [min]	7,37	53,51	127,18
Ley de Cobre [%]	0,22	0,96	2,23
Precio Cobre [USD/lb]	2,21	2,94	4,68

Por otra parte, se presentan las estadísticas asociadas a los valores de VAN correspondientes a las cuatrocientas simulaciones realizadas variando todos los parámetros a la vez:

Tabla 27: Estadísticas de VAN asociadas a simulaciones globales.

Estadístico	MUSD
Media	238
Mediana	280
Desviación estándar	883
Mínimo	-1.634
Máximo	2.805

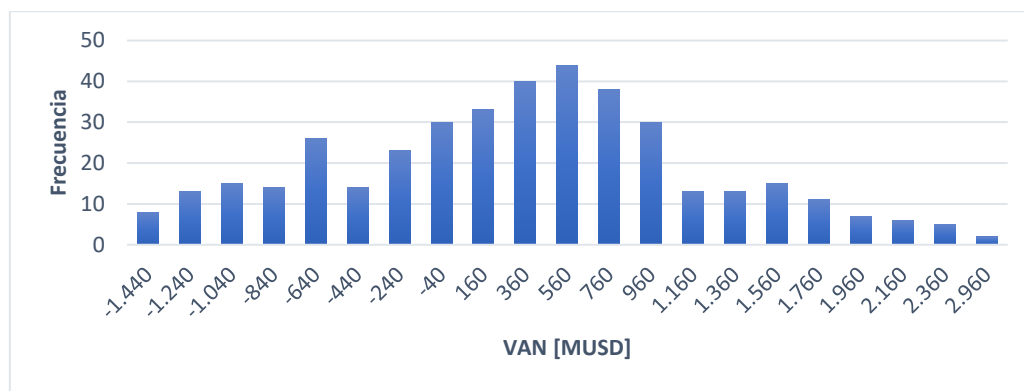


Figura 24: Histograma de valores de VAN asociados a simulación global.

Finalmente, se presentan los valores de riesgo obtenidos en este caso:

Tabla 28: Riesgo asociado a simulación simultánea de parámetros.

Estadístico	Valor [MUSD]
Esperanza	238
Percentil 5	-1.258
Riesgo	1.496

A modo resumen, se presenta la siguiente tabla:

Tabla 29: Resumen parámetros y riesgo asociado.

Parámetro sujeto a aleatoriedad	VAN promedio [MUSD]	Riesgo asociado [MUSD]
W_i Chancado	247	3
W_i Molienda	248	26
SPI	248	45
Leyes de alimentación	296	1.439
Precio del cobre	227	257
Todos	238	1.496

5. Análisis de Resultados

En primer lugar, para el parámetro W_i de chancado, se ve que la generación de datos con Montecarlo entrega una distribución normal con una media ligeramente diferente a la utilizada de manera inicial y una desviación estándar similar. Esta diferencia se fundamenta en el mismo uso del método de Montecarlo, el cual genera datos de manera aleatoria en torno a un valor, lo que explica el hecho de la cercanía. Para corroborar este planteamiento, se simularon casos con 4.000 y 40.000 datos donde se obtienen medias de 13,01 y 12,91 respectivamente (A2. Estadística W_i Chancado), lo que demuestra el hecho de que al aumentar el número de datos se disminuye la diferencia con respecto a la media original con la cual se generaron. Sin embargo, se consideró que el número de datos es suficiente ya que al efectuarse la simulación respectiva con 400 repeticiones se comprobó que la media estaba dentro del rango obtenido con repeticiones de mayor rango.

Estudiando los mínimos y máximos obtenidos, se desprende que el máximo está dentro del rango de datos reales esperados de faena, mientras que el mínimo impuesto de 5 [kWh/t] es un valor que con fundamento bibliográfico y de base es considerado realista.

Gráficamente, se puede corroborar que la distribución de W_i obtenida es de tipo normal con el truncamiento impuesto anteriormente. Frente todo lo anterior, se puede considerar que la utilización del método de Montecarlo para generar los valores de W_i de chancado fue eficaz y exitosa.

Al analizar las estadísticas obtenidas del VAN, se observa una media de 247 [MUSD] y una desviación estándar de 1,88 [MUSD], además de los valores mínimos y máximos de 240 y 251 respectivamente. A diferencia del parámetro anterior, no existe una amplia diferencia entre sus rangos, lo cual es un indicador inicial de que el work index de chancado no es una variable que genere un impacto significativo en cuanto a variaciones en el VAN.

Estudiando la correlación entre estas dos variables, se puede comprobar que frente a un aumento en el valor del W_i se tiene una disminución del VAN, lo cual tiene sentido, debido a que a mayor dureza del mineral se requiere más energía para su reducción de tamaño, lo que implica a su vez un mayor costo asociado en su procesamiento que repercute en un menor VAN. A través de la gráfica de correlación entre W_i y su VAN correspondiente, se puede establecer que existe una relación proporcional directa entre ellas. Esto tiene sentido debido a que el VAN es una función linealmente dependiente del gasto energético, que a su vez es función del parámetro estudiado W_i .

En relación con las diferencias porcentuales del mínimo y el máximo con respecto a la media para el VAN se ve que no se tiene una proporción equivalentemente significativa como la presentada en el caso del W_i , lo que deja entrever que el VAN no se ve influenciado fuertemente con las variaciones de dicho parámetro en estudio. Sumado a esto, el riesgo calculado es de solo 3 [MUSD] frente a una esperanza de 247 [MUSD], que para el caso de este campo no debería considerarse de alto riesgo. Con esto, se puede pensar que trabajar con mineral de baja o alta dureza al chancado, no repercute de manera relevante en el cálculo de este indicador económico.

Considerando todo lo anterior, el W_i de chancado no corresponde a un parámetro que genera el grado de incertidumbre necesario para cuestionar la validez de un proyecto minero. Esto puede deberse a la tecnología que involucra el proceso de chancado, que, si bien es una de las etapas en la que más se invierte en energía, también es, ingenierilmente hablando, simple, uniforme y no se ve afectado el funcionamiento del equipo por el grado de dureza del mineral, ya que este siempre funciona de la misma manera.

Pasando al segundo parámetro que corresponde al W_i de molienda, se puede analizar que su valor promedio obtenido de forma aleatoria corresponde a 12,84 [kWh/t] y, además, los valores mínimos y máximos generados de manera aleatoria se encuentran dentro de rangos posibles para la realidad de una faena. Se debe recordar que previo a la etapa de molienda ya han existido etapas de conminución, por lo cual el mineral ya ha sido tratado y presenta micro fracturas que facilitan su ruptura, lo que podría explicar la presencia de valores bajos del Work index en valores cercanos a 5 [kWh/t].

De manera gráfica, se puede corroborar que la distribución de W_i obtenida para el caso de molienda se asemeja a una distribución normal, por lo que se puede considerar que la utilización del método de Montecarlo para generar los valores de W_i de molienda fue eficaz y exitosa.

Con relación al VAN, se puede observar que la media para este parámetro de estudio fue de 248 [MUSD], valor muy cercano al obtenido para el asociado al Work index de chancado. Haciendo un cruce de información se puede deducir que ambos parámetros no generarán gran impacto al proyecto al variar uno u otro, lo cual tiene sentido ya que están asociados a procesos de conminución que son uniformes en el tiempo y que no presentan cambios abruptos frente al mineral tratado.

Al estudiar la correlación entre el Work index de molienda y el VAN asociado, se puede observar una pendiente negativa, lo cual significa que al aumentar el Work index el valor del VAN disminuye, lo que tiene sentido debido a que un mineral con mayor dureza requiere mayor energía para ser disminuido a un tamaño requerido. Además, se puede apreciar que el valor de la pendiente que relaciona el W_i de molienda con el VAN es de un orden de magnitud absoluto mayor al de chancado, lo que es esperable dado que el gasto energético en molienda es mayor tanto por su mecanismo de fragmentación como por que resulta más complejo disminuir partículas de menor que de mayor tamaño.

Al estudiarse las diferencias porcentuales de la media del VAN con respecto de su mínimo y su máximo se puede ver que se encuentran en órdenes de magnitud similares a las del chancado, por lo que no existe una gran diferencia entre los valores extremos generados y el valor esperado. Sumado a esto, el valor del riesgo obtenido es de 26 [MUSD], que si bien es más alto que el de chancado sigue siendo no significativo al lado del valor esperado del proyecto.

Considerando todo lo anterior, el W_i de molienda tampoco corresponde a un parámetro que genera el grado de incertidumbre necesario para cuestionar la validez de la evaluación económica de un proyecto minero, aunque si demuestra un nivel de incertidumbre mayor al asociado al de chancado. Esto es porque la molienda ya no solo depende de las condiciones del mineral traído desde la mina, sino que también de las condiciones de las etapas previas de conminución por las que ya ha pasado.

El tercer parámetro en estudio corresponde al SPI de molienda SAG. Recordando que éste está relacionado con el tiempo de molienda SAG, es esperable que no tenga un comportamiento análogo al obtenido en los Work Index, ya que el SPI no depende solo de las propiedades del mineral, sino que también de las condiciones industriales con las cuales se manejó el material en las etapas anteriores. Se puede observar que el valor máximo obtenido corresponde a 124 [min] lo cual se considera un valor alto, pero no necesariamente imposible dadas las condiciones operacionales que se podrían presentar en la planta de conminución. Por otro lado, el valor mínimo que se obtuvo mediante la generación del parámetro de manera aleatoria es de aproximadamente 7 [min], que es concordante con los datos base utilizados para este trabajo.

De manera gráfica se aprecia que la distribución es cercana a una normal, a diferencia de lo impuesto inicialmente, o sea, una distribución bimodal. Este hecho, probablemente tiene dos motivos: (1) Las medias de ambas distribuciones normales impuestas eran muy cercanas, sumado a que sus desviaciones estándar tienen un valor similar a la diferencia entre ellas, lo que generó un acoplamiento que hizo que se viera de forma normal y (2) la proporción otorgada a cada distribución fue muy desigual, basados en los datos pertenecientes a una faena de la gran minería chilena, llevándose la primera un 95% aproximadamente de los datos y la segunda sólo un 5% (Smith, 2014).

Con relación al VAN, se puede apreciar que este fue de 248 [MUSD], valor muy cercano a los obtenidos con los Work index de chancado y molienda, y también muy cercano al caso base, lo que también de manera preliminar indica que el SPI es una variable que no entrega una gran variabilidad en los parámetros económicos al presentar incertidumbre.

Al realizar la correlación entre el SPI y su VAN asociado, también se puede observar una pendiente negativa, lo cual tiene sentido debido a que, si aumenta el tiempo de molienda, esto significa un mayor costo energético lo que conlleva necesariamente a una disminución del VAN.

Al revisar las diferencias porcentuales de la media del VAN con respecto de su valor mínimo y máximo, se puede ver que se encuentra en un orden de magnitud más que el Work Index de molienda y dos más que el de chancado. Esto implica que en teoría la molienda SAG potencialmente puede generar mayor incertidumbre que los otros dos procesos de conminución. Esto puede tener su origen en el hecho de que la molienda SAG no solamente depende del equipo para realizar la conminución, sino que se suma el mismo mineral, el cual también tiene asociada su propia incertidumbre. Esto se puede ver reflejado también en el valor del riesgo, el cual es mayor que el presente en las otras dos etapas de conminución.

Considerando lo anterior, el SPI es un parámetro que, sí conlleva más riesgo que los dos anteriores, pero dado el orden de magnitud de este puede seguir considerándose bajo con respecto al valor del VAN del proyecto. Esto, al igual que los casos anteriores, puede tener su raíz en que el proceso del molino SAG también es monótono y no implica una mayor variabilidad en su operatividad.

El cuarto parámetro analizado corresponde a la ley de alimentación del mineral, que es una variable que, a diferencia de las anteriores, es de por sí determinante a la hora de definir la viabilidad de un proyecto minero. Se debe recordar la existencia del concepto ley de corte, que es aquella ley por sobre la cual un mineral es clasificado como de interés, lo que implica que es posible que algunos datos aleatorios generados estén por debajo de la ley de corte viable de este proyecto.

Al analizar los valores máximos y mínimos obtenidos a partir de la generación de números aleatorios se puede ver que el valor mínimo corresponde a una ley del 0,21% lo cual es posible y realista desde un punto de vista geológico, pero esto no significa que sea factible procesarlo desde el punto de vista económico. Por otro lado, la ley máxima obtenida es de 2,45 %, mucho más alta que el promedio de leyes que se encuentran en la actualidad, dado por el decaimiento de estas. En un estudio realizado desde 1992 al año 2012 las leyes de cobre disminuyeron un 46%, pasando de 1,61% a 0,86% (Revista Economía y Negocios, 2012), lo que se reafirma con lo publicado en la memoria de Sonami el año 2020, donde se menciona que el año 2019, la ley de cobre promedio de las minas en Chile llegó a 0,67%, un 46% menor comparado con 2001 cuando la media era de 1,25% (Revista Nueva Minería y Energía 2021).

Con relación al VAN, se puede ver que su valor medio fue de 296 [MUSD], que es el valor más alto de este indicador de los cinco parámetros analizados. Esto tiene sentido debido a que este es

uno de los parámetros que mayor variabilidad tiene dependiendo del tipo de yacimiento. Es aún más notorio al verificar el valor de la desviación estándar, los mínimos y máximos obtenidos observándose la primera variable que puede generar valores de VAN menores a cero. Se puede observar que el valor mínimo de VAN asociado a las leyes de alimentación representa un caso inviable económicamente dado su valor menor a cero, mientras que el valor máximo de VAN si se encuentra dentro de los rangos esperables para proyectos de gran minería (Cochilco, 2020).

La correlación obtenida entre el VAN y la ley de cobre si bien no es lineal, es muy cercana a esto. Esta no linealidad completa viene del hecho que la ley de alimentación es un parámetro que define la ley de concentrado por medio de una relación no lineal, sino que logarítmica. Cabe destacar, que la pendiente de esta correlación, a diferencia de los casos anteriores presenta una pendiente positiva, lo que tiene sentido, debido a que un aumento en la ley implica necesariamente una mayor producción de concentrado y por consecuencia un aumento del VAN.

Al analizar las diferencias porcentuales de la esperanza del VAN con sus casos extremos, se puede observar una distancia significativa, esto es, 639 % con respecto al mínimo y 970 % con respecto al máximo. Sumado a esto, el riesgo calculado es de 1.439 [MUSD], que supera con creces el valor del VAN. Con el fin de limitar el punto en el cual el proyecto es viable o no, se calculó el valor de la ley bajo el cual el VAN se vuelve negativo que corresponde a 0,77 %.

Considerando todo lo anterior, se puede verificar que la ley es uno de los parámetros que más incerteza puede generar a un proyecto minero. El motivo que genera este fenómeno es claro y es que la ley define la cantidad y calidad (ley) del concentrado que se estima vender, por lo tanto, está directamente relacionada con los ingresos obtenidos. Por este motivo, si la toma de muestras de ley en terreno no es representativa, la estimación del recurso no será la correcta, además, una falta de buenas prácticas en campo crea una acumulación progresiva de errores que pueden ser subestimados pero que finalmente perjudican el desarrollo de todo el proyecto.

El quinto parámetro en estudio es el precio del cobre. Cabe recordar que, para este, se generaron diez valores de precio para cada simulación para cubrir todo el horizonte de evaluación. De todos estos valores generados se obtuvo que el promedio fue de 2,98 [USD/lb] lo que es un precio razonable para condiciones económicas estables. Por otro lado, los valores máximos y mínimos igual a 2,21 y 4,68 [USD/lb] respectivamente, que son concordantes con la base histórica de transacción del cobre en las bolsas de metales (Sonami, 2022).

Al estudiar de manera general las secuencias de valores de cobre a través de los años, se puede verificar la tendencia a crecer o decrecer de manera suave y estable, lo que corresponde con la realidad ya que es poco habitual tener cambios abruptos en el precio del metal ya sea al alza o a la baja.

Con respecto al estudio asociado al VAN, se puede ver que este presenta una alta variabilidad, pero no en el grado de las leyes. El valor medio obtenido es de 227 [MUSD] que es menor al del caso base y también al de las leyes.

Por otra parte, también se puede verificar que el valor mínimo obtenido desde la incertidumbre del cobre es menos negativo que el obtenido desde la incertidumbre de ley, esto es, -70 versus -1.595 [MUSD] respectivamente, lo que indica de manera preliminar que es menos probable que el precio del cobre genere un indicador VAN menos favorable que la ley y en escalas menores.

Al revisar las diferencias porcentuales de la media del VAN con la mínima y el máximo, se puede ver que estas tienen órdenes de magnitud elevados (131 % y 268 % respectivamente). Esto se

explica por el mismo motivo mencionado anteriormente, esto es, que el precio del cobre genera un impacto temporal a largo plazo en el valor del VAN, lo que genera la variabilidad mencionada.

Considerando lo anterior se puede observar que el precio del cobre también es un parámetro crítico en cuanto a la incertidumbre que influye al proyecto. Esto tiene sentido dado que el precio del cobre define los ingresos anuales que se pueden obtener del proyecto que se está llevando a cabo.

Por último, a modo de comparativa general, se obtienen valores para una simulación global, donde todos los parámetros son sometidos a incertidumbre de manera simultánea, obteniendo un VAN promedio de 238 [MUSD], con valores mínimos y máximos de -1.634 y 2.805 [MUSD] respectivamente, valores que se asemejan a los de incertidumbre de ley de cobre. El valor del riesgo de esta simulación es de 1.496 [MUSD], valor muy cercano al obtenido en riesgo por incertidumbre de ley.

Se puede observar que el valor de la media es ligeramente menor al obtenido en los demás casos. Esto se puede deber, al hecho de que al presentarse conjunción de variables que disminuyen globalmente los ingresos o aumentan los costos es esperable que el valor del indicador VAN se vea disminuido. Por otro lado, estudiando los valores mínimos, máximos y el riesgo, se puede apreciar que estos son muy similares a los obtenidos en el caso de la ley, lo cual tiene sentido y es una prueba que la ley es el parámetro que más impacta a la hora de definir el VAN de un proyecto.

Finalmente, a modo de comparativa global de los riesgos y la forma en que estos se mitigan dentro de la operación minera se puede afirmar que:

1. Los riesgos asociados a etapas de conminución son en líneas generales bajos. Esto da sentido al hecho que en esta etapa no se realizan contables esfuerzos en conocer con exactitud todas las durezas de los minerales con las que se trabaja, sino que solamente se realizan pruebas de litología y alteración y con esto se tiene una idea base del gasto energético con el que se trabajará. Sin embargo, esto no quita la importancia que se tiene al momento de estudiar la fragmentabilidad como parámetro operacional ya que sí afecta directamente en los costos operacionales y permite tener una comparativa de la efectividad del proceso con respecto a otras faenas. Además, vale recordar que el riesgo asociado a conminución también es dependiente del precio de la energía, variable que, si bien debería permanecer estática ya que está sujeta a un contrato por periodos, puede sufrir ajustes que generen cambios en los costos estimados.
2. Los riesgos asociados a la incertidumbre de la ley son los más altos. Esto se relaciona con el hecho de que los intentos por estimar y conocer la ley en la industria minera sean realizados de manera exhaustiva. Se debe recordar que existen varias etapas dentro del proceso minero que están diseñadas para estimar de la forma más exacta posible las distintas características geo-minero-metalúrgicas del yacimiento y de esta forma disminuir al máximo la incertidumbre relacionada a estos requerimientos.
3. En el caso del precio del cobre, el riesgo asociado se puede mitigar parcialmente por parte de las empresas haciendo estudios de mercado rigurosos acerca de las expectativas globales, lo que servirá de base para la toma de decisión de los sectores que serán explotados y su orden (Comité consultivo precio de referencia del cobre, 2019).

De acuerdo con lo anterior se puede comprobar en la literatura como la industria minera se ha enfocado en la comprobación de estos parámetros más riesgosos, sin necesariamente tener un estudio concreto que avale este hecho.

6. Conclusiones

En primer lugar, en cuanto a la planta genérica utilizada como caso base para la construcción de esta metodología, se puede ver que ésta presenta resultados que han sido lo suficientemente lógicos como para poder validarla. Esto, dado que concuerdan con la atención que se ejerce en los parámetros involucrados en etapas críticas. Sin embargo, es importante recalcar que es posible perfeccionar aún más el modelo mediante la integración de otras etapas, en vez de incluirlas todas juntas en un factor de ajuste (*FIOC*). Esta serie de ajustes conllevaría a tener un estudio que se adapte aún más a la realidad.

En segundo lugar, es necesario verificar la utilidad que presentó el método de Montecarlo al generar valores aleatorios en los parámetros de estudio, ya que estos son la base del estudio realizado sobre el impacto en el VAN. En cuanto a los valores relacionados a los procesos de la planta de conminución, se pudo observar que en líneas generales se generaron valores realistas a nivel industrial. Sin embargo, para lograr esto, se trabajó en la implementación de algoritmos que acotaron y truncaron los valores de los parámetros en estudio, de acuerdo a lo revisado en bibliografía, ya que, al aplicar la incertidumbre pura, se obtuvieron casos fuera del realismo operacional y económico.

En tercer lugar, se puede concluir que los resultados económicos obtenidos son concordantes con la realidad y, por lo tanto, tienen sentido, ya que se puede ver que el VAN del proyecto se ve menos impactado al presentarse incertidumbre en variables operacionales como lo son las variables del proceso de conminución, que cuando esta incertidumbre se presenta en variables que modelan las finanzas generales del proyecto, como lo son el precio del metal y las leyes de alimentación del mineral.

En cuarto lugar, al estudiarse los riesgos asociados a cada parámetro, se puede ver cómo la ley y el precio son capaces de generar un riesgo comparable o superior con el mismo VAN del proyecto, lo que hace que sea necesario tener la mayor certeza posible a la hora de manejar estas variables. Es debido a esto que existen varias etapas previas a la construcción y operación de una planta, como lo son las etapas de perfil, prefactibilidad y factibilidad, lo que minimiza la incertidumbre y permiten tener una idea del posible beneficio en cualquier caso que vaya a suceder.

En quinto lugar y a modo de sugerencia, se ha podido notar que para el desarrollo de esta memoria se ha contado con diversas fuentes de información provenientes de una misma faena, lo cual se ajusta a una planta genérica ideada de manera teórica. Sin embargo, para hacer que este estudio tenga aún más validez sería recomendable disponer de una base de datos unificada y del mismo período de tiempo, que contenga toda la información necesaria para generar y posteriormente ejecutar el modelo.

Por último, se puede afirmar que se ha cumplido el objetivo principal de desarrollar una metodología que permita obtener modelos predictivos de ingresos, costos y utilidades a partir de la incertidumbre de los parámetros involucrados dentro de una planta concentradora de minerales de cobre genérica. De este estudio podrían derivarse una serie de trabajos posteriores donde se aplique esta misma metodología a otras etapas, como lo son las operaciones unitarias de mina, fundición y refinería.

7. Bibliografía

Aste C. (2021). Análisis legal en el Chile Actual Tributación de la Minería en Chile. Ciclo de charlas Westlaw, <http://tributariaaldia.cl/?p=7259>.

Ata Bahrami. (Octubre 2010). Copper Flotation: Effects of Particle Size, Grinding and Agitation. Researchgate.

Azgoni F. Gómez C.O y J.A. Finch. 2007. Correspondence of gas holdup and bubble size in presence of different frothers. International Journal of mineral Processing, Vol. 83, 1-11 p.

B. A. Wills. Mineral Processing Technology (Fourth Edition). 1988, páginas 457-595.

Cai W. L. (2001). "Design of open-pit phases with consideration of schedule constraints". Proceedings of the 29th International Symposium on Computer Applications in the Mineral Industries, p. 217-221.

Cámara de Comercio. (2019). Flujo de Caja. Febrero, 2022, de Cámara Oviedo Sitio web: https://www.mba-asturias.com/economia/flujo-de-caja/#Flujo_de_Caja_Operativo

Casali A. (2018). Apunte Fundamentos de Procesos Mineralúrgicos. Departamento de Ingeniería de Minas. Universidad de Chile.

Canfield M. (Junio, 2012). Etapas del Proceso Productivo de una Mina. Curso Minería para periodistas. Noviembre, 2021, De Sociedad Nacional de Minería Base de datos.

Cochilco. (2014). Análisis histórico de los precios de energía eléctrica en minería y su impacto en competitividad. Santiago de Chile.

Cochilco. (2020). Inversión en la minería chilena - Cartera de proyectos 2020 -2029. Sitio web: <https://www.cochilco.cl/Listado%20Temtico/Inversion%20en%20la%20mineria%20chilena%20-%20cartera%20de%20proyectos%202020-2029%20VF.pdf>

Cochilco. (2019). Informe de Proyección de la producción de cobre en Chile 2019 – 2030. Página (17). Sitio web: <https://www.cochilco.cl/Listado%20Temtico/Proyecci%C3%B3n%20de%20la%20producci%C3%B3n%20esperada%20de%20cobre%202019%20-%20202030%20Vfinal.pdf>

Cochilco. (2021). Informe de Consumo de Energía en la Minería del Cobre al año 2020. Página (27). Sitio web: <https://www.cochilco.cl/Paginas/Estudios/Mercados%20de%20metales%20e%20insumos%20estrat%C3%A9gicos/Energ%C3%ADa.aspx>.

Codelco Educa. (2019). Molienda. Octubre, 2021, de Codelco Sitio web: https://www.codelcoeduca.cl/codelcoeduca/site/artic/20190109/asocfile/20190109005343/molien da_media_t__cnico_060119.pdf

Codelco. (2021). Mercado Internacional Del Cobre y los Impactos Del COVID-19. junio 2021, Sitio web: https://www.codelco.com/memoria2020/site/docs/20210426/20210426171859/mercado_internacional_del_cobre.pdf

Concha M. (jueves, 28 de junio de 2012). Grandes mineras advierten caída de casi 50% en leyes de mineral de cobre en 20 años. Revista Economía y Negocios. Sitio web: <http://www.economiaynegocios.cl/noticias/noticias.asp?id=97921#:~:text=Seg%C3%BAAn%20Jo aqu%C3%ADn%20Villarino%2C%20presidente%20ejecutivo,%25%20a%201%2C12%25>.

Consejo de Competencias Mineras (CCM). (2021). Procesamiento de sulfuros de cobre: proceso de Concentrado. Noviembre, 2021, de CCM Sitio web: <https://www.ccm.cl/sulfuros-de-cobre/>

Corby G Anderson (Julio, 2018). Mineral Processing Short Course Cost Analysis. Colorado School of Mines, 59.

Damghani K., Taghavifard M. y Tavakkoli Moghaddam R. (2009). “Decision Making Under Uncertain and Risky Situations”. Enterprise Risk Management Symposium Monograph Society of Actuaries-Schaumburg, Illinois.

Datos de Geoquímica de Depósitos de Relaves de Chile. Datos Públicos Depósito de Relaves. Enero 5, 2021, De Sernageomin Base de datos.

Diario Financiero. (2022). Informe de Cochilco: China frustra esfuerzos de mineras por agregar valor a la producción de cobre. Noviembre, 2021, de Df Sitio web: <https://amp.df.cl/noticias/empresas/mineria/informe-de-cochilco-china-frustra-esfuerzos-de-mineras-por-agregar/2022-01-03/184217.html>

Dolar.cl, (2019). Precio Dólar Octubre 2019. Noviembre 16, 2021, de Dolar Online Sitio web: <https://www.dolaronline.cl/dolar-octubre-2019.html>

Drobe, M.; Haubrich, F.; Gajardo, M.; Marbler, H. Processing Tests, Adjusted Cost Models and the Economies of Reprocessing Copper Mine Tailings in Chile. Metals 2021, 11, 103. <https://doi.org/10.3390/met11010103>

Emery, X. (2016). Capítulo 1: Fundamentos de estadística matemática. En Análisis Estadístico de datos (31). Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas: Universidad de Chile.

G.R. Ballantyne. (21 Mayo). Benchmarking comminution energy consumption for the processing of copper and gold ores. Minerals Engineering.

Herrera J. (abril, 2020). Impuesto específico a la minería, como parte del impuesto a la renta. Biblioteca del Congreso Nacional, N° SUP: 1245919, 1. Octubre 2021, De Asesoría Técnica Parlamentaria Base de datos.

Law, A. y Kelton, W. (1991). “Simulation Modeling and Analysis”. McGraw-Hill, Inc. Second Edition.

López J. (2008). “Guía básica para la simulación de Monte Carlo”. Editorial AENOR.

- Magdalinovic, N. (1989). Calculation of Energy Required for Grinding in a Ball Mill. *International Journal of Mineral Processing*.
- Marcela Donoso. (20 Junio 2012). Water and Energy Use in Mineral Processing: A Case Study in Copper Flotation. *European Symposium on Computer Aided Process Engineering*.
- Meagher, C., Abdel Sabour, S.A. y Dimitrakopoulos, R. (2010). “Pushback design of open pit mines under geological and market uncertainties”. *Orebody Modelling & Strategic Mine Planning, AusIMM Spectrum Series*, vol. 17, p. 297-304.
- Metallurgist Magazine. (2021). Molino De Bolas -Uso Y Funcionamiento. Diciembre 2021, de 911 Metallurgist Sitio web: <https://www.911metallurgist.com/metalurgia/molino-a-bolas/>
- Metso. (2021). Molino SAG. Noviembre, 2021, de Outotec Sitio web: <https://www.mogroup.com/es/busqueda/?q=sag&page=1>
- Ministerio de Hacienda de Chile. (agosto,– 2019). Acta Resultados del Comité Consultivo del Precio de Referencia del Cobre 2019.
- Molina, R. (2015). Análisis Comparativo de Valuación en Empresas Mineras.
- Mular Andrew. Capcost. Montreal Canadá.
- Mun J. (2006). “Modelling risk, applying Monte Carlo simulation, real options analysis, forecasting, and optimization techniques”. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.
- Munizaga, J. (2021). Risk Analysis and Decisions in Mining. En Diploma de Postítulo en Planificación Minera (pp. 282). Departamento de Ingeniería de Minas. Universidad de Chile.
- Nadine Rötzer. (9 Abril 2020). Historical, Current, and Future Energy Demand from Global Copper Production and Its Impact on Climate Change. Institute for Industrial Ecology, Pforzheim University.
- Newman A. et al. (2010). “A review of operations research in mine planning”. *Interfaces* 40(3), p. 222-245.
- NME. (7 junio, 2021). Reservas de cobre de Chile caen 45% desde su mayor nivel y nuevo royalty podría reducirlas. *Revista Nueva Minería y Energía*. Sitio web: <https://www.nuevamineria.com/revista/reservas-de-cobre-de-chile-caen-45-desde-su-mayor-nivel-y-nuevo-royalty-podria-reducirlas-mas/>
- Raby M. (2016). -. En Evaluación de circuito molienda clasificación de planta las luces de compañía minera las cenizas, utilizando moly-cop tools como software de apoyo (21-22). Valparaíso: PUCV.
- Revista Electricidad de Chile. (2019). Energía: clientes regulados pagan 44% más que las mineras. Noviembre 16, 2021, de - Sitio web: <https://www.revistaei.cl/2019/10/10/energia-clientes-libres-pagan-44-mas-que-las-mineras/#>

- Revista Minería Chilena. (Abril, 2014). Concentración y flotación: Hacia la recuperación máxima. MCh.
- Rubio E., 2006. "Block cave mine infrastructure reliability applied to production planning". Thesis (Ph. D.). Vancouver, Canada. The University of British Columbia. The Faculty of Graduate Studies (Mining Engineering).
- Saavedra, O. (2016). Flujo de Caja. En Curso Evaluación de Proyectos. Departamento de Ingeniería Industrial. Universidad de Chile.
- Samis, M. y Davis, G. (2014). "Using Monte Carlo simulation with DCF and real options risk pricing techniques to analyse a mine financing proposal", *Int. J. Financial Engineering and Risk Management*, Vol. 1, No. 3, p. 264–281.
- SII. (2002). Resolución N°43, de 26-12-2002. Noviembre, 2021, de Servicio de Impuestos Internos Sitio web: https://www.sii.cl/pagina/valores/bienes/tabla_vida_enero.htm
- SII. (2019). Diccionario Básico Tributario Contable. Enero, 2022, de Servicio de Impuestos Internos Sitio web: https://www.sii.cl/diccionario_tributario/dicc_v.htm
- Siña, & Guzmán (2018). Real option valuation of open pit mines with two processing. *Journal of Commodity Markets*.
- Smith V. (2014). Memoria para optar al título de Ingeniera Civil de Minas: "Modelo espacial de dureza Minera Escondida". Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas: Universidad de Chile.
- Sociedad Nacional de Minería. (1996). Manual de procedimientos para cálculos de tarifas de minerales y productos mineros. Página 44. Santiago.
- Sociedad Nacional de Minería. (2021). Simulador Tarifas. Noviembre, 2021, de Sitio web: <https://www.sonami.cl/v2/informacion-de-la-mineria/calculo-de-tarifas/calculo-cobre/>
- Sociedad Nacional de Minería. (Actualizado a 2022). Estadísticas precios del cobre. Marzo, 2022, de Sitio web: <https://www.sonami.cl/v2/informacion-de-la-mineria/estadisticas-de-precios/>
- Topal E. (2008). "Evaluation of a mining project using Discounted Cash Flow analysis, Decision Tree analysis, Monte Carlo Simulation and Real Options using an example". *Int. J. Mining and Mineral Engineering*, Vol. 1, No. 1.
- Varma and Garg, 2007. Locally invariant fractal features for statistical texture classification. *IEEE International Conference on Computer Vision*, 11:1–8.
- Yantén C. (2020). Flotación. En Desarrollo de herramienta de caracterización de espumas de flotación a partir de análisis textural de imágenes. Santiago: Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.
- Wetherelt & van der Wielen (2011). Introduction to Open-Pit Mining. En *SME Mining Engineering Handbook* (Tercera edición, páginas. 857-876).
- Wills, B. A. (1988). Froth Flotation. In *Mineral Processing Technology* (pp. 457–595). Sitio web: <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-034937-4.50021-1>

Anexos

En este capítulo se adjuntan los datos e información complementaria que describe parte del trabajo realizado durante la memoria de título.

A1. Códigos

Librerías

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas as pd
from matplotlib.ticker import PercentFormatter
```

Algoritmo de Montecarlo

```
def MonteCarlo(Promedio,STD,N_Datos): #Genera número aleatorio según una
distribución normal
    Salida=[]
    for k in range(N_Datos):
        Vector = np.random.normal(Promedio, STD, 1)
        Valor=Vector[0]
        if Valor<0:
            VN=MonteCarlo(Promedio, STD, 1)
            Valor=VN[0]
        Salida.append(Valor)
    return Salida
```

Algoritmo de Montecarlo bi modal

```
def MonteCarlos_Bimodal(Promedio1,STD1,Promedio2,STD2,N_Datos,Proporcion):
#Genera número aleatorio según una distribución bimodal
    Salida1=[]
    NDatos1=int(N_Datos*Proporcion)
    for k in range(NDatos1):
        Vector = np.random.normal(Promedio1, STD1, 1)
        Valor=Vector[0]
        if Valor<0:
            VN=MonteCarlo(Promedio1, STD1, 1)
            Valor=VN[0]
        Salida1.append(Valor)

    NDatos2 = int(N_Datos * (1-Proporcion))
    Salida2 = []
    for k in range(NDatos2):
        Vector = np.random.normal(Promedio2, STD2, 1)
        Valor = Vector[0]
        if Valor < 0:
```

```

        VN = MonteCarlo(Promedio2, STD2, 1)
        Valor = VN[0]
        Salida2.append(Valor)
        SalidaFinal=Salida2+Salida1
    return SalidaFinal

```

Algoritmo de Montecarlo Truncado

```

def MonteCarlo_Truncado(Promedio,STD,N_Truncado,N_Datos): #Genera número
aleatorio según una distribución normal y truncado en un valor específico
    Salida=[]
    for k in range(N_Datos):
        Vector = np.random.normal(Promedio, STD, 1)
        Valor=Vector[0]
        if Valor<=N_Truncado:
            VN=MonteCarlo_Truncado(Promedio, STD,N_Truncado, 1)
            Valor=VN[0]
        Salida.append(Valor)
    return Salida

```

A2. Estadística W_i Chancado

Tabla 30: Valores de W_i promedios, sujetos a diferentes repeticiones.

Número de simulaciones	Promedio	Desviación estándar
400	13,62	4,61
4.000	13,01	5,29
40.000	12,91	5,26