

UCH - FC  
MAG - F  
F269  
C.1

UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS BASICAS  
Y FARMACEUTICAS  
DEPARTAMENTO DE FISICA

DETERMINACION DE LA MASA Y LA  
DISTANCIA EN CUARENTA NEBULOSAS  
PLANETARIAS

Tesis para optar al Grado de  
Magister en Ciencias Físicas

MAXIMILIANO FAUNDEZ ABANS

DICIEMBRE 1981

Patrocinante: Dra. Adelina Gutiérrez A.

FACULTAD DE CIENCIAS BASICAS Y FARMACEUTICAS  
UNIVERSIDAD DE CHILE

INFORME DE APROBACION  
TESIS DE MAGISTER

Se informa a la Comisión de Postgrado de la Facultad de Ciencias Básicas y Farmacéuticas que la Tesis de Magister presentada por el candidato

Maximiliano Faúndez Abans

ha sido aprobada por la Comisión Informante de Tesis como requisito para optar al grado de Magister en Ciencias Físicas.

Patrocinante de Tesis

Dra. Adelina Gutiérrez A.

Comisión Informante de Tesis

Dr. Jorge Bellet P.

Dr. Carlos Infante B.

Sr. Hugo Moreno L.

DEDICACION

a Diana, Patricio y Alejandro

## A G R A D E C I M I E N T O S

Le agradezco muy sinceramente a la Dra. Adelina Gutiérrez A. su gentil acogida y toda la dedicación que me ha brindado en todos estos años.. También quisiera expresar mis agradecimientos al Director del Departamento de Física, USACH, Sr. Alfredo Seguel Moas, por su constante apoyo en mi perfeccionamiento.

INDICE DE MATERIAS

RESUMEN	1
I. INTRODUCCION	2
II. DETERMINACION DE DISTANCIAS EN NEBULOSAS PLANETARIAS	
2.1 Estado del Problema	6
2.2 Deducción de la Ecuación de Distancia	13
III. DETERMINACION DE LA MASA	
3.1 Estado del Problema	27
3.2 Ecuación para la Masa	33
IV. FACTOR DE POROSIDAD	
4.1 Estado del Problema	37
4.2 Deducción de una posible Ecuación General para determinar $\epsilon$ .	43
4.3 Método para calcular $\epsilon$ en Nebulosas Planetarias Anulares.	48
V. DETERMINACION DE LA DISTANCIA Y LA MASA	
5.1 Criterios	62
5.2 Coeficiente de Recombinación Efectiva de H $\beta$	68
5.3 Selección de las Nebulosas Planetarias	69
5.4 Análisis del Factor de Porosidad	77

VI. RESULTADOS	84
VII. DISCUSION	
7.1 Consideraciones Generales	88
7.2 Validez del Modelo	91
7.3 Masas	95
7.4 Distancia	102
7.5 Radios Nebulares	112
CONCLUSIONES	117
REFERENCIAS	120

RESUMEN

Se desarrolla una expresión matemática para calcular la masa de nebulosas planetarias ópticamente delgadas en el continuo de Lyman. Se adopta una ecuación directa para el cálculo de las distancias.

Se discute la determinación del factor de porosidad.

Finalmente se calculan las masas, distancias y radios de cuarenta nebulosas planetarias seleccionadas y se comparan, cuando ello es posible, con las determinaciones hechas previamente por otros autores.

## I .- INTRODUCCION

De los muchos objetos interesantes que, pueblan nuestra Galaxia, entre los más fascinantes por su morfología se encuentran las Nebulosas Planetarias.

Su estructura consiste en una masa pequeña de gas ionizado que rodea una estrella central muy caliente y de un intenso campo de radiación ultravioleta. El material nebuloso ha sido expulsado por la estrella central al espacio interestelar. El mecanismo de expulsión no se conoce aún.

En nuestra galaxia se han encontrado cerca de mil nebulosas planetarias, sin contar con algunas pocas detectadas en otras galaxias como las Nubes de Magallanes (Westerlund, 1968). Aproximadamente 100 de ellas se han estudiado en detalle.

Si bien las estrellas centrales de estos objetos no tienen una posición clara en el diagrama de evolución de Hertzsprung-Russell, de modo que sus edades



exactas y su historia evolucionaria son desconocidas en estos momentos, es seguro que las nebulosas planetarias son objetos muy jóvenes, y la estrella central se encuentra en una de sus últimas etapas de la evolución.

Nuevos detectores y técnicas observacionales, junto con modelos físico-teóricos, han hecho posible obtener, con el transcurso de los años, mejores estimaciones de parámetros fundamentales para estos objetos, como son: la temperatura de electrones ( $T_e$ ), la densidad de electrones ( $N_e$ ) y la abundancia de elementos químicos:

Uno de los mayores obstáculos con que se han encontrado los especialistas en el campo de Nebulosas Planetarias, es la determinación de la Distancia, Masa y Radio de estos objetos.

Hace 25 años no se conocía un buen método para estimar de forma aproximada estos parámetros. El método espectacular desarrollado por Shklovsky (1956), para determinar distancias en nebulosas planetarias que son ópticamente delgadas en el continuo de Lyman, fue realmente un éxito.

Desde entonces muchos investigadores, como O'Dell (1962), Perek (1963), Seaton (1966, 1968), Cahn (1968), Webster (1969), Cahn y Kaler (1971), han contribuido a perfeccionar la teoría de determinación de distancias en nebulosas planetarias.

Otros autores han usado estas distancias para mejorar el modelo de nuestra galaxia [Cahn (1976), O'Dell (1974), Cahn y Wyatt (1976)].

En cambio, es poco lo que se ha estudiado y desarrollado en el cálculo de las masas de nebulosas planetarias.

La importancia de estos problemas, tanto desde el punto de vista de la estructura galáctica como de la evolución estelar, nos ha llevado a realizar este trabajo, en el cual se desarrolla una expresión matemática para calcular las masas de las nebulosas planetarias. También se calculan las distancias de un conjunto de estas nebulosas, usando una ecuación directa, para lo cual no se usan los parámetros promedios estadísticos comúnmente usados, sino los valores individuales de parámetros como, por ejemplo, la densidad del He, el factor de porosidad, etc., para cada nebulosa estudiada.

Se analizan brevemente los errores porcentuales de las ecuaciones usadas en este trabajo.

Además, se discute con algún detalle la determinación del factor de porosidad, parámetro crítico para la determinación de masas y distancias.

Finalmente, a partir de las distancias obtenidas, y como un subproducto de este trabajo, se determinan los radios lineales de las nebulosas estudiadas.

## II.- DETERMINACION DE DISTANCIAS EN NEBULOSAS PLANETARIAS

### 2.1 ESTADO DEL PROBLEMA

Uno de los problemas más difíciles asociados con las nebulosas planetarias es la determinación de sus distancias y dimensiones. Todos los esfuerzos desarrollados para solucionarlo han sido prácticamente infructuosos.

De hecho, actualmente no se tiene un sólo método que permita determinar las distancias de las nebulosas planetarias con una precisión comparable a la precisión de los métodos para determinar distancias en estrellas y galaxias.

Aún en el caso de las nebulosas difusas la situación es mucho mejor, ya que estos objetos están generalmente asociados con estrellas calientes, cúmulos abiertos de estrellas y asociaciones estelares, cuyas distancias se pueden determinar con precisión.

La razón por la cual es dificultoso determinar las distancias de las nebulosas planetarias es que

ninguno de sus parámetros básicos, físicos o geométricos, tienen valores constantes para todas ellas. A continuación se mencionan cinco de estos parámetros, que diferentes autores han tratado de utilizar de distintas maneras para los propósitos ya mencionados.

- 1) La magnitud estelar absoluta de la nebulosa más el núcleo,  $M_n$ .
- 2) La magnitud estelar absoluta del núcleo,  $M_*$ .
- 3) La diferencia entre la magnitud estelar aparente  $m_*$  del núcleo y la magnitud integrada  $m_n$  de la nebulosa,  $\delta = m_* - m_n$ .
- 4) El radio lineal de la nebulosa,  $R$ .
- 5) La masa de la nebulosa,  $M$ .

Los valores de estos parámetros son diferentes para diferentes nebulosas planetarias y, además, algunos varían con el transcurso del tiempo para una misma nebulosa.

Sin embargo, los métodos que existen para de terminar las distancias de estos objetos se basan en la su posición de que dichos parámetros son constantes en todas las nebulosas y en todos sus estados de ionización.

Una manera de atacar el problema sería recurrir a métodos astrométricos. Sin embargo, estos métodos carecen de la precisión necesaria. La determinación de pa ralajes trigonométricas, aún para las nebulosas planeta - rias más cercanas, es imposible debido a la gran distancia a que se encuentran estos objetos de nosotros. También se ha usado para resolver este problema el método de las para lajes estadísticas, basado en el movimiento propio de las nebulosas planetarias, así como el análisis de las velocidades radiales en base a la teoría de la rotación galáctica.

Estos métodos dan valores de las distancias que, en promedio, son correctos en órdenes de magnitud para los grupos de nebulosas planetarias analizadas, pero son muy imprecisos para la determinación individual de las distancias de estos objetos.

Una excepción a todo lo dicho la constituyen las nebulosas planetarias de otras galaxias. En este caso las distancias de las nebulosas se pueden obtener en forma precisa, puesto que la distancia de la galaxia se puede medir bien. Sin embargo, de esta manera se determina la magnitud absoluta de las nebulosas planetarias gigantes de la galaxia observada. El solo hecho de que exista esta selección es una evidencia de que en realidad  $M_n$ , por ejemplo, no es constante y varía de una nebulosa planetaria a otra.

Actualmente existen seis catálogos importantes de distancias y dimensiones de nebulosas planetarias. La discrepancia entre las distancias que aparecen en estos catálogos para una nebulosa planetaria dada es muy grande en la mayoría de los casos, llegando a veces hasta un factor de 10 a 20.-

Son estos problemas los que han hecho que muchos autores se hayan preocupado de este tema, diseñando diferentes métodos para tratar de encontrar la solución. Por ejemplo Zanstra (1931) asume que la diferencia  $\delta$  no depende de la distancia de la nebulosa; entonces relaciona  $\delta$  con la magnitud estelar absoluta del núcleo,  $M_*$ , para después

deducir la distancia por la relación conocida entre magnitudes absolutas y aparentes.

Otro método es el de Vorontosov-Vel'yaminov (1934) quién encuentra una dependencia estadística entre el brillo superficial fotográfico promedio de las nebulosas y sus diámetros aparentes; esta dependencia parece indicar la constancia de la magnitud absoluta integrada de las nebulosas,  $M_n$ ; luego,  $M_n$  sería un valor conocido que, combinado con el valor observado de la magnitud aparente,  $m_n$ , permitiría determinar la distancia por los procedimientos usuales, tomando en cuenta la absorción interestelar.

Un tercer método es el de Berman (1937), quien utiliza paralajes estadísticas derivadas de los movimientos propios, diámetros angulares y velocidades radiales, además de las magnitudes estelares aparentes  $m_n$  y  $m_*$  de la nebulosa y del núcleo respectivamente. Procede por aproximaciones sucesivas, considerando, en primera aproximación, que los diámetros aparentes son indicadores de la distancia.

También se puede citar el método de Camm (1939) que postula la existencia de una relación lineal



entre el diámetro y la magnitud absoluta de la nebulosa.

Los cuatro métodos citados se basan en obtener, por algún procedimiento indirecto, una estimación de la magnitud absoluta, sea de la nebulosa o de su núcleo, y luego determinar la distancia por comparación con las respectivas magnitudes aparentes.

También se han creado métodos llamados astrofísicos para la determinación de la distancia de estos objetos. Entre éstos se pueden citar el método del decremento de Balmer, que relaciona la distancia con la razón  $H\alpha/H\beta$  observada y teórica; el método de Sobolev (1958) que relaciona la distancia con el diámetro angular de la nebulosa, su densidad de electrones y el flujo energético observado; y el método del He III, que relaciona la distancia con el radio lineal  $R_0$  de la zona de ionización del He III, y el radio angular de esta misma zona,  $\phi_0$ .

Finalmente, debemos mencionar el método indirecto de Shklovsky (1956) quien deduce una expresión que relaciona la distancia con la masa de la nebulosa, su brillo superficial y su diámetro angular aparente.

Este método, enriquecido y modificado en sus detalles por investigadores más recientes, es el que más se usa actualmente, y es el que discutiremos en las páginas siguientes.

## 2.2 DEDUCCION DE LA ECUACION DE DISTANCIA

Shklovsky parte de la ecuación fundamental, determinada por Ambartsumian:

$$L \propto \frac{M^2}{V} \quad , \quad (2.1)$$

en que  $L$  es la luminosidad de la nebulosa o cantidad de energía que ella emite por unidad de tiempo, expresada en ergs  $\text{seg}^{-1}$ ;  $M$  es su masa y  $V$  su volumen.

Podemos introducir en esta expresión la distancia de la nebulosa, recordando que existe una relación directa entre la distancia  $D$ , el radio  $R$ , y el radio angular aparente  $\phi$  de una nebulosa planetaria (Figura 2.1).

Directamente de la figura se tiene que:

$$\text{tag } \phi = \frac{R}{D} \quad ; \quad (2.2)$$

pero si  $\phi$  es un ángulo muy pequeño:

$$[\phi] = \frac{R}{D} \quad , \quad (2.3)$$

en que el paréntesis cuadrado indica que el ángulo está medido en radianes.

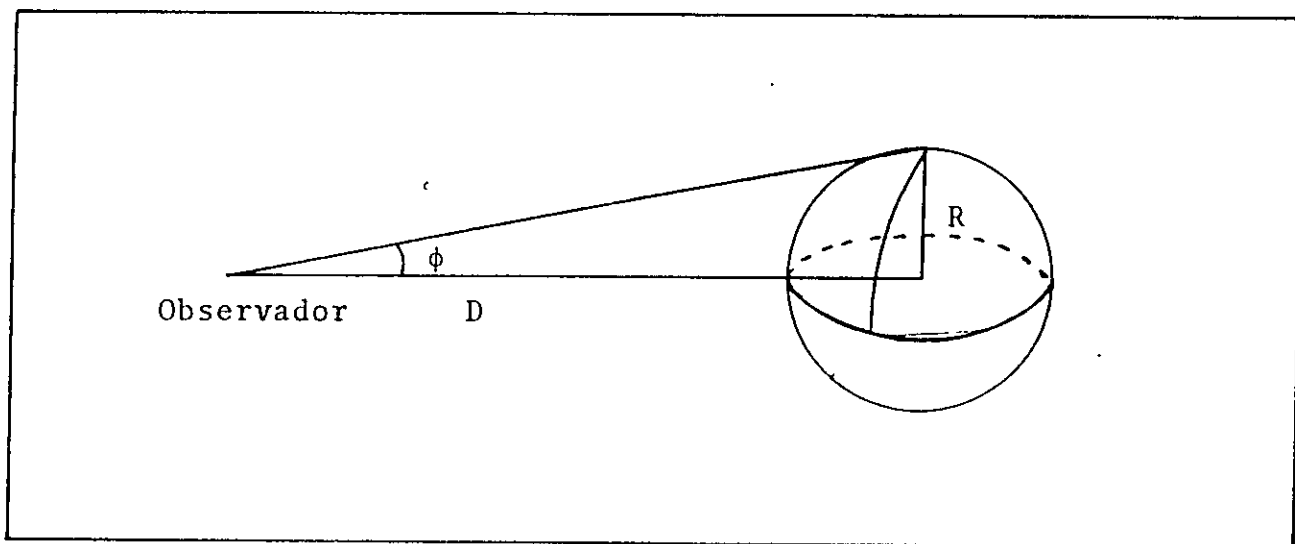


Fig. 2.1 Nebulosa Planetaria esférica:  $R$  = radio,  $D$  = distancia,  
 $\phi$  = radio angular aparente.

Si además asumimos que la nebulosa es esférica, es decir que el volumen es proporcional al cubo del radio, tendremos, introduciendo (2.3) en (2.1):

$$L \propto \frac{M^2}{D^3 [\phi]^3} \quad (2.4)$$

Ahora bien, lo que nosotros observamos en la tierra, suponiendo que estuviéramos fuera de la atmósfera terrestre, o sea, después de corregir por extinción atmosférica, y considerando que no existe absorción interestelar, o que este efecto se ha eliminado de las observaciones, es el flujo  $F$  en  $\text{ergs cm}^{-2} \text{seg}^{-1}$ , dado por:

$$F = \frac{L}{4\pi D^2} \quad (2.5)$$

ya que toda la energía emitida por la nebulosa se distribuye en una esfera de radio  $D$ . Introduciendo (2.5) en (2.4), obtenemos:

$$F \propto \frac{M^2}{D^5 [\phi]^3} \quad (2.6)$$

o sea:

$$D = \text{constante} \frac{M^{2/5}}{F^{1/5} [\phi]^{3/5}} \quad (2.7)$$

El valor de la constante depende del rango de longitudes de onda en que se observa el flujo y el modelo elegido para la nebulosa. Generalmente, se usan las observauciones del flujo monocromático en la línea H $\beta$ , que designaremos por F(H $\beta$ ). Además, se adopta el modelo de una nebulosa planetaria esférica, en la cual sólo una fracción  $\epsilon$ , llamada factor de porosidad, contiene gas con densidad uniforme de protones y electrones,  $N_p$ ,  $N_e$ , y en la cual, además de H, existe He en cantidad no despreciable. Entonces:

$$M = \frac{4\pi}{3} R^3 \epsilon (N(H)m_H + N(He)m_{He}), \quad (2.8)$$

en que  $N(H)$  y  $N(He)$  son, respectivamente, el número de átomos de H y de He, y  $m_H$  y  $m_{He}$  las masas de ambos átomos. Recordando que la característica fundamental de una nebulosa planetaria es que prácticamente todo el H está ionizado, podemos escribir, sin error apreciable,  $N(H) = N_p$ ; además,  $m_{He} = 4 m_H$ .

Si designamos por  $Y$  la abundancia relativa del He,  $Y = N(He)/N(H)$ , (2.8) se puede escribir:

$$M = \frac{4\pi}{3} R^3 \epsilon N_p (1 + 4Y) m_H . \quad (2.9)$$

Reemplazando el valor de R obtenido de (2.3) en esta última relación y despejando  $N_p$ , obtenemos:

$$N_p = \frac{M}{m_H} \frac{3}{4\bar{n}} \frac{1}{(1+4Y)} \frac{1}{([\phi]D)^3} \frac{1}{\epsilon} . \quad (2.10)$$

Ahora bien, sabemos que la energía liberada en la frecuencia de la línea  $H\beta$ , o sea la luminosidad  $L(H\beta)$ , está dada por el número total de transiciones producidas por segundo entre el nivel 4 y el nivel 2 de energía del átomo de H, multiplicado por la energía liberada en cada transición. El número total de transiciones está dado por el producto del volumen efectivo de la nebulosa, o sea su volumen multiplicado por el factor de porosidad, multiplicado a su vez por el producto del número de partículas por centímetro cúbico capaces de recombinarse, y por el coeficiente de recombinación efectiva para  $H\beta$ . Con estas consideraciones, y tomando en cuenta la relación (2.5), obtenemos:

$$F(H\beta) = \frac{\frac{4\bar{n}}{3} N_p N_e R^3 \epsilon \alpha_{H\beta}^{ef} h\nu_{H\beta}}{4\bar{n} D^2} , \quad (2.11)$$

donde  $\alpha_{H\beta}^{ef}$  es el coeficiente de recombinación efectiva para  $H\beta$ ,  $h$  es la constante de Planck y  $\nu_{H\beta}$  es la frecuencia de la línea  $H\beta$ .

La abundancia  $Y$  estará dada por:

$$Y = Y_0 + Y_1 + Y_2 ,$$

en que  $Y_0$ ,  $Y_1$  e  $Y_2$  corresponden al He neutro, al  $\text{He}^+$  y al  $\text{He}^{++}$  respectivamente, o sea:

$$Y_0 = \frac{N(\text{He})}{N(\text{H})} , \quad Y_1 = \frac{N(\text{He}^+)}{N(\text{H})} , \quad Y_2 = \frac{N(\text{He}^{++})}{N(\text{H})} ;$$

entonces podemos escribir:

$$N_e = N_p + N(\text{He}^+) + 2N(\text{He}^{++}) ,$$

$$\text{o sea } N_e = N_p (1 + Y_1 + 2Y_2) , \quad (2.12)$$

ya que el He neutro no produce electrones.

Reemplazando  $N_e$  en (2.11), obtenemos:

$$F(\text{H}\beta) = \frac{\frac{4\bar{\mu}}{3} N_p^2 (1+Y_1+2Y_2) R^3 \epsilon \alpha_{\text{H}\beta}^{ef} h\nu_{\text{H}\beta}}{4\bar{\mu} D^2} \quad (2.13)$$



Si introducimos en esta expresión el valor de  $N_p$  obtenido de (2.10), y el valor de  $R$  dado por (2.3), llegamos finalmente a:

$$F(H\beta) = \frac{1}{4\bar{h}D^2} \frac{4\bar{h}}{3} \left[ \frac{M}{m_H} \frac{3}{4\bar{h}} \frac{1}{(1+4Y)\epsilon} \frac{1}{([\phi]D)^3} \right]^2 \cdot (1+Y_1+2Y_2) ([\phi]D)^3 \epsilon \alpha_{H\beta}^{ef} h\nu_{H\beta} \quad (2.14)$$

Despejando  $D$  y simplificando, esta última relación nos queda:

$$D = \left[ \frac{3}{16\bar{h}^2} \frac{1}{m_H^2} \frac{(1+Y_1+2Y_2)}{(1+4Y)^2} \frac{1}{\epsilon} \alpha_{H\beta}^{ef} h\nu_{H\beta} \right]^{1/5} F(H\beta)^{-1/5} [\phi]^{-3/5} M^{2/5} \quad (2.15)$$

Ahora bien, si comparamos (2.15) con (2.7) vemos que la constante de (2.7) es, precisamente, el término entre paréntesis cuadrado de la relación (2.15).

Analizando esta última relación, se ve que la dependencia entre  $D$  y  $M$  es relativamente débil. Shklovsky

asumió que la dispersión de las masas en las nebulosas planetarias no es grande, y que, por lo tanto, se puede tomar  $M = \text{constante}$ ; de esta manera, podemos introducir el término en  $M$  dentro del paréntesis cuadrado, que se trata en conjunto como una constante, de modo que (2.15) se reduce a:

$$D = K F(\text{H}\beta)^{-1/5} [\phi]^{-3/5} . \quad (2.16)$$

Escribiendo el logaritmo de la distancia se tiene:

$$\log D = \log K - 0.2 \log F_c(\text{H}\beta) - 0.6 \log[\phi] , \quad (2.17)$$

donde  $F_c(\text{H}\beta)$  es el flujo en la línea  $\text{H}\beta$ , corregido por extinción interestelar. Usamos la ecuación de enrojecimiento de Whitford (1948);

$$\log F_c(\lambda) = \log F_o(\lambda) + C [1 + f(\lambda)] , \quad (2.18)$$

cuya determinación se ha estudiado previamente (Faúndez 1981).

$F_o$  es el flujo observado,  $C$  es una constante que representa la extinción correspondiente a la línea  $\text{H}\beta$  y que

depende de la cantidad de materia interestelar existente entre nosotros y el objeto, y  $f(\lambda)$  es la curva de extinción interestelar normalizada a  $f(\lambda_0) = 0$  (Burgess, 1958).

Introduciendo (2.18) en (2.17) obtenemos:

$$\log D = \log K - 0.2 \log F_0(\text{H}\beta) - 0.6 \log[\phi] - 0.2C .$$

(2.19)

K se ha tratado como una constante de calibración; su valor se ha obtenido de dos maneras:

- a) Teóricamente, introduciendo valores para los parámetros que en ella aparecen. En general los autores prefieren tomar los valores promedios o los más representativos de estos parámetros. Por ejemplo Seaton (1968), adopta  $\alpha_{\text{H}\beta}^{\text{ef}} = 3.0 \times 10^{-10} / T_e \text{ cm}^3 \text{ seg}^{-1}$ , con  $T_e = 0.8 \times 10^4 \text{ }^\circ\text{K}$ , (de Flower y Seaton, 1968),  $\log \epsilon = -0.20$ ,  $Y = 0.16$ ,  $M = 0.17$  masas solares ( $M_\odot$ ); y expresando  $\phi$  en radianes, obtiene  $\log K = 17.18$ .

Otro ejemplo es el de Cahn y Kaler (1971) que, a partir del trabajo de Kaler (1970), adoptan  $\epsilon = 0.65$ ,  $Y = 0.14$ ,  $\alpha_{H\beta}^{ef} = 5.38 \times 10^{-14}$  para una temperatura de electrones de  $T_e = 5000^\circ K$ , y  $M = 0.18 M_\odot$ .

Estos valores difieren levemente de los usados por Seaton. Ambas calibraciones (Seaton, 1968; Cahn y Kaler, 1971), son muy similares a las de los autores O'Dell (1962), Abell (1966) y Minkowski (1959).

b) Empíricamente, utilizando nebulosas planetarias de distancia conocida, por ejemplo aquellas situadas en las Nubes de Magallanes, (Seaton, 1968; Webster, 1969). Esta calibración asume que las nebulosas brillantes en las Nubes de Magallanes son similares a las nebulosas planetarias brillantes galácticas.

Estas suposiciones son sólo parcialmente válidas, ya que se ha comprobado que la composición y grado de excitación de estas nebulosas presentan algunas diferencias en las tres galaxias.

Como dijimos, Seaton (1968) estima  $\log K = 17.18$ , (K en unidades cgs), y la distancia D queda determinada en centímetros.

Con la transformación  $1\text{cm} = 3.2408 \times 10^{-10}$  parsecs, la ecuación (2.19) queda expresada en parsecs:

$$\log D = - 1.31 - 0.2 \log F_0(\text{H}\beta) - 0.6 \log [\phi] - 0.2C, \quad (2.20)$$

siendo esta ecuación una forma moderna del método de Shklovsky; es la forma usada por Cahn y Kaler para la determinación de distancias de nebulosas planetarias.

Ellos, sin embargo, hacen una modificación en la constante de calibración  $K$  (ecuación 2.15); asumen que la mayor parte del helio del gas está sólo una vez ionizado, lo que implica que no hay He III y que  $Y_2=0$ ; además asumen que prácticamente no hay He neutro, de modo que resulta  $Y = Y_1$ .

De esta manera la constante de calibración se modifica de la siguiente forma:

$$K = \left( \frac{M}{(1 + 4Y) 4\pi m_H} \right)^{2/5} \left( \frac{(1 + Y) h \nu_{\text{H}\beta} \alpha_{\text{H}\beta}^{ef}}{\epsilon/3} \right)^{1/5} .$$

$$(2.21)$$

Si se asume que la masa de la envoltura no excede valores límites supuestos y si es constante de un objeto a otro, se puede diseñar una escala de distancia como la de Minkowski y Aller (1954); Shklowsky (1956); o Cahn y Kaler (1971).

De modo que con la ecuación (2.20), basta conocer el flujo observado de  $H\beta$ , el radio angular aparente  $[\phi]$  y la constante de extinción interestelar, para determinar la distancia a que se encuentra la nebulosa planetaria que se analiza.

Necesitamos ahora definir un parámetro físico llamado profundidad óptica. Para ello suponemos una capa de gas de espesor  $dx$ , y de una densidad  $\rho$ , con un coeficiente  $k$  de absorción por unidad de masa. Al atravesar dicha capa, la radiación se atenúa en un factor:

$$e^{-k\rho dx} \quad (2.22)$$

La profundidad óptica de un volumen de gas de espesor  $x$ , queda entonces definida por:

$$\tau = \int_0^x k\rho dx \quad (2.23)$$

En general  $k = k(\lambda)$ , luego  $\tau = \tau(\lambda)$ . Un objeto para el cual  $\tau \gg 1$  se llama ópticamente grueso; si  $\tau \ll 1$ , el objeto es ópticamente delgado.

Inicialmente, una nebulosa planetaria es un objeto físicamente pequeño, una envoltura gaseosa ópticamente gruesa, que rodea un núcleo caliente. Sólo la porción interior está ionizada. Como la envoltura se expande, el radio de la esfera ionizada crece hasta que se junta con el borde exterior de la nebulosa, la cual continúa expandiéndose.

Si la masa de esta envoltura nebulosa es constante, al expandirse la nebulosa con el tiempo, el gas se hará más y más tenue, de modo que la nebulosa planetaria se transformará en ópticamente delgada y todo el gas nebuloso será visible.

Lo dicho implica que el método aquí descrito no es aplicable a todas las nebulosas. En efecto, las relaciones determinadas suponen, como dijimos, que todo el H está ionizado; como acabamos de mencionar, una nebulosa ópticamente gruesa está ionizada sólo en su interior, de mo-

do que la masa determinada por la relación (2.9) es menor que la masa total de la nebulosa. Por lo tanto, la aplicación de las fórmulas anteriores a una nebulosa ópticamente gruesa dará resultados que estarán falseados. En el hecho, algunos autores dan, para este caso, una calibración diferente. Por ejemplo Cudworth (1974) da la siguiente expresión:

$$d = 0.0178 F(\text{H}\beta)^{1/2} \text{ pc.}, \quad (2.24)$$

obtenida en base a paralajes estadísticas.



### III.- DETERMINACION DE LA MASA

#### 3.1 ESTADO DEL PROBLEMA

La determinación de la masa nebular es, evidentemente, una de las tareas más importantes que enfrenta el estudio de las nebulosas planetarias.

Este análisis está relacionado con muchos problemas astrofísicos importantes, desde las inestabilidades estelares en las fases tardías de la evolución estelar hasta el enriquecimiento químico del medio interestelar.

La determinación de la masa de la envoltura de una nebulosa planetaria está basada en el conocimiento de ciertos parámetros específicos. Desgraciadamente, la poca precisión con que se conocen dichos parámetros y, a veces, la falta completa de información acerca de la mayoría de ellos, ha desanimado a muchos investigadores en sus tentativas de obtener masas individuales de muchas nebulosas planetarias.

Además, el cuadro evolucionario del estado de nebulosas planetarias parece ser bastante consistente con el de estrellas bastante evolucionadas, con masas del orden

de  $1 M_{\odot}$ , que han eyectado una pequeña fracción de su masa. Se asumió entonces que la masa nebular es constante, y su valor se ha deducido como un subproducto del método fotométrico para determinar distancias (Minkowsky y Aller, 1954; Shklow'sky, 1956; O'Dell, 1962).

Como vimos en el capítulo anterior, en este método la escala de distancia se puede calibrar usando planetarias para las cuales la distancia se ha obtenido mediante determinaciones individuales. A partir de la constante de calibración, se puede obtener una masa nebular promedio para la nebulosa modelo, siempre que el factor de porosidad promedio, la temperatura de electrones y, eventualmente, el contenido de He, se puedan determinar.

Las mejores determinaciones utilizando este método, hechas por O'Dell (1962), Webster (1969), Seaton (1968) y Cahn y Kaler (1971), dan masas cercanas a  $0.2 M_{\odot}$ ; este es, por lo tanto, el valor que generalmente se asocia a la envoltura de una nebulosa planetaria promedio.

Se ha estudiado un cierto número de objetos en forma individual. El trabajo más extenso, usando datos

ópticos, es el de Seaton (1966); él usó el brillo superficial en  $H\beta$  y la densidad de electrones de las líneas del [O III]; con esto obtuvo la masa nebulosa de catorce nebulosas. Sin embargo, publicó sólo el promedio de la masa de seis de ellas, igual a  $0.38 M_{\odot}$ .

Vauclair (1968) usó observaciones de radio para obtener las masas individuales de 20 nebulosas planetarias, encontrando un rango de valores entre  $10^{-4}$  a  $10^2 M_{\odot}$ . Él considera que esta dispersión de las masas es real; pero dado que no analiza la influencia de los errores en sus determinaciones, ésta conclusión debe considerarse con cuidado.

Para poder comprender mejor el problema de las masas nebulares, es necesario analizar un poco el mecanismo de su formación. Como dijimos, hace mucho tiempo que se acepta que una nebulosa planetaria se forma cuando una estrella expulsa parte de su masa; hoy se acepta que las estrellas en que se produce este fenómeno tienen una masa de 0.6 a  $3.0 M_{\odot}$ . El proceso exacto por el cual se produce esta expulsión no se conoce bien.

El mecanismo más probable de eyección es el de inestabilidades dinámicas en estrellas supergigantes que sufren un proceso de pulsación. Cuando esta inestabilidad ocurre en estrellas gigantes rojas muy extendidas, la energía acumulada en la ionización del H y He puede ser lo bastante grande como para que la energía total de la envoltura externa de la estrella sea positiva, y la amplitud de pulsación puede entonces crecer sin límites, de modo que toda la envoltura estelar puede finalmente escapar.

Los cálculos teóricos de este proceso demuestran que el límite entre las estrellas dinámicamente estables e inestables en el rango de masas  $M_{\odot} \leq M \leq 3 M_{\odot}$ , se encuentra alrededor de  $L \approx 10^4 L_{\odot}$ , en la región del diagrama HR ocupada por las variables de largo período. Además los cálculos demuestran que, una vez expulsada la primera capa, la estrella se hace más inestable, y el proceso continúa hasta que se produce la expulsión total de la envoltura, hasta el fondo de la capa rica en H. En este nivel el proceso se detiene debido a la discontinuidad en composición.

Los resultados obtenidos mediante los cálculos hechos se dan en la Tabla 3.1 adaptada de Osterbrock (1974).

TABLA 3.1

Masa original de la estrella ( $M_{\odot}$ )	Remanente estelar ( $M_{\odot}$ )	Envoltura nebular producida ( $M_{\odot}$ )
0.8	0.6	0.2
1.5	0.8	0.7
3.0	1.2	1.8

Una estrella de  $M \geq 4 M_{\odot}$  comienza a quemar C explosivamente y, presumiblemente, se transformará en una supernova antes de que llegue a ser dinámicamente inestable. Las estrellas con  $M \leq 0.6 M_{\odot}$  no pueden llegar a ser dinámicamente inestables.

Por otra parte, el estudio del espectro de los núcleos de las nebulosas planetarias demuestra que la estrella central no es siempre una estrella con característica de enana blanca. Hay un número no despreciable de núcleos que presentan un espectro característico de estrellas Wolf-Rayet, lo que podría poner en duda el origen evolucionario, y unos pocos presentan el espectro de un sistema binario, con características de sistema binario semi-separado.

En resumen, en los años recientes, nuestro conocimiento de las características individuales de una nebulosa dada se han desarrollado considerablemente, de modo que ahora se puede llevar a cabo, en principio, una determinación de la masa nebulosa para muchas nebulosas planetarias, usando datos ópticos y de radio.

### 3.2 ECUACION PARA LA MASA

La masa se puede determinar de forma directa a partir de la relación:

$$M = V\rho = \frac{4\bar{\mu}}{3} R^3 \epsilon \rho \quad (3.1)$$

De acuerdo con las consideraciones hechas en el capítulo anterior, (3.1) se puede escribir (fórmula 2.9):

$$M = \frac{4\bar{\mu}}{3} R^3 \epsilon N_p (1 + 4Y) m_H ; \quad (3.2)$$

pero sabemos que (fórmula 2.12):

$$N_e = N_p (1 + Y_1 + 2Y_2) \quad , \quad (3.3)$$

de donde

$$M = \frac{4\bar{\mu}}{3} R^3 \epsilon \frac{N_e (1 + 4Y) m_H}{(1 + Y_1 + 2Y_2)} \quad (3.4)$$

Consideremos ahora el flujo  $F(H\beta)$  medido en la Tierra [ecuación (2.11)], y reemplacemos en esta expre

sión la distancia D, despejada de la ecuación (2.3); nos queda:

$$F(H\beta) = \frac{N_p N_e R \epsilon \alpha_{H\beta}^{ef} h \nu_{H\beta} [\phi]^2}{3}, \quad (3.5)$$

con

$$[\phi] = \frac{\phi''}{206265} \quad (\phi \text{ en segundos de arco});$$

despejando R y elevándolo al cubo nos queda:

$$R^3 = 27 F(H\beta)^3 \frac{(206265)^6}{\phi^6} \frac{1}{N_p^3 N_e^3 \epsilon^3 \alpha_{H\beta}^{ef 3} (h \nu_{H\beta})^3}, \quad (3.6)$$

y, por (3.3)

$$R^3 = 27 F(H\beta)^3 \frac{(206265)^6}{\phi^6} \frac{(1 + Y_1 + 2Y_2)^3}{N_e^6 \epsilon^3 \alpha_{H\beta}^{ef 3} (h \nu_{H\beta})^3}, \quad (3.7)$$



valor que reemplazado en (3.4) nos da finalmente,

$$M = \frac{4\pi}{3} \left[ 27 F(\text{H}\beta)^3 \frac{(206265)^6}{\phi^6} \frac{(1 + Y_1 + 2Y_2)^3}{\text{Ne}^6 \epsilon^3 \alpha_{\text{H}\beta}^{ef^3} (h \nu_{\text{H}\beta})^3} \right] \cdot \frac{\epsilon \text{Ne} (1 + 4Y) m_{\text{H}}}{(1 + Y_1 + 2Y_2)} ; \quad (3.8)$$

simplificando e introduciendo valores numéricos:

$$M = 1.074 \times 10^{11} \frac{F(\text{H}\beta)^3 (1 + Y_1 + 2Y_2)^2 (1 + 4Y)}{\phi^6 \text{Ne}^5 \epsilon^2 \alpha_{\text{H}\beta}^{ef^3}} ; \quad (3.9)$$

y, en forma logarítmica:

$$\begin{aligned} \log M = & 11.031 + 3 \log F(\text{H}\beta) - 6 \log \phi'' - 5 \log \text{Ne} - 2 \log \epsilon \\ & - 3 \log \alpha_{\text{H}\beta}^{ef} + 2 \log (1 + Y_1 + 2Y_2) + \log (1 + 4Y) . \end{aligned} \quad (3.10)$$

En esta ecuación la masa está expresada en masas solares, y el flujo  $F(H\beta)$  está corregido por extinción interestelar, de modo que:

$$3 \log F(H\beta) = 3 \log F_0(H\beta) + 3 \log C \quad . \quad (3.11)$$

Esta es una modificación del método de O'Dell para determinar masas de nebulosas planetarias (1962); este autor no considera la influencia del He en la masa de la nebulosa; además, usa un valor promedio de  $\epsilon$ .

La fórmula (3.10) permite calcular la masa de la nebulosa sin conocer su distancia ni su radio.

#### IV.- FACTOR DE POROSIDAD

##### 4.1 ESTADO DEL PROBLEMA

El parámetro que presenta serias dificultades para ser obtenido con un cierto grado de precisión a partir de las observaciones, es el factor de porosidad  $\epsilon$ . (Fracción de una esfera de radio R, llenada por materia radiante).

Generalmente se ha determinado en forma aproximada para muchas nebulosas mediante la simple inspección de imágenes fotográficas obtenidas con un filtro centrado en  $H\beta$ , asignándole un valor del orden de  $\bar{\epsilon} \approx 0.6$ .

Se podría solucionar el problema usando el criterio de Seaton (1966), que atribuye a este factor un valor  $\epsilon = 0.7$ , cuando la estrella central de la nebulosa planetaria está completamente envuelta por el gas, y el valor  $\epsilon = 0.35$  cuando la nebulosa tiene una estructura de anillo.

La dificultad de este criterio radica en que, debido a la morfología de las nebulosas planetarias, es difícil derivar por la inspección de fotografías, valores de

$\epsilon$  que estén comprendidos entre  $0.35 \leq \epsilon \leq 0.7$ .

Torres-Peimbert y Peimbert (1977) idean un método aparentemente más exacto. Para ello parten de la relación (2.13), que da el flujo en H $\beta$ , y adoptan un modelo homogéneo, considerando  $\epsilon = 1$ . Obtienen entonces el número de electrones, que designaremos por Ne(H $\beta$ ), a partir de la ecuación del flujo [ecuaciones (2.13) y (2.12)]:

$$Ne(H\beta) = \left[ \frac{3D^2 F(H\beta) (1 + Y_1 + 2Y_2)}{R^3 \alpha_{H\beta}^{ef} h\nu_{H\beta}} \right]^{1/2} \quad (4.1)$$

Por otra parte, se tienen los valores de Ne obtenidos a partir de las observaciones de líneas prohibidas. Comparando ambos valores, se observa que Ne(LP) > Ne(H $\beta$ ). Atribuyen esta diferencia a fluctuaciones de densidad, de modo que introducen un nuevo modelo, de fluctuación máxima, en que sólo una fracción  $\epsilon$  del volumen, de alta densidad, está llena de electrones Ne(LP), y el resto está prácticamente vacío; entonces:

$$Ne^2(H\beta) = \epsilon Ne^2(LP) \quad (4.2)$$

La figura (4.1), reproducida del trabajo mencionado, grafica la relación entre  $N_e(LP)$  y  $N_e(H\beta)$ . Las líneas de trazos corresponden a factores de porosidad iguales a 0.01, 0.1 y 1.0 respectivamente. Aparentemente el problema está completamente solucionado. Sin embargo, un análisis del método muestra inmediatamente dos cosas:

- a) Esta forma de determinar  $\epsilon$  es completamente equivalente a determinarlo directamente de la fórmula para  $F(H\beta)$ , introduciendo en ella el valor de  $N_e(LP)$ .
- b) Esto implica conocer de antemano el valor de la distancia, o un valor asumido de ella, obtenido, por ejemplo, de algunas de las calibraciones de la fórmula de Shklovsky. Torres-Peimbert y Peimbert, en el hecho, usan la escala de distancia para objetos ópticamente delgados - dada por Cudworth (1974):

$$d = 108 \phi^{-3/5} F(H\beta)^{-1/5}, \quad (4.3)$$

que es 1.5 veces mayor que la dada por Seaton (1968).

Es decir, que si queremos usar los valores de  $\epsilon$  para determinar distancias individuales, los valores

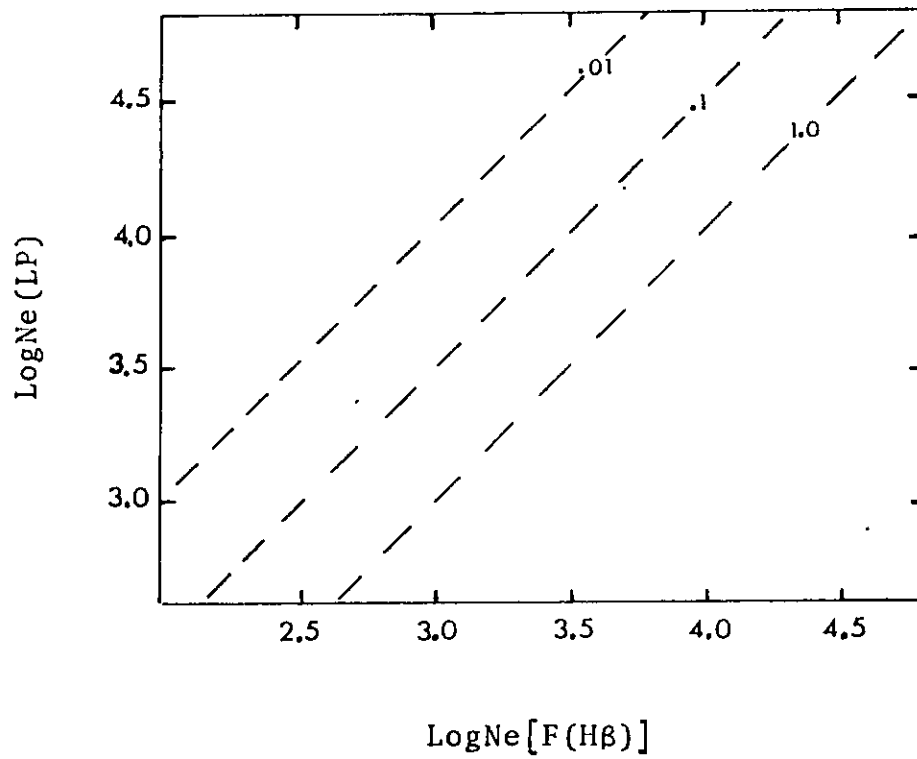


Fig. 4.1 Reproducción del trabajo de Torres-Peimbert y Peimbert (1977), para la determinación del factor de porosidad.

determinados por Torres-Peimbert y Peimbert nos introducirían en un círculo vicioso, ya que adoptar un factor de porosidad implica imponer un radio y una distancia.

Además, es necesario recordar que el factor de porosidad está involucrado no sólo en la determinación de la distancia, sino también de la masa; podemos visualizar mejor este hecho escribiendo (2.13) con  $R = [\phi] D$  y  $N_p = N_e / (1 + Y_1 + 2Y_2)$ , y (3.9), respectivamente, en la forma:

$$D_{\epsilon} = \frac{3 F(H\beta) (1 + Y_1 + 2Y_2)}{[\phi]^3 \alpha_{H\beta}^{ef} N_e^2 h\nu_{H\beta}}, \quad (4.4)$$

$$M_{\epsilon}^2 = 36\pi \frac{(206265)^6 m_H}{(h\nu_{H\beta})^3} \frac{F(H\beta)^3 (1+Y_1+2Y_2)^2 (1+4Y)}{\phi^6 N_e^5 \alpha_{H\beta}^{ef^3}},$$

$$M \text{ en gramos,} \quad (4.5)$$

$$o: \quad M_{\epsilon}^2 = 1.074 \times 10^{11} \frac{F(H\beta)^3 (1 + Y_1 + 2Y_2)^2 (1 + 4Y)}{\phi^6 N_e^5 \alpha_{H\beta}^{ef^3}}$$

$$(M \text{ en masas solares}). \quad (4.6)$$

Todo lo anterior muestra que la determinación del factor de porosidad no es un problema simple de solución.



#### 4.2 DEDUCCION DE UNA POSIBLE ECUACION GENERAL PARA DETERMINAR $\epsilon$

Como las ecuaciones (4.4) y (4.5) o (4.6) forman un sistema de dos ecuaciones con 3 incógnitas, masa, distancia y factor de porosidad, para resolver completamente el problema se haría necesario introducir una tercera ecuación.

Primeramente se pensó en una solución iterativa de (4.4), (4.6) y (2.15), pero el método no dió resultado ya que (2.15) no es una ecuación independiente. Luego se pensó que se podía obtener una ecuación independiente utilizando la ecuación de Shklowvsky en su forma explícita (2.15) y en su forma de calibración (2.16).

Combinando estas dos ecuaciones se obtiene:

$$K = \left( \frac{M}{(1+4Y) 4 \bar{H} m_H} \right)^{2/5} \left( \frac{(1+Y_1+2Y_2) h v_{HB} \alpha_{HB}^{ef}}{\epsilon/3} \right)^{1/5},$$

(4.7)

de donde:

$$M^2 \epsilon^{-1} = \frac{K^5 (1 + 4Y)^2 (4\pi m_H)^2}{3 (1 + Y_1 + 2Y_2) \alpha_{H\beta}^{ef} h\nu_{H\beta}}$$

$$\left[ \frac{1}{(206265)^3} \cdot \frac{1}{(3.2408 \times 10^{-19})^5} \right], \quad (4.8)$$

en que el paréntesis cuadrado encierra los factores numéricos que transforman centímetros a parsecs y radianes a segundos de arco, ya que son estas unidades las que se usan normalmente al dar las ecuaciones de calibración de la distancia.

Elevando (4.5) al cuadrado y dividiendo por (4.8) resulta,

$$\epsilon = \frac{3 F(H\beta)^{6/5} (206265)^3 (1 + Y_1 + 2Y_2)}{\phi^{12/5} \alpha_{H\beta}^{ef} N_e^2 h\nu_{H\beta} K}$$

$$\cdot (3.2408 \times 10^{-19}), \quad (4.9)$$

y el logaritmo de esta ecuación nos da:

$$\begin{aligned} \log \epsilon = & 9.32 + 1.2 \log F(\text{H}\beta) + \log(1 + Y_1 + 2Y_2) \\ & - 2.4 \log \phi - \log \alpha_{\text{H}\beta}^{\text{ef}} - 2 \log N_e - \log K \end{aligned}$$

(4.10)

donde finalmente el factor de porosidad queda en función del flujo H $\beta$ , la abundancia de helio, el coeficiente de recombinación efectiva de H $\beta$ , el radio angular aparente, la densidad de electrones y la constante K de calibración.

El valor de esta constante se debe adoptar de algún autor que la haya determinado por un método independiente, no asumiendo valores de M y  $\epsilon$ ; en principio ésta sería una expresión que permitiría deducir el factor de porosidad con un buen grado de precisión.

Se hizo una prueba de esta ecuación adoptando la calibración de Cudworth (1974); los valores obtenidos para  $\epsilon$ , fueron muy pequeños, incompatibles con los valores determinados por la inspección fotográfica de  $\epsilon$ . Esto se puede deber a que, como dijimos, la escala de Cudworth es 1.5 veces mayor que la de Seaton.

Se hizo otra prueba usando la calibración de O'Dell (1962), considerada la mejor calibración existente, ya que se basa en movimientos propios: O'Dell da:

$$K = 75 \quad .$$

La Figura 4.2, muestra un diagrama  $\epsilon$  calculado mediante la fórmula (4.10) versus  $\epsilon$  observado (deducido de inspección fotográfica, Kaler (1970)).

Esta figura muestra que no existe correlación entre ambos factores de porosidad; esto implica que aunque las calibraciones en general tienen un gran valor estadístico, para determinaciones individuales de parámetros característicos de nebulosas planetarias, no se pueden aplicar ya que se introducen errores apreciables.

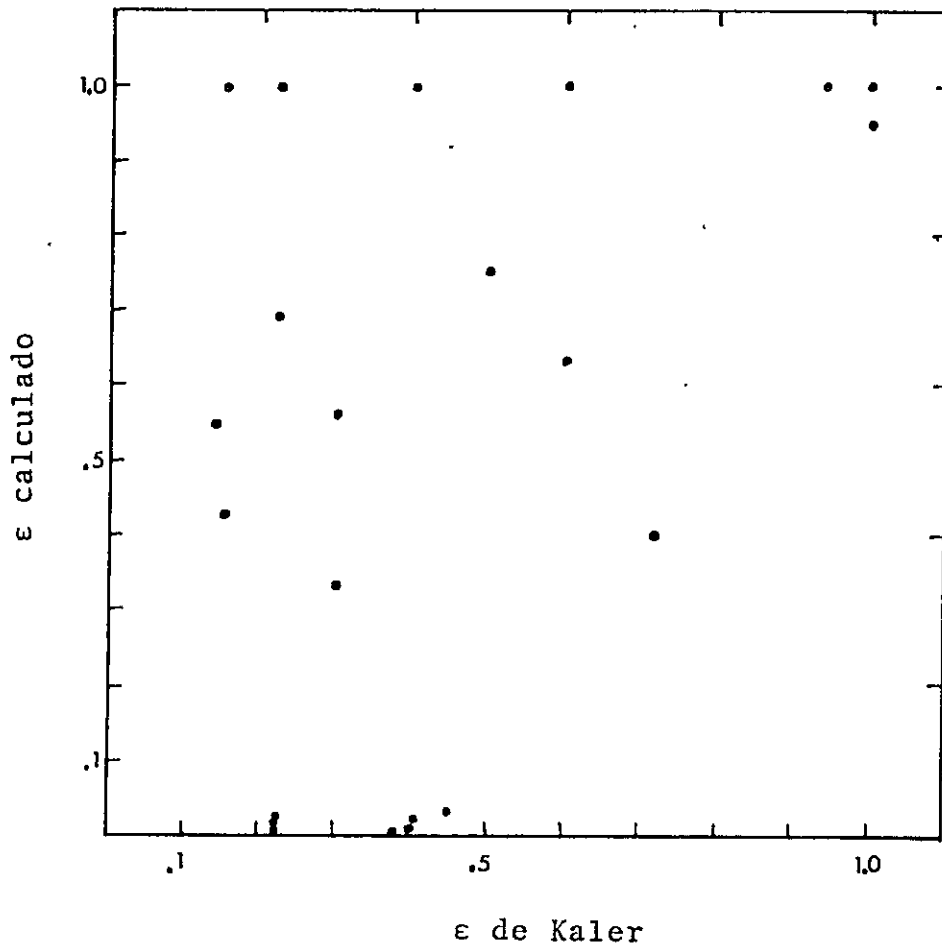


Fig. 4.2 Diagrama, factor de porosidad calculado versus el factor de porosidad determinado por Kaler (1970).

#### 4.3 METODO PARA CALCULAR $\epsilon$ EN NEBULOSAS PLANETARIAS ANULARES.

Hemos desarrollado un método, que se explica a continuación, para calcular el factor de porosidad en el caso de nebulosas planetarias con estructura anular.

Como se ha dicho, el volumen de una nebulosa planetaria esférica está expresado por:

$$V = \frac{4\bar{l}}{3} R^3 \epsilon, \quad (4.12)$$

en que  $\epsilon$  es la fracción del volumen de la esfera ocupado por el gas.

Una nebulosa anular es, en realidad una cáscara esférica, invisible en el centro de la nebulosa por ser ópticamente muy delgada y transparente.

El volumen de dicha cáscara, considerada de estructura homogénea, es:

$$V = \frac{4\bar{l}}{3} (R_e^3 - R_i^3), \quad (4.13)$$

en que  $R_e$  y  $R_i$  son, respectivamente, el radio exterior e interior de la cáscara. Si llamamos  $d$  el espesor de la cáscara:

$$d = R_e - R_i \quad , \quad (4.14)$$

es fácil demostrar que:

$$V = 4 \bar{\pi} R_e^2 X \quad , \quad (4.15)$$

con

$$X = d \left[ 1 - \frac{d}{R_e} + \frac{d^2}{3R_e^2} \right]$$

(Gurzadian, 1969). Esta expresión rige si la envoltura es homogénea. Si tiene un factor de porosidad  $\epsilon_1$ , el volumen será:

$$V = 4 \bar{\pi} R_e^2 X \epsilon_1 \quad (4.16)$$

El valor de  $\epsilon_1$  es arbitrario; tiene que ser apreciado mirando la fotografía de la nebulosa, y estimamos que puede tomar valores entre  $0.6 \leq \epsilon_1 \leq 1.0$ .

Igualando (4.12) con (4.16) y reemplazando la expresión de X en la ecuación resultante nos queda,

$$\epsilon = 3 \epsilon_1 \frac{d}{Re} \left[ 1 - \frac{d}{Re} + \frac{d^2}{3Re^2} \right] . \quad (4.17)$$

Para ver el comportamiento de esta ecuación, la Tabla 4.1 da los valores de  $\epsilon$  para diferentes valores de  $d/Re$  y  $\epsilon_1$ ; los valores correspondientes están graficados en la Figura 4.3.



TABLA 4.1

VALORES DE  $\epsilon$  DEDUCIDOS  
DE LA ECUACION (4.17).

$d/Re^{\epsilon}$	0.1	0.3	0.4	0.6	0.8	1.0
0.05	0.014	0.043	0.057	0.086	0.114	0.143
0.2	0.049	0.146	0.195	0.293	0.390	0.488
0.4	0.078	0.235	0.314	0.470	0.627	0.784
0.6	0.094	0.281	0.374	0.562	0.749	0.936
0.8	0.099	0.298	0.397	0.595	0.794	0.992
1.0	0.100	0.300	0.400	0.600	0.800	1.000

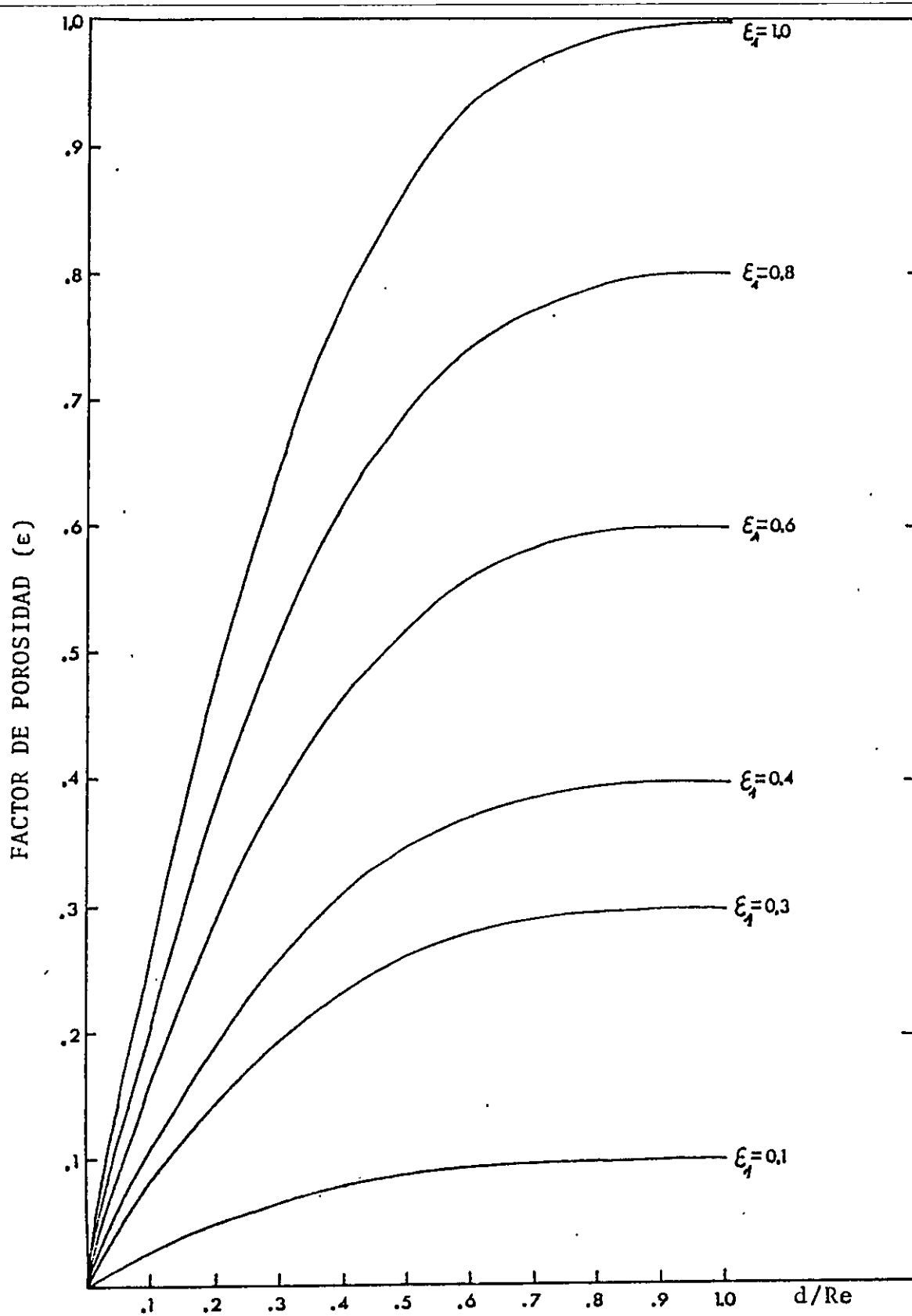


Fig. 4.3 Factor de porosidad  $\epsilon$ , versus la razón entre el espesor del anillo  $d$  y el radio exterior nebular  $Re$ , para distintos valores de  $\epsilon_1$ .

Es muy difícil decidir qué valor de  $\epsilon_1$  se puede adoptar para cada nebulosa planetaria que se estudia, ya sea porque la fotografía no es clara, o porque el objeto es muy pequeño.

Considerando un grupo de 33 nebulosas anulares, por inspección fotográfica, se adoptó un valor  $\epsilon_1 = 0.7$  para todas ellas. La Figura 4.4 muestra una prueba de esta ecuación para obtener  $\epsilon$ ; en este diagrama se grafican los valores de  $\epsilon$  obtenidos con la ecuación (4.17) y los valores de  $\epsilon$  deducidos por Kaler(1970) por inspección fotográfica. De la figura se puede concluir que el valor de  $\epsilon$  obtenido con este método no muestra una buena correlación con los valores obtenidos mediante la inspección de fotografías de nebulosas planetarias.

La falta de correlación mostrada por la Figura 4.4, parece indicar que los valores de  $\epsilon$  obtenidos por la inspección fotográfica no son a veces los más adecuados. Para reforzar esta aseveración consideremos los dos casos extremos para los cuales Kaler da, respectivamente,  $\epsilon = 0.09$  y  $\epsilon = 1.0$

El ejemplo concreto es el siguiente:

a) (Kaler  $\epsilon = 0.09$ )

La nebulosa IC 3132, tiene la razón  $\frac{d}{R} = 0.4$ , de donde:  $\epsilon = 0.784 \epsilon_1$ ; según Kaler,  $\epsilon = 0.09$ , esto implica que  $\epsilon_1 = \frac{0.09}{0.784} = 0.11$ ; y una nebulosa anular, cuyo anillo tenga un factor de porosidad de este valor ( $\epsilon_1 = 0.11$ ) sería un objeto prácticamente inobservable.

b) (Kaler  $\epsilon = 1.0$ )

La nebulosa planetaria IC 2792, tiene una razón  $\frac{d}{R} = 0.54$ , según Kaler el factor de porosidad es  $\epsilon = 1.0$ , pero sólo el 90% de la nebulosa aparece lleno, según la razón  $d/R$ ; por lo tanto un objeto de estas condiciones no puede tener un factor de porosidad unidad.

Por otra parte, el valor promedio del factor de porosidad calculado por la ecuación (4.17) con  $\epsilon_1 = 0.7$  es de  $\epsilon = 0.58$ , que está muy cercano al valor de  $\epsilon = 0.6$  que generalmente se asigna cuando el factor de porosidad de una nebulosa planetaria no se conoce. Además, los valores obtenidos por la fórmula concuerdan bien con el rango de valores de  $\epsilon$  estimado por Seaton.

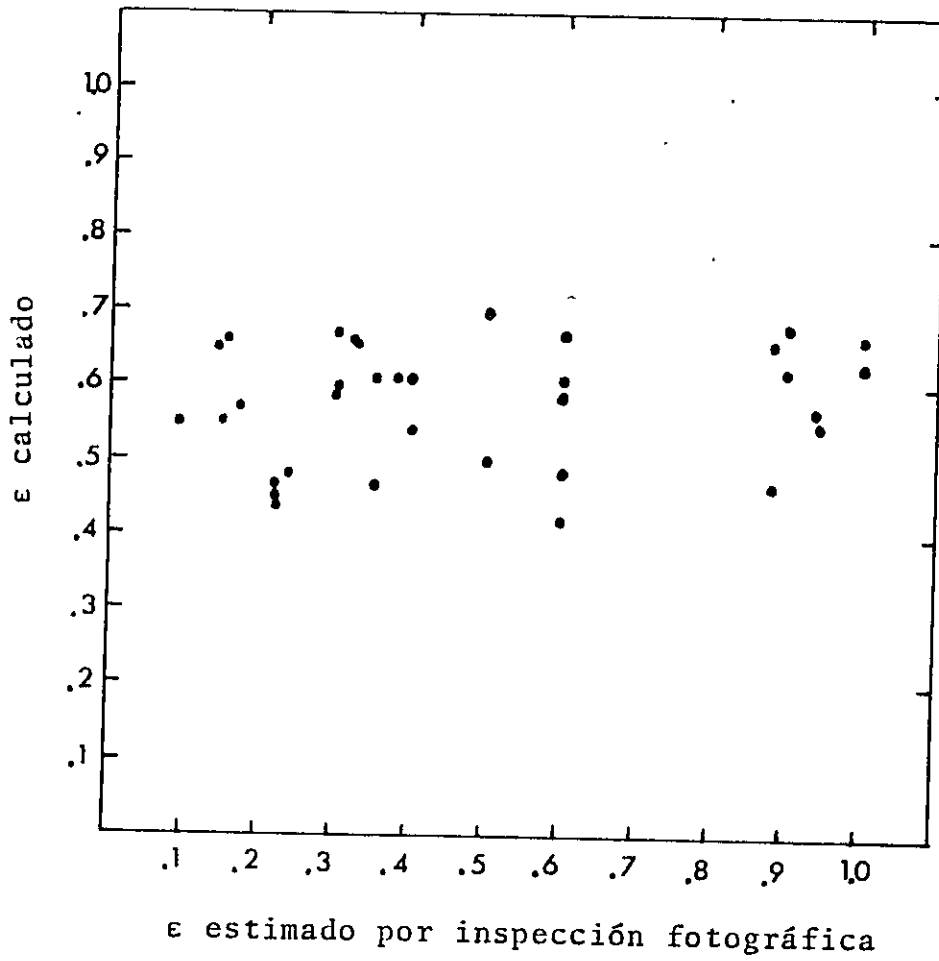


Fig. 4.4  $\epsilon$  calculado versus  $\epsilon$  observado de inspección fotográfica. El valor de  $\epsilon_1$  adoptado fue de 0.70.

Otro hecho interesante es el siguiente: si consideramos la ecuación (3.1),

$$M = \frac{4\pi}{3} R^3 \rho \epsilon ,$$

vemos que el valor  $\epsilon = 1.0$  correspondería, aparentemente, al límite superior de la masa para una nebulosa dada, como generalmente se le considera (Gurzadian, 1969). Pero hay que tomar en cuenta que la ecuación (3.1) contiene el radio de la nebulosa, y el radio depende de  $\epsilon$  a través de la distancia, lo que nos lleva a la ecuación (3.9), presentada anteriormente, y que, para una nebulosa dada, se puede escribir:

$$M = \frac{\text{constante}}{\epsilon^2} = \frac{C_1}{\epsilon^2} , \quad (4.18)$$

con

$$C_1 = 36\pi \frac{(206265)^6 m_H}{(h\nu_{H\beta})^3} \frac{F(H\beta)^3 (1+Y_1+2Y_2)^2 (1+4Y)}{\phi^6 Ne^5 \alpha_{H\beta}^{ef}{}^3} , \quad (4.19)$$

$$C_1 = 1.07 \times 10^{11} \frac{F(H\beta)^3 (1+Y_1+2Y_2)^2 (1+4Y)}{\phi^6 Ne^5 \alpha_{H\beta}^{ef}{}^3} ,$$

luego  $\epsilon = 1.0$  correspondería al límite inferior de la masa de una nebulosa planetaria.

La figura 4.5, muestra el comportamiento de la ecuación (4.18) para diferentes valores posibles de  $C_1$ . En esta figura se puede apreciar claramente que los factores de porosidad grandes son los límites inferiores de las masas, para cada uno de los valores de  $C_1$  considerados.

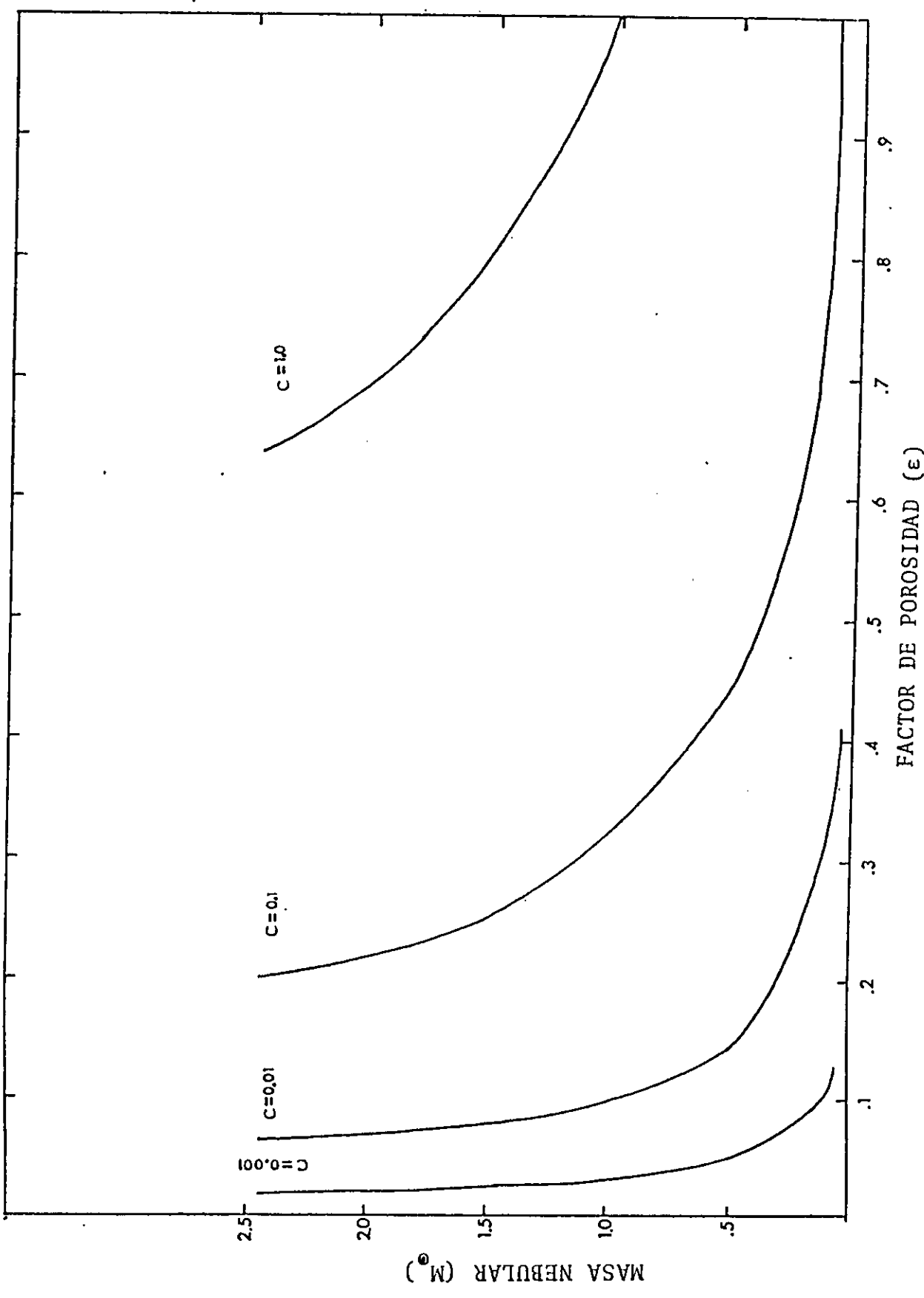


Fig. 4.5 Diagrama masa nebular (en masas solares) versus factor de porosidad para diferentes valores de la constante  $C_1$ .



La fórmula (4.18) permite analizar el rango posible de variación de  $\epsilon$ , si aceptamos el origen evolucionario de las nebulosas, mencionado en el capítulo anterior. Para ello debemos precisar primero los límites superior e inferior de las masas nebulares. Como vimos, una estrella de  $3 M_{\odot}$  produce un remanente nebuloso de  $1.8 M_{\odot}$ , una de  $1.5 M_{\odot}$  produce un remanente de  $0.7 M_{\odot}$  y una estrella de  $0.8 M_{\odot}$  produce un remanente nebuloso de  $0.2 M_{\odot}$ .

La Figura 4.6, muestra la correlación que existe entre las masas ya mencionadas, que se puede asimilar a una relación lineal. Estimando, de acuerdo con Osterbrock (1974), que sólo las estrellas con  $0.6 M_{\odot} \leq M_{*} < 4 M_{\odot}$  pueden llegar a ser dinámicamente inestables, produciendo nebulosas planetarias, podemos considerar en dicha relación estrellas con  $0.6 M_{\odot} \leq M_{*} \leq 3.9 M_{\odot}$ , que según la Figura 4.6 corresponde a los rangos extremos:  $0.06 M_{\odot} \leq M_n \leq 2.45 M_{\odot}$ .

Introduciendo estos valores límites en la ecuación (4.18), obtenemos:

$$\left(\frac{C_1}{2.45}\right)^{1/2} < \epsilon < \left(\frac{C_1}{0.06}\right)^{1/2}, \quad (4.20)$$

o sea:

$$0.64 C_2 < \epsilon < 4.1 C_2, \quad (4.21)$$

con  $C_2 = \sqrt{C_1}$ , diferente para cada nebulosa.

Si  $4.1 C_2$  resulta mayor que 1, la desigualdad (4.21) se debe escribir, evidentemente:

$$0.64 C_2 < \epsilon < 1. \quad (4.22)$$

Estas dos desigualdades nos dan, de inmediato, una estimación de los valores aceptables de  $\epsilon$ .

Sin embargo cuando  $\epsilon$  cae fuera de este rango, existen dos posibilidades: que la estimación del valor de  $\epsilon$  sea pobre, o que los parámetros usados para calcular  $C_2$  tengan errores muy grandes; pero en este último caso, aunque  $\epsilon$  esté correcto, las distancias y masas obtenidas serán de todos modos incorrectas.

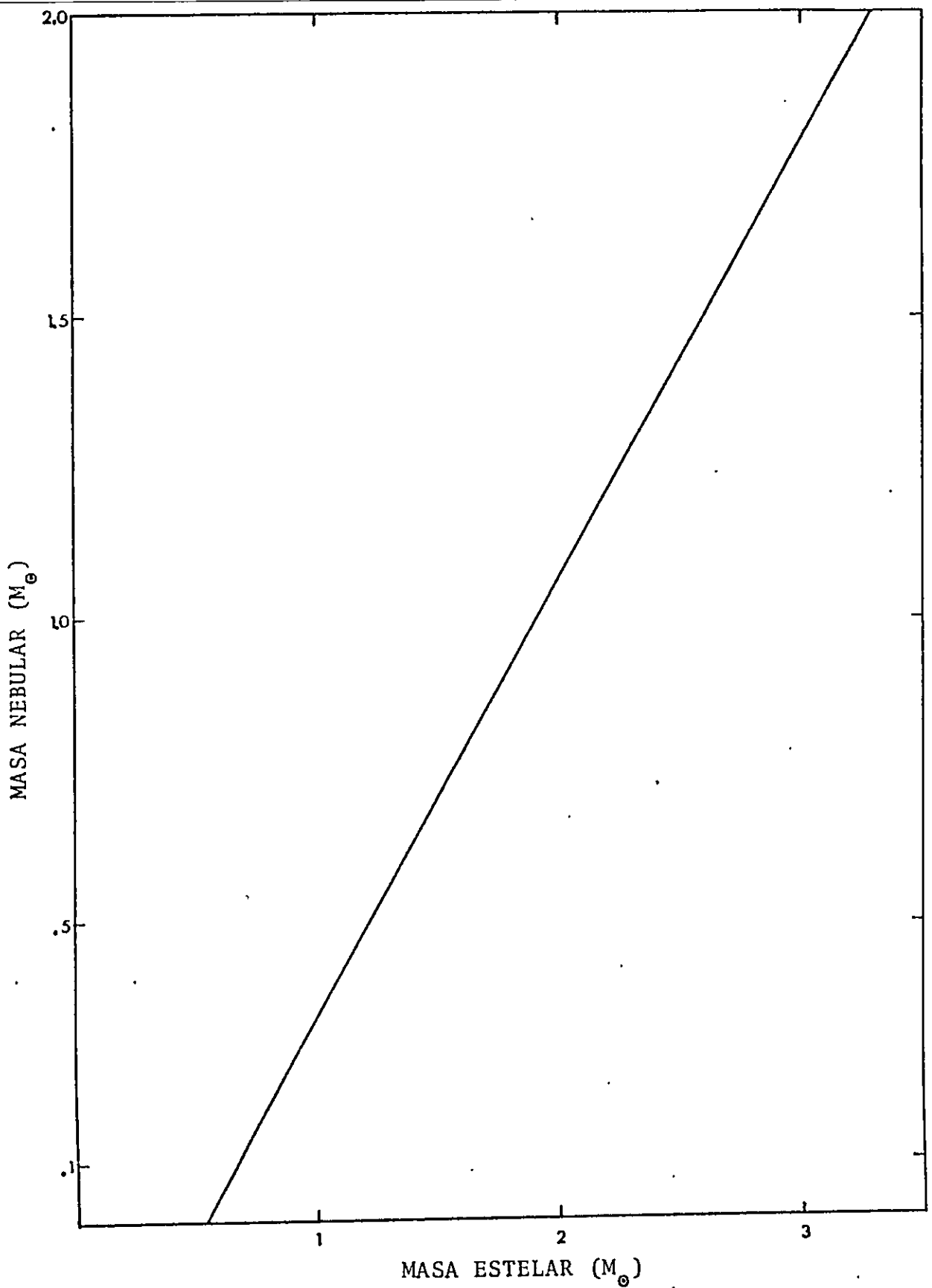


Fig. 4.6 Diagrama masa estelar original versus masa nebular remanente, en masas solares.

## V.- DETERMINACION DE LA DISTANCIA Y LA MASA

### 5.1 CRITERIOS

Una discusión adecuada de la física de una nebulosa planetaria requiere del conocimiento de su distancia y masa.

Como hemos visto en párrafos anteriores, para resolver el problema se han usado, en general, métodos estadísticos, basados en la suposición de que todas las nebulosas son semejantes o, al menos, que se pueden separar en algunos grupos diferentes entre sí, pero cada uno de ellos con características comunes.

Todas las deducciones hechas en el capítulo II, han sido necesarias para entender bien el problema de la determinación de distancias de nebulosas planetarias, y para ver cómo actúan las diferentes variables en la solución de este problema.

Como se vió en dicho capítulo, la ecuación (2.20) sirve para calcular la distancia de una nebulosa pla

netaria; pero esta ecuación se plantea para establecer una escala de distancias, con una constante K de calibración, deducida en base a valores impuestos de  $\alpha_{H\beta}^{ef}$ ,  $T_e$ ,  $\epsilon$ ,  $Y$ ,  $M$  (como ejemplo ver Seaton, 1968), o en base a determinaciones de distancias realizadas por métodos astrofísicos (como ejemplo ver O'Dell, 1962).

Nosotros no adoptaremos esta forma refinada del método de Shklovsky para determinar la distancia; en efecto, dado que nos interesa una determinación individual y no estadística, podemos usar directamente la expresión (2.11), la cual relaciona, entre otras variables, la distancia con el flujo  $H\beta$  recibido en la Tierra.

Reemplazando en esta ecuación,  $R$  por  $[\phi]D$ , introduciendo la expresión para  $N_p$  [fórmula (2.12)] y despejando la distancia, nos queda,

$$D = \frac{3 F(H\beta) (1 + Y_1 + 2Y_2)}{[\phi]^3 \epsilon \alpha_{H\beta}^{ef} N_e^2 h\nu_{H\beta}} ; \quad (5.1)$$

en forma logarítmica e introduciendo valores numéricos,  
(5.1) queda:

$$\log D = 11.866 + \log F(H\beta) - 3 \log [\phi] - \log \epsilon - \log \alpha_{H\beta}^{ef} - 2 \log N_e + \log(1+Y_1+2Y_2) \quad (5.2)$$

Para determinar si el uso de esta ecuación es conveniente, podemos apreciar el error que se produce en cada caso, adoptando las estimaciones de los errores de las distintas variables que aparecen en cada ecuación, según los autores Perinotto (1971, 1975) y O'Dell (1962).

Para la ecuación (2.15) tendremos:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta D}{D} = & 0.4 \frac{\Delta M}{M} + 0.4 \frac{(4 \Delta Y)}{(1+4Y)} + 0.2 \frac{\Delta (Y_1+2Y_2)}{(1+Y_1+2Y_2)} + 0.2 \frac{\Delta \epsilon}{\epsilon} \\ & + 0.2 \frac{\Delta \alpha_{H\beta}^{ef}}{\alpha_{H\beta}^{ef}} + 0.2 \frac{\Delta F_o(H\beta)}{F_o(H\beta)} + 0.6 \frac{\Delta \phi}{\phi} + 0.2 \frac{\Delta C}{C}, \end{aligned} \quad (5.3)$$

con M dado por la ecuación (3.9), de modo que  $\Delta M/M$  nos queda:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta M}{M} = & 3 \frac{\Delta F(H\beta)}{F(H\beta)} + 6 \frac{\Delta \phi}{\phi} + 5 \frac{\Delta Ne}{Ne} + 2 \frac{\Delta \epsilon}{\epsilon} + 3 \frac{\Delta \alpha_{H\beta}^{ef}}{\alpha_{H\beta}^{ef}} \\ & + 2 \frac{\Delta(Y_1+2Y_2)}{(1+Y_1+2Y_2)} + \frac{4\Delta Y}{(1+4Y)} \end{aligned} \quad (5.4)$$

Para la ecuación (5.2) se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta D}{D} = & \frac{\Delta F(H\beta)}{F(H\beta)} + 3 \frac{\Delta \phi}{[\phi]} + \frac{\Delta \epsilon}{\epsilon} + \frac{\Delta \alpha_{H\beta}^{ef}}{\alpha_{H\beta}^{ef}} + 2 \frac{\Delta Ne}{Ne} + \\ & + \frac{\Delta(Y_1+2Y_2)}{(1+Y_1+2Y_2)} \end{aligned} \quad (5.5)$$

Introduciendo en (5.3), (5.4) y (5.5) los errores citados por los autores antes mencionados:

$$\frac{\Delta F(H\beta)}{F(H\beta)} = 3\% , \quad \frac{\Delta C}{C} = 7\% , \quad \frac{\Delta Ne}{Ne} = 5\% , \quad \frac{\Delta \phi}{\phi} = 5\% ,$$

y los errores estimados de:

$$\frac{\Delta \epsilon}{\epsilon} \approx 12\% \text{ (obtenido al comparar los valores calculados en este trabajo y los determinados por Kaler),}$$

$$\frac{4\Delta Y}{(1+4Y)} \approx 8\% \text{ (debido a un 2\% de error en Y),}$$

$$\frac{\Delta Y_1 + 2\Delta Y_2}{(1+Y_1+2Y_2)} \approx 6\% \text{ (debido al error de un 2\% en } Y_1 \text{ e } Y_2 \text{),}$$

$$\frac{\Delta \alpha_{H\beta}^{ef}}{\alpha_{H\beta}^{ef}} \approx 7\% \text{ (debido a un error del 5\% en la temperatura de electrones);}$$

obtenemos:  $\frac{\Delta M}{M} \approx 129\%$ , de donde:

$$\text{Ec. (2.15)}$$

$$\text{Ec. (5.2)}$$

$$\frac{\Delta D}{D} \approx 65\%$$

$$\frac{\Delta D}{D} \approx 53\%$$



Es decir, que, como podría esperarse, los errores porcentuales son algo menores para el caso de la ecuación (5.2). Consecuentemente usaremos la ecuación (5.2), que además es más directa, para calcular la distancia, y la ecuación (3.9) para calcular la masa de las nebulosas planetarias que se estudiarán en este trabajo.

## 5.2 COEFICIENTE DE RECOMBINACION EFECTIVA DE H $\beta$ .

Uno de los parámetros que aparece en las ecuaciones (5.2) y (3.9) es el coeficiente de recombinación efectiva,  $\alpha_{H\beta}^{ef}$ . El valor de este coeficiente se puede sacar de tabulaciones que se encuentran en la literatura, por ejemplo Osterbrock (1974). Pero estos valores han sido obtenidos bajo consideraciones promedio de temperatura, densidad de electrones, etc., de modo que para determinaciones individuales de distancias y masas es mejor evaluar el coeficiente de recombinación efectiva para cada una de las nebulosas planetarias que se estudian.

Para ello usaremos la expresión usada por O'Dell (1962):

$$\alpha_{H\beta}^{ef} = 3 \times 10^{-14} f(T_e) \quad , \quad (5.6)$$

con

$$f(T_e) = \frac{10^6}{T_e^{3/2}} \exp\left(\frac{9800}{T_e} - 0.98\right) .$$

Esto nos permite calcular el coeficiente de recombinación efectiva en forma más precisa que los que se encuentran tabulados en la literatura.

### 5.3 SELECCION DE LAS NEBULOSAS PLANETARIAS.

Las nebulosas planetarias que se elegirán deben cumplir con los siguientes criterios:

- a) Deben aparecer en el catálogo de Perek y Kohoutek (1967) y sus fotografías deben presentar, en lo posible, una envoltura nebular esférica o anular.
- b) Para cada una de estas nebulosas se debe conocer:
  - i) La abundancia de helio y sus grados de ionización.
  - ii) El flujo en H $\beta$ .
  - iii) La constante de extinción interestelar.
  - iv) La temperatura y densidad de electrones.
  - v) El factor de porosidad.
  - vi) El radio angular  $\phi$
- c) Todas las nebulosas seleccionadas deben cumplir con la condición de que sean ópticamente delgadas en el continuo de Lyman.

Para determinar si se cumple esta condición se adoptará el criterio de Torres y Peimbert (1977), según el cual las nebulosas planetarias ópticamente delgadas cumplen con la condición:

$$\log R > 0.08 \text{ pc} \quad ,$$

con  $R$  = radio nebular.

Evidentemente, la aplicación de este criterio debe hacerse en dos aproximaciones, ya que en primera aproximación se tomará el radio publicado por otros autores en base a la escala estadística de distancias, que designaremos por  $R_1$ .

De acuerdo con estos tres criterios, se procedió a seleccionar las nebulosas planetarias a las cuales les calcularemos la distancia y la masa. Estas aparecen en el listado de la Tabla 5.1.

En esta Tabla las diferentes columnas dan: (1) la designación NGC o IC; (2) el número P-K (Perek y

Kohoutek , 1967); (3) y (4) la longitud y latitud galáctica respectivamente; (5) el logaritmo del radio  $R_1$ ; (6) la constante de extinción interestelar; (7) el logaritmo del flujo  $H\beta$  corregido por extinción interestelar.

TABLA 5.1

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
NGC	P-K	l (grados)	B (grados)	$\log R_1$ (Pc)	C	$\log F_c(H\beta)$ (ergs $\text{seg}^{-1} \text{cm}^{-2}$ )
40	120+ 9 1	120.02	9.87	-0.99	0.92	-9.72
246	118-74 1	118.82	-74.71	-0.69	0.12	-9.59
1501	144+ 6 1	114.56	6.55	-0.83	1.07	-10.19
1514	165-15 1	165.53	-15.53	-0.75	0.59	-10.04
1535	206-40 1	206.48	-40.57	-1.02	0.22	-10.14
2346	215+ 3 1	215.70	3.61	-0.67	1.43	-10.96
2392	197+17 1	197.88	17.40	-0.93	0.56	-9.83
2440	234+ 2 1	234.84	2.43	-1.10	1.39	-9.25
3242	261+32 1	261.06	32.06	-1.01	0.23	-9.58
3587	148+57 1	148.50	57.06	-0.60	0.15	-10.18
3918	294+ 4 1	294.69	4.71	-1.20	0.80	-9.21
5873	331+16 1	331.35	16.84	-1.08	0.38	-10.68
5882	327+10 1	327.84	10.09	-1.16	0.65	9.68
6072	342+ 0 1	342.16	10.83	-0.66	0.57	-10.80
6153	341+ 5 1	341.84	5.46	-1.05	1.13	-9.73
6210	43+37 1	43.12	37.76	-1.09	0.18	-10.03
6302	349+ 1 1	349.51	1.05	-0.99	0.88	-9.77
6439	11+ 5 1	11.00	5.90	-1.23	1.40	-10.23
6445	8+ 3 1	8.07	3.90	-1.23	1.27	-9.93
6543	96+29 1	96.47	29.95	-1.17	0.25	-9.35
6572	34+11 1	34.62	11.84	-1.24	0.52	-9.22
6629	9- 5 1	9.41	-5.06	-1.16	1.33	-9.61

TABLA 5.1 (Continuación)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
NGC	P-K	1 (grados)	B (grados)	$\log R_1$ ( $P_C$ )	C	$\log F_C(H\beta)$ ( $\text{ergs seg}^{-1}\text{cm}^{-2}$ )
6720	63+13 1	63.15	13.98	-0.88	0.37	9.69
6772	33- 6 1	33.17	-6.38	-0.67	0.87	-10.78
6781	41- 2 1	441.84	-2.98	-0.63	0.63	-10.56
6804	45- 4 1	45.75	-4.59	-0.92	1.08	-10.20
6826	83+12 1	83.57	12.49	-1.10	0.50	-9.42
6853	60- 3 1	60.83	-3.69	-0.69	0.18	-9.26
6879	57- 8 1	57.25	-8.97	-1.10	0.72	-10.88
6884	82+ 7 1	82.14	7.10	-1.17	0.93	-10.18
6894	69- 2 1	69.48	-2.62	-0.80	0.97	-10.49
6905	61- 9 1	61.50	-9.58	-0.85	0.58	-10.32
7009	37-34 1	37.76	-34.58	-1.06	0.20	-9.58
7026	89+ 0 1	89.00	0.37	1.24	1.69	9.21
7027	84- 3 1	84.92	-3.49	-1.29	1.12	-9.00
7048	88- 1 1	88.76	-1.68	-0.80	1.10	-10.29
7662	106-17 1	106.56	-17.60	-1.18	0.47	-9.58
IC						
289	138+ 2 1	138.82	2.81	-0.88	1.41	-10.26
351	159-15 1	159.05	-15.19	-1.07	0.67	-10.73
4406	319+15 1	319.69	15.74	-0.97	0.40	-10.33

Nota a la Tabla 5.1; (1) y (2): Perek y Kohoutek (1967)  
 (3), (4), (5), (6), (7): Cahn y Kaler (1971)

La Tabla 5.2 da los demás parámetros necesarios para nuestros cálculos. Las diferentes columnas dan : (1) la designación NGC ó IC; (2), (3), (4) las abundancias de helio  $Y$ ,  $Y_1$ ,  $Y_2$ , respectivamente; (5) el radio angular en segundos de arco; (6) el factor de porosidad dado por Kaler (1970); (7) el valor del logaritmo de la densidad de electrones; (8) la temperatura de electrones y (9) el coeficiente de recombinación efectiva calculado a partir de  $T_e$ .

Cuando no se encontró información sobre el valor de  $Y$  para la nebulosa planetaria considerada, se adoptó el valor  $Y = 0.160$ , que es el valor promedio aceptado para la abundancia de He de acuerdo con las estadísticas. En estos casos, el valor de  $Y$  se indica entre paréntesis; lo mismo sucede cuando no se encontraron valores de  $Y_1$ , y este se dedujo de  $Y_1 = Y - Y_2$ , en que  $Y_2$  es un valor publicado.

Los valores para NGC 6210 y NGC 6302 fueron tomados de los trabajos de Danziger (1975) y Faúndez (1981) respectivamente. Cuando no se tenían valores de  $T_e$  se adoptó  $T_e = 10000$  °K (temperatura promedio aceptada para las nebulosas planetarias).



TABLA 5.2

(1) NGC	(2) Y	(3) Y <sub>1</sub>	(4) Y <sub>2</sub>	(5) φ''	(6) ε	(7) logNe (cm <sup>-3</sup> )	(8) T <sub>e</sub> (°K)	(9) α <sub>ef</sub> <sup>Hβ</sup> (cm <sup>-3</sup> seg <sup>-1</sup> )x10 <sup>14</sup>
40	.070	.070	.000	18.2	0.40	3.19	12000	1.94
246	(.160)	(.041)	.119	112.0	0.60	2.20	10000	3.00
1501	(.160)	(.124)	.036	25.9	0.60	2.73	10000	3.00
1514	(.160)	(.134)	.026	50.2	0.17	2.79	14000	1.37
1535	.096	.085	.011	9.2	0.22	3.50	13500	1.48
2346	.166	.133	.033	27.3	0.60	2.83	14600	1.25
2392	.092	.049	.043	22.4	0.14	3.43	18800	7.36
2440	.138	.073	.065	16.4	1.00	3.47	13400	1.51
3242	.109	.077	.032	18.6	0.22	3.43	10900	2.43
3587	.097	.083	.014	100.0	0.60	2.36	11194	2.28
3918	.108	.070	.038	9.4	1.00	3.88	11800	2.02
5873	.160	(.126)	.034	3.5	1.00	3.43	12100	1.90
5882	.116	.113	.003	7.0	1.00	3.58	10000	3.00
6072	(.160)	----	----	35.0	0.72	2.38	10000	3.00
6153	.127	(.102)	.025	12.3	0.15	3.75	15400	1.11
6210	.112	.110	.002	8.1	1.00	4.00	8650	4.35
6302	.230	.159	.071	22.3	1.00	3.51	17400	8.62
6439	(.160)	(.109)	.051	2.5	1.00	3.77	10000	3.00
6445	.226	.165	.061	16.6	0.88	3.36	13800	1.41
6543	.121	.121	.000	9.4	0.30	3.86	8200	5.01
6572	.110	.110	.000	7.2	1.00	3.98	10500	2.66
6629	.129	----	-----	7.5	1.00	3.55	8800	4.15

TABLA 5.2 (Continuación)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
NGC	Y	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	φ''	ε	logNe (cm <sup>-3</sup> )	T <sub>e</sub> (°K)	$\alpha_{\text{H}\beta}^{\text{ef}}$ (cm <sup>-3</sup> seg <sup>-1</sup> )x10 <sup>14</sup>
6720	.113	.075	.038	34.6	0.32	2.87	13100	1.59
6772	.160	----	----	32.4	0.30	2.36	10000	3.00
6781	.106	(.083)	.023	53.0	0.50	3.15	10000	3.00
6804	.106	(.035)	.071	15.7	0.94	2.89	10000	3.00
6826	.104	.104	.000	12.7	1.00	3.32	10300	2.79
6853	.110	.074	.036	170.0	0.40	2.60	12000	1.94
6879	.160	(.135)	.025	2.5	1.00	3.60	14600	1.25
6884	.108	.095	.013	3.8	1.00	3.90	11100	2.38
6894	.096	(.076)	.020	22.0	0.60	2.69	10000	3.00
6905	.160	----	----	20.2	0.60	2.72	14300	1.31
7009	.112	.101	.011	14.1	0.30	3.79	11300	2.23
7026	.101	.092	.009	7.5	0.90	3.86	11200	2.28
7027	.111	.069	.042	7.1	1.00	4.17	14300	1.31
7048	(.160)	----	----	27.5	0.60	2.78	10000	3.00
7662	.094	.055	.039	13.2	0.90	3.60	13000	1.61
IC								
289	(.160)	(.069)	.091	18.4	0.35	2.93	15900	1.04
351	.095	.064	.031	3.5	1.00	3.27	14100	1.35
4406	.141	.134	.007	10.0	0.70	3.17	10000	3.00

Nota a la Tabla 5.2; (2), (3), (4); Kaler (1978)  
(5), (6), (7), (8), (9); Kaler (1970)

#### 5.4 ANALISIS DEL FACTOR DE POROSIDAD.

Previo a calcular las masas y las distancias de las nebulosas planetarias, es necesario hacer un estudio para determinar el rango de valores posibles de  $\epsilon$  para cada una de las nebulosas que se estudiarán, de modo de elegir el valor de  $\epsilon$  más adecuado en cada caso.

Este análisis se hizo usando la ecuación (4.21). En la Tabla 5.3 se encuentran listados los siguientes parámetros; (1) la designación NGC ó IC; (2) y (3) los valores de C1 y C2 respectivamente; (4) y (5) el valor mínimo y máximo posibles de  $\epsilon$ ; (6) el valor de  $\epsilon$  publicado por Kaler (1970).

De esta tabla se puede apreciar que, en general, el valor de  $\epsilon$  de Kaler, se encuentra dentro del rango de valores de  $\epsilon$  estimado a través de la ecuación (4.21), o muy cerca de él. Sólo en 4 casos, denotados por \* en la columna (5) de la tabla, los valores posibles de  $\epsilon$  son excesivamente pequeños comparados con el valor de Kaler. En otros cinco casos, denotados por + en la

tabla, se tiene que los valores del rango posible de  $\epsilon$  son demasiado grandes en comparación del valor dado por Kaler, o que este rango está muy mal definido dando únicamente el valor posible  $\epsilon = 1.0$ . El resultado de la masa y distancia de estos objetos se discutirá en el Capítulo VII.

TABLA 5.3

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
NGC	$C_1$	$C_2$	mín	$\epsilon$ máx	$\epsilon$ (Kaler)
40	0.438	0.662	0.42	1.00	0.40
246	0.818	0.905	0.58	1.00	0.60
1501	0.143	0.378	0.24	1.00	0.60
1514	0.038	0.195	0.12	0.80	0.17
1535	0.106	0.326	0.21	1.00	0.22
2346	0.002	0.045	0.03	0.19*	0.60
2392	0.082	0.286	0.18	1.00	0.14
2440	2.729	1.651	1.00	1.00+	1.00
3242	0.042	0.205	0.13	0.84	0.22
3587	0.007	0.084	0.10	0.34*	0.60
3918	0.316	0.562	0.36	1.00	1.00
5873	0.979	0.989	0.63	1.00	1.00
5882	0.678	0.823	0.53	1.00	1.00
6072	0.023	0.152	0.10	0.62*	0.72
6153	0.041	0.203	0.13	0.83	0.15
6210	0.0001	0.010	0.01	0.04*	1.00
6302	0.058	0.241	0.15	0.99	1.00
6439	0.776	0.881	0.56	1.00	1.00
6445	0.141	0.376	0.24	1.00	0.88
6543	0.010	0.099	0.06	0.41	0.30
6572	0.191	0.437	0.28	1.00	1.00

TABLA 5.3 (Continuación)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
NGC	$C_1$	$C_2$	mín	$\epsilon$ máx	$\epsilon$ (Kaler)
6629	0.409	0.639	0.41	1.00	1.00
6720	1.090	1.044	0.67	1.00+	0.32
6772	0.052	0.228	0.15	0.93	0.30
6781	0.099	0.315	0.09	1.00	0.50
6804	0.483	0.695	0.44	1.00	0.94
6826	2.690	1.640	1.00	1.00+	1.00
6853	0.041	0.202	0.13	0.83	0.40
6879	0.889	0.943	0.60	1.00	1.00
6884	0.064	0.253	0.16	1.00	1.00
6894	0.060	0.245	0.16	1.00	0.60
6905	4.073	2.018	1.00	1.00+	0.60
7009	0.004	0.063	0.04	0.26	0.30
7026	0.985	0.993	0.64	1.00	0.90
7027	0.963	0.981	0.63	1.00	1.00
7048	0.033	0.182	0.12	0.75	0.60
7662	0.148	0.385	0.25	1.00	0.90
IC					
289	1.995	1.410	0.90	1.00+	0.35
351	0.065	0.225	0.16	1.00	1.00
4406	0.112	0.335	0.21	1.00	0.70

Dentro del grupo de nebulosas planetarias seleccionado un gran número de ellas son anulares. A este grupo de nebulosas se les puede calcular  $\epsilon$  a través de la ecuación (4.17). Estimamos que este método es una determinación mejor del factor de porosidad, que el tradicional uso de la apreciación fotográfica de éste.

Las columnas de la Tabla 5.4 contienen: (1) la designación NGC; (2) y (3) el radio nebular  $R$  y el espesor del anillo  $d$ , en segundos de arco; (4) y (5) el rango de  $\epsilon$ ; (6)  $\epsilon$  de Kaler; y (7) el valor de  $\epsilon$  deducido en este trabajo usando la ecuación (4.17) para las nebulosas anulares.

De esta tabla se puede apreciar que los valores de  $\epsilon$  calculados, son una buena estimación de este parámetro (por comparación con fotografías), y se encuentran muy bien situados dentro del rango estimado para  $\epsilon$ .

Los valores de  $\epsilon$  que se usarán para el cálculo de la masa y la distancia serán adoptados como sigue:

a) Cuando la nebulosa es anular el  $\epsilon$  será el calculado en este trabajo (Tabla 5.4).

b) Si la nebulosa no es anular, se adoptará el valor deducido por Kaler.



TABLA 5.4

## NEBULOSAS ANULARES

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
NGC	R''	d''	$\epsilon$ mín	$\epsilon$ máx	$\epsilon$ (Kaler)	$\epsilon$ (Calculado)
40	16.0	6.3	0.42	1.00	0.40	0.54
246	107.0	53.0	0.58	1.00	0.60	0.61
1501	24.0	6.3	0.24	1.00	0.60	0.42
1514	40.1	17.4	0.12	0.80	0.17	0.57
1535	10.5	3.2	0.21	1.00	0.22	0.47
2392	9.5	5.5	0.18	1.00	0.14	0.65
3587	90.0	41.4	0.10	0.34	0.60*	0.59*
6153	8.0	3.2	0.13	0.83	0.15	0.55
6445	21.0	12.6	0.24	1.00	0.88	0.66
6720	30.0	18.0	0.67	1.00	0.32+	0.66
6772	28.0	13.5	0.15	0.93	0.30	0.60
6781	55.0	48.4	0.09	1.00	0.50	0.70
6804	13.5	5.7	0.44	1.00	0.94	0.57
6853	201.0	100.0	0.13	0.83	0.41	0.61
6894	23.5	7.5	0.16	1.00	0.60	0.48
6905	16.0	8.0	1.00	1.00	0.60+	0.61+
7009	8.5	3.9	0.04	0.26	0.30	0.59*
7026	4.0	2.8	0.64	1.00	0.90	0.68
7662	11.0	5.7	0.25	1.00	0.90	0.62
IC						
289	17.0	8.5	0.90	1.00	0.35+	0.61+

Nota: Los signos + y \* tienen los mismos significados que en la Tabla 5.3.

VI.- RESULTADOSMASAS, DISTANCIAS Y RADIOS CALCULADOS.

Usando las ecuaciones (3.9) y (5.2) dadas en los capítulos anteriores, se procedió a calcular la masa y la distancia respectivamente.

Por otra parte, y como un subproducto, la ecuación (3.7) permite calcular el radio de cada nebulosa planetaria estudiada. Expresando esta ecuación en forma logarítmica nos queda:

$$\log R = 22.49 + \log F(H\beta) + \log(1 + Y_1 + 2Y_2) - 2 \log \phi - 2 \log N_e - \log \epsilon - \log \alpha_{H\beta}^{ef} \quad (6.1)$$

También existe la posibilidad de calcular directamente el radio por la expresión  $R = [\phi]D$ , pero ésta última tiene un error porcentual asociado de aproximadamente un 58%, mientras que la ecuación (6.1) tiene un error porcentual de 48%; por este motivo hemos preferido utilizar esta expresión para calcular el radio R de cada nebulosa.

La Tabla 6.1, muestra estos resultados. La primera columna da la designación NGC ó IC, la segunda la masa calculada en masas solares, la tercera la distancia en kiloparsecs determinada por la ecuación (5.2); y la cuarta columna da el radio de cada nebulosa en parsecs.

Dado el monto de los errores porcentuales de los distintos parámetros, hemos cortado todos los valores a sólo dos cifras significativas, a pesar de que normalmente en la literatura se acostumbra dar las distancias al parsec y los radios al milésimo de parsec, o sea con una precisión espúrea. Estamos conscientes de que aún dos cifras significativas puede ser mucho, sobre todo en el caso de las masas, pero hemos decidido conservarlas para facilitar la comparación con otros autores.

TABLA 6.1

NGC	M ( $M_{\odot}$ )	D (Kpc)	R (pc)
40	1.5	2.8	0.35
246	1.2	1.1	0.56
1501	0.79	2.3	0.20
1514	0.12	0.54	0.43
1535	0.47	3.1	0.29
2346*	0.014	0.35	0.046
2392	0.19	0.91	0.45
2440+	2.9	2.5	0.19
3242	0.91	2.5	0.22
3587*	0.023	0.22	0.10
3918	0.33	1.5	0.069
5873	0.63	8.0	0.13
5882	0.71	3.3	0.11
6072*	0.031	0.73	0.12
6153	0.13	1.2	0.25
6210*	0.00011	0.95	0.0041
6302	0.064	0.47	0.05
6439	0.50	7.9	0.093
6445	0.32	1.4	0.084
6543	0.12	1.6	0.073
6572	0.20	1.6	0.054
6629	0.34	2.7	0.094

TABLA 6.1 (Continuación)

NGC	M ( $M_{\odot}$ )	D (Kpc)	R (pc)
6720+	2.4	2.1	0.703
6772	0.11	1.3	0.39
6781	0.20	0.97	0.34
6804	1.5	3.8	0.17
6826+	2.8	3.6	0.21
6853	0.11	0.20	0.23
6879	0.57	9.4	0.11
6884	0.051	1.9	0.035
6894	0.18	1.5	0.16
6905+	8.8	6.6	0.63
7009	0.012	0.47	0.030
7026	2.1	4.2	0.15
7027	1.0	2.4	0.081
7048	0.073	0.92	0.12
7662	0.24	1.7	0.11
IC			
289+	5.2	4.8	0.42
351	0.072	2.8	0.046
4406	0.19	2.5	0.12

## Notas a la Tabla 6.1

- 1) Los asteriscos y cruces corresponden a los objetos que tienen estos mismos símbolos en la Tabla 5.3.
- 2) NGC 6720. En este caso, en que el valor de  $\epsilon$  dado por Kaler es menor que el rango determinado en la Tabla 5.3; hemos usado el valor de  $\epsilon$  dado en la Tabla 5.4, por tratarse de una nebulosa anular.
- 3) NGC 7009. Usando el valor de Kaler,  $\epsilon=0.30$ , más cercano al rango teórico, se obtiene:  $M=0.10$ ,  $D=2.1$ ,  $R=0.10$

## VII.- DISCUSION

### 7.1 CONSIDERACIONES GENERALES.

Antes de entrar a la discusión propiamente tal de los resultados obtenidos en este trabajo, hay que destacar que el conjunto de nebulosas analizadas constituye una muestra muy pequeña, y con un fuerte efecto de selección. Este efecto, que no es de extrañar, se debe a que el conjunto de condiciones que se impuso para elegir las nebulosas implica que se deben conocer todos sus parámetros fundamentales con bastante exactitud; y esto, hasta el momento, sólo se ha logrado para un conjunto de nebulosas relativamente restringido; para la mayoría de las nebulosas planetarias conocidas (aproximadamente 1000 en el catálogo de Pereky Kohoutek ) sólo se ha logrado determinar las coordenadas, y, a veces no con gran precisión. Una mirada a la lista nos muestra, además, que todas las nebulosas en ella contenidas pertenecen al NGC (New General Catalogue) o IC (Index Catalogues), que aunque publicados en 1953, son reproducciones de los correspondientes catálogos de Herschel, publicados en 1888

(NGC), y 1895 y 1908 (IC) respectivamente. Estos catálogos contienen todos los objetos no estelares observados hasta 1908. Evidentemente, los medios instrumentales de esa época no eran muy poderosos, y las nebulosas planetarias conocidas entonces eran sólo las más brillantes. La distribución de las nebulosas analizadas, graficadas en coordenadas galácticas, se muestra en la Figura 7.1.

Como consecuencia de lo dicho, el análisis de esta muestra no nos permitirá obtener conclusiones generales sobre, por ejemplo, la distribución de masas o la distribución de distancias. La limitación se hace aún mayor si se considera que, de las nebulosas con datos suficientes, se han elegido sólo aquellas ópticamente delgadas.

Por este motivo, este trabajo no ha pretendido llegar a conclusiones generales, sino que ha tratado de optimizar lo más posible la forma de calcular individualmente, y no estadísticamente, las masas y las distancias de nebulosas planetarias ópticamente delgadas.

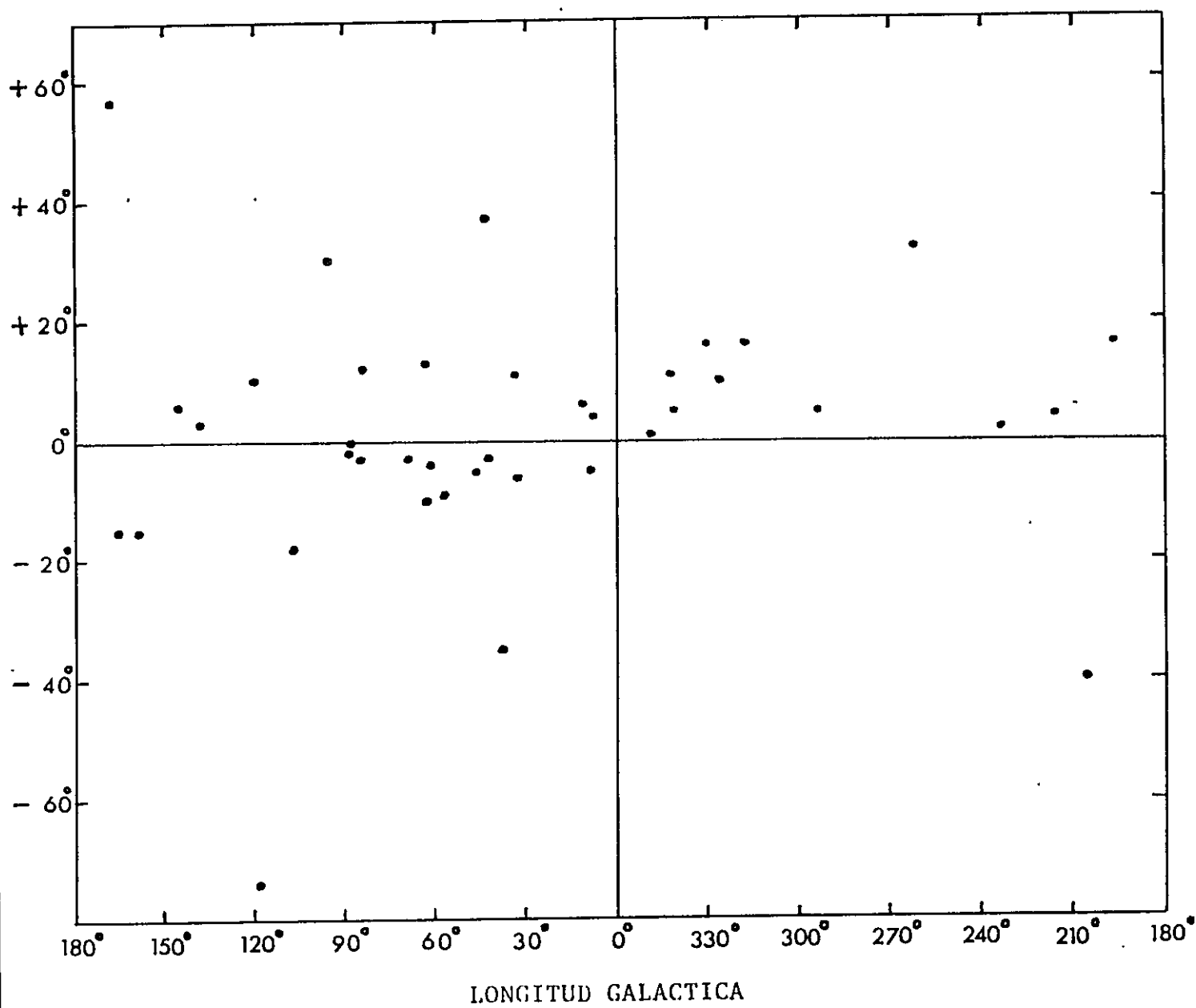


Fig. 7.1 Distribución de nuestra muestra de nebulosas planetarias en las coordenadas galácticas.



## 7.2 VALIDEZ DEL MODELO.

Como vimos en el Capítulo II, para lograr lo anterior se adoptó el modelo de una nebulosa planetaria esférica, con una fracción  $\epsilon$  ocupada por gas de densidad uniforme ¿Hasta qué punto es válido este modelo?. La fotografía directa demuestra que las formas y las estructuras internas de las nebulosas planetarias cubren un amplio rango, de modo que la suposición fundamental, de un modelo esférico con una región ocupada por gas de densidad uniforme, parece demasiado idealizada para representar la nebulosa con propiedad. Analizaremos separadamente los dos aspectos del modelo: a) forma esférica y b) densidad uniforme en una fracción  $\epsilon$  del volumen.

a) Forma esférica: Una revisión del catálogo de Perek y Kohoutek (1967), o del Capítulo I del libro de Gurzadian (1969), muestra de inmediato que muchas nebulosas no tienen forma esférica. Es así como existen nebulosas de forma difusa, o espiral o rectangular; pero el número de nebulosas planetarias de este tipo es pequeño, y probablemente sean sólo casos peculiares

(Gurzadian, 1969). Por otra parte, existen además de las nebulosas esféricas, las de estructura anular, y de doble o triple envoltura y las nebulosas bipolares. Pero es evidente que, no importa cuál sea la forma de la nebulosa, siempre se podrá circunscribir a ella una esfera, de radio tal que la contenga completamente, y de tal modo que sólo una fracción  $\epsilon \ll 1$  de la esfera esté ocupada por la nebulosa.

La elección del modelo esférico está avallada por el hecho de que el proceso de expulsión de la atmósfera de la estrella central, en principio, debido a consideraciones dinámicas, no debería tener orientaciones preferenciales. Por lo tanto, todo el material nebuloso debería ser expulsado radialmente de forma uniforme (sin grandes fluctuaciones).

Como ejemplo, las nebulosas planetarias anulares, son nebulosas prácticamente esféricas que rodean la estrella central como una envoltura, y su apariencia anular se debe a lo diluído que se encuentra el gas nebuloso, que hace ver prácticamente vacío el espacio interior del anillo brillante.

b) Densidad uniforme en una fracción  $\epsilon$  del volumen. Esta es la parte crítica del modelo, que puede someterse a una discusión más profunda. Torres-Peimbert y Peimbert (1977), por ejemplo, analizan dos modelos extremos:

i) El modelo homogéneo, con  $\epsilon=1$ , en que toda la esfera está llena de gas de densidad uniforme; y

ii) El modelo de fluctuación máxima, con  $\epsilon \neq 1$ , que postula que una fracción  $\epsilon$  de la esfera está llena de gas de densidad uniforme y otra fracción  $1-\epsilon$  está vacía.

El modelo adoptado por nosotros es el de fluctuación máxima. Pero un modelo más realista sería considerar que en la esfera que contiene a la nebulosa puede haber distintas regiones, correspondientes a fracciones de volumen  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \dots, \epsilon_n$ , con densidades  $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \dots, \rho_n$ , respectivamente. Evidentemente este modelo intermedio estaría más cerca de la realidad, pero complicaría enormemente los cálculos; además, las

determinaciones de  $\epsilon$  y  $\rho$  para distintas regiones de la nebulosa planetaria serían difíciles y muy poco precisas. Por este motivo se prefiere usar el modelo de fluctuaciones máxima.

Por lo demás, hay que tener en cuenta que las limitaciones impuestas a nuestros resultados por el uso de este modelo, son también válidas cuando se usa la forma estadística de Shklovsky que se ha deducido a partir del mismo modelo.

En resumen, podemos decir que es válido adoptar un modelo de nebulosa planetaria esférica, pero la distribución del gas nebuloso es crítica, debido a las fluctuaciones de su densidad; esto incide directamente en la determinación del factor de porosidad, problema importante aún no totalmente resuelto.

### 7.3 MASAS.

No son muchos los datos publicados sobre masas de nebulosas planetarias; por este motivo es difícil comparar nuestros resultados con los de otros autores.

El promedio de las masas que hemos obtenido es  $0.93 M_{\odot}$ , valor que se reduce a  $0.43 M_{\odot}$  si eliminamos las masas mayores que  $2.45 M_{\odot}$ , límite que nos fijamos en la discusión del Capítulo IV.

Este promedio es mayor que el valor promedio estadístico que se encuentra en la literatura,  $M = 0.17 M_{\odot}$ .

Entre las determinaciones realizadas por otros autores hay que mencionar la de O'Dell, quien no incluyó el efecto de la existencia de He; pero no publicó en detalle sus resultados, sino sólo un promedio de los valores obtenidos para 131 nebulosas, igual a  $0.14 M_{\odot}$ .

Entre las listas publicadas hay que destacar las de Vauclair (1968) y Pottasch (1980). Vauclair usa el radio  $R$  de la nebulosa, y el factor de Gaunt en función de la temperatura de electrones y la frecuencia (con frecuencia cero en el límite de Lyman). Además, considera las contribuciones de  $\text{He}$ ,  $\text{He}^+$  y  $\text{He}^{++}$ .

En cambio Pottasch, determina la masa de las nebulosas usando la distancia calculada a través del método de Shklovsky, y considera en sus ecuaciones sólo la contribución del  $\text{He}$  neutro.

Una estimación de los errores de Vauclair y Pottasch, hecha por el mismo método utilizado para nuestros resultados, da valores del orden del 200%, mayor que nuestro 130%.

La Tabla 7.1 da una lista de las masas obtenidas por Vauclair y Pottasch, para nebulosas en común con nuestra lista. Se ve que nuestras masas son mayores que las dadas por Vauclair y Pottasch. En el hecho, para las nebulosas en común con Vauclair, excep -

tuando NGC 7027, nuestra masa promedio es  $0.75 M_{\odot}$ , en comparación con  $0.49 M_{\odot}$ , promedio obtenido por Vauclair. Análogamente, para las nebulosas en común con Pottasch, nuestro promedio es  $0.63 M_{\odot}$ , en comparación con  $0.08 M_{\odot}$ , promedio de los valores de Pottasch. Hay que hacer notar además, que el promedio de los valores de Pottasch es substancialmente menor que el promedio de las masas de Vauclair.

La nebulosa NGC 7027 presenta un caso conflictivo, ya que para ella nosotros obtenemos una masa de  $1.0 M_{\odot}$ , en tanto que Vauclair determina  $110 M_{\odot}$ , valor que, de hecho, viola todo modelo conocido actualmente. Haciendo un estudio de los resultados de Vauclair para otras nebulosas, encontramos otro objeto de masa excesiva, no incluido en nuestro trabajo; este es IC 2165, con  $100 M_{\odot}$ . Vauclair considera que estos valores son reales, pero no hace una discusión de sus errores, por lo que la validez de estos resultados ha sido puesta en duda (Perinotto, 1975)

TABLA 7.1

MASAS ( $M_{\odot}$ )

NGC	EN ESTE TRABAJO	VAUCLAIR	POTTASCH
40	1.5	0.212	0.037
246	1.2	---	0.170
1514	0.12	---	0.095
1535	0.47	0.0054	0.0076
2346	0.014	---	0.059
2392	0.19	0.0032	0.051
2440	2.9	0.0084	---
3242	0.91	0.65	0.025
3587	0.023	---	0.14
6210	0.00011	0.004	0.0014
6543	0.12	0.088	---
6572	0.20	1.43	0.0084
6720	2.4	1.24	0.083
6853	0.11	0.0026	0.35
7009	0.012	0.02	0.03
7026	2.1	---	0.13
7027	1.0	110.0	---
7662	0.24	2.25	0.049



Hay que hacer notar que Vauclair no muestra en su trabajo todos los parámetros básicos usados para la obtención de la masa; es posible que los datos observacionales usados tengan algunos errores considerables, lo que podría ser la causa del valor anómalo encontrado en IC 2165 y NGC 7027.

Otro comentario importante se refiere a las masas de las nebulosas indicadas con \* y + en la Tabla 6.1. Los cuatro primeros casos, en que los valores comprendidos en el rango determinado del factor de porosidad son mucho menores que los valores de  $\epsilon$  determinados de la inspección de fotografías, los discutiremos al hablar de los radios nebulares. En cuanto a los objetos indicados con +, para los cuales los valores posibles de  $\epsilon$  según la ecuación (4.21) son demasiado grandes en relación a los valores determinados de las fotografías, o están mal determinados, vemos que las masas obtenidas para cuatro de ellos (8.8, 5.2, 2.9, 2.8) son mayores que las esperadas de acuerdo a las teorías evolucionarias. Esto se puede deber a una determinación pobre de los parámetros que determinan los límites de  $\epsilon$ ,

y por lo tanto, de la masa; también, a inexactitudes en los modelos teóricos, que pueden haber llevado a una subestimación de las masas eyectadas por estrellas de diferentes masas al transformarse en nebulosas planetarias. Sin embargo, esta última hipótesis parece poco probable, ya que implicaría que estrellas de masas superiores a 8 masas solares pueden eyectar nebulosas planetarias, en circunstancias que el límite se ha fijado en menos de 4 masas solares.

Una tercera consideración que es necesario tomar en cuenta, es que los argumentos estadísticos no permiten eliminar la posibilidad de que una pequeña fracción de las nebulosas planetarias (10 a 20% por ejemplo) sean objetos de naturaleza completamente diferente de las otras planetarias, pero con una apariencia similar en el cielo (Osterbrok, 1974). Otra hipótesis sería que ninguno de estos objetos tengan el origen evolucionario que se les atribuye. Esta es, por ejemplo, la tesis de Gurzadian (1969) que, sin embargo, no es compartida por otros autores. Finalmente, no podemos descontar la posibilidad de una de terminación pobre de  $\epsilon$ , como en el caso de la nebulosa NGC 6720, cuya masa cae completamente dentro del rango

esperado al reemplazar el valor de  $\epsilon$  de Kaler por el determinado por nosotros para una nebulosa anular.

Para finalizar esta parte de la discusión diremos que, de las nebulosas de nuestra lista, 60% tienen masas menores que  $0.5 M_{\odot}$ , o sea habrían sido eyectadas por estrellas de masa menor que  $\approx 1.2 M_{\odot}$ ; 25% tienen masas entre  $0.51$  y  $1.5 M_{\odot}$ , habiendo sido eyectadas por estrellas con  $1.2 M_{\odot} < M < 2.6 M_{\odot}$ ; 5% tienen masas entre  $1.51$  y  $2.45 M_{\odot}$ , habiendo sido eyectadas por estrellas con masas entre  $2.6$  y  $3.9 M_{\odot}$ ; y finalmente, 10% con  $M > 2.45 M_{\odot}$ , podrían no tener origen evolucionario. Se ve que, al menos en nuestra muestra, predominan notoriamente las masas pequeñas, o sea que el fenómeno de eyección de nebulosas planetarias sería más frecuente para estrellas de menores masas.

#### 7.4 DISTANCIA.-

Como ya hemos dicho en la Introducción de este trabajo, y en el Capítulo II, el problema de la distancia, ya ha sido estudiado por otros autores, por lo tanto existe información suficiente para comparar nuestros resultados con otros ya existentes.

La Tabla 7.2, contiene los resultados de las distancias que hemos obtenido y la de los autores O'Dell (1962) y Cahn y Kaler (1971). En esta tabla se puede apreciar que muchas distancias son semejantes, a pesar de los errores porcentuales de los diferentes métodos.

Cabe destacar que el error en la constante de calibración, estimada por O'Dell, es aproximadamente de un 50%, lo que implica un error del orden del 55% en la determinación de la distancia.

Por otra parte, hemos calculado el error de la constante de calibración de Cahn y Kaler, intro-

duciendo en ella los errores de los parámetros que aparecen en su expresión analítica. Nuestro resultado fue  $\Delta K/K \approx 60\%$ , con lo que se deduce un error de aproximadamente 65% en el cálculo de la distancia.

Todo lo anterior indica, como se puede ver, que los errores en las estimaciones de distancia son grandes y son del mismo orden, sea cual sea el método de determinación que se use. Sin embargo, nuestro método, como dijimos, tiene la ventaja de dar resultados individuales y no estadísticos.

TABLA 7.2

DISTANCIAS CALCULADAS  
(en parsecs)

NGC	En este trabajo (Kpc)	O'Dell (pc)	Cahn y Kaler (Kpc)
40	2.8	1190	1.17
246	1.1	430	0.37
1501	2.3	1450	1.18
1514	0.54	699	0.73
1535	3.1	2050	2.14
2346	0.35	----	1.63
2392	0.91	1100	1.09
2440	2.5	1640	1.01
3242	2.5	1030	1.08
3587	0.22	498	0.52
3918	1.5	1770	1.38
5873	8.0	9530	4.89
5882	3.3	2770	2.04
6072	0.73	2040	1.30
6153	1.2	5680	1.49
6210	0.95	1910	2.04
6302	0.47	340	0.95
6439	7.9	4520	4.87
6445	1.4	1970	1.36
6543	1.6	996	1.47
6572	1.6	1790	1.62

TABLA 7.2 (Continuación)

NGC	En este trabajo (Kpc)	O'Dell (pc)	Cahn y Kaler (Kpc)
6629	2.7	2130	1.89
6720	2.1	676	0.78
6772	1.3	1690	1.35
6781	0.97	1010	0.91
6804	3.8	1850	1.59
6826	3.6	1140	1.26
6853	0.20	261	0.25
6879	9.4	6100	6.58
6884	1.9	3190	3.69
6894	1.5	2040	1.49
6905	6.6	1280	1.82
7009	0.47	1200	1.28
7026	4.2	3530	1.58
7027	2.4	1770	1.48
7048	0.92	1210	1.19
7662	1.7	1740	1.78
IC			
289	4.8	1710	1.49
351	2.8	5080	5.01
4406	2.5	1840	2.21

Usando la información de la Tabla 7.2, se procedió a confeccionar un histograma: Frecuencia de presencia versus distancia (Figura 7.2).

En esta figura se puede apreciar que las distribuciones de O'Dell y de Cahn y Kaler son muy semejantes. En cambio nuestra distribución es semejante a la de estos autores en los rangos 0 a 1 Kpc y de 2 a 5 Kpc, aunque algo amplificada, mientras que encontramos una fuerte deficiencia de nebulosas planetarias con respecto a ellos en el rango de distancia comprendido entre 1 y 2 Kpc.

En resumen, nuestra distribución de distancias es más uniforme; esto parece ser más lógico, ya que resulta difícil explicar la concentración de nebulosas planetarias obtenida por O'Dell y por Cahn y Kaler en la región de 1 a 2 Kpc; en cambio, no es difícil entender una disminución paulatina del número de nebulosas planetarias a medida que nos alejamos del sol. Esta disminución tendría dos explicaciones: a) disminución



del brillo aparente de las nebulosas al aumentar la distancia, b) aumento de la extinción interestelar al aumentar la distancia, lo que las debilita y dificulta su observación, principalmente en el plano galáctico.

Hay que hacer notar que estas consideraciones implican que las tres nebulosas más alejadas, observadas a las distancias 8.0 Kpc (NGC 5873), 7.9 Kpc (NGC 6439) y 9.4 Kpc (NGC 6879) deben ser intrínsecamente muy brillantes.

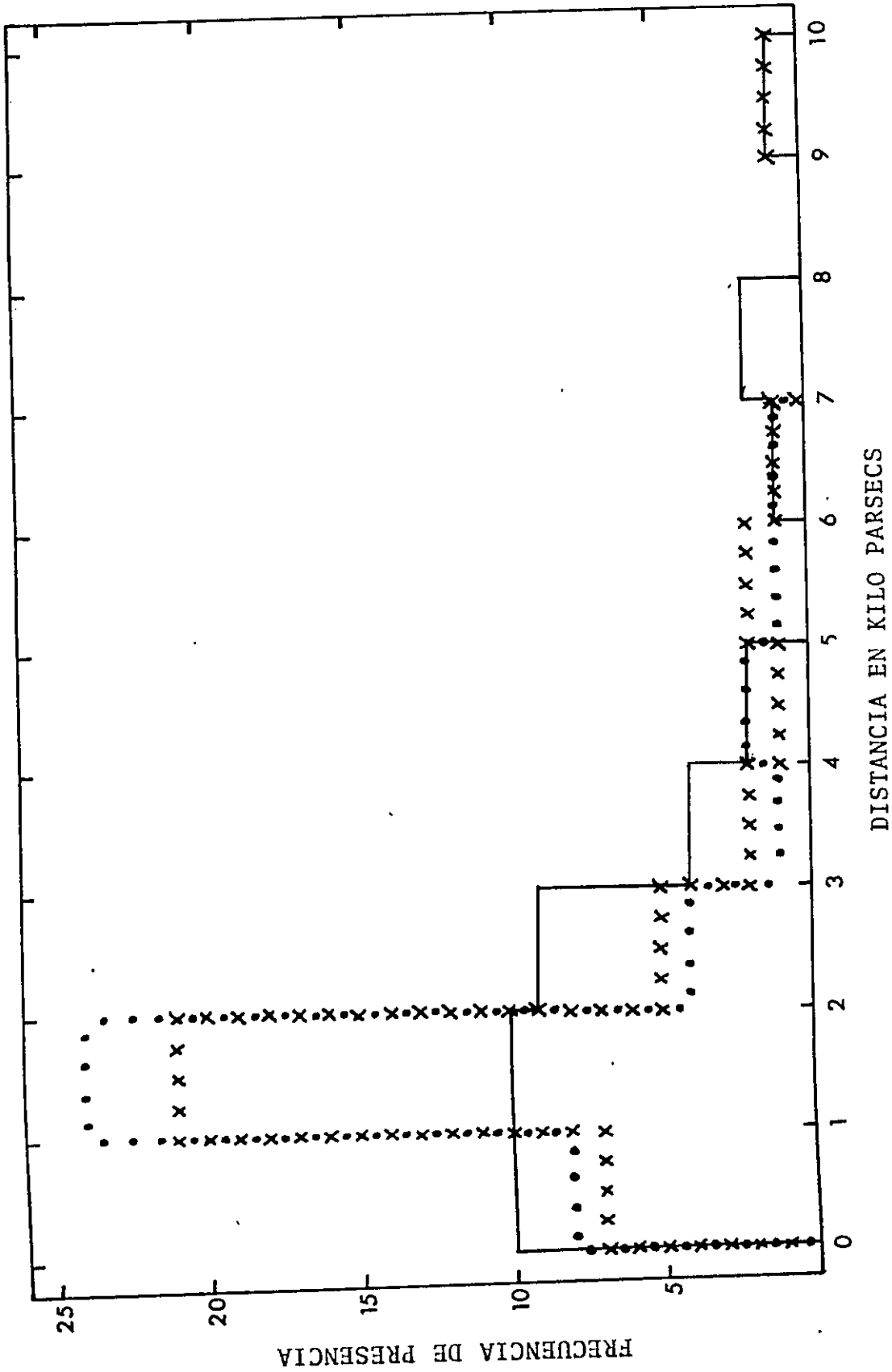


Fig. 7.2 Diagrama de frecuencia de presencia de las nebulosas planetarias estudiadas versus la distancia al sol. (La línea continua representa la distribución de nuestra muestra; las cruces (x) pertenecen a datos de O'Dell (1962) y los puntos (•) a datos de Cahn y Kaler (1971).

Las Figs. 7.3 y 7.4 muestran la comparación directa de nuestros valores con los de O'Dell y Cahn y Kaler respectivamente. Las líneas punteadas representan la relación  $D_{\text{calculado}} = D_0$  y  $D_{\text{calculado}} = D_{\text{c-k}}$ , respectivamente. Forzando la relación a pasar por cero, obtenemos:

$$D_{\text{calculado}} = 1.19 D_0 \quad \sigma = \pm 1.4$$

$$D_{\text{calculado}} = 1.37 D_{\text{c-k}} \quad \sigma = \pm 1.1$$

donde no se han utilizado los puntos con errores mayores que  $2\sigma$ , indicados con cruces en las figuras.

Aunque estamos conscientes de que, dada la gran desviación standard, estas relaciones no tienen mucho significado, las hemos incluido para mostrar que nuestras distancias tienden a ser mayores que las publicadas anteriormente, y para hacer más evidente la diferencia entre las determinaciones estadísticas e individuales.

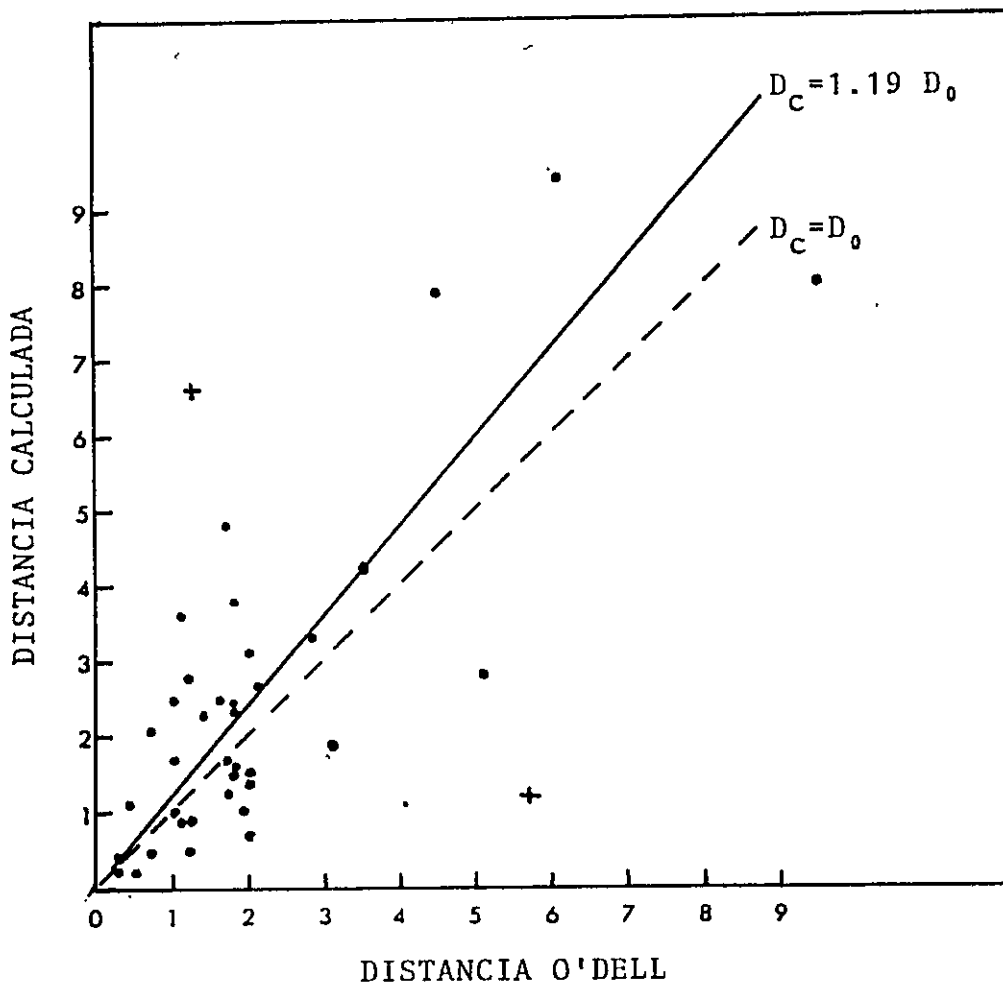


Fig. 7.3 Distancia calculada ( $D_c$ ) versus distancia de O'Dell ( $D_0$ ), en kiloparsecs.

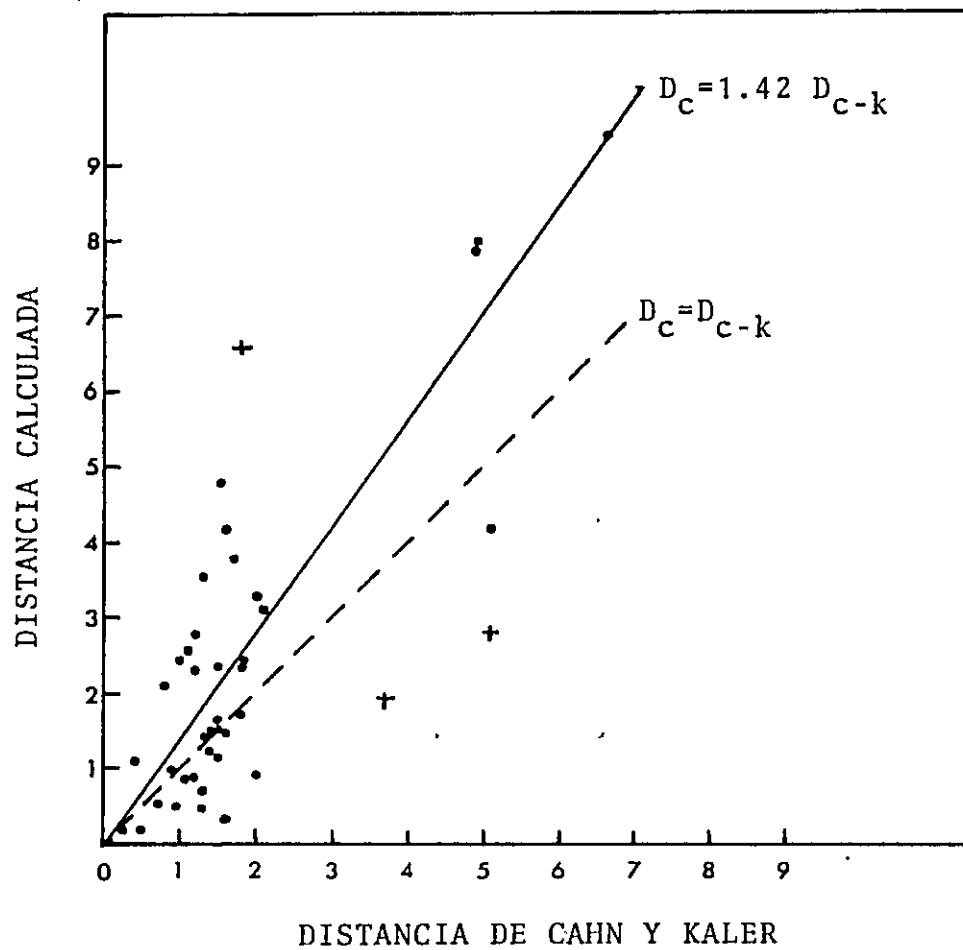


Fig. 7.4 Distancia calculada ( $D_c$ ) versus distancia de Cahn y Kaler ( $D_{c-k}$ ), en kiloparsecs.

## 7.5 RADIOS NEBULARES.-

A continuación se comparan los radios calculados mediante la ecuación (6.1), con los radios obtenidos por los autores O'Dell (1962) y Cahn y Kaler (1971). Las Figuras 7.5 y 7.6 muestran los diagramas  $R_0$  versus R calculado y  $R_{c-k}$  versus R calculado.

Ambos diagramas revelan que no existe una buena correlación, mostrando el mismo efecto, en el sentido de que el rango de radios obtenido por nosotros es mayor que el rango obtenido por O'Dell, por Cahn y Kaler, de modo que en nuestro método parece haber una mejor discriminación de los radios.

Vemos, por otra parte, que el radio máximo determinado por nosotros corresponde a 0.7 pc, lo que concuerda con lo expresado por Osterbrock (1974) en el sentido de que las nebulosas más extendidas, con menor densidad y, por lo tanto, menor brillo superficial, son más difíciles de descubrir, de modo que los objetos con  $R > 0.7$  pc son esencialmente imposibles de detectar.

En el otro extremo, de los radios pequeños tenemos cinco nebulosas que vale la pena discutir: NGC 2346 ( $R = 0.046$ ), NGC 6210 ( $R = 0.004$ ), NGC 6884 ( $R = 0.035$ ), NGC 7009 ( $R = 0.030$ ) e IC 351 ( $R = 0.046$ ).

De éstas, NGC 2346 y NGC 6210 aparecen con un asterisco en la Tabla 6.1. Todas estas nebulosas están en el límite entre ópticamente delgadas y ópticamente gruesas, según el criterio de Torres-Peimbert y Peimbert (1977), para los radios estimados por O'Dell y Cahn y Kaler.

Según nuestra determinación resultaron ser ópticamente gruesas. Observando nuestro criterio NGC 2346 e IC 351 estarían en el límite considerando el error porcentual de nuestra ecuación (6.1). Distinto es el caso de NGC 7009 que es ópticamente gruesa según nuestra determinación; esto está en desacuerdo con lo estimado por otros autores, por ejemplo Cudworth (1974). Al usar el valor de  $\epsilon$  de Kaler, que está más cercano al rango teórico, se obtiene que NGC 7009 es ópticamente delgado. NGC 6210 es ópticamente delgada (en el límite del criterio) según los radios estimados por O'Dell y Cahn y Kaler; Cudworth determinó que es ópticamente gruesa. Nuestra estimación

determinó que además de ser ópticamente gruesa, es un objeto compacto, lo cual está muy de acuerdo por lo concluido por Danziger (1975). Sobre NGC 6884, no tenemos mayor información, quedaría clasificado como ópticamente grueso según nuestro criterio.

Las masas pequeñas obtenidas para estos objetos parecen confirmar su carácter de nebulosas ópticamente gruesas ya que, como dijimos, en este caso la masa obtenida, que corresponde a la masa del H ionizado (más el He) es inferior a la masa total de la nebulosa.

Más discutible es el caso de NGC 3587 ( $R = 0.10$ ), también indicada con asterisco en la Tabla 6.1, y que muestra una masa muy pequeña aunque su radio la sitúa fuera del rango de las nebulosas ópticamente gruesas. Para esta nebulosa O'Dell y Cahn y Kaler dan, respectivamente,  $R = 0.241$  pc y  $R = 0.252$ , lo que corresponde a nebulosas ópticamente delgadas. Una posible explicación de esta discrepancia puede estar en una falta de precisión de los parámetros fundamentales.



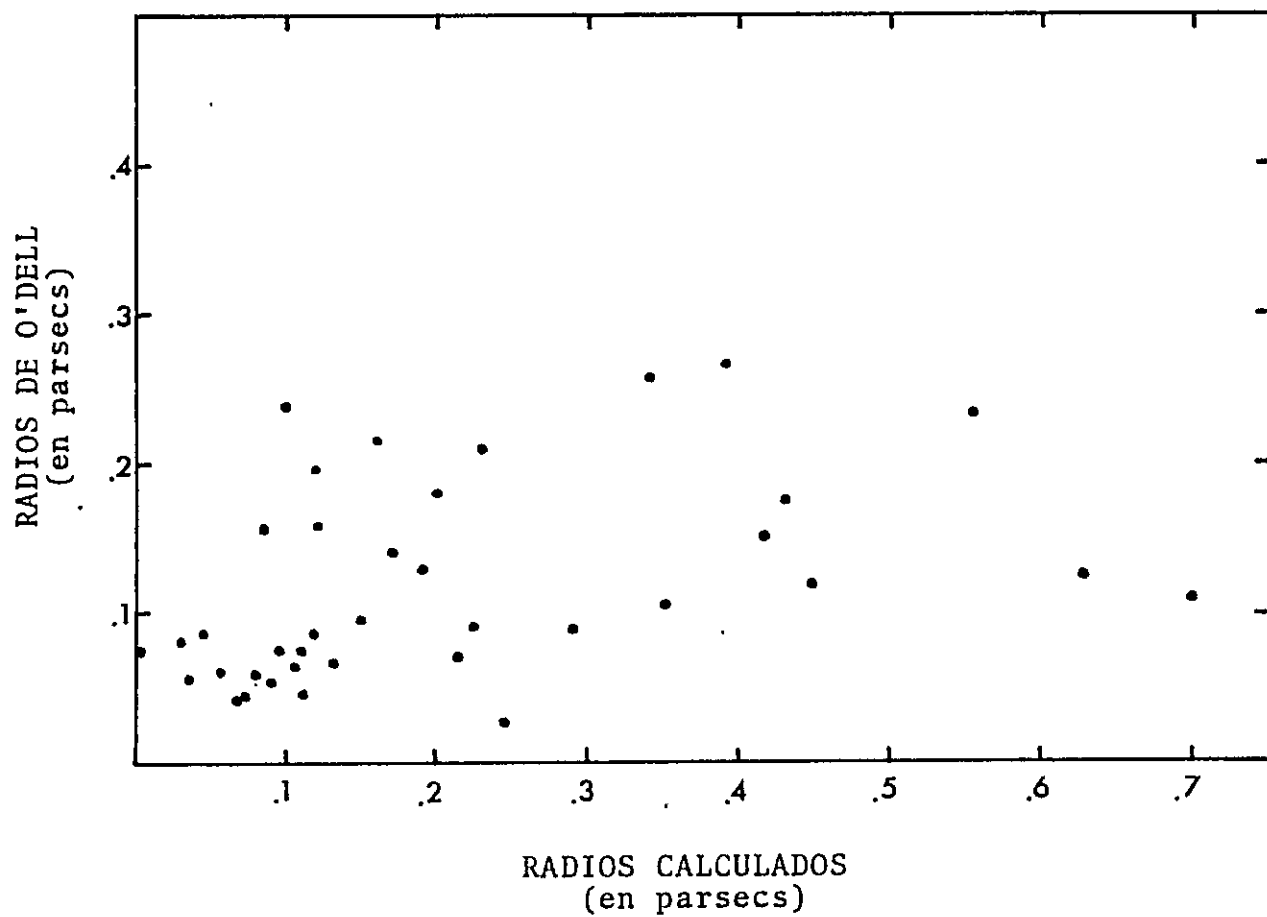


Fig. 7.5 Radios determinados por el autor O'Dell (1962), versus los radios calculados por nosotros para la misma muestra de nebulosas planetarias.

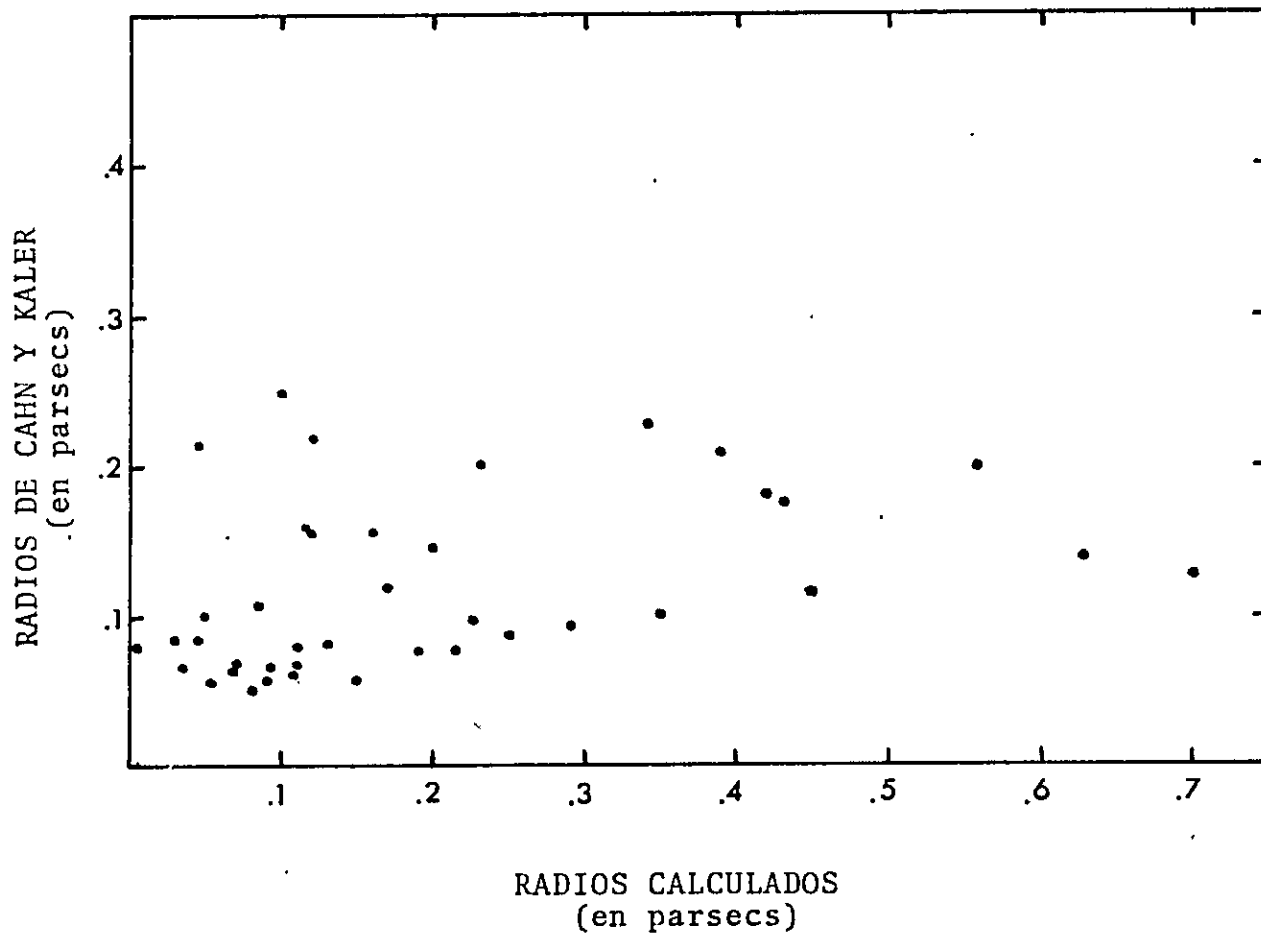


Fig. 7.6 Radios determinados por los autores Cahn y Kaler (1971), versus los radios calculados por nosotros para la misma muestra de nebulas planetarias.

### CONCLUSIONES

En el presente trabajo se han determinado, en forma individual, masas, distancias y radios para un grupo de nebulosas planetarias ópticamente delgadas, a partir de un modelo idealizado de una nebulosa esférica con una fracción  $\epsilon$  de su volumen llena con gas de densidad uniforme.

Los errores porcentuales de las fórmulas de trabajo son algo menores que los inherentes a otros métodos y autores.

Los resultados obtenidos muestran diferencias con los valores determinados mediante el método estadístico. Estas diferencias no parecen ser totalmente sistemáticas sino que en gran parte aleatorias; esto no es extraño, ya que las diferencias entre los parámetros propios de cada nebulosa y los valores promedio usados en las fórmulas estadísticas, son también aleatorios.

Las masas obtenidas para las nebulosas son, en general, pequeñas; aunque mayores que las citadas en la literatura, están en general, dentro de un rango que confirmaría la hipótesis evolucionaria; existe, sin embargo, un grupo pequeño, para las cuales se obtienen masas relativamente grandes (hasta  $9 M_{\odot}$ ) que podrían tener un origen diferente.

Las distancias obtenidas no muestran, una distribución preferencial cerca de nuestro Sol (entre 1 a 2 Kpc), al contrario, se aprecia una distribución casi uniforme entre los 0.5 a 3 Kpc, y una disminución paulatina hacia el exterior.

Los radios obtenidos muestran un rango mayor que el rango citado por otros autores, pero que se encuadra perfectamente dentro de lo esperado, de acuerdo a las posibilidades de observación.

Para finalizar, es importante destacar que queda mucho aún por hacer en el tema de nebulosas planetarias, sobre todo en los problemas abordados en este trabajo.

Por ejemplo, dentro de los puntos importantes que hay que tratar de resolver, se pueden citar: obtener datos fundamentales para más nebulosas planetarias no bien observadas hasta ahora (objetos débiles); mejorar la precisión de los datos que ahora se conocen, empleando equipos más sofisticados y técnicas observacionales más refinadas; y por último, mejorar las determinaciones de  $\epsilon$ , e introducir modelos más realistas, con diferentes valores de  $\epsilon$  y con fluctuaciones de densidad.

REFERENCIAS

- ABELL, G.O. 1966, Ap. J., 144, 259.
- BERMAN, L.A. 1937, Bull. Lick Obs. 18, 57.
- BURGUESS, A., 1958. M.N.R.A.S., 118, 477.
- CAHN, J.H. 1968, Planetary Nebulae, I.A.U. Symposium 34, 44.
- CAHN, J.H. 1976, Astron. J., 81, 407.
- CAHN, J.H., y KALER. J.B. 1971, Astrophys. J. Suppl.,  
22, 319.
- CAHN. J.H., y WYATT, S.P. 1976. Ap. J., 210, 508.
- CAMM, G.L. 1939. M.N.R.A.S. 99, 71.
- CUDWORTH, K.M. 1974, Astr. J., 79, 1384.
- DANZIGER, I.J., 1975, Astron. Astrophys., 38, 475.
- FAUNDEZ, M. 1981. Contribuciones Científicas y Tecnológicas N° 46, 11, editada por la Universidad de Santiago de Chile.
- FLOWER, D.R. y SEATON, M.J. 1968, Mém. Soc. Roy. Sci. Liege, XVII, 251.
- GURZADIAN, G.A. 1969. Planetary Nebulae. Gordon and Breach Science Publisher, New York.
- KALER, J.B., 1970, Ap. J., 160, 887.
- KALER, J.B., 1978, Ap. J. 226, 947.

- MINKOWSKI, R., y ALLER, L.H. 1954, Ap. J., 120, 261.
- MINKOWSKI, R.L. 1959. Annual Report of the Director, Mt. Wilson and Palomar Observatories (1959-1960), 18.
- OSTERBROCK, D.E., 1974, Astrophysics of Gaseous Nebulae, W.H. Freeman and Co., San Francisco.
- O'DELL, C.R. 1962, Ap. J. 135, 371.
- O'DELL, C.R. 1974, I.A.U. Symp. 66, 213.
- PEREK, L. 1963, Bull. Astr. Inst. Czech., 14, 201.
- PEREK, L., y KOHOUTEK, L. 1967. Catalog. of Galactic Planetary Nebulae (Prague: Czechoslovakian Acad. of Sci.).
- PERINOTTO, M. 1971, Astron. Astrophys., 10, 421.
- PERINOTTO, M. 1975, Astron. Astrophys., 39, 383.
- POTTASCH, S.R., 1980, Astron. Astrophys., 89, 336.
- SEATON, M.J. 1966, M.N.R.A.S., 132, 113.
- SEATON, M.J. 1968, Astrophys. Letters 2, 55.
- SHKLOVSKY, I.S. 1956, Astr. Zh, 33, 222.
- SOBOLEV, V.V. 1958, Voprosy Kosmologii 6, 112.
- TORRES-PEIMBERT, S. y PEIMBERT, M. 1977. Rev. Mexicana de Astronomia y Astrofisica, 2, 181.
- VAUCLAIR, G. 1968, Ann. Astrophys. 31, 199.
- VORONTOSOV - VEL'YAMINOV. B.A., 1934, Astrn. Zh. 11, 40.

WEBSTER, B.L. 1969, M.N.R.A.S. 143, 79.  
WESTERLUND, B. 1968, I.A.U. Symposium, 34, 23.  
WHITFORD, A.E., 1948. Ap. J., 107, 102.  
ZANSTRA, H. 1931, Z. Astrophys. 2, 329.