



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA CIVIL

MODELACIÓN NUMÉRICA DE LOS COEFICIENTES DE ARRASTRE Y
SUSTENTACIÓN HIDRODINÁMICA GENERADOS POR EL FLUJO DE UN FLUIDO
OSTWALD-DE WAELE EN TORNO A UNA PARTÍCULA ESFÉRICA EN CONTACTO
CON UNA PARED

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL

RODRIGO ESTEBAN VARAS RIVERA

PROFESOR GUÍA:
ALDO TAMBURRINO TAVANTZIS

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
ALDO MUÑOZ SEPULVEDA
YARKO NIÑO CAMPOS

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por proyecto FONDECYT N1161751

SANTIAGO DE CHILE
2022

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL
POR: RODRIGO ESTEBAN VARAS RIVERA
FECHA : 2022
PROF. GUÍA: ALDO TAMBURRINO TAVANTZIS

MODELACIÓN NUMÉRICA DE LOS COEFICIENTES DE ARRASTRE Y SUSTENTACIÓN HIDRODINÁMICA GENERADOS POR EL FLUJO DE UN FLUIDO OSTWALD-DE WAELE EN TORNO A UNA PARTÍCULA ESFÉRICA EN CONTACTO CON UNA PARED

En este trabajo de título se utilizó modelación numérica en OpenFOAM para el estudio de las fuerzas hidrodinámicas que ejerce un fluido no newtoniano tipo Ostwald-de Waele en régimen laminar sobre una partícula esférica estática en contacto a una condición de pared.

La revisión bibliográfica no arroja resultados en la literatura disponible actualmente que aborden de forma directa el trabajo planteado, es por eso que se considera una serie de casos similares, que aporten información del comportamiento de las fuerzas hidrodinámicas ante la variación del número de Reynolds y las propiedades del modelo reológico. Se considera el caso de una esfera estática enfrentada a un flujo en medio infinito, donde Turton & Levenspiel(1986) o Concha & Almendras (1979) pueden aportar a conocer como se modifica el coeficiente de arrastre en función del número de Reynolds. También el caso de esfera cercana a una condición de pared , donde se dificulta encontrar expresiones semiteóricas o experimentales, y se recurre a expresiones para el arrastre y la sustentación basadas en modelación numérica por Ekanayake et al (2018) o Sweeney & Finlay (2007). Por último, se considera el caso de esfera en medio infinito bajo un modelo reológico distinto al newtoniano, a través de Chhabra (2007) o Betancourt et al (2015). El planteamiento de todos estos efectos en conjunto, construyen el caso de estudio de esta memoria.

El hecho de no encontrar literatura con la que contrastar los resultados, obliga a generar una metodología de validación, que asegure la adecuada modelación numérica. Para ello, se plantea validar de manera independiente cada uno de los efectos influyentes sobre el caso de estudio, considerando para ello todos los casos descritos en la revisión bibliográfica. Una vez simulados estos modelos y contrastados con las referencias, se realizan las simulaciones asociadas al caso objetivo de este trabajo, incorporando todas las variables anteriormente validadas.

Los resultados obtenidos muestran que para el caso en medio infinito, existe un coeficiente de arrastre decreciente en función del número de Reynolds, sin presencia de una fuerza de sustentación debido a la simetría en las direcciones perpendiculares al flujo. La introducción de una pared en contacto a la esfera induce asimetría en la distribución de presiones y velocidades, lo cual genera la aparición de una fuerza de sustentación además del arrastre. En este caso, ambos coeficientes son decrecientes en función del número de Reynolds. Por último, la introducción de un modelo reológico ley de potencia disminuye los coeficientes de arrastre y sustentación a menores índices de flujo. El conjunto de todas estas condiciones, genera la disminución del arrastre y sustentación hasta en un 50% para un índice de flujo de $n=0.5$ con respecto al caso newtoniano. Como cierre, se discute la validez del modelo utilizado, haciendo foco en el caso del modelo no Newtoniano, con respecto al cual no se posee bibliografía que aporte información sobre como influye la variación de los índices de flujo en el rango de validez del régimen laminar usualmente considerado para el caso Newtoniano.

El hecho de que seas capaz de dar todo tu esfuerzo es un talento único

Tabla de Contenido

| | |
|--|-----------|
| 1. Introducción | 1 |
| 1.1. Motivación | 1 |
| 1.2. Objetivos | 2 |
| 1.2.1. Objetivos Generales | 2 |
| 1.2.2. Objetivos Específicos | 2 |
| 1.2.3. Contenidos del informe | 2 |
| 2. Antecedentes de estudio | 4 |
| 2.1. Modelos reológicos | 4 |
| 2.2. Fuerzas sobre partículas sólidas en un fluido en movimiento | 6 |
| 2.3. Coeficientes de Arrastre y Sustentación | 6 |
| 2.3.1. Efecto del tipo de fluido en los coeficientes de arrastre y sustentación | 10 |
| 2.3.2. Efecto de condiciones de borde en los coeficientes de arrastre y sustentación | 12 |
| 2.4. Expresiones Analíticas | 14 |
| 2.5. Conceptos y Definiciones | 15 |
| 2.5.1. Condición de Courant-Friedruchs-Lewy | 15 |
| 3. Metodología | 16 |
| 3.1. Elección casos de estudio | 16 |
| 3.2. Ecuaciones Gobernantes | 17 |
| 3.3. Modelación numérica CFD | 18 |

| | | |
|-----------|--|-----------|
| 3.3.1. | OpenFOAM | 18 |
| 3.3.2. | Solvers | 19 |
| 3.4. | Construcción casos de estudio | 21 |
| 3.4.1. | Geometría | 21 |
| 3.4.2. | Condiciones de borde | 24 |
| 3.4.3. | Condiciones iniciales | 27 |
| 3.4.4. | Mallado | 27 |
| 3.5. | Simulaciones | 34 |
| 3.5.1. | Criterios de convergencia | 41 |
| 4. | Resultados | 42 |
| 4.1. | Casos de Validación | 42 |
| 4.1.1. | Modelos Newtonianos | 42 |
| 4.1.2. | Modelos No Newtonianos | 53 |
| 4.2. | Caso esfera en contacto con un plano inmersa en un flujo de un fluido Ostwald-de Waele | 58 |
| 4.2.1. | Fuerzas Hidrodinámicas | 58 |
| 4.2.2. | Distribución de viscosidad | 61 |
| 4.2.3. | Análisis de sensibilidad limitadores de viscosidad | 61 |
| 4.2.4. | Análisis de sensibilidad modelo reológico | 65 |
| 5. | Análisis de Resultados | 66 |
| 5.1. | Modelos de Validación | 66 |
| 5.1.1. | Flujo enfrentado a una esfera en medio infinito, reología Newtoniana | 66 |
| 5.1.2. | Flujo enfrentado a una esfera bajo condición de pared, reología Newtoniana | 68 |
| 5.1.3. | Flujo enfrentado a una esfera en medio infinito, modelo reológico ley de potencia | 71 |
| 5.2. | Flujo enfrentado a una esfera bajo condición de pared con modelo reológico ley de potencia | 72 |

| | |
|---|-----------|
| 5.2.1. Fuerzas hidrodinámicas | 72 |
| 5.2.2. Distribución de viscosidades | 75 |
| 5.2.3. Análisis de sensibilidad | 75 |
| 6. Conclusión | 77 |
| Bibliografía | 79 |
| Anexos | 81 |
| A. Pruebas de dominio | 82 |
| A.1. Dirección de flujo | 83 |
| A.2. Dirección perpendicular al flujo | 83 |
| B. Pruebas de mallado | 86 |

Índice de Tablas

| | |
|--|----|
| 3.1. Modelos No Newtonianos definidos en función de la viscosidad cinemática disponibles en OpenFOAM en el solver mencionado para acoplar a la resolución del sistema de ecuaciones. | 20 |
| 3.2. Proporción longitud dirección prisma comparado al diámetro de la esfera . . | 23 |
| 3.3. Proporción longitud dirección prisma comparado al diámetro de la esfera . . | 24 |
| 3.4. Refinamiento en dirección Y | 29 |
| 3.5. Refinamiento en dirección X. | 29 |
| 3.6. Niveles de refinamiento aplicados en el mallado de la esfera. | 30 |
| 3.7. Refinamiento en dirección Y | 31 |
| 3.8. Refinamiento en dirección X | 32 |
| 3.9. Refinamiento en dirección Z | 32 |
| 3.10. Niveles de refinamiento aplicados en el mallado de la esfera. | 34 |
| 3.11. Casos a simular, flujo sobre una esfera en medio infinito. | 35 |
| 3.12. Información estadística de los cálculos de viscosidad cinemática asociados a perfil parabólico para un fluido no newtoniano ley de potencia, caso esfera en medio infinito. | 37 |
| 3.13. Casos a simular flujo sobre esfera en medio infinito, fluido tipo ley de potencia. | 37 |
| 3.14. Casos a simular flujo sobre una esfera cercana a condición de pared. | 38 |
| 3.15. Información estadística de la viscosidad cinemática asociada al perfil parabólico de un fluido no newtoniano ley de potencia caso esfera cercana a pared. | 40 |
| 3.16. Casos a simular flujo sobre esfera cercana a pared, fluido tipo ley de potencia. | 40 |
| 4.1. Diferencia C_D a distintos Re realizando comparación entre modelación numérica OpenFOAM realizada y autores presentados en revisión bibliográfica. | 43 |

| | | |
|------|--|----|
| 4.2. | Diferencia porcentual promedio absoluta entre C_D considerando en la comparación la modelación numérica realizada en OpenFOAM y autores presentados en la revisión bibliográfica. | 44 |
| 4.3. | Diferencias entre C_D modelado en OpenFOAM y expresión planteada por Sweeney y Finlay (Ecuación (2.16)) | 49 |
| 4.4. | Diferencias entre C_L modelado en OpenFOAM y expresión planteada por Sweeney & Finlay (Ecuación (2.17)) | 49 |
| 4.5. | Diferencias entre C_D obtenido a través de la modelación y el predicho por la expresión de Chhabra et al (2007) (Ecuación (2.9)). | 54 |
| 4.6. | C_D vs Re_M , para variaciones del limitador superior de viscosidad, caso flujo sobre esfera cercana a condición de pared fluido tipo ley de potencia. | 63 |
| 4.7. | C_L vs Re_M , para variaciones del limitador superior de viscosidad, caso flujo sobre esfera cercana a condición de pared fluido tipo ley de potencia | 64 |
| A.1. | Condiciones de flujo utilizadas en las simulaciones de prueba de dominio realizadas | 82 |
| A.2. | Pruebas de dominio realizadas variando la extensión de este en la dirección del flujo. El error se calcula considerando el valor de C_D obtenido para las condiciones de flujo descritas en la Tabla A.1 | 83 |
| A.3. | Pruebas de dominio realizadas variando la extensión de este en la dirección perpendicular al flujo. El error se calcula considerando el valor F_D y C_D obtenido para las condiciones de flujo descritas en la Tabla A.1 | 84 |
| B.1. | Condiciones de flujo utilizadas en las simulaciones de prueba de dominio realizadas | 86 |
| B.2. | Pruebas de mallado en torno a la esfera realizados. Se proponen niveles de refinamiento progresivamente mayores con el objetivo de analizar los cambios en los coeficientes asociados de las fuerzas hidrodinámicas resultantes. | 87 |
| B.3. | Variaciones de las fuerzas con los sucesivos niveles de refinamiento, considerando como valor de referencia el obtenido en el caso 1 | 87 |
| B.4. | Variaciones porcentuales de los coeficientes presentados, considerando como valor de referencia el obtenido en el caso 1 | 87 |

Índice de Ilustraciones

| | |
|---|----|
| 2.1. Diagrama reológico (Simpson,2008) | 5 |
| 2.2. Expresiones planteadas por Stokes, Turton & Levenspiel (1986) y Concha & Almendra (1979) para C_D | 7 |
| 2.3. Caracterización patrones de flujo generados aguas abajo de una esfera enfrentada a un flujo en función del Re | 9 |
| 2.4. Patrones de flujo tridimensionales generados para rangos $Re > 100$ | 10 |
| 2.5. Coeficiente de arrastre fluidos no Newtonianos (Chhabra, 2007) | 11 |
| 2.6. Comparación entre la expresión planteada por Betancourt et al (2015) a distintos índices de flujo y expresión planteada por Chhabra (2007), considerando el rango $\pm 30\%$ | 12 |
| 2.7. Re vs C_D , y Re vs C_L (Sweeney & Finlay , 2007) | 13 |
| 2.8. Perfil de velocidades entre placas paralelas solución caso 1-D Newtoniano | 14 |
| 3.1. Esquema de la geometría del caso de validación flujo enfrentado a una esfera sobre un medio infinito | 22 |
| 3.2. Esquema de la geometría caso de validación/estudio flujo enfrentado a una esfera bajo una condición de pared | 23 |
| 3.3. Esquema malla base caso flujo enfrentado a una esfera en un medio infinito | 28 |
| 3.4. Malla base caso flujo enfrentado a una esfera en un medio infinito, plano XY | 29 |
| 3.5. Malla base caso flujo enfrentado a una esfera en un medio infinito, plano YZ | 30 |
| 3.6. Representación 3D malla refinada en torno a la esfera caso flujo enfrentado a esfera en medio infinito, plano XY. | 31 |
| 3.7. Esquema malla base caso flujo enfrentado a una esfera bajo una condición de pared | 32 |
| 3.8. Malla base caso flujo enfrentado a una esfera bajo condición de pared, plano XY | 33 |

| | |
|--|----|
| 3.9. Malla base caso flujo enfrentado a una esfera bajo condición de pared, plano XY | 33 |
| 3.10. Representación 3D malla refinada en torno a la esfera caso flujo enfrentado a una esfera bajo condición de pared, plano XY. | 34 |
| 3.11. Perfil semiparabólico fluido no newtoniano ley de potencia, para índices de flujo $n=0.5$ a 1.0 , $Re_M = 20$, caso esfera en medio infinito. | 36 |
| 3.12. Viscosidades cinemáticas del perfil semiparabólico asociado a un fluido no newtoniano ley de potencia, caso esfera en medio infinito | 36 |
| 3.13. Perfil semiparabólico fluido no newtoniano ley de potencia, para índices de flujo $n=0.5$ a 1.0 , $Re_M = 0.1$, caso esfera cercana a una condición de pared. . | 39 |
| 3.14. Viscosidades cinemáticas del perfil semiparabólico asociado a un fluido no newtoniano ley de potencia, caso esfera cercana a una condición de pared. . . | 39 |
| 4.1. Re vs C_D , caso Newtoniano, esfera en un medio infinito | 43 |
| 4.2. Re vs F_p y Re vs F_ν , caso Newtoniano, esfera en un medio infinito, distintas escalas | 44 |
| 4.3. Líneas de corriente aguas abajo de la esfera, caso $Re < 100$ | 45 |
| 4.4. Líneas de corriente aguas abajo de la esfera, caso $Re > 100$ | 45 |
| 4.5. Evolución del flujo en función del número de Reynolds, caracterizado por la magnitud de la velocidad, los campos de presión y las velocidades verticales, caso flujo sobre esfera en medio infinito. | 46 |
| 4.6. Puntos monitoreo plano XY para $z=0$, flujo sobre esfera en medio infinito . . | 47 |
| 4.7. Puntos 1 y 2 de monitoreo, p vs Re , caso esfera en medio infinito, reología Newtoniana | 47 |
| 4.8. Puntos 3 y 4 de monitoreo, p vs Re , caso esfera en medio infinito, reología Newtoniana | 47 |
| 4.9. C_D vs Re caso Newtoniano, esfera enfrentada a un flujo bajo condición de pared. | 48 |
| 4.10. C_L vs Re caso Newtoniano, esfera enfrentada a un flujo bajo condición de pared. | 48 |
| 4.11. F_p y F_ν en función de Re , caso Newtoniano, esfera bajo condición de pared, dirección del flujo, diferentes escalas | 50 |
| 4.12. F_p y F_ν en función de Re , caso Newtoniano, esfera bajo condición de pared, dirección perpendicular al flujo, diferentes escalas | 50 |
| 4.13. Evolución del flujo en función del número de Reynolds, caracterizado por la magnitud de la velocidad, los campos de presión y las velocidades verticales. Caso flujo sobre esfera cercana a una condición de pared | 51 |

| | |
|--|----|
| 4.14. Puntos plano XY para $z=0$, caso esfera cercana a condición de pared | 52 |
| 4.15. Puntos 1 y 2 de monitoreo, p vs Re , reología Newtoniana, caso flujo sobre esfera cercana a condición de pared | 52 |
| 4.16. Puntos 3 y 4 de monitoreo, p vs Re , reología Newtoniana, caso flujo sobre esfera cercana a condición de pared | 52 |
| 4.17. Puntos 5 de monitoreo, p vs Re , reología Newtoniana, caso flujo sobre esfera cercana a condición de pared | 53 |
| 4.18. Re_M vs C_D , para distintos n , caso flujo sobre esfera en medio infinito, fluido ley de potencia | 53 |
| 4.19. Re_M vs C_D para distintos $n=1.0$ y 0.9 , caso flujo sobre esfera en medio infinito fluido ley de potencia | 55 |
| 4.20. Re_M vs C_D para $n=0.8$ y 0.7 , caso flujo sobre esfera en medio infinito fluido ley de potencia | 55 |
| 4.21. Re_M vs C_D para $n=0.6$ y 0.5 , caso flujo sobre esfera en medio infinito fluido ley de potencia | 55 |
| 4.22. Re_M vs F_p/F_ν para distintos índices de flujo. | 56 |
| 4.23. Esquema obtención perfiles distribución de viscosidades sobre la esfera | 57 |
| 4.24. Distribución de viscosidades, caso esfera en medio infinito | 58 |
| 4.25. Re_M vs C_D para distintos índices de flujo, caso esfera cercana a condición de pared fluido tipo ley de potencia | 59 |
| 4.26. Re_M vs C_L para distintos índices de flujo, caso esfera cercana a condición de pared fluido tipo ley de potencia | 59 |
| 4.27. Re_M vs F_p y Re_M vs F_ν para fuerza de arrastre, para distintos índices de flujo, caso esfera cercana a condición de pared fluido tipo ley de potencia | 60 |
| 4.28. Re_M vs F_p y Re_M vs F_ν para fuerza de sustentación, para distintos índices de flujo, caso esfera cercana a condición de pared fluido tipo ley de potencia | 60 |
| 4.29. Re_M vs F_p y Re_M vs F_ν para fuerza de sustentación, para distintos índices de flujo, caso esfera cercana a condición de pared fluido tipo ley de potencia | 60 |
| 4.30. Distribución de viscosidades, caso esfera cercana a condición de pared | 61 |
| 4.31. Distribución de viscosidad y frecuencia para distintos Re , caso $n = 0.3$ | 62 |
| 4.32. C_D vs Re_M , para variaciones del limitador superior de viscosidad, caso flujo sobre esfera cercana a condición de pared fluido tipo ley de potencia. | 63 |

| | |
|---|----|
| 4.33. C_L vs Re_M , para variaciones del limitador superior de viscosidad, caso flujo sobre esfera cercana a condición de pared fluido tipo ley de potencia | 64 |
| 4.34. Análisis de sensibilidad C_D vs Re , para fluido Newtoniano y fluido Ostwald-de Waele con $n=1.0$ | 65 |
| 4.35. Análisis de sensibilidad C_L vs Re , para fluido Newtoniano y fluido Ostwald-de Waele con $n=1.0$ | 65 |
| 5.1. Fuerzas de sustentación caso flujo sobre una esfera cercana a una condición de pared caso Newtoniano, análisis $Re < 1$ | 68 |
| 5.2. Distribución de velocidades verticales alrededor de la esfera, para $Re = 0.01$ y $Re = 100$ | 70 |
| 5.3. Gráfica Re_γ vs C_L , y Re vs C_L (eje secundario horizontal) , análisis para $Re < 1$ | 74 |
| A.1. Gráfico $\Delta y/D$ vs C_D , pruebas de dominio direccion perpendicular al flujo . . | 84 |

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

La modelación numérica en el área hidráulica es una potente herramienta que permite el análisis de fenómenos complejos de flujo, que en principio no son factibles de resolver y analizar de manera simple. El uso de este instrumento se ha masificado conforme aumentan las tecnologías que permiten su utilización. Bajo este contexto, el análisis de los problemas clásicos de la mecánica de fluidos, ha variado su enfoque analítico hacia un enfoque numérico, el cual validado con una contraparte experimental, se transforma en una herramienta potente en los estudios.

Uno de los casos de difícil análisis teórico, se remite a las fuerzas hidrodinámicas actuantes sobre una partícula sumergida en un fluido. aún en los casos más simples, existe una serie de fuerzas involucradas en el análisis, como la fuerza de empuje, el peso, la de arrastre o la de sustentación, de las cuales sus aproximaciones dependen no solo de conocer la cinemática de la partícula, si no que de coeficientes que caractericen la interacción entre el fluido y la partícula, en función de sus propiedades físicas y regímenes de flujo. Así, aún con los supuestos más simples para abordar el problema de manera teórica, existen limitaciones. Todo esto le da sentido al uso de herramientas de modelación numérica, las cuales son capaces de resolver este tipo de problemas bajo ciertos límites dictados por los recursos computacionales.

El estudio de las fuerzas hidrodinámicas sobre partículas es de interés general en aplicaciones ingenieriles asociadas al transporte de sedimentos, como estudios geomorfológicos, diseño de tuberías, sedimentadores, desarenadores, el procesamiento de minerales, entre otros. Muchas veces, este tipo de estudios se realiza bajo supuestos prácticos, que facilitan el análisis del problema, pero existen casos donde las simplificaciones no son válidas. Por ejemplo, en el caso de transporte de sedimentos, la asunción de un comportamiento lineal entre el esfuerzo de corte y la tasa de deformación, característica de un fluido Newtoniano, falla en algunos casos para fluidos con presencia de material fino en suspensión, como el caso de la mezcla de agua con arcillas o limos, generando un fluido equivalente altamente viscoso o, incluso, no Newtoniano. (Tamburrino, 2019). La importancia de las propiedades que caracterizan la reología del fluido, también se hace notar en otros casos, como en análisis de micropartículas inmersas en fluidos como la sangre (Farzam Red & Moradi, 2020). La existencia de este tipo de casos, hace necesario el estudio del efecto de la reología sobre las fuerzas hidrodinámicas

actuantes sobre una partícula.

Considerando lo anterior, se propone el análisis bajo una metodología de resolución numérica del comportamiento de las fuerzas actuantes en una partícula sujeta a una condición de pared, bajo la acción de un fluido no Newtoniano modelado por una ley de potencia.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivos Generales

El trabajo de título tiene como objetivo general determinar los coeficientes de sustentación y arrastre hidrodinámico actuando sobre una partícula en reposo con geometría esférica inmersa en un fluido no Newtoniano tipo Ostwald-de Waele, cercana a una condición de pared, mediante modelación numérica en el software OpenFOAM, bajo el apoyo de la infraestructura del National Laboratory for High Performance computing (NLHPC) de la Universidad de Chile.

1.2.2. Objetivos Específicos

Los objetivos específicos corresponden a

- Identificar las ecuaciones gobernantes del fenómeno y en función de ello seleccionar el solver en software OpenFOAM que permita resolverlas.
- Generación de una geometría adecuada que permita representar el fenómeno sujeto a los recursos computacionales disponibles.
- Generación de un mallado adecuado que permita representar el fenómeno sujeto a los recursos computacionales disponibles.
- Verificar y validar la herramienta construida para escenarios afines al trabajo propuesto, con información disponible según la revisión bibliográfica realizada.
- Determinar las fuerzas de arrastre y sustentación que ejerce un fluido tipo Ostwald-de Waele sobre una esfera en contacto con una superficie plana, variando el número de Reynolds y los parámetros que definen el modelo reológico utilizado, buscando describir el comportamiento del caso.

1.2.3. Contenidos del informe

El presente informe consta de 5 capítulos, cuya información relevante se detalla a continuación:

- **Introducción :** En este capítulo, se da a conocer el contexto bajo el cual el tema de memoria es relevante a modo de motivación. Luego, se plantean los objetivos tanto específicos como particulares que se buscan cumplir con este trabajo.
- **Revisión bibliográfica :** El objetivo de este capítulo es establecer el estado del arte asociado al tema de memoria, dando a conocer estudios que emulan el trabajo o contribuyen a delinear la teoría detrás de él. Específicamente, se presentan expresiones que predicen el comportamiento del coeficiente de arrastre para una esfera en un medio infinito para fluidos Newtonianos, expresiones que predicen el comportamiento del coeficiente de arrastre sobre una esfera en un medio infinito para fluidos no Newtonianos tipo ley de potencia y expresiones que predicen el comportamiento del coeficiente de arrastre y sustentación para una esfera cercana a una condición de pared inmersa en un fluido Newtoniano.
- **Metodología :** En este capítulo se detallan los aspectos relevantes de la modelación numérica realizada. Se describen los solvers a utilizar, la geometría empleada en los casos construidos, el mallado realizado en cada uno de ellos y los criterios utilizados en la extracción de resultados. También se definen los casos de validación a simular, además del caso final de estudio de esta memoria.
- **Resultados :** En este capítulo se presentan los resultados extraídos de cada una de las simulaciones numéricas para cada uno de los casos de validación realizados. Se presentan tanto fuerzas como coeficientes de arrastre y sustentación en función del número de Reynolds, además de campos de presiones y velocidades alrededor de la esfera. Para los casos de reología no Newtoniana, se presentan distribución de viscosidades alrededor de la esfera. También se presentan análisis de sensibilidad para el caso final de estudio de esta memoria.
- **Análisis de resultados :** En este capítulo, se analiza la pertinencia de los resultados obtenidos en la modelación para caso uno de los casos de validación y el caso final de estudio, en función de la bibliografía presentada.
- **Conclusiones :** En este capítulo se recogen las ideas generales obtenidas de las simulaciones realizadas. Se comenta sobre los resultados principales que representan el trabajo, además de sus debilidades y fortalezas.

Capítulo 2

Antecedentes de estudio

El caso de estudio, corresponderá al análisis de las fuerzas hidrodinámicas actuando sobre una partícula inmersa en un fluido no Newtoniano tipo Ostwald-de Waele, también conocido como ley de potencia. Para llegar a este análisis, se busca generar un relato que permita, por un lado, comprender los aspectos esenciales que determinan el caso de estudio, y por otro, recopilar la información necesaria para dar el sustento y validez a los resultados a obtener. Se iniciará definiendo los modelos reológicos a utilizar en este trabajo, para luego generar un marco conceptual que ayude a entender los fenómenos involucrados en el problema de estudio, y cuales son las variables determinantes en los análisis y conclusiones a obtener. Luego, se procede a revisar el estado actual de la literatura, los trabajos realizados a la fecha con respecto al caso objetivo del trabajo presente u otros asociados, y recopilar aquellos que puedan ser de utilidad al momento de construir una línea de trabajo en función del objetivo final planteado.

2.1. Modelos reológicos

Un modelo reológico describe cual es la relación entre el esfuerzo de corte y la tasa de deformación angular sobre un fluido. En este contexto, la distinción más básica se puede realizar entre fluidos Newtonianos y no Newtonianos. Mientras que en los fluidos Newtonianos la tasa de deformación angular depende linealmente del esfuerzo de corte, en los no Newtonianos la relación entre el esfuerzo de corte y la tasa de deformación angular no es lineal, por lo que la viscosidad no es constante y depende del esfuerzo aplicado y/o del tiempo.

Dentro de los fluidos no Newtonianos dependientes del esfuerzo aplicado, se pueden encontrar distintas categorías(Figura 2.1) :

- Pseudoplásticos: Fluidos caracterizados por una disminución de su viscosidad ante aumentos de esfuerzo de corte.
- Dilatantes: Fluidos caracterizados por un aumento de su viscosidad ante aumentos de esfuerzo de corte.

- Plástico de Bingham: Fluido que se caracteriza por comportarse como un sólido ante valores de un esfuerzo de corte bajo un valor umbral τ_0 , llamado esfuerzo de fluencia. Superado este límite, el fluido se comporta como tal, con una viscosidad constante actuando como un fluido Newtoniano.

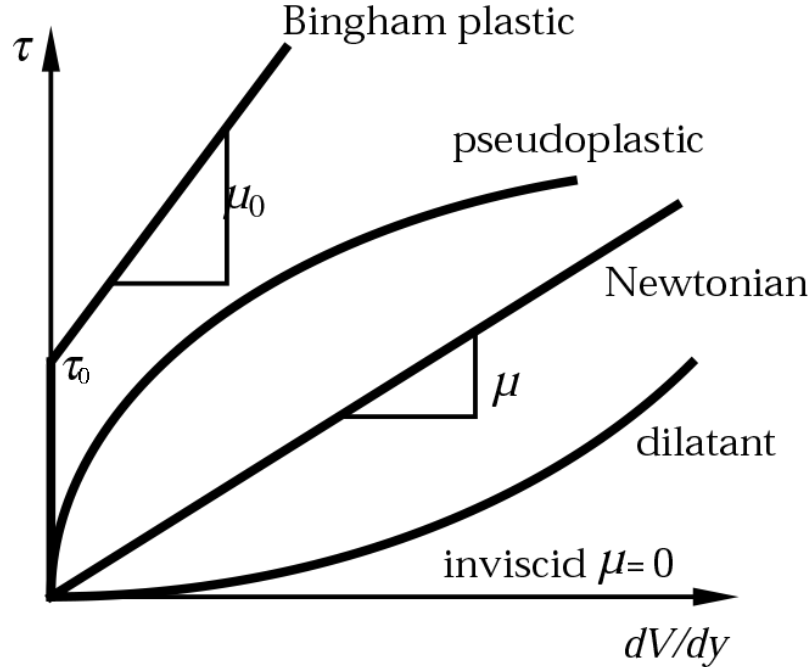


Figura 2.1: Diagrama reológico (Simpson,2008)

Existen distintos modelos reológicos que plantean expresiones para emular el comportamiento de estos fluidos dentro de ciertos rangos de validez. Uno de estos se denomina fluido tipo ley de potencia u Ostwald-de Waele¹, el cual se caracteriza por la introducción de dos parámetros reológicos, n llamado índice de ley de potencia o de flujo y m llamado índice o coeficiente de consistencia (Chhabra, 2010) para definir los esfuerzos de corte τ y la viscosidad dinámica μ . La dependencia de n es fuerte, y determinará el nivel de deformación angular ante distintas aplicaciones de esfuerzos de corte, ya que es capaz de modelar tanto fluidos pseudoplásticos como fluidos dilatantes. Para el caso de $n < 1$, el fluido de ley de potencia se comporta como fluido pseudoplástico, mientras que se comporta como dilatante si $n > 1$. Cabe destacar que el modelo pierde validez para valores muy altos o muy bajos de deformación angular, ya que indicaría la existencia de fluidos de viscosidad infinita o nula.

$$\tau = m(\dot{\gamma})^n \quad (2.1)$$

$$\mu = m(\dot{\gamma})^{n-1} \quad (2.2)$$

¹La forma en que se presentan las ecuaciones corresponden a un caso unidimensional

2.2. Fuerzas sobre partículas sólidas en un fluido en movimiento

La ecuación general del movimiento de una partícula inmersa en un fluido, puede ser descrita por la siguiente expresión (Tamburrino,2019) :

$$\rho_s V \frac{du_{pi}}{dt} = \rho V g_i + B_i + D_i + A_i + L_i \quad (2.3)$$

donde el término ρ y ρ_s corresponden a la densidad del fluido y de la partícula respectivamente, V al volumen de la partícula, u_{pi} la velocidad de la partícula en la dirección i , $\rho V g_i$ corresponde a la fuerza asociada al peso de la partícula, B_i denota la fuerza debido al empuje, D_i corresponde a la fuerza de arrastre, A_i corresponde a la masa agregada, L_i corresponde a la fuerza de sustentación hidrodinámica. Cabe destacar que en la expresión se ha despreciado los términos correspondiente a la fuerza de Basset y el asociado al efecto Magnus.

En el escenario de estudio, se considerará una condición particular , correspondiente a una partícula estática, en la cual toma relevancia principalmente la fuerza de arrastre y sustentación, despreciando las fuerzas restantes de la ecuación de movimiento. Por un lado, la fuerza de arrastre, hace referencia a la acción resistiva que ejerce un fluido sobre un cuerpo, cuando este se opone a su movimiento. Por otro lado, la sustentación surge de la distribución de velocidades del fluido y puede ligarse a la diferencia de presión dinámica que se genera alrededor de la partícula.

Las formas más comunes de definir matemáticamente las fuerzas descritas, se construyen en torno a los coeficientes adimensionales de arrastre y sustentación , C_D y C_L

$$D_i = \frac{1}{2} \rho C_D A_p u_C^2 \quad (2.4)$$

$$L_i = \frac{1}{2} \rho C_L A_p u_C^2 \quad (2.5)$$

donde u_C corresponde a la velocidad del fluido proyectada al centro de la partícula, ρ corresponde a la densidad del fluido y A_p es la proyección del área de la partícula.

2.3. Coeficientes de Arrastre y Sustentación

El foco para el estudio de las fuerzas hidrodinámicas actuando sobre una partícula, se realiza en torno a los coeficientes adimensionales de arrastre y sustentación, ya que esto permite generalizar los resultados, dejando así la posibilidad de realizar comparaciones entre distintos estudios enfocados en los mismos objetivos. Existe desarrollo tanto analítico como experimental que da cuenta sobre los valores que adoptan estos coeficientes bajo diversas circunstancias, ya sea para el caso de una partícula esférica u otras formas.

En el caso de un flujo enfrentado a una esfera en un medio infinito, el cual puede considerarse el caso más simple, el coeficiente de arrastre C_D ha sido estudiado ampliamente en función del número de Reynolds de la partícula Re , definido en torno a la velocidad incidente extrapolada al centro de la esfera U_c , el diámetro D de la esfera y la viscosidad cinemática ν (Ecuación

(2.6)), para el caso de fluidos Newtonianos. Un primer acercamiento, se puede realizar de forma analítica, considerando el rango de Stokes ($Re \ll 1$), reportando expresiones tanto para las fuerzas como para el coeficiente de arrastre (F_D, C_D respectivamente). En general, este coeficiente es altamente dependiente de las condiciones de flujo, presentando altos valores en este rango debido a los bajos números de Reynolds y la predominancia de los efectos viscosos.

$$Re = \frac{u_c D}{\nu} \quad ; \quad F_D = 3\pi\mu u_c D \quad ; \quad C_D = \frac{24}{Re} \quad (2.6)$$

A mayores números de Reynolds, se hace complejo el desarrollo analítico, debido a que los efectos viscosos e inerciales son del mismo orden de magnitud, sin embargo existe un desarrollo semi-teórico aportado por Concha & Almendra (1979), el cual se basa en la separación del flujo en dos partes, el flujo interno viscoso cerca de la superficie de la esfera y el flujo no viscoso externo. La expresión presenta un buen ajuste para $Re < 10000$.

$$C_D = C_0 \left(1 + \frac{\delta_0}{Re^{0.5}}\right)^2 \quad ; \quad C_0 = 0.284 \quad y \quad \delta_0 = 9.06 \quad (2.7)$$

Por otro lado, existe reporte de valores y ecuaciones para C_D obtenidas desde el trabajo experimental. Una expresión válida para un amplio rango de Re es la otorgada por Turton & Levenspiel (1986), la cual proviene de un ajuste de datos experimentales.

$$C_D = \frac{24}{Re} \cdot (1 + 0.173 Re^{0.657}) + \frac{0.413}{1 + 16300 Re^{-1.09}} \quad (2.8)$$

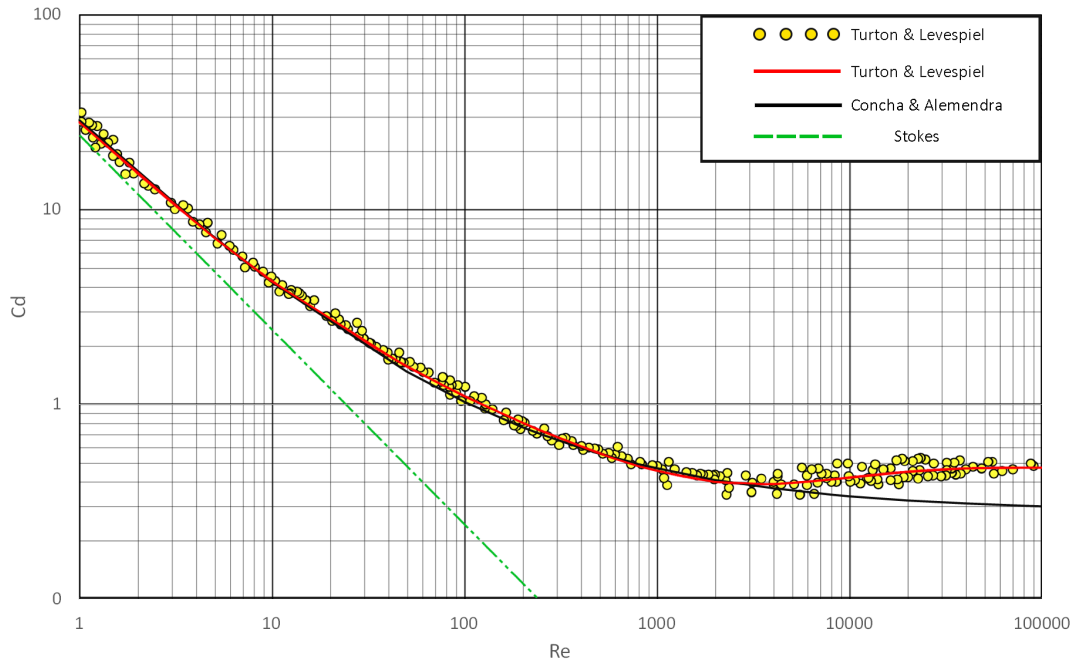


Figura 2.2: Expresiones planteadas por Stokes, Turton & Levenspiel (1986) y Concha & Almendra (1979) para C_D . Datos experimentales para coeficientes de arrastre de esferas obtenidas por Turton & Levenspiel

Cabe destacar, que para el caso descrito, los coeficientes de sustentación C_L no se estudian debido a la simetría del caso. La fuerza de sustentación se produce esencialmente debido a una diferencia de presiones entre puntos opuestos del cuerpo, lo que no se produce al existir simetría en la dirección perpendicular al flujo.

Si bien se presentaron expresiones que dan cuenta de los valores de C_D en el rango laminar, estos no explican el comportamiento del flujo aguas abajo de la esfera, el cual se ve influenciado por el desarrollo de la capa límite, la separación del flujo y el rango de Re .

Para valores muy bajos del número de Reynolds, $Re \ll 1$, el flujo muestra patrones simétricos de adelante hacia atrás. Las líneas de flujo son rectas y uniformes en la zona no perturbada, pero se deflecan al pasar alrededor de la esfera (Figura 2.3). La velocidad del fluido es nula en la superficie de la esfera, y crece lentamente al alejarse, notándose el efecto retardante inducido por la esfera aún a grandes distancias. No existe una capa límite bien definida en este rango del número de Reynolds.

Al crecer el número de Re , el régimen de flujo cambia gradualmente, desde uno dominado por los efectos viscosos, con fuerzas de presión y viscosas igual de importantes, a uno dominado por la separación del flujo, en el cual las fuerzas de presión se vuelven mucho más grandes que las fuerzas viscosas. Se puede decir que este fenómeno inicia alrededor de $Re = 24$. La separación del flujo ocurrirá cerca del punto donde la superficie comienza a alejarse de la dirección del flujo incidente y rompe la capa límite, generando una región aguas abajo ocupada por fluido estancado con bajas velocidades. En esta región, el fluido se caracteriza por la aparición de remolinos, con una baja circulación. En un inicio, el punto de separación estará orientado hacia la parte más lejana de la esfera, y la separación resultará en la formación de anillos regulares y estables, por lo tanto no turbulentos. Al aumentar el número de Re , el punto de separación se moverá hacia atrás, y los anillos generados comienzan a moverse dirección aguas abajo comenzando a oscilar y volverse inestables, hasta desarrollar por completo la separación del flujo y comenzar el desarrollo de turbulencias.

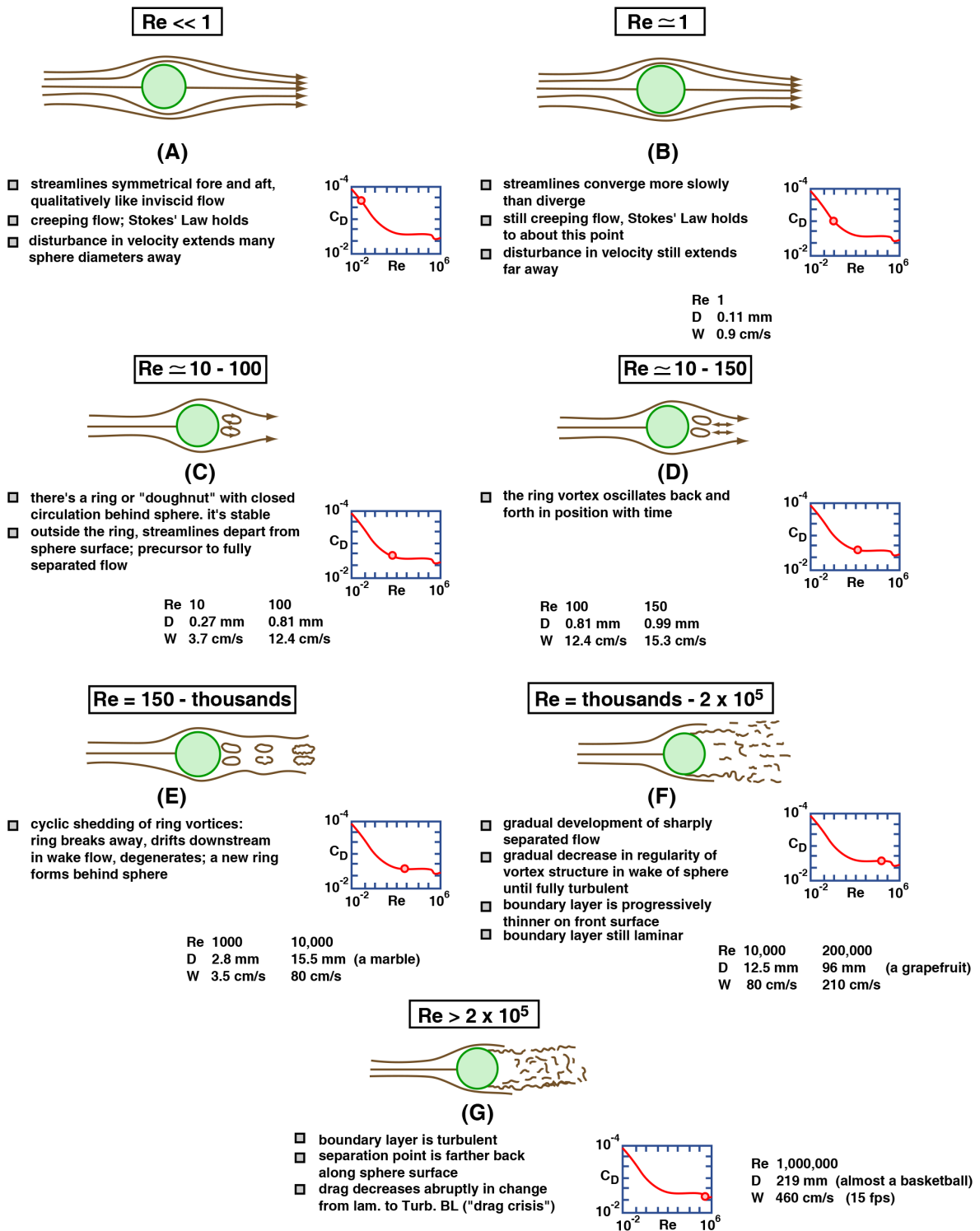


Figura 2.3: Caracterización patrones de flujo generados aguas abajo de una esfera enfrentada a un flujo en función del Re

Los experimentos de Sakamoto & Haniu (1990) aportan información sobre los distintos

patrones de flujo observados en el proceso de desarrollo de la separación del flujo para el caso de una esfera, en el rango laminar.

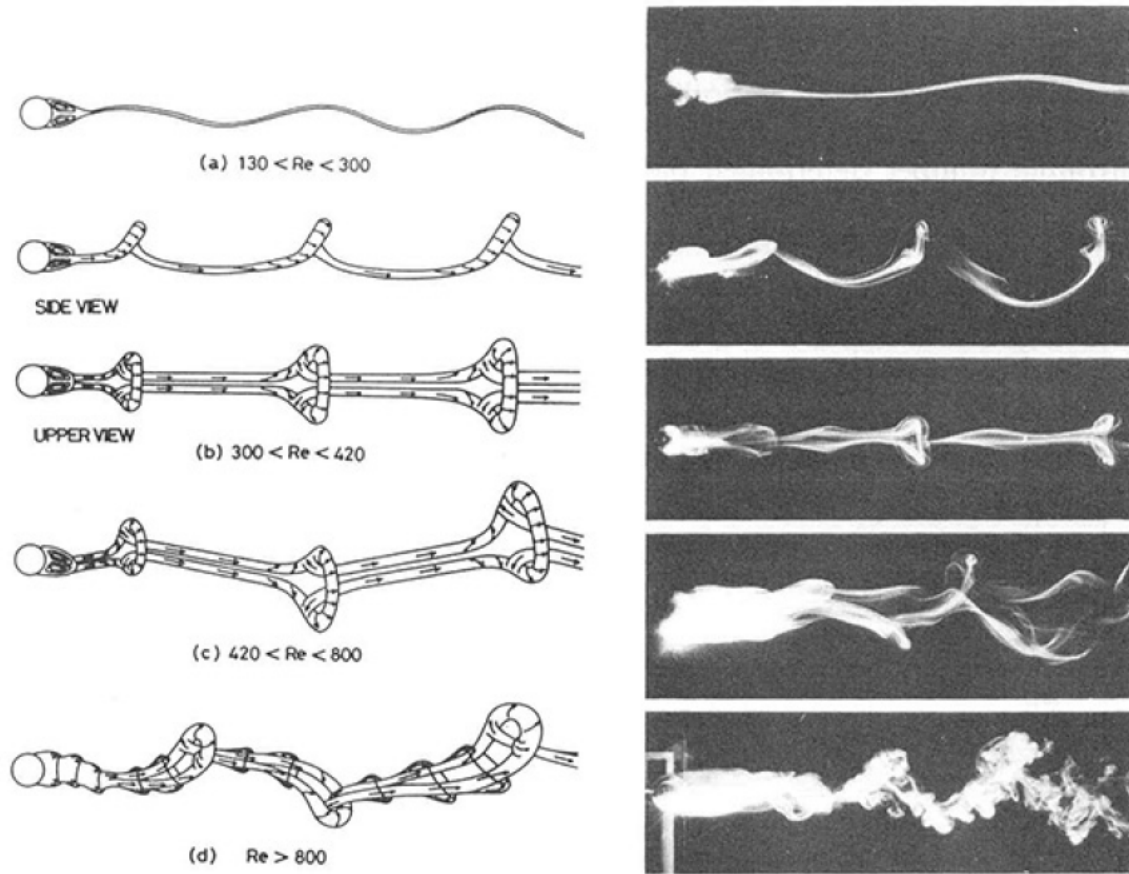


Figura 2.4: Patrones de flujo tridimensionales generados para rangos $Re > 100$

2.3.1. Efecto del tipo de fluido en los coeficientes de arrastre y sustentación

Considerando un modelo reológico tipo ley de potencia, existen expresiones que entregan información sobre el valor que adoptan los coeficientes de arrastre C_D , como la propuesta por Chhabra(2007), la cual se genera en base a un promedio de datos experimentales de 8 autores distintos. Esta agrupa datos de distintos índices de flujo n para $1000 > Re_M > 1$ y presenta una banda de un $\pm 30\%$ en la cual se ubican todos los datos considerados (Figura 2.5) . El coeficiente propuesto presenta un comportamiento análogo al caso Newtoniano, al ser decreciente en función de un aumento de la magnitud del número de Reynolds, pero la definición de este se complejiza al introducir dos variables reológicas al problema.

$$C_D = (2.25Re_M^{-0.31} + 0.36Re_M^{0.06})^{3.45} \quad (2.9)$$

$$Re_M = \frac{\rho u_c^{2-n} D^n}{m} \quad (2.10)$$

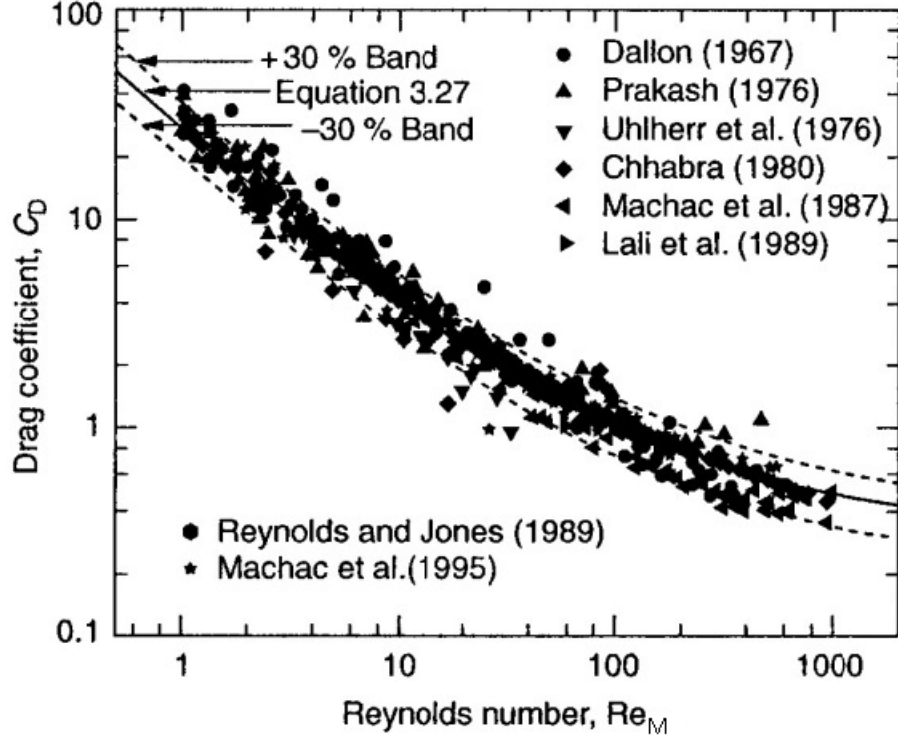


Figura 2.5: Coeficiente de arrastre fluidos no Newtonianos (Chhabra, 2007)

Cabe destacar que esta expresión no presenta una dependencia explícita de n , lo cual impide analizar la variación de los coeficientes de arrastre en función del índice de flujo. Una expresión que si considera explícitamente el efecto del índice de flujo sobre C_D es la planteada por Betancourt et al(2015), la cual continua los desarrollos analíticos planteados por Concha & Almendra (1979) para el caso Newtoniano y los extienden para el caso no Newtoniano tipo ley de potencia, para un $1000 > Re_M > 0$ y $0.5 < n < 1.0$.

$$C_D = C_0 \left(\tilde{Y}(n) + \frac{\delta_0 X(n)^{0.5}}{Re_M^{0.5}} \right) \quad (2.11)$$

$$\tilde{Y}(n) = 0.2058e^{1.5843n} \quad (2.12)$$

$$X(n) = -1.1492n^2 + 0.8743n + 1.2778 \quad (2.13)$$

$$C_0 = 0.284 \quad ; \quad \delta_0 = 9.06 \quad (2.14)$$

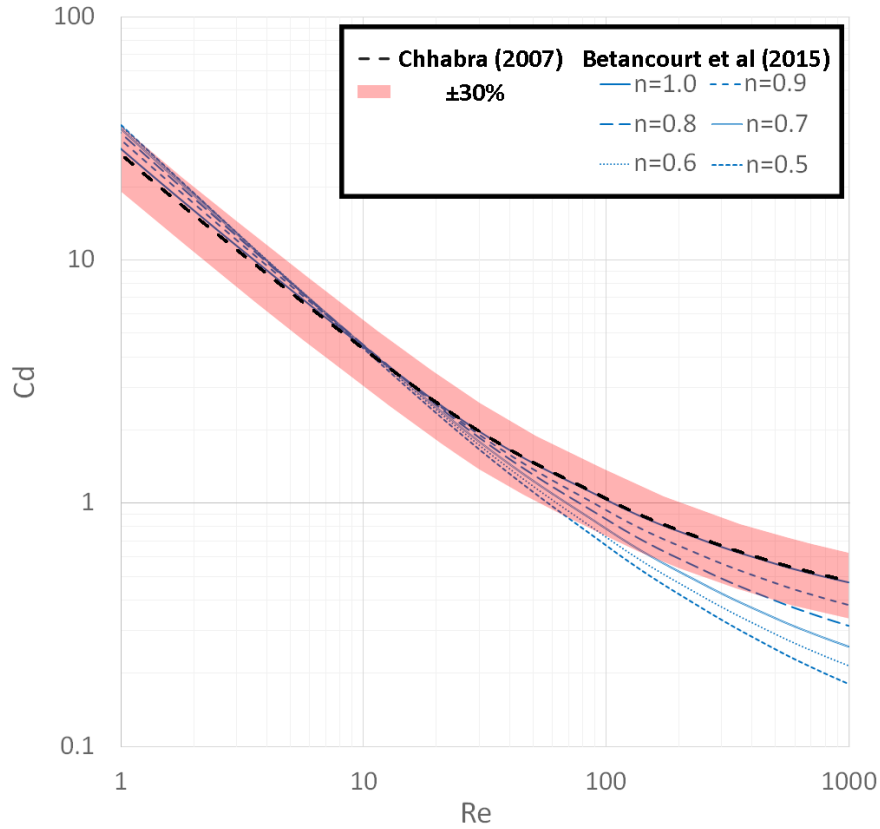


Figura 2.6: Comparación entre la expresión planteada por Betancourt et al (2015) a distintos índices de flujo y expresión planteada por Chhabra (2007), considerando el rango $\pm 30\%$

Esta expresión muestra una tendencia a disminuir los valores calculados de coeficiente arrastre ante menores n , para un mismo Re_M , lo cual muestra cual es el efecto sobre el arrastre de un modelo reológico tipo ley de potencia, distinto al Newtoniano. Realizando una comparación con respecto a lo planteado por Chhabra(2007), la ecuación (2.11) se ajusta de buena forma para $n = 1.0$, pero a menores índices de flujo, la curva propuesta por Betancourt et al (2015) comienza a descender, y para $Re_M > 100$ sobrepasa el rango de 30% propuesto por Chhabra donde se ubica la mayor parte de los datos experimentales considerados en su análisis.

2.3.2. Efecto de condiciones de borde en los coeficientes de arrastre y sustentación

Tal como la esfera, que actúa como un obstáculo que perturba el flujo incidente, pueden existir otras condiciones de borde que alteren la distribución del flujo uniforme, o que a su vez alteren la distribución de velocidades y el campo de presiones generado por la esfera enfrentada a un flujo incidente.

Una de las posibilidades, corresponde a la presencia de una condición de pared bajo la esfera, caso realista en la práctica, debido a la presencia de un lecho en cualquier flujo de

agua tales como ríos, quebradas, canales, o tuberías. Una de los hechos más importantes de este caso, radica en la eliminación de la simetría en dirección perpendicular al flujo, debido a la presencia de la pared, lo cual permite además de estudiar las fuerzas de arrastre, estudiar la fuerza de sustentación hidrodinámica a través del coeficiente de sustentación C_L .

Si bien los desarrollos de base analítica se vuelven complejos bajo la configuración propuesta, Leighton & Acrivos (1985) generan una expresión para la fuerza de sustentación F_L a través de un planteo semi-teórico acompañado de una evaluación numérica, para esferas pequeñas en contacto con un plano en presencia de un flujo asociado a bajos números de Reynolds.

$$F_L = 9.22(\dot{\gamma}\mu R^2) \frac{\dot{\gamma}R^2}{\nu} \quad (2.15)$$

donde $\dot{\gamma}$ corresponde a una tasa de deformación angular, ν y μ las viscosidades dinámicas y cinemáticas respectivamente y R el radio de la esfera.

Otro de los trabajos que aporta antecedentes al tema, es el realizado por Sweeney & Finlay (2007) a través de modelación numérica. Los autores plantean, para el caso Newtoniano, un dominio dentro del cual se ubica una esfera unida a una pared plana, colocando la esfera a una distancia suficiente del inicio de la pared para permitir el completo desarrollo de la capa límite laminar. Las expresiones logradas se plantean a través de una interpolación de los resultados de las simulaciones realizadas entre un rango Re desde 0.1 a 250 (Figura 2.7).

$$C_D = \frac{40.812}{Re} / \left[1 - \frac{0.2817}{Re^{0.0826}} (0.238Re) \right] \quad (2.16)$$

$$C_L = 5.811 - 4.339Re^{0.0429} \tanh(0.9395Re^{0.3531} - 0.2966) + 0.0589 \tanh(-0.1137Re + 2.5386) \quad (2.17)$$

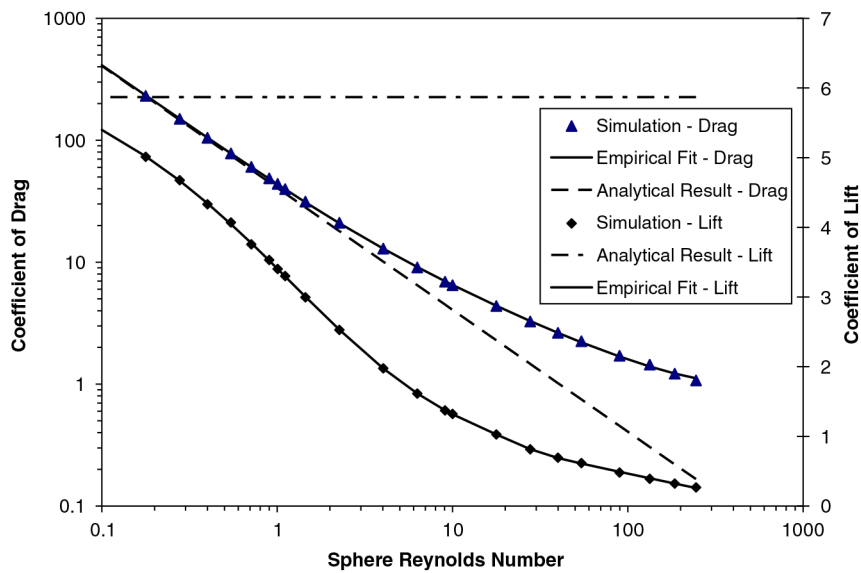


Figura 2.7: Re vs C_D , y Re vs C_L (Sweeney & Finlay , 2007)

No se encuentra literatura que aporte antecedentes con respecto a las fuerzas hidrodinámicas actuantes sobre una partícula inmersa en un fluido no Newtoniano bajo condición de pared.

2.4. Expresiones Analíticas

En esta sección, se plantean expresiones derivadas desde la teoría, que serán de utilidad para guiar la modelación. En etapas iniciales, será necesario hacer comprobaciones básicas, con modelos simples, para analizar el funcionamiento del software, para lo cual serán de utilidad perfiles de velocidad conocidos. Por otro lado, también ayudarán a una convergencia más rápida hacia los resultados esperados en los casos de mayor complejidad, disminuyendo los tiempos de cómputo al imponer condiciones iniciales adecuadas.

Flujo de Poiseuille

Un flujo entre placas paralelas infinitas, bajo condiciones de borde de no deslizamiento en $y = 0$ y en $y = H$ se puede describir a través de las siguientes expresiones (MIT,2008):

$$u(y) = \left(\frac{H^2}{2\mu}\right) \left(\frac{-dP}{dx}\right) \frac{y}{H} \left(1 - \frac{y}{H}\right) \quad (2.18)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{du(y)}{dy} = \left(\frac{H}{2\mu}\right) \left(\frac{-dP}{dx}\right) \frac{y}{H} \left(1 - \frac{2y}{H}\right) \quad (2.19)$$

$$U_{max} = -\frac{dP}{dx} \frac{H^2}{8\mu} \quad (2.20)$$

$$U_{avg} = \frac{2}{3}U_{max} \quad (2.21)$$

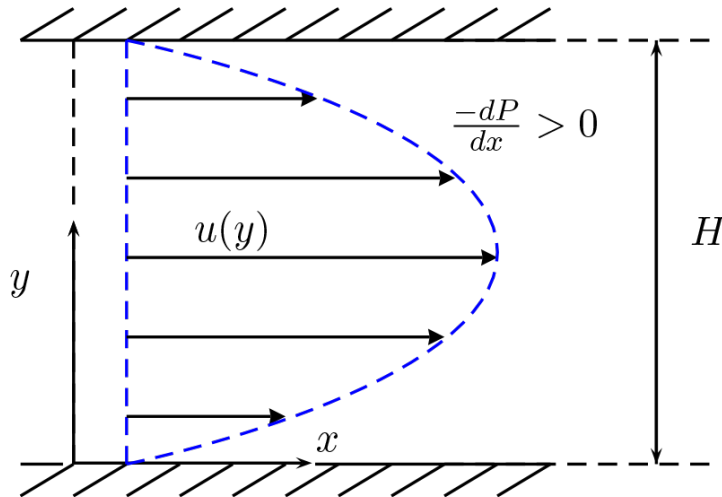


Figura 2.8: Perfil de velocidades entre placas paralelas solución caso 1-D Newtoniano

Flujo de Poiseuille No Newtoniano

Un flujo entre placas paralelas infinitas, bajo condiciones de borde de no deslizamiento en $y = 0$ y en $y = H$, considerando un modelo reológico de ley de potencia según ecuación 2.2, se puede describir a través de la siguiente expresión (Yin,2001):

$$u(y) = \frac{n}{n+1} \left(-\frac{dP}{dx} \frac{1}{m} \right)^{\frac{1}{n}} \left[\left(\frac{h}{2} \right)^{\frac{n+1}{n}} - y^{\frac{n+1}{n}} \right] \quad (2.22)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{du(y)}{dy} = - \left(-\frac{dP}{dx} \frac{1}{m} \right)^{\frac{1}{n}} y^{\frac{1}{n}} \quad (2.23)$$

2.5. Conceptos y Definiciones

En esta sección, se plantean breves definiciones o la información necesaria acerca de algunos conceptos influyentes en la modelación numérica a realizar.

2.5.1. Condición de Courant-Friedrichs-Lewy

La condición de Courant-Friedrichs-Lewy (o CFL) expresa que la distancia que viaja cualquier información durante la duración del paso de tiempo Δt dentro de la malla debe ser menor que la distancia entre los elementos de la malla. En otras palabras, la información de una celda o elemento de la falla dado debe propagarse solo a sus vecinos inmediatos. Para el caso unidimensional, puede plantearse a través de la siguiente expresión:

$$C = u \frac{\Delta t}{\Delta x} < 1 \quad (2.24)$$

donde C corresponde al número de Courant (o Courant-Friedrichs-Lewy), u es la magnitud de la velocidad, Δt corresponde al paso de tiempo y Δx corresponde a la longitud entre los elementos de la malla. En términos concretos, el número de Courant representa el tiempo que la información permanece en una celda. Si $C > 1$, el paso de tiempo Δt es muy largo para ver la propagación de la información de una celda a su vecina inmediata, por lo cual esta se salta la celda.

La importancia de esta condición, radica en que al cumplirse, se asegura la estabilidad del modelo. Cuando $C > 1$, las inestabilidades son amplificadas a lo largo del dominio y puede causar la divergencia de la simulación.

Capítulo 3

Metodología

El objetivo de este capítulo, es entregar la información necesaria para caracterizar de forma adecuada, la justificación de los casos de estudio, la construcción de los casos de estudios y las simulaciones realizadas. Para ello, se describirá la metodología general de trabajo en modelación numérica, para luego describir los casos de estudio, tanto la geometría construida, como el mallado realizado a esta, las condiciones de borde aplicadas, las condiciones iniciales impuestas, los esquemas numéricos empleados y los criterios para determinar la convergencia de los casos.

3.1. Elección casos de estudio

El problema de estudio, está principalmente determinado por 4 variables que condicionan las fuerzas hidrodinámicas presentes en la partícula.

1. Forma de la partícula, en este caso esférica, la cual queda determinada por el diámetro.
2. Reología del fluido, que en este caso corresponde a un fluido Ostwald-de Waele, y queda definido por el coeficiente de consistencia y el índice de flujo.
3. Régimen de flujo, que en este caso corresponde a un flujo uniforme, permanente y laminar.
4. Efectos de borde, que en este caso corresponde a efecto de pared.

En función de estas variables identificadas, se busca construir casos de estudio que aseguren el correcto funcionamiento de la herramienta numérica, contrastando en función de la bibliografía disponible y validando, ya sea a través de una coincidencia aceptable de los resultados, o de un entendimiento de las diferencias obtenidas. Para ello, se proponen construir distintos casos de estudio, que vayan incorporando en forma progresiva las variables identificadas:

- a) Flujo enfrentado a una esfera en medio infinito, reología Newtoniana, régimen laminar: Existe amplia cantidad de expresiones y valores experimentales que dan cuenta del comportamiento de C_D , por lo cual, este caso es de utilidad para validar que la herramienta estima de forma adecuada las fuerza de arrastre.
- b) Flujo enfrentado a una esfera, en medio infinito, reología modelo Ostwald-de Waele, régimen laminar: Existe bibliografía que da cuenta del efecto de la reología sobre los coeficientes de arrastre, por lo cual, este caso es de utilidad para validar que la herramienta logra captar el efecto de la reología no Newtoniana sobre la fuerza de arrastre.
- c) Flujo enfrentado a una esfera bajo condición de pared, reología Newtoniana, régimen laminar: Existe bibliografía que da cuenta del efecto de la condición de pared sobre los coeficientes de arrastre, por lo cual, este caso es de utilidad para validar que la herramienta logra captar el efecto de la condición de pared sobre la fuerza de arrastre y sustentación.
- d) Flujo enfrentado a una esfera bajo condición de pared, reología modelo Ostwald-de Waele, régimen laminar: Corresponde al caso objetivo de esta memoria, el cual incorpora los fenómenos a validar de los casos anteriores.

La validación de los casos de estudio, permite, por separado, asegurar que se puede realizar una correcta modelación de cada una de los fenómenos que influyen sobre las fuerzas hidrodinámicas actuantes sobre la esfera. Esto permite una adecuada modelación de todos los efectos que determinarán los coeficientes de arrastre y sustentación en el caso objetivo.

3.2. Ecuaciones Gobernantes

El estudio del problema se hará a través de la resolución de la dinámica involucrada en el problema planteado, es decir, a través de la determinación de los campos de velocidades y presiones alrededor de la esfera enfrentada al flujo resolviendo las ecuaciones generalizadas de Navier-Stokes. La caracterización del flujo alrededor de la esfera, permitirá luego determinar las fuerzas hidrodinámicas actuando sobre ella.

Para el planteamiento del problema, se considera un fluido incompresible, en un régimen laminar, lo que elimina la necesidad de acoplar un modelo que resuelva la turbulencia .

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) - \operatorname{div} \sigma(u, P) = 0 \quad (3.1)$$

$$\operatorname{div} u = 0 \quad (3.2)$$

donde $\sigma(u, P)$ corresponde al tensor de esfuerzos de Cauchy, descrito a través de una relación constitutiva que caracteriza la reología del fluido. El tensor puede describirse de manera general como

$$\sigma(u, P) = -PI + 2\mu(\dot{\gamma})D(u) \quad (3.3)$$

donde $\dot{\gamma}$ representa la viscosidad dinámica según el modelo reológico a aplicar, I es la matriz identidad y $D(u)$ es el tensor de deformaciones angulares.

$$D(u) = \frac{1}{2} (\nabla u + \nabla u^T) \quad (3.4)$$

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2} D(u) : D(u)} \quad (3.5)$$

Para el caso newtoniano, simplemente $\mu(\dot{\gamma}) = \mu$ constante, mientras que para el caso no newtoniano se tomara un modelo de ley de potencia, descrito por $\mu(\dot{\gamma}) = m\dot{\gamma}^{n-1}$.

3.3. Modelación numérica CFD

CFD(Computational Fluid Dynamics) hace referencia al proceso de modelamiento matemático de fenómenos físicos que involucran el flujo de fluidos, el cual se resuelve a través de recursos computacionales.

La modelación numérica CFD amplía las posibilidades existentes hasta la fecha gracias a los desarrollos teóricos y experimentales. Lograr configuraciones complejas de obtener experimentalmente, resolver ecuaciones que no tienen una solución analítica. Todo esto es factible, siempre que se logre una adecuada representación de los fenómenos físicos actuando en el caso de estudio, para lo cual es necesaria la validación del modelo matemático.

En general, todo modelo numérico de este tipo requiere de 3 fases de relevancia: el preproceso, en el cual se define la geometría, el mallado, las condiciones de borde y las propiedades del fluido a simular; la resolución numérica, en la cual se escogen las ecuaciones y los esquemas numéricos a emplear; y el post-proceso, donde se visualizan los resultados obtenidos. Cada una de las etapas son fundamentales para lograr con éxito la representación de los fenómenos físicos, desde la generación de una geometría de una escala adecuada, un mallado que logre captar el fenómeno físico a simular, escoger las ecuaciones adecuadas, hasta el contraste de resultados con una fuente confiable para validar el funcionamiento de la modelación.

3.3.1. OpenFOAM

Open Field Operation and Manipulation(OpenFOAM) corresponde a un software libre, de código abierto, que está enfocado en la dinámica de fluidos computacional (CFD). Cuenta con una amplia base de usuarios en la mayoría de las áreas de ingeniería y ciencias, tanto de organizaciones comerciales como académicas, y es probado de forma independiente por especialistas en aplicaciones del tipo OpenCFD del Grupo ESI (Engineering System International).

OpenFoam está organizado en un conjunto de módulos C++ que posibilitan la resolución de

problemas, desde complejos flujos de fluidos que involucran reacciones químicas, turbulencia y transferencia de calor, hasta acústica, mecánica sólida y electromagnética. Para esto cuenta con una extensa librería, con más de 80 solvers y 170 tutoriales, con los que se puede resolver prácticamente cualquier problema, y el hecho que trabaje como código abierto también permite una amplia posibilidad para editar, personalizar y ampliar la biblioteca C++ que forman los distintos solvers.

Una de las grandes ventajas de este software, se debe a que incluye herramientas para el pre-procesamiento, como herramientas de mallado, para la simulación, como los distintos solvers y para el postprocesamiento, como herramientas para la visualización de resultados con un entorno fácil de utilizar. Otras ventajas que se pueden mencionar, aparte de la licencia libre y la amplia gama de aplicaciones y modelos listos para usar, son la sintaxis amistosa para ecuaciones diferenciales a derivadas parciales, el código fuente completamente documentado, la posibilidad para ser ejecutado en paralelo y la posibilidad de analizar sistemas y condiciones muy difíciles de simular experimentalmente. Por otro lado, las principales desventajas se deben producto de la ausencia de una interfaz gráfica de usuario integrada o la ausencia de una guía oficial del programador que proporcione suficientes detalles, lo que hace que la curva de aprendizaje sea muy larga en general.

Considerando que el problema a abordar corresponde a uno factible de resolver a través de solvers ya implementados, documentados y ampliamente utilizados, se considera OpenFOAM como una herramienta válida para el trabajo propuesto en esta memoria.

3.3.2. Solvers

A continuación, se presentan los solvers a utilizar en función de las ecuaciones gobernantes planteadas para el problema.

IcoFoam

Este solver resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes acopladas a la ecuación de continuidad, considerando un fluido incompresible, newtoniano, en régimen laminar, usando el algoritmo PISO(Pressure Implicit with Split Operator). El solver permite la resolución transiente de las ecuaciones planteadas .

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot (u \otimes u) - \nabla \cdot (\nu \nabla u) = - \nabla p \quad (3.6)$$

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (3.7)$$

donde u corresponde al vector de velocidades en direcciones cartesianas, p es a la presión cinemática, la cual se plantea como la presión termodinámica dividida por la densidad del fluido ρ y ν es la viscosidad cinemática. Para resolver el sistema de ecuaciones, necesitará de condiciones de borde en cada una de las superficies definidas, propiedades para el fluido (ν en este caso) y condiciones iniciales en el dominio. El resultado del sistema de ecuaciones sera el vector de velocidades en el espacio y el campo de presiones.

nonNewtonianIcoFoam

Este solver resuelve el mismo sistema de ecuaciones que IcoFoam, bajo las mismas consideraciones, pero adicionalmente considera la opción de acoplar a las ecuaciones de Navier-Stokes un modelo reológico distinto al newtoniano.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot (u \otimes u) - \nabla \cdot (\nu \nabla u) = - \nabla p \quad (3.8)$$

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (3.9)$$

Tabla 3.1: Modelos No Newtonianos definidos en función de la viscosidad cinemática disponibles en OpenFOAM en el solver mencionado para acoplar a la resolución del sistema de ecuaciones.

| Modelo No newtoniano | Formulación matemática | Coefficientes |
|-------------------------|--|--|
| powerLaw | $\nu = K \dot{\gamma}^{n-1}$ | K: Índice de consistencia |
| | | $\dot{\gamma}$: Tasa de deformación Angular |
| | | n: índice de ley de potencia |
| CrossPowerLaw | $\nu = \frac{\nu_0 - \nu_{inf}}{1 + (m \dot{\gamma}^n)} + \nu_{inf}$ | m: Constante de tiempo |
| | | ν_0 : Limite inferior viscosidad |
| | | ν_{inf} : Limite Superior viscosidad |
| | | $\dot{\gamma}$: Tasa de deformación Angular |
| HerschelBulkley | $\nu = \tau_y + k \dot{\gamma}^{n-1}$ | τ_y : Esfuerzo de fluencia |
| | | k: Constante de tiempo |
| | | $\dot{\gamma}$: Tasa de deformación Angular |
| BirdCarreau | $\nu = n \nu_{inf} + (\nu_o - \nu_{inf}) \cdot (1 + k \dot{\gamma}^{n-1})$ | k: Constante de tiempo |
| | | ν_0 : Limite inferior viscosidad |
| | | ν_{inf} : Limite Superior viscosidad |
| | | $\dot{\gamma}$: Tasa de deformación Angular |

Para resolver el sistema de ecuaciones, necesitará de condiciones de borde en cada una de las superficies definidas, propiedades del fluido (dependientes del modelo reológico a escoger) y condiciones iniciales en el dominio . El resultado del sistema de ecuaciones será el vector de velocidades en el espacio, el campo de presiones y las viscosidades en el dominio.

En esta ocasión, se empleará el modelo reológico *powerLaw* ya que representa un modelo de ley de potencia. Este requerirá de valores para K (índice de consistencia para definición de viscosidad cinemática, tiene unidades de $\frac{L^2}{T}$ en su uso en el solver, en términos de unidades fundamentales) y n , además de valores para ν_{max} y ν_{min} , limitadores de viscosidad cinemática para evitar que ante gradientes muy pequeños o muy altos, existan problemas de convergencia en la resolución.

Procesamiento de resultados

La resolución del sistema de ecuaciones, no entrega directamente las fuerzas o los coeficientes buscados. Para ello, es necesario recurrir al postprocesamiento de los resultados, los

cuales se basan en la realización de cálculos en torno a los campos de presiones y velocidades obtenidos.

OpenFOAM posee códigos que permiten la estimación de las fuerzas actuantes sobre una superficie, la esfera en este caso, dividiendo en sus componentes de presión (F_{pi}) y viscosidad (F_{vi}) para estimar la fuerza total en la dirección i (F_i) a través de las siguientes expresiones :

$$F_{pi} = \sum_i \rho s_{f,i} (p - p_{ref}) \quad (3.10)$$

$$F_{vi} = \sum_i s_{f,i} (\mu R_{dev}) \quad (3.11)$$

$$F_i = F_{pi} + F_{pvi} \quad (3.12)$$

donde ρ corresponde a la densidad del fluido, $s_{f,i}$ es el vector asociado al área de la superficie en la dirección i , p la presión, p_{ref} es la presión de referencia, μ la viscosidad dinámica, R_{dev} el tensor de tasas de deformación angular e i la dirección de referencia..

Debido al caso de estudio, de una esfera sólida estática enfrentada a un flujo unidireccional, las fuerzas actuantes en las direcciones cartesianas x e y corresponderán a las fuerzas de arrastre (F_x) y sustentación (F_y) respectivamente. Finalmente, para la obtención de los coeficientes C_D y C_L , se utilizan las siguientes expresiones :

$$C_D = \frac{2F_x}{\rho A u_c^2} \quad (3.13)$$

$$C_L = \frac{2F_y}{\rho A u_c^2} \quad (3.14)$$

donde A representa el área proyectada de la esfera y u_c representa la velocidad del flujo no perturbado, extrapolado al centro de la esfera.

3.4. Construcción casos de estudio

3.4.1. Geometría

La construcción de los casos de estudio inicia con un esquema de la geometría que se aplicará para generar los modelos numéricos. La geometría en todos los casos de estudio, se compondrá básicamente de un dominio, equivalente a un prisma rectangular, dentro del cual se ubicara una esfera, representante de la partícula que se vera enfrentada al flujo . Las consideraciones de importancia al momento de plantear la geometría, deben enfocarse en no generar resultados dependientes de esta, por lo cual debe tener una adecuada extensión en todas las direcciones en las cuales se obtendrán resultados a analizar.

Flujo enfrentado a una esfera en un medio infinito

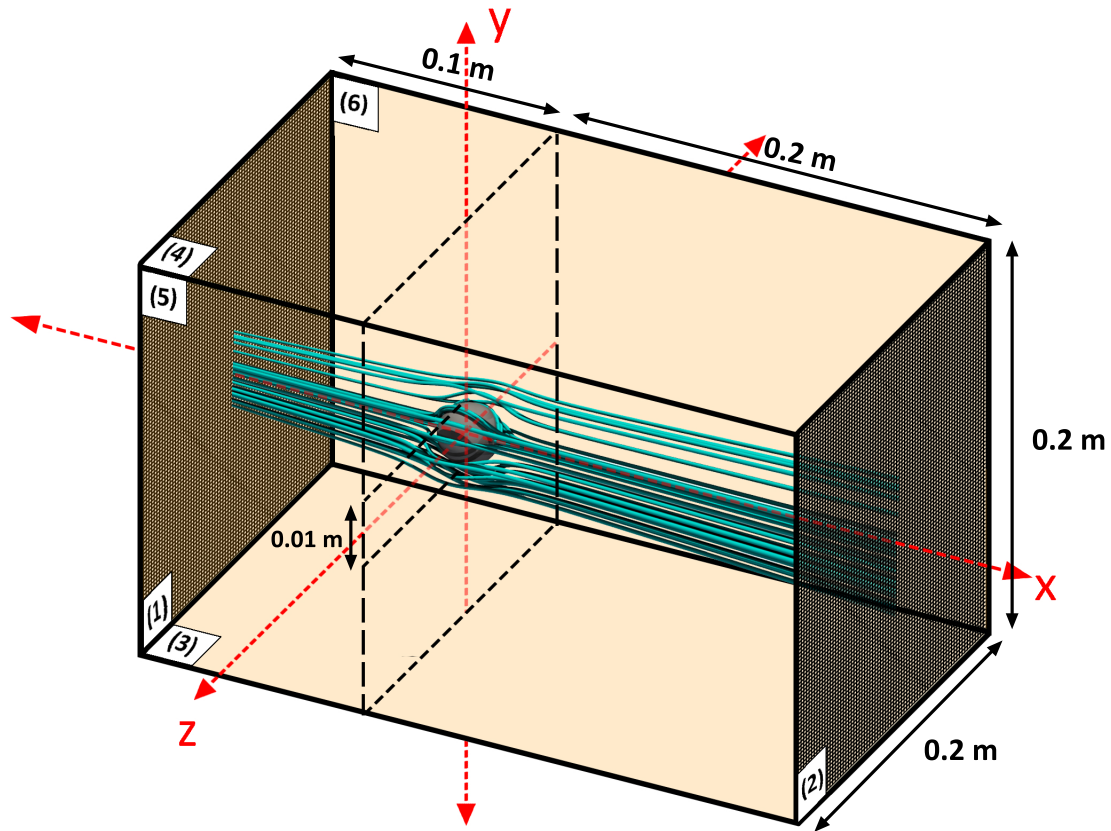


Figura 3.1: Esquema de la geometría del caso de validación flujo enfrentado a una esfera sobre un medio infinito

La geometría propuesta corresponde a un resultado obtenido de pruebas de dominio, en las cuales se determinaban distintos dominios, observando la variabilidad de los resultados en función de la extensión dada. Estas pruebas se realizaron variando la extensión de una dirección a la vez, para llegar a una configuración óptima en todas las direcciones. El dominio definitivo se define al observar una no dependencia de los resultados, del dominio considerado.

En este caso, la geometría construida se compone de un prisma de 0.3 metros de largo, 0.2 metros de alto y 0.2 metros de ancho, coincidiendo con las direcciones cartesianas x, y, z respectivamente. Este prisma se ubica desplazado en 0.05 metros en la dirección x con respecto al origen del sistema.

La esfera tiene un diámetro D de 0.01 metros, y se ubicará en el origen del sistema, dividiendo así el prisma dos secciones, una de longitud de 0.2 metros aguas abajo la esfera, y de 0.1 metros aguas arriba de esta, buscando una mayor longitud para el desarrollo de los fenómenos que ocurrirán aguas abajo de esta. En las restantes direcciones, la esfera se ubica de manera de plantear una división simétrica del espacio.

Tabla 3.2: Proporción longitud dirección prisma comparado al diámetro de la esfera

| Dirección | L(m) | L/D (-) |
|-----------|------|---------|
| X | 0.3 | 30 |
| Y | 0.2 | 20 |
| Z | 0.2 | 20 |

Debido a la construcción geométrica realizada, se identifica un total de 7 superficies distintas, de las cuales 6 corresponden a las caras del dominio prismático, y la restante corresponde a la esfera. Estas se identifican y distinguen, debido que a cada una de ellas se le aplicara una condición de borde en las subsiguientes etapas.

Flujo enfrentado a una esfera bajo una condición de pared

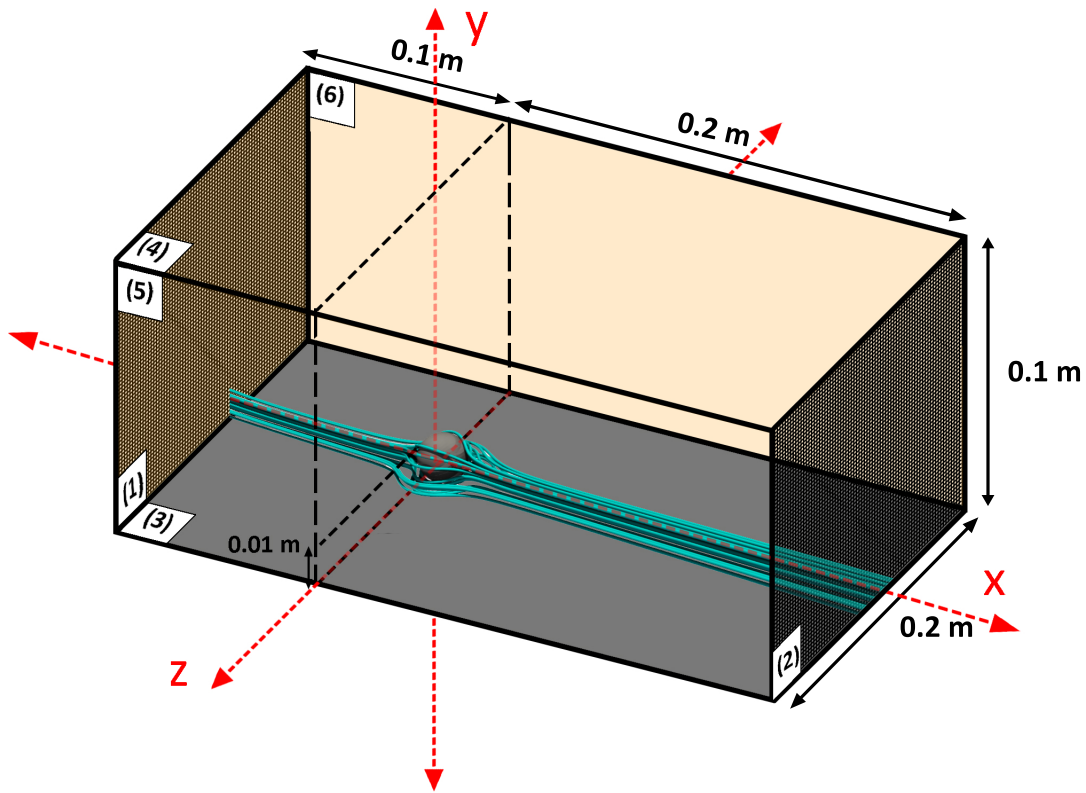


Figura 3.2: Esquema de la geometría caso de validación/estudio flujo enfrentado a una esfera bajo una condición de pared

La geometría propuesta corresponde a un resultado obtenida desde pruebas de dominio, en las cuales se determinaban distintos dominios, observando la variabilidad de los resultados en función de la extensión dada. Estas pruebas se realizan variando la extensión de una dirección a la vez, para llegar a una configuración óptima en todas las direcciones. El dominio definitivo se define al observar una no dependencia de los resultados, del dominio considerado.

En este caso, la geometría se compone de un prisma de 0.3 metros de largo, 0.1 metros de alto y 0.2 metros de ancho, coincidiendo con las direcciones cartesianas x , y , z respectivamente. Este prisma se ubica desplazado en 0.05 metros en la dirección x con respecto al origen del sistema.

La esfera tiene un tamaño de 0.01 metros, y se ubicara en el origen del sistema, dividiendo así el prisma dos secciones en dirección del flujo, una de longitud de 0.2 metros aguas abajo la esfera, y de 0.1 metros aguas arriba, buscando una mayor longitud para el desarrollo de los fenómenos que ocurrirán aguas abajo de esta. En dirección vertical y , la esfera se encuentra en contacto en su punto más bajo con la superficie inferior del prisma. En la restante dirección, la esfera se ubica de manera de plantear una división simétrica del espacio.

Tabla 3.3: Proporción longitud dirección prisma comparado al diámetro de la esfera

| Dirección | L(m) | L/D (-) |
|-----------|------|---------|
| X | 0.3 | 30 |
| Y | 0.2 | 10 |
| Z | 0.2 | 20 |

Debido a la construcción geométrica realizada, se identifica un total de 7 superficies distintas, de las cuales 6 corresponden a las caras del dominio prismático, y la restante corresponde a la esfera. Estas se identifican y distinguen, debido que a cada una de ellas se le aplicara una condición de borde en las subsiguientes etapas.

3.4.2. Condiciones de borde

En función de la geometría planteada, es necesario imponer condiciones de borde en cada una de las superficies definidas en el dominio, para todas las variables a resolver (p, \vec{u}) , permitiendo así cerrar el sistema de ecuaciones para su resolución. Estas se plantean buscando generar la representación numérica del caso de estudio. A continuación, se presentan los tipos de condiciones de borde implementadas en modelo, su significado tanto numérico como físico y a que superficie de la geometría se aplico cada una de ellas.

Definiciones previas

En primer lugar, se presentan los tipos de condición de borde empleadas en la delación, y que significado tienen:

- *fixedValue*: Esta condición impone un valor conocido y uniforme, en la superficie a la cual se le aplica. Aplicable a todo tipo de variables.
- *zeroGradient*: Esta condición extrapola hacia la superficie el valor calculado desde la celda más cercana, lo cual implica que el gradiente en la dirección perpendicular a la superficie, para esa variable, es cero. Aplicable a todo tipo de variables.

- *noSlip*: Esta condición impone una velocidad $\vec{u} = (0, 0, 0)$ en la superficie a la cual se le aplica.
- *codedFixedValue*: Esta condición permite imponer valores dentro de la superficie en torno a una expresión matemática. Aplicable a todo tipo de variables.

Flujo enfrentado a una esfera en un medio infinito

Para dar a conocer las condiciones de borde impuestas en este caso, se utilizará como referencia la nomenclatura empleada en la Figura 3.1 para describir cada una de las superficies. Cabe destacar, que las condiciones de borde a describir, son las mismas independiente del modelo reológico aplicado a este caso

1. **Inlet**: Corresponde a la superficie del dominio en la cual se impondrá el flujo de entrada, por lo cual se encuentra aguas arriba de la esfera. Para inducir este flujo, se impone la condición *fixedValue* con una velocidad unidireccional conocida $\vec{u} = (u_x, 0, 0)$. Con respecto a la presión, se impone la condición *zerogradient*.
2. **Outlet**: Corresponde a la superficie del dominio aguas abajo de la esfera, por la cual saldrá el flujo. Se modela como una superficie lo suficientemente lejana a las perturbaciones inducidas por la esfera, por lo cual se impone una presión relativa nula $p = 0$. Con respecto a la velocidad, se impone una condición de *fixedValue*.
3. **Bottom**: Corresponde a la superficie del dominio bajo la esfera. Ya que se simulará como un medio infinito en un dominio finito, se impone una condición que no altere el campo de velocidades y presiones inducido por la perturbación de la esfera. Se impone condición *zerogradient* tanto para la presión como para la velocidad.
4. **Top**: Corresponde a la superficie del dominio sobre la esfera. Ya que se simulará como un medio infinito en un dominio finito, se impone una condición que no altere el campo de velocidades y presiones inducido por la perturbación de la esfera. Se impone condición *zerogradient* tanto para la presión como para la velocidad.
5. **Front**: Corresponde a la superficie del dominio delante de la esfera. Ya que se simulará como un medio infinito en un dominio finito, se impone una condición que no altere el campo de velocidades y presiones inducido por la perturbación de la esfera. Se impone condición *zerogradient* tanto para la presión como para la velocidad.
6. **Back**: Corresponde a la superficie del dominio atrás de la esfera. Ya que se simulará como un medio infinito en un dominio finito, se impone una condición que no altere el campo de velocidades y presiones inducido por la perturbación de la esfera. Se impone condición *zerogradient* tanto para la presión como para la velocidad.
7. **Esfera**: Corresponde a la superficie que perturbará el flujo incidente. Se define como una partícula estática, por lo cual se impone una condición de *noSlip*. Con respecto a las presiones, se impone una condición de *zeroGradient*.

Flujo enfrentado a una esfera bajo una condición de pared

Para dar a conocer las condiciones de borde impuestas en este caso, se utilizara como referencia la nomenclatura empleada en la Figura 3.2 para describir cada una de las superficies.

1. **Inlet:** Corresponde a la superficie del dominio en la cual se impondrá el flujo de entrada, por lo cual se encuentra aguas arriba de la esfera. Para inducir este flujo, se impondrá un perfil de velocidades unidireccional $\vec{u} = (u_x(y), 0, 0)$ conocido en función del modelo reológico a implementar, a través de la condición *codedFixedValue* .
 - Caso Newtoniano: Se impone un perfil semi-parabólico de entrada, según la solución analítica para el caso 2-D detallado en la ecuación (2.18), para lograr una convergencia numérica más rápida al imponer el perfil que se formará en el dominio debido a las condiciones de borde impuestas.
 - Caso No Newtoniano: Se impone un perfil semi-parabólico de entrada, según la solución analítica para el caso 2-D fluido tipo ley de potencia detallado en la ecuación (2.22), para lograr una convergencia numérica más rápida al imponer el perfil que se formará en el dominio debido a las condiciones de borde impuestas.

Con respecto a la presión, se impone la condición *zeroGradient*

2. **Outlet:** Corresponde a la superficie del dominio aguas abajo de la esfera, por la cual saldrá el flujo inducido. Se modela como una superficie lo suficientemente lejana a las perturbaciones inducidas por la esfera, por lo cual se impone una presión relativa nula $p = 0$. Con respecto a las velocidad, se impone una condición de *fixedValue*.
3. **Bottom:** Corresponde a la superficie del dominio bajo la esfera. Se busca que esta superficie actúe como un efecto de borde para el flujo y la esfera, modificando así el campo de velocidades y presiones obtenido para el caso en medio infinito. Se simula como una pared bajo una condición de *noSlip*. Para el caso de las presiones, se impone una condición *zeroGradient* .
4. **Top:** Corresponde a la superficie del dominio sobre la esfera. Ya que el dominio se simulará como un medio seminfinito, en el tramo superior se impone una condición que no altere el campo de velocidades y presiones inducido por el resto de las condiciones de borde. Se usa la condición *zeroGradient* tanto para la presión como para la velocidad.
5. **Front:** Corresponde a la superficie del dominio delante de la esfera. Ya que el dominio se simulará como un medio seminfinito, en esta superficie se impone una condición que no altere el campo de velocidades y presiones inducido por el resto de las condiciones de borde. Se usa la condición *zeroGradient* tanto para la presión como para la velocidad.
6. **Back:** Corresponde a la superficie del dominio atrás de la esfera. Ya que el dominio se simulará como un medio seminfinito, en esta superficie se impone una condición que no altere el campo de velocidades y presiones inducido por el resto de las condiciones de borde. Se usa la condición *zeroGradient* tanto para la presión como para la velocidad.
7. **Esfera:** Corresponde a una de las superficie que perturbará el flujo incidente. Se define como una partícula estática, por lo cual se impone una condición de *noSlip*. Con respecto a las presiones, se impone una condición de *zeroGradient*.

3.4.3. Condiciones iniciales

Las condiciones iniciales, plantean una situación base desde la cual se pueden iniciar las iteraciones en función del sistema de ecuaciones planteado. Una adecuada elección de esta condición, puede favorecer una convergencia más rápida hacia las condiciones finales del caso objetivo. Esto se hace de especial interés en casos donde existen limitaciones debido a los recursos computacionales.

Flujo enfrentado a una esfera en un medio infinito

Se plantea como condición inicial un campo de velocidades nulo $\vec{u}(x, y, z) = (0, 0, 0)$ y un campo de presiones nulo $p(x, y, z) = 0$, ya que se cuenta con los recursos computacionales para realizar las simulaciones sin caer en tiempos excesivos de cómputo.

Flujo enfrentado a una esfera bajo una condición de pared

Se plantea como condición inicial un campo de velocidades nulo $\vec{u}(x, y, z) = (0, 0, 0)$ y un campo de presiones nulo $p(x, y, z) = 0$, ya que se cuenta con los recursos computacionales para realizar las simulaciones sin caer en tiempos excesivos de cómputo.

3.4.4. Mallado

Al realizar el mallado, se debe pensar cuales serán los sectores que deben ser mejor representados en función de los resultados a obtener. En estas simulaciones, se busca estimar las fuerzas hidrodinámicas, poniendo así el principal foco sobre la esfera y un adecuado mallado tanto en su superficie como en sus alrededores. Por otro lado, también es de interés observar los fenómenos aguas abajo de la esfera a distintos Re , por lo cual también será importante un mallado adecuado en la dirección del flujo.

Para buscar un refinamiento óptimo según lo antes expuesto, se realizan pruebas de mallado. Se generan casos base, en los cuales a condiciones de flujo fijas, se aumenta el nivel de refinamiento en los sectores de interés, estimando las fuerzas hidrodinámicas. Se determina que el mallado es adecuado, cuando aún aumentando el nivel de refinamiento, no se obtiene un cambio destacable de los resultados.

La importancia de generar un nivel adecuado de refinamiento, radica en generar un equilibrio entre los recursos computacionales disponibles y un nivel de precisión al integrar las ecuaciones planteadas a resolver. Esto permitirá generar tiempos de simulación razonables, a la vez que los resultados obtenidos no dependen de la malla generada. A continuación se procede a detallar los criterios empleados en el mallado del dominio del modelo numérico

Flujo enfrentado a una esfera en un medio infinito

El proceso de mallado, tendrá dos fases secuenciales, comenzando con la generación de una malla base, para luego generar un refinamiento en torno a la superficie de interés, en este caso, la superficie de la esfera.

Para la generación de la malla base, se definen distintas zonas en el dominio, con el objetivo de definir distintos números de celdas en cada uno de estos sectores, y con ello crear una malla base diferenciada. Se privilegia crear celdas con un tamaño menor en las zonas donde se verá perturbado el flujo producto de su enfrenamiento a la esfera, planteando así bandas centrales, que contendrán a la zona donde se ubica la esfera, que llevarán un mayor número de celdas y así un refinamiento mayor.

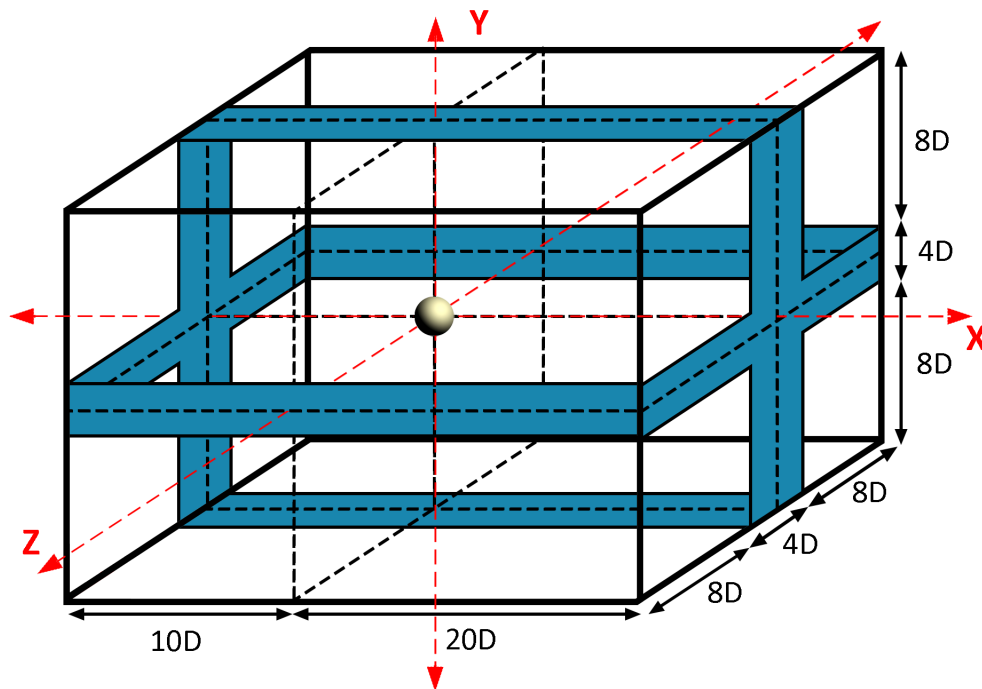


Figura 3.3: Esquema malla base caso flujo enfrentado a una esfera en un medio infinito. Las bandas azules representan los sectores en los cuales se genera una mayor cantidad de celdas para una mejor representación del sector que contiene a la esfera.

Con respecto al refinamiento vertical, se plantea una banda en dirección X y en dirección Z (Figura 3.3), con una altura de 4 veces el diámetro de la esfera y longitud equivalente al dominio en las direcciones respectivas. Las zonas restantes se plantean como una zona de transición hacia los bordes, por lo cual se plantea un refinamiento progresivo, comenzando con un tamaño de celda que se acople al refinamiento central, transicionando hacia celdas que aumentan de tamaño hacia los límites del dominio.

Tabla 3.4: Refinamiento en dirección Y

| Dirección | Sector | Refinamiento | N° de Celdas | Longitud (m) | Tamaño Mínimo (mm) | Tamaño Máximo (mm) |
|-----------|----------|--------------|--------------|--------------|--------------------|--------------------|
| Y | Superior | Progresivo | 9 | 0.08 | 2.2 | 22 |
| | Central | Uniforme | 40 | 0.04 | 1.0 | 1.0 |
| | Inferior | Progresivo | 9 | 0.08 | 2.2 | 22 |

Con respecto a la dirección X, se plantean refinamientos progresivos desde la esfera hacia aguas abajo y aguas arriba de la esfera, con el fin de generar celdas más finas en los alrededores de la esfera y más grandes hacia los bordes.

Tabla 3.5: Refinamiento en dirección X.

| Dirección | Sector | Refinamiento | N° de Celdas | Longitud (m) | Tamaño Mínimo (m) | Tamaño Máximo (mm) |
|-----------|--------------|--------------|--------------|--------------|-------------------|--------------------|
| X | Aguas Arriba | Progresivo | 50 | 0.10 | 0.92 | 3.69 |
| | Aguas Abajo | Progresivo | 100 | 0.20 | 0.92 | 3.69 |

Finalmente, en la dirección Z se plantea un refinamiento análogo al generado en la dirección Y. Así, la malla base se compone de un total de 504600 celdas en el dominio .

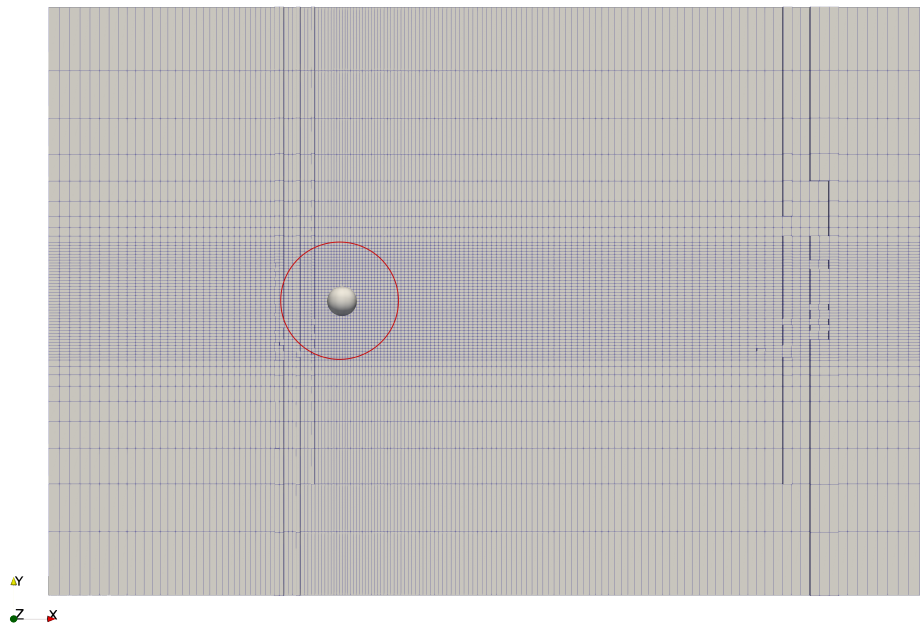


Figura 3.4: Malla base caso flujo enfrentado a una esfera en un medio infinito, plano XY. Se muestra en rojo la zona objetivo de refinamiento adicional en torno a la esfera.

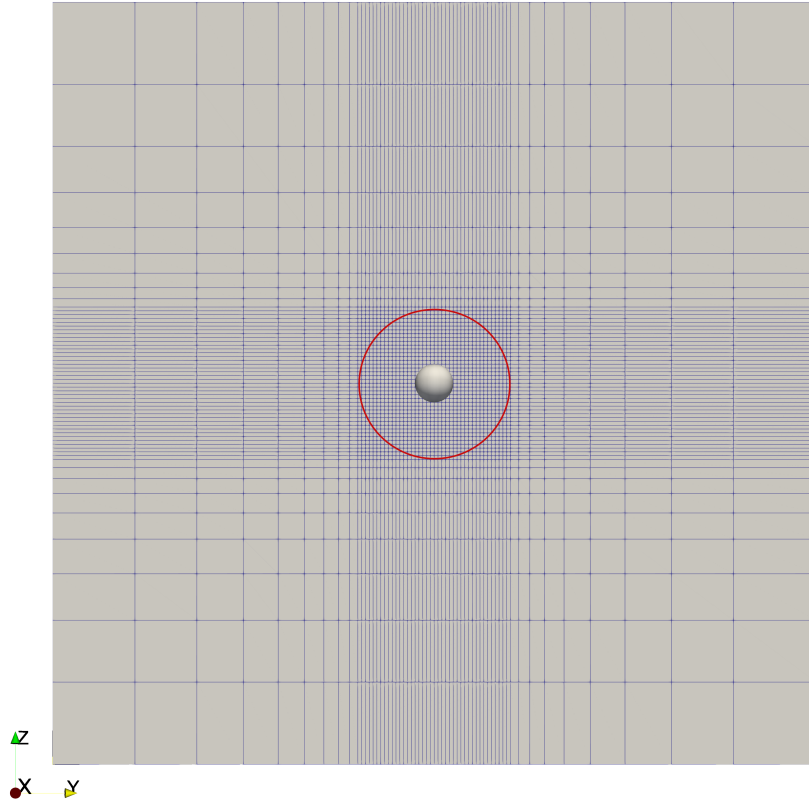


Figura 3.5: Malla base caso flujo enfrentado a una esfera en un medio infinito, plano YZ. Se muestra en rojo la zona objetivo de refinamiento adicional en torno a la esfera.

El segundo procedimiento de mallado, es el refinamiento adicional en torno a la esfera. Para ello, se aplican niveles de refinamiento, los cuales generan una subdivisión de cada celda, en 4 nuevas celdas, de la mitad de tamaño de arista que la original. En este caso, se aplican 4 niveles de refinamiento, generando celdas de un mínimo tamaño de 0.0575 mm, lo cual es equivalente a 174 veces más pequeña que el diámetro de la esfera. Luego de finalizado el procedimiento, se contabiliza un total de 1,731,163 celdas.

Tabla 3.6: Niveles de refinamiento aplicados en el mallado de la esfera.

| Nivel refinamiento | Radio refinamiento (m) | Celda Base(mm) | Celda refinada (mm) |
|--------------------|------------------------|----------------|---------------------|
| 1 | 0.015 | 0.92 | 0.46 |
| 2 | 0.011 | 0.46 | 0.23 |
| 3 | 0.015 | 0.23 | 0.115 |
| 4 | 0.024 | 0.115 | 0.0575 |

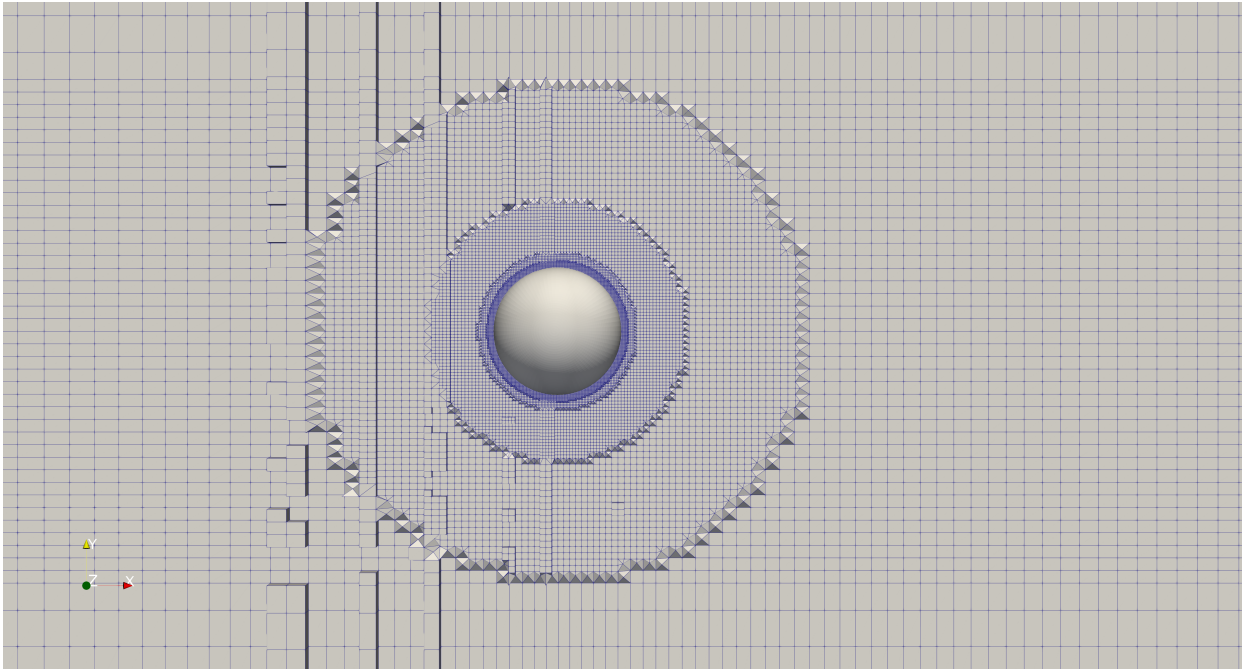


Figura 3.6: Representación 3D malla refinada en torno a la esfera caso flujo enfrentado a esfera en medio infinito, plano XY. Se observan los 4 distintos niveles de refinamiento generados en torno a la esfera.

Flujo enfrentado a una esfera bajo una condición de pared

Análogo al caso anterior, el procedimiento de mallado tendrá dos fases secuenciales, comenzando con la generación de una malla base, para luego generar un refinamiento en torno a la esfera.

En esta ocasión, el dominio se ve acotado debido a la condición de pared impuesta tangencialmente a la esfera, por lo cual las bandas de refinamiento vertical se ven acotadas en su altura a 2 veces el diámetro de la esfera, así, el refinamiento queda de la siguiente forma

Tabla 3.7: Refinamiento en dirección Y

| Dirección | Sector | Refinamiento | N° de Celdas | Longitud (m) | Tamaño Mínimo (mm) | Tamaño Máximo (mm) |
|-----------|----------|--------------|--------------|--------------|--------------------|--------------------|
| Y | Superior | Progresivo | 9 | 0.08 | 2.2 | 22 |
| | Central | Uniforme | 20 | 0.02 | 1.0 | 1.0 |

Tabla 3.8: Refinamiento en dirección X

| Dirección | Sector | Refinamiento | N° de Celdas | Longitud (m) | Tamaño Mínimo (mm) | Tamaño Máximo (mm) |
|-----------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------------|--------------------|
| X | Aguas Arriba | Progresivo | 50 | 0.1 | 0.92 | 3.69 |
| | Aguas Abajo | Progresivo | 100 | 0.2 | 0.92 | 3.69 |

Tabla 3.9: Refinamiento en dirección Z

| Dirección | Sector | Refinamiento | N° de Celdas | Longitud (m) | Tamaño Mínimo (mm) | Tamaño Máximo (mm) |
|-----------|---------|--------------|--------------|--------------|--------------------|--------------------|
| Z | Frontal | Progresivo | 9 | 0.08 | 2.2 | 22 |
| | Central | Uniforme | 40 | 0.04 | 1.0 | 1.0 |
| | Fondo | Progresivo | 9 | 0.08 | 2.2 | 22 |

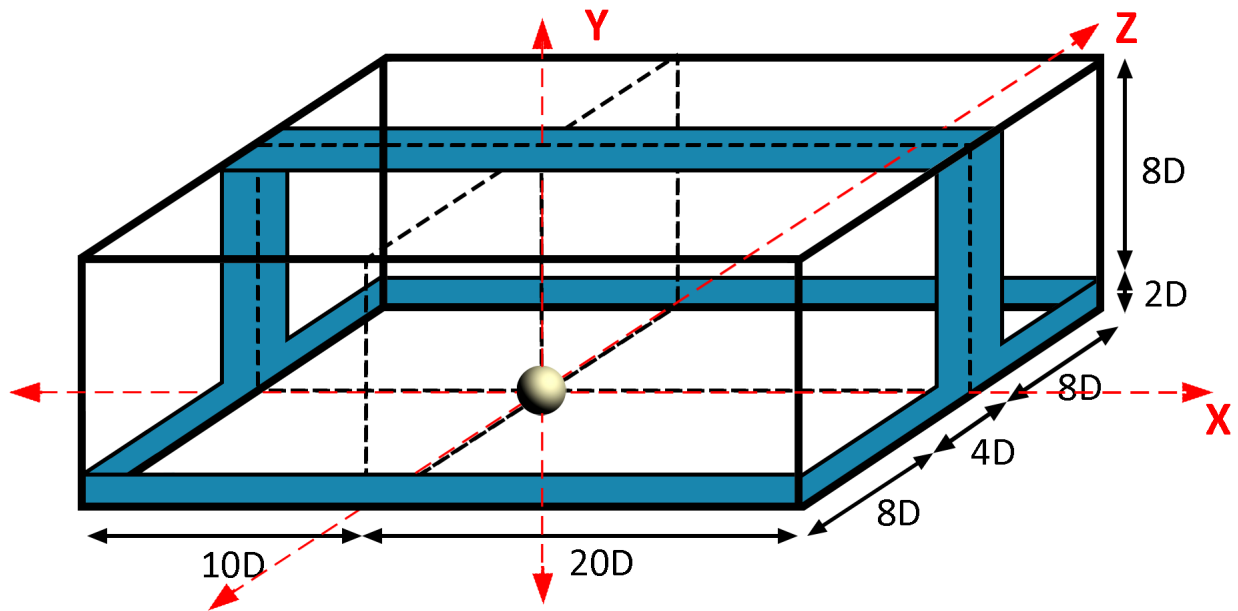


Figura 3.7: Esquema malla base caso flujo enfrentado a una esfera bajo una condición de pared. Las bandas azules representan los sectores en los cuales se genera una mayor cantidad de celdas para una mejor representación del sector que contiene a la esfera.

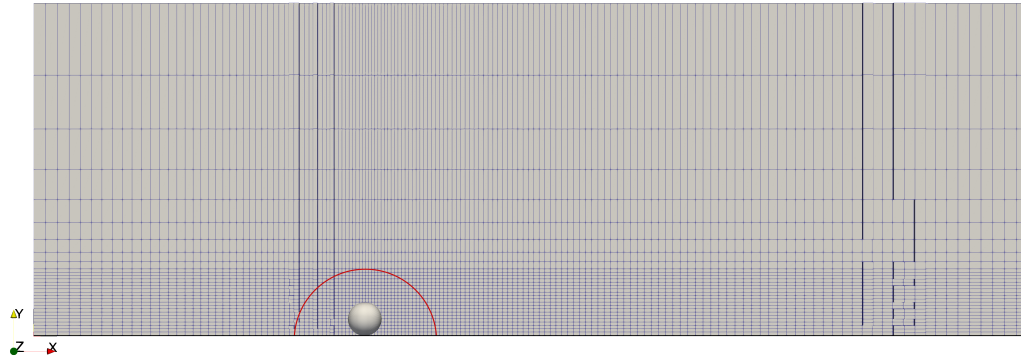


Figura 3.8: Malla base caso flujo enfrentado a una esfera bajo condición de pared, plano XY. Se muestra en rojo la zona objetivo de refinamiento adicional en torno a la esfera.

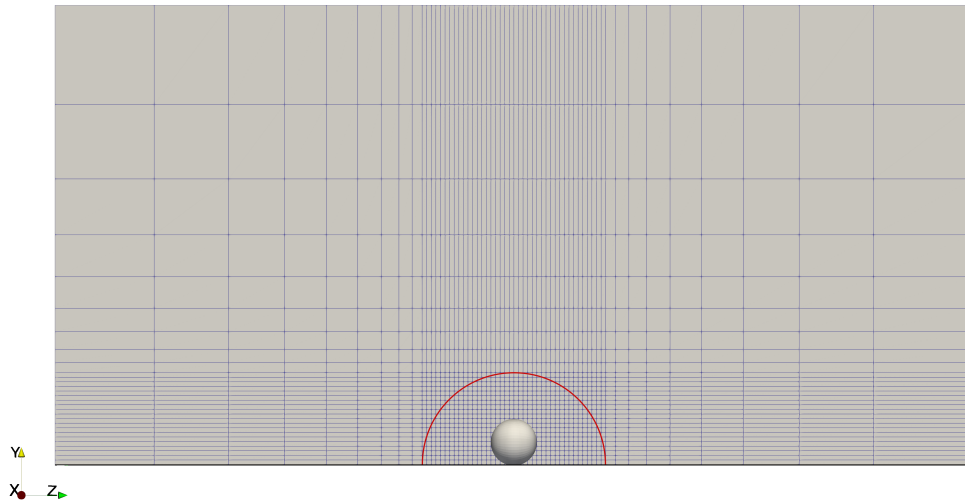


Figura 3.9: Malla base caso flujo enfrentado a una esfera bajo condición de pared, plano XY. Se muestra en rojo la zona objetivo de refinamiento adicional en torno a la esfera.

La malla base contiene un total de 252,300 celdas. El segundo procedimiento de mallado, es el refinamiento adicional en torno a la esfera. Para ello, se aplican niveles de refinamiento, los cuales generan una subdivisión de cada celda, en 4 nuevas celdas, de la mitad de tamaño de arista que la original. En este caso, se aplican 4 niveles de refinamiento, generando celdas de un mínimo tamaño de 0.0575 mm, lo cual es equivalente a 174 veces más pequeña que el diámetro de la esfera. Luego de finalizado el procedimiento, se contabiliza un total de 1,289,270 celdas.

Tabla 3.10: Niveles de refinamiento aplicados en el mallado de la esfera.

| Nivel refinamiento | Radio refinamiento (m) | Celda Base(mm) | Celda refinada (mm) |
|--------------------|------------------------|----------------|---------------------|
| 1 | 0.015 | 0.92 | 0.46 |
| 2 | 0.011 | 0.46 | 0.23 |
| 3 | 0.015 | 0.23 | 0.115 |
| 4 | 0.024 | 0.115 | 0.0575 |

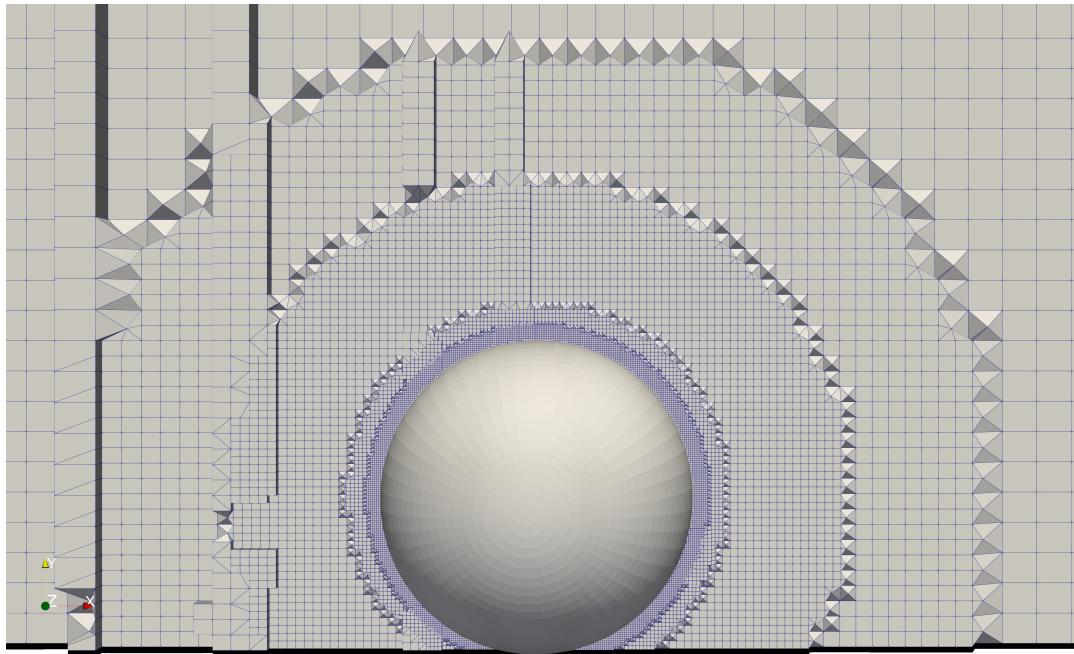


Figura 3.10: Representación 3D malla refinada en torno a la esfera caso flujo enfrentado a una esfera bajo condición de pared, plano XY. Se observan los 4 niveles de refinamiento generados en torno a la esfera.

3.5. Simulaciones

En esta sección se presenta la elección de las simulaciones a realizar en el proceso de validación, los valores utilizados y los criterios empleados.

Flujo enfrentado a una esfera en un medio infinito, caso newtoniano

Para los casos de validación, es necesario emplear los mismos rangos Re utilizados por la bibliografía a citar. En este caso, se contrastará con las expresiones otorgadas por Turton & Levenspiel (1986) además de Concha & Almendra (1979). Debido a que Turton & Levenspiel (1986) presentan datos experimentales, se considerará este rango como guía para las simulaciones, generando así un estudio para $1 < Re < 1000$.

Para estas simulaciones, se emplea el solver *icoFOAM*, utilizando una viscosidad cinemática $\nu=1.0 \text{ e-}05 \left(\frac{\text{m}^2}{\text{s}}\right)$, la cual corresponde a 10 veces la viscosidad cinemática del agua. Este valor se utiliza buscando un equilibrio entre los tiempos de simulación y el nivel de refinamiento al mallar el dominio, ya que valores menores de ν generarán mayores velocidades (se puede ver claramente en la ecuación (2.18) o (2.22)), lo cual aumentará el número de Courant Co , por lo cual se requerirán Δt menores para tener una simulación estable, extendiendo así el número de iteraciones y tiempo de computo final. Para este caso, se generarán las 4 simulaciones descritas en la tabla 3.11.

Tabla 3.11: Casos a simular, flujo sobre una esfera en medio infinito.

| Caso | Re |
|------|-----|
| 1 | 200 |
| 2 | 400 |
| 3 | 600 |
| 4 | 800 |

Cabe destacar, que los resultados obtenidos en estas simulaciones se complementan con los valores generados con el caso de reología no Newtoniana $n = 1.0$, ampliando el espectro de Re , pudiendo de este modo comparar de manera adecuada con la bibliografía citada.

Flujo enfrentado a una esfera en un medio infinito, caso no newtoniano

En este caso, se contrastará con la expresión generada por Betancourt et al(2015), la cual es analizada en el rango $1 < Re_M < 1000$ para reologías con $0.5 < n < 1.0$.

Para estas simulaciones, se emplea el solver *nonNewtonianIcoFoam*, utilizando un índice de consistencia $K=1.0\text{e-}05 \left(\frac{\text{m}^2}{\text{s}}\right)$, de tal forma de ser comparable con el caso newtoniano cuando $n = 1.0$.

Ya que este solver impone limitadores de viscosidad para evitar la divergencia de la simulación debido a valores críticos, estos se deben elegir en función del conocimiento sobre como varían las viscosidades en función de n , a distintas tasas de deformación angular. Si bien para el caso de esfera en un medio infinito no se inducirá un perfil semiparabólico en el dominio, si existirá una condición de no deslizamiento impuesta en la superficie de la esfera. Es por ello, que se considerara el perfil de velocidades semiparabólico para fluidos no newtonianos bajo ley de potencia, descrito por la Ecuación (2.22), como un acercamiento preliminar (debido a que el perfil es valido para un caso 2D, mientras que la interacción del fluido con la esfera corresponde a un caso 3D).

Ya que las simulaciones se realizan en fluidos pseudoplásticos ($n < 1.0$), a bajas tasas de deformación, se producen altas viscosidades, por lo tanto, en los sectores cercanos a una condición de borde de no deslizamiento se generarán los puntos más críticos (en este caso, cerca de la esfera). Además, a menores Re_M , se inducirán menores velocidades, lo cual implicara que se generaran tasas de deformación angulares menores y así viscosidades mayores, lo cual convierte a los casos de menor Reynolds como los casos más críticos en el análisis.

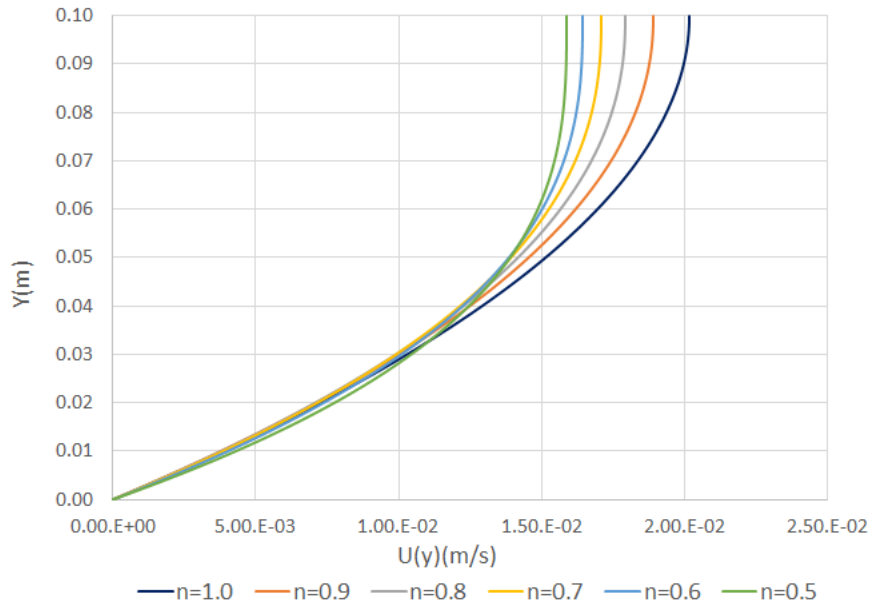


Figura 3.11: Perfil semiparabólico fluido no newtoniano ley de potencia, para índices de flujo $n=0.5$ a 1.0 , $Re_M = 20$, caso esfera en medio infinito.

La estimación de las deformaciones angulares en este perfil, es útil para estimar las viscosidades cinemáticas asociadas y así obtener posibles rangos a imponer como limitadores en la modelación. Los cálculos se realizan para el caso mas crítico, en este caso $Re_M = 20$, considerando un espaciamiento vertical análogo a la magnitud de las celdas de menor longitud en los modelos construidos.

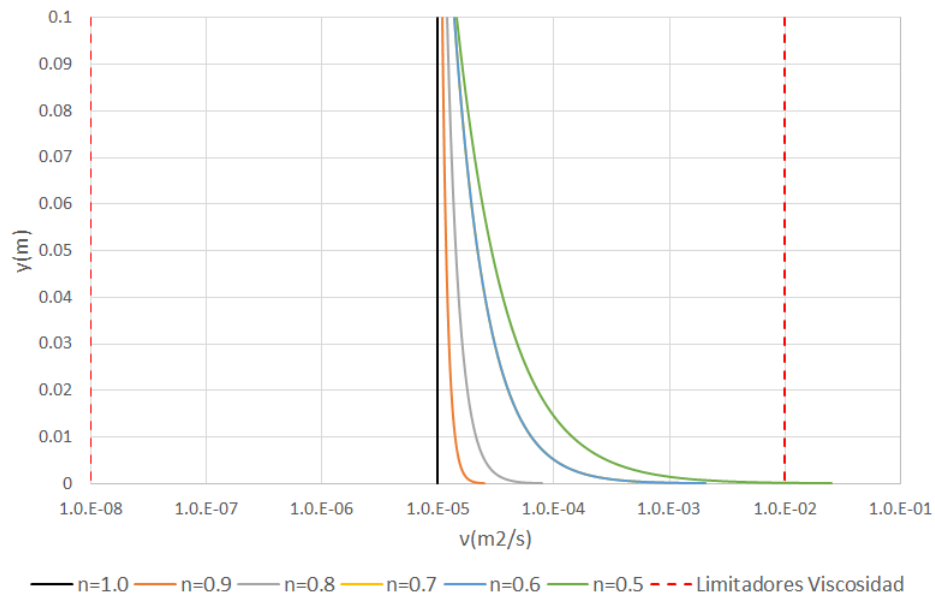


Figura 3.12: Viscosidades cinemáticas del perfil semiparabólico asociado a un fluido no newtoniano ley de potencia, caso esfera en medio infinito. Se considera un espaciamiento $\Delta y = 0.1(mm)$ para los cálculos.

Desde la figura 3.12, se puede observar que a menores índices de flujo, se generan mayores viscosidades en general, y sobre todo cerca de la condición de no deslizamiento. También se puede observar que los aumentos de viscosidades cerca de la condición de no deslizamiento son explosivos, en parte debido a que la ley de potencia no representa de buena manera las tasas muy pequeñas de deformación angular (se pueden generar valores de viscosidad infinitos, lo cual no tiene sentido físico). Analizando una distribución de ν calculado (Tabla 3.12), se puede ver que solo el 0.1 % de los valores, para el caso más crítico, es mayor a $1.0e-02 (m^2/s)$, por lo que este valor se propone como limitador superior ν_{max} . Buscando simetría de los limitadores a imponer con respecto al caso newtoniano ($\nu = K=1.0e-05(m^2/s)$), se propone un $\nu_{min}=1.0e-08(m^2/s)$, siendo este 3 ordenes de magnitud menor al valor de viscosidad cinemática utilizado en las simulaciones Newtonianas. Cabe destacar, que una de las verificaciones a realizar en la sección de resultados, corresponde a la validez del valor de los limitadores empleados en función de la distribución de viscosidades sobre la esfera obtenidos.

Tabla 3.12: Información estadística de los cálculos de viscosidad cinemática asociados a perfil parabólico para un fluido no newtoniano ley de potencia, caso esfera en medio infinito.

| $n(-)$ | $\nu_{max} > \nu > \nu_{min}(\%)$ | $\nu_{max}(m^2/s)$ | $\nu_{min}(m^2/s)$ |
|--------|-----------------------------------|--------------------|--------------------|
| 1.0 | 100.0 % | 1.00e-05 | 1.00e-05 |
| 0.9 | 100.0 % | 2.54e-05 | 1.10e-05 |
| 0.8 | 100.0 % | 7.93e-05 | 1.20e-05 |
| 0.7 | 100.0 % | 3.28e-04 | 1.30e-05 |
| 0.6 | 100.0 % | 2.06e-03 | 1.39e-05 |
| 0.5 | 99.9 % | 2.51e-02 | 1.45e-05 |

El cuadro final se casos a generar, se basa en 6 índices de flujo distintos, construyendo las 29 simulaciones descritas en la tabla 3.13

Tabla 3.13: Casos a simular flujo sobre esfera en medio infinito, fluido tipo ley de potencia.

| Caso | n | Re | Caso | n | Re | Caso | n | Re |
|------|-----|------|------|-----|------|------|-----|------|
| 5 | 0.5 | 20 | 19 | 0.7 | 250 | 32 | 0.9 | 500 |
| 6 | 0.5 | 100 | 20 | 0.7 | 500 | 33 | 0.9 | 750 |
| 7 | 0.5 | 250 | 21 | 0.7 | 750 | 34 | 0.9 | 1000 |
| 8 | 0.5 | 500 | 22 | 0.7 | 1000 | 35 | 1.0 | 1 |
| 9 | 0.5 | 750 | 23 | 0.8 | 20 | 36 | 1.0 | 5 |
| 10 | 0.5 | 1000 | 24 | 0.8 | 100 | 37 | 1.0 | 10 |
| 11 | 0.6 | 20 | 25 | 0.8 | 250 | 38 | 1.0 | 20 |
| 12 | 0.6 | 100 | 26 | 0.8 | 500 | 39 | 1.0 | 50 |
| 13 | 0.6 | 250 | 27 | 0.8 | 750 | 40 | 1.0 | 100 |
| 14 | 0.6 | 500 | 28 | 0.8 | 1000 | 41 | 1.0 | 250 |
| 15 | 0.6 | 750 | 29 | 0.9 | 20 | 42 | 1.0 | 500 |
| 16 | 0.6 | 1000 | 30 | 0.9 | 100 | 43 | 1.0 | 750 |
| 17 | 0.7 | 20 | 31 | 0.9 | 250 | 44 | 1.0 | 1000 |
| 18 | 0.7 | 100 | | | | | | |

Flujo enfrentado a una esfera bajo condición de pared, caso newtoniano.

En este caso, se contrastará con la modelación numérica y las expresiones planteadas por Sweeney & Finlay (2007), las cuales son planteadas para un rango $0.1 < Re_M < 250$. Para estas simulaciones, se emplea el solver *icoFOAM*, utilizando una viscosidad cinemática $\nu=1.0 \text{ e-}05 \left(\frac{m^2}{s}\right)$, generando los casos descritos en la tabla 3.14.

Tabla 3.14: Casos a simular flujo sobre una esfera cercana a condición de pared.

| Caso | Re | Caso | Re | Caso | Re |
|------|------|------|------|------|------|
| 45 | 0.06 | 52 | 2 | 58 | 75 |
| 46 | 0.08 | 53 | 4 | 59 | 100 |
| 47 | 0.1 | 54 | 8 | 60 | 200 |
| 48 | 0.2 | 55 | 10 | 61 | 500 |
| 49 | 0.4 | 56 | 25 | 62 | 700 |
| 50 | 0.8 | 57 | 50 | 63 | 1000 |
| 51 | 1 | | | | |

Flujo enfrentado a una esfera bajo condición de pared, caso no newtoniano

En este caso, no se encontró bibliografía con la cual contrastar los resultados de la modelación numérica. Se considera un rango base de $0.1 < Re_M < 200$ para 5 distintos índices de flujo ($n=0.3, 0.5, 0.7, 0.9$ y 1.0). Luego, se extiende el rango de Re_M de ser necesario, en caso de observar tendencias que pueden ser explicadas y/o analizadas a través de una mayor cantidad de valores para los coeficientes hidrodinámicos.

Para estas simulaciones, se emplea el solver *nonNewtonianIcoFoam*, utilizando un índice de consistencia $K=1.0\text{e-}05 \left(\frac{m^2}{s}\right)$, de tal forma de ser comparable con el caso newtoniano cuando $n = 1.0$.

Ya que este solver impone limitadores de viscosidad para evitar la divergencia de la simulación debido a valores críticos, estos se deben elegir en función del conocimiento sobre como varían las viscosidades en función de n , a distintas tasas de deformación angular. Para este caso, se inducirá un perfil semiparabólico en el dominio no perturbado por la presencia de la esfera. También la esfera impondrá una condición de no deslizamiento. Es por ello, que se considerará el perfil de velocidades semiparabólico para fluidos no newtonianos bajo ley de potencia, descrito por la Ecuación (2.22), como un acercamiento preliminar (debido a que el perfil es válido para un caso 2D, mientras que la interacción del fluido con la esfera corresponde a un caso 3D).

Ya que las simulaciones se realizan en fluidos pseudoplásticos ($n < 1.0$), a bajas tasas de deformación, se producen altas viscosidades, por lo tanto, en los sectores cercanos a una condición de borde de no deslizamiento se generarán los puntos más críticos (en este caso, cerca de la pared y cerca de la esfera). Además, a menores Re_M , se inducirán menores velocidades, lo cual implicará que se generarán tasas de deformación angulares menores y así viscosidades mayores, lo cual convierte a los casos de menor Reynolds como los casos más críticos en el análisis.

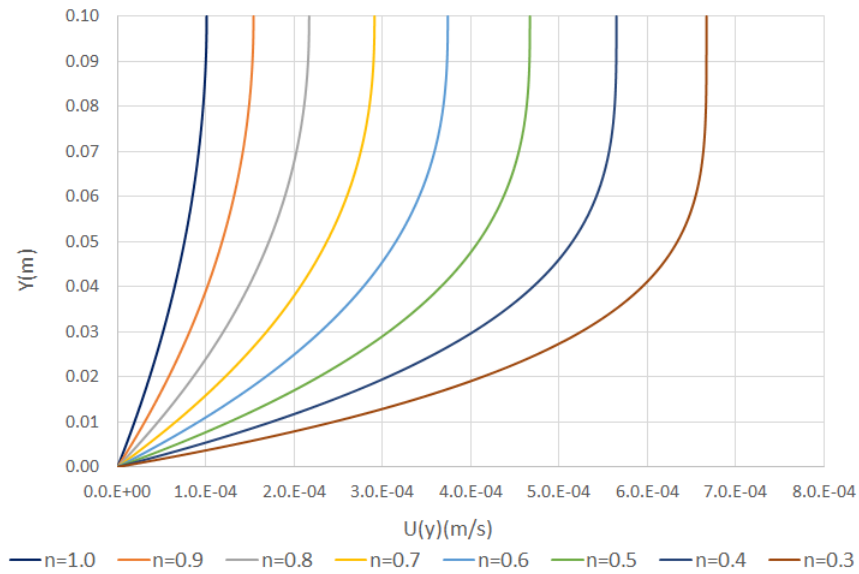


Figura 3.13: Perfil semiparabólico fluido no newtoniano ley de potencia, para índices de flujo $n=0.5$ a 1.0 , $Re_M = 0.1$, caso esfera cercana a una condición de pared.

La estimación de las deformaciones angulares en el perfil, es útil para estimar las viscosidades cinemáticas asociadas y así obtener posibles rangos para los limitadores en la modelación. Los cálculos se realizan para el caso más crítico, en este caso $Re_M=0.1$, considerando un espaciamiento vertical análogo a la magnitud de las celdas de menor longitud en los modelos.

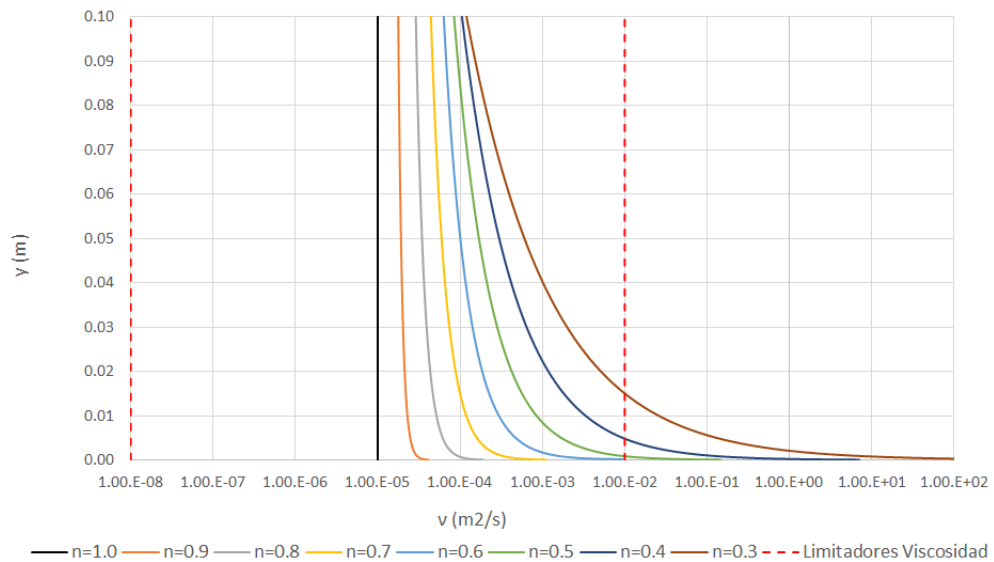


Figura 3.14: Viscosidades cinemáticas del perfil semiparabólico asociado a un fluido no newtoniano ley de potencia, caso esfera cercana a una condición de pared. Se considera un espaciamiento $\Delta y = 0.1(mm)$ para los cálculos.

Desde la figura 3.14, se observa que a menores n , se generan mayores viscosidades, y sobre todo cerca de la pared, donde se ven aumentos explosivos de esta. Analizando la distribución de ν calculadas (Tabla 3.15), existe un 15 % de los valores, para $n = 0.3$, mayores a $1.0e-02(m^2/s)$. Se propone los mismos valores como limitadores de viscosidad ($\nu_{max}=1.0e-02(m^2/s)$ y $\nu_{min}=1.0e-08(m^2/s)$), contemplando una posterior validación de estos en función de la distribución de viscosidades sobre la esfera obtenidos, especialmente en este caso, donde preliminarmente ya se observa un mayor porcentaje de valores mayores al limite superior. El cuadro final de casos, se basa en 5 índices de flujo, construyendo las 82 simulaciones mostradas en la tabla 3.16

Tabla 3.15: Información estadística de la viscosidad cinemática asociada al perfil parabólico de un fluido no newtoniano ley de potencia caso esfera cercana a pared.

| $n(-)$ | $\nu_{max} > \nu > \nu_{min}(\%)$ | $\nu_{max}(m^2/s)$ | $\nu_{min}(m^2/s)$ |
|--------|-----------------------------------|--------------------|--------------------|
| 1.0 | 100 % | 1.00.E-05 | 1.00.E-05 |
| 0.9 | 100 % | 4.12.E-05 | 1.77.E-05 |
| 0.8 | 100 % | 1.92.E-04 | 2.90.E-05 |
| 0.7 | 100 % | 1.11.E-03 | 4.42.E-05 |
| 0.6 | 100 % | 9.35.E-03 | 6.32.E-05 |
| 0.5 | 99 % | 1.46.E-01 | 8.45.E-05 |
| 0.4 | 95 % | 7.06.E+00 | 1.05.E-04 |
| 0.3 | 85 % | 3.34.E+03 | 1.20.E-04 |

Tabla 3.16: Casos a simular flujo sobre esfera cercana a pared, fluido tipo ley de potencia.

| Caso | n | Re_M | Caso | n | Re_M | Caso | n | Re_M | Caso | n | Re_M |
|------|-----|--------|------|-----|--------|------|-----|--------|------|-----|--------|
| 64 | 0.3 | 0.1 | 85 | 0.5 | 48 | 106 | 0.7 | 700 | 126 | 0.9 | 1000 |
| 65 | 0.3 | 0.2 | 86 | 0.5 | 89 | 107 | 0.7 | 1000 | 127 | 0.9 | 1500 |
| 66 | 0.3 | 0.3 | 87 | 0.5 | 100 | 108 | 0.9 | 0.1 | 128 | 1 | 0.06 |
| 67 | 0.3 | 0.64 | 88 | 0.5 | 150 | 109 | 0.9 | 0.2 | 129 | 1 | 0.08 |
| 68 | 0.3 | 2 | 89 | 0.5 | 200 | 110 | 0.9 | 0.3 | 130 | 1 | 0.1 |
| 69 | 0.3 | 6 | 90 | 0.5 | 500 | 111 | 0.9 | 0.6 | 131 | 1 | 0.2 |
| 70 | 0.3 | 10 | 91 | 0.7 | 0.1 | 112 | 0.9 | 0.82 | 132 | 1 | 1 |
| 71 | 0.3 | 32 | 92 | 0.7 | 0.2 | 113 | 0.9 | 2 | 133 | 1 | 2 |
| 72 | 0.3 | 50 | 93 | 0.7 | 0.3 | 114 | 0.9 | 5 | 134 | 1 | 6 |
| 73 | 0.3 | 64 | 94 | 0.7 | 0.62 | 115 | 0.9 | 10 | 135 | 1 | 10 |
| 74 | 0.3 | 105 | 95 | 0.7 | 2 | 116 | 0.9 | 16 | 136 | 1 | 20 |
| 75 | 0.3 | 150 | 96 | 0.7 | 5 | 117 | 0.9 | 22 | 137 | 1 | 50 |
| 76 | 0.3 | 209 | 97 | 0.7 | 12 | 118 | 0.9 | 35 | 138 | 1 | 100 |
| 77 | 0.5 | 0.1 | 98 | 0.7 | 21 | 119 | 0.9 | 50 | 139 | 1 | 200 |
| 78 | 0.5 | 0.2 | 99 | 0.7 | 30 | 120 | 0.9 | 100 | 140 | 1 | 500 |
| 79 | 0.5 | 0.3 | 100 | 0.7 | 51 | 121 | 0.9 | 200 | 141 | 1 | 700 |
| 80 | 0.5 | 0.54 | 101 | 0.7 | 100 | 122 | 0.9 | 300 | 142 | 1 | 1000 |
| 81 | 0.5 | 2 | 102 | 0.7 | 200 | 123 | 0.9 | 400 | 143 | 1 | 1200 |
| 82 | 0.5 | 6 | 103 | 0.7 | 300 | 124 | 0.9 | 500 | 144 | 1 | 1500 |
| 83 | 0.5 | 17 | 104 | 0.7 | 400 | 125 | 0.9 | 700 | 145 | 1 | 2000 |
| 84 | 0.5 | 31 | 105 | 0.7 | 500 | | | | | | |

3.5.1. Criterios de convergencia

Considerando la revisión bibliográfica, es esperable que dependiendo del número de R_e se generen distintos comportamientos en el flujo perturbado en torno a la esfera. Para $R_e < 200$, se convergerá a una solución estacionaria del flujo mientras que a valores mayores existe una transición hacia fenómenos oscilatorios como el desprendimiento de vórtices alternados aguas abajo de la esfera. Considerando esto

- Para soluciones estacionarias, se considera que la solución ha convergido si luego de 10000 iteraciones, tanto el valor de las fuerzas horizontales como verticales no varía más de un 0.1 %.
- Para soluciones transitorias, se considera que se ha convergido si cada 10000 iteraciones se observan variaciones porcentuales de magnitudes similares, Para este caso, se considera como valor representativo, un valor promedio el cual se estima desde que se observa una recurrencia con periodos y amplitudes similares.

Capítulo 4

Resultados

Los resultados a exponer, se enfocan en una primera parte en los casos de validación construidos, y la pertinencia de las simulaciones realizadas con lo reportado experimental o analíticamente por distintos autores, según lo detallado en la revisión bibliográfica. Luego, se presentan los resultados obtenidos para el caso objetivo de la memoria, realizando un análisis de validez de los resultados obtenidos y cuales son sus limitaciones.

4.1. Casos de Validación

Los casos de validación, se presentaran según el tipo de reología modelada, dividiendo así entre modelos Newtonianos y modelos no Newtonianos.

4.1.1. Modelos Newtonianos

Flujo enfrentado a una esfera en medio infinito

A continuación, se presentan los coeficientes de arrastre obtenidos a través de las simulaciones numéricas del caso. Se presentan en el mismo gráfico, todas las simulaciones atingentes al caso Newtoniano, lo cual incluye resultados obtenidos a través de modelos no Newtonianos que consideran un $n = 1.0$

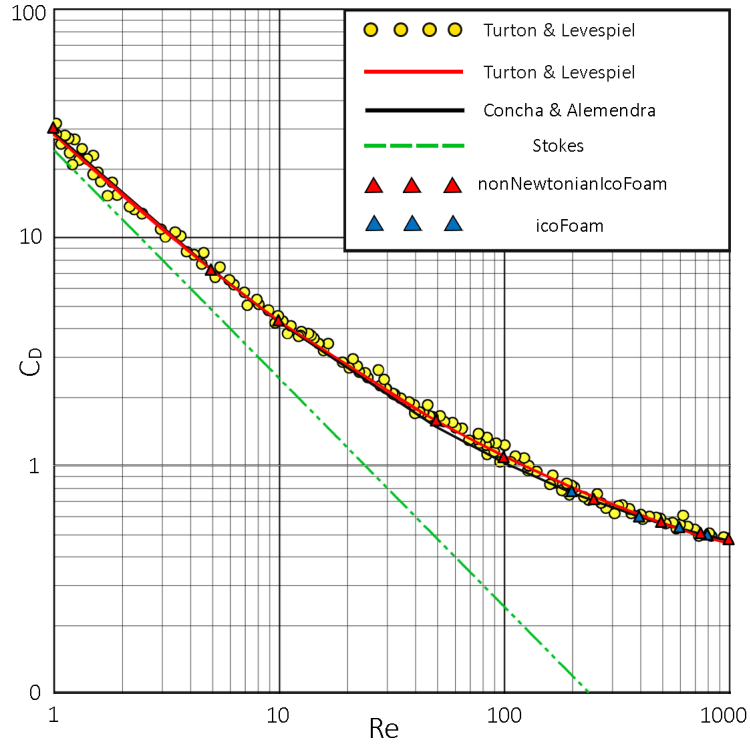


Figura 4.1: Re vs C_D , caso Newtoniano, esfera en un medio infinito

También se presenta el cálculo de las diferencias de los coeficientes de arrastre obtenidos a través de la modelación, con los coeficientes de arrastre estimados a través de las distintas expresiones presentadas en la revisión bibliográfica

Tabla 4.1: Diferencia C_D a distintos Re realizando comparación entre modelación numérica OpenFOAM realizada y autores presentados en revisión bibliográfica.

| Solver | Re | OpenFOAM | Concha & Almendras | | Turton & Levenspiel | |
|--------|------|----------|--------------------|----------------|---------------------|----------------|
| | | C_D | C_D | Diferencia (%) | C_D | Diferencia (%) |
| nNiF | 1 | 29.40 | 28.74 | 2.3 | 28.15 | 4.4 |
| nNiF | 5 | 7.18 | 7.25 | -1.0 | 7.19 | -0.2 |
| nNiF | 10 | 4.32 | 4.24 | 1.9 | 4.29 | 0.9 |
| nNiF | 50 | 1.58 | 1.48 | 6.9 | 1.57 | 0.8 |
| nNIF | 100 | 1.09 | 1.03 | 5.7 | 1.10 | -0.8 |
| iF | 200 | 0.77 | 0.76 | 1.4 | 0.80 | -3.5 |
| nNIF | 250 | 0.71 | 0.70 | 0.6 | 0.73 | -3.3 |
| iF | 400 | 0.60 | 0.60 | 0.4 | 0.61 | -1.1 |
| nNIF | 500 | 0.57 | 0.56 | 1.3 | 0.56 | 1.1 |
| iF | 600 | 0.54 | 0.53 | 0.9 | 0.53 | 1.8 |
| nNIF | 750 | 0.51 | 0.50 | 0.9 | 0.49 | 3.1 |
| iF | 800 | 0.50 | 0.50 | 1.1 | 0.48 | 3.6 |
| nNIF | 1000 | 0.48 | 0.47 | 1.5 | 0.45 | 4.9 |

Tabla 4.2: Diferencia porcentual promedio absoluta entre C_D considerando en la comparación la modelación numérica realizada en OpenFOAM y autores presentados en la revisión bibliográfica.

| | Diferencia Porcentual Absoluta Promedio (%) |
|---------------------|---|
| Turton & Levenspiel | 2.0 |
| Concha & Almendra | 2.3 |

Adicionalmente, se presenta el desglose de la fuerza de arrastre en sus componentes asociadas a presión (F_p) y viscosidad (F_v), en función de Re

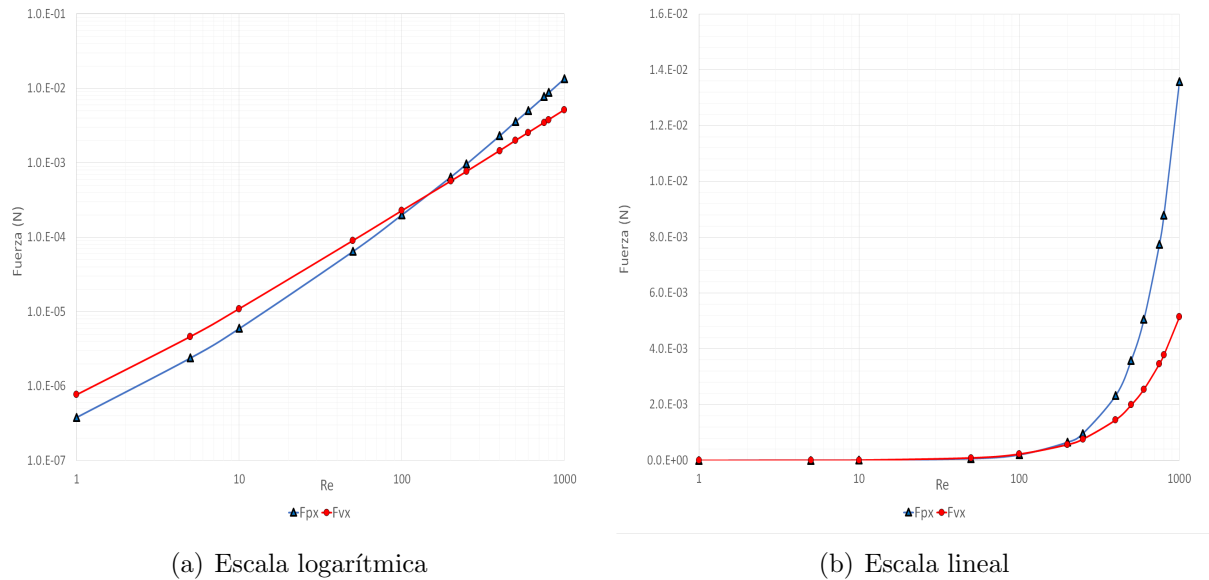


Figura 4.2: Re vs F_p y Re vs F_v , caso Newtoniano, esfera en un medio infinito, distintas escalas

Finalmente, se presenta información que caracteriza la evolución del flujo en función del número de Reynolds. Por ello, por un lado, se grafican las líneas de corriente aguas abajo de la esfera, con el fin de contrastar la generación de patrones de flujo aguas abajo de la esfera en la modelación contra lo observado experimentalmente por otros autores, presentado en la revisión bibliográfica hecha. En una primera imagen, se hace foco en las simulaciones para $Re < 100$

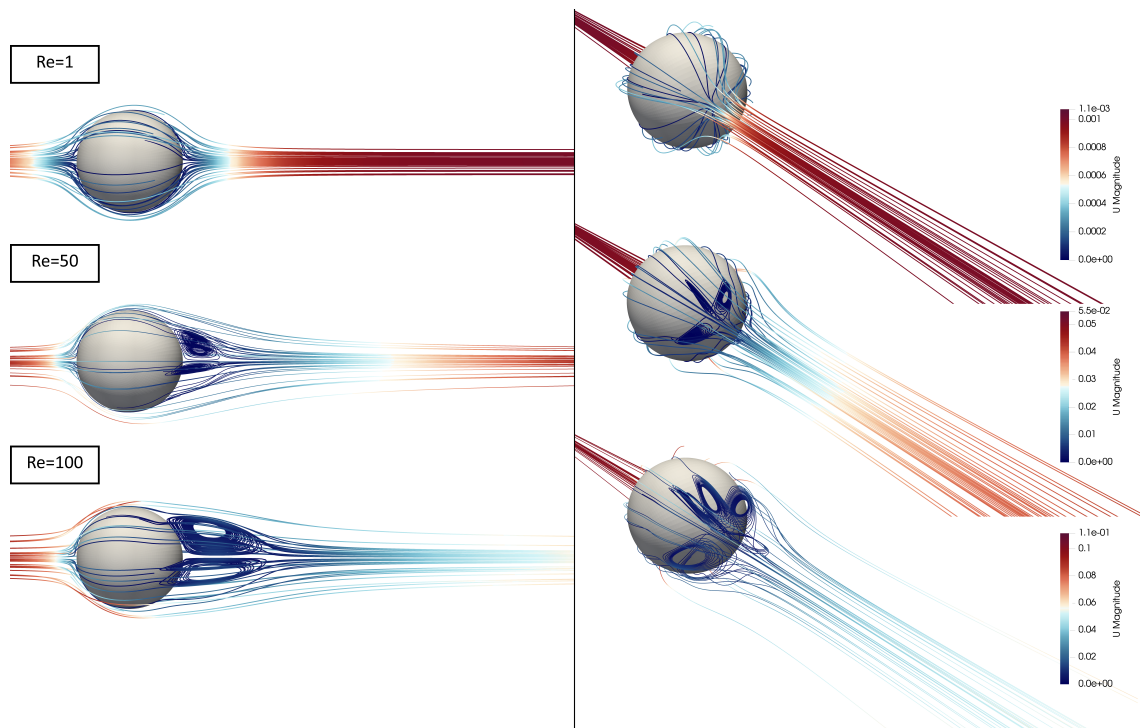


Figura 4.3: Líneas de corriente aguas abajo de la esfera, caso $Re < 100$

Para el caso $Re > 100$, se cambia el plano de análisis con el objetivo de observar los patrones tridimensionales que se generan

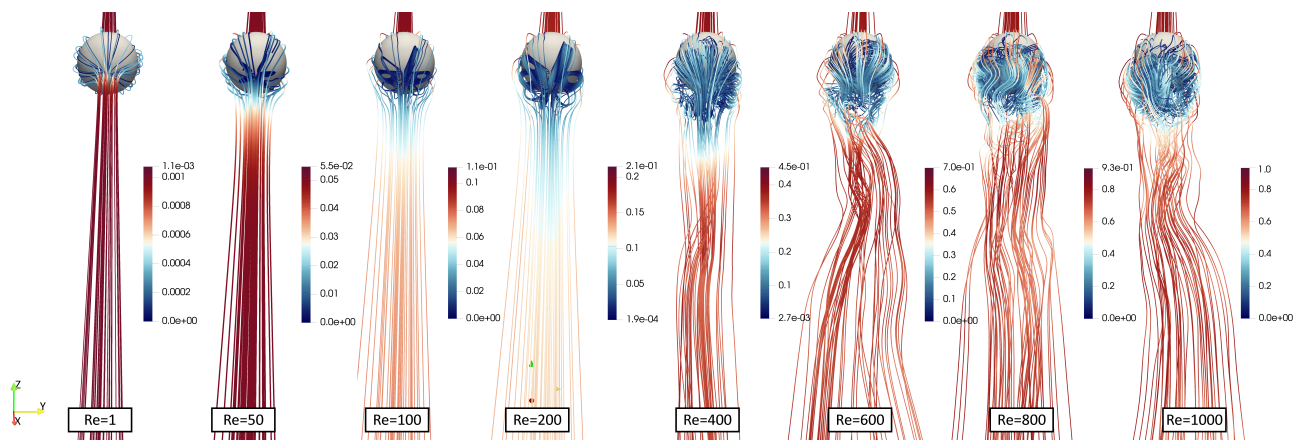


Figura 4.4: Líneas de corriente aguas abajo de la esfera, caso $Re > 100$

Por otro lado, se muestra la distribución de presiones y velocidades del flujo, en los alrededores de la esfera, a distintos números de Re , con el fin de analizar como evolucionan las fuerzas de presión y viscosidad anteriormente presentadas, que componen finalmente el arrastre en este caso. Se presentan en la misma infografía, de izquierda a derecha, la magnitud total de velocidades en conjunto a los vectores de velocidad del flujo, luego los campos de presiones en torno a la esfera y finalmente las velocidades verticales en torno a la esfera.

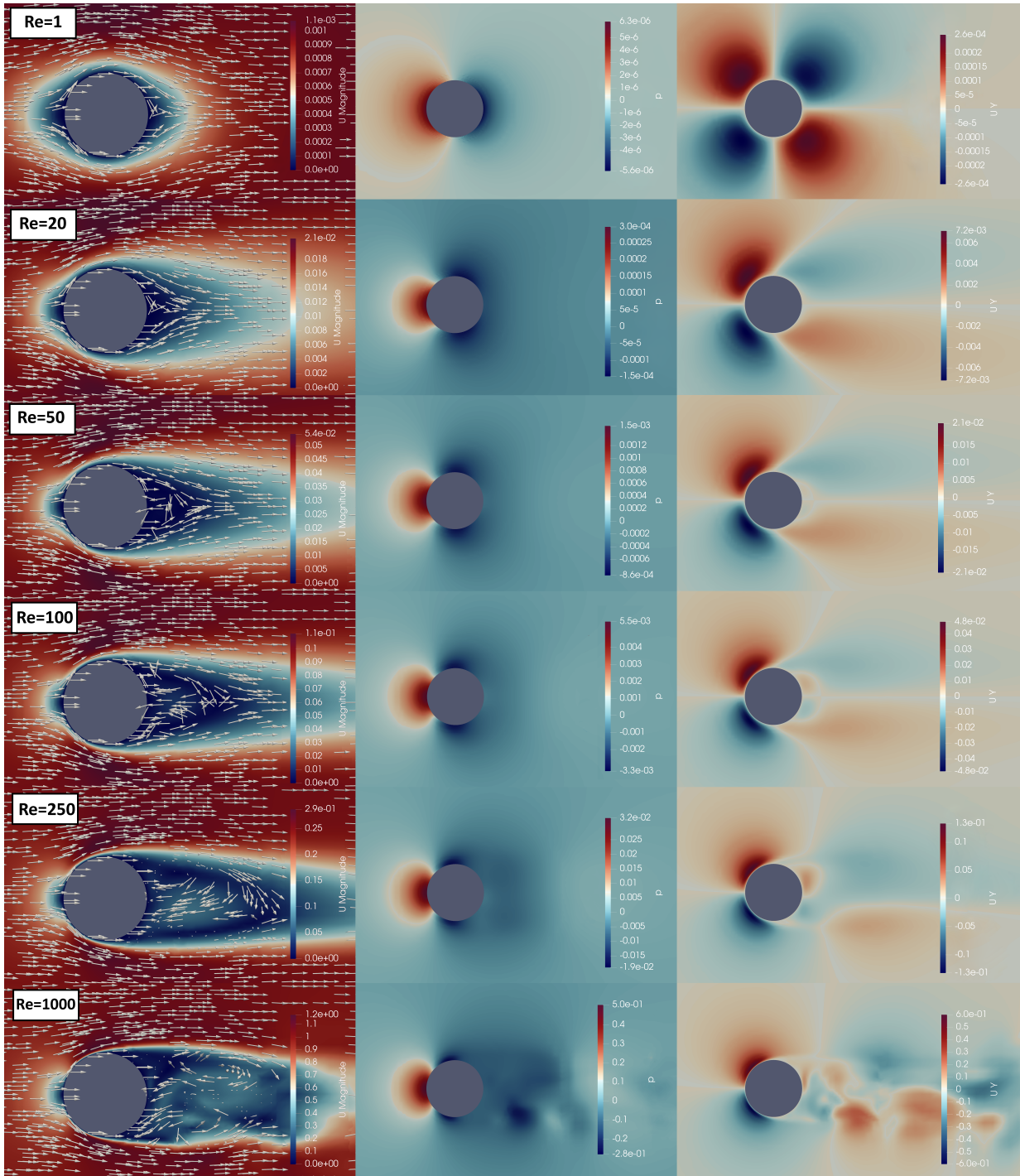


Figura 4.5: Evolución del flujo en función del número de Reynolds, caracterizado por la magnitud de la velocidad (m/s), los campos de presión y las velocidades verticales. Las velocidades son presentadas en unidades de (m/s) mientras que las presiones están normalizadas por la densidad ($\text{Pa} \cdot \text{m}^3/\text{kg}$). Caso flujo sobre esfera en medio infinito

También se presentan puntos de monitoreo sobre la esfera, que muestran las magnitudes de las presiones en función de Re . Se considera la nomenclatura de la siguiente figura

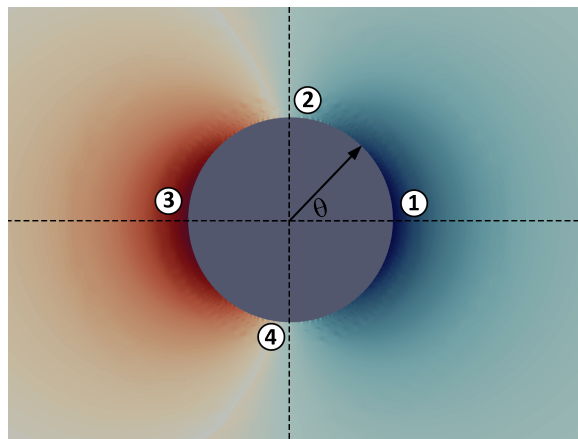


Figura 4.6: Puntos monitoreo plano XY para $z=0$, flujo sobre esfera en medio infinito

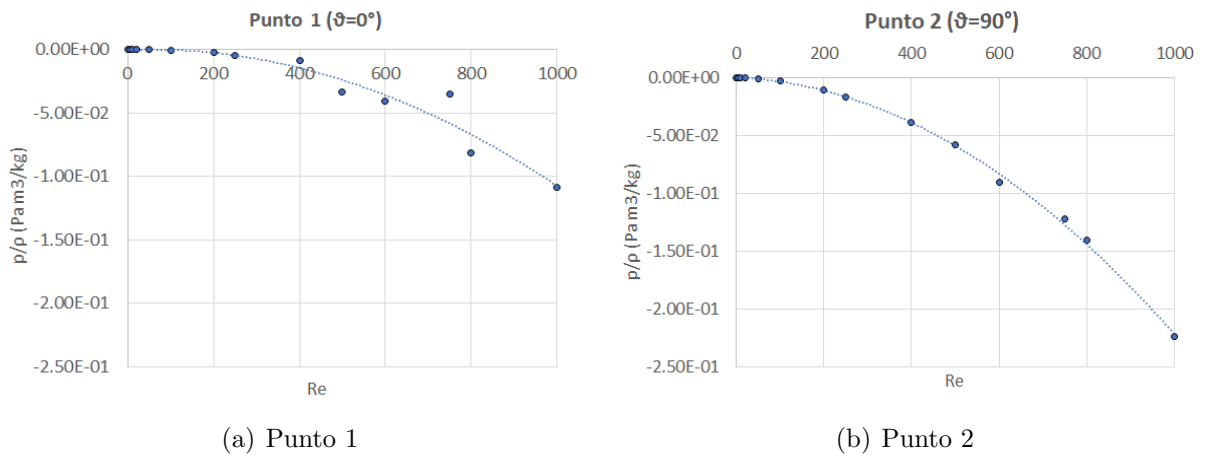


Figura 4.7: Puntos 1 y 2 de monitoreo considerados, presión normalizada por la densidad en función de Re , caso esfera en medio infinito, reología Newtoniana

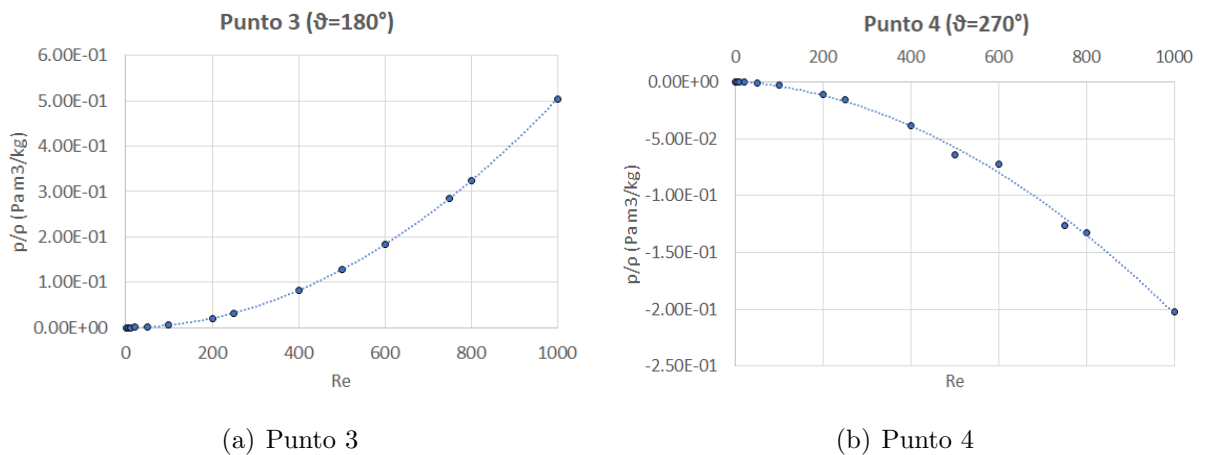


Figura 4.8: Puntos de monitoreo 3 y 4 considerados, presión normalizada por la densidad en función de Re , caso esfera en medio infinito, reología Newtoniana

Flujo enfrentado a una esfera bajo condición de pared

Para el caso a continuación, se presentan tanto los coeficientes C_D como los C_L , comparadas con la referencia entregada por la modelación numérica realizada por Sweeney y Finlay (2007)

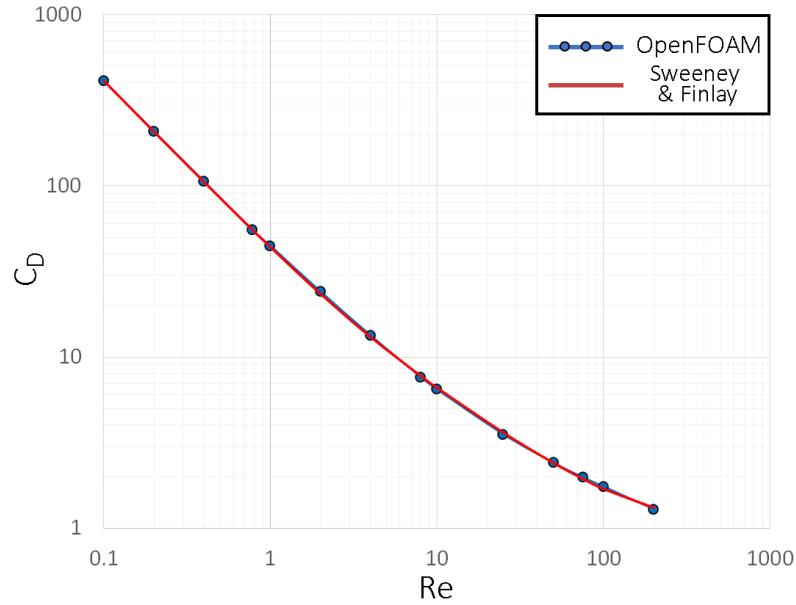


Figura 4.9: C_D vs Re caso Newtoniano, esfera enfrentada a un flujo bajo condición de pared. Se compara con los resultados obtenidos por Sweeney & Finlay

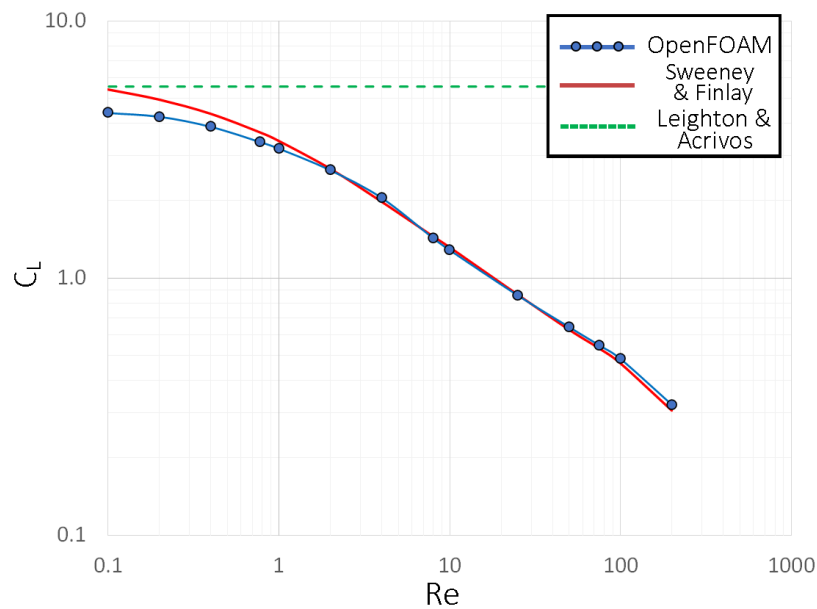


Figura 4.10: C_L vs Re caso Newtoniano, esfera enfrentada a un flujo bajo condición de pared. Se compara con los resultados obtenidos por Sweeney & Finlay, y con la expresión planteada por Leighton & Acrivos

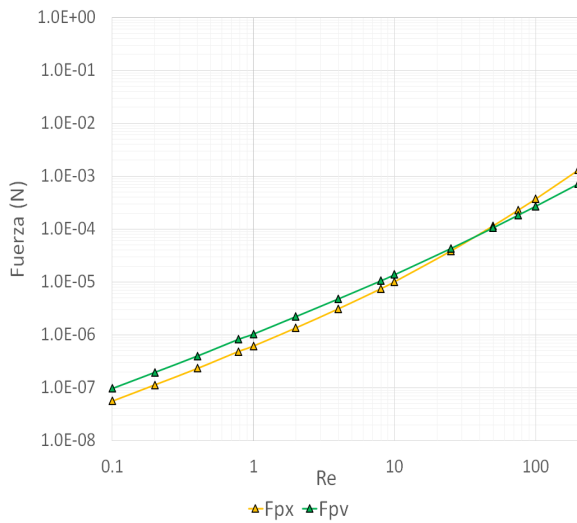
Tabla 4.3: Diferencias entre C_D modelado en OpenFOAM y expresión planteada por Sweeney y Finlay (Ecuación (2.16))

| Re | C_D (OpenFOAM) | C_D (Sweeney y Finlay) | Diferencia(%) |
|--------|------------------|--------------------------|---------------|
| 0.10 | 412.04 | 411.52 | 0.10 |
| 0.20 | 208.38 | 207.29 | 0.50 |
| 0.40 | 106.17 | 105.12 | 1.00 |
| 0.78 | 54.99 | 55.31 | -0.60 |
| 1.00 | 44.68 | 43.77 | 2.10 |
| 2.00 | 24.14 | 23.31 | 3.50 |
| 4.00 | 13.36 | 13.03 | 2.50 |
| 8.00 | 7.61 | 7.71 | -1.30 |
| 10.00 | 6.45 | 6.58 | -2.00 |
| 25.00 | 3.53 | 3.60 | -2.00 |
| 50.00 | 2.40 | 2.39 | 0.50 |
| 75.00 | 1.98 | 1.93 | 2.30 |
| 100.00 | 1.74 | 1.69 | 3.40 |
| 200.00 | 1.28 | 1.31 | -1.90 |

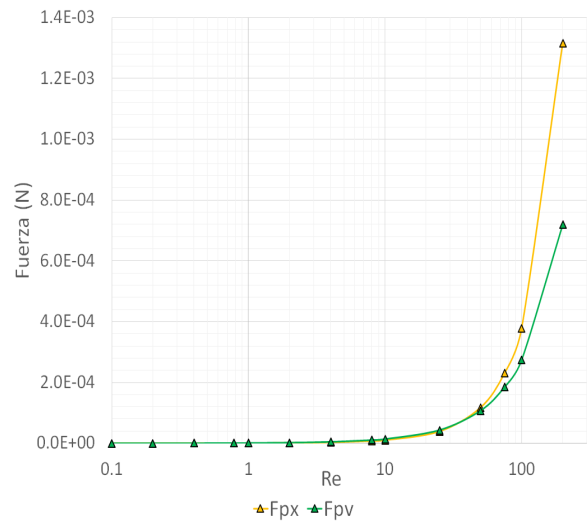
Tabla 4.4: Diferencias entre C_L modelado en OpenFOAM y expresión planteada por Sweeney & Finlay (Ecuación (2.17))

| Re | C_L (OpenFOAM) | C_L (Sweeney y Finlay) | Diferencia(%) |
|--------|------------------|--------------------------|---------------|
| 0.10 | 4.39 | 5.40 | -18.80 |
| 0.20 | 4.24 | 4.93 | -14.10 |
| 0.40 | 3.88 | 4.34 | -10.80 |
| 0.78 | 3.38 | 3.68 | -8.10 |
| 1.00 | 3.19 | 3.41 | -6.50 |
| 2.00 | 2.63 | 2.66 | -1.20 |
| 4.00 | 2.05 | 1.98 | 3.50 |
| 8.00 | 1.43 | 1.45 | -1.50 |
| 10.00 | 1.29 | 1.32 | -2.50 |
| 25.00 | 0.86 | 0.86 | -0.80 |
| 50.00 | 0.65 | 0.63 | 2.20 |
| 75.00 | 0.55 | 0.53 | 2.60 |
| 100.00 | 0.49 | 0.47 | 3.80 |
| 200.00 | 0.32 | 0.31 | 5.10 |

También se presenta el desglose de la fuerza de arrastre y sustentación en sus componentes asociadas a presión y viscosidad, en función de Re (Figuras 4.11 y 4.12)

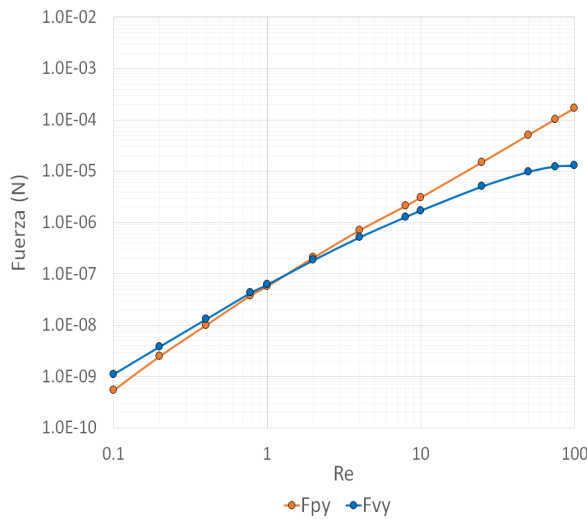


(a) Escala logarítmica

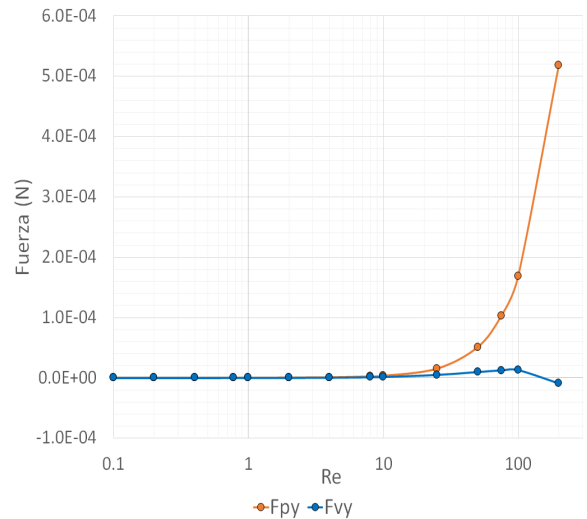


(b) Escala lineal

Figura 4.11: F_p y F_v en función de Re , caso Newtoniano, esfera bajo condición de pared, dirección del flujo, diferentes escalas



(a) Escala logarítmica



(b) Escala lineal

Figura 4.12: F_p y F_v en función de Re , caso Newtoniano, esfera bajo condición de pared, dirección perpendicular al flujo, diferentes escalas. Para el caso logarítmico, existe distinto rango de Re ya que no se grafican valores negativos.

Por otro lado, se muestra la distribución de presiones y velocidades en los alrededores de la esfera, a distintos números de Re , con el fin de analizar como evolucionan las fuerzas de presión y viscosidad en las distintas direcciones, que compondrán las fuerzas de arrastre y sustentación. Se presentan en la misma infografía, de izquierda a derecha, la magnitud total de velocidades en conjunto a los vectores de velocidad del flujo, luego los campos de presiones y finalmente las velocidades verticales en torno a la esfera.

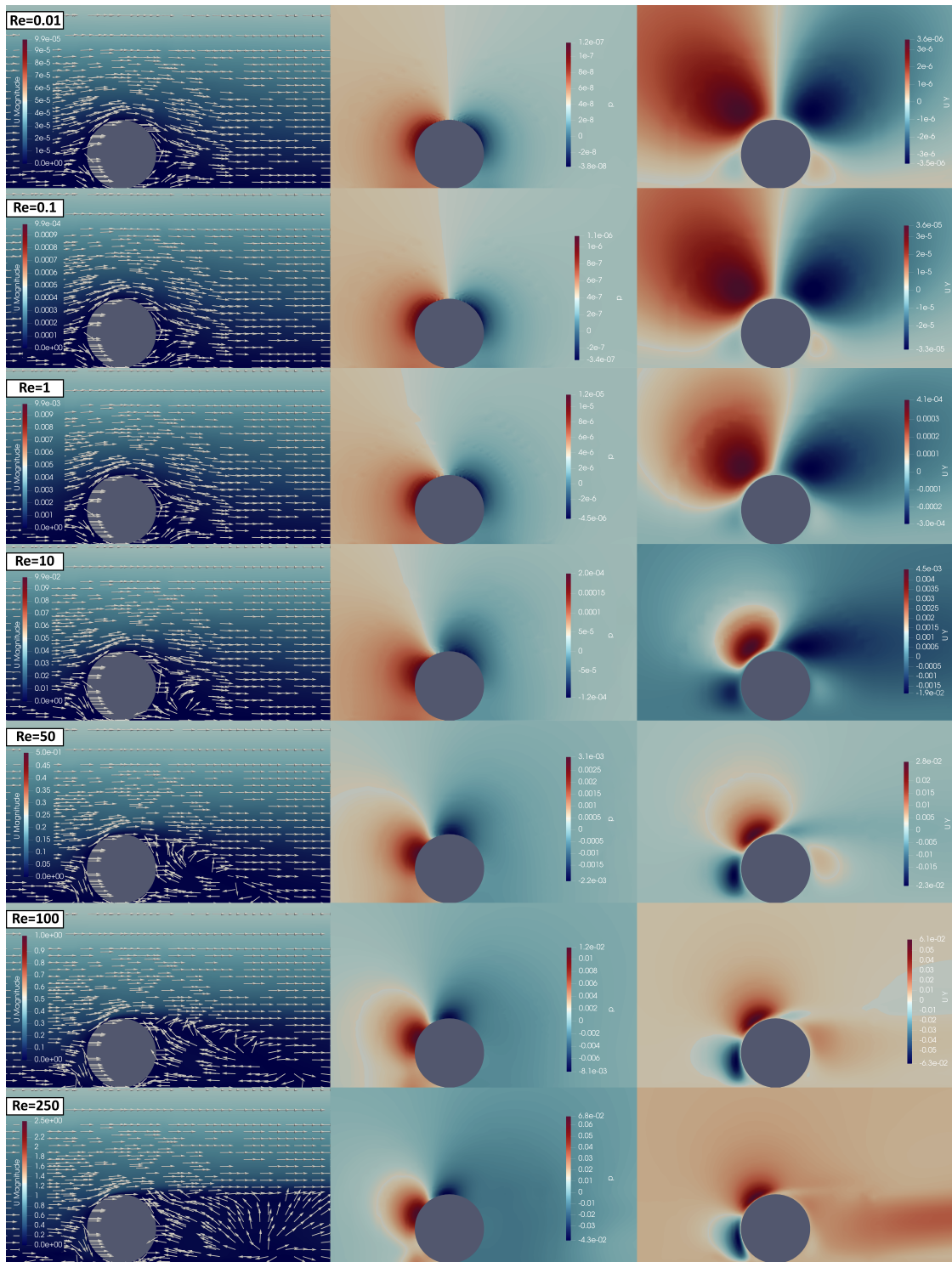


Figura 4.13: Evolución del flujo en función del número de Reynolds, caracterizado por la magnitud de la velocidad (m/s), los campos de presión y las velocidades verticales. Las velocidades son presentadas en unidades de (m/s) mientras que las presiones están normalizadas por la densidad ($\text{Pa} \cdot \text{m}^3/\text{kg}$). Caso flujo sobre esfera cercana a una condición de pared

También se presentan puntos de monitoreo sobre la esfera, que muestran las magnitudes de las presiones en función de Re . Se considera la nomenclatura de la siguiente figura

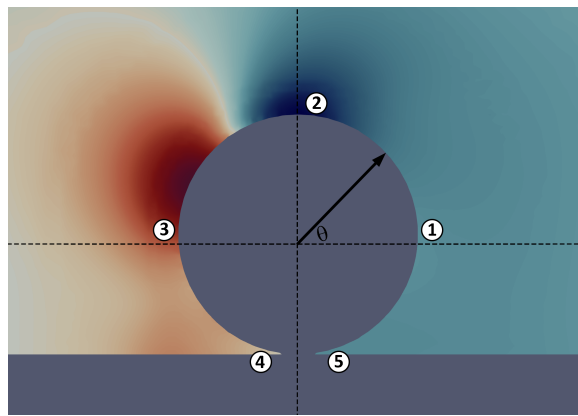


Figura 4.14: Puntos plano XY para $z=0$, caso esfera cercana a condición de pared

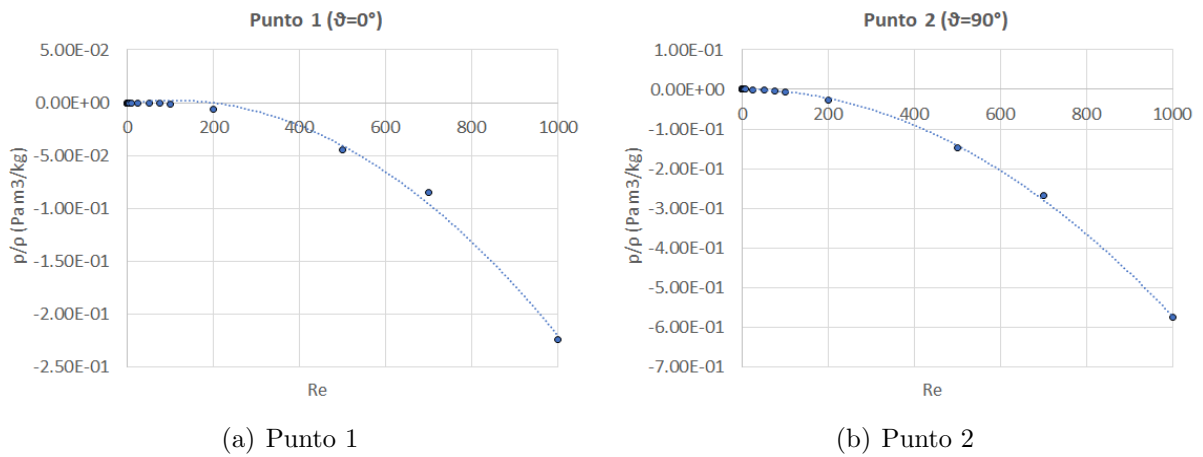


Figura 4.15: Puntos 1 y 2 de monitoreo considerados, presión normalizada por la densidad en función de Re , reología Newtoniana, caso flujo sobre esfera cercana a condición de pared

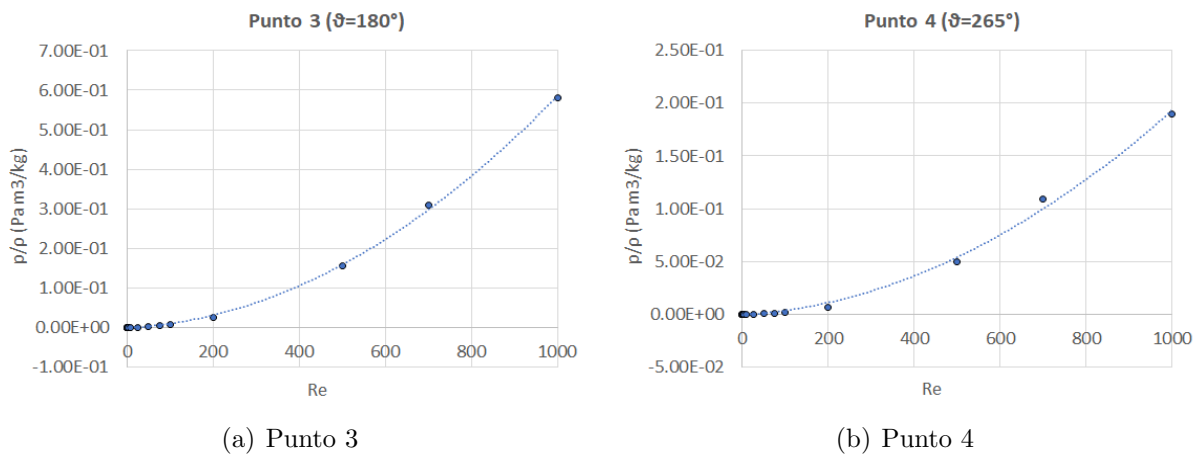
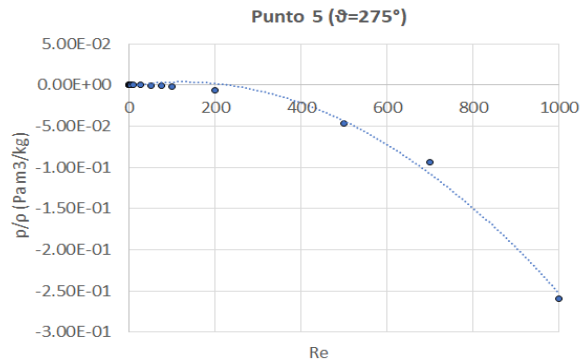


Figura 4.16: Puntos de monitoreo 3 y 4 considerados, presión normalizada por la densidad en función de Re , reología Newtoniana, caso flujo sobre esfera cercana a condición de pared



(a) Punto 5

Figura 4.17: Punto de monitoreo 5 considerado, presión normalizada por la densidad en función de Re , reología Newtoniana, caso flujo sobre esfera cercana a condición de pared

4.1.2. Modelos No Newtonianos

Para los modelos asociados a una reología no Newtoniana, se considera como notación para el número de Reynolds el uso de Re_M según la ecuación (2.10)

Flujo enfrentado a una esfera en medio infinito

Con respecto a los C_D obtenidos, se pueden observar los siguientes resultados

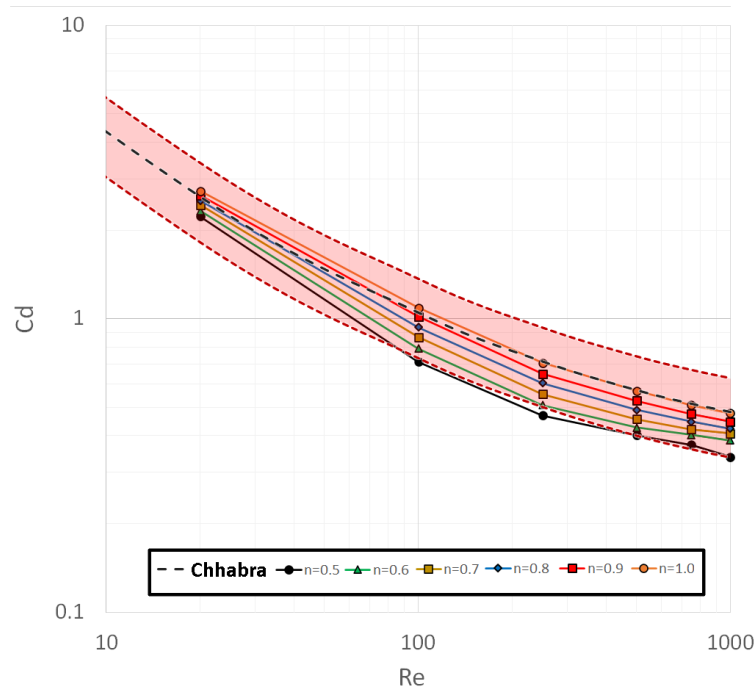
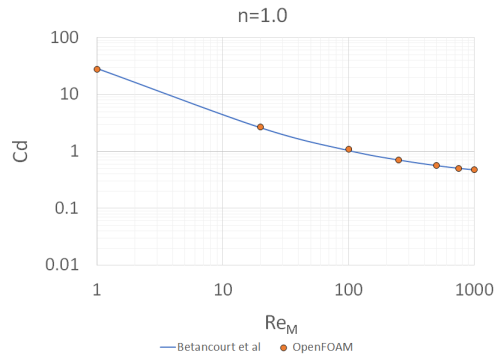


Figura 4.18: Re_M vs C_D , para distintos n , comparados con los resultados de Chhabra (2007)

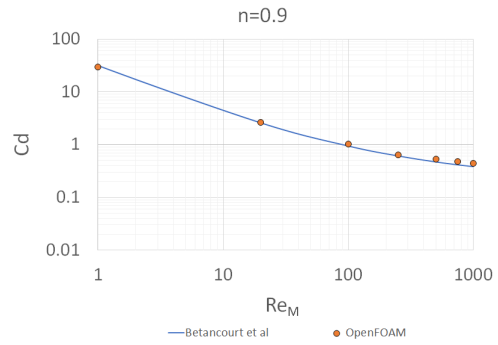
Tabla 4.5: Diferencias entre C_D obtenido a través de la modelación y el predicho por la expresión de Chhabra et al (2007) (Ecuación (2.9)).

| Re_M | n | $C_D(\text{Chhabra})$ | $Cd(\text{OpenFOAM})$ | Diferencia (%) |
|--------|------|-----------------------|-----------------------|----------------|
| 1 | 1000 | 0.48 | 0.48 | -1.04 % |
| 0.9 | 1003 | 0.48 | 0.45 | -7.26 % |
| 0.8 | 1015 | 0.48 | 0.42 | -11.97 % |
| 0.7 | 998 | 0.48 | 0.41 | -15.57 % |
| 0.6 | 1009 | 0.48 | 0.39 | -19.87 % |
| 0.5 | 1004 | 0.48 | 0.34 | -29.80 % |
| 1 | 750 | 0.51 | 0.51 | -1.24 % |
| 0.9 | 756 | 0.51 | 0.47 | -7.56 % |
| 0.8 | 762 | 0.51 | 0.45 | -12.95 % |
| 0.7 | 754 | 0.51 | 0.42 | -18.18 % |
| 0.6 | 758 | 0.51 | 0.40 | -21.54 % |
| 0.5 | 751 | 0.51 | 0.37 | -27.64 % |
| 1 | 500 | 0.57 | 0.57 | -0.65 % |
| 0.9 | 499 | 0.57 | 0.53 | -8.06 % |
| 0.8 | 499 | 0.57 | 0.49 | -14.50 % |
| 0.7 | 499 | 0.57 | 0.46 | -20.37 % |
| 0.6 | 500 | 0.57 | 0.43 | -25.39 % |
| 0.5 | 502 | 0.57 | 0.40 | -29.81 % |
| 1 | 250 | 0.72 | 0.71 | -1.27 % |
| 0.9 | 255 | 0.71 | 0.65 | -8.77 % |
| 0.8 | 250 | 0.72 | 0.60 | -15.72 % |
| 0.7 | 253 | 0.71 | 0.55 | -22.42 % |
| 0.6 | 251 | 0.71 | 0.51 | -28.84 % |
| 0.5 | 248 | 0.72 | 0.47 | -34.68 % |
| 1 | 100 | 1.05 | 1.09 | 3.88 % |
| 0.9 | 100 | 1.05 | 1.02 | -3.07 % |
| 0.8 | 102 | 1.04 | 0.94 | -10.22 % |
| 0.7 | 100 | 1.05 | 0.87 | -17.33 % |
| 0.6 | 101 | 1.05 | 0.79 | -24.44 % |
| 0.5 | 102 | 1.04 | 0.71 | -31.47 % |
| 1 | 20 | 2.60 | 2.73 | 4.65 % |
| 0.9 | 20 | 2.60 | 2.64 | 1.23 % |
| 0.8 | 20 | 2.60 | 2.53 | -2.48 % |
| 0.7 | 20 | 2.61 | 2.44 | -6.25 % |
| 0.6 | 20 | 2.60 | 2.33 | -10.15 % |
| 0.5 | 20 | 2.60 | 2.24 | -14.03 % |

También se pueden observar los coeficientes de arrastre obtenidos, en función de los distintos índices de flujo n utilizados, comparados con los resultados planteados por Betancourt et al (2015)

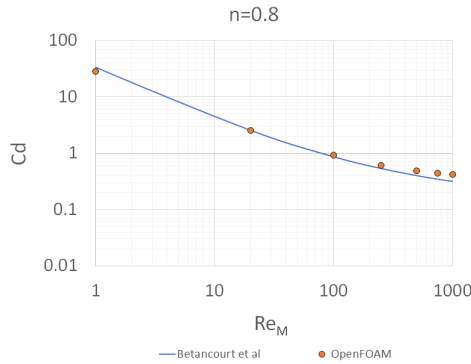


(a) $n=1.0$

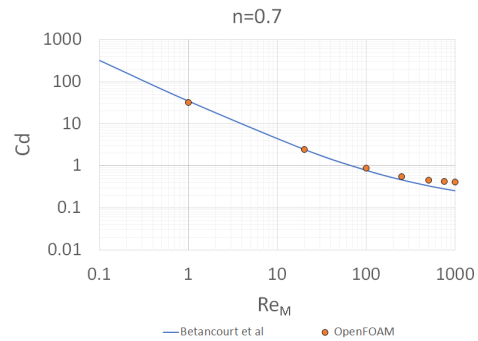


(b) $n=0.9$

Figura 4.19: Re_M vs C_D para $n=1.0$ y 0.9 , comparados con la expresión planteada por Betancourt et al(2015).

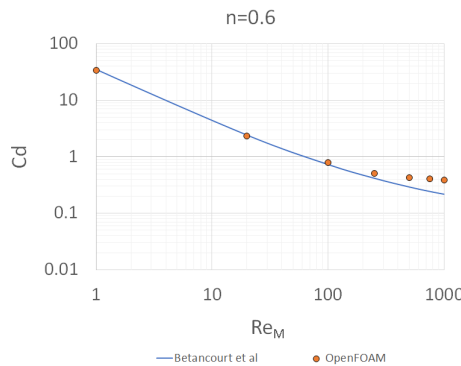


(a) $n=0.8$

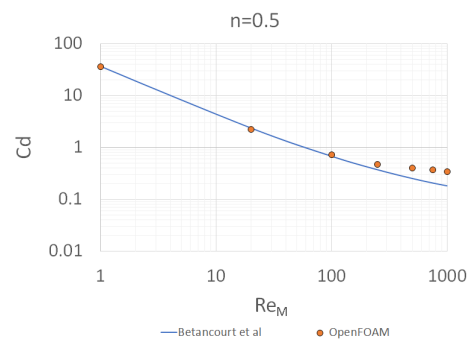


(b) $n=0.7$

Figura 4.20: Re_M vs C_D para $n=0.8$ y 0.7 , comparados con la expresión planteada por Betancourt et al(2015).



(a) $n=0.6$



(b) $n=0.5$

Figura 4.21: Re_M vs C_D para $n=0.6$ y 0.5 , comparados con la expresión planteada por Betancourt et al(2015).

Para presentar la descomposición de las fuerzas en sus componentes de presión y viscosi-

dad, se presenta una gráfica de la proporción F_p/F_ν en función de Re_M , a distintos índices de flujo. Esto permite ver de mejor manera el efecto de n sobre la relación entre las componentes actuando sobre la esfera, es decir, a que Re_M pasa a predominar una por sobre y como se modifica eso a distintos índices de flujo.

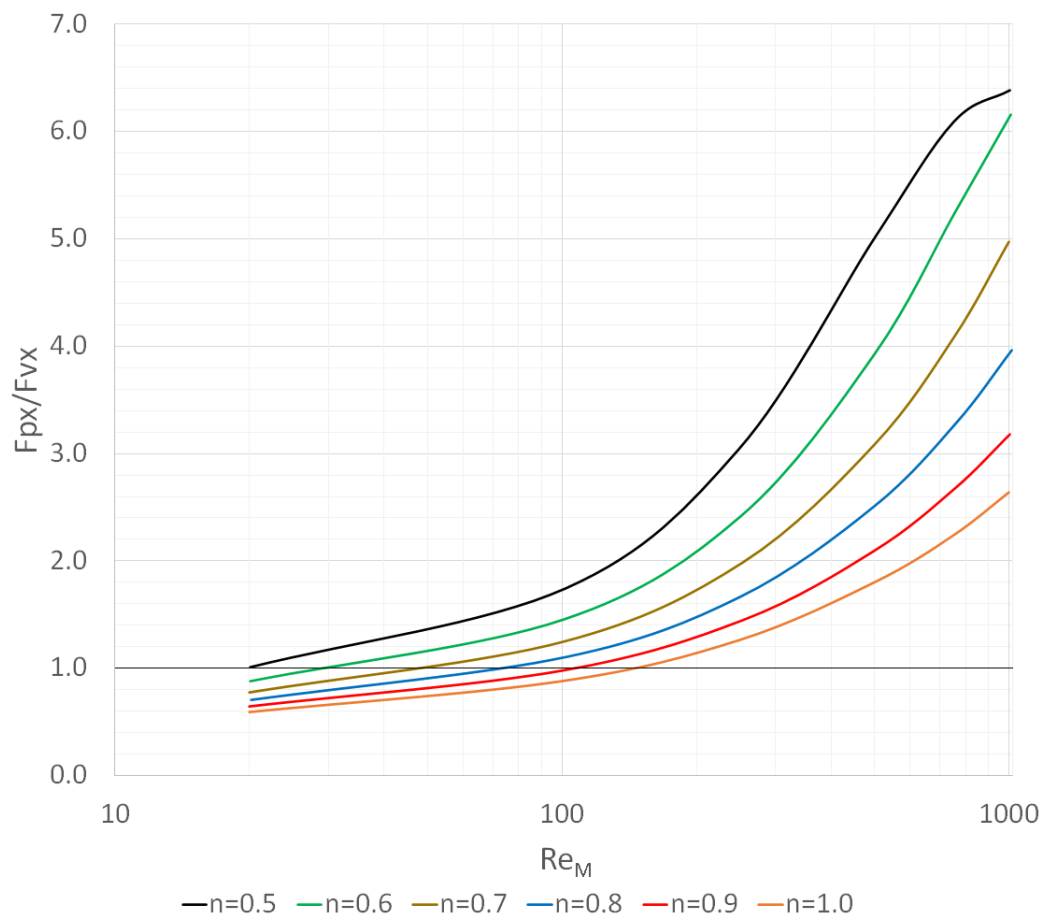


Figura 4.22: Re_M vs F_p/F_ν para distintos índices de flujo.

También se presentan distintos planos que muestran la distribución de viscosidades sobre la esfera, con el fin de analizar el efecto de las condiciones de borde impuestas y de los distintos índices de flujo empleados. Para ello, se tomará como referencia la siguiente imagen, que muestra esquemáticamente los planos seleccionados

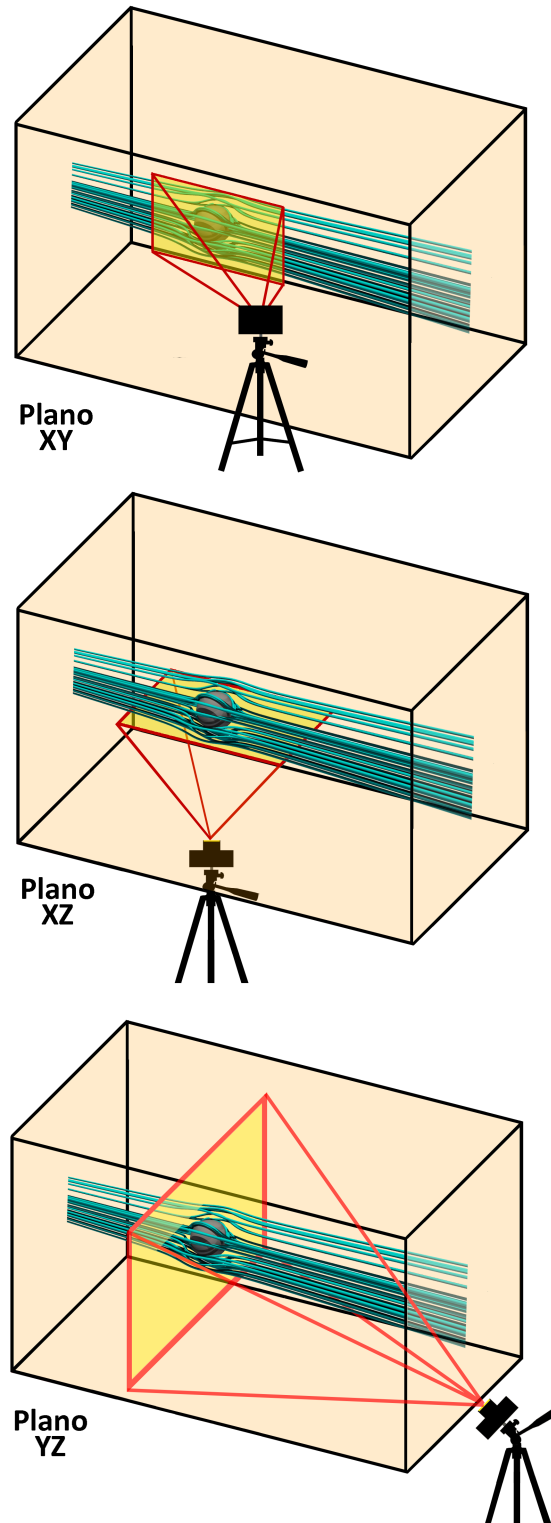


Figura 4.23: Esquema obtención perfiles distribución de viscosidades sobre la esfera. Plano XY, plano XZ y plano YZ

Para el caso a continuación, se consideran todas aquellas simulaciones $Re_M = 100$ realizadas para la esfera en medio infinito. El hecho de visualizar a un mismo Reynolds distintos

índices de flujo, hace factible de analizar como cambia la distribución y magnitudes de viscosidades cinemáticas alrededor de la esfera

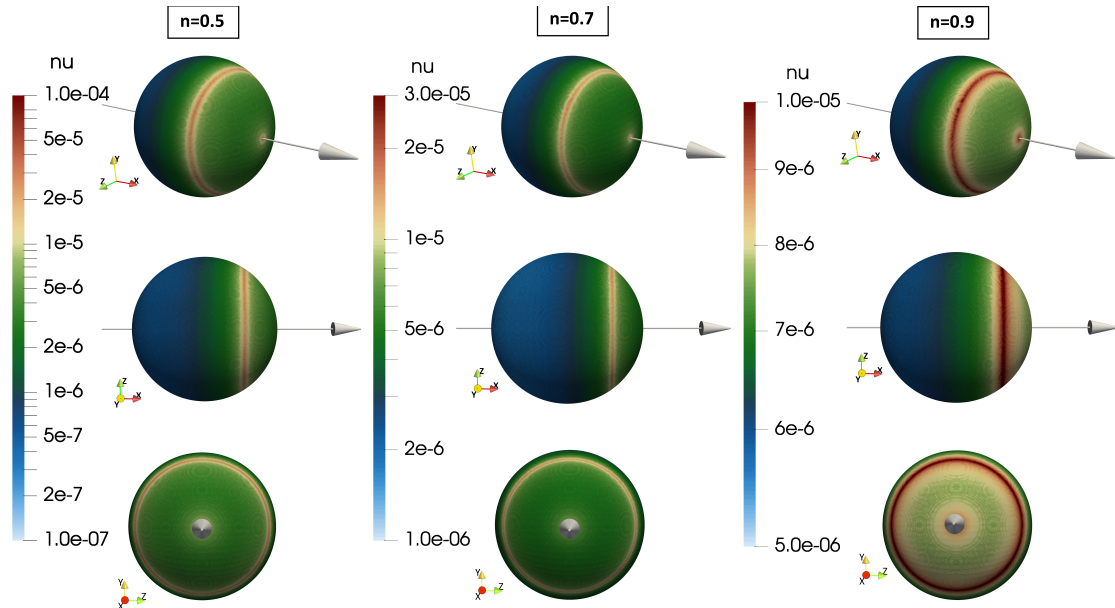


Figura 4.24: Distribución de viscosidades sobre la esfera, de arriba a abajo se presentan plano XY, plano XZ y plano YZ, caso esfera en medio infinito

4.2. Caso esfera en contacto con un plano inmersa en un flujo de un fluido Ostwald-de Waele

A continuación se presentan los resultados finales con respecto al caso de análisis de esta memoria. En primer lugar, se presentan las fuerzas hidrodinámicas en función de los distintos índices de flujo simulados. Luego, se presentan distintos análisis que permiten sensibilizar el modelo numérico construido, dando cuenta como varían los resultados obtenidos al cambiar los valores elegidos para algunas variables de importancia en el modelo generado, como los limitadores de viscosidad cinemática, o el solver elegido.

4.2.1. Fuerzas Hidrodinámicas

Se presentan gráficos de C_D y C_L en función de Re_M , para los distintos índices de flujo simulados

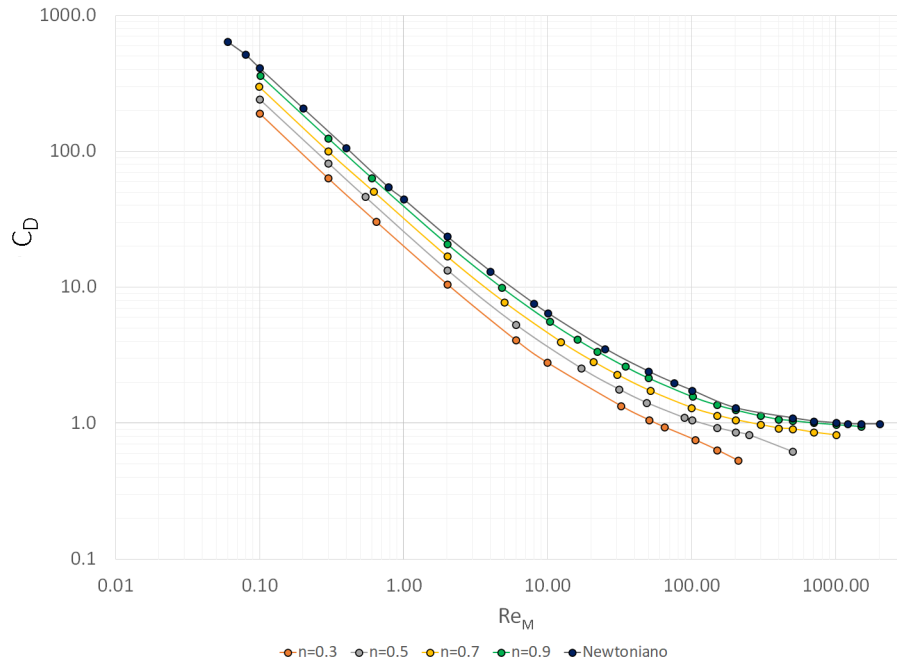


Figura 4.25: Re_M vs C_D para distintos índices de flujo como parámetro y comparación con un fluido Newtoniano, caso esfera cercana a condición de pared fluido tipo ley de potencia

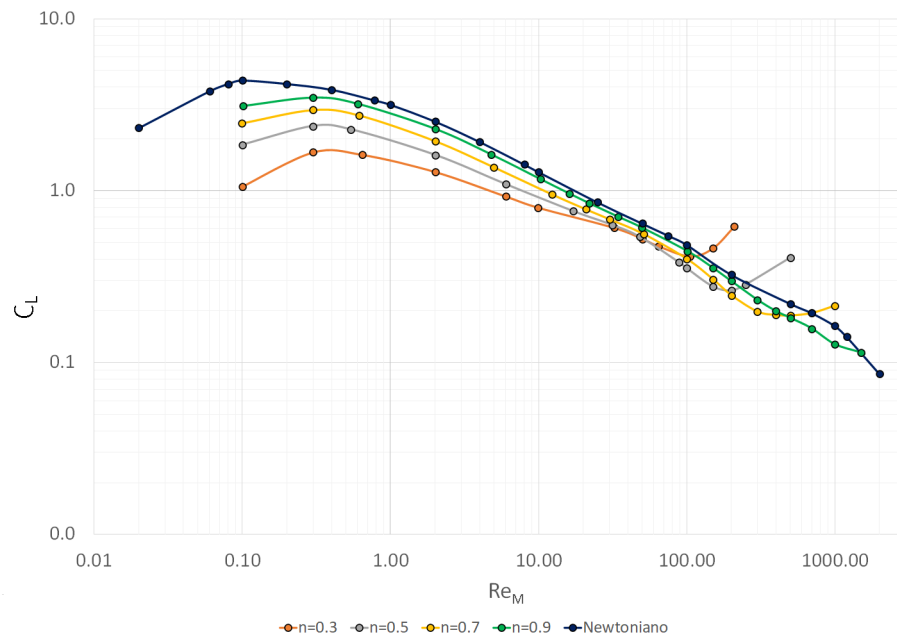


Figura 4.26: Re_M vs C_L para distintos índices de flujo como parámetro y comparación con un fluido Newtoniano, caso esfera cercana a condición de pared fluido tipo ley de potencia

También se presentan las componentes según X e Y de las fuerzas asociadas a los términos de presión y viscosa

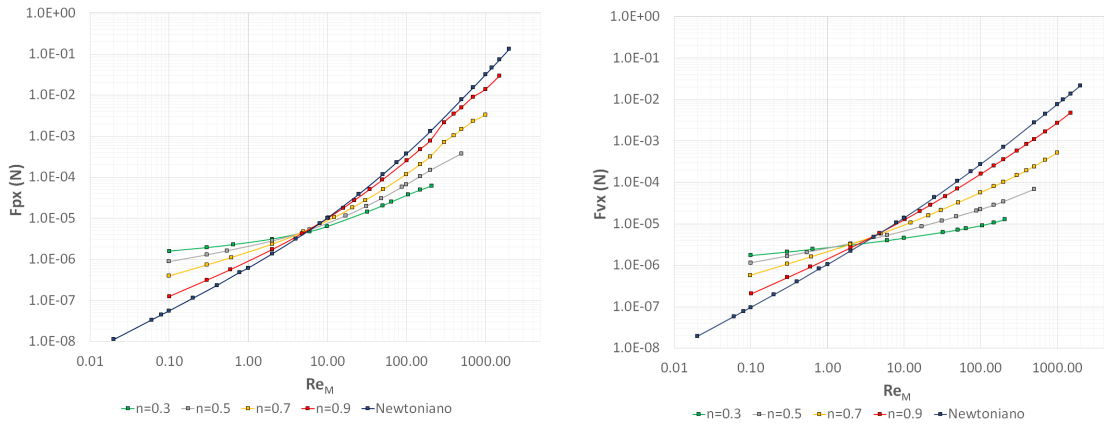


Figura 4.27: Re_M vs F_p y Re_M vs F_v para fuerza de arrastre, para distintos índices de flujo, caso esfera cercana a condición de pared fluido tipo ley de potencia

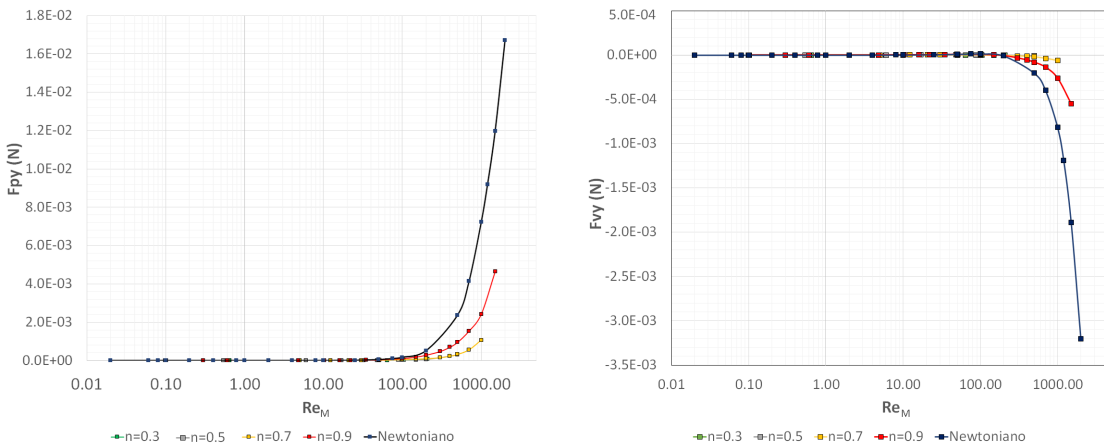


Figura 4.28: Re_M vs F_p y Re_M vs F_v para fuerza de sustentación, para distintos índices de flujo, caso esfera cercana a condición de pared fluido tipo ley de potencia

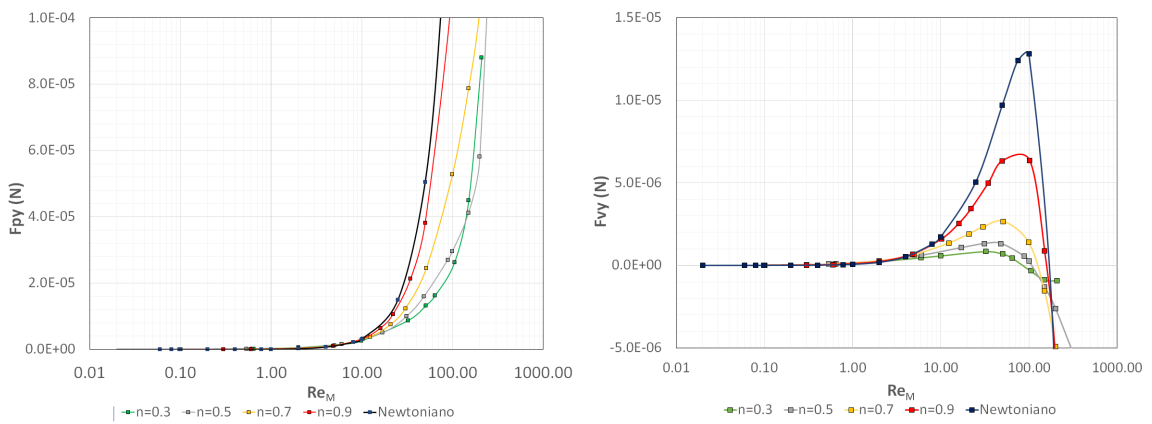


Figura 4.29: Re_M vs F_p y Re_M vs F_v para fuerza de sustentación, para distintos índices de flujo, caso esfera cercana a condición de pared fluido tipo ley de potencia. Se genera una escala ampliada para visualizar tendencias de las componentes citadas.

4.2.2. Distribución de viscosidad

Con el fin de analizar el efecto de las condiciones de borde impuestas y de los índices de flujo empleados, en las viscosidades sobre la esfera, se presentaran distintos planos que muestran su distribución. Se considerarán todas aquellas simulaciones $Re_M = 100$ realizadas. El hecho de visualizar a un mismo Reynolds distintos índices de flujo, hace factible de analizar como cambia la distribución de viscosidades cinemáticas alrededor de la esfera. Se tomarán como referencia los mismos planos anteriormente presentados para el caso de flujo enfrentado sobre un medio infinito reología no Newtoniana, haciendo factible la comparación entre ambos casos, logrando visualizar el efecto de la condición de pared sobre la distribución de viscosidades cinemáticas.

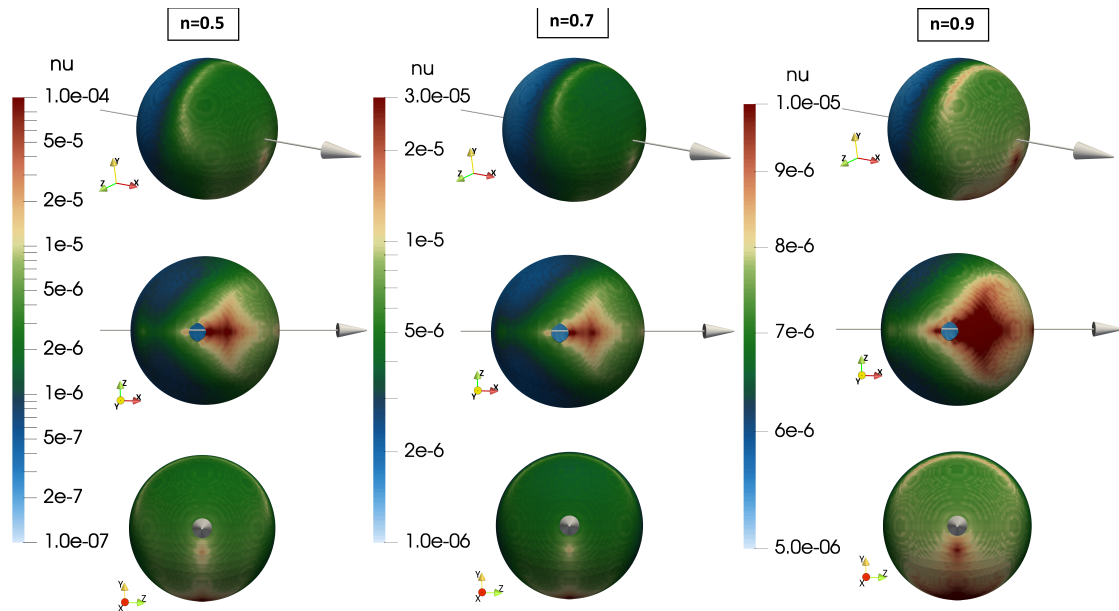


Figura 4.30: Distribución de viscosidades sobre la esfera, de arriba a abajo se presentan plano XY, plano XZ y plano YZ, caso esfera cercana a condición de pared

4.2.3. Análisis de sensibilidad limitadores de viscosidad

Para analizar como actúan los limitadores de viscosidad impuestos sobre los valores de coeficientes de fuerzas hidrodinámicas obtenidos, se realiza un análisis de sensibilidad para el índice de flujo más crítico, el cual corresponde al n más bajo (0.3 en este caso), ya que inducirá mayores viscosidades en los puntos de menores tasas de deformación angular.

El primer paso será identificar si efectivamente el limitador está actuando en la simulación y en qué proporción, para lo cual se considera analizar la distribución de viscosidades en un plano YZ mirando la parte inferior de la esfera, a través de la pared, considerando la dirección del flujo de izquierda a derecha

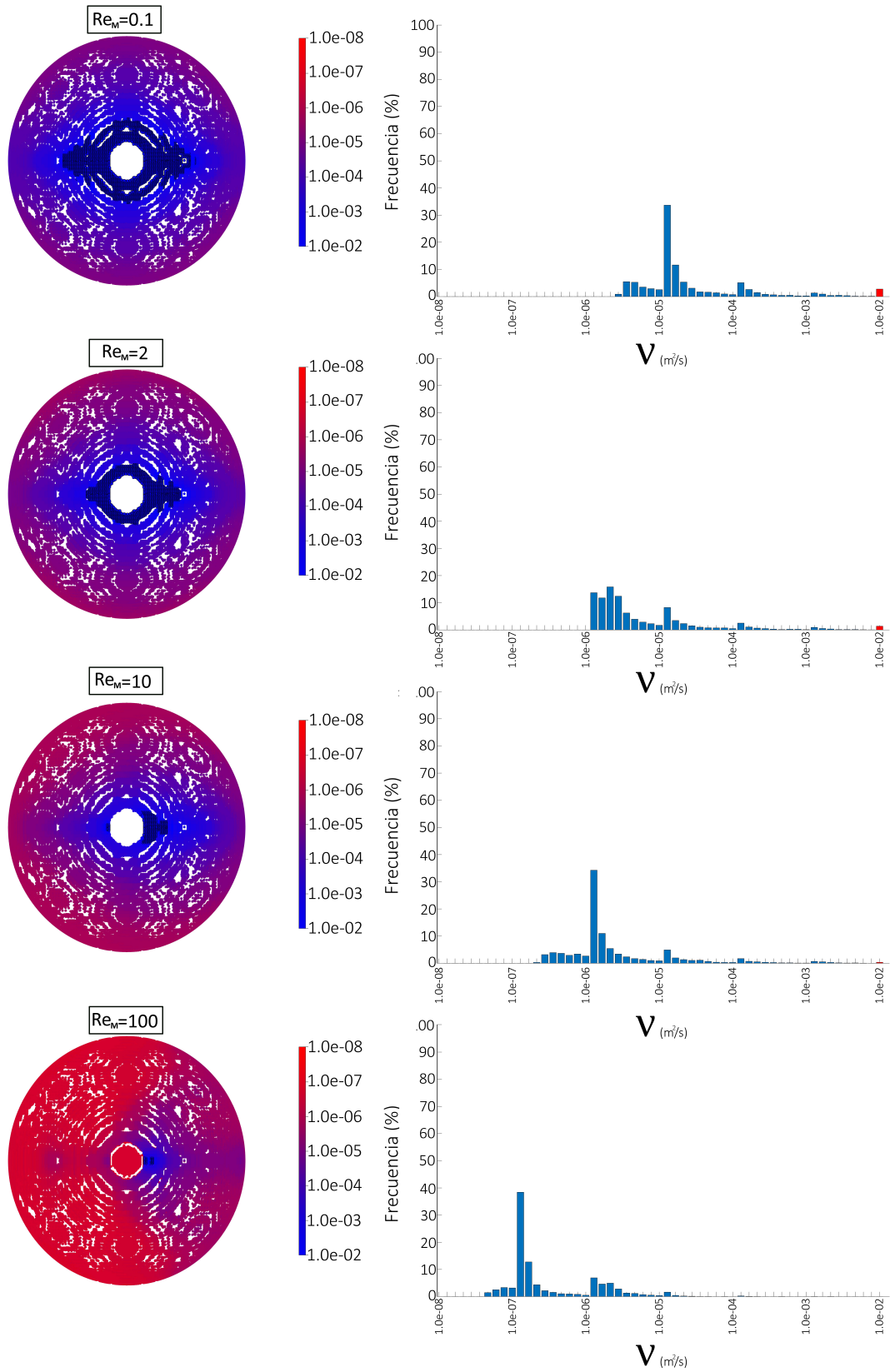


Figura 4.31: Distribución de viscosidad y frecuencia para distintos Re_M , caso $n = 0.3$. Los datos presentados corresponden al valor del centroide de la celda más cercana a la superficie de la esfera. Los puntos negros sobre la esfera representan puntos en los cuales se emplea el limitador de viscosidad ν_{max}

La sensibilidad, se hará recreando todos los casos simulados para el índice de flujo mencionado, variando en 1 orden de magnitud, en ambos sentidos, el limitador de viscosidad máxima ν_{max} .

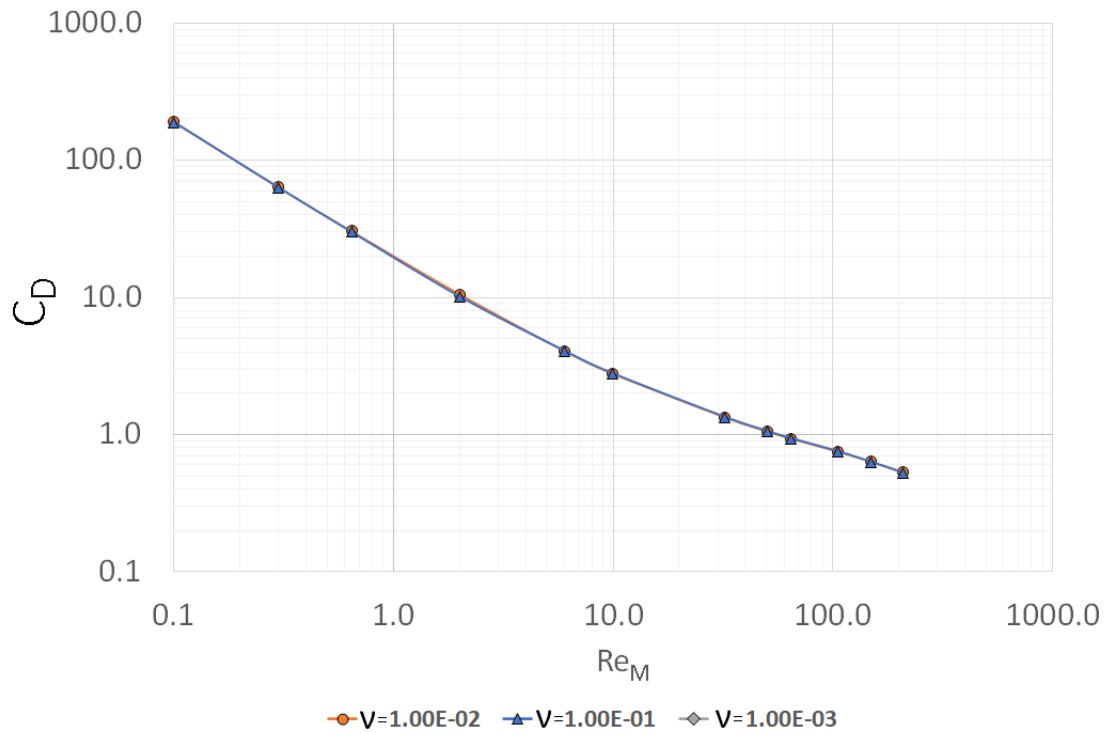


Figura 4.32: C_D vs Re_M , para variaciones del limitador superior de viscosidad, caso flujo sobre esfera cercana a condición de pared fluido tipo ley de potencia.

Tabla 4.6: C_D vs Re_M , para variaciones del limitador superior de viscosidad, caso flujo sobre esfera cercana a condición de pared fluido tipo ley de potencia.

| $\nu_{max} \left(\frac{m^2}{s} \right)$ | 1.00e-02 | 1.00e-01 | | 1.00e-03 | |
|--|----------|----------|---------------|----------|---------------|
| Re_M | C_D | C_D | Diferencia(%) | C_D | Diferencia(%) |
| 0.10 | 190.57 | 188.91 | -0.9 | 189.62 | -0.5 |
| 0.30 | 63.48 | 63.21 | -0.4 | 63.56 | 0.1 |
| 0.64 | 30.49 | 29.91 | -1.9 | 30.40 | -0.3 |
| 2.01 | 10.54 | 10.08 | -4.4 | 10.58 | 0.3 |
| 6.00 | 4.08 | 4.07 | -0.4 | 4.09 | 0.3 |
| 9.94 | 2.79 | 2.79 | 0.0 | 2.80 | 0.2 |
| 32.30 | 1.34 | 1.34 | 0.0 | 1.34 | -0.1 |
| 50.45 | 1.05 | 1.05 | 0.0 | 1.05 | -0.1 |
| 64.35 | 0.94 | 0.94 | 0.0 | 0.94 | -0.1 |
| 104.93 | 0.75 | 0.75 | 0.1 | 0.75 | 0.0 |
| 150.00 | 0.63 | 0.63 | -0.9 | 0.63 | -0.1 |
| 209.06 | 0.53 | 0.52 | -1.1 | 0.53 | -0.1 |

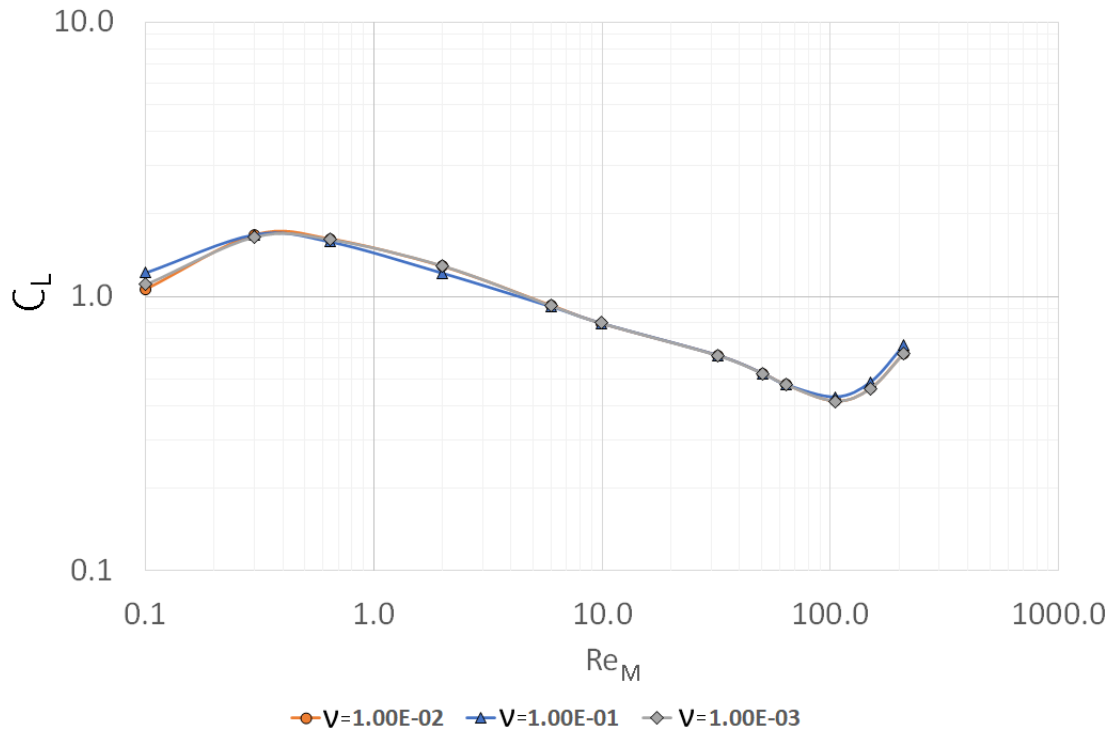


Figura 4.33: C_L vs Re_M , para variaciones del limitador superior de viscosidad, caso flujo sobre esfera cercana a condición de pared fluido tipo ley de potencia

Tabla 4.7: C_L vs Re_M , para variaciones del limitador superior de viscosidad, caso flujo sobre esfera cercana a condición de pared fluido tipo ley de potencia

| $\nu_{max} \left(\frac{m^2}{s} \right)$ | 1.00e-02 | 1.00e-01 | | 1.00e-03 | |
|--|----------|----------|----------------|----------|---------------|
| Re_M | C_L | C_L | Diferencia (%) | C_L | Diferencia(%) |
| 0.10 | 1.06 | 1.219 | 14.9 | 1.10 | 4.2 |
| 0.30 | 1.68 | 1.680 | 0.3 | 1.65 | -1.4 |
| 0.64 | 1.62 | 1.585 | -2.2 | 1.62 | -0.1 |
| 2.01 | 1.29 | 1.217 | -5.5 | 1.30 | 0.7 |
| 6.00 | 0.93 | 0.918 | -0.9 | 0.93 | -0.1 |
| 9.94 | 0.80 | 0.799 | 0.2 | 0.80 | 0.2 |
| 32.30 | 0.61 | 0.609 | 0.0 | 0.61 | -0.1 |
| 50.45 | 0.52 | 0.524 | 0.0 | 0.52 | -0.1 |
| 64.35 | 0.48 | 0.476 | 0.0 | 0.48 | -0.1 |
| 104.93 | 0.42 | 0.430 | 3.5 | 0.42 | 0.0 |
| 150.00 | 0.46 | 0.488 | 5.4 | 0.46 | -0.1 |
| 209.06 | 0.62 | 0.664 | 6.9 | 0.62 | -0.1 |

4.2.4. Análisis de sensibilidad modelo reológico

Se realiza una comparación entre los resultados entregados por el modelo de reología Newtoniana, y el modelo ley de potencia para $n = 1.0$, para todas las simulaciones realizadas, en términos de los coeficientes de arrastre y sustentación obtenidos. En términos prácticos, esta comparación es otra forma de analizar como actúan los limitadores de viscosidad, ya que icoFoam prescinde de ellos.

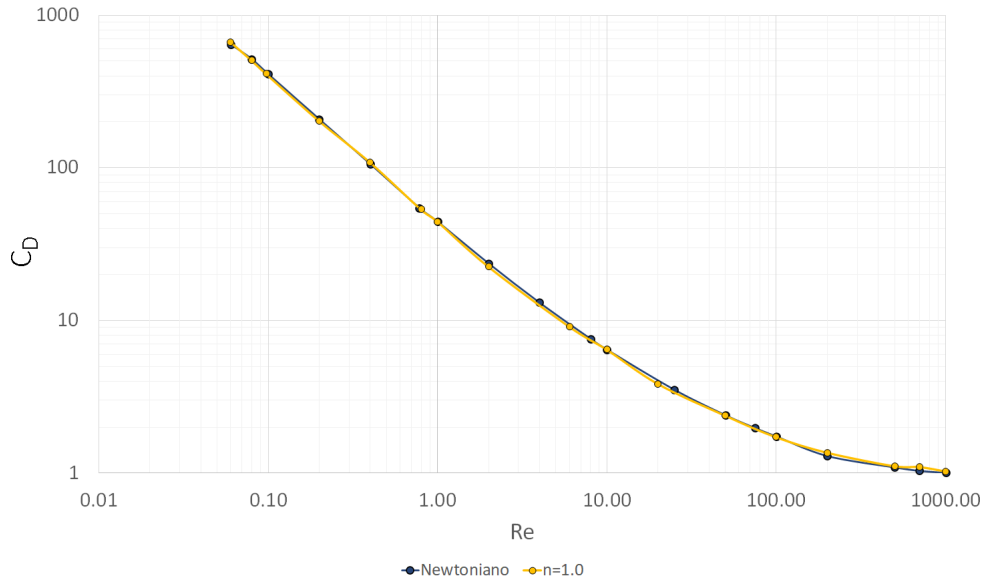


Figura 4.34: Análisis de sensibilidad C_D vs Re , para fluido Newtoniano y fluido Ostwald-de Waele con $n=1.0$

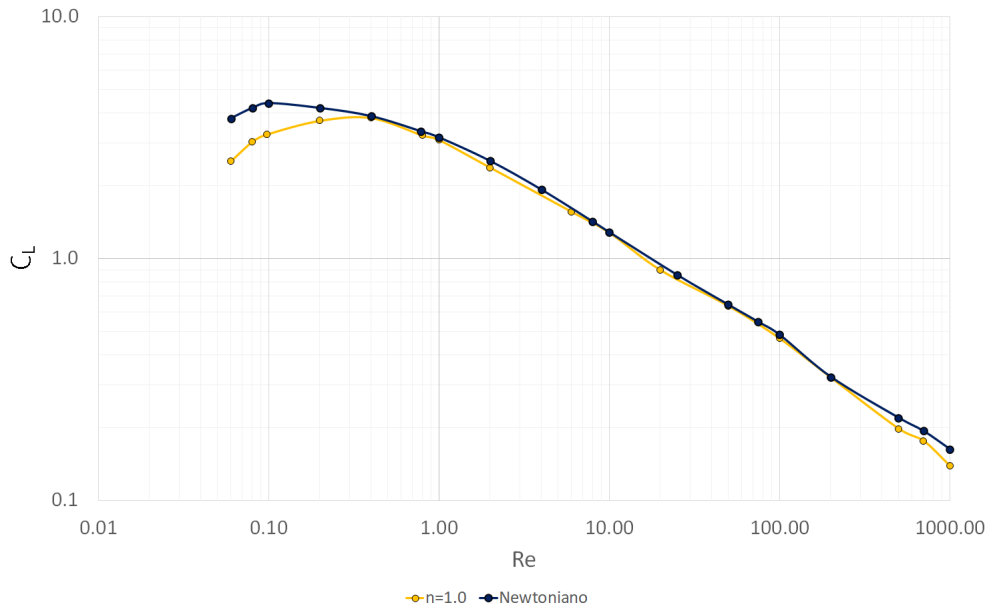


Figura 4.35: Análisis de sensibilidad C_L vs Re , para fluido Newtoniano y fluido Ostwald-de Waele con $n=1.0$.

Capítulo 5

Análisis de Resultados

El análisis de resultados se realizará según los objetivos planteados. En un inicio, se analizará la fase de validación realizada, los resultados según efecto de borde considerado y si es factible concluir que se logra representar de buena manera cada uno de estos en la modelación realizada. Luego, corresponde comentar sobre los resultados del caso objetivo, la pertinencia de estos resultados, además del sentido físico y numérico que explica las tendencias y comportamientos observados.

5.1. Modelos de Validación

5.1.1. Flujo enfrentado a una esfera en medio infinito, reología Newtoniana

Este caso de validación, busca comprobar que mediante la modelación numérica, se logra representar de buena manera las fuerzas de arrastre inducida por el flujo sobre la esfera y por consecuente, los coeficiente de arrastre, a través de la comparación con valores encontrados en la literatura disponible. Para ello se consideraron dos autores, los cuales generaron sus expresiones desde distintos orígenes, abarcando así el ámbito teórico y experimental (Figura 4.1). Por un lado, se observa que los resultados ajustan bien con respecto a la expresión de Concha & Almendra, para el rango analizado ($1 < Re < 1000$), mostrando diferencias bajas (2.3% en promedio), pero orientadas en el mismo sentido, lo cual indica que el software sobrestima levemente los valores de C_D calculados con respecto a la referencia. Por otro lado, la expresión propuesta por Turton & Levenspiel ajusta bien con los resultados de C_D obtenidos, mostrando diferencias bajas (2.0% en promedio) pero con valores distribuidos en torno a la curva planteada por la expresión, presentando una diferencia promedio porcentual más baja que la obtenida desde la comparación con Concha & Almendra. Cabe destacar que en ambos casos, el buen ajuste se presenta en todo el rango de Re trabajado, lo cual le da solidez a la modelación efectuada considerando que las referencias bibliográficas presentadas son válidas para rangos más amplios que el régimen laminar, llegando a la conclusión de que se logra una buena representación de la fuerza de arrastre en el rango objetivo .

Las líneas de corriente presentadas, dan nociones de los procesos físicos sucediendo en función del número de Reynolds. A bajos números de Reynolds $Re = 1$ (Figura 4.3), se observan líneas de corriente simétricas en torno a la esfera, deflectadas en las cercanías, y rectas a una distancia relativamente corta aguas abajo, recuperando la velocidad del flujo libre. A medida que aumenta el número de Reynolds, comienzan a aparecer zonas de circulación, estables y de bajas velocidades, aguas abajo de la esfera. Estas zonas aumentan en longitud a medida que aumenta la velocidad del flujo incidente, propagando la influencia de la esfera en el flujo hacia aguas abajo, lo cual se refleja en la imposibilidad de recuperar las magnitudes de velocidades no perturbadas. A números de $Re > 100$ (Figura 4.4), según lo visto anteriormente, las fuerzas de presión superan a las fuerzas viscosas, por lo cual debiese acelerarse el proceso de separación del flujo, sin embargo, para $Re = 200$, aún se mantiene la estabilidad de las líneas de corriente. Para el caso de $Re > 400$, comienzan a generarse inestabilidades, lo cual se ve reflejado tanto en el origen de patrones tridimensionales, que eliminan la rectitud de las líneas de corriente aguas abajo, como en el desvanecimiento de las zonas de circulación regulares anteriormente presentadas. Cabe destacar, que las imágenes presentadas corresponden a un instante de tiempo puntual de las simulaciones realizadas, lo cual para números de Re mayores a 100 corresponden a una imagen puntual de un fenómeno transitorio.

Con respecto a los campos de presión y velocidad (Figura 4.5), se puede observar que para Re bajos, el flujo es altamente simétrico, presentando altas presiones aguas arriba de la esfera y bajas presiones aguas abajo. El radio de influencia de la esfera sobre el flujo es bajo, y se recuperan las velocidades del flujo uniforme a una distancia corta. A medida que el flujo crece ($100 > Re > 1$), se ve que la influencia de la esfera se propaga hacia aguas abajo, generándose menores velocidades que las del flujo incidente, lo cual influye en cambios en la distribución de presiones, trasladando gradualmente las zonas de presión mínima hacia los polos superior e inferior de la esfera. Para $Re > 100$ ya se observa la aparición de zonas de recircularon, lo cual se refleja en el cambio de la dirección de las velocidades verticales aguas abajo de la esfera. Finalmente para $Re > 250$, el flujo se vuelve transiente, notándose a través del desprendimiento de vórtices desde la esfera.

Una de las ventajas de la modelación numérica, radica en la posibilidad de separar la fuerza total sobre la esfera en sus componentes viscosa y de presión, y observar sus comportamientos en función de Re . En este caso, ambas son crecientes en función de Re , pero no bajo la misma pendiente, lo cual desencadena que cercano a $Re = 100$, cambian su relación de orden, pasando a ser la componente de presión la predominante. Este punto es de importancia, ya que la predominancia de las fuerzas de presión es propia de un régimen de flujo con presencia de separación del flujo aguas abajo de la esfera. Para $Re > 200$, se observa que las fuerzas de presión sobre la esfera comienzan a presentar un alto crecimiento, el cual concuerda con el comportamiento de las presiones alrededor de la esfera: mientras que la presión aguas arriba de la esfera tiene un crecimiento no lineal, tendiendo a mayores crecimientos a mayores Re (Figuras 4.7 y 4.8), aguas abajo existe una disminución de las presiones tendiendo a mayores decrecimientos a mayores Re . Todo esto justifica que la distribución de presiones aguas arriba predomine y el crecimiento de las fuerzas de presión en dirección del arrastre sea mayor a mayores Re .

5.1.2. Flujo enfrentado a una esfera bajo condición de pared, reología Newtoniana

La introducción de una condición de pared, elimina la simetría anteriormente generada en el medio infinito, ya que induce la generación de un perfil de velocidades, parabólico en el caso Newtoniano, lo cual implica que existirá diferencia de presiones entre los extremos de la esfera y así una fuerza de sustentación identificable.

Con respecto a los resultados, se observa en general un buen ajuste para los coeficientes de arrastre obtenidos por Sweeney & Finlay (2015) en su modelación numérica, generando diferencias promedio menores al 2.0%. Para el caso de la sustentación, el ajuste igualmente es bueno excepto para Re muy bajos, donde se observan sistemáticamente mayores diferencias a medida que sigue disminuyendo el número de Re . Para analizar las diferencias, el foco debe hacerse en las fuerzas obtenidas desde la modelación, ya que los coeficientes son solo una representación adimensionalizada de los resultados. Para ello, se consideran los 2 autores citados anteriormente

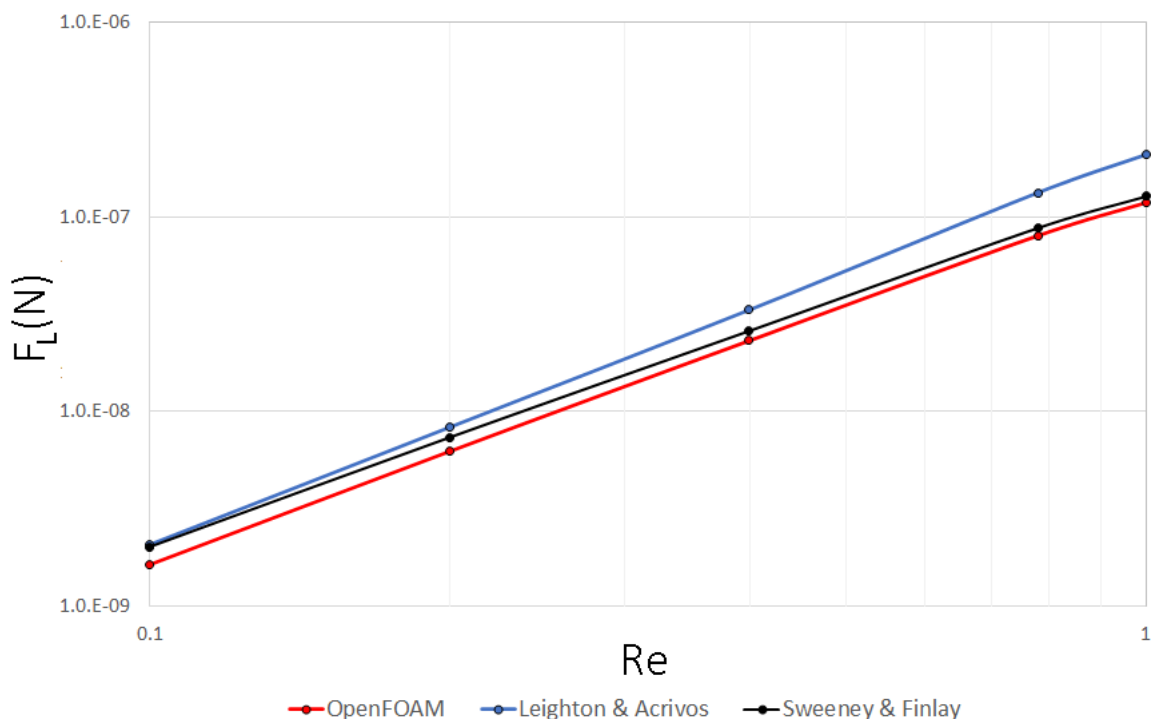


Figura 5.1: Fuerzas de sustentación caso flujo sobre una esfera cercana a una condición de pared caso Newtoniano.

Como se puede observar en la figura 5.1, las fuerzas de sustentación en las cuales comienzan a notarse diferencias con respecto a la revisión bibliográfica, son de ordenes de magnitud menores a $1.0e-07$, el cual corresponde a la magnitud del error aceptado como válido para considerar óptimas las pruebas de dominio y de mallado (Tablas A.3 y B.3). Si bien en las pruebas de dominio, los resultados no cambian al variar la dimensión en dirección del flujo, si varían en las pruebas asociadas a cambios en la dirección perpendicular. En este caso se

optó por una relación $\Delta y/D = 10 \Rightarrow \Delta y/R=20$ para el caso esfera cercana a condición de pared, pero autores como Ekanayake et al(2018), que realizan simulaciones numéricas afines a las generadas en este trabajo, reportan pruebas de dominio en las cuales las variaciones de C_L para esa proporción entre el dominio y el radio de la esfera es de un 4% con respecto al C_L obtenido con su dominio más extenso correspondiente a $\Delta y/R=80$. Además, señalan que el dominio óptimo para los resultados buscados es de $\Delta y/R = 50$, proporción 2.5 veces más grande que la generada en este trabajo. Por otro lado, solo en las pruebas de mallado, se realiza una sensibilización de las fuerzas de sustentación, y en ella también los errores aceptados como validos para considerar un mallado que no inflencie los resultados son del orden de magnitud de las fuerzas de sustentación obtenidas a bajos Re . Por último, al comparar las fuerzas de sustentación obtenidas a bajos Re , la modelación de Sweeney & Finlay (2015) tiende a acercarse a la expresión propuesta por Leighton & Acrivos(1985), lo cual tiene lógica ya que su validez es a Re bajos, mientras que los resultados obtenidos en OpenFOAM no presentan este comportamiento.

Con respecto a los campos de presión y velocidad para el caso citado (Figura 4.13), se pueden observar las diferencias que ocurren debido a la introducción de la condición de pared. Para $Re < 1$, los mínimos y máximos de presión son desplazados hacia la porción superior de la esfera, encontrándose a $\theta = 40^\circ$ y $\theta = 150^\circ$ respectivamente, considerando como referencia la figura (4.14), a diferencia del caso en medio infinito donde se ubicaban simétricamente en los puntos $\theta = 0^\circ$ y $\theta = 180^\circ$. También se genera una discontinuidad en la porción inferior de la esfera, entre la zona aguas arriba y aguas abajo separado por el punto de contacto entre la esfera y la pared, marcada por una transición desde presiones positivas a negativas (Puntos 4 y 5 Figura 4.14). Para el caso de las velocidades, en este rango el flujo se deflecta al pasar sobre la esfera preferentemente por la porción superior, pero recupera la velocidad asociada al perfil de velocidades no perturbado a una distancia corta aguas abajo. Al aumentar el número de Reynolds, el campo de presiones comienza a cambiar, desplazando gradualmente el punto de mínima presión hacia aguas arriba, ubicándose en $\theta = 70^\circ$ para $Re = 2$, en $\theta = 90^\circ$ para $Re = 75$ y $\theta = 100^\circ$ para $Re > 1500$, mientras que existe un aumento generalizado de las presiones aguas arriba, manteniendo el punto de máxima presión en la misma porción de la esfera. Los cambios de presión están acompañados de cambios en la distribución de velocidades, lo cual se puede observar en los cambios de velocidades verticales en el entorno de la esfera. Para $Re > 1$ las velocidades aguas abajo de la esfera disminuyen en magnitud, ya que se comienza a propagar el efecto de la perturbación de la esfera sobre el flujo en esta dirección, originando zonas de recirculación que invierten la dirección del flujo en esta porción, de descendente a ascendente ($Re > 50$). Esto también representa una diferencia con respecto al caso de esfera en medio infinito, ya que al existir simetría del flujo en este último, las zonas de recirculación inducían una inversión del flujo en ambas direcciones, a diferencia de este caso en que la recirculación genera preferentemente flujos ascendentes. Estos cambios aguas abajo, se ven acompañados por cambios aguas arriba de la esfera, ya que gradualmente se nota una aceleración del flujo que pasa por la porción inferior de la esfera, generando velocidades incluso mayores que las que circulan en la porción superior de la esfera para $Re > 100$. Esto es de importancia, ya que influirá en el comportamiento de las fuerzas actuantes sobre la esfera.

Al analizar el desglose de fuerzas por dirección, se puede observar que la predominancia de los esfuerzos de presión por sobre los viscosos en dirección del flujo, comienza a ocurrir

aproximadamente a $Re=30$, acelerando el desarrollo de la separación del flujo, tomando como referencia el caso de esfera en medio infinito. Esto puede suponer la aparición de inestabilidades a números de Re más bajos. Con respecto al comportamiento de las fuerzas de presión (Figuras 4.11 y 4.12), nuevamente se ve un crecimiento mayor a mayores números de Re , ya que existe un crecimiento no lineal en los puntos de mayores presiones alrededor de la esfera (Figura 4.16), pero en este caso las fuerzas de presión no existirán solamente en dirección del arrastre, si no que también en la dirección de la sustentación. Esto se explica ya que no existe simetría en el campo de presiones, generándose altas presiones en la porción inferior y media de la esfera desde aguas arriba, mientras que bajas presiones en la porción superior y aguas abajo de la esfera, lo que explica que los aportes de esta fuerza sean en dirección del arrastre y la sustentación (ascendente). Por otro lado, los aportes viscosos a la fuerza de sustentación sobre la esfera (Figura 4.12), presentan un comportamiento particular, ya que son crecientes en función del Re , encontrando un valor máximo cercano a $Re = 100$ para luego cambiar de sentido y comenzar a contrarrestar la componente de presión en esa dirección, amortiguando la sustentación. Esto se explica debido al cambio en la distribución de velocidades en la esfera, ya que existe una transición desde una distribución caracterizada por un flujo predominante y simétrico por la porción superior de la esfera (Figura 5.2 (a)), a una dominada por zonas de recirculación aguas abajo, con una progresiva aceleración del flujo que transita por la porción inferior de la esfera aguas arriba (Figura 5.2 (b)). El cambio de distribución de velocidades, y el hecho de que las velocidades de los flujos por la porción superior e inferior se vuelvan gradualmente equiparables, genera que las fuerzas tangenciales verticales sobre la esfera, de origen viscoso, tiendan a cambiar de dirección a medida que se va acelerando el flujo por la porción inferior de la esfera, lo que explica el comportamiento observado a mayores Re comentado. De igual forma, en el rango analizado, la diferencia de magnitud es amplia entre las fuerzas de presión y viscosidad, por lo cual el efecto amortiguador que generan los esfuerzos viscosos es pequeño.

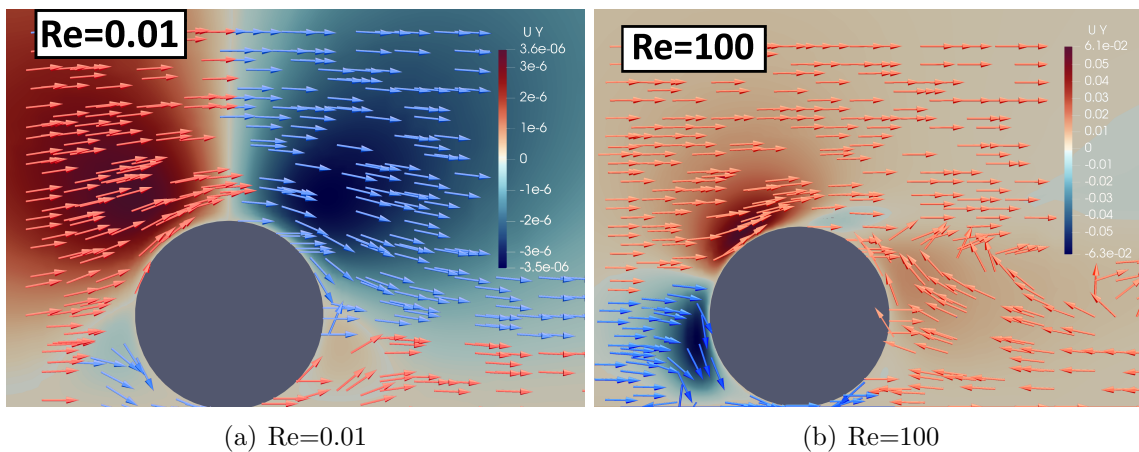


Figura 5.2: Distribución de velocidades verticales alrededor de la esfera, para $Re = 0.01$ y $Re = 100$. Se incluyen los vectores de velocidad, en rojo las direcciones ascendentes, en azul las descendentes.

5.1.3. Flujo enfrentado a una esfera en medio infinito, modelo reológico ley de potencia

Al considerar un modelo reológico distinto al Newtoniano, ley de potencia en este caso, se genera una fuerte dependencia de n , debido a que los valores de C_D , a un mismo Re_M , van disminuyendo a medida que disminuye este índice (Figura 4.18), lo cual genera que la curva completa se mueva hacia abajo en la gráfica. Este es un resultado acorde al comportamiento de la expresión planteada por Betancourt et al (2015). Al observar el ajuste con respecto a su expresión (Ecuación (2.11), Figuras 4.19, 4.20 y 4.21), se observa que para menores índices de flujo, esta genera menores valores de C_D con respecto al obtenido desde OpenFOAM para $Re_M > 100$, mientras que para $Re_M < 100$ se genera un buen ajuste indistintamente del n considerado. Cabe destacar que la expresión generada por el autor tiene un origen semi-teórico y en la validación que realiza Betancourt et al contra datos experimentales, se consideran muy pocos datos para $Re_M > 100$, por lo cual las diferencias observadas no necesariamente significan una mala predicción del software para mayores Re_M . Por otro lado, al contrastar los resultados contra la expresión propuesta por Chhabra (Ecuación (2.9)), se observa que existe un buen ajuste para $n = 1.0$, mientras que los restantes índices de flujo generan menores valores de coeficiente de arrastre hasta alcanzar una diferencia cercana al 30% para el caso más crítico ($n=0.5$), por lo cual todos los puntos se encuentran dentro de la franja del $\pm 30\%$ que contiene a todos los datos considerados por el autor para su ajuste. Cabe destacar que la expresión de Chhabra, no discrimina por índice de flujo, si no que equivale a un promedio de todos los datos experimentales considerados, incluyendo distintos n . Esto significa que las diferencias contra la expresión no constituyen un error, si no que una diferencia contra el promedio de los datos, por lo cual, la relevancia real en este caso la tiene el hecho de que los resultados obtenidos estén dentro del muestreo de datos experimentales considerados por el autor, lo cual en este caso se cumple para toda la modelación realizada.

Con respecto al comportamiento de las fuerzas que componen el arrastre, se puede observar la proporción entre ellas en la figura 4.22. Lo interesante, nuevamente, radica en analizar el rango de Re_M en el cual las fuerzas de presión comienzan a predominar. En este caso, se observa que la reología también tiene influencia, acelerando el proceso de separación del flujo, ya que a menores n , se necesita de un Re_M más bajo para sobrepasar la barrera en la cual $F_p = F_v$. Para ejemplificar, si cuando $n = 1.0$, que es equivalente el caso Newtoniano, se necesita un $Re \approx 100$, para un $n = 0.5$ solo se necesita de un $Re_M \approx 20$, lo cual equivale a casi un orden de magnitud menor.

Otro análisis factible, debido a la variación de la viscosidad, es con respecto a su distribución en las vecindades de la esfera (Figura 4.24). Al trabajar con fluidos pseudoplásticos ($n < 1.0$), se generarán altas viscosidades a bajos gradientes, lo cual se observa en la zona de aguas abajo la esfera, debido a la generación de zonas de recirculación de bajas velocidades. Los valores de viscosidad en el entorno de la esfera muestran una distribución más amplia de viscosidades al disminuir el índice de flujo, llegando así a mínimos menores y máximos mayores. Por último, cabe destacar que en la distribución expuesta se logra apreciar la zona de separación del flujo, como una zona de viscosidades mayores a su entorno inmediato. Se puede observar esta zona se ubica más atrás a menores n , lo que puede indicar un distinto nivel de desarrollo del proceso de separación del flujo, ya que recordemos para el caso

Newtoniano, la zona de separación va retrocediendo sobre la esfera a medida que aumenta el número de Re_M y se desarrolla el fenómeno. Esto también va en vías de lo expuesto con respecto al rango de Re_M en el cual empiezan a predominar las fuerzas de presión en función del índice de flujo, ya que este comienza a menores Re_M a valores de n más bajo.

5.2. Flujo enfrentado a una esfera bajo condición de pared con modelo reológico ley de potencia

Corresponde analizar el caso objetivo de la memoria. En esta ocasión, no se tiene referencia con la cual contrastar, pero hasta esta etapa se ha realizado una validación adecuada de los efectos influyentes, más sólida en el caso de los coeficientes de arrastre, principalmente por la bibliografía disponible y los casos construidos (solo en uno existía asimetría y así una fuerza de sustentación). Con respecto a esto mismo, cabe destacar que la validación de flujo sobre una esfera en medio infinito, cercana a condición de pared y/o del efecto del modelo reológico utilizado no se ha realizado bajo los mismos rangos de número de Reynolds, ya que se toma como referencia el rango propuesto por los autores de referencia

- Validación coeficientes de arrastre medio infinito caso Newtoniano $\Rightarrow 1 \leq Re \leq 1000$ en base a expresiones de Turton & Levenspiel (1986), Concha & Almendra (1979) y Stokes
- Validación coeficientes de arrastre y sustentación bajo condición de pared caso Newtoniano $\Rightarrow 0.1 \leq Re \leq 250$, en base a los resultados de la modelación de Sweeney & Finlay (2007)
- Validación coeficientes de arrastre medio infinito modelo reológico ley de potencia $\Rightarrow 1 \leq Re_M \leq 1000$, $0.5 \leq n \leq 1.0$, en función de las expresiones planteadas por Chhabra (2007) y Betancourt et al (2015)

Lo cual indica que un rango apropiadamente validado por todos los casos construidos, y por lo tanto, con resultados confiables para el caso objetivo corresponde a $1 < Re_M < 250$. Esto no implica que los resultados fuera de este rango no sean correctos, pero corresponde explicar posibles tendencias que se escapen de lo esperado para rangos de Re_M sin validación.

5.2.1. Fuerzas hidrodinámicas

Para el caso de las fuerzas de arrastre, se observa una disminución de los C_D en función de la disminución de n para el mismo Re_M , lo cual genera que las curvas se desplacen hacia abajo, coincidente con la bibliografía expuesta. La variación entre la curva Newtoniana y el menor n simulado, ronda entre un 55 % al 60 %, lo que implica que el arrastre disminuye a menos de la mitad por efecto de la disminución del índice de flujo.

Al realizar el desglose de la fuerza de arrastre en sus componentes de presión y viscosidad, se puede ver que la primera supera a la segunda para $Re_M \approx 6$ en el caso de $n=0.5$. Considerando que para el caso de medio infinito ley de potencia, al mismo índice de flujo, se logra con $Re_M \approx 20$, o para los casos Newtonianos medio infinito y cercano a condición de pared se logra para $Re \approx 100$ y $Re \approx 30$ respectivamente, se puede ver que el efecto combinado de la reología y la condición de pared influyen en disminuir aún más el punto en el cual ocurre este fenómeno. Esto es de importancia considerando que la más temprana aparición de la separación del flujo, acelerará la aparición de inestabilidades, lo cual podría significar que el cambio de régimen desde laminar a transición ocurra antes que los $Re \approx 1000$ típicamente considerados para el caso Newtoniano, dejando así de ser válida la modelación a un rango de Re_M menor al no tener considerado un modelo que resuelva la turbulencia.

El caso de las fuerzas de sustentación, requiere de mayor detención en su análisis. Por un lado, se observa que a $Re_M < 1$, para todos los índices de flujo, incluido el caso Newtoniano, los coeficientes de sustentación son crecientes hasta llegar a un máximo, a partir del cual comienzan a decrecer. Si bien la validación para el caso Newtoniano cercano a condición de pared solo se realiza desde $Re = 0.1$, y en ella solo se observa un comportamiento decreciente de C_L en función de Re , es esperable que a menores números de Reynolds los coeficientes de sustentación tiendan a un valor constante, como lo propuso Leighton & Acrivos (1985) en su expresión analítica. También es factible observar la modelación realizada por Ekanayake et al (2018), que en un caso similar de flujo sobre una esfera a una distancia de la condición de pared distinta a 0, realiza simulaciones a bajos Re , mostrando solo una tendencia decreciente en función del aumento de Re (Figura 5.3). Todo esto hace presuponer, continuando con la discusión realizada en la sección 5.12, que el dominio no es apropiado para captar de buena forma las fuerzas de sustentación a bajos Re_M , debido a que está influenciando los resultados en esta dirección, por lo cual el comportamiento de C_L observado en la figura 4.26 para bajos Re_M es dependiente de la modelación realizada.

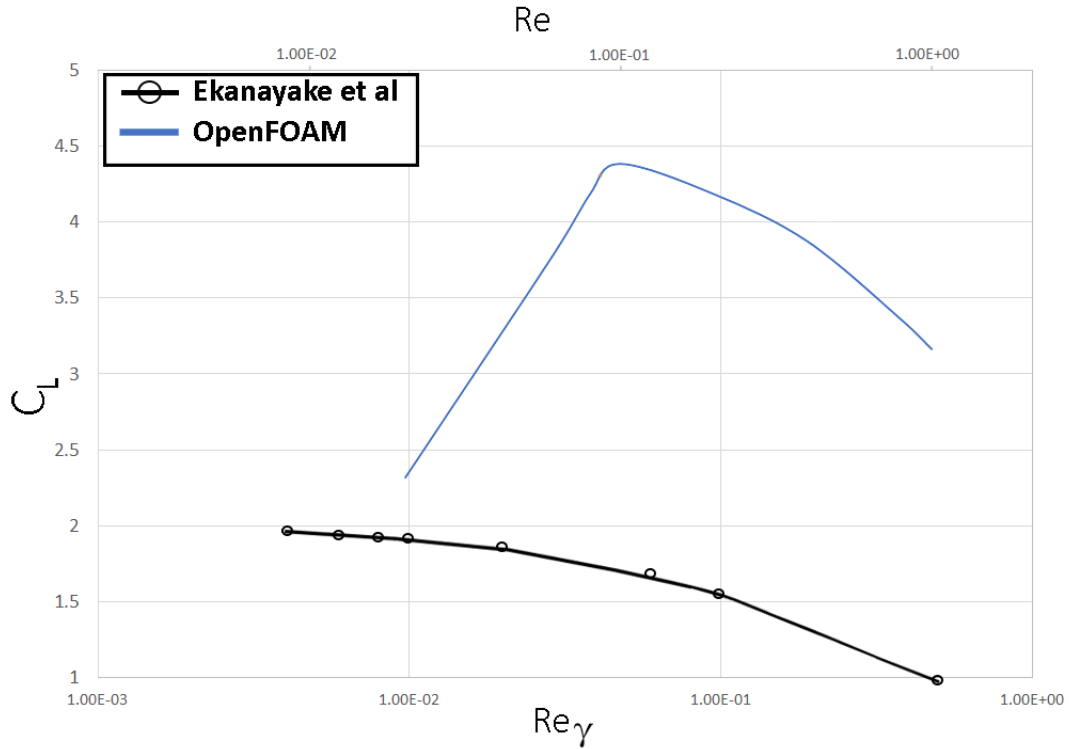


Figura 5.3: Gráfica $Re_\gamma = \frac{\dot{\gamma}R^2}{\nu}$ vs C_L , y Re vs C_L (eje secundario horizontal) , para $Re < 1$, presentando los resultados caso Newtoniano cercano a pared modelado en OpenFOAM, y los resultados obtenidos por Ekanayake et al (2018). Cabe destacar que las modelaciones son afines, pero no iguales, por lo cual se busca comparar tendencias y no magnitudes.

Por otro lado, analizando esta vez el comportamiento de C_L a altos números de Reynolds, si bien se presentan fenómenos similares a los observados en el arrastre al variar los índices de flujo, disminuyendo esta vez los coeficientes de sustentación a menores n , esto no es valido en todo el rango de Re_M analizado. Por ejemplo, para la reología más crítica, $n=0.3$, se observa que aproximadamente a $Re_M = 30$ la pendiente de la curva disminuye, y los valores de C_L obtenidos son iguales que para el caso de $n=0.5$, rompiendo la tendencia antes validada. Para $Re_M > 100$, la curva presenta un punto de inflexión y cambia su tendencia decreciente a una creciente, superando el valor de coeficiente de sustentación estimado para todo los casos restantes, incluso para el caso Newtoniano. Un fenómeno similar se esboza para el caso de $n=0.5$, presentando un punto de inflexión para $Re_M \approx 200$, para el caso de $n = 0.7$, con un $Re_M \approx 400$. La tendencia permite suponer, que simulaciones para índices de flujo mayores a Re_M mayores, eventualmente también presentarían estos puntos de inflexión que cambian la tendencia antes validada para la variación de n .

Para complementar el análisis, se puede hacer el desglose de las fuerzas verticales en sus componentes de presión y viscosa. Si bien las fuerzas de presión presentan un comportamiento coherente con lo observado en la evolución de la distribución de presiones alrededor de la esfera, crecientes a mayores Re_M , no ocurre lo mismo para el caso de las viscosas. Estas presentan un máximo, a partir del cual comienzan a decrecer e incluso cambiar de orientación, generando un efecto amortiguador a las fuerzas de presión. La explicación es análoga

a la descrita para el caso Newtoniano cercano a condición de pared. Para los casos de índices de flujo mayores, cercanas a la Newtoniana, este efecto amortiguador no tiene mayor influencia ya que las fuerzas de presión verticales son mucho mayores a las viscosas, lo cual no se cumple a cabalidad para n menores. En ellos, las fuerzas se hacen más equiparables, y esto se ve reflejado en el cambio de tendencias de los valores de C_L . Todos estos hechos expuestos dan nociones de que el cambio hacia un régimen de transición se ve influenciado por la reología, y ocurre antes para índices de flujo menores, indicando que los cambios de tendencia observados para las curvas de C_L se producen debido a que la modelación deja de ser válida producto de ingresar hacia este régimen de transición.

5.2.2. Distribución de viscosidades

Para el caso de una esfera en contacto con una pared, enfrentando un flujo de un fluido tipo ley de potencia, la distribución de viscosidades cambia con respecto a cuando la esfera se ubica en un medio infinito. La condición de pared, induce otro sector de baja velocidad aguas abajo del punto de contacto entre la esfera y la pared, lo que se refleja en una zona de alta viscosidad, como se puede ver en la figura 4.30. En esta zona, se inducen viscosidades máximas mayores que para el caso de esfera en medio infinito, y a menores índices de flujo, se genera una distribución de viscosidades con menores mínimos y mayores máximos. El resto de los comportamientos son análogos al caso en medio infinito, se logran viscosidades mayores en la zona de separación del flujo (aguas abajo esfera), y se logra identificar el punto de separación del flujo, donde su posición es dependiente del n simulado ya que el inicio de la separación del flujo se logra a menores Re_M a menores n .

5.2.3. Análisis de sensibilidad

Para observar la validez de los resultados obtenidos, se genera un análisis de sensibilidad consistente en dos procedimientos: un análisis de los resultados ante una variación del limitador superior nu_{max} de las viscosidades, con el fin de entender si los resultados obtenidos están influenciados de gran forma por el valor impuesto en esta propiedad, y por otro lado, la diferencia de los resultados al usar distintos solver, resolviendo el mismo caso pero a través de distintos sistemas de ecuaciones. Cabe destacar que no se realiza un análisis de sensibilidad del limitador inferior de viscosidad nu_{min} en el primer caso, ya que al trabajar con un fluido pseudoplástico, se generarán altas viscosidades en puntos de bajos gradientes, lo cual se induce al colocar la esfera cerca de la condición de pared, por lo cual lo esperable es que el limitador superior sea el utilizado para los casos críticos, no así el limitador inferior. El análisis de sensibilidad del limitador ν_{max} se inicia por conocer si efectivamente se está usando el limitador en las simulaciones. Para ello, se genera el análisis mostrado en la figura 4.31, donde se muestran distribuciones de viscosidad desde un plano inferior a la esfera, considerando que detrás del punto de contacto esfera-pared se generarán las menores velocidades y mayores viscosidades, y una distribución de frecuencia, que clasifica por intervalo, porcentualmente, la cantidad de celdas que tienen un valor de viscosidad que cae en el rango. Gracias a ambas figuras, por un lado se puede analizar los cambios en la distribución

de viscosidades cinemáticas alrededor de la esfera en función del número de Re_M , lo cual muestra que a mayor número de Reynolds las viscosidades tienden a disminuir para los casos con índices de flujo menor a 1. Por ejemplo, para $Re_M = 0.1$ para el índice de flujo $n=0.3$, la mayor frecuencia se ubica en torno a $1.0e-05$ (m^2/s), mientras que para $Re_M = 100$, la mayor frecuencia se ubica en torno a $1.0e-07$. Por otro lado, es factible comprobar que en las 4 simulaciones expuestas, si se usa el limitador superior (correspondiente a $1.0e-02$ (m^2/s) en las simulaciones realizadas), en distinta medida, generándose mayores viscosidades a Re_M más bajos y empleando un mayor número de veces el limitador.

Una vez comprobado el uso de ν_{max} , el foco cambia a las figuras 4.32 y 4.33 y las tablas 4.6 y 4.7. Se realiza para el caso más crítico $n = 0.3$ el análisis de sensibilidad y se realiza variando el limitador mencionado en 1 orden de magnitud mayor y menor. Para el caso del coeficiente de arrastre, la diferencia es prácticamente nula en todos los rangos de análisis, por lo cual la conclusión evidente es que dentro del rango analizado, el limitador no tiene influencia en los resultados obtenidos. Por otro lado, para el caso de C_L , se observan diferencias, en general pequeñas, pero mayores a las encontradas para el caso de C_D , sobre todo al considerar un limitador superior un orden de magnitud mayor (por ejemplo, considerando el caso de $Re_M = 0.1$), pero que en términos de magnitud implican cambios mínimos y no apreciables. La conclusión es que la variación del limitador no tiene una influencia importante en los resultados a obtener del estudio.

Por otro lado, considerando el análisis de sensibilidad del modelo reológico (Figuras 4.34 y 4.35), se muestran comparativamente las curvas generadas con cada uno de los solver emulando un caso Newtoniano de flujo. Mientras que las diferencias obtenidas en el caso de C_D son prácticamente nulas, mostrándose insensible al modelo empleado para la resolución, para C_L se presenta una mayor sensibilidad, especialmente en valores de Re bajo 0.4, ampliándose a medida que disminuye aún más el número de Reynolds. Esto nuevamente está ligado al hecho de que el dominio tiene influencia sobre los resultados obtenidos, para el caso de las fuerzas de sustentación, ya que el orden de magnitud de las fuerzas se enmarca dentro de la magnitud del error aceptado en las pruebas de dominio y mallado.

Capítulo 6

Conclusión

Los objetivos planteados para este trabajo consistían en ampliar el espectro del conocimiento disponible actualmente, a través de la realización de simulaciones numéricas sobre el estudio de las fuerzas hidrodinámicas actuando sobre una esfera bajo condición de pared con un modelo reológico de ley de potencia, caso de estudio contra el cual no fue posible contrastar referencias bibliográficas. Esto no solo supone una oportunidad, si no también una dificultad, ante la cual se debe acudir a un proceso riguroso para asegurar resultados fiables. Para ello, se construyó una metodología de validación compuesta por 3 modelos distintos, los cuales, buscaban en su conjunto, validar cada uno de los efectos identificados como importantes: Validar la adecuada reproducción de las fuerzas de arrastre, validar de forma adecuada la representación del efecto de pared sobre las fuerzas de arrastre y sustentación y validar la adecuada reproducción del efecto de la reología sobre la fuerza de arrastre. Estos 3 modelos se construyeron, se simularon y se contrastaron con las referencias bibliográficas, desde teóricas, experimentales hasta numéricas, concluyendo que se logra representar de forma adecuada los efectos mencionados para un rango de $1 > Re_M > 250$. No fue factible validar el efecto de la reología sobre la fuerza de sustentación, debido a la falta de bibliografía pertinente.

Con respecto a la construcción de los casos, se realizó un procedimiento secuencial, que buscaba eliminar cualquier dependencia de la geometría y el mallado. Se hicieron pruebas de dominio, que buscaban asegurar que la extensión no interfiriera con el fenómeno a estudiar, y se hicieron pruebas de mallado, que buscaban una malla base y refinada óptimas que permitiesen no generar dependencia en los resultados a la vez que se lograban tiempos de cómputo bajos. Dentro de la discusión, se identifica que a Re bajos, existe una dependencia de los resultados de las fuerzas de sustentación, y con ello de los coeficientes asociados, en función del dominio simulado, ya que el orden de magnitud de las fuerzas de sustentación en este rango de Reynolds es del orden del error aceptado como válido para detener las pruebas de dominio. Esto ratifica por un lado, la importancia de tener una referencia bibliográfica contra la cual contrastar de forma crítica los resultados obtenidos en la modelación, para identificar posibles errores o diferencias, y por otro lado, plantea la necesidad de una metodología de validación que considere los casos más críticos al momento de realizar pruebas de dominio y mallado, para captar de forma adecuada las diferentes escalas a abordar en la modelación. En este caso, lo adecuado es realizar pruebas de dominio y mallado para los casos de Re más bajos y más altos a simular, y así asegurar la eliminación de toda dependencia en todo el

rango de estudio.

Con respecto a los resultados obtenidos, se puede concluir que la influencia de la reología sobre los coeficientes de arrastre y sustentación, es una reducción de sus efectos, debido al cambio en la distribución de viscosidades, las cuales se ven en promedio atenuadas. Por otro lado, el efecto de la condición de pared altera la simetría del problema, al inducir un perfil de velocidades, el cual no se tiene en el caso de medio infinito. El cambio del campo de velocidades, sumado a las zonas de baja velocidad inducidas aguas abajo del punto de contacto entre esfera y pared, genera una distribución de viscosidades con puntos de alta viscosidad debido al trabajo con reologías propias de fluidos pseudoplásticos.

Una particularidad del estudio, se refleja en el comportamiento de los coeficientes de sustentación para el caso objetivo. Estos muestran un punto de inflexión que cambian la tendencia decreciente ante aumentos de número de Re_M , hacia una creciente. Esto se observa para todas las curvas de los distintos modelos reológicos simulados, a distintos números de Re_M , lo que hace suponer que en estos tramos la modelación deja de ser válida por el cambio de régimen desde uno laminar a uno en transición. El comportamiento citado se muestra a Re_M más bajos para n menores. Una evidencia que apoya este razonamiento, es la relación entre las fuerzas de presión y viscosidad que componen el arrastre. Cada uno de los efectos de borde estudiados y simulados (pared y reología), disminuye el espectro al cual ocurre que $F_p > F_\nu$, desarrollándose a menores números de Re_M el desprendimiento del flujo y así acelerando el inicio de la propagación de inestabilidades en el flujo. El caso más crítico simulado, disminuye en casi 2 órdenes de magnitud el rango en el que ocurre este hecho comparando contra el caso de esfera en medio infinito Newtoniano, para el cual se tiene como referencia un cambio de régimen ante $Re \approx 1000$. En la actualidad no se dispone de bibliografía que apoye la discusión, acerca de los rangos que determinan el cambio de régimen laminar en función de la reología, ni que apoye la relación de las fuerzas de presión y viscosidad encontradas, sobre todo en este último punto, ya que es un beneficio propio de la herramienta numérica, la capacidad de separar las componentes que forman las fuerzas hidrodinámicas.

Bibliografía

1. Chhabra, R. (2010) Non-Newtonian Fluids: An Introduction. In: Krishnan J., Deshpande A., Kumar P. (eds) Rheology of Complex Fluids. Springer, New York, NY. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-6494-6_1
2. Massachusetts Institute of Technology. Introduction to Fluid Motions, Sediment Transport, and Current-Generated Sedimentary Structures. Fall 2006. Massachusetts Institute of Technology: MIT OpenCourseWare, <https://ocw.mit.edu>.
3. Flemmer, R. Banks, C. (1986). On the Drag Coefficient of a Sphere. Powder Technology, 48, 217 - 221.
4. Ekanayake, N., Berry, J., Stickland, A., Muir, I., Dower, S. Harvie, D. (2018). Lift and Drag forces on a particle near a wall at low Reynolds numbers. 21st Australasian Fluid Mechanics Conference.
5. Simpson, M., Janna, W. (2008). Newtonian and non-newtonian fluids: velocity profiles, viscosity data, and laminar flow friction factor equations for flow in a circular duct. International Mechanical Engineering Congress and Exposition October 31-November 6, 2008, Boston, Massachusetts, USA
6. Achenbach, E. (1974). Vortex Shedding from Spheres. Journal Fluid Mechanics, 62, 209-221.
7. Sakamoto, H., Haniu, H., (1990). A Study on Wortex Shedding From Spheres in a Uniform Flow. Journal of Fluid Engineering, 112, 381-392.
8. Betancourt, F., Concha, F., Uribe, L. (2015). Settling velocities of particulate systems part 17. Settling velocities of individual spherical particles in power-law non-Newtonian Fluids. Centro de Investigacion en Ingenieria Matematica
9. Concha, F., Almendra, E. (1979). Settling Velocities of Particulate Systems, 1. Settling velocities of individual spherical particles. Int. J. Mineral Process., 5, 349-367.
10. Janela, J., Mouraa, A., Sequeira, A. (2010). A 3D non-Newtonian fluidstructure interaction model for blood flow in arteries. Journal of Computational and Applied Mathematics, 234, 2783-2791.
11. Turton, R. Levenspiel, O. (1986). A short note on the drag correlation for spheres. Powder technology Vol. 47 , pp. 83-85.

12. Sweeney, L., Finlay, W. (2006) Lift and drag forces on a sphere attached to a wall in a Blasius boundary layer. *Journal of Aerosol Science*, 38, 131-135
13. Tamburrino, A., Transporte Hidráulico de Sólidos, Flujos Detríticos, Primavera 2019, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
14. Farzam Red, V., Moradi, A. (2020) Flat Wall Proximity Effect on Microparticle sedimentation in Non-Newtonian Fluids, *Sci Reports* 10, 2741
15. de Moura, C.A. and Kubrusly, C.S., "The Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) Condition: 80 Years After Its Discovery", Birkhauser, 2012.
16. Leighton, D., Acrivos A. (1985). The lift on a small sphere touching a plane in the presence of a simple shear flow. *Journal of Applied Mathematics and Physics*, 36
17. Chhabra, R.P. 2007. Rigid Particles in Time-Independent Liquids without a Yield Stress, in Bubbles, drops and particles in non-Newtonian Fluids, CRC Taylor and Francis Group, 6000 Broken Sound Parkway NW, Suite 300, Boca Raton.
18. Tamburrino, A., Transporte Hidráulico de Sólidos, Ecuación del movimiento de una partícula sólida en un medio fluido en movimiento, Primavera 2019, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
19. Yin, X. ,(2001) Poiseuille and hele-shaw cell flows of non-newtonian fluids. Theses and Dissertations. Paper 703.
20. Massachusetts Institute of Technology, Advanced Fluid Mechanics, Couette Poiseuille Flows, Fall 2008, Massachusetts Institute of Technology: MIT OpenCourseWare, <https://ocw.mit.edu>.

Anexos

Anexo A

Pruebas de dominio

A continuación, se describe la metodología utilizada para definir una extensión de dominio computacional que no genere influencia sobre la magnitud de las fuerzas hidrodinámicas de arrastre y sustentación buscadas como resultado.

Como base para generar las simulaciones, se considera la construcción geométrica empleada para el caso esfera sobre medio infinito (Figura 3.1). Considerando que las fuerzas de arrastre y sustentación tendrán direcciones paralela y perpendicular al flujo respectivamente, se consideran las siguientes pruebas de dominio

- Prueba de dominio en dirección del flujo: Definir extensión del dominio en el eje X . Ya que el fenómeno no presentara simetría de flujo en esta dirección, también se debe definir a que distancia se encuentran los bordes de aguas arriba y abajo respectivamente de la esfera, siempre considerando que se debe dar una mayor extensión aguas abajo ya que en esta porción se generará el desarrollo del flujo y los fenómenos asociados.
- Prueba de dominio en dirección perpendicular al flujo: Definir la extensión del dominio en los ejes Y y Z . En este caso, se considera existirá simetría del flujo en torno a la esfera en estas direcciones, por lo tanto las pruebas de dominio se enfocaran en definir que tan alejado deben estar los bordes del centro de la esfera.

Las pruebas se harán bajo idéntica condición de flujo, definida en torno a la viscosidad cinemática ν , densidad ρ , velocidad incidente uniforme U y diámetro de esfera D . Se consideran las ecuaciones (2.6) y (3.13) para los cálculos asociados a la Tabla 3.10

Tabla A.1: Condiciones de flujo utilizadas en las simulaciones de prueba de dominio realizadas

| Variable | Valor |
|---------------------------|-----------|
| ν (m ² /s) | 1.00E-04 |
| U (m/s) | 0.001 |
| D (m) | 0.010 |
| R_e (-) | 0.100 |
| C_d (-) | 240.000 |
| F_d (N) | 9.420E-06 |

A.1. Dirección de flujo

En este caso, se generan 3 configuraciones distintas, las cuales están enfocadas en variar la longitud del dominio aguas abajo y aguas arriba de la esfera.

Tabla A.2: Pruebas de dominio realizadas variando la extensión de este en la dirección del flujo. El error se calcula considerando el valor de C_D obtenido para las condiciones de flujo descritas en la Tabla A.1

| Caso | $x_{aguasarriba}(m)$ | $x_{aguasabajo}(m)$ | $\Delta x/D(-)$ | $F_d(N)$ | $C_d(-)$ | $Error(\%)$ |
|--------|----------------------|---------------------|-----------------|------------|----------|-------------|
| Caso 1 | -0.1 | 0.3 | 40 | 1.0403e-05 | 264.910 | -10.380 |
| Caso 2 | -0.1 | 0.9 | 100 | 1.0403e-05 | 264.910 | -10.380 |
| Caso 3 | -0.2 | 0.2 | 40 | 1.0402e-05 | 264.890 | -10.370 |

La comparación se realizará entre casos donde solo varía una de las longitudes a la vez. Para estas pruebas, se considera una extensión de 5 cm desde el centro de la esfera en las direcciones perpendiculares al flujo. En un primer lugar, se puede considerar las variaciones entre el caso 1 y el caso 2, donde la diferencia solo es la longitud aguas abajo de la esfera, extendiéndose en 60 cm de uno a otro caso. Como se puede observar en la tabla A.2, en ambos casos el error es idéntico con respecto al valor analítico obtenido, lo cual indica que la longitud del dominio en esta porción del flujo no influye en el valor del coeficiente de arrastre obtenido, dentro de los límites analizados.

Por otro lado, se puede realizar comparación entre los casos 2 y 3, los cuales varían su extensión aguas arriba de la esfera. Si bien no tienen idéntica extensión aguas abajo, ya se concluyó que no es relevante la extensión aguas abajo, mientras se esté dentro del rango analizado, lo que hace factible la comparación deseada. Los resultados de fuerzas hidrodinámicas, varían mínimamente entre sí, considerando el valor analítico como referencia, obteniendo ambos casos errores del 10.4%. Esto indica que la extensión considerada aguas arriba no actúa como limitante del valor obtenido de las fuerzas hidrodinámicas.

Finalmente, considerando que todas las pruebas generaron valores prácticamente idénticos de fuerzas y coeficientes de arrastre, se elige como dominio el más acotado, en función de generar tiempos de cómputo menores al momento de realizar las simulaciones, ya que se podrá generar una cantidad menor de celdas. Por eso, el dominio en la dirección del flujo tendrá una extensión de 0.1(m) aguas arriba desde el centro de la esfera, y de 0.2(m) aguas abajo desde el centro de la esfera, totalizando así una longitud de 0.3(m), una proporción de 60 veces el diámetro de la esfera considerada en las simulaciones.

A.2. Dirección perpendicular al flujo

En este caso, se generan 6 configuraciones distintas, las cuales están enfocadas en variar la longitud del dominio en dirección Y y Z de forma simétrica. Para la geometría en dirección del flujo, se consideran los resultados obtenidos de la prueba de dominio respectiva.

Tabla A.3: Pruebas de dominio realizadas variando la extensión de este en la dirección perpendicular al flujo. El error se calcula considerando el valor F_D y C_D obtenido para las condiciones de flujo descritas en la Tabla A.1

| Caso | $\Delta y/D(-)$ | $F_d(N)$ | $\Delta F_d(N)$ | $C_d(-)$ | $Error(\%)$ |
|--------|-----------------|----------|-----------------|----------|-------------|
| Caso 1 | 2.50 | 1.15e-05 | 2.1e-06 | 293.16 | 22.15 |
| Caso 2 | 5.00 | 1.04e-05 | 9.8e-07 | 264.92 | 10.38 |
| Caso 3 | 7.50 | 9.79e-06 | 3.6e-07 | 249.26 | 3.86 |
| Caso 4 | 10.00 | 9.50e-06 | 7.5e-08 | 241.92 | 0.80 |
| Caso 5 | 15.00 | 9.64e-06 | 2.1e-07 | 245.41 | 2.25 |
| Caso 6 | 20.00 | 9.61e-06 | 1.8e-07 | 244.70 | 1.96 |

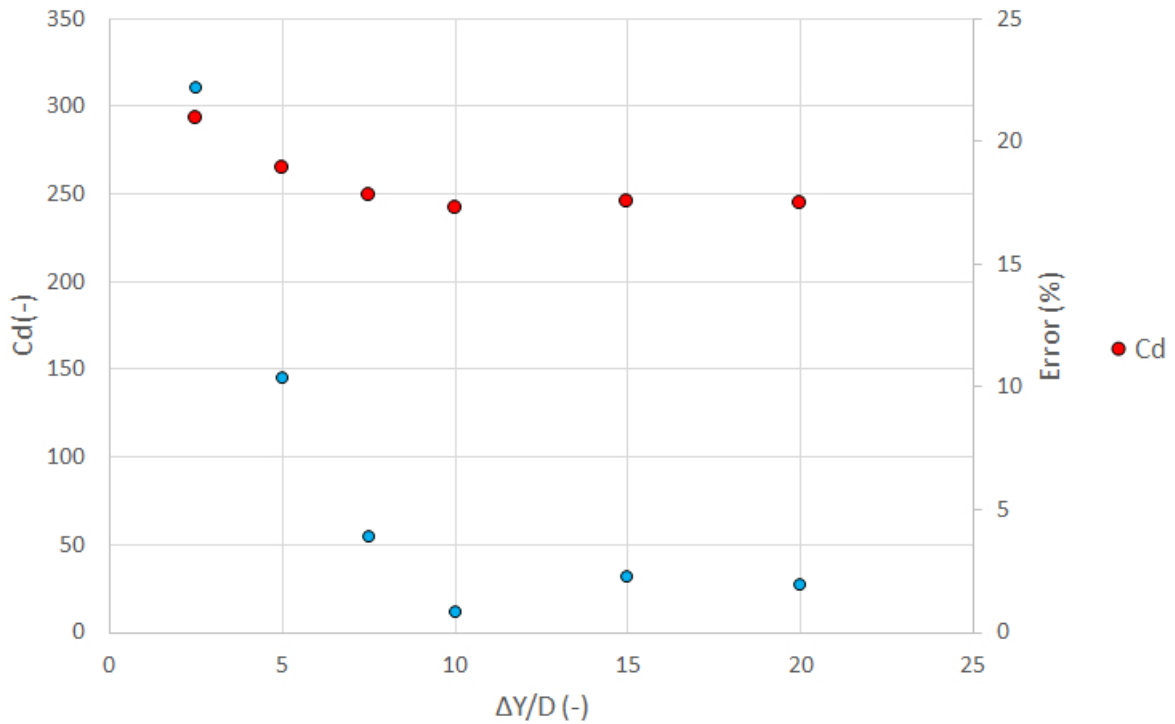


Figura A.1: Gráfico $\Delta y/D$ vs C_D . Se agrega en eje secundario el error, el cual se calcula considerando el valor de C_D obtenido para las condiciones de flujo descritas en la Tabla A.1.

Los resultados muestran que a partir de una relación $\Delta y/D=10$, el error varía de forma mínima. Es más, en este punto, se obtiene el mínimo error con respecto a la referencia, de un 0.8%. En vías de optimizar el dominio en término de número de celdas a generar y así disminuir los tiempos de computo en las simulaciones, se selecciona este dominio como el que se usará en la geometría definitiva. Cabe destacar, que la combinación de ambas pruebas de dominio minimizan el error hasta contrastar de buena forma con la referencia, al Re analizado, lo que indica que se ha eliminado la influencia del dominio sobre la solución, en todas las direcciones.

Con respecto al caso de flujo enfrentado a una esfera bajo condición de pared, las dimensiones del dominio son idénticas, excepto en la dirección Y , donde se recorta la porción inferior del

dominio, quedando esta tangencial a la esfera. No se considera realizar nuevas pruebas de dominio para este caso, ya que se busca conocer la influencia de la condición de pared en los resultados de las fuerzas hidrodinámicas, y precisamente los únicos cambios en el dominio están asociados a la inclusión de esta condición.

Anexo B

Pruebas de mallado

A continuación, se describen las simulaciones que se realizaron, y los resultados que se contrastaron para definir el mallado del dominio, con énfasis en la representación de la esfera, para los modelos numéricos.

Las pruebas de mallado, están enfocadas en una adecuada representación de la esfera, debido a que los resultados a extraer corresponden a una integración numérica sobre la superficie de esta. La geometría que se tomará como referencia para estas simulaciones, corresponde a la del caso flujo enfrentado a una esfera bajo condición de pared (Figura (3.7)), debido a que es un caso más complejo de representar numéricamente, en especial la porción inferior de la esfera que se encuentra opuesta a una pared, ya que la geometría se complejiza. Además, la pérdida de la simetría en el eje Y , implica la aparición de un coeficiente de sustentación que influirá en la dinámica del caso, el cual no ha sido considerando en las anteriores pruebas de dominio debido a que al existir simetría del flujo en dirección perpendicular a este, su valor es nulo.

Las condiciones de flujo que se emplean para realizar las pruebas, se detallan en la tabla B.1

Tabla B.1: Condiciones de flujo utilizadas en las simulaciones de prueba de dominio realizadas

| Variable | Valor |
|---------------------------|----------|
| ν (m ² /s) | 1.00E-05 |
| U_c (m/s) | 9.75E-03 |
| D (m) | 0.01 |
| Re (-) | 9.75 |

Para esta ocasión, el foco se centrara en observar la variación del valor de coeficiente de arrastre y sustentación obtenidos en las simulaciones asociadas a las pruebas de mallado, tomando como referencia las ecuaciones (3.13) y (3.14) para su cálculo. El contraste de los valores obtenidos, contra referencias pertinentes al caso de estudio en función del Re , será parte de los resultados del trabajo presentado. La malla base (sin refinamiento en torno a la esfera, Figuras 3.8 y 3.9) contiene un total de 252,300 celdas, y este se ampliará en función del total de niveles de refinamientos aplicados a la esfera. A mayor número de niveles de refinamiento, mayor sera el número de celdas, lo que implicará preliminarmente mayores tiempos de computo en la realización de las simulaciones. Es por ello que se busca una

configuración que no genere resultados dependientes de un mallado poco adecuado, a la vez que se intenta optimizar el número de celdas totales a emplear,

Tabla B.2: Pruebas de mallado en torno a la esfera realizados. Se proponen niveles de refinamiento progresivamente mayores con el objetivo de analizar los cambios en los coeficientes asociados de las fuerzas hidrodinámicas resultantes.

| Caso | Niveles refinamiento | Tamaño Malla Base (mm) | Tamaño Celda Mínimo (mm) | Celdas Totales | $F_D(N)$ | $F_L(N)$ | $C_D(-)$ | $C_L(-)$ |
|--------|----------------------|------------------------|--------------------------|----------------|-----------|-----------|----------|----------|
| Caso 1 | 2 | 0.9200 | 0.2300 | 481,944 | 2.418e-05 | 4.697e-06 | 6.478 | 1.258 |
| Caso 2 | 3 | 0.9200 | 0.1150 | 649,588 | 2.408e-05 | 4.780e-06 | 6.449 | 1.280 |
| Caso 3 | 4 | 0.9200 | 0.0575 | 1,289,270 | 2.409e-05 | 4.796e-06 | 6.453 | 1.285 |

Tabla B.3: Variaciones de las fuerzas con los sucesivos niveles de refinamiento, considerando como valor de referencia el obtenido en el caso 1

| Caso | $\Delta F_{D_i}(N)$ | $\Delta F_{L_i}(N)$ |
|--------|---------------------|---------------------|
| Caso 1 | - | - |
| Caso 2 | -1.086e-07 | 8.300e-08 |
| Caso 3 | -9.540e-08 | 9.897e-08 |

Tabla B.4: Variaciones porcentuales de los coeficientes presentados, considerando como valor de referencia el obtenido en el caso 1

| Caso | $\Delta C_{D_i}(\%)$ | $\Delta C_{L_i}(\%)$ |
|--------|----------------------|----------------------|
| Caso 1 | - | - |
| Caso 2 | -0.4 | 1.8 |
| Caso 3 | 0.1 | 0.3 |

Como se puede observar desde la tabla B.4, con respecto al coeficiente de arrastre, el agregar niveles de refinamiento genera variaciones de C_D menores al 0.5%, lo cual indica que no existe una fuerte dependencia del mallado sobre este valor. Por otro lado, al analizar el coeficiente de sustentación, se encuentran variaciones en torno al 2% entre los casos 1 y 3, lo que representaría el caso con menor y mayor refinamiento de los presentados respectivamente. Esto indica, que existe mayor sensibilidad de este valor respecto al mallado, comparando con el caso de C_D , pero las variaciones a partir del caso 2, son cercanas al 0.3%, lo cual indica que agregar mayores niveles de refinamiento no genera cambios importantes a partir de esa configuración.

Considerando los resultados de la prueba de mallado expuesta, se considera que 4 niveles de refinamiento son suficientes para representar de buena manera los coeficientes de arrastre y sustentación estimados sobre la esfera. Esta configuración (aplicar 4 niveles de refinamiento sobre la esfera), también se adoptará para el caso esfera sobre medio infinito , en el cual solo resulta de importancia el coeficiente de arrastre, por lo cual se justifica que las pruebas realizadas también sean válidas para este caso.