



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

**VALIDACIÓN DE UN MODELO DE CORTE PARA MUROS Y EXTENSIÓN  
CONSIDERANDO EFECTO DE LA DEFORMACIÓN DEL REFUERZO**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

FRANCISCO IGNACIO PADILLA MALDONADO

PROFESOR GUÍA:  
LEONARDO MASSONE SANCHEZ

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
FRANCISCO HERNÁNDEZ PRADO  
FERNANDO YÁÑEZ URIBE

SANTIAGO DE CHILE  
2023

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR  
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL  
POR: FRANCISCO IGNACIO PADILLA MALDONADO  
FECHA: 2023  
PROF. GUÍA: LEONARDO MASSONE SÁNCHEZ

## VALIDACIÓN DE UN MODELO DE CORTE PARA MUROS Y EXTENSIÓN CONSIDERANDO EFECTO DE LA DEFORMACIÓN DEL REFUERZO

Chile por naturaleza es un país con una gran actividad sísmica, y siendo el esfuerzo de corte la sollicitación principal que experimentan las estructuras durante los movimientos telúricos, es fundamental desarrollar modelos que sean capaces de predecir cual será la resistencia de los elementos estructurales a esta fuerza.

Modelos como el de la sección 18.10.4.1 de la ACI 318-19 se utilizan durante el diseño sísmico para evitar fallas frágiles y asegurar la respuesta dúctil de las estructuras ante estos movimientos.

Este trabajo, toma como base un modelo de puntal-tensor desarrollado por Chetchotisak et al. (2022) que determina la resistencia al corte de muros chatos sin considerar el efecto de la deformación de la armadura, el cual es implementado sobre una base de datos de 252 muros chatos para determinar su precisión. Posteriormente, este modelo se modifica agregando expresiones que determinan la expansión y deformación del refuerzo de alma de los muros, extraídas de Massone y Ulloa (2014) y Massone y Melo (2018) y se verifica su funcionamiento. Finalmente, se compara el desempeño del modelo modificado con el del modelo base y el de la ACI utilizando la misma base de datos usada para la validación del modelo base.

A partir de lo anterior, fue posible observar que el modelo base es relativamente preciso al implementarlo, con un promedio y dispersión de la proporción de corte experimental sobre calculado ( $V_{exp}/V_n$ ) (AVG=0.93 y COV=24.52 % respectivamente). Además, se observó que al incluir las expresiones de deformación de la armadura de alma que otorga el trabajo de Massone y Melo (2018) se generaban inconsistencias, debido a que se obtuvieron valores negativos tanto para la deformación horizontal (transversal) como vertical (longitudinal), por lo que no se realizó un análisis con este modelo.

Respecto al análisis del modelo modificado (con expresiones de Ulloa), se observó un buen desempeño en la determinación de capacidad al corte de los muros, con un promedio y dispersión de la proporción de corte experimental sobre calculado ( $V_{exp}/V_n$ ) (AVG=1.0 y COV=24.04 % respectivamente), muy cercano al del modelo base (AVG=0.93 y COV=24.52 %) y mucho mejor que el de la ACI (AVG=1.31 y COV=39.9 %).

Cabe destacar la importancia del desarrollo de modelos que sean capaces de determinar la resistencia al corte de muros para el diseño sísmico y que a su vez evidencien buenos desempeños, ya que, el estándar norteamericano ACI para determinación de capacidad al corte de muros, ampliamente utilizado, muestra siempre subestimar la resistencia de los individuos al no considerar todas las variables de diseño debido a su énfasis conservador.

*Para mi familia,  
por su apoyo incondicional.*

# Agradecimientos

Este trabajo está dedicado a mi familia y es a ellos a quien quiero agradecer principalmente. Son ellos los que han estado acompañándome durante todo este largo proceso que concluye, que me han apoyado incondicionalmente, que han aguantado mi mal humor y compartido mis alegrías. A mi mamá, abuela, hermanos y tío, que puede que no lo diga mucho pero los quiero un montón por todo lo que son y hacen. Muchas gracias.

Quería agradecer también a la familia con la que no convivo pero que es parte fundamental de mi vida, a mi mami Yoli, que junto al tata Nano fueron mis segundos papás siempre. A pesar de que el tata ya no esté, lo llevo siempre en mi corazón y guardo todo lo que siempre hizo y me dio, que solo fueron buenas cosas.

Gracias también a mi papá, tía y hermanos en Talca, que a pesar de que no los veo muy seguido siempre siento su cariño. A mi tío Diego, a todos donde la mamita y familia paterna en general que siempre han sido acogedores. A mi familia materna, sean tías/os, primas/os, abuelas/os a los que quiero mucho y han sido un componente fundamental de mi vida, sobre todo durante mi niñez.

Muchas gracias también a mis amigos de toda la vida, a los que han estado a mi lado desde el colegio, al Pato, el Isa, el Nacho, el Negro, al que ya no veo mucho por diversas razones pero de muy pequeños fue como mi hermano, al Blanco, la última y gran adición al grupo, a todos/as aquellos/as que están, estuvieron y estarán.

Finalmente, quería agradecer a la gente de la universidad, a los pocos amigos que hice en ella y con los que probablemente ya no tengo mucho contacto pero que fueron muy importantes en períodos pasados de la vida, a cada profesor que me hizo clases y cada compañero con el que alguna vez tuve que hacer un trabajo o me ayudó en algo. Al profesor Leonardo que durante este último proceso ha sido una pieza clave para poder desarrollar el trabajo de título con su experiencia, disponibilidad, comprensión y ayuda. Todos ellos, junto a los anteriormente mencionados, fueron parte de este proceso y es por ello que les estoy agradecido.

# Tabla de Contenido

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Introducción general . . . . .	1
1.2. Objetivos . . . . .	3
1.3. Organización . . . . .	3
<b>2. Descripción de modelos</b>	<b>4</b>
2.1. Modelo de Chetchotisak et al. (2022) . . . . .	4
2.1.1. Modelo de resistencia al corte . . . . .	5
2.1.2. Resistencia al corte proporcionada por el mecanismo de puntal diagonal . . . . .	6
2.1.3. Resistencia al corte proporcionada por el mecanismo de armadura . . . . .	9
2.1.4. Implementación del modelo . . . . .	10
2.1.5. Descripción de la base de datos . . . . .	11
2.1.6. Validación del modelo . . . . .	14
2.2. Modelo de Massone y Ulloa (2014) . . . . .	15
2.2.1. Expresiones de deformación horizontal . . . . .	16
2.2.2. Expresiones de deformación vertical . . . . .	17
2.3. Modelo de Massone y Melo (2018) . . . . .	17
2.3.1. Expresiones de deformación . . . . .	18
2.3.2. Problemas con la implementación . . . . .	20
2.4. Modelo de ACI 318 . . . . .	20
2.4.1. Implementación del modelo . . . . .	21
2.5. Modelo de Chetchotisak mod. Ulloa . . . . .	21
2.5.1. Implementación del modelo . . . . .	21
<b>3. Resultados y discusión</b>	<b>23</b>
3.1. Resultados Chet. mod. Ulloa . . . . .	23
3.1.1. Comparación con ACI . . . . .	30
3.1.2. Comparación con Chetchotisak et al. . . . .	34
<b>4. Conclusiones</b>	<b>42</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>45</b>

# Índice de Tablas

2.1.	Promedio (AVG) y coeficiente de variación (COV) obtenidos para validación del modelo base, junto a número de datos utilizados. . . . .	15
2.2.	Deformaciones asociadas a los 4 estados límite. . . . .	19
3.1.	Número de datos utilizados y parámetros que influyen en la resistencia para cada modelo de corte. . . . .	23
3.2.	Desempeño en la predicción de resistencia para cada modelo. . . . .	24

# Índice de Ilustraciones

1.1.	Modos de falla de muros cortos: (a) tracción diagonal, (b) compresión diagonal y (c) deslizamiento por corte (Terzioglu et al., 2018). . . . .	2
2.1.	Muro de corte chato sujeto a cargas horizontales y verticales (Chetchotisak et al., 2022). . . . .	5
2.2.	Mecanismos de transferencia de fuerza para muros chatos (Chetchotisak et al., 2022). . . . .	6
2.3.	Estado biaxial de tensiones asumido en el puntal de hormigón (Chetchotisak et al., 2022). . . . .	7
2.4.	Muro con columnas de borde y el área de armadura longitudinal de éstas . . .	7
2.5.	Clasificación de muros ensayados en la base de datos. . . . .	11
2.6.	Histograma de resistencia a compresión de hormigón ( $f'_c$ ) en base de datos. . .	12
2.7.	Histograma de relación de aspecto ( $H_w/L_w$ ) en base de datos. . . . .	12
2.8.	Histograma de cuantía de carga axial ( $N/f'_c A_w$ ) en base de datos. . . . .	13
2.9.	Histograma de cuantía de armadura de borde ( $\% \rho_{be}$ ) en base de datos. . . . .	13
2.10.	Histograma de cuantía de armadura horizontal ( $\% \rho_h$ ) en base de datos. . . . .	14
2.11.	Histograma de cuantía de armadura vertical ( $\% \rho_v$ ) en base de datos. . . . .	14
2.12.	Configuración de muros: (a) geometría y esfuerzos resultantes, (b) tensiones del hormigón y el acero (Massone y Ulloa, 2014). . . . .	16
2.13.	Diagrama de ecuaciones para estado límite de tracción según Massone y Melo [13] y problemas con su implementación. . . . .	20
3.1.	Histograma de relación de corte experimental sobre calculado ( $V_{exp}/V_n$ ) para el modelo de la ACI. . . . .	25
3.2.	Histograma de relación de corte experimental sobre calculado ( $V_{exp}/V_n$ ) para el modelo base. . . . .	25
3.3.	Histograma de relación de corte experimental sobre calculado ( $V_{exp}/V_n$ ) para el modelo modificado. . . . .	26
3.4.	Variación de resistencia al corte ( $V/f'_c A_w$ ) respecto a la relación de aspecto ( $H_w/L_w$ ). . . . .	27
3.5.	Variación de resistencia al corte ( $V/f'_c A_w$ ) respecto a la cuantía de carga axial ( $N/f'_c A_w$ ). . . . .	28
3.6.	Variación de resistencia al corte ( $V/f'_c A_w$ ) respecto a la cuantía de armadura de borde ( $\% \rho_{be}$ ). . . . .	28
3.7.	Variación de resistencia al corte ( $V/f'_c A_w$ ) respecto a la cuantía de armadura de alma ( $\% (\rho_v \cos \theta_s + \rho_h \sin \theta_s)$ ). . . . .	29
3.8.	Variación de resistencia al corte ( $V/f'_c A_w$ ) respecto a la cuantía de armadura horizontal de alma ( $\% \rho_h$ ). . . . .	30
3.9.	Sensibilidad de la relación de resistencia al corte experimental sobre calculada ( $V_{exp}/V_n$ ) a resistencia a la compresión del hormigón ( $f'_c$ ). . . . .	31

3.10.	Sensibilidad de la relación de resistencia al corte experimental sobre calculada ( $V_{exp}/V_n$ ) a relación de aspecto ( $H_w/L_w$ ). . . . .	32
3.11.	Sensibilidad de la relación de resistencia al corte experimental sobre calculada ( $V_{exp}/V_n$ ) a cuantía de carga axial ( $N/f'_c A_w$ ). . . . .	33
3.12.	Sensibilidad de la relación de resistencia al corte experimental sobre calculada ( $V_{exp}/V_n$ ) a cuantía de armadura de borde ( $\% \rho_{be}$ ). . . . .	33
3.13.	Sensibilidad de la relación de resistencia al corte experimental sobre calculada ( $V_{exp}/V_n$ ) a cuantía de armadura de alma ( $\%(\rho_v \cos \theta_s + \rho_h \sin \theta_s)$ ). . . . .	34
3.14.	Contribución de fuerza de cada mecanismo a la resistencia al corte (modelo base).	35
3.15.	Contribución de fuerza de cada mecanismo a la resistencia al corte (modelo modificado). . . . .	36
3.16.	Sensibilidad de la relación de resistencia al corte experimental sobre calculada ( $V_{exp}/V_n$ ) a resistencia a la compresión del hormigón ( $f'_c$ ). . . . .	37
3.17.	Sensibilidad de la relación de resistencia al corte experimental sobre calculada ( $V_{exp}/V_n$ ) a relación de aspecto ( $H_w/L_w$ ). . . . .	38
3.18.	Sensibilidad de la relación de resistencia al corte experimental sobre calculada ( $V_{exp}/V_n$ ) a cuantía de carga axial ( $N/f'_c A_w$ ). . . . .	38
3.19.	Sensibilidad de la relación de resistencia al corte experimental sobre calculada ( $V_{exp}/V_n$ ) a cuantía de armadura de borde ( $\% \rho_{be}$ ). . . . .	39
3.20.	Sensibilidad de la relación de resistencia al corte experimental sobre calculada ( $V_{exp}/V_n$ ) a cuantía de armadura de alma ( $\%(\rho_v \cos \theta_s + \rho_h \sin \theta_s)$ ). . . . .	39
3.21.	Relación entre corte calculado del modelo modelo modificado y el modelo base ( $V_{n(mod)}/V_{n(base)}$ ) respecto a la variación de resistencia a compresión del hormigón ( $f'_c$ ). . . . .	40
3.22.	Relación entre corte calculado del modelo modelo modificado y el modelo base ( $V_{n(mod)}/V_{n(base)}$ ) respecto a la variación de la carga axial ( $N/f'_c A_w$ ). . . . .	41

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Introducción general

La sismicidad es un fenómeno muy latente en nuestro país, por ello, es importante diseñar estructuras que sean resistente a las solicitaciones producidas durante los eventos telúricos. Para lo anterior, se trabaja generalmente con sistemas conformados por muros de hormigón armado (H.A), ya que aportan la rigidez suficiente a los distintos esfuerzos.

El esfuerzo principal que experimentan las estructuras durante los terremotos es el esfuerzo de corte, de aquí, que el desarrollo de modelos que sean capaces de predecir la resistencia a cortante de los elementos estructurales durante el diseño sísmico es fundamental para evitar fallas frágiles y asegurar una respuesta dúctil durante los eventos.

Respecto a los elementos que conforman los sistemas de hormigón armado, se pueden distinguir varios, como por ejemplo, muros esbeltos, muros cortos, vigas de acople, ménsulas, columnas y juntas viga columna. De forma particular, los muros cortos o chatos están controlados por su capacidad al corte y se caracterizan por tener una relación de aspecto menor o igual a dos ( $H_w/L_w \leq 2.0$ , altura/largo del muro). Estos muros, son ampliamente utilizados en fachadas de edificios bajos, plantas nucleares y estacionamientos, y generalmente se agrupan en muros rectangulares, con columnas de borde y alas de borde (Del Carpio et al. [5]). Un ejemplo de ellos se puede observar en la figura 2.1.

Además de estar controlados por corte, los muros cortos pueden evidenciar los modos de falla presentados en la figura 1.1, la cual muestra patrones de daño representativos para cada uno. De aquí, la falla por tracción diagonal (a) se produce cuando la cantidad de refuerzo transversal no es suficiente para sobrellevar los esfuerzos de corte o están mal anclados, la falla por compresión diagonal (b) se produce cuando existe suficiente refuerzo transversal pero el esfuerzo de corte es muy alto lo que genera aplastamiento y finalmente, cuando los muros poseen suficiente refuerzo transversal pero poco longitudinal en el alma, la falla puede producirse por la fluencia de este último, seguido por el crecimiento y ensanchamientos de las grietas en la interfaz, llevando a una falla por deslizamiento a lo largo de la base del muro (c). Este último modo de falla es importante para muros sujetos a inversiones en el desplazamiento cíclico, según exponen Terzioglu et al. [18].

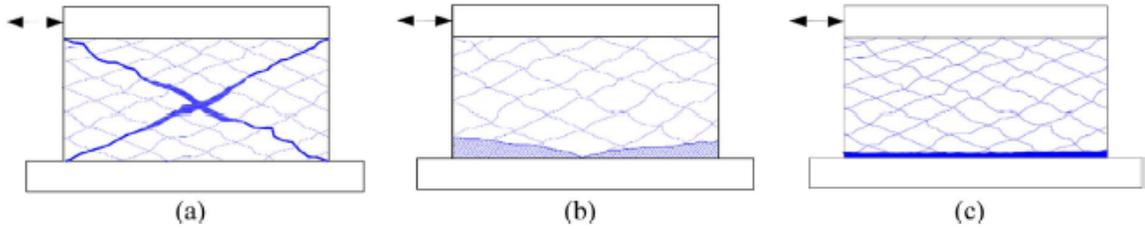


Figura 1.1: Modos de falla de muros cortos: (a) tracción diagonal, (b) compresión diagonal y (c) deslizamiento por corte (Terzioglu et al., 2018).

Por décadas se han llevado a cabo estudios experimentales para investigar el comportamiento de estos muros y desarrollar modelos que sean capaces de tanto, determinar su resistencia al corte, como las deformaciones que experimentan los mismos. Esto ha derivado en tres tipos de aproximaciones, estas son, puramente teóricas, puramente empíricas o semi-empíricas, que combinan las dos anteriores. A pesar de la importancia del diseño por corte y la extensa cantidad de investigaciones sobre muros chatos de corte, trabajos como el de Sánchez-Alejandre y Alcocer [16] y Del Carpio et al. [5] demuestran que las predicciones entregadas por distintos modelos disponibles en la literatura y normativas de diseño internacionales respectivamente suelen ser inconsistentes.

Respecto de el estándar ACI, que propone un modelo para determinar la resistencia al corte de elementos estructurales y especialmente de muros, modelos desarrollados por distintos investigadores a través del tiempo han dejado en evidencia que en general, los procedimientos descritos por la norma tienden a subestimar la resistencia, ya que no consideran la contribución a la capacidad al corte de todos los parámetros de diseño, esto es debido a que la ACI 318 propone un enfoque conservador para esto último. Lo anterior, se evidencia en los trabajos de Collins et al. [4], quienes desarrollan un método integrado y simplificado para el diseño al corte de elementos de hormigón pre y postensados y al compararlo con el código ACI de 1995 concluye que la norma tiende a subestimar sobremanera la resistencia al corte de los elementos cuando están sujetos a altas cargas axiales y el trabajo de Gulec et al. [6] que analiza el comportamiento de muros y su pérdida de resistencia al corte ante cargas y también comprueba la subestimación de resistencia que refleja la ACI en su versión 318-05. Este comportamiento sobre-conservador por parte de la ACI se da hasta el día de hoy en su versión 318-19 [1] y se analiza mas adelante en este trabajo.

Trabajos como el de Bentz et al. [2] que desarrolla un método de determinación al corte (MCFT) simplificado para elementos de hormigón armado y más recientemente Chethotisak et al. [3] con su modelo de puntal-tensor (STM) basado en los mecanismos de puntal diagonal y armadura para muros chatos de corte, son buenos acercamientos a tratar de obtener modelos simplificados que determinen la capacidad cortante de estos elementos estructurales. De forma particular, el segundo modelo mencionado no solo es simple, sino que además, incluye todos los parámetros que influyen en la resistencia al corte de los muros y entrega valores precisos de promedio y coeficiente de variación (AVG y COV) para el corte relativo. El problema con este modelo, es que requiere de una calibración para determinar tanto la contribución a la resistencia del tensor que forma parte del mecanismo de puntal como de la armadura de alma (horizontal y vertical).

Es por lo anterior, que este trabajo busca validar el modelo de Chetchotisak et al. [3],

tomarlo como base y modificarlo con expresiones de deformación de la armadura, tanto horizontal como vertical, las cuales se extraen de los trabajos de Massone y Ulloa [14] y Massone y Melo [13] para luego, a través de la ley constitutiva del acero, determinar las tensiones en el refuerzo e incluir su contribución real a la resistencia al corte, eliminando así, la necesidad de una calibración. Para comprobar el desempeño de este modelo modificado, se realiza un análisis comparativo entre éste, el modelo base y el de la ACI 318-19 [1] utilizando una base de datos de 252 muros chatos.

## 1.2. Objetivos

Este trabajo, tiene como objetivo principal obtener un modelo que determine la resistencia al corte de muros chatos de forma simple, que además, incluya la contribución de todos los parámetros de diseño y refleje un desempeño relativamente preciso.

De esta forma, los objetivos secundarios son:

- Implementar un modelo de puntal-tensor (stru-and-tie model, STM) que determina la capacidad al corte de muros chatos con y sin elementos de borde de forma simple y precisa, desarrollado por Chetchotisak et al. [3] sobre un set de datos de muros chatos, el cual servirá como modelo base.
- Extraer expresiones de deformación del refuerzo de alma de los trabajos de Massone y Ulloa [14] y Massone y Melo [13] e incluirlas en el modelo base para obtener un modelo modificado.
- Implementar y validar el modelo modificado utilizando la base de datos usada para validar el modelo base y evaluar su desempeño respecto a la implementación de los modelos base y el de la ACI 318-19 [1].

## 1.3. Organización

Este trabajo, se divide en un total de cuatro capítulos, los cuales se resumen a continuación, sin incluir el presente:

- Capítulo 2: Descripción de modelos. Se explica como se deriva, funciona e implementa el modelo base, se presentan la base de datos a utilizar y la validación del modelo base en torno a ella, se muestran las ecuaciones de deformación a utilizar, se explica como se derivan y finalmente, se detalla como funcionan los modelos de la ACI 318-19[1] y el modelo modificado.
- Capítulo 3: Resultados y discusión. Se presentan los principales resultados obtenidos con la implementación del modelo modificado, el modelo de Chetchotisak et al. [3] y el de la ACI 318-19[1]. A partir de lo anterior, se realiza un análisis comparativo entre los distintos modelos.
- Capítulo 4: Conclusiones. Se presentan las principales conclusiones del trabajo realizado, respecto a la obtención de un modelo que determina resistencia al corte de muros chatos de forma simple y a su vez incluye todos los parámetros de diseño de estos elementos estructurales.

# Capítulo 2

## Descripción de modelos

Como se mencionaba anteriormente, este estudio se centra principalmente en los trabajos desarrollados por Chetchotisak et al.[3] y Massone junto a Ulloa[14] y Melo[13] respectivamente. Dado lo anterior, esta sección explica detalladamente cómo se deriva, funciona y se implementa el modelo base, además de presentar la base de datos utilizada en este trabajo (proporcionada por Francisco Melo [13]) y los resultados de su validación en torno a ésta. Por otra parte, se presentan las ecuaciones de deformación a utilizar extraídas de los modelos complementarios y finalmente, se explica cómo funcionan y se implementan las ecuaciones de la ACI 318-19[1] y el modelo modificado que desarrolla este trabajo.

### 2.1. Modelo de Chetchotisak et al. (2022)

El trabajo que desarrollan estos ingenieros tailandeses, consiste en un modelo de puntal-tensor que predice la resistencia al corte para muros chatos de corte bajo cargas sísmicas. La figura 2.1 muestra un muro chato de corte típico sujeto a una compresión axial  $N$  y una carga sísmica  $V_e$ , esta formulación de muro es la utilizada en este modelo. Antes del diseño por corte de los muros chatos, se asume que estos exhiben una adecuada capacidad a la flexión para desarrollar sus máximas resistencias al corte.

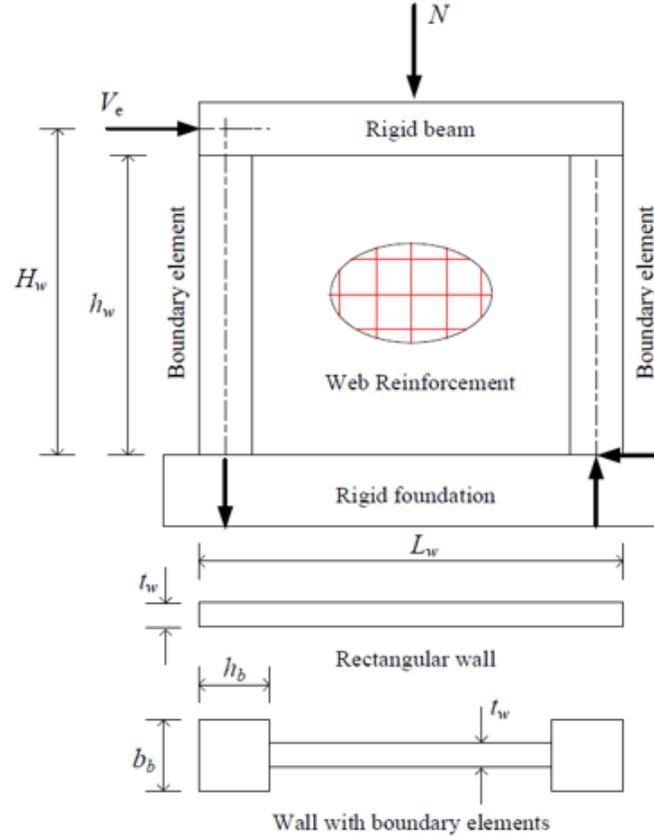


Figura 2.1: Muro de corte chato sujeto a cargas horizontales y verticales (Chetchotisak et al., 2022).

### 2.1.1. Modelo de resistencia al corte

La derivación de este modelo se basa en la contribución de dos mecanismos de transferencia de corte, uno de puntal diagonal, que actúa como mecanismo principal como se observa en la figura 2.2(a) y otro de armadura o tensor, que actúa como mecanismo secundario, el cual se ilustra en la figura 2.2(b).

En el mecanismo de puntal diagonal, el esfuerzo de compresión axial se asume como una carga de dos puntos, actuando en las regiones de borde, se asume además que el puntal resiste el esfuerzo compresivo  $C_c$ , mientras que las barras de acero vertical en las regiones de borde resisten la fuerza de tracción  $T$ . Para muros con barras verticales uniformemente distribuidas, aquellas que se encuentran a una distancia efectiva de  $0.1L_w$  del borde del muro pueden ser tratadas como refuerzo de borde longitudinal, mientras que las barras en la región central de  $0.8L_w$  pueden ser tratadas como refuerzo vertical de corte. El mecanismo de armadura describe la fuerza transferida por los refuerzos de alma horizontal y vertical.

El trabajo de Matamoros y Wong [15], junto a diversos otros investigadores, sugiere que la resistencia al corte de los elementos puede ser predicha a través de la suma de las resistencias al corte que contribuye cada mecanismo, es por ello que durante la fase de falla, la resistencia al corte predicha de muros chatos de corte  $V_n$  que es igual a la fuerza sísmica  $V_e$  se escribe de la siguiente forma (Eq. 2.1):



$$\frac{\sigma_1}{f_{tn}} + \frac{\sigma_2}{1.25f'_c} = 1 \quad (2.3)$$

donde  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  son los esfuerzos principales de tracción y compresión respectivamente,  $f'_c$  es la resistencia a la compresión cilíndrica del hormigón y  $f_{tn}$  es la resistencia a la tracción que proporcionan el concreto y el refuerzo de borde vertical.

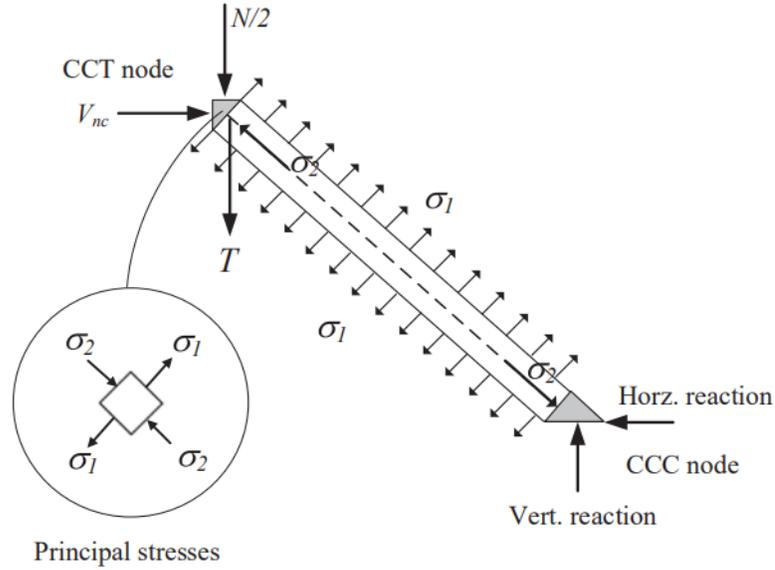


Figura 2.3: Estado biaxial de tensiones asumido en el puntal de hormigón (Chetchotisak et al., 2022).

La figura 2.3 muestra el estado biaxial de tensiones asumido en el puntal de compresión diagonal que se desarrolla en el alma del muro y siguiendo lo estipulado por Tang y Tan [17], los autores concluyen que el término  $\sigma_1/f_{tn}$  puede ser expresado como una parte de la fuerza de tracción  $T$  (que se genera sobre el elemento de borde actuando como tensor), sobre la resistencia a la tracción del refuerzo longitudinal y el concreto en los elementos de borde como sigue:

$$\frac{\sigma_1}{f_{tn}} = \frac{k_1 T}{(A_{be} f_{be} + 0.5 \sqrt{f'_c} b_b h_b)} \quad (2.4)$$

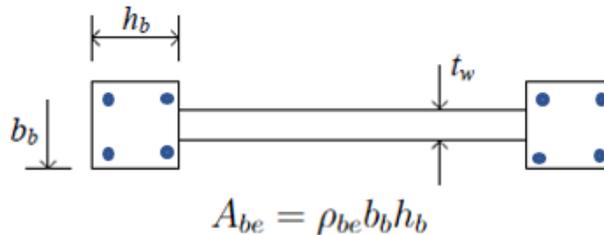


Figura 2.4: Muro con columnas de borde y el área de armadura longitudinal de éstas

donde  $k_1$  es un parámetro empírico usado para representar la complejidad en la distribución

de  $\sigma_1$ ,  $A_{be}$  y  $f_{be}$  son el área total transversal y la resistencia a la fluencia del refuerzo de borde longitudinal respectivamente,  $b_b$  es el ancho de los elementos de borde y  $0.5\sqrt{f'_c}$  es la resistencia a tracción del hormigón, como se puede observar en la figura 2.4 ( $\rho_{be}$ : cuantía de refuerzo de borde). A pesar de que se consultaron las referencias, no fue posible determinar el origen de esta ecuación, sin embargo, para efectos prácticos del trabajo, esto se dejará pasar. Considerando equilibrio en el nodo CCT de la figura 2.3 se calcula la fuerza  $T$  como sigue:

$$T = V_{nc}\tan\theta_s - \frac{N}{2} \quad (2.5)$$

Debido a que la mayoría de los muros de corte chatos tienden a estar sujetos a bajas cargas axiales, se asume que  $N$  no tiene alto impacto en  $T$ , por lo que la expresión superior se simplifica a:

$$T = k_2V_{nc}\tan\theta_s \quad (2.6)$$

donde  $k_2$  es otro parámetro constante que describe el efecto de la carga de compresión  $N$  en términos de  $V_{nc}$ . Luego, se asume que el puntal es prismático con una sección transversal uniforme en su largo, por lo tanto, el esfuerzo de compresión  $\sigma_2$  se determina dividiendo la fuerza compresiva  $C_c$  por su área transversal  $A_{str}$ . Con lo anterior y haciendo equilibrio en el nodo CCT de la figura 2.2(a), se llega a:

$$\sigma_2 = \frac{C_c}{A_{str}} = \frac{V_{nc}}{A_{str}\cos\theta_s} \quad (2.7)$$

De acuerdo a lo estipulado por Hwang et al. [8] y Kassem [10], el área transversal del puntal de concreto  $A_{str}$  se puede expresar como el producto entre el ancho del alma del muro  $t_w$  y la profundidad del puntal diagonal  $a_s$  de la siguiente forma:

$$A_{str} = t_w a_s \quad (2.8)$$

Los autores de este modelo, luego asumen que la profundidad del puntal diagonal  $a_s$  es aproximadamente igual a la profundidad de la zona de compresión flexural de las columnas elásticas  $a_c$  como:

$$a_s \approx a_c = \left(0.25 + 0.85\frac{N}{A_w f'_c}\right)L_w \quad (2.9)$$

donde  $A_w = L_w t_w$  es el área transversal del muro que resiste el corte y  $\frac{N}{A_w f'_c}$  es la cuantía de carga axial. Luego, sustituyendo las ecuaciones 2.4 y 2.9 en la ecuación 2.3, se obtiene la contribución a la resistencia al corte nominal del mecanismo de puntal diagonal  $V_{nc}$  como sigue:

$$\frac{1}{V_{nc}} = \frac{1}{1.25V_{str}} + \frac{1}{V_{tie}} \quad (2.10)$$

donde  $V_{str}$  y  $V_{tie}$  son definidos a continuación.

$$V_{str} = f'_c A_{str} \cos \theta_s \quad (2.11)$$

$$V_{tie} = \alpha (f_{ybe} A_{be} + 0.5 \sqrt{f'_c b_b h_b}) \cot \theta_s \quad (2.12)$$

donde  $\alpha = 1/k_1 k_2$ . Se observa que la ecuación 2.10 incluye de forma acoplada las resistencias del puntal diagonal en compresión y el tensor en tracción, además, indica que la resistencia de muros chatos sin refuerzo de alma aumenta con el aumento de refuerzo de borde vertical, sin embargo, cuando un muro chato es reforzado con una gran cantidad de refuerzo de borde vertical, éste tiende a fallar por aplastamiento del puntal en vez de fluencia del refuerzo de borde vertical. Es por lo anterior que la ecuación 2.10 puede sobre-estimar la resistencia al corte, luego,  $V_{nc}$  se limita como:

$$V_{nc} \leq 0.85 f'_c A_{str} \cos \theta_s \quad (2.13)$$

Esta limitación es requerida como límite superior del factor de eficiencia del puntal especificado en el capítulo 23 de ACI 318-19[1].

### 2.1.3. Resistencia al corte proporcionada por el mecanismo de armadura

Continuando con el mecanismo de armadura observado en la figura 2.2(b), este consta de sub-armaduras horizontal y vertical, las cuales están demarcadas con líneas azules y rojas respectivamente y presentan fuerzas de tracción promedio  $F_h$  y  $F_v$  para cada dirección junto a sus descomposiciones. Basándose en las ecuaciones de equilibrio,  $V_w$  se puede expresar como sigue:

$$V_w = F_h + F_v \cot \theta_s \quad (2.14)$$

La ecuación 2.14 muestra que solo los tensores horizontal y vertical contribuyen a la resistencia al corte  $V_w$ . Generalmente cuando los muros chatos de corte experimentan fallas de corte, los refuerzos de alma horizontal y vertical pueden no alcanzar su límite de fluencia. Por lo tanto, la resistencia al corte  $V_w$  se expresa como:

$$V_w = k_h A_h f_{yh} + k_v A_v f_{yv} \cot \theta_s \quad (2.15)$$

donde  $k_h$  y  $k_v$  son constantes empíricas que varían entre 0 y 1,  $A_h$  y  $A_v$  son las áreas totales de acero de refuerzo horizontal y vertical respectivamente en el alma y  $f_{yh}$  y  $f_{yv}$  son sus respectivos límites de fluencia. Al substituir las resistencias al corte  $V_{nc}$  y  $V_w$  en la ecuación 2.1, se obtiene la máxima resistencia al corte de muros cortos  $V_n$ .

Finalmente, los autores de este trabajo determinan las tres constantes empíricas  $\alpha$ ,  $k_h$  y  $k_v$  a través de una calibración aplicando optimización no lineal sobre una base de datos propia, de la siguiente forma: El promedio (AVG) y el correspondiente coeficiente de variación (COV) de la relación de resistencia experimental-calculada ( $V_{exp}/V_n$ ) son introducidos como niveles

de precisión y consistencia respectivamente. La función **FMINCON** en Matlab es utilizada para minimizar el COV y obtener los parámetros más apropiados con el fin de obtener la mayor precisión del modelo. La restricción es que el valor de AVG debe ser igual a la unidad. Una formulación estándar de esta función se escribe a continuación.

$$\begin{aligned}
& \underset{x}{\text{minimize}} && f(x) \\
& \text{subject to} && Ax \leq b, \\
& && A_{eq}x = b_{eq}, \\
& && C(x) \leq 0, \\
& && C_{eq}(x) \leq 0, \\
& && lb \leq x \leq ub
\end{aligned} \tag{2.16}$$

Donde  $f(x)$  es la función objetivo de variables de diseño  $x$ , sean  $\alpha$ ,  $k_h$  y  $k_v$ ;  $A$  y  $A_{eq}$  son las matrices de coeficientes de la desigualdad e igualdad lineal, respectivamente;  $b$  y  $b_{eq}$  son los vectores de coeficientes de las matrices correspondientes;  $C(x)$  y  $C_{eq}(x)$  son funciones de restricciones de desigualdad e igualdad no lineales, respectivamente;  $lb$  y  $ub$  son los vectores de límites inferior y superior de las variables  $x$ , respectivamente

El procedimiento descrito, entrega los siguientes valores óptimos:  $\alpha = 1.99$ ,  $k_h = 0.11$  y  $k_v = 0.19$ . Lo anterior, implica que la contribución a la resistencia de las armaduras de alma horizontal y vertical corresponde a un 11 % y un 19 % respectivamente, mientras que el valor  $\alpha = 1.99$  hace que se duplique la contribución del tensor dentro del mecanismo de puntal diagonal, lo que no pareciera tener mucho sentido físico.

#### 2.1.4. Implementación del modelo

La implementación de este modelo tiene la siguiente forma:

- Contribución del mecanismo de puntal:
  1. Se calcula la profundidad del puntal  $a_s$  según la ecuación 2.9
  2. Se determina el área transversal del puntal  $A_{str}$  con la ecuación 2.8
  3. Se calcula el ángulo de inclinación del puntal  $\theta_s$  con la ecuación 2.2
  4. Se determina la contribución a la resistencia que otorga el puntal según la ecuación 2.11
  5. Se calcula el área de armadura de borde  $A_{be} = \frac{\rho_{be}}{100} b_b h_b$
  6. Se determina la contribución a la resistencia que otorga el tensor según la ecuación 2.12, donde  $\alpha = 1.99$  según la calibración del modelo
  7. Se determina la resistencia al corte nominal que otorga el mecanismo de puntal diagonal  $V_{nc}$  con la ecuación 2.10 y finalmente se limita con la restricción 2.13.
- Contribución del mecanismo de armadura:
  1. Se calcula el área de armadura horizontal  $A_h = \frac{\rho_h}{100} H_w t_w$
  2. Se determina la contribución a la resistencia que otorga la armadura horizontal  $V_h = k_h A_h f_{yh}$ , donde  $k_h = 0.11$  según la calibración del modelo
  3. Se calcula el área de armadura vertical  $A_v = \frac{\rho_v}{100} t_w (L_w - h_b)$

4. Se determina la contribución a la resistencia que otorga la armadura vertical  $V_v = k_v A_v f_{yv} \cot \theta_s$ , donde  $k_v = 0.19$  según la calibración del modelo
5. Finalmente, la resistencia al corte que proporciona el mecanismo de armadura es  $V_w = V_h + V_v$ .

- Luego de lo anterior, la resistencia al corte de muros se determina con la ecuación 2.1 y finalmente se calcula la relación de corte experimental sobre calculado como  $V_{exp}/V_n$ .

### 2.1.5. Descripción de la base de datos

Este estudio utiliza parte de la base de datos presentada en el trabajo de Massone y Melo [13], la cual consiste en 635 ensayos disponibles en la literatura, correspondientes a 252 muros cortos, 182 vigas de acople, 109 ménsulas y 92 uniones viga-columna. De la base descrita, se extraen los 252 datos de muros cortos, de la cual más detalles se dan a continuación.

La base de datos de 252 muros cortos consiste en un 85 % de especímenes en voladizo y un 15 % de ensayos empotrados, lo anterior se ejemplifica en la figura 2.5. La cuantía de refuerzo de borde varía de 0.7 % a 11 %. Las cuantías de refuerzo vertical y horizontal varían entre 0 % y 3.7 %, mientras que la tensión de fluencia de todas las barras de refuerzo va de 209 [MPa] a 624 [MPa]. La resistencia a la compresión del hormigón varía de 12.4 [MPa] a 63.4 [MPa]. La carga axial, aplicada solo en algunos casos, alcanza un valor máximo de  $0.27 f'_c L_w t_w$ .

Las figuras 2.6-2.11 presentan histogramas de los parámetros críticos que influyen en la resistencia al corte de muros chatos a partir de la base de datos ya descrita.

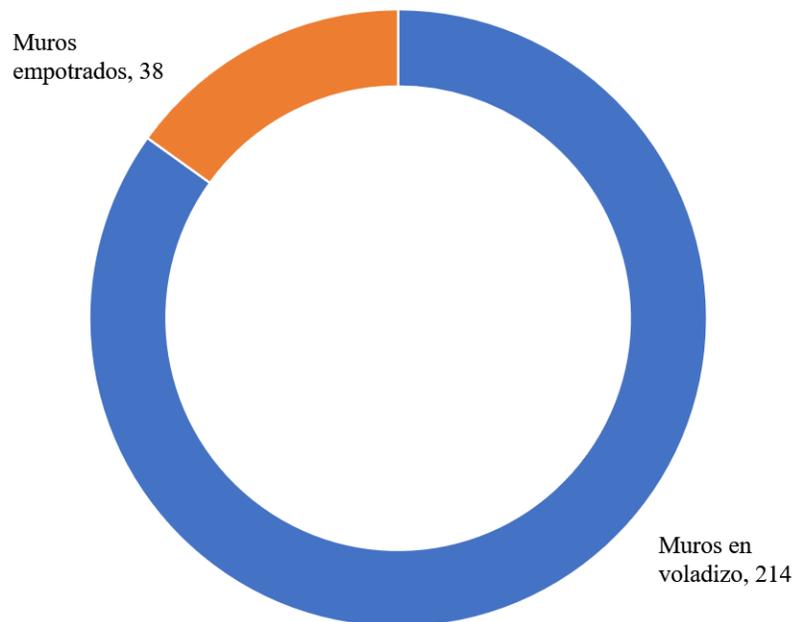


Figura 2.5: Clasificación de muros ensayados en la base de datos.

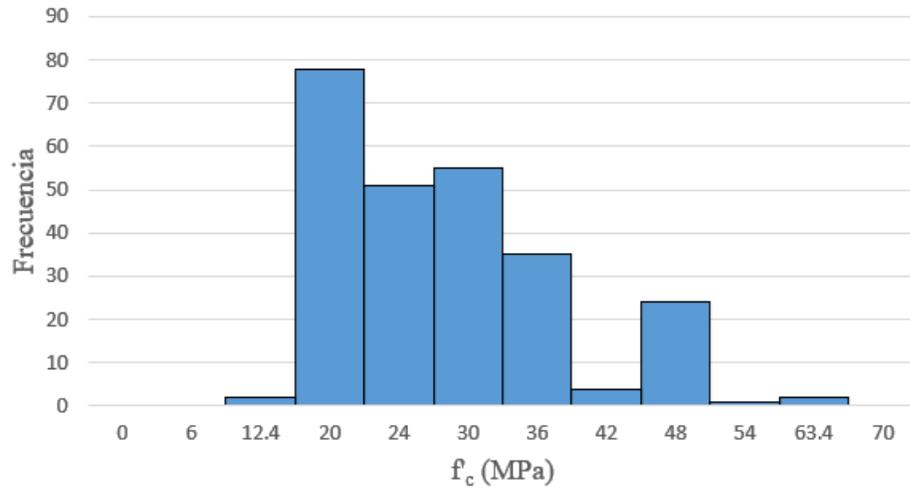


Figura 2.6: Histograma de resistencia a compresión de hormigón ( $f'_c$ ) en base de datos.

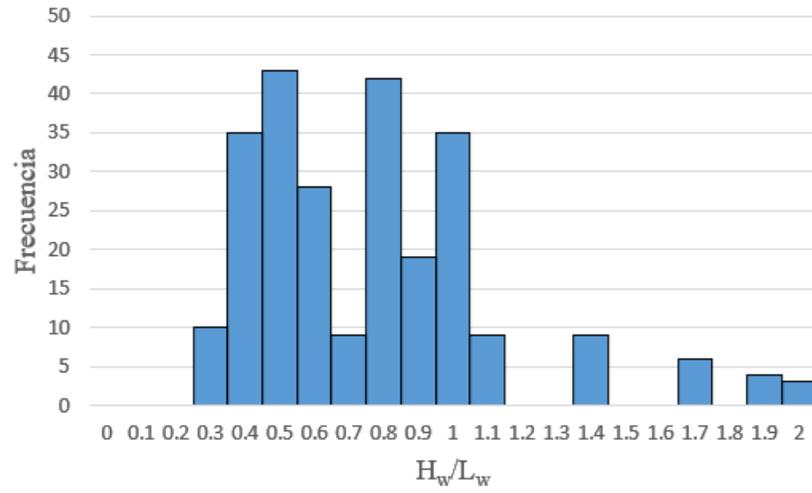


Figura 2.7: Histograma de relación de aspecto ( $H_w/L_w$ ) en base de datos.

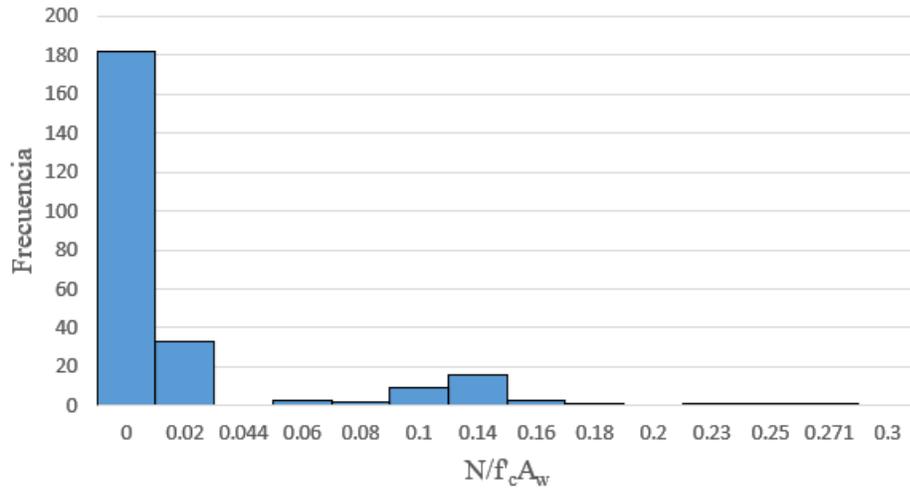


Figura 2.8: Histograma de cuantía de carga axial ( $N/f'_c A_w$ ) en base de datos.

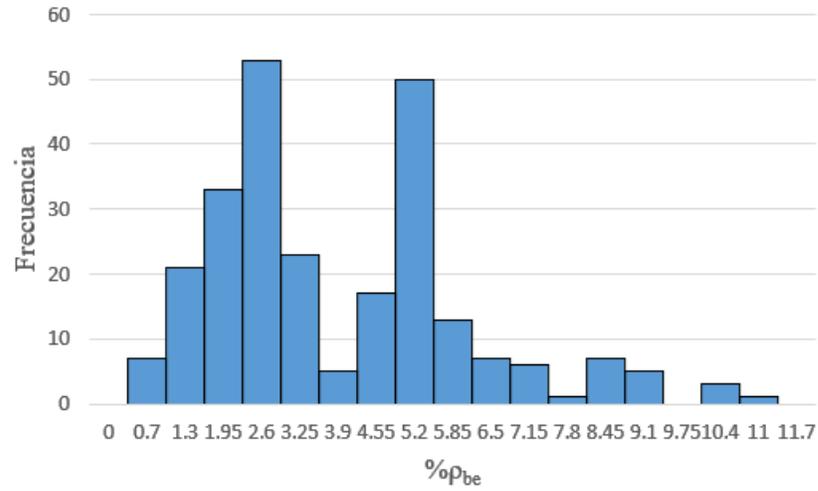


Figura 2.9: Histograma de cuantía de armadura de borde ( $\% \rho_{be}$ ) en base de datos.

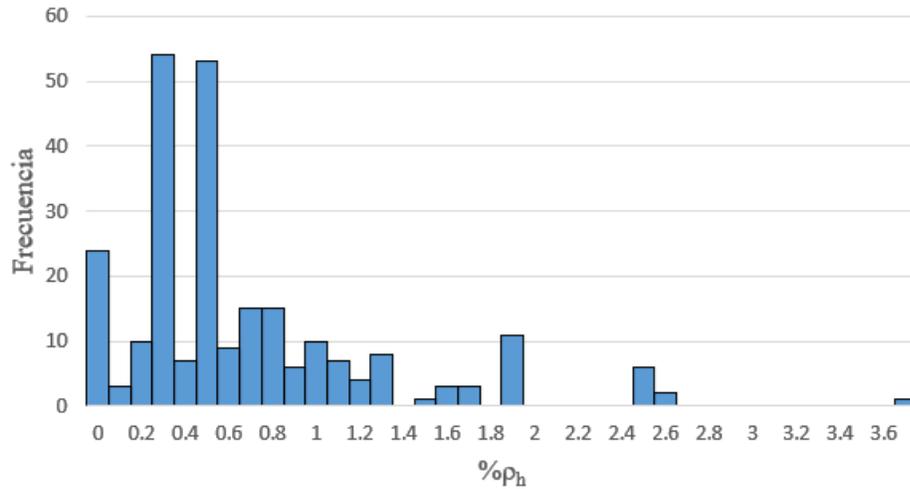


Figura 2.10: Histograma de cuantía de armadura horizontal ( $\% \rho_h$ ) en base de datos.

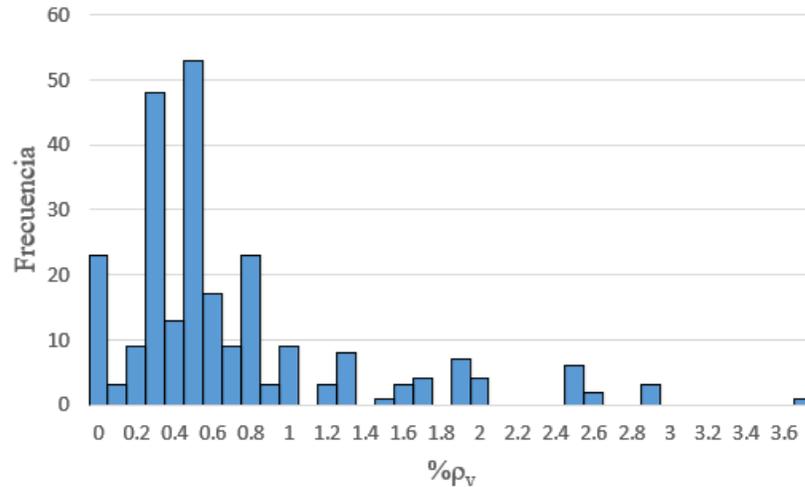


Figura 2.11: Histograma de cuantía de armadura vertical ( $\% \rho_v$ ) en base de datos.

### 2.1.6. Validación del modelo

Con el fin de determinar si el modelo desarrollado por Chetchotisak et al. [3] es congruente y relativamente preciso para su posterior modificación, éste es implementado sobre la base de datos de 252 muros chatos descritos en la sección anterior. Para ello, se sigue el procedimiento que detalla la sección 2.1.4 para obtener el promedio (AVG) y el coeficiente de variación (COV) de los datos, de lo anterior, fueron eliminados 4 datos que provocaban dispersiones muy grandes en los resultados. Lo anterior, se ilustran en la siguiente tabla:

Tabla 2.1: Promedio (AVG) y coeficiente de variación (COV) obtenidos para validación del modelo base, junto a número de datos utilizados.

	Nro. de datos utilizados	AVG	COV (%)
Chetchotisak et al. [3]	248	0.93	24.52

El resultado anterior, demuestra que el modelo tiene un buen desempeño respecto a la determinación de resistencia al corte para muros chatos, por lo tanto, su posterior modificación es un buen acercamiento a tratar de obtener un modelo que implemente todas las variables de diseño y su vez entregue predicciones razonables. Cabe mencionar y recordar que éste modelo posee términos calibrados ( $\alpha$ ,  $k_h$  y  $k_v$ ) para obtener el menor coeficiente de variación imponiendo que el promedio (AVG) sea igual a la unidad para cierta base de datos.

Por otra parte, es importante mencionar que la definición de área de armadura vertical en este modelo está definida como:  $A_v = \frac{\rho_v}{100} t_w (L_w - h_b)$ , lo que implica que la armadura está distribuida entre el largo del muro restándole una vez el ancho del elemento de borde, esto es inconsistente con la práctica, ya que, en general la armadura vertical de alma (como dice su nombre) está distribuida en el alma del muro, esto es, el largo del muro entre los elementos de borde tal que el área debiese ser:  $A_v = \frac{\rho_v}{100} t_w (L_w - 2h_b)$

## 2.2. Modelo de Massone y Ulloa (2014)

Similar a formulaciones previas de modelos de panel (Hsu y Mo[7]; Kassem y Elsheikh[11]), el modelo material para hormigón armado de este trabajo está basado en la idea de la teoría del campo de deformaciones modificado (MCFT) desarrollado por Vecchio y Collins [19]. El MCFT establece la respuesta del panel de concreto en dos direcciones principales basado en leyes constitutivas uniaxiales de material, incluyendo el ablandamiento del hormigón en compresión debido al agrietamiento en la dirección ortogonal (otra dirección principal). La respuesta del acero se incorpora asumiendo adherencia perfecta entre el hormigón y el acero. El detalle geométrico que utiliza este modelo se ilustra en la figura 2.12 y cabe recalcar que el plano  $L - t$  (longitudinal-transversal) coincide con el plano  $v - h$  (vertical-horizontal) en Chetchotisak et al. [3] mientras que las direcciones  $d - r$  corresponden a las direcciones principales de compresión y tracción respectivamente rotadas en un ángulo  $\alpha$  respecto a las direcciones normales. Lo anterior, aplica también para la sección 2.3.

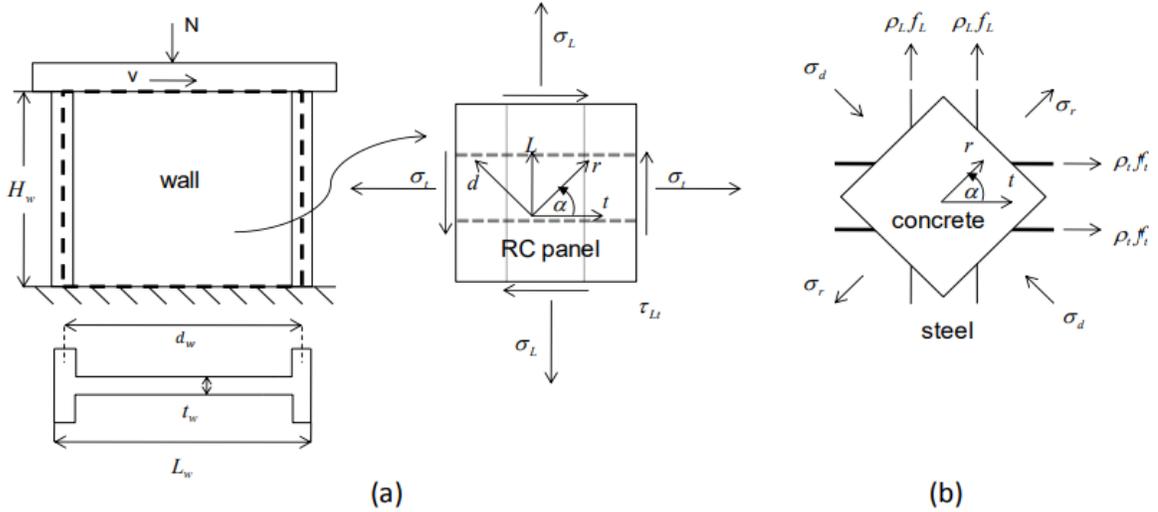


Figura 2.12: Configuración de muros: (a) geometría y esfuerzos resultantes, (b) tensiones del hormigón y el acero (Massone y Ulloa, 2014).

A continuación, se presentan las ecuaciones de deformación horizontal y vertical que utiliza el modelo de Massone y Ulloa [14] y que posteriormente son utilizadas para modificar el modelo base.

### 2.2.1. Expresiones de deformación horizontal

De acuerdo al estudio de Massone [12], para obtener las expresiones de deformación horizontal, se realiza una calibración como se detalla a continuación.

Se formula un modelo de elementos finitos convencional 2D (2D-FEM), el cual incorpora las condiciones de borde tradicionales para muros de ensayo (empotrado y voladizo). Para reproducir estas condiciones de borde, el modelo es discretizado en 8 paneles verticales y 8 horizontales. Los 9 nodos al pie del muro son fijados horizontal y verticalmente, mientras que los 9 nodos de techo son forzados a moverse el mismo desplazamiento lateral de techo, asumiendo que hay un efecto restrictivo del pedestal superior. El desplazamiento vertical de los nodos de techo es diferenciado dependiendo de la condición de borde: para muros en voladizo, el desplazamiento vertical se mueve asumiendo que la sección, que originalmente es plana, se mantiene plana debido a la rigidez del pedestal; mientras que para los especímenes empotrados, el desplazamiento vertical es idéntico para todos los nodos.

La respuesta del modelo fue analizada para diferentes parámetros, tales como: la relación de aspecto ( $H_w/L_w$ ), la cuantía de armadura vertical de alma ( $\rho_L$ ), la cuantía de armadura horizontal ( $\rho_t$ ), la cuantía de refuerzo de borde ( $\rho_{be}$ ), la carga axial ( $N$ ), la resistencia a compresión del hormigón ( $f'_c$ ) y el límite de fluencia del acero ( $f_y$ ). Una deformación horizontal promedio ( $\varepsilon_t$ ) se obtiene para cada nivel vertical sumando la contribución de expansión horizontal de los 8 paneles horizontales y dividiéndola en el largo del muro. Con el fin de incorporar todos los parámetros al análisis, se formula la ecuación  $\varepsilon_t = \varepsilon_{x0}(param1)^{\alpha_1} \dots (paramN)^{\alpha_N}$ , tal que luego de aplicar el método de los mínimos cuadrados, las variables desconocidas sean únicamente determinadas. Lo anterior, es calibrado para los siguientes rangos de los distintos parámetros de diseño:  $f'_c = [30, 50][MPa]$ ;  $f_y = [280, 420][MPa]$ ;  $h_w/L_w = [0.33, 1.4]$ ;  $\rho_t = [0, 1][\%]$ ;  $\rho_L = [0, 1][\%]$ ;  $\rho_b = [1, 6][\%]$  y  $N/f'_c A_w = [0, 0.3]$ .

Luego, las expresiones que se obtienen para la deformación transversal de muros ( $\varepsilon_t$ ) con doble curvatura (empotrados o de extremo fijo) y simple curvatura (voladizos o de extremo

libre) se definen a continuación:

### Empotrado

$$\varepsilon_{t,max} = 0.0033(100\rho_t + 0.25)^{-0.53} \left( \frac{H_w}{L_w} + 0.5 \right)^{0.47} \left( \frac{100N}{f'_c t_w L_w} + 5 \right)^{0.25} (100\delta)^{1.4} \quad (2.17)$$

$$\frac{\varepsilon_t(y)}{\varepsilon_{t,max}} = \text{sen}^{0.75} \left( \frac{y}{H_w} \pi \right) \quad (2.18)$$

### Voladizo

$$\varepsilon_{t,max} = 0.0055(100\rho_t + 0.25)^{-0.44} (100\delta)^{1.4} \quad (2.19)$$

$$\frac{\varepsilon_t(y)}{\varepsilon_{t,max}} = \begin{cases} \text{sen}^{0.75} \left( \frac{y}{0.76H_w} \pi \right), & \text{si } 0 \leq y \leq 0.38H_w \\ \text{sen}^{0.75} \left( \frac{y+0.24H_w}{1.24H_w} \pi \right), & \text{si } 0.38H_w < y \leq H_w \end{cases} \quad (2.20)$$

donde  $\delta = \Delta/H_w$  es el desplazamiento de techo e  $y$  es la posición vertical (medida desde la base del muro). Los valores máximos de expansión promedio ( $\varepsilon_{t,max}$ ) están ubicados a  $0.5H_w$  para los muros empotrados y a  $0.38H_w$  para los muros en voladizo (ecuaciones 2.17 y 2.19 respectivamente), mientras que la deformación transversal varía con la altura de acuerdo a las ecuaciones 2.18 y 2.20. Para la implementación del modelo se utiliza un campo de deformaciones promedio de  $\varepsilon_t = 0.69\varepsilon_{t,max}$ .

## 2.2.2. Expresiones de deformación vertical

Para la deformación vertical promedio ( $\varepsilon_L$ ) son utilizadas las expresiones de Villar [20], las cuales se calibran utilizando el mismo método descrito en la sección anterior y se presentan a continuación:

### Empotrado

$$\varepsilon_L = 0.0094(100\rho_t + 0.25)^{-0.17} \left( \frac{H_w}{L_w} + 0.5 \right)^{-0.16} \left( \frac{100N}{f'_c t_w L_w} + 5 \right)^{-0.35} (100\delta) + \varepsilon_N \quad (2.21)$$

### Voladizo

$$\varepsilon_L = 0.0089(100\rho_t + 0.25)^{-0.25} \left( \frac{H_w}{L_w} + 0.5 \right)^{-0.37} \left( \frac{100N}{f'_c t_w L_w} + 5 \right)^{-0.34} (100\delta) + \varepsilon_N \quad (2.22)$$

donde  $\varepsilon_N = -\frac{N}{t_w L_w E_c}$  es un valor estimado de la deformación normal elástica ( $E_c$ , modulo elástico del hormigón) debido a la carga axial aplicada N.

## 2.3. Modelo de Massone y Melo (2018)

Este modelo, al igual que el de Massone y Ulloa [14], se basa en la formulación de modelo desarrollada por Kassem y Elsheikh [11] y su detalle geométrico es el que ilustra la figura 2.12.

A continuación, se presentan las ecuaciones de deformación principal compresiva o de tracción para cada estado límite junto a la calibración que llevan a cabo los autores para determinarlas y finalmente las ecuaciones de deformación transversal y longitudinal (horizontal y vertical respectivamente) que se utilizan en el modelo modificado.

### 2.3.1. Expresiones de deformación

Para evitar el procedimiento iterativo que implica el cálculo de la resistencia a cortante para todos los estados límite, Massone y Melo [13] realizan una calibración de la deformación en el modelo. Así, la deformación principal del hormigón en tracción o compresión ( $\varepsilon_r$  o  $\varepsilon_d$ , respectivamente) se calibra para cada estado límite, lo que permite una solución cerrada para el modelo. La deformación principal por tracción del hormigón  $\varepsilon_r$  es calibrada para el estado límite asociado con falla por compresión del hormigón, la deformación principal por compresión  $\varepsilon_d$  para el estado límite asociado con el agrietamiento del hormigón y otra expresión para la fluencia del refuerzo longitudinal de borde y de alma. Por simplicidad, para las dos últimas componentes (fluencia del refuerzo longitudinal), se calibra una sola expresión, ya que ambas componentes se incluyen de manera similar en la formulación y las propiedades de material son generalmente idénticas.

La calibración se realiza como una regresión múltiple utilizando el método de los mínimos cuadrados, sobre 7 variables que describen la deformación del elemento panel. Las variables utilizadas son el refuerzo de borde longitudinal y transversal ( $\rho_L f_{yL}/f'_c$ ,  $\rho_t f_{yt}/f'_c$ ,  $\beta \rho_b f_{yb}/f'_c$ ), la carga axial ( $N/f'_c L_w t_w$ ), el ángulo de dirección de la deformación principal (o tensión del hormigón) ( $\cos(\alpha)$ ), la relación de aspecto ( $H_w/L_w$ ) y la resistencia a la compresión del hormigón ( $f'_c$ ), que resulta ser la única variable no adimensional seleccionada para el análisis. El método de mínimos cuadrados se aplica a expresiones logarítmicas que incorporan como máximo cuatro variables, como se muestra a continuación:

$$\varepsilon_r \text{ ó } d(\text{var}_1, \dots, \text{var}_n) = C(\text{var}_1 + c_1)^{k_1}(\text{var}_2 + c_2)^{k_2} \dots (\text{var}_n + c_n)^{k_n} \quad (2.23)$$

Con  $n \leq 4$ ,  $\text{var}_i$  la variable  $i$  escogida de la lista de 7 parámetros,  $c_i$  la contante relativa a la variable y  $C$  una constante adimensional.

Luego de obtener los valores de deformación asociados a cada estado límite, una calibración se implementa. Para esto, de las 7 variables presentadas, aquellas cuyo impacto en la correlación (medida por el coeficiente de determinación  $R^2$ ) entre la deformación obtenida por el modelo iterativo y aquellas estimadas menos relevante por la calibración, son eliminadas una a una. Finalmente, las ecuaciones (2.24)-(2.26) proveen la calibración de una variable de deformación para cada estado límite (tracción, compresión o fluencia de la armadura).

#### Tracción

$$\varepsilon_d = -1.29x10^{-3}(\cos\alpha)^{-2.56} \left( \frac{N}{f'_c A_g} + 0.1 \right)^{1.4} \quad (2.24)$$

#### Compresión

$$\varepsilon_r = 3.61x10^{-4} \left( \frac{\rho_L f_{yL}}{f'_c} + 0.05 \right)^{-0.59} \left( \frac{\beta \rho_b f_{yb}}{f'_c} + 0.05 \right)^{-0.60} (\cos\alpha)^{3.46} \left( \frac{N}{f'_c A_g} + 0.1 \right)^{-0.86} \quad (2.25)$$

### Fluencia de la armadura

$$\varepsilon_d = -0.635 \left( \frac{\rho_L f_{yL}}{f'_c} + 0.05 \right)^{1.24} \left( \frac{\beta \rho_b f_{yb}}{f'_c} + 0.05 \right)^{1.22} (\cos \alpha)^{-2.45} \left( \frac{N}{f'_c A_g} + 0.1 \right)^{1.36} \quad (2.26)$$

Dependiendo del estado límite, se presenta a continuación la deformación asociada a la dirección principal complementaria ( $\varepsilon_r$  para  $\varepsilon_d$  y viceversa), excepto en el caso de la fluencia del refuerzo longitudinal o principal:

Tabla 2.2: Deformaciones asociadas a los 4 estados límite.

Estado límite	Deformación
Hormigón a compresión	$\varepsilon_d^* = -\zeta \varepsilon_0$
Hormigón en tracción	$\varepsilon_r^* = f'_{ct} / E_c$
Fluencia del refuerzo longitudinal de alma	$\varepsilon_L^* = f_{yL} / E_s$
Fluencia del refuerzo longitudinal de borde	$\varepsilon_L^* = f_{yb} / E_s$

donde  $A_g = A_w [3]$  es el área transversal del muro que resiste el corte,  $\beta = 0.3$  es un factor de eficiencia del refuerzo principal,  $\varepsilon_0 = 0.002$  es la deformación por compresión consistente con  $f'_c$ ,  $E_c = 4700 \sqrt{f'_c} [MPa]$  y  $E_s = 200 [GPa]$  son los módulos de elasticidad del hormigón y el acero respectivamente.

Respecto a los demás valores no especificados anteriormente, se tiene para el ángulo de dirección principal:

#### Voladizo

$$\alpha = 13.9 \left( \frac{H_w}{L_w} + 5 \right)^{-0.13} \left( \frac{N}{f'_c t_w L_w} + 1 \right)^{-0.67} \quad (2.27)$$

#### Empotrado

$$\alpha = 9.81 \left( \frac{H_w}{L_w} + 5 \right)^{-0.08} \left( \frac{N}{f'_c t_w L_w} + 1 \right)^{-0.78} \quad (2.28)$$

Se tiene también para el factor de reducción por agrietamiento según Zhang y Hsu [21]:

$$\zeta = \frac{5.8}{\sqrt{f'_c}} \frac{1}{\sqrt{1 + 400\varepsilon_r}} \leq \frac{0.9}{\sqrt{1 + 400\varepsilon_r}} \quad (2.29)$$

La capacidad a tracción del hormigón-acero que incorpora la cuantía de armadura transversal se define como:

$$f'_{ct} = 0.4 \sqrt{f'_c [MPa]} + \rho_{sh} f_{yh} \cos^2 \alpha \quad (2.30)$$

Y finalmente, las expresiones de deformación normal transversal y longitudinal se definen como:

$$\varepsilon_t = \varepsilon_d \sen^2 \alpha + \varepsilon_r \cos^2 \alpha \quad (2.31)$$

$$\varepsilon_L = \varepsilon_d \cos^2 \alpha + \varepsilon_r \sin^2 \alpha \quad (2.32)$$

### 2.3.2. Problemas con la implementación

En este trabajo, no se detalla la implementación de las ecuaciones de deformación que otorga el trabajo de Massone y Melo [13] sobre el modelo de Chetchotisak et al. [3], lo anterior, debido a que los resultados obtenidos con este modelo modificado fueron inconsistentes.

Utilizando la base de datos descrita en la sección 2.1.5 y con el fin de obtener resultados referenciales, se implementaron las ecuaciones descritas en la sección anterior considerando un estado límite de tensión, el problema se presentó al calcular las deformaciones y tensiones transversales y longitudinales en el refuerzo de alma ( $\varepsilon_t, f_t$  y  $\varepsilon_L, f_L$  respectivamente) las que entregaron valores negativos para casi todos los muros, esto debido a que las deformaciones normales se calculan en función de las principales, y siendo la deformación en la dirección de compresión negativa y mayor a la deformación en la dirección de tracción para casi todos los casos, lleva a que a las tensiones en el refuerzo de alma también sean negativas, lo que hace que la armadura en vez de contribuir a la resistencia al corte de los muros, des contribuya. Lo anterior, se puede evidenciar en la siguiente diagrama:

Tracción

$$\begin{aligned} \varepsilon_d &= -1.29 \times 10^{-3} (\cos \alpha)^{-2.56} \left( \frac{N}{f'_c A_g} + 0.1 \right)^{1.4} \\ \varepsilon_r^* &= f'_{ct} / E_c \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} \varepsilon_t &= \varepsilon_d \sin^2 \alpha + \varepsilon_r \cos^2 \alpha < 0 \\ \varepsilon_L &= \varepsilon_d \cos^2 \alpha + \varepsilon_r \sin^2 \alpha < 0 \end{aligned}$$

$\downarrow$

$$f_t, f_L < 0$$

(Des contribución a la resistencia)

Figura 2.13: Diagrama de ecuaciones para estado límite de tracción según Massone y Melo [13] y problemas con su implementación.

Este problema con el cálculo de las deformaciones de la armadura, también puede deberse a que el modelo está calibrado para calcular deformaciones en las direcciones principales de compresión y tracción ( $\varepsilon_d$  y  $\varepsilon_r$  respectivamente) y no las deformaciones del refuerzo de alma. Además, se requiere cierto estado límite, el que en primera instancia no está predefinido. Luego, éste modelo modificado es descartado del trabajo, ya que como se mencionaba anteriormente, entrega resultados inconsistentes.

## 2.4. Modelo de ACI 318

El modelo que se utiliza para determinar la resistencia al corte, en este caso para muros chatos, se especifica en la sección 18.10.4.1 de la ACI 318-19 [1] y se detalla a continuación:

$$V_n = (\alpha_c \lambda \sqrt{f'_c + \rho_h f_{yh}}) A_{cv} \quad (2.33)$$

donde  $\alpha_c = 0.25$  para  $H_w/L_w \leq 1.5$ ,  $\alpha_c = 0.17$  para  $H_w/L_w \geq 2.0$  y si la relación de aspecto del muro se encuentra entre  $1.5 < H_w/L_w < 2.0$ ,  $\alpha_c$  se puede interpolar entre 0.25 y 0.17. Además,  $\lambda$  es un factor de reducción para hormigones con agregados ligeros que en este trabajo se considera igual a 1 para todos los casos y  $A_{cv}$  es el área bruta del muro que resiste el corte.

### 2.4.1. Implementación del modelo

La implementación del modelo tiene la siguiente forma:

1. Se calcula la relación de aspecto del muro como  $H_w/L_w$
2. Se determina  $\alpha_c$  en función de este último con condicionales
3. Se calcula el área bruta del muro como  $A_{cv} = L_w t_w$
4. Se determina la resistencia al corte con la ecuación 2.33
5. Se calcula la relación de corte experimental sobre calculado como  $V_{exp}/V_n$ .

## 2.5. Modelo de Chetchotisak mod. Ulloa

Este modelo modificado, con el fin de eliminar la dependencia de una calibración para la determinación de la contribución de la armadura a la resistencia que expresan los parámetros  $k_h$  y  $k_v$ , implementa las ecuaciones de deformación presentadas en la secciones 2.2.1 y 2.2.2.

### 2.5.1. Implementación del modelo

La implementación de este modelo tiene la siguiente forma:

- Contribución del mecanismo de puntal:
  1. Se calcula la profundidad del puntal  $a_s$  según la ecuación 2.9
  2. Se determina el área transversal del puntal  $A_{str}$  con la ecuación 2.8
  3. Se calcula el ángulo de inclinación del puntal  $\theta_s$  con la ecuación 2.2
  4. Se determina la contribución a la resistencia que otorga el puntal según la ecuación 2.11
  5. Se calcula el área de armadura de borde  $A_{be} = \frac{\rho_{be}}{100} b_b h_b$
  6. Se determina la contribución a la resistencia que otorga el tensor según la ecuación 2.12, donde  $\alpha = 1.45$  es un valor ajustado a la implementación de este modelo sobre la base de datos descrita en la sección 2.1.5
  7. Se determina la resistencia al corte nominal que otorga el mecanismo de puntal diagonal  $V_{nc}$  con la ecuación 2.10 y finalmente se limita con la restricción 2.13.
- Contribución del mecanismo de armadura:

1. Se calcula la relación de aspecto  $H_w/L_w$
  2. Se determina un valor de desplazamiento de techo  $\delta = 0.001$  si  $H_w/L_w \leq 1.0$ ,  $\delta = 0.002$  si  $H_w/L_w \geq 2.0$  y si la relación de aspecto se encuentra en el rango  $1.0 < H_w/L_w < 2.0$ ,  $\delta$  se interpola entre 0.001 y 0.002
  3. Se calcula la deformación horizontal (transversal) de muros según las ecuaciones 2.17 o 2.19 dependiendo del tipo de muro y luego se obtiene la deformación promedio como  $\varepsilon_t = 0.69\varepsilon_{t,max}$
  4. Se calcula el módulo elástico del hormigón como  $E_c = 4700\sqrt{f'_c(MPa)}$  con esto la deformación normal elástica como  $\varepsilon_N = -\frac{N}{t_w L_w E_c}$
  5. Se determina la deformación vertical (longitudinal) promedio con las ecuaciones 2.21 o 2.22 dependiendo del tipo de muro
  6. Con las deformación horizontal promedio, se calcula la tensión en el refuerzo horizontal  $f_h = E_s \varepsilon_t$ , si  $E_s \varepsilon_t \leq f_{yh}$  y  $f_h = f_{yh}$  en caso contrario, donde  $E_s = 200[GPa]$
  7. Se realiza el mismo procedimiento anterior para tensión en el refuerzo vertical  $f_v = E_s \varepsilon_L$ , si  $E_s \varepsilon_L \leq f_{yv}$  y  $f_v = f_{yv}$  en caso contrario
  8. Se calculan las áreas de armadura horizontal y vertical como  $A_h = \frac{\rho_h}{100} H_w t_w$  y  $A_v = \frac{\rho_v}{100} t_w (H_w - 2h_b)$  respectivamente. Observar que se utiliza el área vertical corregida según lo estipulado en la sección 2.1.6
  9. A continuación, se determina la contribución a la resistencia que otorga la armadura horizontal  $V_h = A_h f_h$
  10. Luego, la vertical  $V_v = A_v f_v \cot\theta_s$
  11. Finalmente, la resistencia al corte que proporciona el mecanismo de armadura es  $V_w = V_h + V_v$ .
- Luego de lo anterior, la resistencia al corte de muros se determina con la ecuación 2.1 y finalmente se calcula la relación de corte experimental sobre calculado como  $V_{exp}/V_n$ .

Respecto al procedimiento anterior, es importante mencionar algunas cosas sobre los parámetros  $\alpha$  y  $\delta$ . La constante  $\alpha = 1.45$ , es un parámetro que se calibró en torno a la base de datos con el fin de obtener un promedio de corte relativo igual a la unidad ( $V_{exp}/V_n = 1.0$ ), mientras que el desplazamiento de techo ( $\delta$ ), se toma el rango descrito ( $0.001 \leq \delta \leq 0.002$ ) ya que se observó que en la medida que aumentaba el desplazamiento de techo, también aumentaba la dispersión de los datos. Lo anterior, se produce debido a que mientras mayor es el desplazamiento de techo, mayores son las deformaciones de la armadura, las cuales tienden a fluir, por lo que se sobrestima la contribución de este mecanismo a la resistencia. Más aún, Francisco Melo [13] facilitó para este trabajo el programa de Matlab que implementa su modelo y con él se pudieron obtener tanto los estados límite para cada muro, como sus valores de desplazamiento de techo calculado (ya que ambos estudios utilizan los mismos datos para muros cortos), sin embargo, la mayoría de desplazamientos calculados para los diversos datos fluctuaba entre  $0.002 \leq \delta \leq 0.005$ , por lo tanto, estos valores no fueron considerados para el análisis por lo ya propuesto, un alto desplazamiento de techo, lleva a una sobre estimación de la contribución a la resistencia al corte de la armadura de alma debido a que ésta tiende a fluir.

# Capítulo 3

## Resultados y discusión

### 3.1. Resultados Chet. mod. Ulloa

En esta sección, se presentan los resultados generales que se obtienen de la implementación del modelo modificado sobre la base de datos descrita en la sección 2.1.5, en comparación al modelo de la ACI y el modelo base.

A continuación, se presenta una tabla que indica la cantidad de datos utilizados para el análisis junto a los parámetros que influyen en cada modelo.

Tabla 3.1: Número de datos utilizados y parámetros que influyen en la resistencia para cada modelo de corte.

	Nro. de datos utilizados	Parámetro que influye					
		$f'_c$	$\frac{H_w}{L_w}$	$\frac{N}{A_w f'_c}$	$A_{be}$	$A_v$	$A_h$
ACI [1]	246	✓	✓	×	×	×	✓
Chetchotisak et al. [3]	248	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Chet. mod. Ulloa	248	✓	✓	✓	✓	✓	✓

Se observa de la tabla 3.1 que mientras el modelo desarrollado por Chetchotisak et al. [3] y el modelo modificado por las expresiones de Massone y Ulloa [14] contemplan todos los parámetros de diseño de muros para la predicción de resistencia al corte, en el modelo de la ACI 318-19 [1] solo influyen la resistencia a la compresión del hormigón  $f'_c$ , la relación de aspecto  $H_w/L_w$  y la cantidad de armadura horizontal o transversal ( $A_h$  o  $A_v$  respectivamente). Lo anterior, lleva a que el modelo de la ACI subestime la resistencia al cortante de un muro cuando esté sometido a cargas axiales o la armadura vertical (longitudinal) de borde o alma sean considerables.

Respecto al número de datos utilizados, en ninguno de los 3 análisis se utilizó la totalidad de 252 muros experimentales que proporciona la base de datos ya descrita, esto debido a que, fueron eliminados aquellos valores que provocaban desviaciones muy grandes y contaminaban el análisis del resto de datos, como por ejemplo,  $V_{exp}/V_n = 5$ .

Para el análisis de la ACI [1], se eliminaron 6 datos, cuya característica en común es que

ninguno de ellos poseía armadura de alma ( $\rho_h = \rho_v = 0$ ), esto produjo una sub-estimación muy grande de la resistencia al corte de estos muros y por ello fueron eliminados. Por otra parte, para el análisis del modelo de Chetchotisak et al. [3] y el modelo modificado, fueron eliminados 4 datos, cuya característica en común era estar sujetos a una alta carga axial, en relación a sus reducidas áreas y cuantías de refuerzo de alma, lo que también condujo a sub-estimaciones considerables de la resistencia al corte de estos muros.

A continuación, se presenta una tabla que resume los valores promedio (AVG) y el coeficiente de variación (COV) de la relación de resistencia al corte experimental sobre calculado ( $V_{exp}/V_n$ ) del total de datos utilizados para cada modelo.

Tabla 3.2: Desempeño en la predicción de resistencia para cada modelo.

Modelo	AVG	COV (%)
ACI 318-19 [1]	1.31	39.90
Chetchotisak et al. [3]	0.93	24.52
Chet. mod Ulloa	1.00	24.04

Se observa de la tabla 3.2 que mientras el modelo de la ACI 318-19 [1] subestima en un 31% la resistencia al corte de los muros (debido a su carácter conservador), el modelo de Chetchotisak et al. [3] la sobrestima en un 7% y el modelo modificado muestra un promedio de  $V_{exp}/V_n = 1.00$ , lo que implica que las predicciones tienden a equilibrarse en torno a la unidad, ya sea que se obtengan valores menores o mayores al resultado experimental.

Respecto al coeficiente de variación (COV), el modelo de la ACI alcanza casi un 40%, mientras que tanto el modelo base como el modificado poseen números cercanos al 24%. Estos valores son buenos indicadores de la capacidad predictiva de cada modelo, ya que en la medida que aumenta el coeficiente de variación, más se alejan entre si los valores de resistencia calculada respecto a la experimental para un set de datos.

Con el análisis de ambos indicadores, se puede inferir que en general, el modelo modificado muestra un buen desempeño respecto a la predicción de resistencia al corte de muros chatos, con una variación de décimas en el coeficiente de variación respecto del modelo base, y mucho más preciso que el modelo de la ACI, que es un estándar prácticamente internacional, incluyendo a su vez todos los factores que influyen en la resistencia al corte de muros, que no es el caso de este último.

A continuación, se presentan histogramas de la relación entre corte medido sobre calculado ( $V_{exp}/V_n$ ) para cada modelo considerando el total de datos descritos en la tabla 3.1.

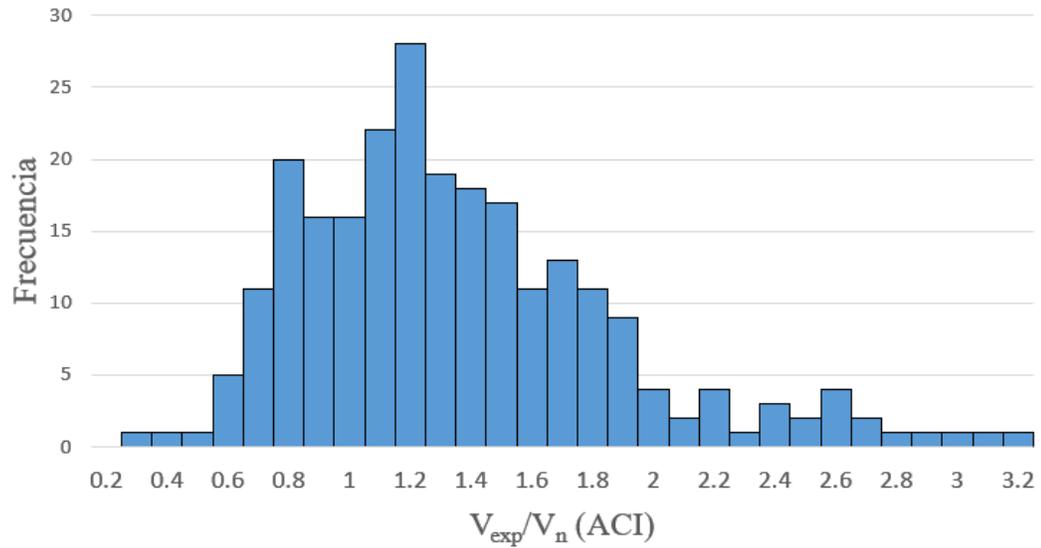


Figura 3.1: Histograma de relación de corte experimental sobre calculado ( $V_{exp}/V_n$ ) para el modelo de la ACI.

Se observa de la figura 3.1 que para el modelo de la ACI [1], la relación de corte experimental sobre calculado ( $V_{exp}/V_n$ ) varía entre 0.3 y 3,2 concentrando la mayoría de sus valores en torno a 1.3.

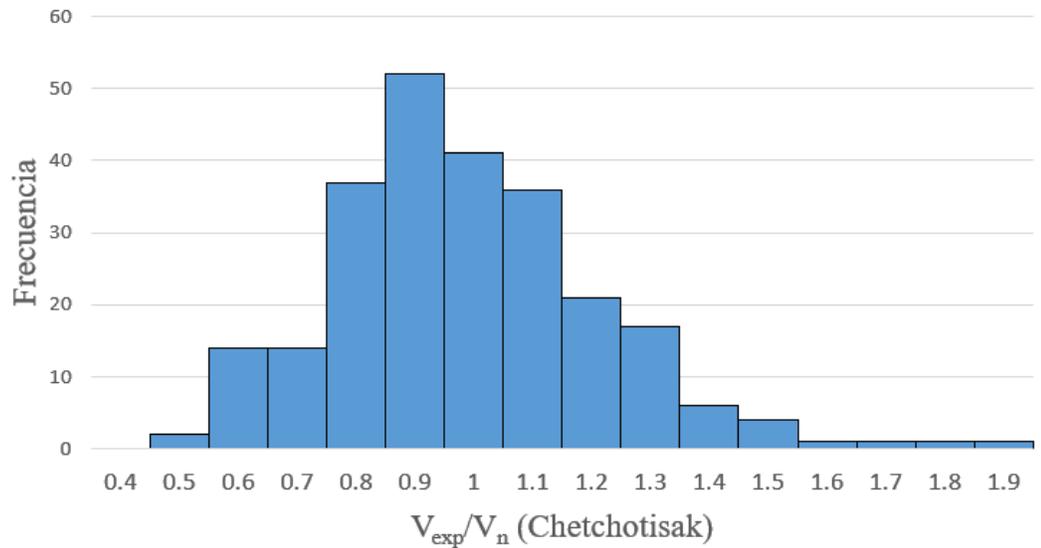


Figura 3.2: Histograma de relación de corte experimental sobre calculado ( $V_{exp}/V_n$ ) para el modelo base.

Se observa de la figura 3.2 que para el modelo base [3], la relación de corte experimental sobre calculado ( $V_{exp}/V_n$ ) varía entre 0.5 y 1.9 concentrando la mayoría de sus valores en torno a 0.9.

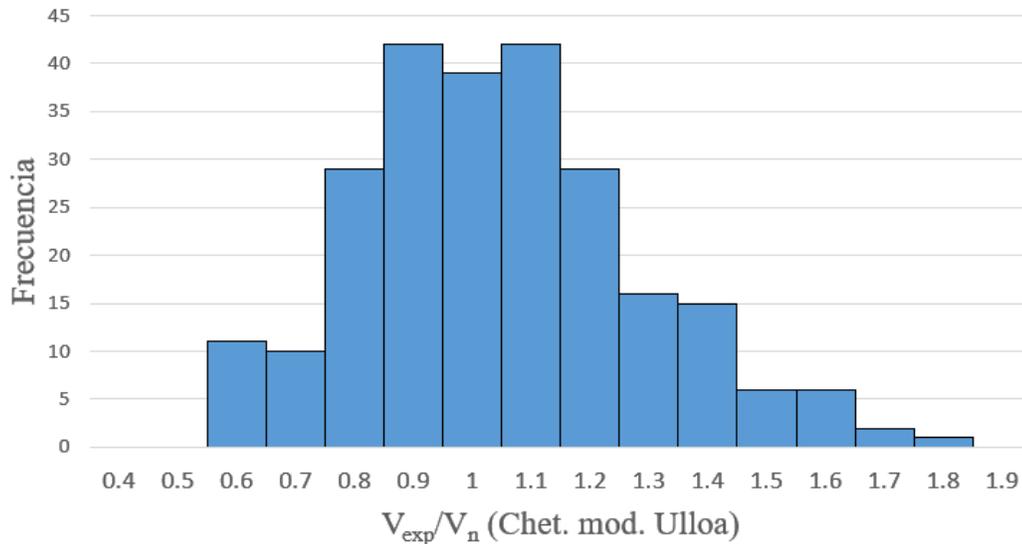


Figura 3.3: Histograma de relación de corte experimental sobre calculado ( $V_{exp}/V_n$ ) para el modelo modificado.

Se observa de la figura 3.3 que para el modelo modificado con las expresiones de Ulloa [14], la relación de corte experimental sobre calculado ( $V_{exp}/V_n$ ) varía entre 0.6 y 1.8 concentrando la mayoría de sus valores en torno a 1.

A continuación, se presentan gráficos de la variación de resistencia al corte ( $V/f'_c A_w$ ) respecto a distintos parámetros de diseño para muros. En cada gráfico, se muestran 3 muros experimentales (extraídos de la base de datos descrita en la sección 2.1.5) en los cuales solo varió el parámetro de diseño que se analiza y la resistencia a compresión del hormigón ( $f'_c$ ) en menor medida, con esto, se comparan los resultados que entregaron los análisis experimentales (Exp, en azul), con el modelo de Chetchotisak et al. [3] (Chetchotisak, en verde), con el modelo modificado (Modelo, en rojo) y con el de la ACI 318-19 [1] (ACI, en amarillo).

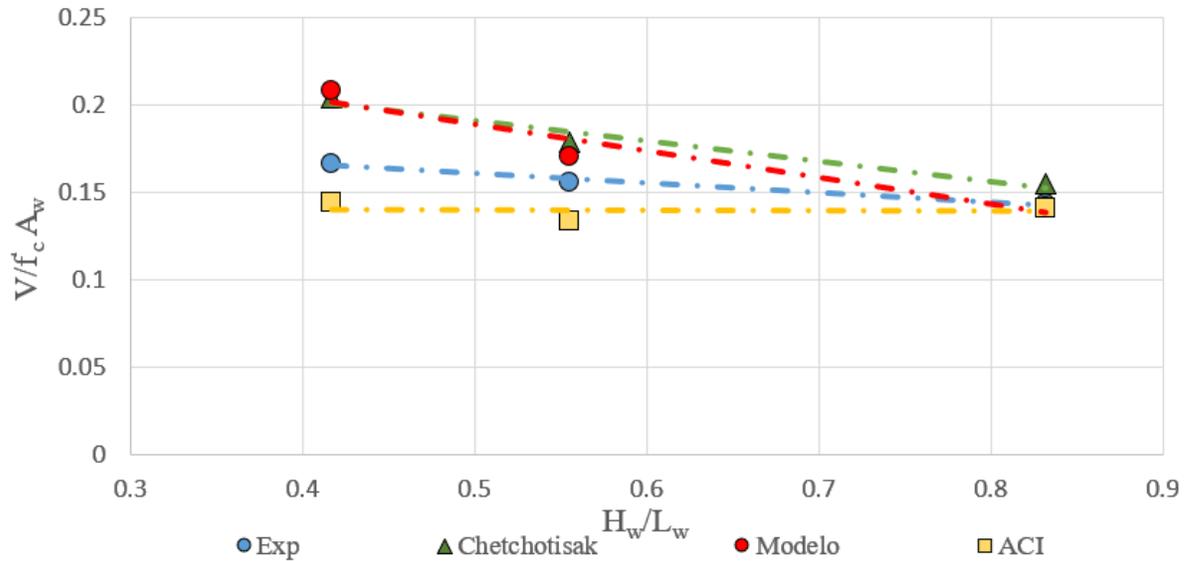


Figura 3.4: Variación de resistencia al corte ( $V/f'_c A_w$ ) respecto a la relación de aspecto ( $H_w/L_w$ ).

Se puede observar en la figura 3.4 que en la medida que aumenta la relación de aspecto ( $H_w/L_w$ ) las predicciones de corte del modelo modificado y el de la ACI, tienden a coincidir con el resultado de corte experimental (para el espécimen con mayor relación de aspecto), mientras que Chetchotisak sobrestima su resistencia. Se observa que para el espécimen con relación de aspecto intermedia, los resultados de los modelos base y modificado son similares y tienden a sobrestimar la resistencia al corte, mientras que la predicción de la ACI es menor a la capacidad experimental. Finalmente, para el espécimen con menor relación de aspecto, la ACI vuelve a subestimar el valor de corte mientras el modelo base y el modificado lo sobrestiman, sin embargo, esta vez la capacidad predicha por el modelo base es ligeramente mayor.

Con lo anterior, se puede concluir que en general, la resistencia a cortante disminuye con el aumento de la relación de aspecto, esto puede deberse a que cuando la altura de un muro chato es relativamente menor a su largo, la fuerza horizontal de corte puede ser directamente transferida a la resistencia que opone el puntal diagonal. Por lo tanto, la resistencia al corte de muros chatos influenciada por aplastamiento del puntal es mayor que en muros esbeltos [3].

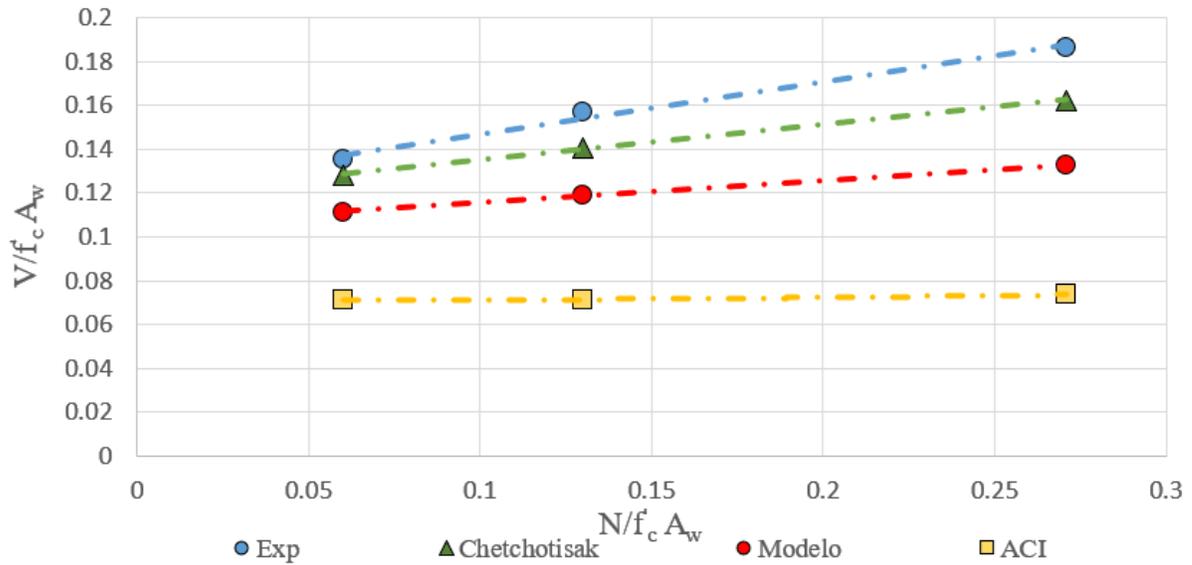


Figura 3.5: Variación de resistencia al corte ( $V/f_c A_w$ ) respecto a la cuantía de carga axial ( $N/f_c A_w$ ).

Se puede observar en la figura 3.5 que la predicción de resistencia al corte para este rango de carga axial ( $N/f_c A_w$ ), es menor a la experimental para los tres modelos analizados, siendo la mayor la de Chetchotisak, luego la del modelo base y finalmente el de la ACI, esto es, los tres subestiman la resistencia, pero la ACI en mucha mayor medida.

Los dos primeros modelos muestran un aumento progresivo en la capacidad al corte en la medida que aumenta la carga axial, mientras que el último muestra un comportamiento casi constante, esto debido a que el modelo de la ACI no considera el efecto de la carga para la determinación de resistencia. Cabe destacar que éste análisis es válido para éste rango de carga axial.

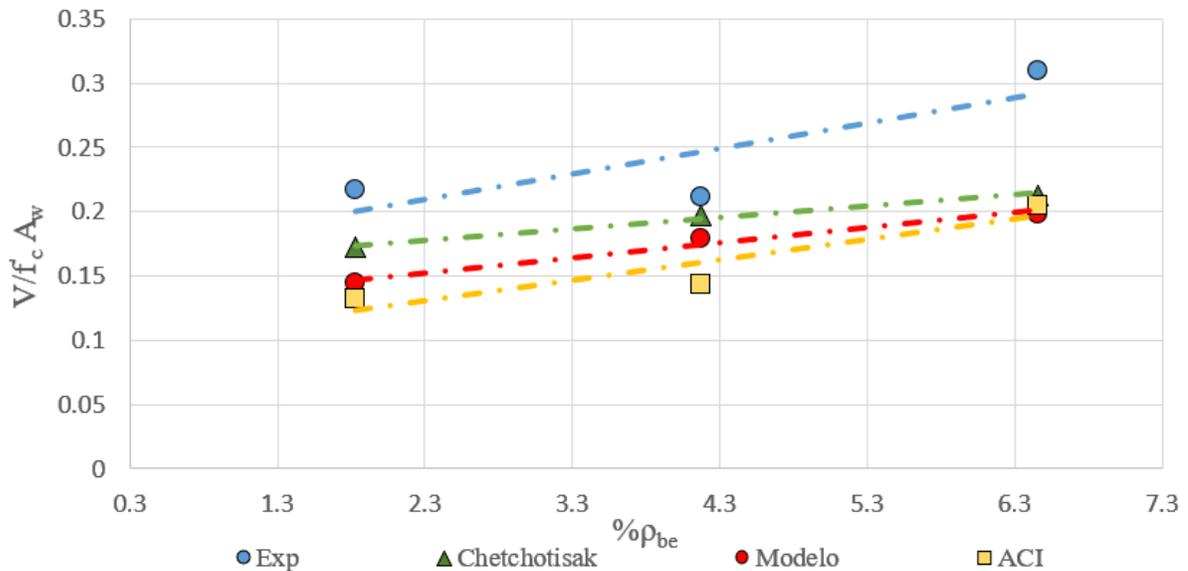


Figura 3.6: Variación de resistencia al corte ( $V/f_c A_w$ ) respecto a la cuantía de armadura de borde ( $\% \rho_{be}$ ).

Se puede observar en la figura 3.6 que los tres modelos subestiman la resistencia cortante de los muros con cuantía de armadura refuerzo de borde creciente respecto de los valores experimentales, sin embargo, se evidencia un aumento en la resistencia en la medida que aumenta el refuerzo vertical de borde, este comportamiento en los modelos base y modificado, es debido a que en el enfoque de puntal-tensor (STM), el refuerzo de borde actúa como un tensor a tracción de acero [3].

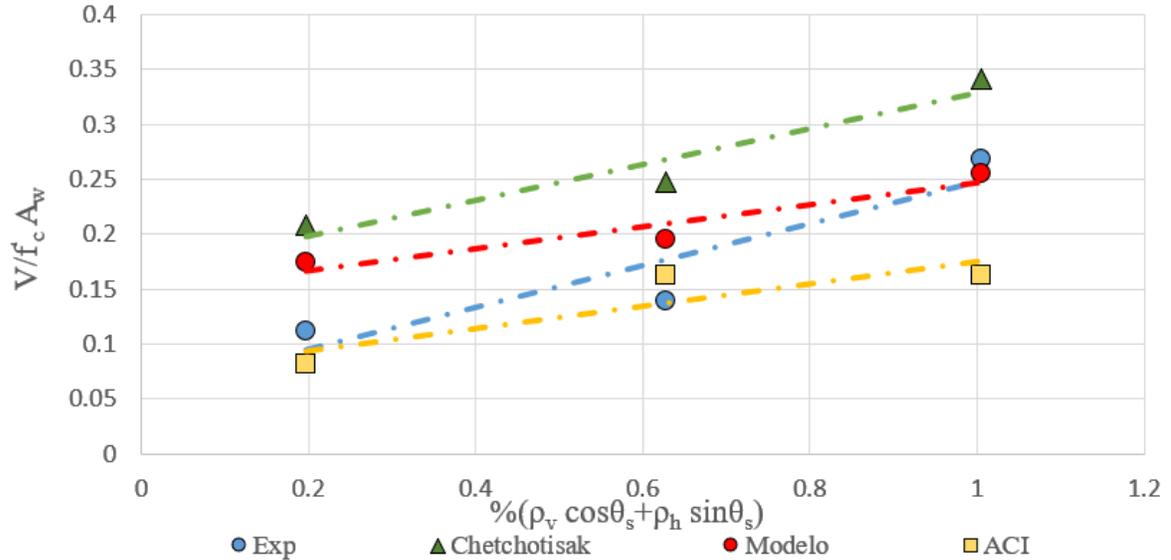


Figura 3.7: Variación de resistencia al corte ( $V/f'_c A_w$ ) respecto a la cuantía de armadura de alma ( $\%(\rho_v \cos \theta_s + \rho_h \sin \theta_s)$ ).

Se puede observar de la figura 3.7 que respecto de la predicción de capacidad al corte en comparación a la combinación del refuerzo vertical y horizontal ( $\%(\rho_v \cos \theta_s + \rho_h \sin \theta_s)$ ), los modelos base y modificado sobrestiman la resistencia para los dos datos con menor armadura de alma, mientras que para el último, el modelo modificado entrega un valor que casi coincide con el experimental. Respecto de la ACI, ésta subestima la resistencia al corte los muros con mayor y menor armadura de alma, mientras que sobrestima la del valor intermedio.

El comportamiento descrito anteriormente, indica que en la medida que aumenta la cantidad de refuerzo de alma, también aumenta la resistencia al corte de los muros chatos.

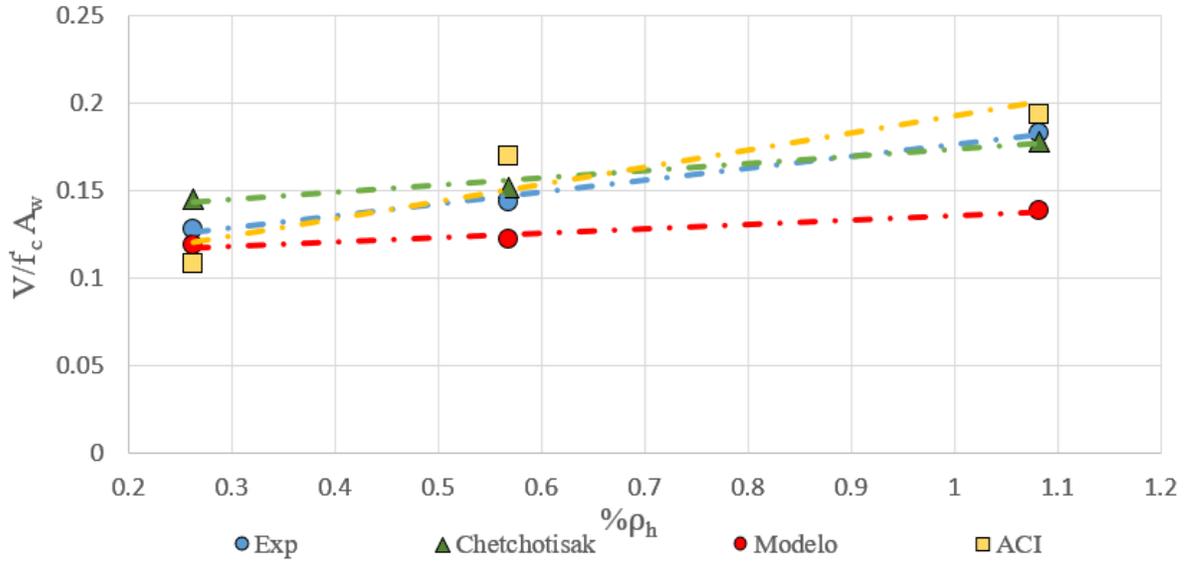


Figura 3.8: Variación de resistencia al corte ( $V/f'_c A_w$ ) respecto a la cuantía de armadura horizontal de alma ( $\% \rho_h$ ).

Finalmente, se puede observar de la figura 3.8 que para el segundo y tercer punto, el modelo de la ACI tiende a sobrestimar ligeramente la resistencia respecto del valor experimental, esto debido a que, es la única armadura que contribuye en su ecuación para la determinación de la resistencia, lo que puede llevar a que se le de mayor énfasis, mientras que para el muro con la menor cantidad de armadura, la ACI subestima ligeramente la resistencia. Respecto del modelo base, éste subestima la resistencia para muro con menor armadura horizontal, mientras que para los otros dos, prácticamente coincide. Luego, el modelo modificado tiende a subestimar la resistencia para los tres muros.

De forma general, se puede concluir para este rango de refuerzo que la resistencia de los muros chatos tiende a aumentar en la medida que se incrementa la cuantía de armadura horizontal.

### 3.1.1. Comparación con ACI

A continuación, se presentan gráficos comparativos entre el modelo de la ACI y el modelo modificado, respecto a la sensibilidad de la relación de resistencia al corte experimental sobre calculada ( $V_{exp}/V_n$ ) para los distintos parámetros de diseño que influyen en la resistencia de muros considerando todos los datos analizados para cada modelo. Cabe mencionar que se distinguen los puntos representativos del modelo modificado (Chet. mod. Ulloa, en rojo) y los obtenidos con el modelo ACI (ACI, en amarillo), además, las líneas punteadas en cada gráfico son líneas de tendencia para el análisis.

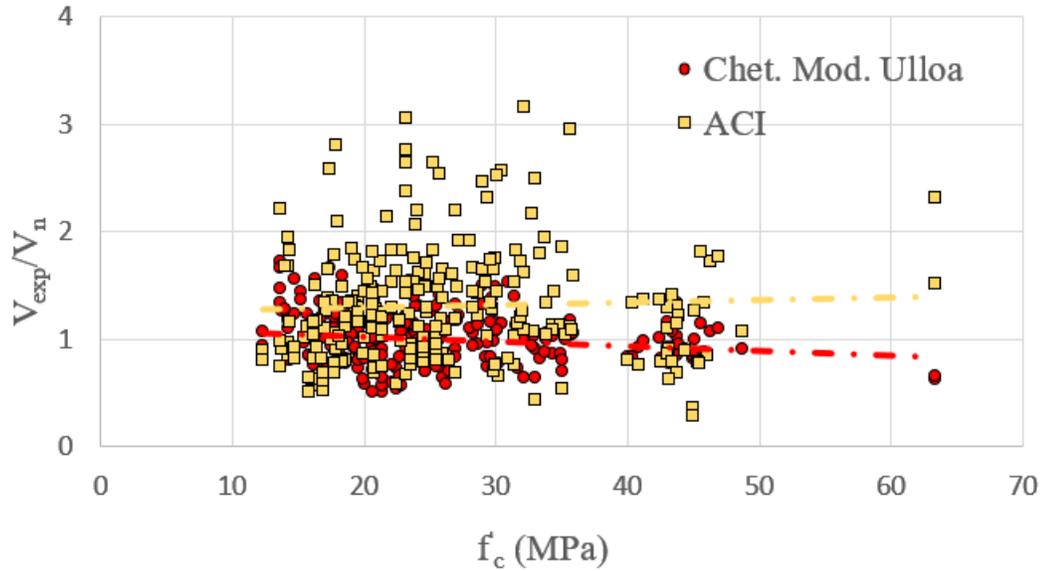


Figura 3.9: Sensibilidad de la relación de resistencia al corte experimental sobre calculada ( $V_{exp}/V_n$ ) a resistencia a la compresión del hormigón ( $f'_c$ ).

Se puede observar de la figura 3.9 que en la medida que aumenta la resistencia a la compresión del hormigón ( $f'_c$ ) de muros, la predicción de capacidad cortante respecto a la experimental que otorga el modelo de la ACI disminuye, con un promedio de ( $V_{exp}/V_n$ ) que tiende a  $AVG=1.5$ , mientras que el modelo modificado refleja un comportamiento opuesto, con un aumento de la capacidad calculada respecto a la experimental en la medida que crece la resistencia a la compresión del hormigón que conforma los muros, por lo que  $V_{exp}/V_n$  tiende bajar ligeramente de 1.0.

Lo anterior, puede deberse a que no se poseen gran cantidad de ensayos con altas resistencias cilíndricas, por lo que no se genera la misma uniformidad que para el rango de  $10 \leq f'_c \leq 50$  en la predicción. Como se ilustraba en la tabla 3.2 los valores son cercanos a la unidad, lo que indica mayor precisión del modelo modificado, en comparación al de la ACI.

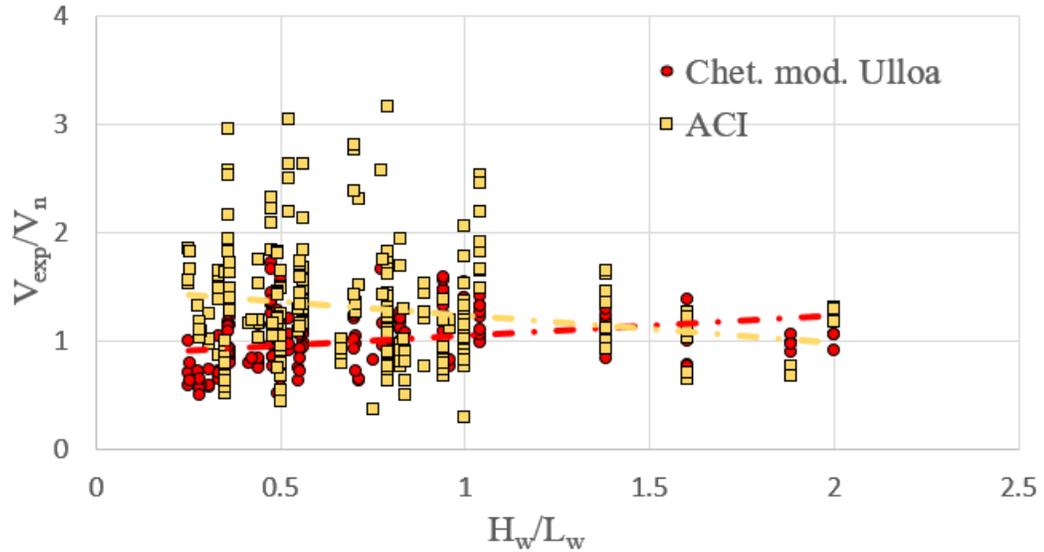


Figura 3.10: Sensibilidad de la relación de resistencia al corte experimental sobre calculada ( $V_{exp}/V_n$ ) a relación de aspecto ( $H_w/L_w$ ).

Se puede observar de la figura 3.10 un comportamiento opuesto al análisis de sensibilidad frente a la carga axial. Esta vez, en la medida que aumenta la relación de aspecto ( $H_w/L_w$ ), la resistencia calculada con el modelo ACI respecto de la experimental tiende a aumentar, haciendo que el promedio de  $V_{exp}/V_n$  se acerque a la unidad. Por otra parte, la resistencia calculada del modelo modificado respecto de la experimental tiende a disminuir, haciendo que el promedio de  $V_{exp}/V_n$  se aleje de la unidad para muros más esbeltos.

Lo anterior, sin embargo, puede deberse a que nuevamente no se poseen gran cantidad de ensayos en el último tramo del factor analizado, esto es, con grandes relaciones de aspecto, por lo que no se genera la misma uniformidad que para el rango de  $0.25 \leq H_w/L_w \leq 1.0$  en la predicción.

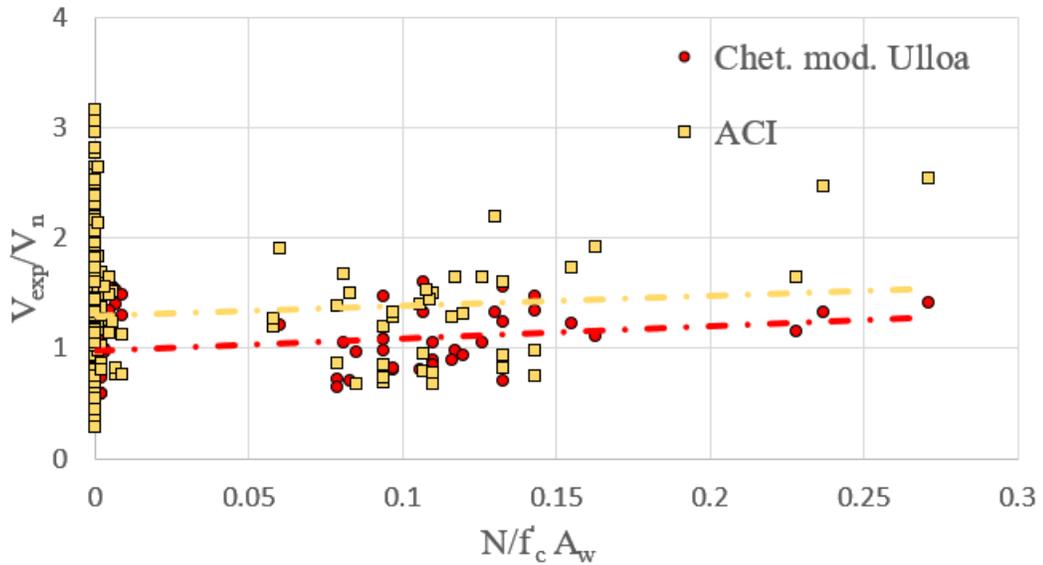


Figura 3.11: Sensibilidad de la relación de resistencia al corte experimental sobre calculada ( $V_{exp}/V_n$ ) a cuantía de carga axial ( $N/f'_c A_w$ ).

Se puede observar de la figura 3.11 que en la medida que aumenta la carga axial ( $N/f'_c A_w$ ), tanto la resistencia calculada por parte del modelo ACI como por el modelo modificado respecto de la experimental disminuyen, haciendo que  $V_{exp}/V_n$  aumente alejándose de la unidad. Sin embargo, son pocos los datos con carga axial mayor a 0, debido a que el 85 % de los datos son voladizos.

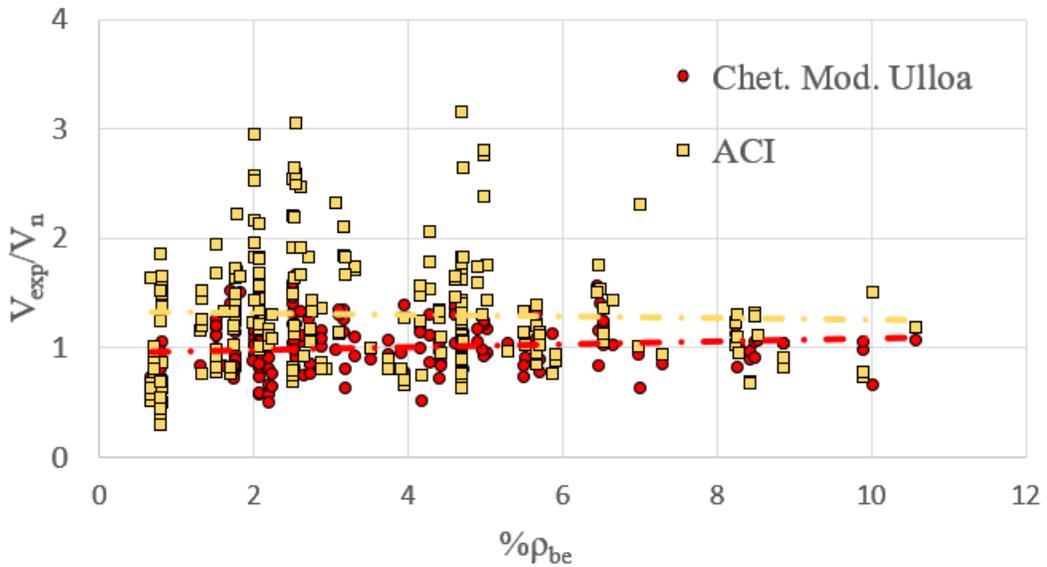


Figura 3.12: Sensibilidad de la relación de resistencia al corte experimental sobre calculada ( $V_{exp}/V_n$ ) a cuantía de armadura de borde ( $\% \rho_{be}$ ).

Se puede observar de la figura 3.12 que en la medida que aumenta la cuantía de armadura vertical de de borde ( $\rho_{be}$ ), la resistencia al corte calculada con el modelo de la ACI respecto de la experimental aumenta lo que produce que  $V_{exp}/V_n$  disminuya ligeramente, mientras que  $V_{exp}/V_n$  para el modelo modificado tiende a aumentar, también de forma ligera.

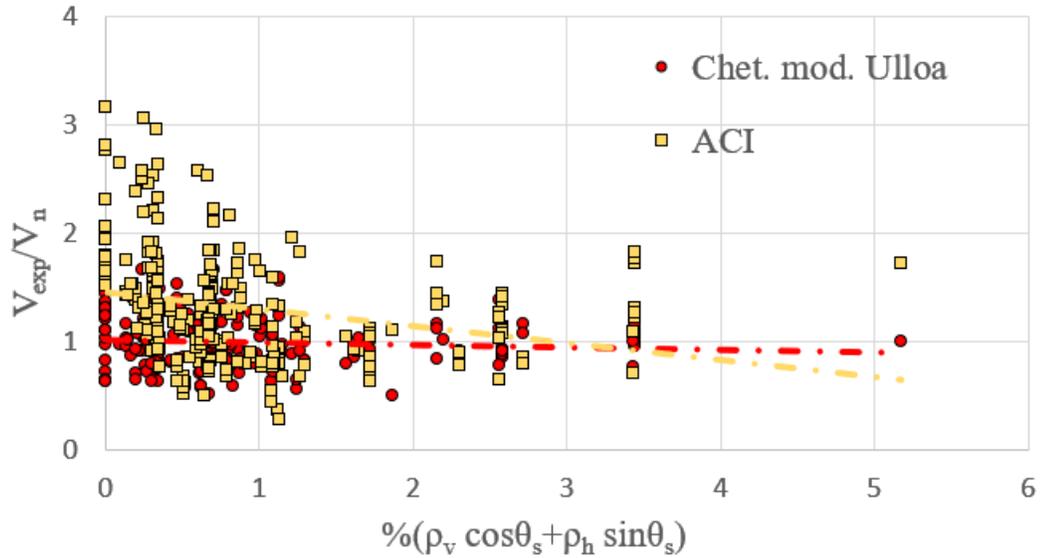


Figura 3.13: Sensibilidad de la relación de resistencia al corte experimental sobre calculada ( $V_{exp}/V_n$ ) a cuantía de armadura de alma ( $\%(\rho_v \cos\theta_s + \rho_h \sin\theta_s)$ ).

Finalmente, se observa de la figura 3.13 que en la medida que aumenta la cuantía de armadura de alma  $V_{exp}/V_n$  para el análisis con la ACI disminuye considerablemente, mientras que para el modelo modificado también disminuye pero de forma ligera.

### 3.1.2. Comparación con Chetchotisak et al.

A continuación, se presentan gráficos para los modelos base y modificado que relacionan la relación de aspecto ( $H_w/L_w$ ) de los muros, con el porcentaje de contribución a la resistencia por parte de los dos mecanismos que conforman los modelos: mecanismo de puntal diagonal y mecanismo de armadura (horizontal y vertical de forma individual). Se distinguen en ambos gráficos los puntos del mecanismo de puntal diagonal (amarillo) los de armadura horizontal (azul) y los de armadura vertical (rojos), además, las líneas punteadas en cada gráfico son líneas de tendencia para el análisis.

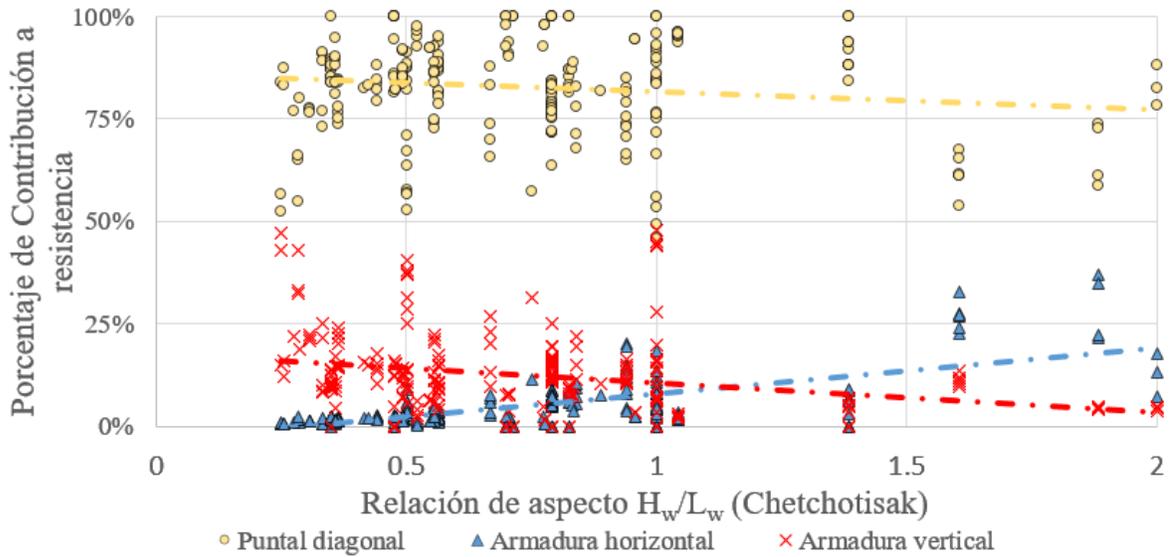


Figura 3.14: Contribución de fuerza de cada mecanismo a la resistencia al corte (modelo base).

Se observa de la figura 3.14 que para el modelo de Chetchotisak et al. [3] en la medida que aumenta la relación de aspecto ( $H_w/L_w$ ) tanto la contribución a la resistencia que proporcionan el puntal diagonal como la armadura vertical tienden a disminuir en promedio (de un 87 % a un 77 % y de un 16 % a un 4 % respectivamente), mientras que la contribución de la armadura horizontal aumenta en promedio (de un 0 % a un 20 %). Además, se puede extraer que la contribución a la resistencia que proporciona el puntal diagonal fluctúa entre un 75 % y un 100 % principalmente, mientras que la contribución de la armadura horizontal se concentra entre un 0 % y un 16 % y la contribución de la armadura vertical entre un 0 % y 25 % para la mayoría de datos. Respecto a los valores promedio de contribución del total de datos para los tres mecanismos se tiene: para el puntal diagonal  $AVG(P.D.) = 83\%$ ; para la armadura horizontal  $AVG(A.H.) = 5\%$  y para la armadura vertical  $AVG(A.V.) = 12\%$

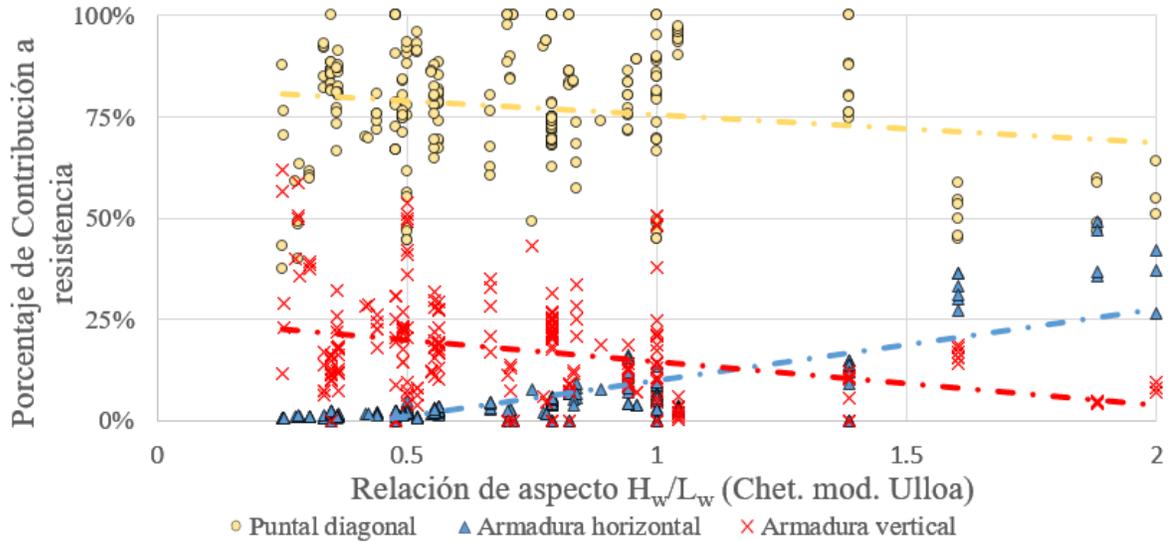


Figura 3.15: Contribución de fuerza de cada mecanismo a la resistencia al corte (modelo modificado).

Se observa de la figura 3.15 que para el modelo de modificado, al igual que para el base, en la medida que aumenta la relación de aspecto ( $H_w/L_w$ ) tanto la contribución a la resistencia que proporcionan el puntal diagonal como la armadura vertical tienden a disminuir en promedio (de un 80 % a un 70 % y de un 23 % a un 5 % respectivamente), mientras que la contribución de la armadura horizontal aumenta en promedio (de un 0 % a un 25 %). Además, se puede extraer que la contribución a la resistencia que proporciona el puntal diagonal fluctúa entre un 62 % y un 100 % principalmente, mientras que la contribución de la armadura horizontal se concentra entre un 0 % y un 18 % y la contribución de la armadura vertical entre un 0 % y 37 % para la mayoría de datos. Respecto a los valores promedio de contribución del total de datos para los tres mecanismos se tiene: para el puntal diagonal  $AVG(P.D.) = 76\%$ ; para la armadura horizontal  $AVG(A.H.) = 5\%$  y para la armadura vertical  $AVG(A.V.) = 18\%$

Al comparar los resultados obtenidos con ambos modelos entre si, se puede mencionar que en general, la contribución a la resistencia del mecanismo de armadura (armadura horizontal y vertical) es mayor para el modelo modificado que para el modelo base, esto debido a que el modelo de Chetchotisak et al. [3] calibra parámetros para la contribución de la armadura a la resistencia con el fin de obtener la menor dispersión posible de  $V_{exp}/V_n$  con un promedio igual a la unidad. Estos parámetros ( $k_h = 0.11$  y  $k_v = 0.19$ ) indican que la contribución a la resistencia de la armadura horizontal es un 11 %, mientras que la vertical es un 19 %, lo que puede subestimar la contribución real cuando las deformaciones del refuerzo son altas, influencia que el modelo modificado si considera. Al calcular los parámetros de contribución de la armadura en torno a la base de datos descrita en la sección 2.1.5 para el modelo modificado, se obtiene que varían entre los siguientes rangos  $k_h = [0.05, 0.47]$  y  $k_v = [0.02, 1.48]$  y poseen los siguientes promedios  $AVG(k_h) = 0.11$  y  $AVG(k_v) = 0.41$ , lo que indica que entre ambos modelos, la contribución de la armadura horizontal es igual, mientras que para el modelo base, crece bastante. En la misma línea, la contribución a la resistencia del mecanismo de puntal diagonal es mayor para el modelo base, ya que bajo la misma calibración, se determina el parámetro  $\alpha = 1.99$ , el cual en este caso amplifica la contribución del tensor a prácticamente el doble según la ecuación 2.12, parámetro que luego, en el modelo modificado

se fija como  $\alpha = 1.45$ , lo que implica una menor contribución del tensor y por lo tanto del mecanismo de puntal diagonal, como se puede observar en la ecuación 2.10. Al comparar las contribuciones promedio en torno al total de los datos, se tiene que entre el modelo base y el modificado, la contribución a la resistencia del mecanismo de puntal disminuye de un 83% a un 76%, la contribución promedio de la armadura horizontal no varía y la de la armadura vertical aumenta de un 12% a un 18%, esto es, en el modelo modificado, la contribución que pierde el puntal, la gana la armadura vertical, al considerar la expansión del refuerzo.

A continuación, se presentan gráficos comparativos entre el modelo base de este trabajo y el modelo modificado, respecto a la sensibilidad de la relación de resistencia al corte experimental sobre calculada ( $V_{exp}/V_n$ ) para los distintos parámetros de diseño que influyen en la resistencia de muros. Cabe mencionar que se distinguen los puntos representativos del modelo modificado (Chet. mod. Ulloa, en rojo) y los obtenidos con el modelo base (Chetchotisak, en verde), además, las líneas punteadas en cada gráfico son líneas de tendencia para el análisis.

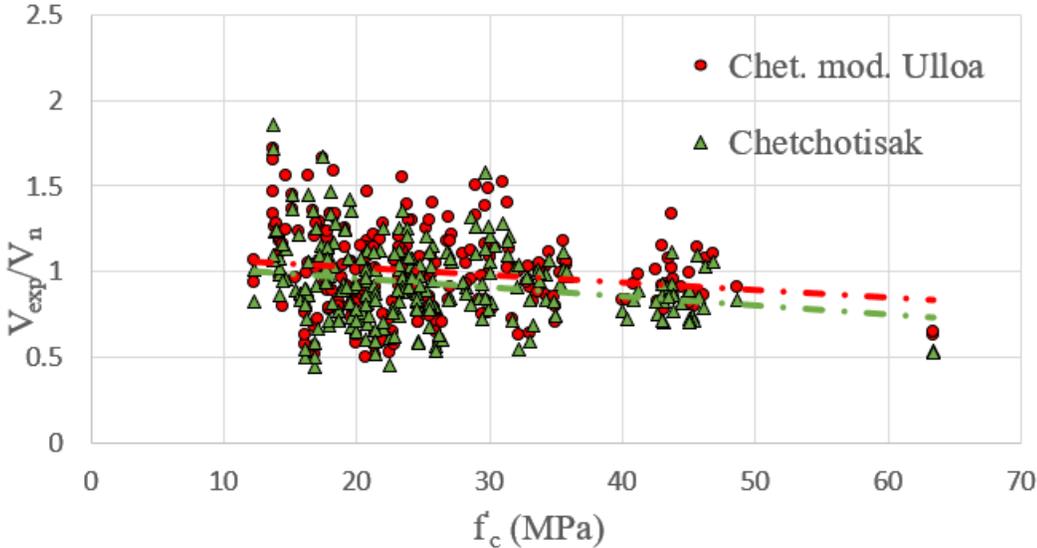


Figura 3.16: Sensibilidad de la relación de resistencia al corte experimental sobre calculada ( $V_{exp}/V_n$ ) a resistencia a la compresión del hormigón ( $f'_c$ ).

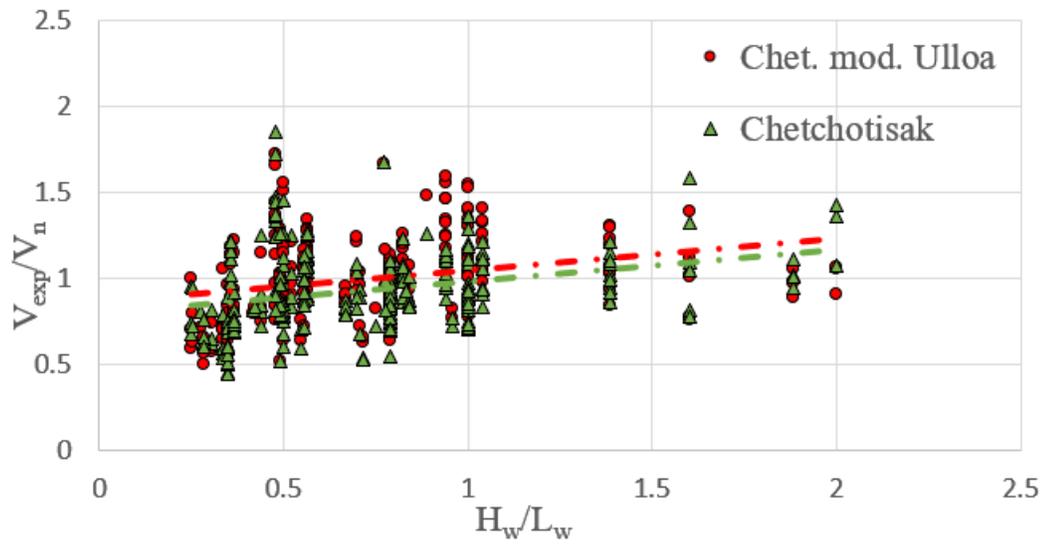


Figura 3.17: Sensibilidad de la relación de resistencia al corte experimental sobre calculada ( $V_{exp}/V_n$ ) a relación de aspecto ( $H_w/L_w$ ).

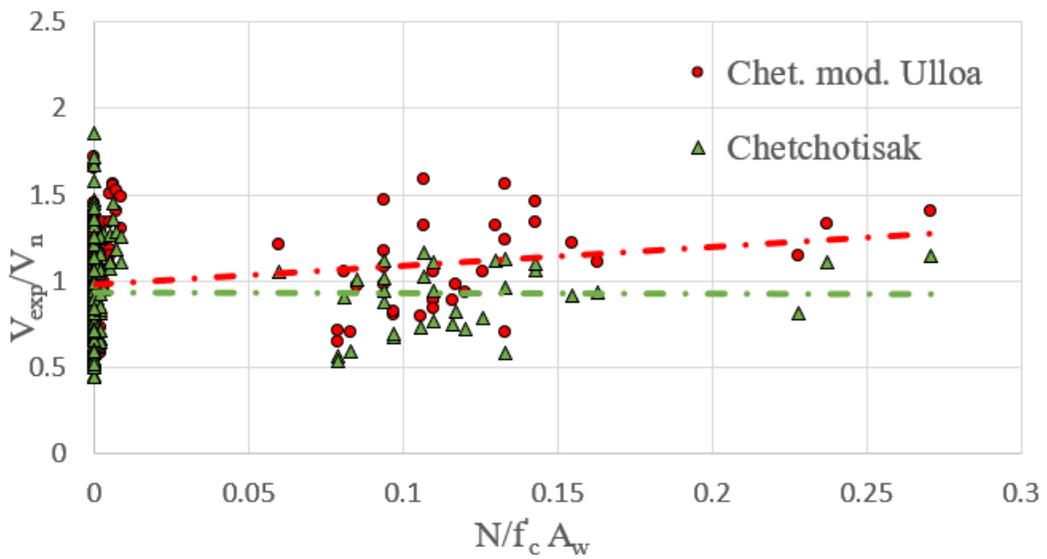


Figura 3.18: Sensibilidad de la relación de resistencia al corte experimental sobre calculada ( $V_{exp}/V_n$ ) a cuantía de carga axial ( $N/f'_c A_w$ ).

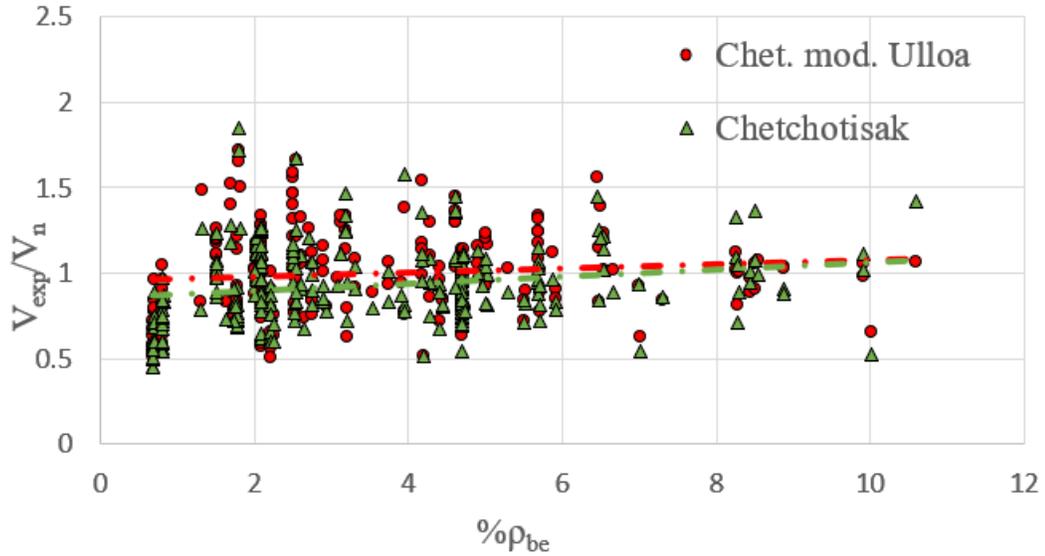


Figura 3.19: Sensibilidad de la relación de resistencia al corte experimental sobre calculada ( $V_{exp}/V_n$ ) a cuantía de armadura de borde ( $\% \rho_{be}$ ).

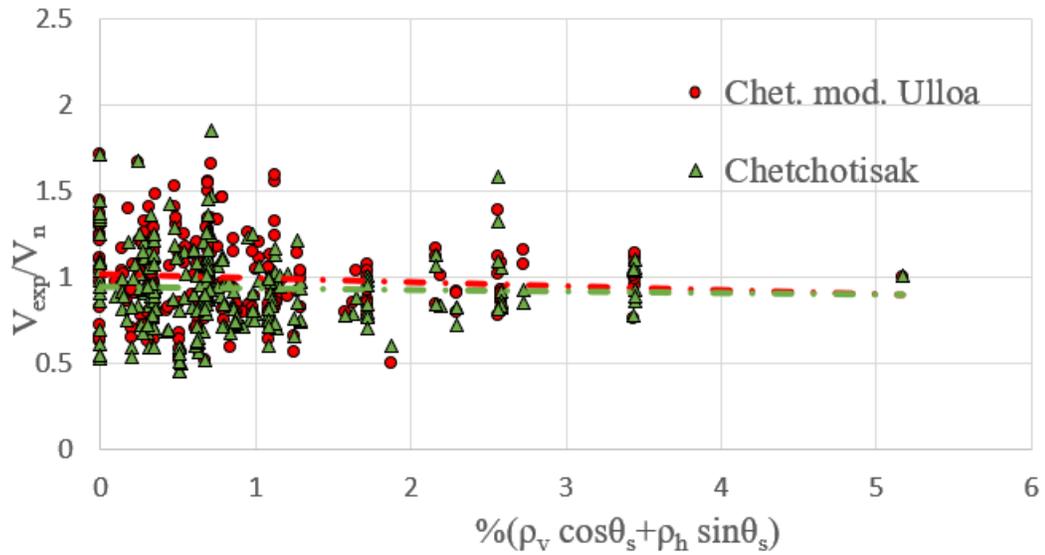


Figura 3.20: Sensibilidad de la relación de resistencia al corte experimental sobre calculada ( $V_{exp}/V_n$ ) a cuantía de armadura de alma ( $\%(\rho_v \cos \theta_s + \rho_h \sin \theta_s)$ ).

A diferencia de el análisis comparativo realizado entre el modelo modificado y el de la ACI para cada gráfico de sensibilidad de resistencia al corte frente a los diferentes parámetros de diseño, en esta sección se realiza un análisis global. Se puede observar de los diferentes gráficos que en general, la relación entre corte experimental y calculado ( $V_{exp}/V_n$ ) se comporta casi igual para el modelo base y el modificado, manteniéndose el promedio de datos siempre cercanos a la unidad y con poca dispersión. Respecto a todos los parámetros,  $V_{exp}/V_n$  siempre es un poco mayor para el modelo modificado, esto implica que en general, el corte calculado es menor al experimental (se subestima), lo que es un buen indicador para el diseño si es que se busca ser conservador respecto a la determinación de resistencia al corte

de un muro chato. Respecto al único parámetro que se observa una diferencia considerable, es para la carga axial ( $N/f'_c A_w$ ), donde mientras mayor es su valor,  $V_{exp}/V_n$  tiende a crecer para el modelo modificado, esto es, se subestima la resistencia al corte, mientras que para el modelo de Chetchotisak et al. [3] el promedio de esta relación parece mantenerse constante, lo que indica que el modelo modificado se comporta mejor cuando la carga axial es nula o baja.

A continuación, se presentan dos gráficos donde se compara la relación de corte calculado entre el modelo modificado con las expresiones de Ulloa [14] y el modelo base de Chetchotisak et al. [3] ( $V_{n(mod)}/V_{n(base)}$ ) junto a su línea de tendencia, respecto a los parámetros que se observó provocaron las mayores diferencias entre las predicciones promedio, estos son, la resistencia a compresión del hormigón ( $f'_c$ ) y la carga axial ( $N/f'_c A_w$ ).

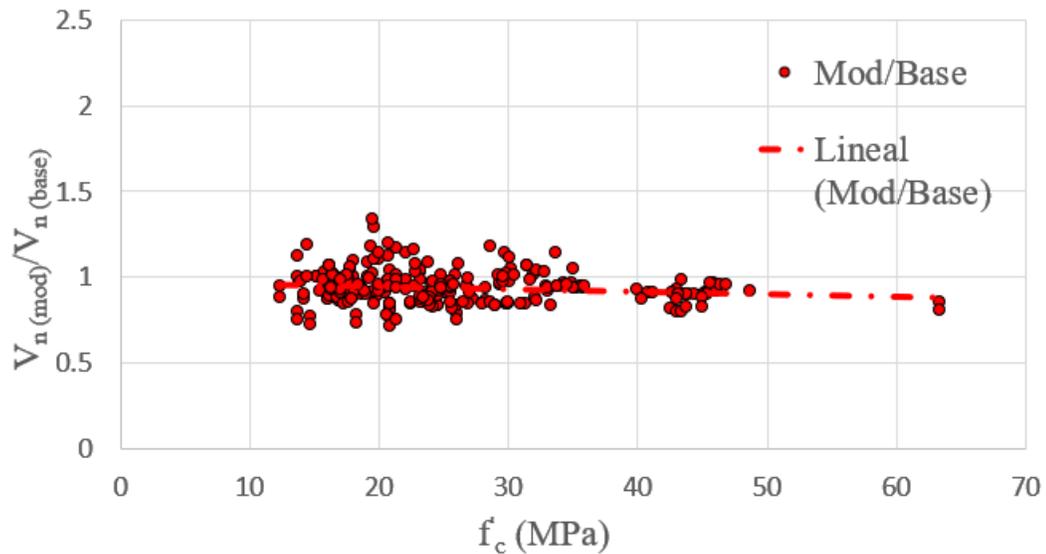


Figura 3.21: Relación entre corte calculado del modelo modelo modificado y el modelo base ( $V_{n(mod)}/V_{n(base)}$ ) respecto a la variación de resistencia a compresión del hormigón ( $f'_c$ ).

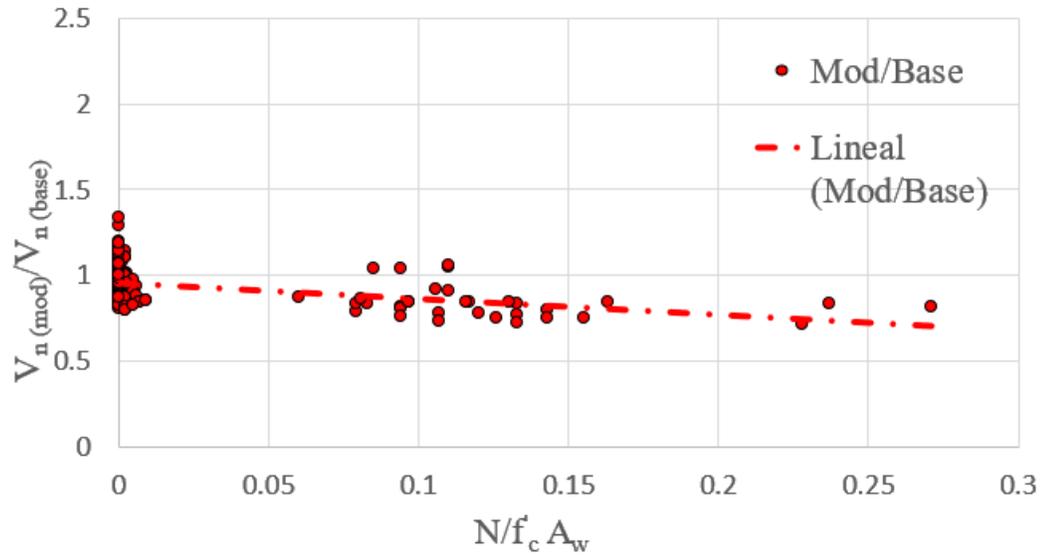


Figura 3.22: Relación entre corte calculado del modelo modelo modificado y el modelo base ( $V_{n(mod)}/V_{n(base)}$ ) respecto a la variación de la carga axial ( $N/f'_c A_w$ ).

Respecto a los gráficos presentados anteriormente, el punto que representa el mayor  $V_{n(mod)}/V_{n(base)} = 1.34$ , corresponde al ensayo con mayor armadura de borde de la base de datos ( $\rho_{be} = 11\%$ ), mientras que el punto con el menor  $V_{n(mod)}/V_{n(base)} = 0.71$ , corresponde a un ensayo con alta carga axial, poca armadura de borde y muy chato ( $h_w/L_w = 0.36$ ).

# Capítulo 4

## Conclusiones

En un país con sismicidad tan latente como Chile y siendo el esfuerzo de corte la sollicitación principal que experimentan las estructuras durante su ocurrencia, es fundamental desarrollar metodologías o modelos que sean capaces de determinar cual será la resistencia de los elementos estructurales a esta fuerza, sean muros cortos, vigas de acople, ménsulas y juntas viga-columna, entre otros, con el fin de evitar fallas frágiles y asegurar una respuesta dúctil durante los movimientos telúricos.

Es por lo anterior, que el trabajo que presenta esta memoria buscaba desarrollar un modelo que fuera capaz de determinar la resistencia al corte de muros chatos de forma simple y precisa implementando a su vez todas las variables que influyen en su capacidad cortante. Para ello, se tomó un modelo de puntal- tensor (STM) desarrollado recientemente que mostraba una gran capacidad predictiva de resistencia al corte, el cual sin embargo, incluía la contribución a la resistencia del refuerzo de alma mediante una calibración de factores para la armadura horizontal y vertical ( $k_h$  y  $k_v$  respectivamente). Luego, la implementación de expresiones para la deformación de este refuerzo era el paso necesario para obtener un modelo lo más completo posible.

Respecto al modelo base se puede decir que, su implementación en torno a la base de datos proporcionada por Francisco Melo [13], mostró un buen desempeño respecto a la determinación de resistencia al corte de estos muros chatos, con un promedio del total de datos utilizados  $AVG=0.93$  y un coeficiente de variación  $COV=24.52\%$ , esta validación llevó a que se utilizara como base para su posterior modificación, debido a su desempeño relativamente preciso.

Respecto de las expresiones de deformación para el refuerzo de alma extraídas de los trabajos de Massone y Ulloa [14] y Massone y Melo [13], se decidió trabajar solo con las de Ulloa. Lo anterior, debido a que las expresiones de Melo requerían en primera instancia definir un estado límite entre tracción, compresión y fluencia de la armadura y luego, al probar el cálculo de las deformaciones con un estado límite de tracción, el modelo entregó valores de deformación y tensión horizontal y vertical ( $\varepsilon_t, f_t$  y  $\varepsilon_L, f_L$  respectivamente) negativos para la mayoría de los casos, lo que provocaba una des contribución a la resistencia por parte de la armadura. Lo anterior, es inconsistente e implica que estas ecuaciones no servían para modificar el modelo base, ya que el modelo de Melo está calibrado para determinar las deformaciones en las direcciones principales de compresión y tracción ( $\varepsilon_d$  y  $\varepsilon_r$  respectivamente),

no las normales.

Es importante mencionar que la modificación del modelo base con las expresiones Ulloa contempla la adición de expresiones que cuantifican la deformación del refuerzo de alma horizontal y vertical (transversal  $\varepsilon_t$  y longitudinal  $\varepsilon_L$ ) y estas expresiones dependen a su vez del desplazamiento de techo ( $\delta$ ) el cual se toma para la implementación del modelo modificado como:  $\delta = 0.001$  si  $H_w/L_w \leq 1.0$ ,  $\delta = 0.002$  si  $H_w/L_w \geq 2.0$  y si la relación de aspecto se encuentra en el rango  $1.0 < H_w/L_w < 2.0$ ,  $\delta$  se interpola entre 0.001 y 0.002. Este valor, permite que el modelo se comporte de manera relativamente precisa al momento de determinar la resistencia al corte de muros chatos al no sobrestimar la contribución de la armadura a la resistencia (la cual aumenta con el valor de  $\delta$ ), sin embargo, debe ser considerado que para efectos prácticos el desplazamiento de techo de algunos muros puede alcanzar valores tan altos como  $\delta = 0.005$ .

Respecto a los resultados obtenidos, se observa que en general el modelo modificado es bastante preciso, con un promedio y coeficiente de variación de corte experimental sobre calculado ( $V_{exp}/V_n$ ) igual a  $AVG=1.0$  y  $COV=24.04\%$  respectivamente para el set de datos estudiados, como ilustra la tabla 3.2. Este resultado es mucho más preciso que el obtenido con el estándar estadounidense de la ACI 318-19 [1] que en general tiende a subestimar la resistencia al corte calculada, ya que no considera todos los parámetros de diseño como se observa en la tabla 3.1 y las figuras 3.9-3.13 y por lo tanto se verifica su carácter conservador. Respecto al modelo base, el modelo modificado demuestra un comportamiento similar, tanto en el desempeño de la predicción de capacidad al corte de muros, como en la influencia de los parámetros de diseño e.g. la cuantía de armadura de borde ( $\rho_{be}$ ) y las cuantías de armadura de alma ( $\rho_h$  y  $\rho_v$ ), como se observa en las figuras 3.16-3.20. Respecto a lo anterior, el único parámetro que muestra una diferencia entre ambos modelos es la carga axial, la cual, en la medida que aumenta, provoca una disminución en la resistencia al corte calculada respecto de la experimental para el modelo modificado, mientras que para el modelo base se evidencia un comportamiento en promedio constante. Lo anterior, implica que el modelo modificado pueda presentar problemas al momento de determinar la resistencia de un muro sometido a cargas axiales altas, la cual puede verse subestimada sobremanera, sin embargo, este comportamiento puede no ser representativo, ya que son apenas 3 datos los que están sometidos a cargas axiales  $N/f'_c A_w > 0.2$ .

Finalmente, respecto del análisis de resultados, se puede observar de las figuras 3.14 y 3.15 que la contribución a la resistencia que otorga el mecanismo de armadura es mayor en el modelo modificado que en el modelo base, esto se evidencia sobre todo para la armadura vertical (18% v/s 12%), mientras que la contribución promedio de la armadura horizontal es análoga entre ambos modelos e igual a 5%. Lo anterior, es debido que mientras el modelo base calibra parámetros que expresan la contribución a la resistencia de la armadura horizontal y vertical ( $k_h = 0.11$  y  $k_v = 0.19$ ) con el fin de obtener un resultados más precisos utilizando una base de datos específica, el modelo modificado calcula la deformación de la armadura para obtener una contribución más representativa de ésta, con valores calculados de  $k_h$  que van de 0.05 a 0.47 y valores de  $k_v$  que van de 0.02 a 1.48. También, como indica la sección 3.1.2, la contribución a la resistencia del puntal diagonal es mayor en el modelo base que en el modificado (83% v/s 76%), esto debido a que el tercer parámetro calibrado es  $\alpha = 1.99$ , el cual amplifica la contribución del tensor en casi al doble y por lo tanto la del

puntal, valor que se reduce a  $\alpha = 1.45$  para el modelo modificado con el fin de ajustarse a la base de datos. Luego, de los gráficos 3.21 y 3.22, se puede concluir que en la medida que aumentan tanto la carga axial ( $N/f'_c A_w$ ) como la resistencia a compresión del hormigón ( $f'_c$ ) los valores de resistencia calculada por el modelo base tienden a ser mayores que en el modelo modificado, mientras que la mayor diferencia entre ambos se obtiene con una alta cuantía de armadura de borde ( $\rho_{be} = 11\%$ ).

A partir de todo lo expuesto anteriormente, se puede concluir que el objetivo del trabajo se cumple, se pudo modificar y validar el modelo base incluyendo la deformación del refuerzo de alma y con esto, se tiene un modelo de puntal-tensor (STM) para la determinación de resistencia al corte de muros chatos, que a su vez es simple y es capaz de incluir de forma práctica la contribución a la resistencia que otorgan el mecanismo de puntal diagonal (que actúa como mecanismo principal) y el mecanismo de armadura (que actúa como mecanismo secundario) sin requerir de una calibración de parámetros que determinan la contribución de esta última. Como ya se mencionaba, es importante desarrollar modelos que sean capaces de predecir la resistencia al corte de muros chatos para el diseño sísmico de forma precisa, por lo que la modificación al modelo desarrollado por Chetchotisak et al. [3] con las expresiones de Ulloa [14] es un buen acercamiento a este objetivo.

# Bibliografía

- [1] ACI Committee 318. (2019). Building Code Requirements for Structural Concrete: (ACI 318-19); and Commentary (ACI 318R-19). Farmington Hills, MI: American Concrete Institute, 2019.
- [2] Bentz E. C., Vecchio F. J., Collins M. P. (2006). Simplified Modified Compression Field Theory for Calculating Shear Strength of Reinforced Concrete Elements. *ACI Structural Journal*, 103(4):614-624.
- [3] Chetchotisak P., Chomchaipol W., Teerawong J., Shaingchin S. (2022). Strut-and-tie model for predicting shear strength of squat shear walls under earthquake loads. *Engineering Structures*, 256:114042.
- [4] Collins M. P., Mitchell D., Adebar P., Vecchio F. J. (1996). A General Shear Design Method. *ACI structural Journal*, 93(1):36-45.
- [5] Del Carpio Ramos M., Whittaker A. S., Gulec C. K. (2012). Predictive Equations for the Peak Shear Strength of Low-Aspect Ratio Reinforced Concrete Walls, *Journal of Earthquake Engineering*, 16(2):159-187.
- [6] Gulec C. K., Whittaker A. S., Stojadinovic B. (2008). Shear Strength of Squat Rectangular Reinforced Concrete Walls. *ACI Structural Journal*, 105(4):488-497.
- [7] Hsu T. T. C., Mo Y. L. (1985). Softening of Concrete in Low-Rise Shearwalls. *ACI Journal*, 82(6):883-889.
- [8] Hwang S.J., Fang W. H., Lee H. J., Yu H. W. (2001). Analytical model for predicting shear strength of squat walls. *Journal of Structural Engineering ASCE*, 127(1):43-50.
- [9] Kupfer H., Gerstle K. H. (1973). Behavior of concrete under biaxial stress. *Journal of Engineering Mechanics Division*, 99(4):853-66.
- [10] Kassem W. (2015). Shear strength of squat walls: A strut-and-tie model and closed-form design formula. *Engineering Structures*, 84:430-8.

- [11] Kassem, W., Elsheikh, A. (2010). Estimation of shear strength of structural shear walls. *Journal of Structural Engineering*, 136(10):1215-1224.
- [12] Massone L. M. (2010). Strength prediction of squat structural walls via calibration of a shear-flexure interaction model. *Engineering Structures*, 32(4):922-932.
- [13] Massone L. M., Melo, F. (2018). General solution for shear strength estimate of RC elements based on panel response. *Engineering Structures*, 172:239-252.
- [14] Massone L. M., Ulloa M. A. (2014). Shear response estimate for squat reinforced concrete walls via a single panel model. *Earthquakes and Structures*, 7(5):733-751.
- [15] Matamoros A. B., Wong K. H. (2003). Design of simply supported deep beams using strut-and-tie models. *ACI Structural Journal*, 100(6):704-12.
- [16] Sánchez-Alejandre A., Alcocer S. M. (2010). Shear Strength of squat reinforced concrete walls subjected to earthquake loading - trends and models. *Engineering Structures*, 32:2466-2476.
- [17] Tang C. Y., Tan K. H. (2004) Interactive mechanical model for shear strength of deep beams. *Journal of Structural Engineering*, 130(10):1534-44.
- [18] Terzioglu T., Orakcal K., Massone L. M. (2018). Cyclic lateral load behavior of squat reinforced concrete walls. *Engineering Structures*, 160:147-160.
- [19] Vecchio F., Collins M. P. (1986). The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear. *ACI Structural Journal*, 83(2):219-231.
- [20] Villar D. (2010). Modelamiento y predicción de capacidad de corte en muros cortos mediante un modelo puntal tensor. Tesis de ingeniería, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile.
- [21] Zhang L. X. B., Hsu T. T. C. (1998). Behavior and analysis of 100 MPa concrete membrane elements. *Structural Engineering*, 124(1):24-34.