



Expectativas Macroeconómicas Implícitas en las Curvas de Rendimiento

**TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE
MAGÍSTER EN FINANZAS**

Alumno: Ignacio Vega Liberona

Profesor Guía: Mauricio Jara Bertin

Santiago, Agosto 2022

Índice

1. Introducción	1
2. Mercado de Renta Fija Local	3
2.1. Mercado de Bonos	3
2.2. Mercado de Swaps Promedio Cámara	7
3. Modelamiento de Expectativas en las Curvas de Retorno	9
3.1. Modelo Nelson Siegel	10
3.2. Datos	12
3.3. Encuestas	14
3.4. Calibración	14
3.5. Extensión Regularizada del Modelo	16
3.6. Cointegración de expectativas y estacionariedad de las series	19
4. Resultados	20
4.1. Curvas de Bonos	23
4.2. Curvas Swaps Promedio Cámara	26
5. Conclusiones	28
6. Anexos	29

Agradecimientos

Primero que nada dar las gracias a mis papás que sin ellos no habría podido lograr todo lo que he conseguido hasta ahora. A mi hermana Andrea que además me ayudó con partes de la modelación y la escritura en Latex. A mi polola Paula que me motivó a terminar este proceso y me ha aguantado todo este rato que he tenido que dedicar sacrificando mucho tiempo personal. A mis amigos especialmente a Victor que también aportó con muchas ideas como la modelación inicial y también evaluar la cointegración. A mi primer jefe Elías que fue con quien aprendí todo el funcionamiento del mercado de renta fija. A mi actual jefe Ramiro con quien he podido aterrizar los conceptos del mercado a nivel más macroeconómico y que además me ayudó con ideas (como los 100 puntos de partida) y dandome harta flexibilidad en los tiempos. Agradecer también al profesor Erwin con quien fui ayudante mucho tiempo y eso me permitió llegar súper bien preparado a los primeros años de trabajo.

Finalmente agradecer al profesor Mauricio de quien he aprendido mucho y con quien también fui ayudante varios años en la FEN y que hasta el día de hoy nos seguimos juntando fuera del ámbito académico, y además me ha tenido infinita paciencia en este proceso.

Motivación de la investigación y aportes

Los instrumentos de renta fija contienen implícitamente una variada cantidad de información implícita, abarcando desde aspectos macroeconómicos como riesgo país, inflación y política monetaria hasta otros más particulares a cada instrumento como riesgo de default del emisor o riesgo prepago. En sí la motivación de este trabajo es comprobar si las expectativas son incorporadas en los precios haciendo una directa comparación con encuestas publicadas por el Banco Central de Chile, dándole un enfoque más práctico y entendible a lo revisado en la literatura que se centra más en la calibración de las curvas.

Además dentro del desarrollo de la investigación se generó otro aporte, que no estaba contemplado inicialmente, el cual fue la implementación del modelo principal de Nelson y Siegel de forma regularizada utilizando técnicas de *Machine Learning*, algo que tampoco se encontró en la literatura revisada y que resulta ser muy útil para mercados de renta fija menos profundos que los más desarrollados, es el caso de Chile.

Resumen

Utilizando el modelo propuesto por Nelson and Siegel (1987) se evalúa si las tasas de interés de curvas soberanas de bonos y curvas swap promedio cámara (SPC) llevan información implícita de expectativas futuras de inflación y tasa de política monetaria (TPM) tomando como referencia la Encuesta de Expectativas Económicas (EEE) y Encuesta de Operadores Financieros (EOF). Al modelo inicial propuesto se le realizan ajustes de regularización, en línea con las corrientes de *Machine Learning*. Específicamente se penaliza a los parámetros a través de una regresión *Ridge* mostrada en el trabajo de Hoerl and Kennard (1970). Con esto se logró reducir la varianza de los resultados, y obtener series a plazos continuos para comparar con lo publicado en las encuestas. A través de pruebas de cointegración se obtuvieron resultados positivos en todas las series donde se muestra que la EOF ajusta mejor que la EEE para expectativas de avance de los precios y también para la TPM. Además para inflación a un año y TPM a dos años se muestra un leve ajuste mejor para los bonos, mientras que para esta última a un año es más favorable a la SCP.

1. Introducción

Los precios de los mercados de renta fija presentan una gran cantidad de información implícita en sus instrumentos, desde proyecciones de crecimiento, inflación, política monetaria, riesgo de crédito e incluso probabilidades de recesiones futuras. Dentro de este contexto, uno de los grandes desafíos que se le presenta tanto a la academia como a los equipos de inversiones alrededor del mundo es la forma para descomponer esa expectativa para así verificar si hay desviaciones contra proyecciones propias o desalineamientos con lo que cree el mercado financiero. El hecho de lograr parametrizar bien la información de mercado no es sólo un desafío a nivel de inversiones, si no que probablemente uno de los usos más importantes que se le da es a través de la política monetaria, es decir, una parte de las metas de los bancos centrales es alinear las expectativas de los mercados con sus horizontes de proyección, dado que si por ejemplo, la meta de inflación es 3% y los agentes se comportan como si fuera otro número, esto difícilmente se cumplirá¹. A su vez entender bien los precios ayuda a que las decisiones de política monetaria no generen una volatilidad incesaria en los activos. En este trabajo, en línea con lo hecho por Herrera et al. (1997), se analizará en qué medida los precios de bonos locales y curvas swaps promedio cámara incorporan valores futuros esperados de inflación y tasa de política monetaria, agregando en este caso, además de una nueva forma de calibrar, pruebas de cointegración tomando como referencia los resultados de la Encuesta de Expectativas Económicas y Encuesta de Operadores Financieros publicadas mensualmente por el Banco Central de Chile.

Nelson and Siegel (1987) proponen un modelo de ajuste de curva partiendo de una estructura *forward* hacia una zero cupón donde el rendimiento a término del instrumento responde a tres factores: Nivel, Pendiente y Curvatura (Diebold, 2006). El primero corresponde a la trayectoria de la tasa larga, el segundo se asocia al premio por plazo y el tercero a la magnitud de los cambios en el segundo. Los dos primeros son recuperables de los modelos tradicionales pero la concavidad (o convexidad según sea el caso) se encuentra menos estudiada (Alfaro, 2009). Además se agrega un factor de ajuste que se relaciona con el decaimiento de los regresores a cero donde se muestra un trade off en los ajustes entre partes cortas y largas de las curvas. A pesar de que, según los trabajos

¹La meta de inflación actual del Banco Central de Chile es 3%

de Christensen et al. (2011) y Coroneo et al. (2011), no es un modelo que permita arbitraje, esta forma de calibración representa una alternativa bien aceptada en las mesas de dinero y la academia (Diebold et al., 2012), tanto por su simplicidad como por su mejor ajuste respecto a las típicas aproximaciones a través de interpolación lineal por tramos. Esta última, que es de común uso en el mercado financiero, presenta problemas importantes de sobreponderación o subponderación de los rendimientos (Herrera et al., 1997).

Para el caso de este estudio se usará lo propuesto por Nelson and Siegel (1987) para ajustar las curvas de bonos y swaps, tanto nominales como reales hasta 10 años. Una de las mayores dificultades se produce dado que la renta fija local posee plazos discontinuos que se van moviendo con el paso del tiempo, al contrario de como ocurre, por ejemplo, con la curva del tesoro. Lo anterior genera que el modelo converge a veces a óptimos locales dependiendo de los puntos de partida de la optimización. Para solucionar esto se utilizó un mecanismo distinto a la literatura encontrada, lo usual es ajustar con mínimos cuadrados no lineales, en este caso tomando eso como punto de partida se implementó una regularización de los parámetros del modelo con una regresión Ridge de acuerdo a lo propuesto por Hoerl and Kennard (1970) que asigna un castigo a la función de costos de una regresión que evita que los *Betas* tomen valores extremos y al mismo tiempo reduce su varianza, esto también es similar al modelo LASSO² mostrado por el trabajo de Tibshirani (1996). Posteriormente, una vez obtenidas las calibraciones, se realizaron pruebas de cointegración entre las series y las encuestas para evaluar si los precios reflejan las expectativas. Esta última medición se hace a revisando la estacionariedad de los residuos generados de un modelo lineal entre ambas curvas.

En lo que sigue, la sección 2 caracteriza el mercado de renta fija local abarcando bonos y swaps. La sección 3 establece las bases del modelo propuesto por Nelson and Siegel (1987), su extensión regularizada junto con las calibraciones y los detalles de las encuestas. La sección 4 muestra los resultados de las calibraciones y pruebas de cointegración. La sección 5 concluye.

²Least absolute shrinkage and selection operator, por sus siglas en inglés.

2. Mercado de Renta Fija Local

Podríamos decir que la renta fija chilena, y en línea con lo que pasa en gran parte de los mercados del mundo, se compone esencialmente de 3 sub-mercados: Intermediación Financiera, que son principalmente depósitos a plazo; Bonos, que son instrumentos soberanos y corporativos emitidos a plazos más largos; y derivados sobre estos dos mercados y sus relacionados. Para efectos del estudio, se hará enfoque en la definición de los dos últimos y en particular para el tercero se abordará en la definición del Swap Promedio Cámara.

2.1. Mercado de Bonos

El mercado de bonos es aquel donde hoy en día emiten deuda tres tipos de entidades que podemos diferenciar: Tesorería General de la República, que representa la deuda de gobierno y sus bonos son conocidos como BTU y BTP según la moneda; Bancos, que son el segundo emisor más relevante tanto en volumen de transacciones como en menor riesgo de crédito; y los corporativos que considera a todas aquellas empresas que no son bancarias. Además de esto, antiguamente un actor relevante eran los bonos emitidos por el Banco Central de Chile (BCCCH), conocidos como BCU y BCP. Sin embargo, desde abril 2013 que la entidad monetaria no emite un bono³ y el relajamiento cuantitativo impulsado el 2020 para combatir los efectos de la pandemia con dos paquetes USD 16.000 millones para comprar papeles bancarios y del mismo Central (BCCCH, 2020) dejaron actualmente esta categoría con sólo seis instrumentos y transacciones anuales muy inferiores a las otras tres. Posteriormente se aprobó que el BCCCH puede comprar bonos emitidos por tesorería, pero ese recurso hasta ahora no ha sido utilizado.

Dentro de las tres categorías relevantes definidas, de acuerdo a las bases de transacciones obtenidas de RiskAmerica, se aprecia que los bonos corporativos son los que poseen menor nivel de transacciones, llegando el 2021 a USD 12.138 millones. Lo anterior representa alrededor de un 4% del Producto Interno Bruto del país con una concentración que se da mayormente entre las clasificaciones

³Datos obtenidos de RiskAmérica

locales⁴ AA- y AA sumando un 57,3 % entre ambas. Sin embargo, dicho monto ha ido disminuyendo los últimos tres años dado que calculado desde 2019 el nivel de transacciones sería aproximadamente un 37 % menos⁵, esto es atribuible a factores como que el último año fue un periodo de fuertes alzas de tasa, incertidumbre local y retiros de los fondos de pensiones que afectaron fuertemente al Fondo E⁶. Al mismo tiempo, es posible observar que su duración promedio ponderada para el 2021 es de 5.7 años, siendo la segunda mayor de lo mostrado en el Cuadro 1, pero ha ido disminuyendo desde 8.5 años en 2019 como se muestra en el Cuadro 2, esto también se atribuye a los factores explicados anteriormente dado a que hay una menor propensión de los inversionistas a tomar deuda más larga tanto por mayor sensibilidad a alzas de tasa como por el riesgo de crédito.

Por el lado de los instrumentos bancarios se da una situación similar a la anterior en términos de una disminución en transacciones de más de un 32 % desde 2019, y asimismo hay una reducción en su duración de casi un año, bastante menor a los corporativos, pero también considerando que las colocaciones del sector son por esencia a plazos más cortos y que también el nivel de riesgo es mucho más acotado. De hecho el 74 % del volumen se concentra en la clasificación AAA, la más alta a estándares nacionales, y el 19 % en AA. Las causas de estas disminuciones son las mismas que las mencionadas en el párrafo anterior, sin embargo, se trata de un mercado más líquido y más profundo, donde el volumen durante el 2021 llegó a ser más de un 11 % del PIB con aproximadamente USD 34.438 millones. Otro factor relevante es que en comparación con la industria no bancaria, en este caso no se han visto problemas de pago⁷, como serían los casos de Latam Airlines, Enjoy o Vivocorp que han complicado a los tenedores de estos bonos desde 2020.

Finalmente, el segmento más relevante para el estudio son los instrumentos emitidos por la Tesorería general de la República, dado que por lo explicado anteriormente de las emisiones del Banco Central de Chile, son esencialmente estos bonos los que forman la curva soberana de rendimientos. Su nivel de transacciones es claramente superior a las otras categorías con cerca de USD 48.750 millones

⁴Las clasificaciones locales parten de la base que aquellos menos riesgosos son AAA, ya sea instrumentos de gobierno, Banco Central o relacionados. Para llevar a escala internacional se deben tomar los notch de diferencia entre la clasificación del país vs el estándar AAA, en este caso Chile es A- por lo que el ajuste sería seis notch.

⁵Medido de forma nominal para evitar efectos cambiarios

⁶El Fondo E es el asignado como menos riesgoso y por ende es con mayor participación en renta fija local

⁷Se refiere a hacer default

para el año 2021, sin embargo, también se presenta una disminución en el nivel de transacciones de aproximadamente un 33%, que es similar a lo visto para para bancos y corporativos, pero con la salvedad que los niveles de duración se mantienen igual como se puede apreciar en el Cuadro 1 y Cuadro 2. De este último punto se puede obtener información importante dado que si bien la tendencia de los inversionistas fue a disminuir sus plazos de inversión en deuda, el Ministerio de Hacienda⁸ ha ido colocando emisiones a vencimientos más largos, por ende, los instrumentos que ya pagaron sus cupones son realocados en una mayor duración. En la última calendarización del ministerio 2022 se muestra que el papel de menor vencimiento no es si no hasta el año 2028. Uno de los problemas que puede generar esto es afectar a las partes más cortas de la curva que podrían ir quedando con poca representatividad y por ende costaría más calibrar expectativas a futuro. Otro factor relevante de la diferencia entre los Cuadros es el aumento en las transacciones en UF, lo cual se podría generar por el hecho de que los mayores niveles de inflación han aumentado la demandada por unidades reajustables y también ese mismo efecto de la demanda hace que sea más fácil colocar en tasa real, de hecho en la misma última calendarización sólo se muestran bonos en Unidades de Fomento. En lo relevante a secciones posteriores, para la calibración de los modelos se utilizaron los Índices Benchmarks publicados por la Bolsa de Comercio de Santiago 2022, en donde sólo hay 2 bonos emitidos por el Banco Central (ambos en UF) y 23 emitidos por Tesorería General de la República⁹.

Categoría	Monto anual (MM USD)	Duración Promedio (años)	Porcentaje en UF
Bonos Tesorería	48.750	6.5	66.7%
Bonos Bancarios	34.438	3.4	92.7%
Bonos Corporativos	12.138	5.7	90.9%
Bonos Banco Central	203	1.5	75.5%

Cuadro 1: Descripción Renta Fija Local para el año 2021

⁸Ministerio de Hacienda gestiona la emisión de deuda de gobierno

⁹Se puede ver el detalle en el Anexo 1

Categoría	Monto anual (MM USD)	Duración Promedio (años)	Porcentaje en UF
Bonos Tesorería	77.480	6.5	52.1 %
Bonos Bancarios	54.231	4.3	89.3 %
Bonos Corporativos	20.719	8.5	94.7 %
Bonos Banco Central	9.106	3.5	67.5 %

Cuadro 2: Descripción Renta Fija Local para el año 2019

Entre los factores de riesgo establecidos para los años 2019-2021 se destaca la alta salida de flujos netos en el activo. El **Anexo 3** muestran que el Fondo E tuvo una disminución en su patrimonio de USD 16.472 millones en esa ventana de tiempo, lo que equivale a una baja de más de un 44 %, para carteras que a marzo 2022 tienen en promedio un 88 % de posición en renta fija local (**Anexo 5**). Esto último se explica en su mayor parte por el efecto de los retiros de los fondos de pensión¹⁰. A esta salida de flujo se suman los Fondos Mutuos, que para las principales categorías de bonos chilenos muestran una salida neta cercana a USD 2.315 millones que representa una caída cerca a 21 % (**Anexo 4**).

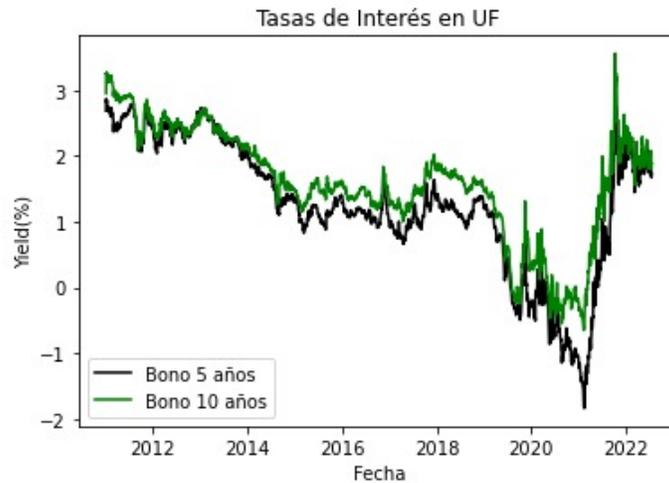


Figura 1: Movimiento de las tasas de interés reales de 5 y 10 años.

Alfaro y Calani (2018a) muestran el efecto del crecimiento de los fondos de pensión en las tasas de interés de los bonos chilenos reajustables en inflación para una ventana de tiempo entre 2011 y 2016 donde su participación de mercado creció desde 52 % a 67 % donde estimaron que debido a ese efecto las tasas de 10 años habían caído 90 puntos base y las de 5 años lo hicieron en 60 puntos base.

¹⁰Entre 2020 y 2021 se aprobaron tres retiros de los fondos de pensiones por un 10 % del saldo individual, salieron aproximadamente USD 50.000 millones

En base a este resultado se puede inferir que la magnitud del alza de las tasas de rendimiento de los bonos se ha visto fuertemente influenciada por las salidas de flujo, la Figura 1 muestra las subidas de las tasas en UF a los mismos plazos que los evaluados por Alfaro y Calani (2018a), se puede ver que desde diciembre 2019 a diciembre 2021 el bono a 5 años ha tenido un alza cercana a 210 puntos base, mientras que a 10 años el movimiento fue de 195 puntos base. Destacar que todo esto no se debe únicamente a flujo, si no también a variables de riesgo local y otras como expectativas de inflación y Tasa de Política Monetaria que son justamente el objeto de este estudio.

2.2. Mercado de Swaps Promedio Cámara

El Swap Promedio Cámara (SPC) es un contrato derivado entre dos partes que intercambian flujos futuros, uno lo hace a una tasa fija establecida al realizar el acuerdo, mientras el otro lo hace a una tasa flotante que se ajusta de acuerdo a los movimientos del Índice Promedio Cámara, de ahí su nombre. Este indicador representa el costo de financiamiento *overnight* de las instituciones bancarias, o sea depende directamente de la Tasa de Política Monetaria (TPM), que el Banco Central de Chile financia a ese valor más 25 puntos base y recibe a eso menos 25 puntos base. Con esto se genera una banda donde la media es la TPM.

Existe mercado para los SPC en términos nominales (CLP) y reales (UF), para el primer caso el funcionamiento es como lo descrito en el párrafo anterior, mientras que en el segundo caso se calcula el ICP en pesos para después ajustar por la variación de la inflación. Al no existir intercambio capital entre las partes, o sea que sólo intercambian diferencias, se considera un instrumento de muy bajo riesgo de no pago y además de muy alta liquidez. Estos factores han llevado a considerar las curvas SPC como libres de riesgo (Sotz et al., 2007), y por ende lo hacen un valioso instrumento para evaluación de expectativas económicas como inflación y política monetaria. En el Cuadro 3¹¹ se muestra el monto de las posiciones de bancos locales con el mercado externo, donde se ve que las posturas por recibir fijo o flotante están equilibradas y que en orden de magnitud resulta ser un mercado de escalas más altas que los bonos, siempre considerando que en estos últimos sólo se considera el mercado público y no *Over the Counter* (OTC) que es por donde se operan derivados

¹¹Datos del Banco Central de Chile para el año 2021

como los Swaps.

Categoría	Monto (MMM USD)	Porcentaje
Paga Fijo	1.159	49.3 %
Recibe Fijo	1.191	50.7 %
Total	2.350	100 %

Cuadro 3: Mercado de SPC año 2021

En los trabajos de Sotz et al. (2007) y Gana et al. (2007) se puede ver que la expectativa de inflación puede descomponerse de la relación de un SCP nominal y uno real al mismo plazo a través de una ecuación de Fisher:

$$(1 + SPC(t)_n) = (1 + SPC(t)_r) * (1 + CI(t)) \quad (1)$$

En donde despejando la Compensación Inflacionaria (CI) en t se obtiene:

$$CI(t) = \frac{(1 + SPC(t)_n)}{(1 + SPC(t)_r)} - 1 \quad (2)$$

A la vez, ambos trabajos proponen que la tasa fija de un SPC viene dado por el promedio de las tasas de política monetaria que se esperan hasta el vencimiento del contrato, o sea del *forward* de TPM. Esto se puede expresar de la siguiente manera:

$$SPC(t) = \frac{1}{t} * \sum_{s=0}^t f(s) \quad (3)$$

Estos conceptos, tanto el de compensación inflacionaria como los *forwards* de Tasa de Política monetaria, son la base para la medición de expectativas en este trabajo. Si bien acá se definió sólo

para los SPC, se puede replicar lo mismo en el mercado de bonos.

3. Modelamiento de Expectativas en las Curvas de Retorno

De acuerdo al trabajo de Herrera et al. (1997) se definen tres curvas relacionadas entre sí, con tal de que obteniendo una de ellas se puedan obtener las otras dos. A continuación se definen los conceptos de curva TIR, curva cero y curva *forward*:

- Curva de retorno TIR $R(t, T)$: Es la curva formada por las transacciones de instrumentos de renta fija soberanos donde t es momento de la transacción y T es la madurez residual. La TIR es el promedio ponderado de la tasa de retorno para cada uno de sus cupones.
- Curva cero-cupón $r(t, T)$: Corresponde al retorno spot en t de un instrumento cero-cupón de madurez T . En este caso cuando el tiempo a vencimiento tiende a cero la tasa de retorno se conoce como tasa instantánea¹². Esta última definición se establece de la siguiente forma:

$$\lim_{T \rightarrow 0} r(t, T) = r(t) \quad (4)$$

- Curva de tasas *forward* $f(t, t', T)$: Es aquella que se define por las transacciones de instrumentos cero-cupón relizadas en t pero con fecha de entrega futura t' y una madurez T a partir de t' . Por lo tanto representa una rentabilidad desde t' hasta T . Sabido esto se puede inferir que cuando $(T - t') \approx 0$ la tasa podrá ser considerada una *forward* instantánea, esto implica que se puede aproximar esta curva a las expectativas de la trayectoria de la Tasa de Política Monetaria (Delpiano et al., 2020).

Tomando un precio $P(t, T)$ de un instrumento cualquiera que pague cupones semestrales fijos C_i , se pueden definir estas tres curvas en la siguiente igualdad:

$$P(t, T) = \sum_{s=1}^{2T} \frac{C_i}{(1 + R(t, T))^{s/2}} = \sum_{s=1}^{2T} \frac{C_i}{(1 + r(t, s))^{s/2}} = \sum_{s=1}^{2T} \frac{C_i}{\prod_{v=1}^s (1 + f(t, v, v + 1/2))^{1/2}} \quad (5)$$

¹²Una tasa instantánea puede considerarse como el costo de financiamiento de más corto plazo, o sea la Tasa de Política Monetaria

Una vez definido esto, se puede establecer la definición de la curva cero en función de la *forward*, para ello se usará la misma definición que en la Ecuación (3), pero tomando la especificación en tiempo continuo de los retornos:

$$r(t, T) = \frac{1}{T} * \int_0^T f(t, t + x) dx \quad (6)$$

Se puede apreciar que las Ecuaciones (3) y (6) tienen un mismo concepto de fondo, que es tomar una tasa cero como un promedio lineal de las tasas *forward* hasta el vencimiento del instrumento. La única diferencia es que la primera toma una composición discreta y la segunda una en continuo. Se ha establecido de esta forma porque es la clave para entender el modelo propuesto por Nelson and Siegel (1987).

3.1. Modelo Nelson Siegel

Nelson y Siegel (1987) proponen un modelo de curvas de retornos tomando como base lo dicho en la Ecuación (6), es decir, la tasa cero depende de la composición de las tasas *forward* hasta el vencimiento. En este caso particular se usa una *forward* instantánea que, como se mencionó anteriormente, corresponde al cambio marginal en la curva desde un punto a otro, siendo la distancia entre ambos muy cercana a cero. Dado esto, se define una tasa *forward* de la siguiente manera:

$$f(t) = \beta_0 + \beta_1 * e^{-1/\tau} + \beta_2 * \frac{1}{\tau} * e^{-1/\tau} \quad (7)$$

Luego, aplicando la definición establecida en la Ecuación (6), se puede establecer que:

$$y(t) = \frac{1}{t} * \int_{s=0}^t f(s) \cdot ds \quad (8)$$

Resolviendo esta ecuación como se muestra en el **Anexo 2**, se llega a la definición del modelo principal:

$$y(t) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) * \left(\frac{1 - e^{-1/\tau}}{t/\tau} \right) + \beta_2 * e^{-1/\tau} \quad (9)$$

Tal como se mencionó anteriormente, β_0 representa una variable de nivel, β_1 es el nivel de pendiente de la curva (también se considera una aproximación de premio por plazo) y β_2 , que es la variable menos explorada en la literatura, muestra la forma de la curvatura pero ha sido usado mayormente como una variable de ajuste de los datos (Alfaro et al., 2018b). El parámetro τ representa un factor no lineal que muestra la velocidad con la cual los tres regresores convergen a cero, algunos como Morales (2010) lo consideran como un parámetro fijo definido de manera exógena, siempre que no incida de manera significativa en la volatilidad de los errores del modelo, en la misma línea Diebold et al. (2012) proponen usar $\tau = 0,07$. Para el caso de este trabajo, dada la alta volatilidad de las curvas descritas en la sección anterior, se dejará la variable τ como un parámetro libre de ajuste en el modelo.

Tomando en consideración la Ecuación (4) se puede aplicar el límite al modelo de la Ecuación (9) acercando el tiempo a cero. A su vez podemos repetir el ejercicio pero llevando el t a un muy largo plazo. De esta forma se obtienen dos consideraciones importantes de Nelson y Siegel (1987):

$$\lim_{t \rightarrow 0} y(t) = \beta_0 + \beta_1 \quad (10)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \beta_0 \quad (11)$$

Dadas las definiciones de las ecuaciones (10) y (11), ambas se pueden aterrizar a conceptos vistos anteriormente: $\beta_0 + \beta_1$ representa la tasa de más corto plazo existente, por lo que se puede aproximar

a la Tasa de Política Monetaria vigente. En el otro caso, β_0 se puede aproximar a la tasa de más largo plazo, se puede establecer que $\beta_0 \approx y(T)$ donde $y(T)$ representa al instrumento (Bono o SPC) de mayor duración en la curva¹³.

3.2. Datos

Para la evaluación de expectativas se utilizaron los índices benchmark de la Bolsa de Comercio de Santiago tanto en UF como CLP¹⁴, se consideró una ventana desde enero 2011 hasta Julio 2022 considerando hasta diez años de duración como Horizonte. La serie corresponde a 2914 días y dado que el plazo más corto las series es de dos años, se le agregaron dos puntos para tener referencias de la parte más corta: una de un año de duración que corresponde a la tasa de depósitos a ese plazo y otra a 1 día que es la parte más corta y que viene dada por la tasa vigente de política monetaria. Cabe destacar que los Benchmarks son agrupaciones ponedaras de bonos en una misma categoría, por lo que van cambiando con el paso del tiempo.

Para el caso de los bonos nominales estas son las categorías con sus respectivas duraciones promedio:

Categoría Bonos CLP	Duración Promedio
TPM Nominal	0,00
Depósito 1y	1,00
Bench PESO-02	1,88
Bench PESO-03	2,79
Bench PESO-04	3,62
Bench PESO-05	4,32
Bench PESO-07	5,73
Bench PESO-10	7,38

Cuadro 4: Bonos Nominales Utilizados en el Modelo

¹³Normalmente β_0 debería estar por sobre ese valor pero no muy lejos

¹⁴Ver Anexo 1

Mientras que para los bonos en UF queda de la siguiente manera:

Categoría Bonos UF	Duración promedio
TPM Real	0,00
Depósito 1y	1,00
Bench UF-02	1,91
Bench UF-03	2,88
Bench UF-04	3,80
Bench UF-05	4,77
Bench UF-07	6,34
Bench UF-10	8,13

Cuadro 5: Bonos Reales Utilizados en el Modelo

Para el caso de la TPM nominal no existe ninguna complejidad dado que es un dato que se publica tras cada reunión de política monetaria, pero en el caso de la curva real no es tan directo. Para solucionar esto se partió desde la base nominal y se ajustó por las expectativas de inflación para un año determinadas por los *forwards* de cobertura de UF. Así la inflación implícita a un periodo futuro queda definida por:

$$\pi = \frac{E(UF_{t+k})}{UF_t} - 1 \quad (12)$$

Lo cual es muy similar a la Ecuación (2) de compensación inflacionaria. La única diferencia es que en este caso se calcula directo con una cobertura inflacionaria mientras que en el anterior lo hace a través de lo implícito en las tasas.

Para las curvas SPC el proceso es algo más sencillo dado que existe una mayor continuidad de los plazos, que son mayormente números cerrados, es decir, la cotización usualmente es a un vencimiento definido (por ejemplo: 5 años). Para esto se utilizaron las curvas publicadas por RiskAmérica entre 0.5 y 15 años, por lo que no hubo que hacer ajustes en las partes más cortas. Dado lo explicado recién, las duraciones son exactas y la ventana de tiempo usada fue entre mayo 2012 y mayo 2022.

3.3. Encuestas

Para evaluar si los precios reflejan expectativas, se consideró como medición de esta última a dos encuestas realizadas por el Banco Central de Chile de forma mensual: Encuesta de Expectativas Económicas (EEE) y Encuesta de Operadores Financieros (EOF).

La EEE se realiza de forma mensual a un grupo de académicos, consultores y ejecutivos o asesores de instituciones financieras, la cual entrega información de expectativas de distintas variables macroeconómicas. Se publica entre el 10 y el 13 de cada mes¹⁵. Se efectúa en una ventana de cuatro días terminando el día después de la publicación del Índice de Precios al Consumidor¹⁶ (IPC) (Pedersen et al., 2010).

La EOF está dirigida a los responsables de las decisiones financieras representantes de las diferentes industrias del mercado financiero local y entidades extranjeras que operan activamente con Chile. Dentro de los agentes locales se consideran bancos, administradoras de fondos de pensiones, compañías de seguros, corredoras de bolsa, fondos mutuos, cooperativas de ahorro y crédito y otros agentes locales¹⁷. Los meses en que hay reunión de política monetaria (RPM) se realiza en dos ocasiones: antes y después de dicha reunión. Para efectos de este trabajo sólo se considerarán las que se publican antes de la RPM. Esta encuesta no tiene una fecha establecida, pero normalmente se realiza en los primeros diez días del mes para la versión pre RPM.

Al ser mensuales la reducción de datos se hará con esa frecuencia y en la evaluación de precios se hará considerando el promedio de Bonos y SPC desde el quinto al décimo quinto día de cada mes.

3.4. Calibración

Para calibrar el modelo se ignorará el efecto cupón descrito por Herrera et al. (1997), dado que los Benchmarks de la Bolsa de Santiago son dinámicos y que las curvas SPC directamente no pagan cupones. Además esto se justifica en que el objetivo del trabajo no es identificar **fair values**¹⁸ de

¹⁵Definición del Banco Central de Chile

¹⁶Se publica antes del día 10 de cada mes dado que ahí entra en vigencia

¹⁷Definición del Banco Central de Chile

¹⁸Precio justo

los instrumentos, si no que recuperar parámetros para generar curvas continuas. De esta forma la optimización típica se hace a través de mínimos cuadrados no lineales:

$$\arg \min_{\beta_i} \sum_{t=0}^T (NS(t) - y(t))^2 \quad (13)$$

Donde $NS(t)$ es la tasa del modelo Nelson y Siegel e $y(t)$ es la tasa de mercado para el instrumento con duración t .

El problema que tiene esta optimización, es que dada la forma de la función, la convergencia muchas veces depende de los puntos de partida. Para tratar de solucionar esto en cada una de las iteraciones se utilizaron 100 puntos de partida aleatorios y el modelo escoge la de menor error. Si bien con esto disminuyó la varianza de los parámetros, todavía entrega soluciones locales para algunos puntos. La Figura 2 muestra una de las primeras calibraciones para los bonos en UF que tiene puntos que a veces escapan de la lógica:

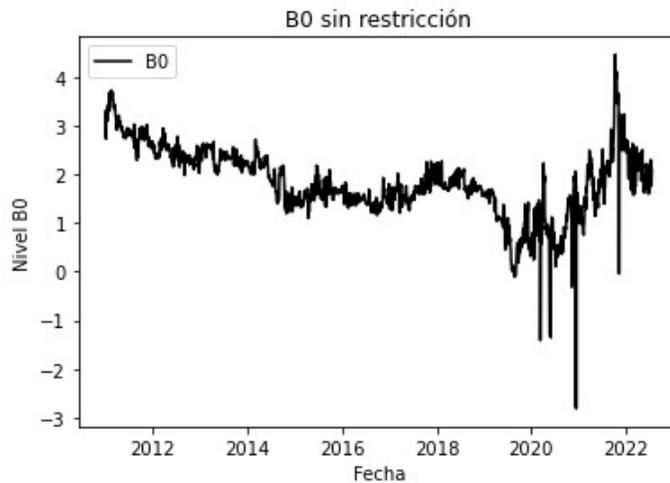


Figura 2: β_0 para bonos en UF sin restricciones.

Posteriormente se impusieron restricciones al modelo mediante máximos y mínimos valores para los β_s , que conversaran con las tasas de mercado y también con las Ecuaciones (10) y (11), sin embargo limitar el espacio de optimización no permite que el modelo llegue a las mejores soluciones

y en gran parte de los casos converge a los límites. La Figura 3 muestra este efecto:

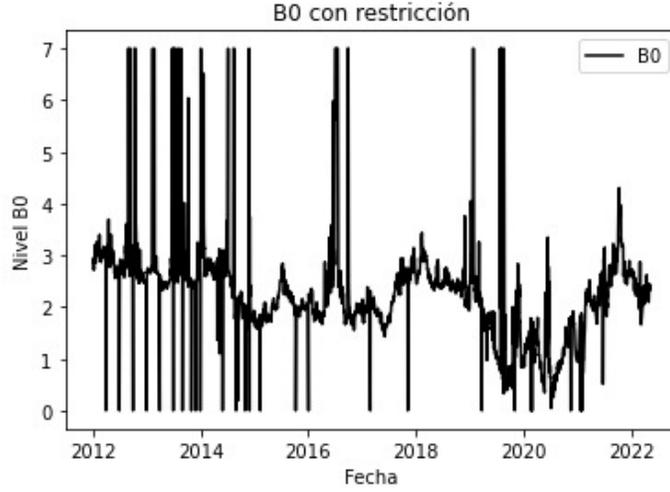


Figura 3: β_0 para bonos en UF con restricciones entre 1 y 7.

Luego de esto, surgió la idea de regularizar el modelo, que es una práctica común usada hoy en día para el *Machine Learning*.

3.5. Extensión Regularizada del Modelo

Hoerl and Kennard (1970) establecen un modelo conocido como *Ridge regression* que penaliza los parámetros de una regresión cuando toman valores extremos, permitiendo reducir la varianza de estos. De esta forma la optimización típica de un mínimos cuadrados queda de la siguiente forma:

$$\arg \min_{\beta_i} \sum_{i=1}^n (y_i - x\beta)^2 + \lambda * \sum_{j=1}^p \beta_j^2 \quad (14)$$

La variable λ es exógena y el nivel de castigo queda a criterio del investigador. Luego, aplicando este modelo a la optimización definida en la Ecuación (13) se obtiene que:

$$\arg \min_{\beta_i} \sum_{t=0}^T (NS(t) - y(t))^2 + \lambda * \sum_{j=0}^2 \beta_j^2 \quad (15)$$

Donde la segunda expresión muestra el castigo para los β s del modelo Nelson y Sigel. Sin embargo, para la optimización final se decidió particularizar el modelo imponiendo un castigo solo para β_0 y β_1 que son las variables que más interesan dado lo definido en las Ecuaciones (10) y (11). Además se aplicó otro castigo tomando como referencia unicamente la Ecuación (11) donde β_0 no debe tener una gran diferencia con el punto más largo de la curva. De esta manera, el modelo de **calibración final** queda de la siguiente forma¹⁹:

$$\arg \min_{\beta_i} \sum_{t=0}^T (NS(t) - y(t))^2 + \lambda * \sum_{j=0}^1 \beta_j^2 + \gamma * (\beta_0 - y(T))^2 \quad (16)$$

Donde $y(T)$ es el instrumento de mayor duración y β_0 no debe estar muy lejos de ese valor. Para la elección de penalizaciones se tomó $\lambda = \frac{1}{10,000}$ y $\gamma = \frac{1}{100}$ que fueron de los mejores ajustes encontrados²⁰. La Figura 4 muestra los resultados finales de β_0 para los bonos en UF:

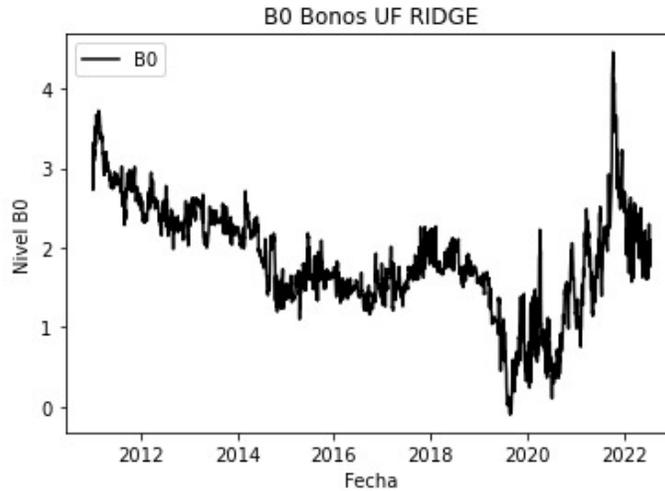


Figura 4: β_0 para bonos en UF modelo Ridge.

Los ajustes para las curvas nominales también presentaron buenos resultados con la metodología.

La Figura 5 muestra el resultado de β_0 en la curva SPC en pesos:

¹⁹En adelante todos los resultados son a partir de esta calibración

²⁰Un valor muy alto de λ generaba β s muy pequeños por lo que se ajustó también a través de la convergencia de β_0

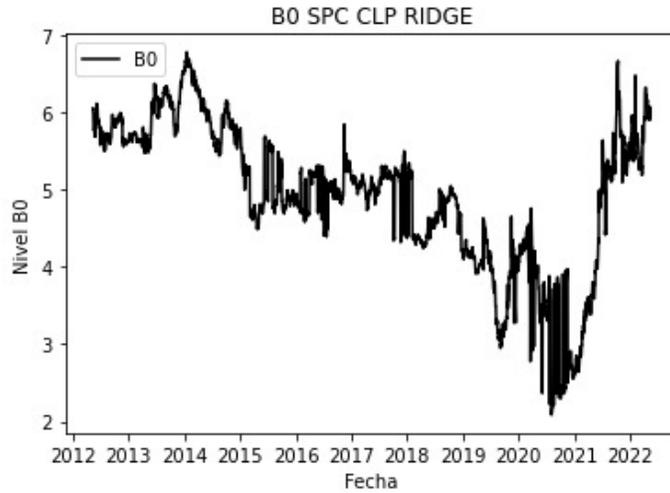


Figura 5: β_0 para SPC en CLP modelo Ridge.

Al comparar las tasas obtenidas con las de mercado se puede ver que el ajuste también es bueno a lo largo de la muestra. La Figuras 6 muestra los resultados a 10 para bonos en UF:



Figura 6: Comparación tasa bono real a 10 años con tasa Nelson Siegel

Mientras la Figura 7 muestra los resultados a 10 para SPC en CLP:

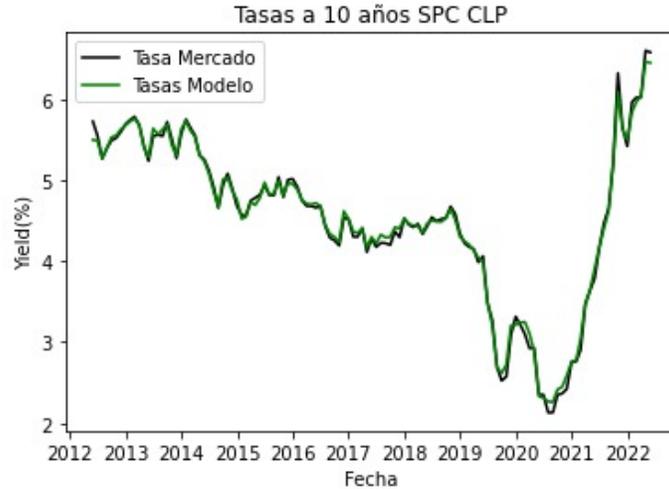


Figura 7: Comparación tasa SCP nominal a 10 años con tasa Nelson Siegel

Con esto ya se sienten calibraciones en tiempo continuo para todas las curvas, en lo que sigue se verá como probar si la expectativa está representada en estas tasas.

3.6. Cointegración de expectativas y estacionariedad de las series

La idea de la evaluación es verificar si las expectativas de la EEE y/o la EOF definidas anteriormente se relacionan con los precios recién calculados. Es de ahí que debe existir una relación entre ambas series, por lo que nace el concepto de cointegración.

Montero (2013) definen la cointegración entre dos series cuando el error que genera una regresión entre ellas es estacionario, o sea que tiene una media estable y que su valor no depende del tiempo. Para verificar que una serie x_t no tenga raíz unitaria²¹ se deben cumplir las siguientes condiciones:

- Media $E(x_t) = E(x_{t+k}) = \mu$
- Varianza $V(x_t) = V(x_{t+k}) = \sigma^2$
- Covarianza $y_k = E[(x_t - \mu)((x_{t+k} - \mu)]$

Que dos variables sean cointegradas quiere decir que existe relación de largo plazo entre ellas, por

²¹Cuando poseen raíz unitaria se trata de procesos no estacionarios

ende si crecen o caen en el tiempo debe ser en conjunto. Para verificar esto, además de que el error de la regresión sea estacionario, ambas variables deben cumplir esa misma condición en primeras diferencias²².

En la siguiente sección de resultados se muestran las pruebas de estacionariedad tanto de las series como de los errores.

4. Resultados

Una vez calibradas todas las curvas y entendiendo los requisitos de estacionariedad de las series se puede proceder a verificar las expectativas de inflación y Tasa de Política monetaria. Para la primera se utilizará lo planteado por Sotz et al. (2007) y Gana et al. (2007) en la Ecuación (2) de compensación inflacionaria (CI); y para la segunda se utilizará lo planteado por Nelson and Siegel (1987) en la Ecuación (7) de tasas *forward*.

Para la inflación, sin embargo, a dos años las encuestas (EEE y EOF) tienden a estar casi siempre en 3%, que es la meta del Banco Central de Chile. La excepción se da desde mediados de 2021 hasta la fecha de publicación de este trabajo, pero resultan ser pocos datos para hacer pruebas. La Figura 8 muestra los resultados de ambas a dos años:



Figura 8: Encuestas de expectativas de inflación a dos años

²²Quiere decir que la serie $(x_t - x_{t-1})$ debe ser estacionaria

Ante esta ausencia de volatilidad sólo queda por verificar si los precios sobre dos años o superior converjen a ese 3%. El Cuadro 6 muestra los promedios de inflación implícitos para ambas curvas desde dos a diez años donde se puede ver esa convergencia al 3%, donde el dato de largo plazo corresponde a la diferencia entre β_0 nominal y β_0 real²³

Curva	2 años	3 años	5 años	7 años	10 años	Largo Plazo
Bonos	2,95	2,93	3,00	3,07	3,02	2.97
SPC	2,99	2,97	3,01	3,08	3,18	3.24

Cuadro 6: Expectativas de inflación promedio sobre dos años desde 2012

A pesar de esta convergencia, en la Figura 8 se puede ver como las expectativas de más largo plazo han ido en aumento:



Figura 9: Expectativas de Inflación a 5 años

Por los motivos explicados es que las pruebas de inflación se harán sólo a un año de plazo, mientras que para la TPM se hará a uno y dos años dado que no presenta este problema de volatilidad.

Por el lado del testeo de estacionariedad en primeras diferencias para todas las series usadas, el Cuadro 7 muestra que todas cumplen el requisito en los niveles de confianza adecuados para rechazar la hipótesis de raíz unitaria:

²³El Anexo 9 muestra las diferencias de β_0 nominal y real a lo largo de la muestra.

Categoría	Plazo	Coefficiente
Inflacion bono	1y	-4,11 ^(***)
Inflacion SPC	1y	-9,10 ^(***)
TPM bono	1y	-5,57 ^(***)
TPM SPC	1y	-6,89 ^(***)
Inflacion EEE	1y	-8,38 ^(***)
TPM EEE	1y	-7,27 ^(***)
Inflacion EOF	1y	-9,07 ^(***)
TPM EOF	1y	-7,32 ^(***)
TPM bono	2y	-9,08 ^(***)
TPM SPC	2y	-8,51 ^(***)
TPM EEE	2y	-5,15 ^(***)
TPM EOF	2y	-5,15 ^(***)

Cuadro 7: Resultados Dickey Fuller para series en primeras diferencias $I(1)$

Visto esto sólo queda mostrar las series a cada año y evaluar la estacionariedad de los errores de los modelos. El Cuadro 8 muestra los resultados de regresionar todas las series contra la Encuesta de Expectativas Económicas (EEE) donde se puede ver claramente que éstas cointegran :

Serie	Coefficiente	R^2	Coef Errores	Raíz ECM
Inflación bonos 1 año	1,53 ^(***)	92,6 %	-6,69 ^(***)	0,51 %
Inflación swaps 1 año	1,67 ^(***)	88,0 %	-6,96 ^(***)	0,56 %
Tpm bonos 1 año	1,03 ^(***)	86,0 %	-6,01 ^(***)	0,73 %
Tpm bonos 2 años	1,00 ^(***)	95,4 %	-4,59 ^(***)	0,37 %
Tpm swaps 1 año	1,06 ^(***)	88,2 %	-4,14 ^(***)	0,65 %
Tpm swaps 2 años	1,01 ^(***)	88,5 %	-4,08 ^(***)	047 %

Cuadro 8: Resultados Cointegración para la Encuesta de Expectativas Económicas

El Cuadro 9 muestra lo mismo pero para la Encuesta de Operadores Financieros (EOF). Los resultados también son positivos:

Serie	Coefficiente	R^2	Coef Errores	Raíz ECM
Inflación bonos 1 año	1,13 ^(***)	96,0 %	-10,38 ^(***)	0,27 %
Inflación swaps 1 año	1,24 ^(***)	93,7 %	-7,72 ^(***)	035 %
Tpm bonos 1 año	1,04 ^(***)	89,1 %	-4,64 ^(***)	0,65 %
Tpm bonos 2 años	1,00 ^(***)	98,1 %	-7,78 ^(***)	0,25 %
Tpm swaps 1 año	1,06 ^(***)	92,0 %	-4,65 ^(***)	0,62 %
Tpm swaps 2 años	1,02 ^(***)	95,3 %	-6,06 ^(***)	0,37 %

Cuadro 9: Resultados Cointegración para la Encuesta de Operadores Financieros

Teniendo ya los resultados finales se pueden revisar ambas curvas por separado.

4.1. Curvas de Bonos

Contrario a lo esperado, los bonos muestran un mejor ajuste y error²⁴ que la curva SPC para la inflación a un año y además se observa resultado más favorable para la EOF que la EEE. Esto se puede ver claramente en las Figuras 9 y 10:

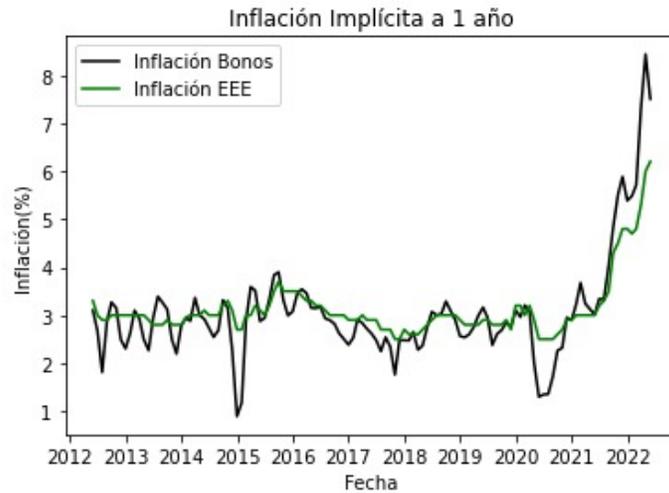


Figura 10: Expectativas de inflación a 1 año vs EEE



Figura 11: Expectativas de inflación a 1 año vs EOF

Estos resultados se justifican en la hipótesis que los operadores tienen una relación más directa con los precios que los economistas, sin embargo, también existe un potencial problema endógeno

²⁴Definido como la raíz del error cuadrático medio

que pueden estar respondiendo la encuesta mirando los propios precios. La corrección de esto último puede ser algo compleja dado que usar variables rezagadas quitaría sentido a la investigación, lo más correcto sería hacerlo con alguna variable instrumental, pero esto queda fuera del alcance de este trabajo.

Por el lado de los residuos se puede ver que tienen un comportamiento estacionario dados los valores *P-Value* mostrados en los cuadros de resultados. Como ejemplo la Figura 12 muestra los errores de la inflación a un año vs la EEE:

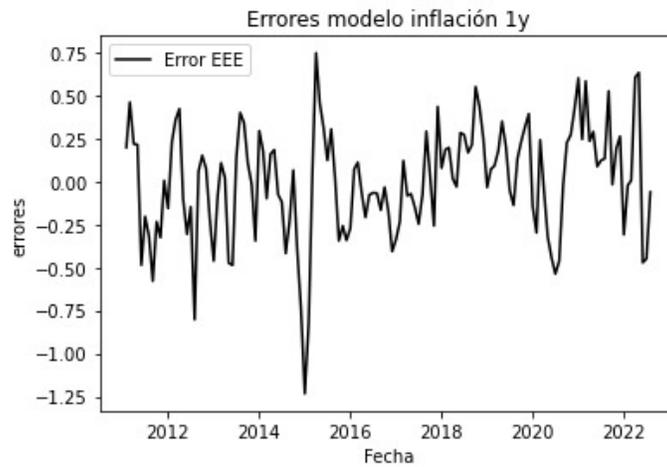


Figura 12: Error EEE inflación a 1 año

En el caso de la Tasa de Política Monetaria las conclusiones son similares con la EOF presentando un mejor resultado, aunque de todas maneras ambas muestran cointegración. En comparación a lo anterior los bonos presentan un leve peor ajuste que la SPC a un año. Las Figuras 13 y 14 muestran esto a un año:

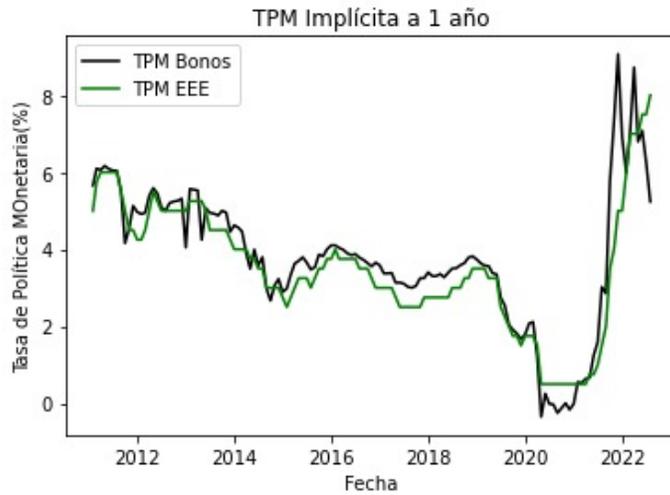


Figura 13: Expectativas TPM a 1 año vs EEE

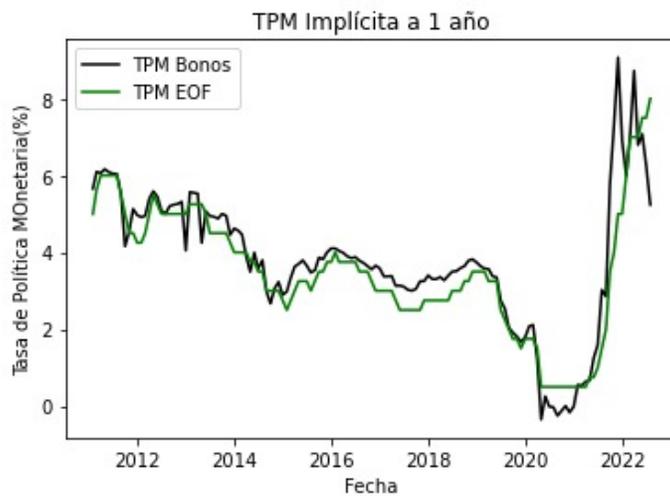


Figura 14: Expectativas TPM a 1 año vs EOF

Cabe notar que a dos años plazo se presenta un mejor ajuste que en uno. Las Figuras 15 y 16 muestran esto:

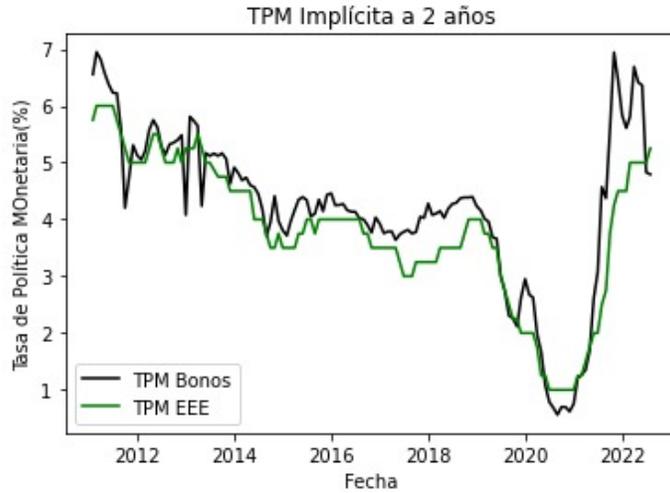


Figura 15: Expectativas TPM a 2 años vs EEE

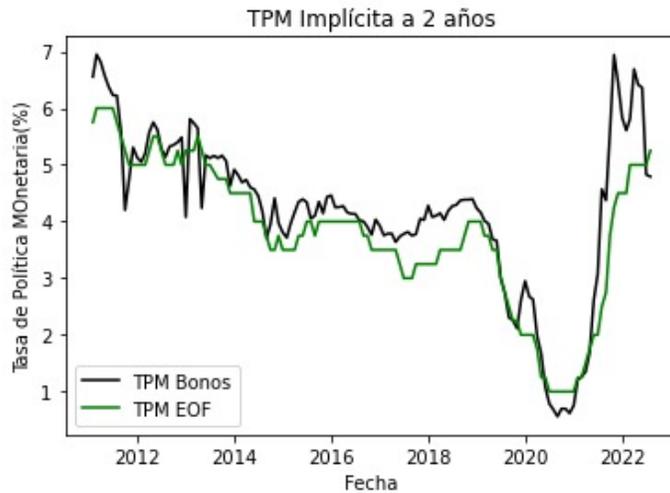


Figura 16: Expectativas TPM a 2 años vs EOF

4.2. Curvas Swaps Promedio Cámara

Los resultados para las curvas SPC son prácticamente los mismos que para los bonos, dejando la salvedad que tienen marginalmente un peor ajuste en inflación a un año y TPM a dos, pero este sigue siendo bueno. Esto se puede explicar en que los supuestos de los puntos iniciales para la curva de bonos fue mejor que para la SPC, en el hecho de que en este caso se dejó directamente el precio del swap mientras que en el otro se usaron depósitos y anclajes con la TPM. Los Cuadros 17, 18 y 19 muestran algunos de los resultados tanto para inflación, TPM y los residuos, donde también se

observa que la encuesta que mejor ajusta es la EOF para el caso de la primera:

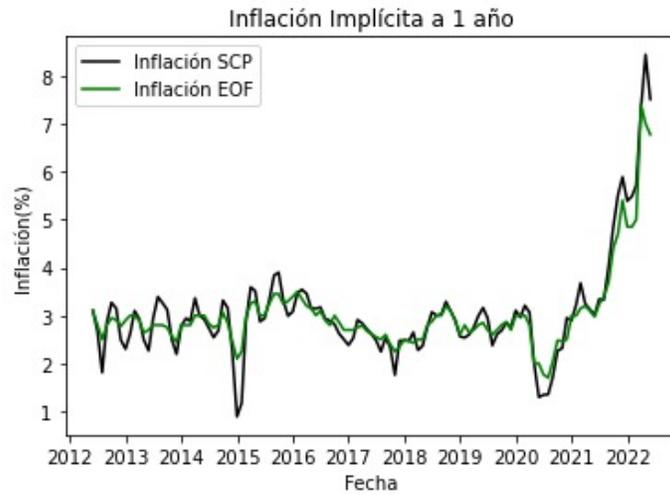


Figura 17: Expectativas de inflación a 1 año vs EOF

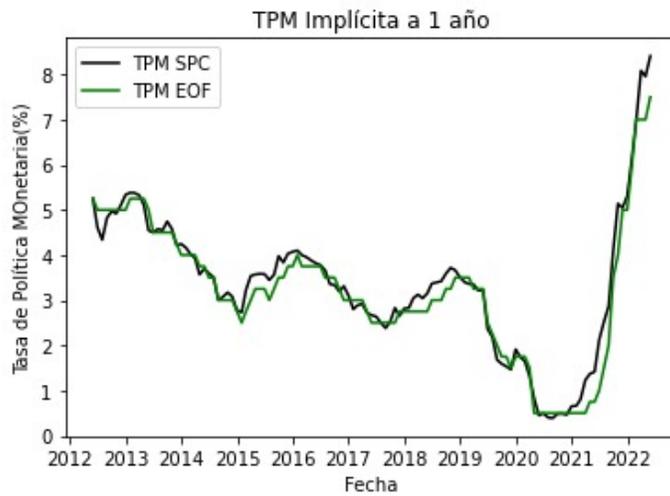


Figura 18: Expectativas TPM a 1 año vs EOF

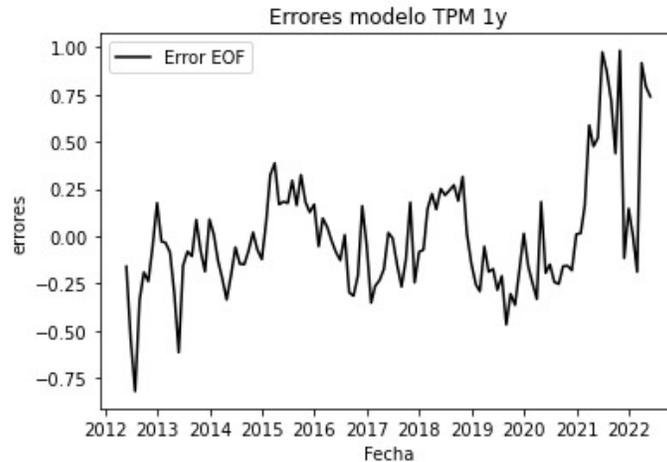


Figura 19: Error EOF TPM a 1 año

5. Conclusiones

Utilizando el modelo Nelson and Siegel (1987) en una versión regularizada a través de los propuesto por Hoerl and Kennard (1970) se encontró evidencia de que los precios de Bonos Soberanos y Swaps Promedio Cámara llevan consigo información implícita de expectativas de inflación y Tasa de Política Monetaria. Para ello se realizaron pruebas de cointegración considerando la Encuesta de Expectativas Económicas y la Encuesta de Operadores Financieros, donde los resultados muestran que esta última es la que mejor se ajusta a las de expectativas de variación de precios y para la TPM . En inflación a un año se muestra que los bonos tienen un mayor R^2 , conclusión que se comparte para la TPM a dos años, sin embargo, para TPM a un año la curva SCP es la que mejor trabaja. Queda como propuesto evaluar potenciales problemas de endogeneidad en las encuestas, especialmente en la EOF.

6. Anexos

Anexo 1: Índices Benchmark Bolsa de Comercio de Santiago para Agosto 2022

BENCHMARK	Desde (inclusive)	Hasta (inclusive)	NEMO	Vencimiento
UF-02	1 año 7 meses	2 años 6 meses	BTU0450824	2 años y 1 mes
UF-03	2 años 7 meses	3 años 6 meses	BTU0000325	2 años y 8 meses
UF-03	2 años 7 meses	3 años 6 meses	BTU0260925	3 años y 2 meses
UF-04	3 años 7 meses	4 años 6 meses	BTU0150326	3 años y 8 meses
UF-05	4 años 7 meses	5 años 11 meses	BTU0300327	4 años y 8 meses
UF-05	4 años 7 meses	5 años 11 meses	BTU0300328	5 años y 8 meses
UF-05	4 años 7 meses	5 años 11 meses	BCU0300528	5 años y 10 meses
UF-07	6 años	7 años 11 meses	BTU0001028	6 años y 3 meses
UF-07	6 años	7 años 11 meses	BTU0300329	6 años y 8 meses
UF-07	6 años	7 años 11 meses	BTU0300130	7 años y 6 meses
UF-10	8 años	10 años 11 meses	BTU0190930	8 años y 2 meses
UF-10	8 años	10 años 11 meses	BCU0300231	8 años y 7 meses
UF-10	8 años	10 años 11 meses	BTU0300132	9 años y 6 meses
UF-20	16 años	20 años 6 meses	BTU0300339	16 años y 8 meses
UF-20	16 años	20 años 6 meses	BTU0300140	17 años y 6 meses
UF-20	16 años	20 años 6 meses	BCU0300241	18 años y 7 meses
UF-20	16 años	20 años 6 meses	BTU0300142	19 años y 6 meses
UF-30	25 años	30 años	BTU0210750	28 años
PESOS-02	1 año 7 meses	2 años 6 meses	BTP0000624	1 año y 11 meses
PESOS-02	1 año 7 meses	2 años 6 meses	BTP0580624	1 año y 11 meses
PESOS-02	1 año 7 meses	2 años 6 meses	BTP0000724	2 años
PESOS-04	2 año 7 meses	2 años 6 meses	BTP0450326	3 años y 8 meses
PESOS-10	7 años	10 años 11 meses	BTP0470930	8 años y 2 meses
PESOS-10	7 años	10 años 11 meses	BTP0600132	9 años y 6 meses
PESOS-20	16 años	20 años 6 meses	BTP0600143	20 años y 6 meses
PESOS-30	25 años	30 años	BTP0510750	28 años

Anexo 2: Derivación Nelson y Siegel

Se parte de la definición *forward* y tasa larga:

$$f(t) = \beta_0 + \beta_1 * e^{-1/\tau} + \beta_2 * \frac{1}{\tau} * e^{-1/\tau} \quad (17)$$

$$y(t) = \frac{1}{t} * \int_0^t f(s) \cdot ds \quad (18)$$

Luego, considerando $a = \frac{1}{\tau}$:

$$y(t) = \frac{1}{t} * \left\{ \int_0^t \beta_0 ds + \beta_1 * \int_0^t e^{-as} ds + \beta_2 * \int_0^t as * e^{-as} ds \right\} \quad (19)$$

Resolviendo los términos por separado:

$$\int_0^t \beta_0 ds = \beta_0 * t \quad (20)$$

$$\int_0^t e^{-as} ds = -\frac{1}{a} * (e^{-at} - 1) \quad (21)$$

$$\int_0^t as * e^{-as} ds = \left(\frac{1 - e^{-at}}{a} - t * e^{-at} \right) \quad (22)$$

Consolidando todo, se obtiene la definición para la tasa larga ($y(t)$):

$$y(t) = \beta_0 + \beta_1 * \left(\frac{1 - e^{-at}}{at} \right) + \beta_2 * \left(\frac{1 - e^{-at}}{at} - t * e^{-at} \right) \quad (23)$$

Finalmente, considerando $a = \frac{1}{\tau}$:

$$y(t) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) * \left(\frac{1 - e^{-1/\tau}}{t/\tau} \right) + \beta_2 * e^{-1/\tau} \quad (24)$$

Anexo 3: Flujos Netos Fondo E

Fecha	Flujo neto Fondo E (MM)
31-12-2020	USD 5.430
31-12-2021	USD -21.902
Total	USD -16.472

Fecha	Patrimonio Fondo E (MM)
31-12-2019	USD 37.122
31-12-2020	USD 47.513
31-12-2021	USD 16.537

Anexo 4: Flujos Netos Principales Categorías de FFMM de renta fija local

Categorías	Flujo Neto 2021 (MM)	Flujo Neto 2020 (MM)
RF<365NCLP	USD -1.330	USD 1.078
RF<365NUF	USD 19	USD 378
RF>365NCLP	USD -313	USD -28
RF>365NUF<3	USD -779	USD 239
RF>365NUF>3<5	USD -1.391	USD -209
RF>365NUF>5	USD 52	USD -32
Total	USD -3.740	USD 1.425

Categorías	Patrimonio 2021 (MM)	Patrimonio 2020 (MM)	Patrimonio 2019 (MM)
RF<365NCLP	USD 1.897	USD 3.217	USD 2.059
RF<365NUF	USD 854	USD 823	USD 414
RF>365NCLP	USD 460	USD 804	USD 825
RF>365NUF<3	USD 2.720	USD 3.717	USD 3.351
RF>365NUF>3<5	USD 2.282	USD 3.847	USD 4.090
RF>365NUF>5	USD 188	USD 158	USD 179
Total	USD 8.401	USD 12.566	USD 10.917

Anexo 5: Posición Renta Fija Local Fondo E a Marzo 2022

Administradora	Posición
Capital	88 %
Cuprum	89 %
Modelo	90 %
Provida	90 %
Plan Vital	83 %
Habitat	84 %
UNO	91 %
Promedio	88 %

Anexo 6: Resultados SPC TPM

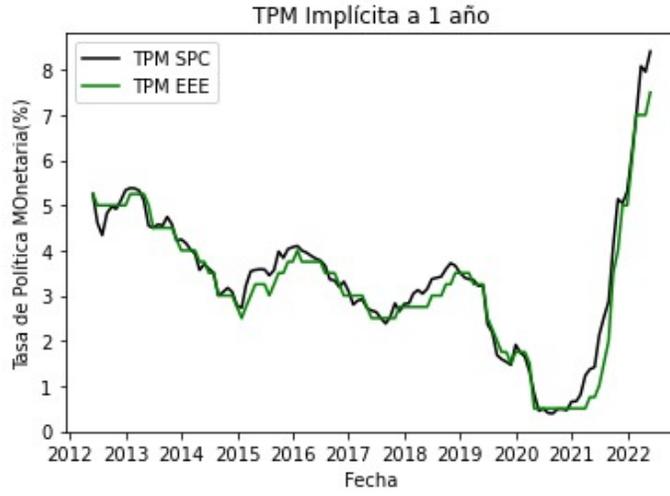


Figura 20: Expectativas TPM a 1 año vs EEE

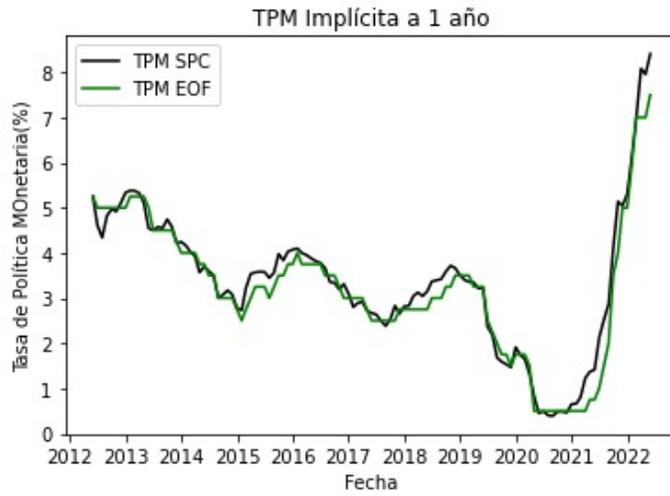


Figura 21: Expectativas TPM a 1 año vs EOF

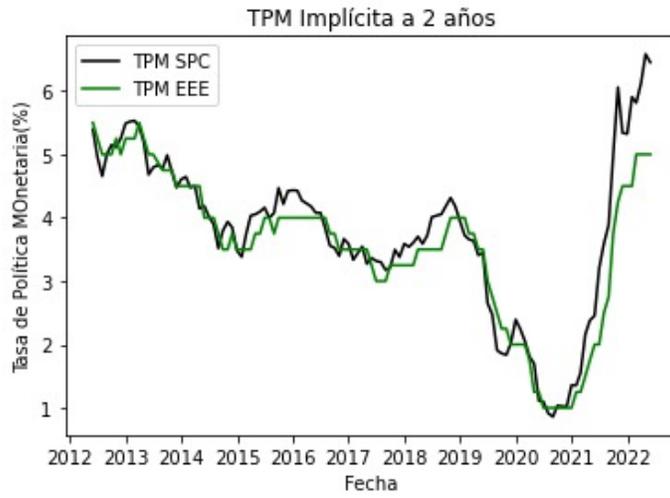


Figura 22: Expectativas TPM a 2 años vs EEE

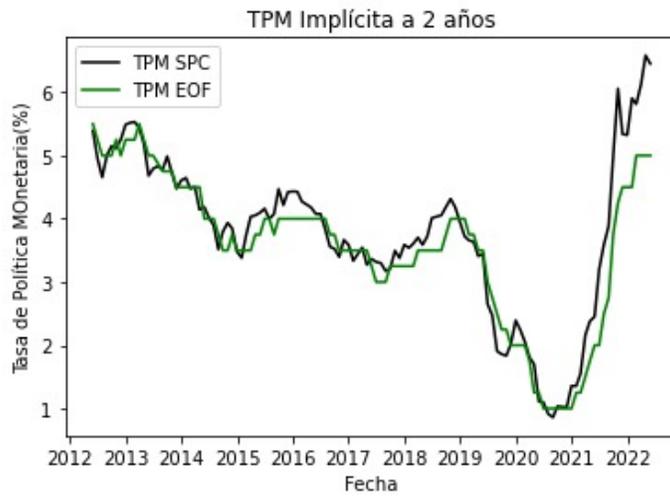


Figura 23: Expectativas TPM a 2 años vs EOF

Anexo 7: Resultados SPC Inflación



Figura 24: Expectativas Inflación a 1 año vs EEE

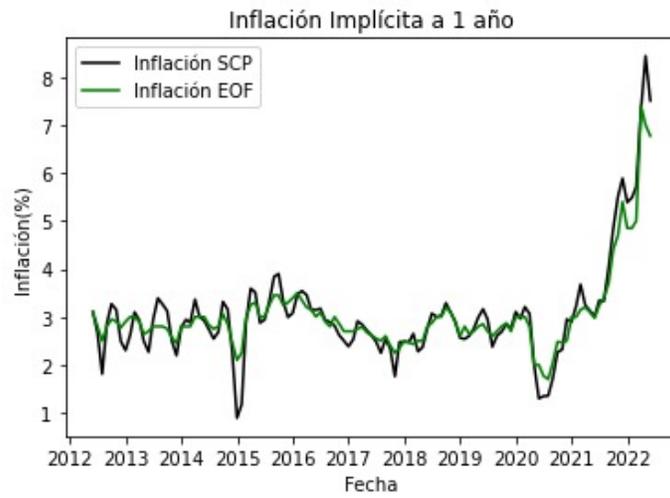


Figura 25: Expectativas Inflación a 1 año vs EOF

Anexo 8: Resultados Bonos TPM

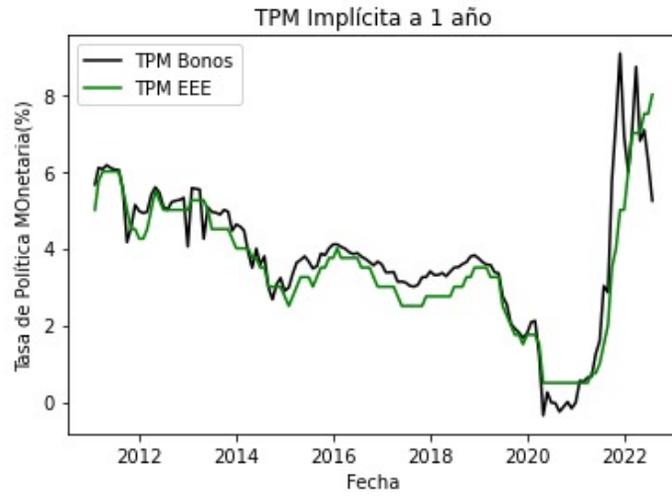


Figura 26: Expectativas TPM a 1 año vs EEE

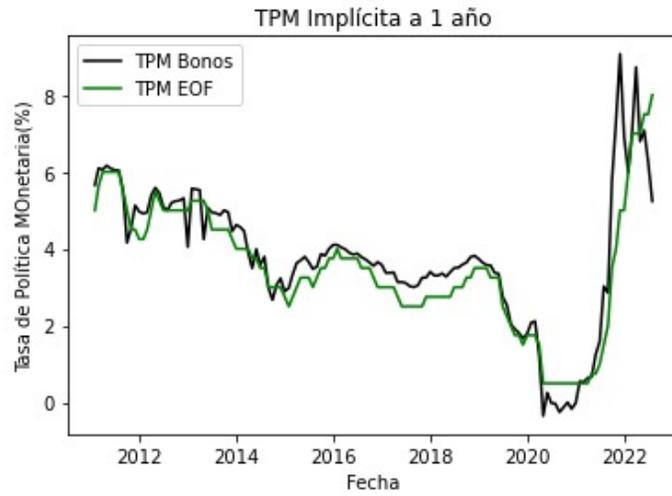


Figura 27: Expectativas TPM a 1 año vs EOF

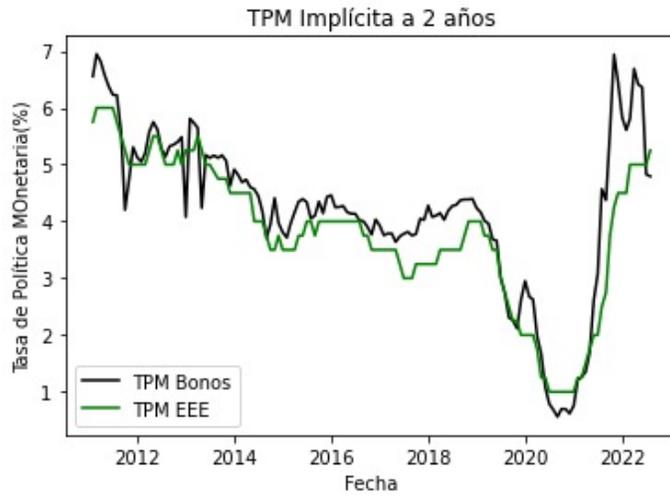


Figura 28: Expectativas TPM a 2 años vs EEE

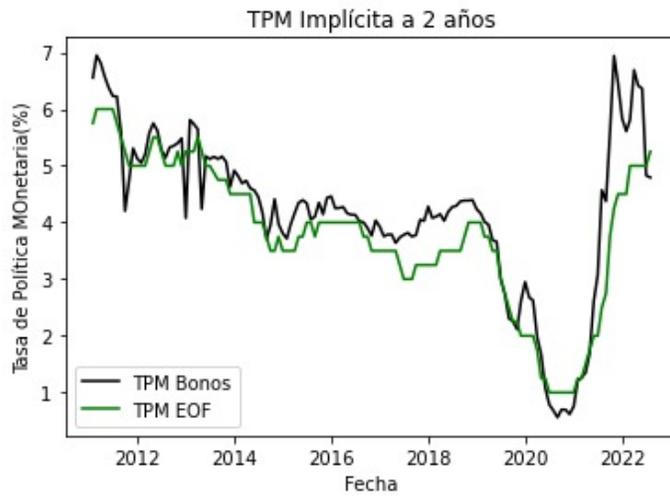


Figura 29: Expectativas TPM a 2 años vs EOF

Anexo 8: Resultados Bonos Inflación



Figura 30: Expectativas Inflación a 1 año vs EEE



Figura 31: Expectativas Inflación a 1 año vs EOF

Anexo 9: Resultados Inflación de largo plazo

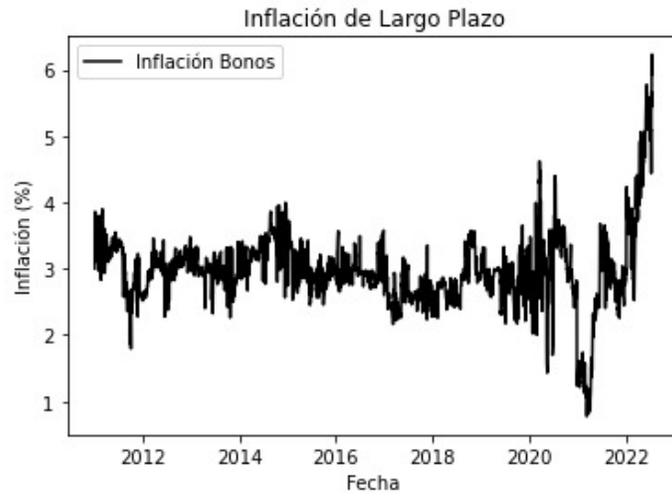


Figura 32: Expectativas de inflación en bonos como diferencias de β_0

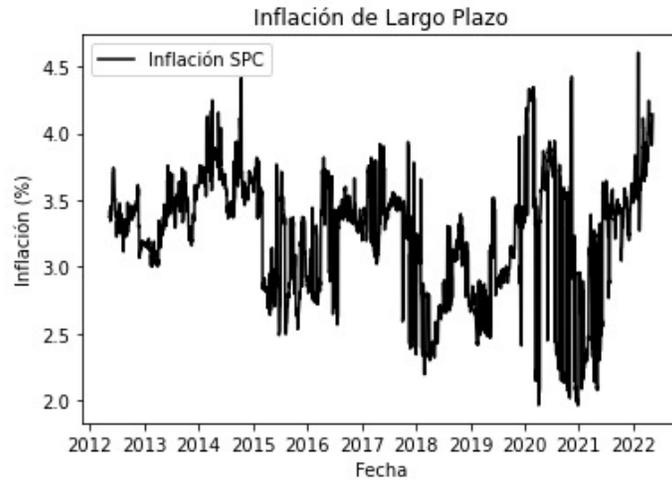


Figura 33: Expectativas de inflación en SPC como diferencias de β_0

Anexo 10: Resultados Calibración curvas para el 29-08-2018

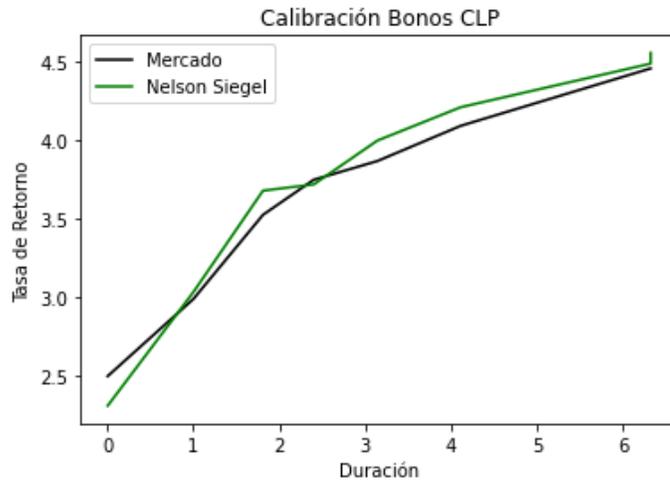


Figura 34: Curva Nominal Mercado vs Nelson Siegel

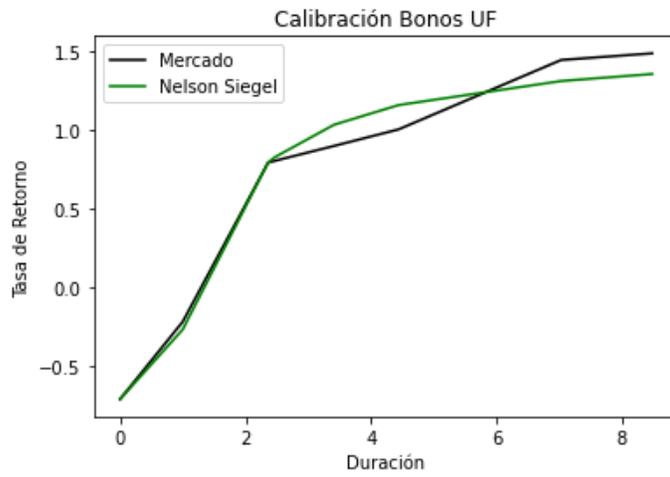


Figura 35: Curva Real Mercado vs Nelson Siegel

Referencias

- Alfaro, R. (2009). La curva de rendimiento bajo nelson-siegel. *Documentos de Trabajo (Banco Central de Chile)*, (531):1.
- Alfaro, R., Calani, M., et al. (2018a). Pension funds and the yield curve: The role of preference for maturity. Technical report, Central Bank of Chile.
- Alfaro, R., Fernandois, A., Sagner, A., et al. (2018b). Expectativas financieras y tasas forward en chile. *Central Bank of Chile*.
- BCCH (2020). Banco central informa condiciones del programa especial de compra de activos.
- Christensen, J. H., Diebold, F. X., and Rudebusch, G. D. (2011). The affine arbitrage-free class of nelson–siegel term structure models. *Journal of Econometrics*, 164(1):4–20.
- Coroneo, L., Nyholm, K., and Vidova-Koleva, R. (2011). How arbitrage-free is the nelson–siegel model? *Journal of Empirical Finance*, 18(3):393–407.
- Delpiano, N., Villena, J. M., et al. (2020). Mercado de derivados sobre tasas de interés en chile: Comparación internacional y mercado de swap promedio cámara. Technical report, Central Bank of Chile.
- Diebold, F. X., Rudebusch, G. D., et al. (2012). Yield curve modeling and forecasting: The dynamic nelson-siegel approach. *Princeton University Press*.
- Diebold, F. y. C. L. (2006). Forecasting the term structure of government bond yields. *Yield Curve Modeling and Forecasting*.
- Gana, F. R. V. et al. (2007). Mercados de derivados: swap de tasas promedio cámara y seguro inflación. Technical report, Central Bank of Chile.
- Herrera, L. O., Magendzo, I., et al. (1997). Expectativas financieras y la curva de tasas forward de chile. Technical report, Central Bank of Chile.

- Hoerl, A. E. and Kennard, R. W. (1970). Ridge regression: Biased estimation for nonorthogonal problems. *Technometrics*, 12(1):55–67.
- Montero, R. (2013). Variables no estacionarias y cointegración. *Universidad de Granada*, pages 6–7.
- Morales, M. (2010). The real yield curve and macroeconomic factors in the chilean economy. *Applied Economics*, 42(27):3533–3545.
- Nelson, C. R. and Siegel, A. F. (1987). Parsimonious modeling of yield curves. *Journal of business*, pages 473–489.
- Pedersen, M. et al. (2010). Una nota introductoria a la encuesta de expectativas económicas. Technical report, Central Bank of Chile.
- RiskAmerica (2022). Mercado de renta fija.
- Sotz, C., Alarcón, F., et al. (2007). Mercado swap de tasas de interés y expectativas de tpm e inflación. *Economía chilena*, vol. 10, no. 2.
- Tibshirani, R. (1996). Regression shrinkage and selection via the lasso. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 58(1):267–288.
- www.bolsadesantiago.com (2022). Benchmarks e Índices de renta fija.
- www.hacienda.cl (2022). Calendario de licitaciones.