



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

**EVALUACIÓN NUMÉRICA DE BANDAS DE TRANSMISIÓN
EN METAMATERIALES MECÁNICOS BLANDOS SOMETIDOS
A DEFORMACIÓN VÍA ELEMENTOS FINITOS**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERA CIVIL MECÁNICA

FRANCISCA TELCOBIA MORENO CARANZA

PROFESOR GUÍA:
RUBÉN FERNÁNDEZ URRUTIA

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
CLAUDIO FALCÓN BEAS
VIVIANA MERUANE NARANJO

2023

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE INGENIERA CIVIL MECÁNICA
POR: FRANCISCA TELCOBIA MORENO CARANZA
FECHA: 2023
PROF. GUÍA: RUBÉN FERNÁNDEZ URRUTIA

EVALUACIÓN NUMÉRICA DE BANDAS DE TRANSMISIÓN EN METAMATERIALES MECÁNICOS BLANDOS SOMETIDOS A DEFORMACIÓN VÍA ELEMENTOS FINITOS

Los metamateriales se definen como un arreglo de estructuras artificiales que determinan las propiedades mecánicas del metamaterial, es decir, existe una dependencia estructural y por ello resultan de gran interés debido a sus propiedades mecánicas mejoradas, que son difíciles de obtener en materiales convencionales [1].

Entre estos materiales no convencionales, se encuentran los metamateriales mecánicos blandos que se caracterizan por tener una baja rigidez y alta flexibilidad. Una característica relevante de ellos es la capacidad de adaptar la propagación de ondas a través de las bandas de frecuencia donde se aíslan las vibraciones, cuya propiedad ha permitido diseñar dispositivos de reducción de ruidos y aislante de vibraciones, entre otros [2].

En este trabajo se estudia la propagación de ondas en un metamaterial mecánico blando, hecho a partir de silicona y agua, que cuenta con propiedades de transmisión ajustables según su deformación, de acuerdo con un estudio realizado por el Departamento de Física, DFI, de la Universidad de Chile [3].

El objetivo principal de este trabajo es evaluar las bandas de transmisión en metamateriales mecánicos blandos sometidos a deformación vía elementos finitos y para lograr aquello, en primer lugar, se caracterizan las propiedades mecánicas de la silicona a partir de un ensayo de compresibilidad en el cual se determina que, el módulo de Young y el coeficiente de Poisson de la silicona es igual a 450 [kPa] y 0,49, respectivamente.

Luego, se valida la configuración numérica del metamaterial a partir de un caso simplificado, conformado por un cubo de silicona y una esfera de agua ubicada en el centro. A partir de este modelo simplificado, se define que el módulo de corte del agua será un 3,33% del módulo de corte de la silicona, es decir, será igual a 5,03 [kPa].

Seguidamente se indican los resultados experimentales obtenidos por el DFI, para realizar un análisis comparativo entre ellos y los resultados numéricos obtenidos en este trabajo. A partir de este análisis se concluye que el modelo lineal isotrópico, utilizado para modelar los materiales constituyentes del metamaterial, entrega resultados aproximados a los que se obtuvieron experimentalmente, y la diferencia entre ellos y los resultados numéricos, respecto a las bandas de transmisión, se debe al comportamiento no lineal de la silicona.

Finalmente, se destaca como trabajo futuro considerar las no linealidades del sistema y utilizar equipos con mayor precisión, durante el experimento, para disminuir las diferencias entre los resultados experimentales obtenidos para un mismo nivel de compresión.

*A mi familia, quienes han sido
y serán mi pilar fundamental.*

Gracias por todo

Agradecimientos

En primer lugar, quiero agradecerle a mi familia por todo su apoyo incondicional durante todo este tiempo de vida. Gracias a mis mapadres (mamá y papá) por estar siempre presente. Ustedes dos me han dado de todo, amor, cariño, sonrisas, enojos, llantos y un sin fin de cosas más, pero de todo, con lo que más me quedo es con aquellos momentos en que compartimos en familia, aquellas instancias en que, por mucho que estuvieran cansado y cansada después de trabajar, siempre compartimos aunque sea la once/cena día a día.

Mamá y papá, mi amor y agradecimiento hacia ustedes es inexplicable y son por lejos mi pilar fundamental que me permitió llegar hasta aquí, donde estoy ahora, donde les dije un día que fuimos a Fantasilandia, “en un futuro cercano, voy a estar estudiando Ingeniería en la Chile”, y cada vez esa anécdota está más cerca de hacerse realidad.

Mi otro pilar fundamental en mi vida es mi hermana Stella. Hermana, gracias por escucharme, por aconsejarme, por entenderme y por soportar mis ratos donde realmente no quería nada y en otras simplemente quería un abrazo tuyo o desahogarme por completo. Gracias por todas esas veces en que te pedí despertarme después de una minisiesta de 15 minutos, que a veces se extendía a 1 hora o más jaja (la U realmente me cansó en varios semestres).

En este camino universitario conocí a muchas personas, de quienes me llevo recuerdos buenos y otros no tan buenos, pero en este espacio sólo me quedaré con los buenos. En primer lugar, agradezco el apoyo de la Ceci, Martín y Tati quienes han estado para escucharme, recordarme que me tome mi tiempo y también para aconsejarme.

Agradecerle a mis K de mecánica, y en primer lugar agradecerle al Juancrri por todo su apoyo que me ha dado desde que nos conocimos y sobre todo cuando entramos a especialidad. Asimismo, gracias Nacho por todos los momentos llenos de risas que hemos compartido y aquellas instancias donde hemos podido salir adelante en nuestros trabajos grupales. También agradecerle al Chelo por estar ahí para escucharme, apoyarme y por esas conversaciones tan profundas que a veces tenemos. Gracias a los tres por siempre levantarme el ánimo y decirme que soy seca, aunque todas/os/es lo somos a nuestra manera.

Además, me gustaría darle las gracias a la Cami aux, quien fue y ha sido alguien importante en mi paso por mecánica. Muchas gracias por siempre confiar en mí y en mis capacidades, gracias por tus consejos como auxiliar cuando di el curso de sólidos, por motivarme a ser ayudante del ramo y, según yo, nunca te diste por vencida hasta que por fin acepté ser auxiliar de sólidos. Gracias por plantearme este último y nuevo desafío y por recordarme este último semestre de que soy valiosa a mi manera. Te sigo admirando por todo ello, una crack.

También agradecerle a mi pololo Matías por todo. Eres literalmente mi cable a tierra, siempre escucho tus consejos, algunos los sigo y otros no porque sabes que me encanta hacer actividades en mi día a día, pero sí o sí siempre te escucho. Eres una de las personas que más me anima a creerme el cuento, quien me da ánimo cuando veo todo gris (e incluso me invita a conversar con su abuela/o para reírnos un rato), quien me hace masajes cuando estoy cansada y quien me regalona hasta decir basta. Gracias por las mil y una risas que me sacas día a día y mi presente a tu lado ha sido eso, un regalo.

En esta última etapa correspondiente a mi trabajo de título, también le quiero agradecer a mi profe guía, Rubén. Profe, yo creo que lo tiene más que claro, pero usted constantemente me recuerda que debo forjar carácter, con sus técnicas medias chistosas como gritar o golpear la mesa jajaja. Gracias por estar ahí para resolver mis inquietudes que tenía día a día, por recibirme con una sonrisa o con cara de “oh, ya viene de nuevo Francisca” cuando golpeaba su oficina y gracias por no sólo hablar de la memoria, sino que también de la vida.

Durante este trabajo de título, no todo fue felicidad y risas, en otras instancias, sobre todo en el E, tuve mis momentos difíciles y tristes respecto a mi trabajo pero el profe Rubén siempre se mostró atento a conversar al respecto e incluso me regaló una planta (tal vez se la de a muchas personas, pero me la dio un día en que particularmente me sentí abrumada, así que gracias). Llevo en mi corazoncito todas las reuniones eternas de memoristas de las cuales a veces me iba triste por no avanzar tan rápido como yo quería, pero usted siempre dándome ánimo y diciéndome que confiaba en mí y recordándome, día a día, de que no debo ser tan autoexigente.

Podría continuar con un párrafo por cada persona que conocí pero esto se alargaría infinitamente, así que seré breve. Gracias a todas las personas de las cuales me llevo bonitos recuerdos, como el Andai, Cami Villalobos, Antonio, Cami Verdugo, entre otras.

Aún recuerdo cuando la profe Paula me dijo que el año 2023 sería un año de cambios, ya que es el año del conejo según el calendario chino, y sí, este año he tenido grandes cambios en mi vida tanto a nivel personal como académicamente y estoy muy orgullosa de llegar aquí, con más herramientas y con más valentía de la que tuve cuando entré a la U o mejor dicho, de la que he tenido en toda mi vida (hasta el momento).

Tabla de contenido

1. Introducción	1
2. Objetivos y alcances	2
2.1. Objetivo general	2
2.2. Objetivos específicos	2
2.3. Alcances	2
3. Antecedentes generales	3
3.1. Metamateriales	3
3.2. Bandas de frecuencia	4
3.3. Fonón y espectro fonónico	5
3.4. Cristales fonónicos	5
3.5. Band gaps fonónicos	6
3.6. Método de elementos finitos	7
3.7. Análisis estático estructural	8
3.7.1. Clasificación de materiales según sus propiedades mecánicas	9
3.8. Análisis dinámico	10
3.9. Análisis modal	11
3.10. Análisis armónico	13
3.10.1. Amortiguamiento	15
3.11. Software de simulación computacional: Ansys	16
3.11.1. Método de superposición de modos	17
3.11.2. Método full	18
3.12. Experimentos previos	18
4. Metodología	24
4.1. Evaluar y determinar propiedades mecánicas de los componentes del metamaterial	24
4.1.1. Definición de las propiedades mecánicas de la silicona	24
4.1.2. Definición de las propiedades mecánicas del agua	25
4.2. Validar configuración numérica para evaluar comportamiento del metamaterial	26
4.2.1. Caso simplificado de la muestra	27
4.2.2. Mallado	28
4.2.2.1. Condiciones de mallado	28
4.2.2.2. Análisis de sensibilidad de malla	29
4.2.3. Metamaterial	30
4.3. Evaluar rango de deformaciones del metamaterial vía simulación numérica, dentro del rango elástico.	31

4.3.1.	Análisis estructural estático	31
4.3.2.	Análisis armónico	32
4.4.	Validar y comparar resultados con los experimentales ya existentes	33
4.4.1.	Análisis comparativo	33
4.4.1.1.	Ancho de banda	33
4.4.1.2.	Frecuencia media	34
4.4.1.3.	Mínimo local	34
4.4.1.4.	Profundidad de band gap o valle	34
4.4.2.	Análisis de sensibilidad	35
5.	Resultados y discusión	37
5.1.	Propiedades mecánicas de la silicona	37
5.2.	Resultados experimentales (DFI)	38
5.3.	Resultados numéricos	39
5.3.1.	Independencia de malla	39
5.3.2.	Definición de módulo de corte del agua	40
5.3.3.	Bandas de transmisión	42
5.4.	Análisis comparativo	43
5.4.1.	Ancho de banda	43
5.4.2.	Frecuencia media	48
5.4.3.	Mínimo local	50
5.4.4.	Profundidad de band gap o valle	55
5.4.5.	Análisis de sensibilidad	57
5.4.5.1.	Módulo de Young de la silicona	58
5.4.5.2.	Coefficientes proporcionales de amortiguamiento	59
6.	Conclusiones	61
6.1.	Mejoras y trabajo futuro	63
	Bibliografía	64
	Anexo	67
A.	Análisis comparativo	67
A.1.	Ancho de banda	67
A.2.	Frecuencia media	69
A.3.	Mínimo local	71
A.4.	Profundidad de band gap o valle	73

Índice de tablas

3.1.	Distancia entre gotas y cantidad total de estas por cada muestra.	20
3.2.	Niveles de compresión, NC, aplicados experimentalmente sobre la muestra 2. .	21
4.1.	Coefficientes de amortiguamiento de la silicona.	32
4.2.	Módulos de Young de la silicona obtenidos desde la bibliografía.	35
5.1.	Resultados obtenidos desde ensayo de compresión.	37
5.2.	Propiedades mecánicas de la silicona.	38
5.3.	Variación del tamaño de los elementos ubicados en la interfase.	39
5.4.	Frecuencias naturales, [Hz], asociadas a los primeros diez modos, según el tamaño de los elementos ubicados en la interfase.	40
5.5.	Error de las frecuencias naturales respecto al caso teórico, para los primeros diez modos de vibración, según el tamaño de los elementos.	40
5.6.	Variación del módulo de corte del agua respecto al módulo de corte de la silicona.	41
5.7.	Esfuerzo y deformación normal promedio sobre la cara superior de la muestra.	41
5.8.	Error entre el esfuerzo normal y deformación normal obtenidos numéricamente, respecto al caso teórico, y la diferencia respectiva entre ambos parámetros. . .	41
5.9.	Propiedades mecánicas del agua.	42
5.10.	Valores constantes de función de transferencia para definir el ancho de banda de los band gaps según el caso experimental y numérico	44
A.1.	Ancho de banda zona BG1, caso experimental.	67
A.2.	Ancho de banda zona BG2, caso experimental.	67
A.3.	Ancho de banda zona BG1, caso numérico.	68
A.4.	Ancho de banda zona BG2, caso numérico.	68
A.5.	Frecuencia media para la zona BG1, según nivel de compresión, del caso experimental.	69
A.6.	Frecuencia media para la zona BG2, según nivel de compresión, del caso experimental.	69
A.7.	Frecuencia media para la zona BG1, según nivel de compresión, del caso numérico.	70
A.8.	Frecuencia media para la zona BG2, según nivel de compresión, del caso numérico.	70
A.9.	Coordenadas del mínimo local para la zona BG1, según nivel de compresión, del caso experimental.	71
A.10.	Coordenadas del mínimo local para la zona BG2, según nivel de compresión, del caso experimental.	71
A.11.	Coordenadas del mínimo local para la zona BG1, según nivel de compresión, del caso numérico.	72
A.12.	Coordenadas del mínimo local para la zona BG2, según nivel de compresión, del caso numérico.	72
A.13.	Profundidad de band gaps y valles según el valor de función de transferencia entre el mínimo y máximo local del caso experimental para la zona BG1. . . .	73

A.14.	Profundidad de band gaps y valles según el valor de función de transferencia entre el mínimo y máximo local del caso experimental para la zona BG2. . . .	73
A.15.	Profundidad de band gaps según el valor de función de transferencia entre el mínimo y máximo local del caso numérico para la zona BG1.	74
A.16.	Profundidad de band gaps según el valor de función de transferencia entre el mínimo y máximo local del caso numérico para la zona BG2.	74

Índice de ilustraciones

3.1.	Celda unitaria y metamaterial. Elaboración propia a partir de [7].	3
3.2.	Espectro de frecuencia. Elaboración propia a partir de [10].	4
3.3.	Espectro fonónico y sus aplicaciones. Elaboración propia a partir de [13]. . . .	5
3.4.	Cristales fonónicos periódicos según su dimensión. Elaboración propia a partir de [16].	6
3.5.	Presentación de estructura de bandas prohibidas. Elaboración propia a partir de [21].	7
3.6.	Discretización de un modelo continuo. Elaboración propia.	8
3.7.	Clasificación de los materiales según sus propiedades mecánicas. Elaboración propia a partir de [25].	10
3.8.	Modos de vibración de una placa simple. Elaboración propia a partir de [27]. .	12
3.9.	Respuesta transiente y estacionaria de un sistema. Elaboración propia.	13
3.10.	Curva de Rayleigh, alpha y beta. Elaborada a partir de [31]	16
3.11.	Metamaterial mecánico blando fabricado por el DFI.	19
3.12.	Vista isométrica, del diseño CAD, de las muestras del metamaterial mecánico blando fabricado por el DFI.	19
3.13.	Esquema simplificado del experimento realizado por el DFI.	20
3.14.	Mapa de colores de la función de transferencia para la muestra 2 sometida a compresión y relajación.	21
3.15.	Bandas de transmisión obtenidas experimentalmente de la muestra 2 del metamaterial construido.	22
3.16.	Zonas de band gaps (experimental).	22
3.17.	Bandas de transmisión asociadas a un 0 % de compresión del caso experimental. .	23
4.1.	Caracterización de la silicón.	25
4.2.	Geometrías simétricas utilizadas en este trabajo.	27
4.3.	Modelo del caso simplificado del metamaterial.	27
4.4.	Continuidad de malla entre los dos cuerpos, de distinto material, del caso simplificado.	28
4.5.	Mallado sobre el cuerpo del caso simplificado	29
4.6.	Casos límites para el refinamiento aplicado sobre la interfase del caso simplificado. .	29
4.7.	Mallado sobre la muestra del metamaterial.	30
4.8.	Zonas de medición de la respuesta del metamaterial y aplicación de la fuerza periódica.	31
4.9.	Medición del ancho de banda.	33
4.10.	Medición de la frecuencia media, FM, del band gap.	34
4.11.	Medición de profundidad de band gap o valle resultante.	35
5.1.	Bandas de transmisión obtenidas experimentalmente para 2,27 %, 6,82 % y 12,5 % de compresión.	38

5.2.	Bandas de transmisión obtenidas experimentalmente para el nivel de compresión igual a 12,5 %.	39
5.3.	Bandas de transmisión obtenidas numéricamente.	42
5.4.	Zonas de band gaps del caso numérico.	43
5.5.	Valor constante de función de transferencia para medir el ancho de banda del caso experimental.	44
5.6.	Valor constante de función de transferencia para medir el ancho de banda del caso numérico.	45
5.7.	Variación del ancho de banda según el nivel de compresión para el caso experimental.	46
5.8.	Variación del ancho de banda según el nivel de compresión para el caso numérico.	47
5.9.	Variación de la frecuencia media según el nivel de compresión para el caso experimental en la zona BG1.	48
5.10.	Variación de la frecuencia media según el nivel de compresión para el caso experimental en la zona BG2.	49
5.11.	Variación de la frecuencia media según el nivel de compresión para el caso numérico en la zona BG1.	49
5.12.	Variación de la frecuencia media según el nivel de compresión para el caso numérico en la zona BG2.	50
5.13.	Variación de la frecuencia asociada al mínimo local según el nivel de compresión para el caso experimental en la zona BG1.	50
5.14.	Variación de la frecuencia asociada al mínimo local según el nivel de compresión para el caso experimental en la zona BG2.	51
5.15.	Variación de la frecuencia asociada al mínimo local según el nivel de compresión para el caso numérico en la zona BG1.	51
5.16.	Variación de la frecuencia asociada al mínimo local según el nivel de compresión para el caso numérico en la zona BG2.	52
5.17.	Variación de la función de transferencia según el nivel de compresión para el caso experimental.	53
5.18.	Variación de la función de transferencia según el nivel de compresión para el caso numérico.	54
5.19.	Profundidad de los band gaps, o valles resultantes, según el nivel de compresión para el caso experimental.	55
5.20.	Profundidad del band gap según el nivel de compresión para el caso numérico en la zona BG1.	56
5.21.	Profundidad del band gap según el nivel de compresión para el caso numérico en la zona BG2.	57
5.22.	Bandas de transmisión obtenidas variando el módulo de Young de la silicona.	58
5.23.	Curva de esfuerzo deformación típica de un elastómero. Elaboración propia a partir de [38].	58
5.24.	Bandas de transmisión obtenidas variando en un 10 % el coeficiente proporcional de masa.	59
5.25.	Bandas de transmisión obtenidas variando en un 10 % el coeficiente proporcional de rigidez.	60

Capítulo 1

Introducción

En el último tiempo, los metamateriales mecánicos han sido de gran interés debido a sus propiedades mecánicas inusuales que no se pueden obtener a partir de los materiales convencionales. Los metamateriales cuentan con una dependencia estructural, por ende sus propiedades mecánicas resultantes son producto del diseño de su estructura interna [4].

En este trabajo, se considera un metamaterial mecánico blando de baja rigidez y alta compresibilidad, fabricado por el DFI a partir del proceso de impresión 3D. Este material no convencional cuenta con propiedades de transmisión ajustables según el nivel de compresión que se aplique sobre la muestra.

Según estas características mencionadas, algunas aplicaciones de este metamaterial consiste en aislar aquellas vibraciones presentes, por ejemplo, en el fuselaje de aviones, es decir, de manera general, este metamaterial mecánico blando es útil para todas aquellas situaciones donde se requiera disminuir una determinada vibración para evitar por ejemplo, fallas a cierta frecuencia.

Actualmente, sólo se tienen resultados experimentales, realizados por el DFI, de la respuesta en frecuencia del metamaterial, por ende, evaluar el comportamiento de las bandas de transmisión sobre el metamaterial vía simulación numérica resulta en un trabajo de alto valor, pues permitiría explorar el comportamiento de la muestra analizada y avanzar con la investigación respecto a los materiales que cuentan con propiedades distintas de lo que se encuentra en la naturaleza.

Capítulo 2

Objetivos y alcances

2.1. Objetivo general

Evaluar numéricamente las bandas de transmisión en metamateriales mecánicos blandos sometidos a deformación.

2.2. Objetivos específicos

- Evaluar y determinar propiedades mecánicas de los componentes del metamaterial.
- Validar configuración numérica para evaluar comportamiento del metamaterial.
- Evaluar rango de deformaciones del metamaterial vía simulación numérica, dentro del rango elástico.
- Validar y comparar resultados con los experimentales ya existentes.

2.3. Alcances

- Se evaluará un metamaterial mecánico blando.
- Evaluación de bandas en los metamateriales será netamente numérica vía elementos finitos.
- Se trabajará en el rango elástico, por ende se impondrán deformaciones hasta un 12%.
- Los materiales constituyentes del metamaterial se modelarán como materiales lineales elásticos isotrópicos.
- Los resultados experimentales ya se encuentran realizados y sólo se utilizarán para validar y comparar resultados numéricos.

Capítulo 3

Antecedentes generales

3.1. Metamateriales

En la actualidad, aún no existe una definición universal para el concepto de metamaterial, sin embargo, Rodger M. Walser, de la Universidad de Texas en Austin, en el año 1999 definió los metamateriales como:

“Compuestos macroscópicos que tienen una arquitectura celular periódica, tridimensional, artificial, diseñada para producir una combinación optimizada, no disponible en la naturaleza, de dos o más respuestas a una excitación específica” [5].

En la siguiente figura, se muestra un ejemplo de celda unitaria, formada por un conjunto de entramados más pequeños y que, dispuestos periódicamente, conforman un metamaterial [6]:

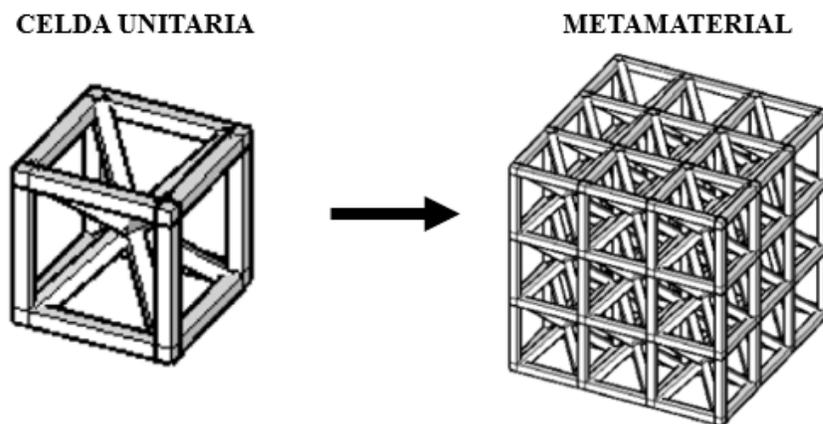


Figura 3.1: Celda unitaria y metamaterial.
Elaboración propia a partir de [7].

Si bien Rodger tiene una definición para referirse a un metamaterial, en la literatura [8], se indica que, aun cuando estos metamateriales a menudo se diseñan como estructuras periódicas, sus propiedades no dependen de dicha periodicidad, por ende se concluye que un metamaterial no necesariamente debe ser un compuesto periódico sino que su principal característica es que, las propiedades mecánicas resultantes son difíciles de obtener en materiales convencionales.

Estos metamateriales se pueden obtener de manera artificial a partir de distintos métodos de fabricación, como por ejemplo a través del proceso de impresión 3D o fabricación aditiva, destacando que, las propiedades mecánicas de los materiales convencionales que constituyen el metamaterial, por separado, son distintas a las que se obtienen a partir de la combinación entre ambos.

Una clase de estos materiales corresponden a los metamateriales mecánicos blandos que se caracterizan por presentar una alta flexibilidad y baja rigidez [9], y son usualmente construidos a partir de elastómeros como por ejemplo silicona.

Una característica relevante de los metamateriales mecánicos blandos es la capacidad de adaptar la propagación de ondas a través de las bandas de transmisión, cuya propiedad permite diseñar dispositivos de reducción de ruidos y aislantes de vibraciones, entre otros [3].

3.2. Bandas de frecuencia

Una banda de frecuencia corresponde a un intervalo en el dominio de la frecuencia, limitado por una frecuencia mínima y otra máxima. En la siguiente figura, 3.2, se muestra un ejemplo de espectro de frecuencia:

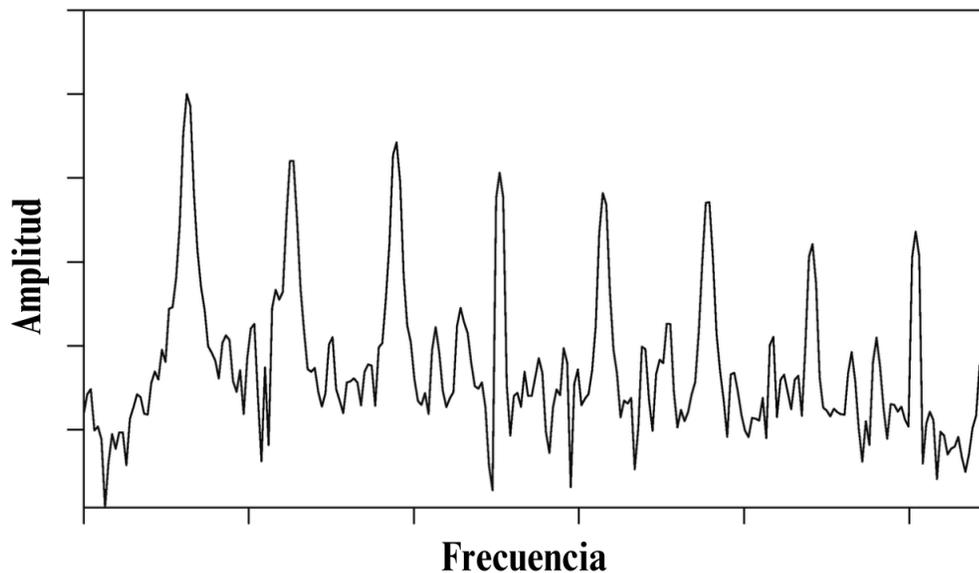


Figura 3.2: Espectro de frecuencia. Elaboración propia a partir de [10].

La frecuencia de las ondas es la encargada del tono del sonido, el cual corresponde a un tipo de onda que necesita de un medio material para propagarse, ya sea sólido, líquido o gas. Esta perturbación, produce variaciones de presión o vibración de partículas, que se pueden percibir por el oído humano, ya que este es capaz de identificar sonidos entre los 20 y 20.000 [Hz] [11]. La cuasipartícula encargada de transmitir el sonido, y también el calor en los sólidos, es el fonón.

3.3. Fonón y espectro fonónico

En 1932, el físico ruso, Igor Tamm, introdujo el concepto de fonón, quien trató de describir la forma en que se excita un arreglo periódico y elástico de átomos o moléculas, ya sea en estado líquido o sólido [12].

En el ámbito de la física, un fonón es una descripción mecánica cuántica de un movimiento vibratorio elemental en el que una red de átomos, o moléculas, oscila uniformemente a una sola frecuencia. En otras palabras, los fonones se definen como un tipo especial de movimiento vibratorio, conocido como modos normales en mecánica clásica, en el que el arreglo de un material oscila con la misma frecuencia.

Los fonones participan en un amplio rango de fenómenos mecánicos, ópticos, térmicos y eléctricos, debido a que los materiales contienen fonones de distinto nivel energético o frecuencia. Estas cuasipartículas, que viajan caóticamente en todas las direcciones, interactúan entre sí, superponiéndose unas con otras, lo cual genera patrones complejos difíciles de analizar. Es por ello, que el estudio de los fonones es fundamental para el mundo de la física del estado sólido, debido a que estas cuasipartículas tienen un rol importante en sus propiedades físicas.

A continuación, se muestra el espectro fonónico y sus aplicaciones:

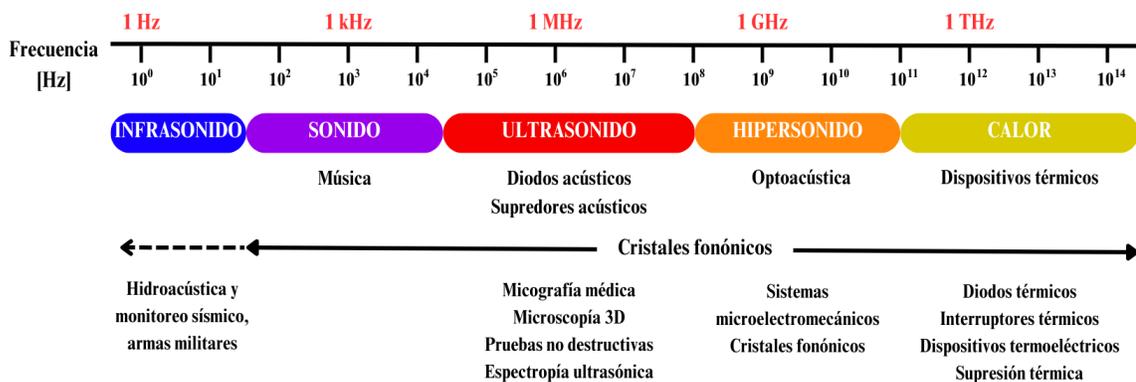


Figura 3.3: Espectro fonónico y sus aplicaciones.
Elaboración propia a partir de [13].

3.4. Cristales fonónicos

Los cristales fonónicos son estructuras periódicas compuestas de múltiples materiales con contraste en sus propiedades mecánicas [14]. Dicha estructura, está formada por inclusiones dispersas que se ubican en el material, formando una estructura de red similar a la red cristalina existente en los sólidos cristalinos [15]. A continuación, se presentan distintos cristales periódicos en una, dos y tres dimensiones:

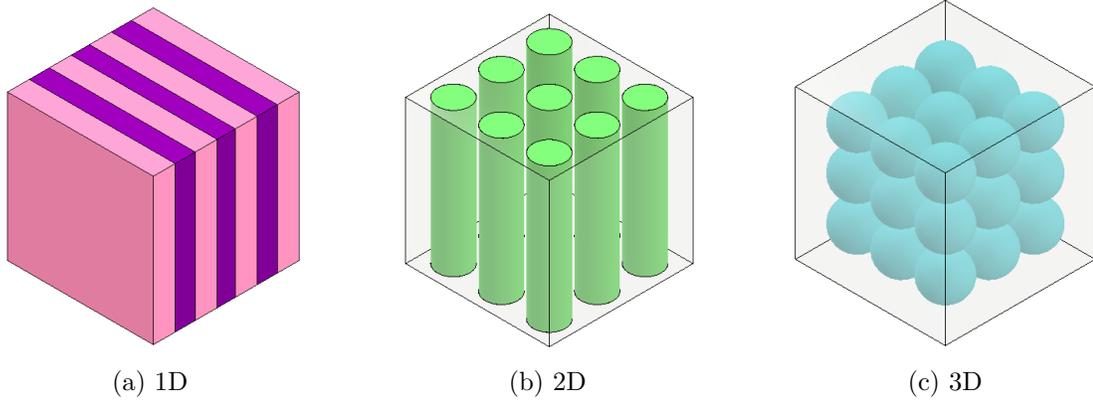


Figura 3.4: Cristales fonónicos periódicos según su dimensión.
Elaboración propia a partir de [16].

Debido a la similitud entre las definiciones de cristales fonónicos y metamateriales, algunos investigadores amplían la idea de metamateriales para incorporar a los cristales fonónicos, definiendo ambos en términos de una evolución estructural [17].

A su vez, los cristales fonónicos se pueden clasificar como cristales fonónicos acústicos, que poseen una matriz fluida, y como cristales fonónicos elásticos, que cuentan con una matriz sólida elástica [17]. Las ondas acústicas son ondas mecánicas que viajan a través de un gas o líquido, mientras que, las ondas elásticas, son aquellas que viajan a través de un sólido. En algunas ocasiones, las ondas acústicas también hacen referencia a las ondas elásticas, e incluso dichos términos se suelen usar de manera indiferente [18].

Finalmente, una de las características más importantes de los cristales fonónicos, consiste en controlar y manipular la propagación de ondas tanto elásticas como acústicas [15]. De hecho, el fenómeno de mayor importancia que se obtiene en estos cristales, es la capacidad de prohibir la propagación de ondas acústicas, o elásticas, al interior de sus estructuras periódicas, cuyo fenómeno se denomina band gaps o bandas prohibidas.

3.5. Band gaps fonónicos

Un band gap fonónico, o banda prohibida fonónica, corresponde a un rango de frecuencia en el que las ondas mecánica, es decir, ondas tanto acústicas como elásticas, son suprimidas, o en otras palabras, no se pueden propagar a través del cristal fonónico [19].

Estos band gaps fonónicos se crean, físicamente, debido a una gran dispersión e interferencia destructiva de las ondas que puede ser en una dirección determinada o bien, puede existir en todas las direcciones y estas últimas se denominan band gaps completos [20].

Estas bandas prohibidas se pueden presentar a partir de las curvas de dispersión o bien, a partir de un gráfico de transmisión. A continuación se muestran ejemplos de las gráficas mencionadas:

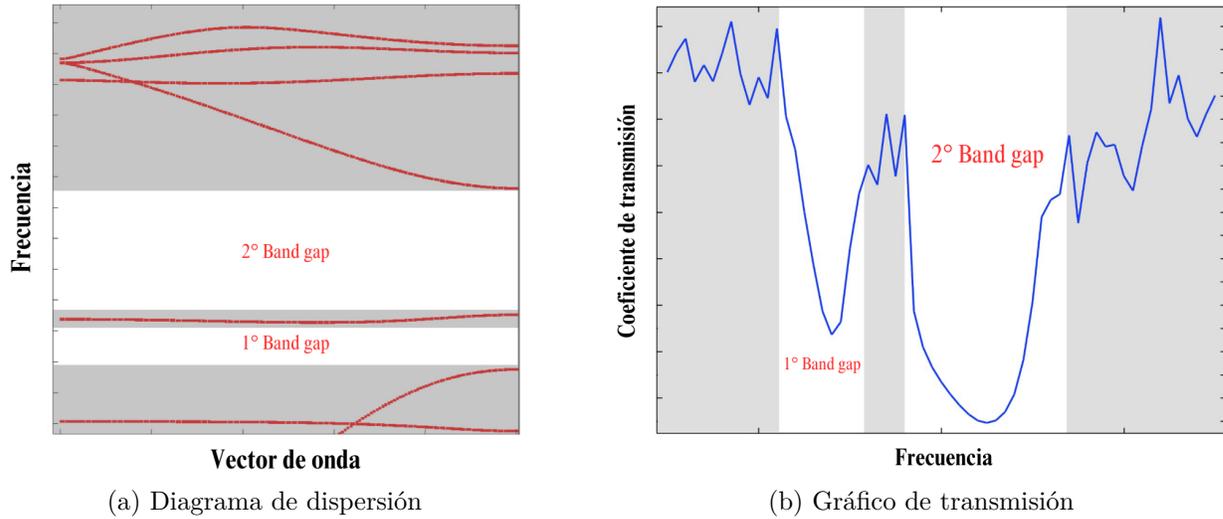


Figura 3.5: Presentación de estructura de bandas prohibidas.
Elaboración propia a partir de [21].

A partir de la figura anterior, 3.5, se desprende que ambas representaciones son útiles para identificar los band gaps existentes en el objeto de estudio, y por ende, utilizar una por sobre otra, dependerá netamente del trabajo a realizar. En particular, la gráfica de transmisión, presentada en la figura 3.5.b, se construye a partir de la función de transferencia definida a partir del cociente entre los los datos obtenidos en la señal de entrada y salida de la muestra.

3.6. Método de elementos finitos

A modo de contexto, el método de elementos finitos (FEM, según sus siglas en inglés), corresponde a una técnica que genera una aproximación numérica o matemática, de estructuras, piezas, objetos, entre otros, que se encuentran sometidos a cargas y restricciones, algunas en ocasiones, complejas. Técnicamente, este método entrega una aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales que, a priori, pueden resultar difíciles de resolver analíticamente.

El método consiste en dividir un problema continuo, el objeto a estudiar, en otros más pequeños, es decir, consiste en dividir el cuerpo en varias partes pequeñas correspondiente a los “elementos” que permiten resolver un problema complejo, mediante la resolución de problemas más simples, facilitando de esta manera la obtención de resultados aproximados a un problema físico o ingenieril.

En la siguiente figura, 3.6, se muestra un modelo continuo y cómo este se discretiza, generando la malla del cuerpo, a partir de elementos cuadrático para este caso en particular:

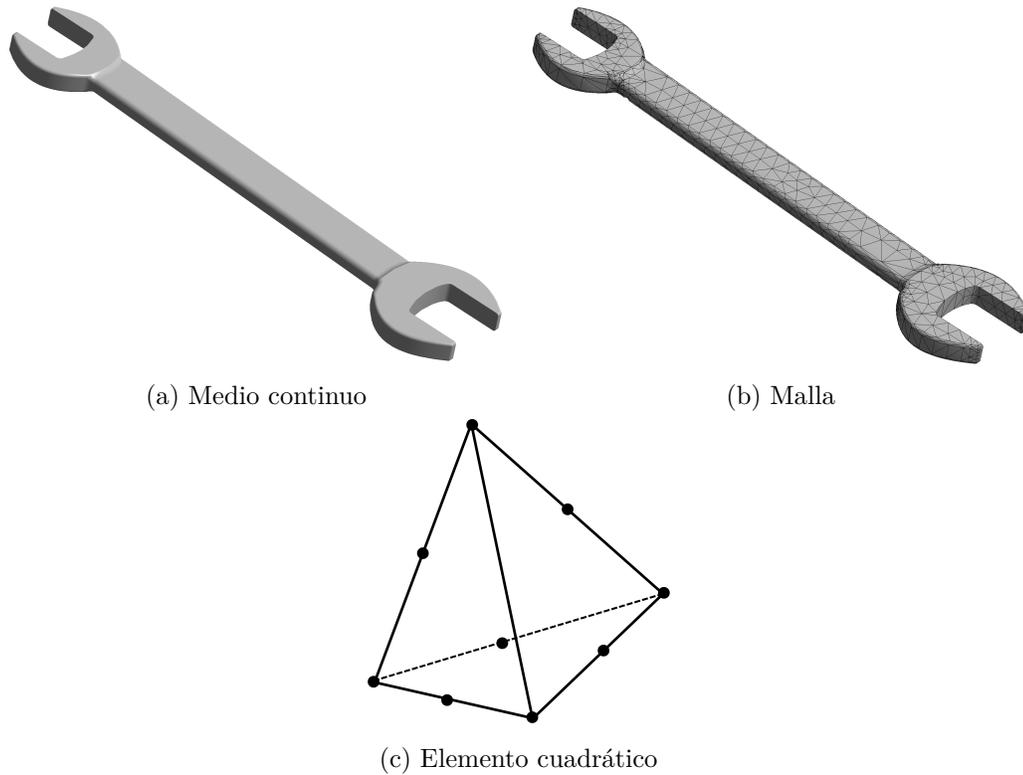


Figura 3.6: Discretización de un modelo continuo. Elaboración propia.

A partir del método de elementos finitos es posible realizar una amplia gama de análisis de elementos finitos (FEA, según sus siglas en inglés), entre los cuales se encuentra el análisis estático estructural; análisis dinámico, que se subdivide en distintos análisis del tipo modal, armónico y transitorio; análisis térmicos, entre otros.

Finalmente, para aplicar cada uno de estos análisis, y obtener la solución del problema, es necesario identificar los fenómenos físicos que afectan al sistema en estudio; determinar la naturaleza del problema, es decir, definir si consiste en un problema estático o dinámico; determinar si existen linealidades o no linealidades; definir el nivel de precisión buscado y, por último, precisar cuáles son los resultados claves a obtener [22].

3.7. Análisis estático estructural

A partir de un análisis estático estructural es posible determinar los desplazamientos, deformaciones y tensiones sobre el cuerpo de estudio, despreciando los efectos de inercia y amortiguamiento de las cargas externas aplicadas sobre el conjunto de interés [23], a excepción de los campos de aceleración estáticos.

El tipo de análisis estructural más simple y más utilizado corresponde al análisis estático lineal, que se basa en la teoría de la elasticidad lineal, el cual considera ciertas suposiciones y simplificaciones que se presentarán a lo largo de esta sección.

Los desplazamientos, en un análisis estático lineal, se resuelven a partir de la siguiente ecuación matricial:

$$[K] \cdot \{x\} = \{F\} \quad (3.1)$$

Donde:

- $[K]$: matriz de rigidez total
- $\{x\}$: vector de desplazamiento nodal
- $\{F\}$: vector de carga aplicada total

A continuación se describen las principales suposiciones del análisis estático lineal:

- Se ignoran todas las fuerzas dinámicas que varían con el tiempo.
- Las cargas aplicadas se asumen con un aumento lento hasta llegar a los valores determinados. Además, al llegar a dichas magnitudes, estas fuerzas permanecen constantes.
- El comportamiento del material se asume como lineal elástico, es decir, la respuesta estructural se considera proporcional a la carga aplicada.
- Al retirar la carga externa aplicada, el cuerpo vuelve a su forma original, es decir, sólo se contempla el rango elástico.
- Estas cargas se aplican lento y de manera gradual sobre los cuerpos, hasta que se alcancen los valores máximos. En base a esto, se desprecian los efectos de inercia y amortiguamiento debido a las aceleraciones y velocidades extremadamente pequeñas.
- El modelo lineal elástico es útil para casos donde el material no sufra grandes deformaciones durante el funcionamiento normal, ya que grandes deformaciones implicaría exceder el límite elástico del material.

3.7.1. Clasificación de materiales según sus propiedades mecánicas

Dentro del modelo elástico lineal, los materiales se pueden clasificar según sus propiedades mecánicas que están directamente relacionadas con sus microestructuras [24]. A continuación se realiza una breve descripción de los tres principales tipos de materiales:

- **Material isotrópico:** Estos materiales presentan respuestas independientes de la orientación de la carga, es decir, si se aplica una carga, sobre el material, en cualquier dirección, la respuesta de este será la misma.
- **Material anisotrópico:** Las propiedades mecánicas de estos materiales dependen de la dirección de la aplicación de la carga, es decir, al aplicar una carga sobre el material, se obtendrán distintas respuestas en una o más direcciones.
- **Material ortotrópico:** Un material ortotrópico, tiene un comportamiento del tipo anisotrópico. Su nombre se relaciona con la palabra ortogonal y sus propiedades mecánicas serán independientes para cada una de las tres direcciones mutuamente perpendiculares. Por ejemplo, puede ser que su respuesta en las direcciones X e Y sean iguales, sin embargo estas pueden diferir de la respuesta obtenida en la dirección Z.

A continuación se resume, mediante una imagen, cada una de las definiciones anteriores:

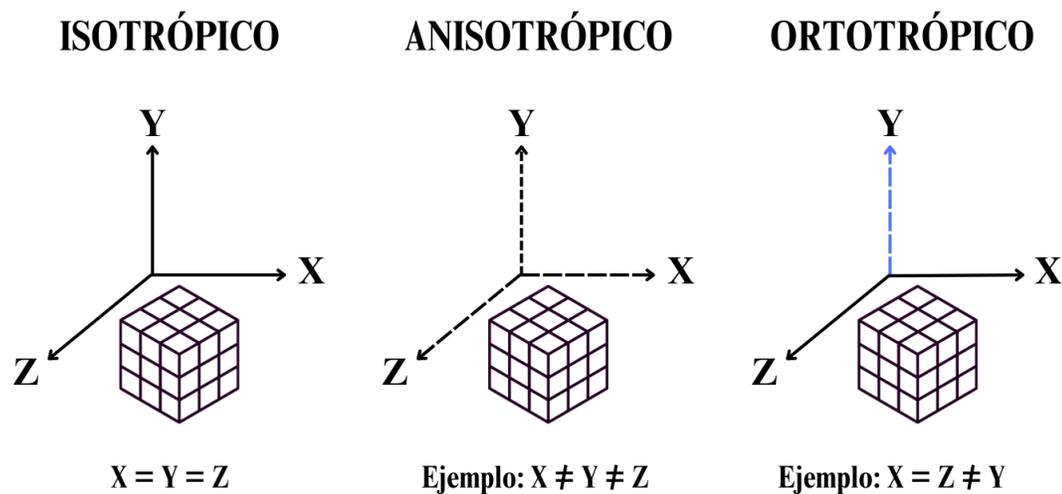


Figura 3.7: Clasificación de los materiales según sus propiedades mecánicas. Elaboración propia a partir de [25].

3.8. Análisis dinámico

En un análisis dinámico se estudia y evalúa el comportamiento del sistema de interés, que esté bajo el efecto de cargas dinámicas como terremotos, vientos y otras fuerzas externas que varían con el tiempo.

Específicamente, una carga dinámica es tal que su intensidad (magnitud), dirección o punto de aplicación, sobre el cuerpo o estructura, varía en el tiempo, de tal manera que las deformaciones y esfuerzos resultantes también variarán en el tiempo y por ende la respuesta de la estructura u objeto de estudio será dinámica [26].

Algunas características del análisis dinámico es que, los estudios se realizan en un intervalo de tiempo, o frecuencia, definido, por ende, las soluciones obtenidas son respecto a dichos rangos determinados. Además, a diferencia de un análisis estático, los efectos inerciales y de amortiguamiento cumplen un rol importante en el comportamiento dinámico de la estructura.

Este análisis dinámico es gobernado por la siguiente ecuación de movimiento:

$$[M] \cdot \{\ddot{x}\} + [C] \cdot \{\dot{x}\} + [K] \cdot \{x\} = \{F(t)\} \quad (3.2)$$

Donde:

- $[M]$: matriz de masa total (estructural)
- $[C]$: matriz de amortiguamiento total (estructural)
- $[K]$: matriz de rigidez total (estructural)
- $\{\ddot{x}\}$: vector de aceleración nodal
- $\{\dot{x}\}$: vector de velocidad nodal
- $\{x\}$: vector de desplazamiento nodal
- $\{F(t)\}$: vector de fuerza aplicada total

Cabe destacar que, la ecuación (3.2) proviene a partir de un balance de fuerzas inerciales, de amortiguamiento (amort.), de rigidez y la fuerza aplicada. A continuación, se asocia cada una de estas fuerzas presentes en dicha ecuación:

$$\overbrace{[M] \cdot \{\ddot{x}\}}^{F_{inercial}} + \overbrace{[C] \cdot \{\dot{x}\}}^{F_{amort.}} + \overbrace{[K] \cdot \{x\}}^{F_{rigidez}} = \overbrace{\{F(t)\}}^{F_{aplicada}} \quad (3.3)$$

Existen distintos tipos de análisis dinámicos que resuelven de manera diferente la ecuación presentada en (3.2), entre los cuales se encuentra el análisis: modal, armónico, transitorio, espectral y randómica, cuyos dos últimos análisis se relacionan con vibraciones aleatorias. Todos estos estudios a su vez, se pueden clasificar según el tipo de vibración, libre o forzada, que se aplique sobre el sistema.

3.9. Análisis modal

El análisis modal, es uno de los estudios fundamentales dentro de los análisis dinámicos, ya que permite determinar las frecuencias naturales y los modos de vibración de un sistema, cuyas formas de vibrar que adquiere, son propias de este y dependen de sus propiedades físicas como la masa, rigidez y amortiguación, junto a su distribución espacial.

Por una parte, los modos de vibración, o modo natural de vibración, corresponden a la forma en la que vibra el cuerpo en estudio, y cada modo está asociado a una frecuencia natural determinada, las cuales al ser excitadas provocan que la amplitud de la respuesta del sistema aumente asintóticamente hasta el infinito, es decir, dicha situación provoca el fenómeno de resonancia.

Además, estos modos de vibración son útiles para clasificarlos y diferenciarlos entre sí, ya que, para cada frecuencia, el sistema vibrará de una forma diferente. A continuación se muestran cuatro modos de vibración de una placa simple:

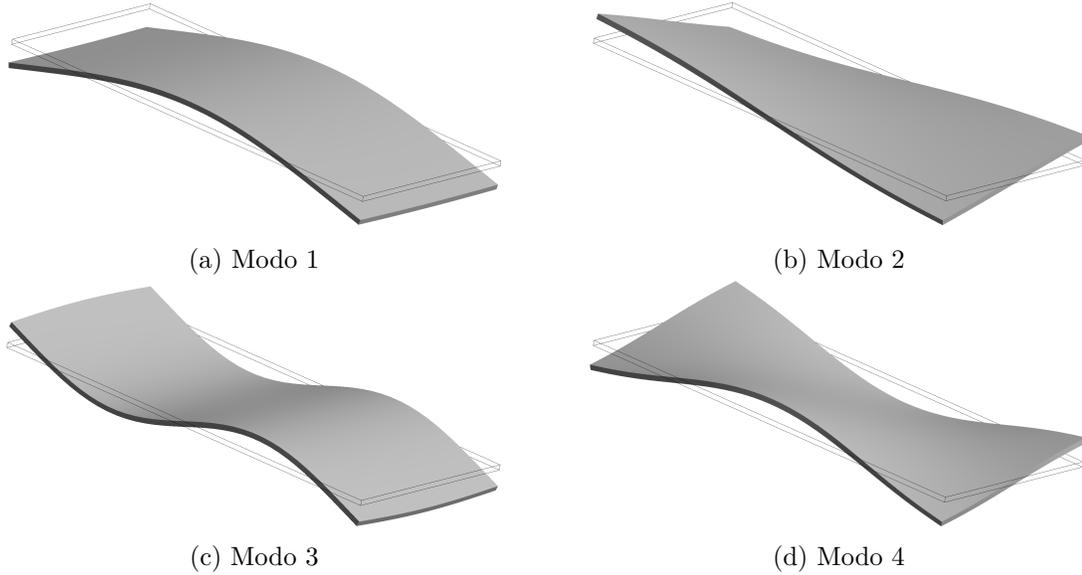


Figura 3.8: Modos de vibración de una placa simple.
Elaboración propia a partir de [27].

Por otra parte, la ecuación de movimiento que gobierna el análisis modal, se deriva a partir de la ecuación del análisis dinámico indicada en (3.2), teniendo en cuenta que $\{F(t)\}$ es nula y usualmente, la matriz de amortiguamiento, $[C]$, es ignorada, por ende se modela un sistema libre y no amortiguado, y la ecuación resultante viene dada por la siguiente expresión:

$$[M] \cdot \{\ddot{x}\} + [K] \cdot \{x\} = \{0\} \quad (3.4)$$

Cuyo desplazamiento, correspondiente a una solución de esta ecuación, se puede definir de la siguiente manera utilizando la función senoidal:

$$\{x\} = \{\phi\}_i \cdot \sin(\omega_i \cdot t + \theta_i) \quad (3.5)$$

A su vez, la aceleración se puede obtener a partir de la segunda derivada del desplazamiento con respecto al tiempo, la cual viene dada por:

$$\{\ddot{x}\} = -\omega_i^2 \cdot \{\phi\}_i \cdot \sin(\omega_i \cdot t + \theta_i) \quad (3.6)$$

Luego, substituyendo las expresiones (3.5) y (3.6) en (3.4) se obtiene el siguiente resultado:

$$([K] - \omega_i^2 \cdot [M]) \cdot \{\phi\}_i = \{0\} \quad (3.7)$$

Y a partir de esta relación, se desprende que esto se reduce a un problema de valores propios, ya que:

- ω_i^2 : valor propio
- $\{\phi\}_i$: vector propio

Para determinar los valores de ω_i y $\{\phi\}_i$, se necesita calcular el determinante de la matriz de (3.7) e igualarlo a 0, lo cual se muestra a continuación:

$$\det([K] - \omega_i^2 [M]) = 0 \quad (3.8)$$

Desde esta relación, se puede determinar el valor de ω_i , el cual, además de representar los valores propios de este problema, también representa la frecuencia angular de la estructura y se puede relacionar con la frecuencia natural del sistema, a partir de la siguiente expresión:

$$f_i = \frac{\omega_i}{2 \cdot \pi} \text{ [Hz]} \quad (3.9)$$

Por otra parte, $\{\phi\}_i$, corresponde no sólo al vector propio del problema, sino que también es el modo de vibración asociado a la frecuencia f_i respectiva. A partir de estas relaciones, es directo concluir que, los modos de vibración corresponden a patrones de deformación para ciertas frecuencias naturales.

Finalmente, el análisis modal, no entrega información exacta de la amplitud de vibración o los esfuerzos que se producen en el sistema cuando este vibra, ya que estos dos parámetros dependen de la magnitud de la carga aplicada, lo cual se estudia en el análisis armónico. Sin embargo, el análisis modal permite observar de qué manera vibra el cuerpo en estudio, cuyo cálculo se realiza a partir de las deformaciones relativas.

3.10. Análisis armónico

El análisis armónico se utiliza para determinar la respuesta en estado estacionario de una estructura que está sometida a cargas periódicas de frecuencia conocida, es decir, que estén sometidas a cargas que varían de manera sinusoidal, o armónica, en el tiempo.

La respuesta en estado estacionario, de un sistema, corresponde a aquella que no cambia con el tiempo. A diferencia de esto, se encuentra el análisis transitorio, cuyo estudio sí depende del tiempo, y dependerá del estudio a realizar, definir cuál de estas fases será más apropiada a utilizar para modelar el problema en cuestión. En la siguiente figura, 3.9, se muestra una gráfica en la cual se indica la respuesta vibratoria de un sistema con ambas fases presentes:

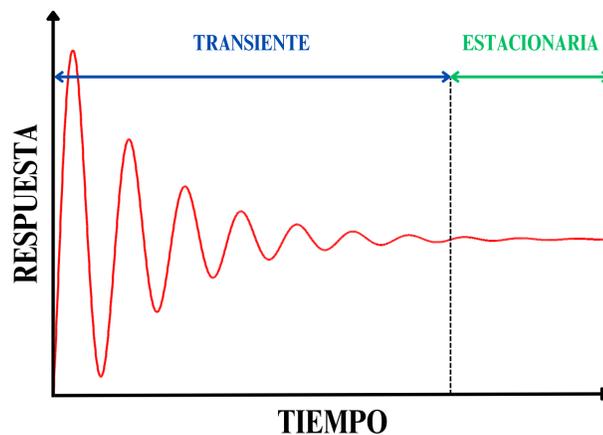


Figura 3.9: Respuesta transiente y estacionaria de un sistema. Elaboración propia.

En el análisis armónico se asume que, tanto $\{x(t)\}$ como $\{F(t)\}$, presentes en la ecuación (3.2), varían de manera sinusoidal y se pueden expresar, respectivamente, a través de la notación compleja de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\{x\} &= \{x_{m\acute{a}x} \cdot e^{j \cdot \phi}\} \cdot e^{j \cdot \Omega \cdot t} \\ \{F\} &= \{F_{m\acute{a}x} \cdot e^{j \cdot \psi}\} \cdot e^{j \cdot \Omega \cdot t}\end{aligned}\tag{3.10}$$

Donde:

- $x_{m\acute{a}x}$: desplazamiento máximo
- $F_{m\acute{a}x}$: amplitud de la fuerza máxima
- j : unidad imaginaria ($\sqrt{-1}$)
- t : tiempo
- ϕ : ángulo de fase del desplazamiento, [rad]
- ψ : ángulo de fase de la fuerza aplicada o de excitación, [rad]
- Ω : frecuencia de excitación armónica

A partir de las relaciones indicadas en (3.10), es directo notar que, tanto la fuerza aplicada como el desplazamiento resultante pueden estar desfasados entre sí, pero que ambos oscilan a una misma frecuencia de excitación conocida, Ω .

Equivalentemente las relaciones presentadas en (3.10), se pueden reescribir utilizando las funciones seno y coseno, de tal manera que el desplazamiento, $\{x(t)\}$, se puede expresar como:

$$\begin{aligned}\{x\} &= \{x_{m\acute{a}x} \cdot (\cos(\phi) + j \cdot \sin(\phi))\} \cdot e^{j \cdot \Omega \cdot t} \\ \Leftrightarrow \{x\} &= \{x_1 + j \cdot x_2\} \cdot e^{j \cdot \Omega \cdot t}\end{aligned}\tag{3.11}$$

Análogamente la fuerza, $\{F(t)\}$, se puede reescribir como:

$$\begin{aligned}\{F\} &= \{F_{m\acute{a}x} \cdot (\cos(\psi) + j \cdot \sin(\psi))\} \cdot e^{j \cdot \Omega \cdot t} \\ \Leftrightarrow \{F\} &= \{F_1 + j \cdot F_2\} \cdot e^{j \cdot \Omega \cdot t}\end{aligned}\tag{3.12}$$

Donde:

- x_1 y F_1 : componente real del desplazamiento y fuerza, respectivamente
- x_2 y F_2 : componente imaginaria del desplazamiento y fuerza, respectivamente

Luego, las dos derivadas del desplazamiento, definido en (3.11), con respecto al tiempo vienen dadas por:

$$\begin{aligned}\{x\} &= (\{x_1\} + j \cdot \{x_2\}) \cdot e^{j \cdot \Omega \cdot t} \\ \{\dot{x}\} &= j \cdot \Omega \cdot (\{x_1\} + j \cdot \{x_2\}) \cdot e^{j \cdot \Omega \cdot t} \\ \{\ddot{x}\} &= -\Omega^2 \cdot (\{x_1\} + j \cdot \{x_2\}) \cdot e^{j \cdot \Omega \cdot t}\end{aligned}\tag{3.13}$$

Evaluando estas derivadas, obtenidas en (3.13), en la ecuación de movimiento general del análisis dinámico, (3.2), los desplazamientos $\{x_1\}$ y $\{x_2\}$ de un análisis armónico, se pueden resolver a partir de la siguiente ecuación matricial:

$$\left(-\Omega^2 \cdot [M] + j \cdot \Omega \cdot [C] + [K]\right) \cdot (\{x_1\} + j \{x_2\}) = (\{F_1\} + j \cdot \{F_2\})\tag{3.14}$$

Los resultados obtenidos en la ecuación 3.14 siguen los siguientes supuestos:

- $[M]$, $[C]$ y $[K]$, se asumen constantes.
- El comportamiento de los materiales se considera lineal elástico.
- Se utiliza la teoría de pequeñas deflexiones y los efectos no lineales no se contemplan a causa de la linealidad de la ecuación matricial indicada en (3.14).
- Se incluyen los efectos de amortiguación, $[C]$, ya que en caso contrario, la frecuencia de excitación Ω al alcanzar valores similares a la frecuencia natural del sistema se obtendría que la respuesta en resonancia sería infinita, lo cual físicamente no es posible.
- Tal cual se mencionó anteriormente, la carga aplicada $\{F(t)\}$ y la respuesta asociada $\{x(t)\}$, son de carácter sinusoidal dadas por una única frecuencia de excitación, Ω . Sin embargo, tanto la fuerza aplicada como el desplazamiento resultante pueden estar desfasados entre sí.

3.10.1. Amortiguamiento

El amortiguamiento corresponde a un mecanismo de disipación de energía, capaz de amortiguar o disminuir la respuesta de un sistema en el tiempo, hasta que las vibraciones cesen por completo. Es por ello que, cuando el sistema está en resonancia la amplitud de sus vibraciones, y la duración de estas, dependerá del amortiguamiento [28].

En particular, los materiales cuentan con su propio amortiguamiento, el cual se conoce como amortiguación sólida, estructural o histerética [29]. Este fenómeno se origina a partir de las interacciones moleculares internas del material, ya que cuando este se deforma, existe un roce entre los planos internos que se deslizan lo cual genera un tipo de pérdida de energía por fricción interna, que usualmente se disipa en forma de calor.

Una de las formas de caracterizar el amortiguamiento de un sistema corresponde al amortiguamiento de Rayleigh [30], el cual permite formular la matriz de amortiguamiento $[C]$, presentada en (3.2), como una combinación lineal de masa y rigidez dada por la siguiente relación:

$$[C] = \alpha \cdot [M] + \beta \cdot [K]\tag{3.15}$$

Donde:

- α : coeficiente proporcional de masa
- β : coeficiente proporcional de rigidez

Usualmente, estos términos proporcionales no son conocidos, sin embargo, se pueden calcular a partir de la razón de amortiguamiento del sistema ξ_i para una determinada frecuencia natural ω_i conocida. Dicha relación viene dada por:

$$\xi_i = \frac{\alpha}{2 \cdot \omega_i} + \frac{\beta \cdot \omega_i}{2} \quad (3.16)$$

Donde f_i corresponde a la frecuencia natural en [Hz], según lo definido en (3.9).

De la relación (3.10), es directo notar que, la razón de amortiguamiento no es constante sino que depende de la frecuencia. A continuación se muestra una gráfica de la curva de Rayleigh y de los coeficientes proporcionales de masa y rigidez:

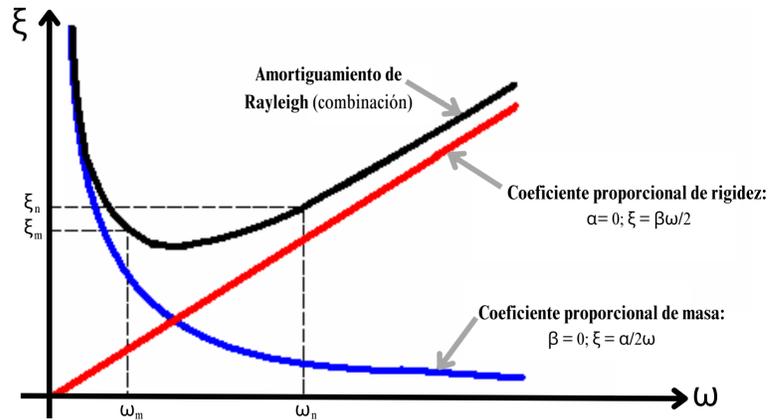


Figura 3.10: Curva de Rayleigh, alpha y beta. Elaborada a partir de [31]

Otra opción para determinar los coeficientes proporcionales de masa y rigidez de la relación (3.10), es a partir de conocer la razón de amortiguamiento del sistema, ξ , y dos frecuencias, f_1 y f_2 [30], de tal manera que las constantes vienen dadas por:

$$\alpha = 2 \cdot \xi \cdot \left[\frac{\omega_1 \cdot \omega_2}{(\omega_1 + \omega_2)} \right] \quad (3.17)$$

$$\beta = \frac{2 \cdot \xi}{(\omega_1 + \omega_2)}$$

Donde ω_i se determina según (3.9).

3.11. Software de simulación computacional: Ansys

Ansys corresponde a un software de simulación computacional, que tiene más de 50 años de experiencia en el área y ofrece más de 80 softwares que abarca una amplia gama de la físicas, lo cual le ha permitido volverse líder mundial en el mercado [32].

A través de este programa, es posible resolver una gran variedad de problemas mecánicos estáticos o dinámicos, vía elementos finitos que se detalló en la sección 3.6, entre los cuales se encuentra el análisis estructural, de vibración, térmico, fluidodinámico, entre otros. Es por ello que este software permite simular casos que en la realidad serían imposibles o muy costosos de realizar a partir de prototipos físicos.

Este programa resuelve el análisis estático estructural y los análisis dinámicos, presentados en este capítulo, a partir de las ecuaciones que se indicaron en cada una de las secciones anteriores. Sin embargo, para resolver los desplazamientos en un análisis armónico, este software tiene dos métodos de resolución correspondientes al método de superposición de modos y full, que se explicarán a continuación.

3.11.1. Método de superposición de modos

El método de superposición de modos, MSUP, que desarrolla Ansys, utiliza tanto las frecuencias naturales como los modos de vibración para calcular la respuesta del sistema sometido a una carga sinusoidal, de tal manera que, omitiendo todos los detalles de resolución ya que no son el objetivo de este trabajo, se puede obtener la forma modal de la ecuación (3.14), la cual se presenta a continuación:

$$\left(-\Omega^2 + j \cdot 2 \cdot \omega_i \cdot \Omega \cdot \xi_i + \omega_i^2\right) \cdot y_{ic} = f_{ic} \quad (3.18)$$

Donde, la única incógnita de esta ecuación corresponde a la coordenada modal compleja, y_{ic} , la cual viene dada por:

$$y_{ic} = \frac{f_{ic}}{(\omega_i^2 - \Omega^2) + j \cdot (2 \cdot \omega_i \cdot \Omega \cdot \xi_i)} \quad (3.19)$$

Es directo notar que este método de superposición de modos se considera como uno computacionalmente eficiente debido a que resuelve un sistema de ecuaciones desacopladas, por ende sólo calcula una variable dependiente por ecuación.

Además, el MSUP, expresa los desplazamientos complejos del sistema, a partir de una combinación lineal de los modos de vibración, lo cual viene dado por:

$$\{x_c\} = \sum_{i=1}^n \{\phi_i\} \cdot y_{ic} \quad (3.20)$$

Donde:

- $\{x_c\}$: desplazamiento complejo definido en (3.11)
- y_{ic} : coordenada modal compleja i -ésima
- $\{\phi_i\}$: modo de vibración i -ésimo
- n : cantidad de modos

Cabe destacar que, a medida de que se aumente la cantidad de modos, n , considerados para resolver vía MSUP, mayor será la precisión de la aproximación para los desplazamientos complejos obtenidos, $\{x_c\}$.

3.11.2. Método full

El método full, o completo, que desarrolla Ansys para determinar la solución a la ecuación de movimiento presentada en (3.14), consiste en resolver directamente esta ecuación matricial en coordenadas nodales. De esta manera, asociando los términos presentes en la ecuación (3.14) con los términos del análisis estático de la relación (3.1), la ecuación del análisis armónico se puede reescribir como:

$$\begin{aligned} \overbrace{(-\Omega^2 \cdot [M] + j \cdot \Omega \cdot [C] + [K])}^{[K_c]} \cdot \overbrace{(\{x_1\} + j \{x_2\})}^{[x_c]} &= \overbrace{(\{F_1\} + j \cdot \{F_2\})}^{\{F_c\}} \\ \Leftrightarrow [K_c] \cdot \{x_c\} &= \{F_c\} \end{aligned} \quad (3.21)$$

Es decir, la resolución de la ecuación (3.14) vía método full es análogo a resolver un análisis lineal estático, con la salvedad de que, para este análisis armónico, se están utilizando números complejos y por lo mismo existe el subíndice “c” para el resultado final de la ecuación anterior.

Debido a la resolución del método full, esta técnica se vuelve computacionalmente más costosa ya que para cada frecuencia se debe factorizar la matriz acoplada de rigidez compleja, $[K_c]$, lo cual no es directo de obtener a diferencia de lo que se resuelve en el MSUP.

Sin embargo, dado que el método full resuelve los sistemas de ecuaciones de manera simultánea, y no depende de un análisis modal previo a partir del cual se determinan los modos y frecuencias naturales del sistema, la solución obtenida para el desplazamiento complejo, $\{x_c\}$, es exacta y no aproximada como el resultado de aplicar el MSUP.

3.12. Experimentos previos

En el departamento de física, DFI, de la Universidad de Chile, se fabricó un metamaterial mecánico blando, hecho a partir de silicona y esferas de agua, ubicadas en su interior, el cual cuenta con propiedades de transmisión sintonizables, mediante caracterización acústica, según la investigación realizada por parte del DFI [3].

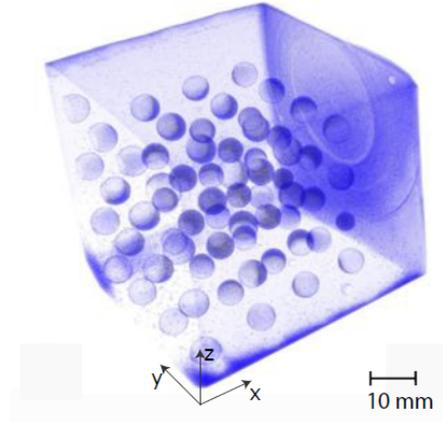
Para la fabricación de este metamaterial, se modificó una impresora 3D que permitiese depositar fluidos de distintas densidades, como lo son la silicona y el agua, de tal manera de construir un arreglo periódico hecho a partir de dos materiales que presentan propiedades mecánicas diferentes entre sí.

La fabricación de este metamaterial viene dada por un proceso iterativo correspondiente al depósito de una capa de silicona, dentro de un molde, y antes de que esta alcanzara un curado del 100 % se depositan las gotas de agua para aprovechar las fuerzas de Van der Waals existentes. Una vez que la última capa de silicona depositada se curara al 100 %, se procedía a añadir la siguiente capa de elastómero, repitiendo de esta manera el proceso de fabricación mencionado.

En la siguiente figura, 3.11, se presenta el metamaterial construido por el DFI, junto a una tomografía computarizada de la muestra:



(a) Muestra real



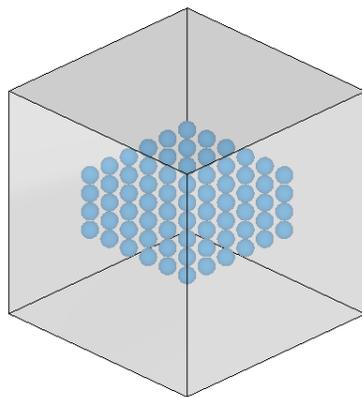
(b) Tomografía computarizada

Figura 3.11: Metamaterial mecánico blando fabricado por el DFI.

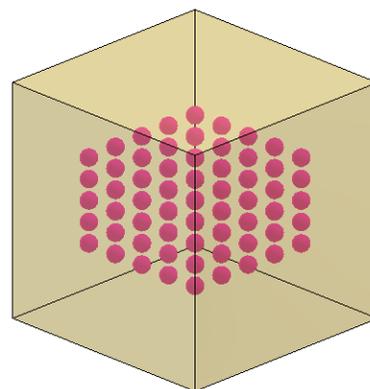
Para la fabricación de este metamaterial, el DFI utilizó la silicona “Elite Double 22 Fast” de Zhermack, cuyas propiedades mecánicas no son indicadas por el proveedor en su página oficial.

La construcción de este material artificial, permite crear zonas de band gaps, o bandas prohibidas, al aplicar una vibración mecánica o acústica a lo largo del metamaterial. Además, en el DFI se comprobó experimentalmente que, si este cuerpo se somete a compresión, es posible obtener una estructura de banda del material sintonizable, es decir, el rango y posición de las frecuencias asociadas a las bandas prohibidas varían según la deformación del material.

El DFI fabricó dos muestras experimentales de este metamaterial cuyas diferencias son la cantidad de gotas que poseen, y la disposición espacial entre ellas, ya que ambos cuerpos poseen una geometría externa cúbica de lado igual a 55 [mm] y todas las gotas de agua, en el interior del metamaterial, tienen una geometría esférica cuyo radio es igual a 2 [mm]. En la siguiente figura, 3.12, se muestra un modelo CAD, de estas dos muestras construidas, seguida de una tabla resumen con las principales características de cada muestra:



(a) Muestra 1



(b) Muestra 2

Figura 3.12: Vista isométrica, del diseño CAD, de las muestras del metamaterial mecánico blando fabricado por el DFI.

Tabla 3.1: Distancia entre gotas y cantidad total de estas por cada muestra.

MUESTRA	DISTANCIA ENTRE GOTAS [mm]		NÚMERO DE GOTAS		
	XY	Z	XY	Z	TOTALES
1	6	4,5	6	4	144
2	8	5	5	5	125

A continuación se explica el experimento que se realiza en el DFI, para comprobar la existencia y la variación de los band gaps a lo largo del metamaterial, según el grado de compresión:

- En primer lugar, la muestra experimental se comprime mediante un tornillo mecánico.
- Luego, a través de un excitador de vibración o “*shaker*” en inglés, se aplican vibraciones mecánicas sobre el metamaterial por una de sus caras, con el fin de medir la respuesta del material en la cara opuesta mediante un micro acelerómetro.
- Posteriormente, estas señales, tanto de entrada como de salida, se analizan a través de un osciloscopio.
- Y finalmente, estos resultados se trabajan de manera numérica con el fin de evaluar las bandas de transmisión del metamaterial, a través del cálculo de la función de transferencia, FT, que consiste en obtener una función correspondiente al cociente entre la señal de salida y entrada.

A continuación, se muestra un esquema simplificado del procedimiento experimental realizado por el DFI sobre el metamaterial mecánico blando:

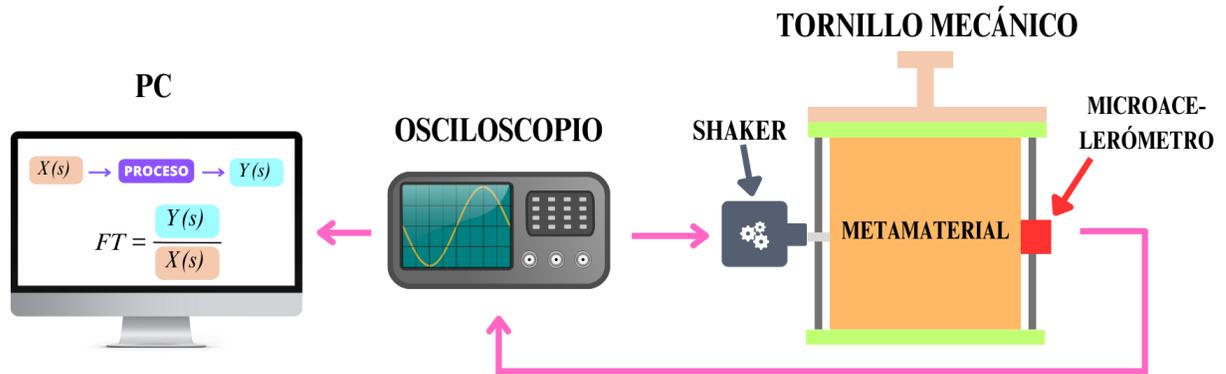


Figura 3.13: Esquema simplificado del experimento realizado por el DFI.

Uno de los principales resultados obtenidos experimentalmente, por el DFI, consiste en la obtención de una estructura de bandas sintonizables cuando el metamaterial se somete a compresión, es decir, estas bandas prohibidas se pueden ajustar según el grado de deformación que se aplique sobre el material.

En la siguiente figura, 3.14, se muestran los resultados para el cálculo de la función de transferencia de la muestra 2 a partir de un mapa de colores:

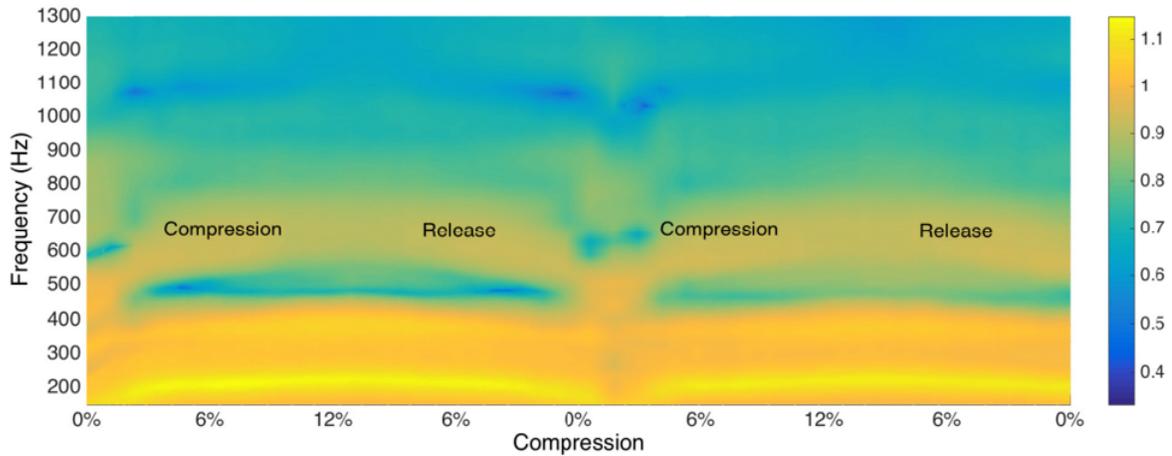


Figura 3.14: Mapa de colores de la función de transferencia para la muestra 2 sometida a compresión y relajación.

En este mapa, se puede ver explícitamente la aparición de band gaps y cómo se intensifica para algunos niveles de compresión. Además se destaca que, tanto la compresión como la relajación de la muestra, tienen comportamientos simétricos.

Tal cual se presenta en el mapa de colores de la figura 3.14, existen dos momentos en que la muestra se comprime y se relaja, de tal manera que, para la compresión nula, se cuenta con tres mediciones; para las otras compresiones se cuentan con al menos cuatro mediciones (compresión, relajación, compresión y nuevamente relajación), a excepción de los niveles máximos de compresión pues sólo se cuentan con dos valores asociados.

Por otra parte los resultados de la figura 3.14, también se pueden presentar a partir de las curvas de función de transferencia, según el nivel de compresión. Dado que, los elementos utilizados para realizar las mediciones experimentales tienen errores sistemáticos asociados, las compresiones aplicadas, sobre la muestra 2 del metamaterial, son aproximadas y se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 3.2: Niveles de compresión, NC, aplicados experimentalmente sobre la muestra 2.

NC [%]	NC [%]
0,0	6,82
1,14	7,96
2,27	9,09
3,41	10,23
4,55	11,36
5,68	12,50

A continuación se presentan las bandas de transmisión obtenidas, experimentalmente, para el primer set de compresión entre 0 % y 12,5 %, presentados en el mapa de colores:

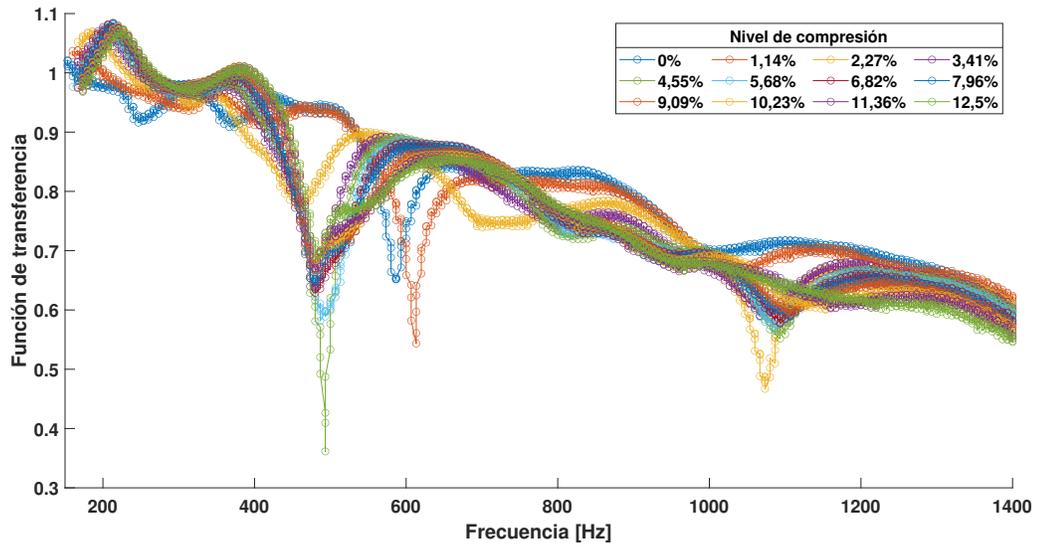


Figura 3.15: Bandas de transmisión obtenidas experimentalmente de la muestra 2 del metamaterial construido.

A partir de la figura anterior, 3.15, se destacan dos zonas de bandas prohibidas; la primera está comprendida entre los 400 y 700 [Hz], mientras que, la segunda zona de band gaps está comprendida entre los 830 y 1170 [Hz], aproximadamente, cuyas zonas se identifican como “BG1” y “BG2”, respectivamente, y se muestran en la siguiente figura:

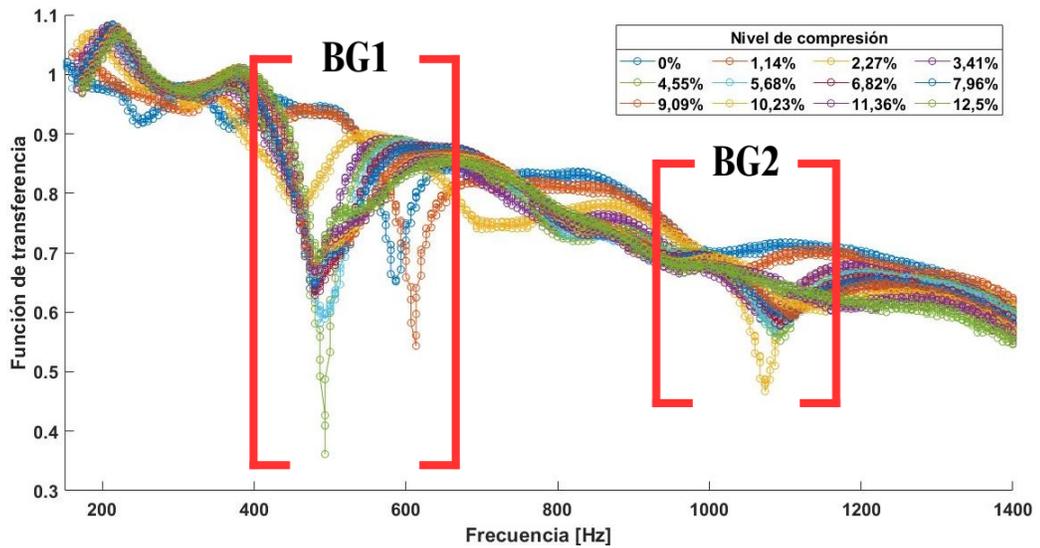


Figura 3.16: Zonas de band gaps (experimental).

En la siguiente figura, 3.17, se muestran los tres resultados experimentales, dos compresiones y una relajación, de las bandas de transmisión asociadas a un único nivel de compresión nula:

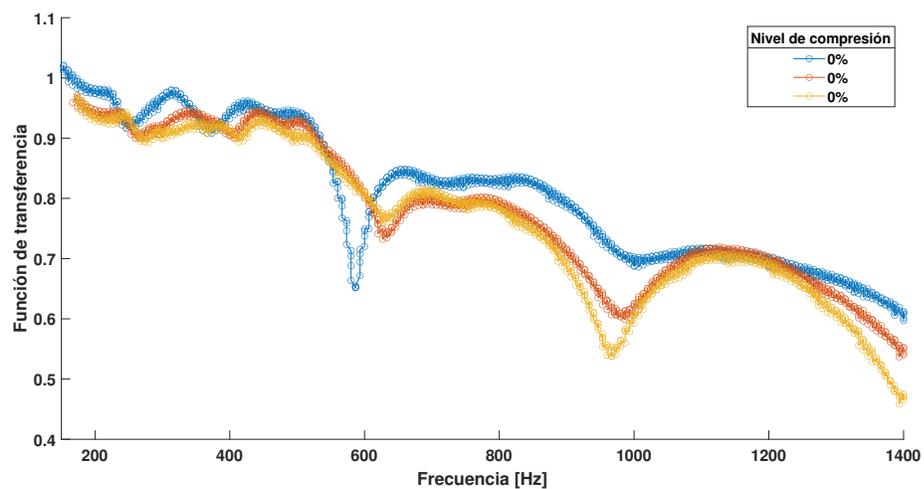


Figura 3.17: Bandas de transmisión asociadas a un 0% de compresión del caso experimental.

Capítulo 4

Metodología

En esta sección se presenta la metodología, a seguir para cumplir el objetivo general de este trabajo. A modo de continuidad, en este capítulo se presentan subcapítulos correspondiente a cada uno de los objetivos específicos a desarrollar en este trabajo, presentados en el capítulo 2, seguido de una breve descripción de los pasos a seguir para lograr cada uno de ellos.

4.1. Evaluar y determinar propiedades mecánicas de los componentes del metamaterial

Según los antecedentes presentados en la sección 3.12, en este trabajo los materiales constituyentes del metamaterial mecánico blando a simular, se modelarán como materiales lineales elásticos isotrópicos. Luego, las propiedades mecánicas se pueden determinar a partir de las siguientes relaciones:

$$E = 2 \cdot G \cdot (1 + \nu) = 3 \cdot B \cdot (1 - 2 \cdot \nu) \quad [33] \quad (4.1)$$

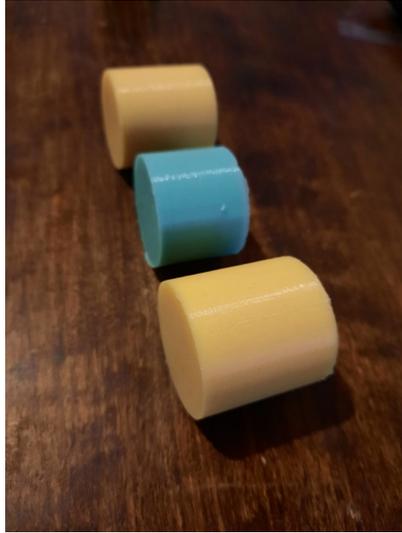
Donde:

- E : módulo de Young
- G : módulo de corte
- ν : coeficiente de Poisson
- B : módulo de compresibilidad

4.1.1. Definición de las propiedades mecánicas de la silicona

Para caracterizar la silicona, mencionada en 3.12, según sus propiedades mecánicas, en este trabajo se realizarán mediciones experimentales de compresión sobre el elastómero, aplicado en tres muestras distintas de este material, con el fin de obtener propiedades mecánicas promediadas según la cantidad de ensayos.

En la siguiente figura, 4.1, se muestra una imagen de estas tres muestras experimentales de silicona, que se fabricaron para realizar el ensayo de compresión, junto a una imagen de la prueba experimental sobre una de ellas:



(a) Muestras de silicona



(b) Ensayo de compresión

Figura 4.1: Caracterización de la silicona.

El objetivo de este ensayo es determinar a través de él, el módulo de Young, E_s , y el coeficiente de Poisson, ν_s , de la silicona, de tal manera de poder definir sus otras propiedades mecánicas, módulo de corte y de compresibilidad, en función de E_s y ν_s según la relación 4.1.

Para determinar el módulo de Young se considera la variación entre el esfuerzo real aplicado y la deformación resultante, en el rango de pequeñas deformaciones. Por otra parte, para determinar el coeficiente de Poisson del elastómero, se considera tanto la deformación lineal como radial.

Los resultados obtenidos que se utilizarán para definir ambas propiedades mecánicas de la silicona, a partir de este ensayo compresión, será respecto a las muestras de silicona en color naranja presentes en la figura 4.1.a, es decir se considerarán dos ensayos independientes, uno por cada muestra, de tal manera que, las dos propiedades mecánicas finales, E_s y ν_s , se definirán a partir del promedio de los resultados obtenidos en cada ensayo de compresión.

4.1.2. Definición de las propiedades mecánicas del agua

Debido a que el agua corresponde a un fluido, resulta complejo obtener sus propiedades mecánicas directamente a partir de un ensayo de compresión o similar. Es por ello que, para la definición de las propiedades mecánicas de este líquido, se decide modelar este cuerpo como un sólido y trabajar con un valor de compresibilidad teórico, B_a , el cual se obtendrá desde la revisión bibliográfica.

Para la definición del módulo de compresibilidad del agua se tendrá presente que este fluido se caracteriza por ser casi incompresible por ende, un valor infinitamente grande para B_a resultaría adecuado. Sin embargo, para caracterizar el material, en el software de simulación Ansys, es necesario definir un valor finito para el módulo de compresibilidad y que sea lo suficientemente grande para modelar el comportamiento del agua, lo más cercano a la realidad.

A partir de la bibliografía revisada [34], se considerará que el módulo de compresibilidad del agua es:

$$B_a = 2070 \text{ [MPa]} \quad (4.2)$$

Por otra parte, la segunda propiedad mecánica del agua que se considerará, para determinar las otras en función de estas, corresponde al módulo de corte, G_a , cuyo valor será igual a una fracción del módulo de corte de la silicona, G_s y viene dada por la siguiente relación:

$$G_a = \kappa \cdot G_s \quad (4.3)$$

Donde:

- G_a : módulo de corte del agua
- G_s : módulo de corte de la silicona
- κ : factor proporcional entre 0 y 1

Esta relación proporcional, (4.3), permite obtener un módulo de corte del agua teniendo como referencia un valor conocido correspondiente al módulo de corte del elastómero cuyos resultados se obtendrán desde el ensayo de compresión realizado sobre la silicona.

A diferencia del módulo de compresibilidad, para determinar el módulo de corte del agua, se trabajará con un valor lo suficientemente pequeño pues aquello indicaría que se necesita poca fuerza para deformar este fluido, lo cual concuerda con el comportamiento del agua.

En base a esto, es necesario que el factor proporcional κ , de la relación (4.3), sea lo más cercano a cero pero no nulo, ya que de ser igual a cero, y de acuerdo con la expresión (4.1), las propiedades mecánicas del agua no quedarían bien definidas.

Para definir este factor κ y por ende, determinar el módulo de corte del agua, respecto de la silicona, se admitirá una diferencia de error promedio, entre la variación del esfuerzo normal promedio y la deformación normal promedio del caso simplificado, de hasta 0,1%. Cabe destacar que, tanto el esfuerzo como la deformación se medirán en la cara donde se aplica la compresión.

4.2. Validar configuración numérica para evaluar comportamiento del metamaterial

El metamaterial que se modelará, vía simulación numérica, corresponde a la geometría de la muestra 2 (desde ahora en adelante sólo se referirá a ella como la “*muestra*”) indicada con más detalle en la sección 3.12, cuyos parámetros respecto a la distancia y cantidad de gotas totales al interior del cubo, se presentaron en la tabla 3.1 y además dicha geometría se presentó en la figura 3.12.b.

Además, dada la simetría del problema, sólo se considerará la mitad de este, con el fin de disminuir el costo computacional y porque en el cuerpo resultante se puede aplicar apropiadamente la fuerza de compresión y medir, tanto a la entrada como a la salida del sistema, la respuesta en frecuencia del metamaterial.

En la figura, 4.2, se presenta al lado izquierdo la geometría simétrica utilizada para modelar el metamaterial correspondiente a la muestra 2; mientras que, al lado derecho se presenta la geometría del caso simplificado el cual se describe con más detalle en la siguiente sección:

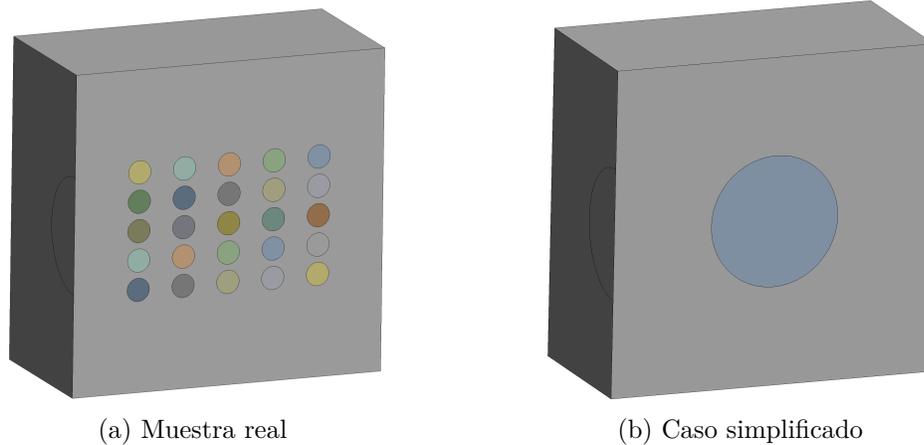


Figura 4.2: Geometrías simétricas utilizadas en este trabajo.

4.2.1. Caso simplificado de la muestra

Para evaluar el comportamiento del metamaterial, es necesario validar previamente la configuración numérica, lo cual se hará a partir de un caso simplificado de la muestra real.

De esta manera, se trabajará con un cubo de lado igual a 10 [mm], con una esfera de agua, ubicada en el centro, de diámetro igual a 4 [mm]. A continuación, en la figura 4.3, se presenta una vista isométrica del caso simplificado junto a una vista en corte, correspondiente a la mitad simétrica indicada en la figura 4.3.b, con los parámetros descritos para esta geometría:

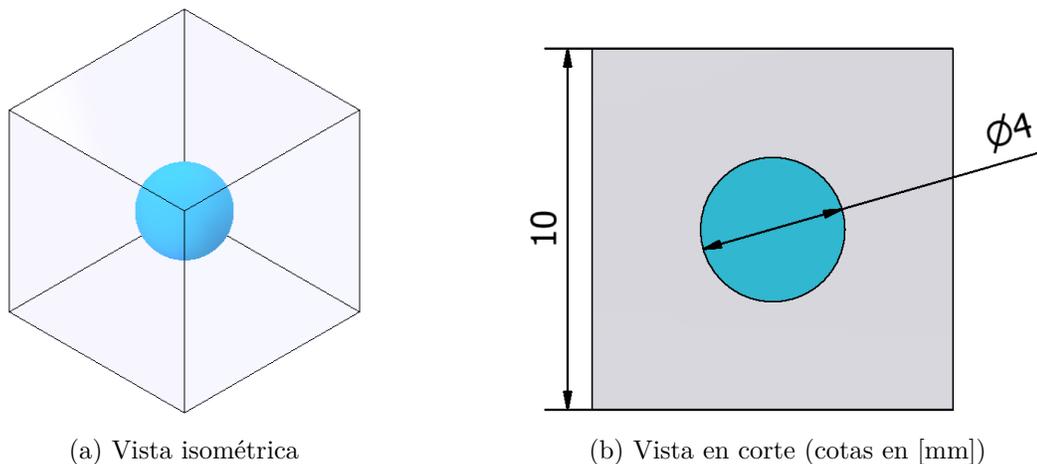


Figura 4.3: Modelo del caso simplificado del metamaterial.

4.2.2. Mallado

El mallado, o discretización del sistema, es una parte fundamental para la obtención de resultados correctos que finalmente representen de manera correcta el sistema como tal. Es por ello que, en este trabajo, se realiza un análisis de sensibilidad de malla con el objetivo de tener resultados independientes del mallado.

Además, a partir de este análisis de independencia de malla es posible obtener el tamaño adecuado de los elementos, reconociendo aquellas zonas que necesitan mayor refinamiento de malla, versus otras donde sí se puede utilizar un tamaño de elemento más grande y de esta manera disminuir el costo computacional de las simulaciones a realizar.

4.2.2.1. Condiciones de mallado

El metamaterial a estudiar, al igual que el caso simplificado, está hecho a partir de dos materiales distintos. De esta manera, en el caso simplificado se modelarán dos cuerpos diferentes que interactúan entre sí y dicha interacción entre cuerpos, se modelará con la opción “*Share Topology*” que ofrece Ansys, mediante su software CAD de modelado SpaceClaim.

Share topology, o topología compartida en español, es la única manera de obtener una malla continua entre cuerpos distintos que se encuentran interactuando entre sí, o bien para casos donde un cuerpo esté completamente dentro de otro, como es el del trabajo actual ya que todas las esferas de agua están al interior de la silicona. Mediante esta opción, de acuerdo a lo que se informa por SpaceClaim [35], es la única manera de estar con completa certeza de que la intersección de los cuerpos esté perfectamente mallada.

En la siguiente figura, 4.4, se destaca la continuidad del mallado entre ambos cuerpos del caso simplificado, donde en color gris se muestra la silicona y en color azul la esfera de agua ubicada en el centro del elastómero:

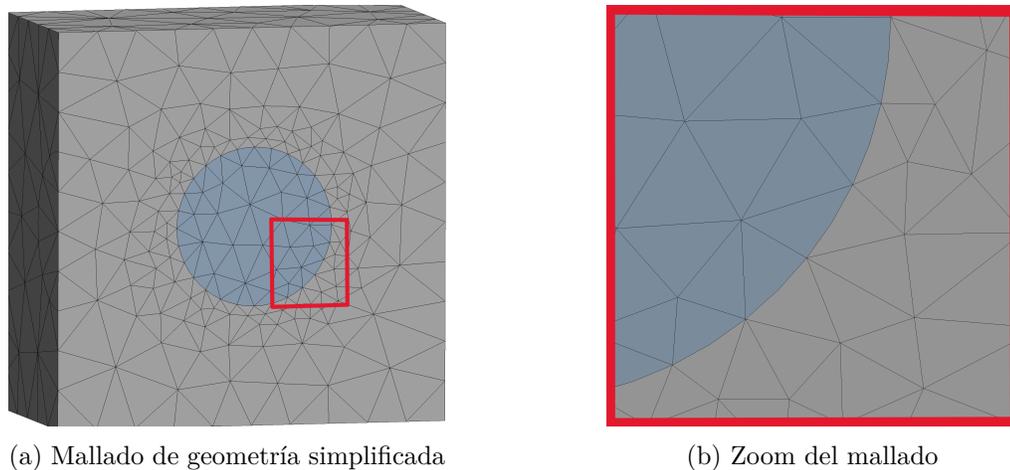


Figura 4.4: Continuidad de malla entre los dos cuerpos, de distinto material, del caso simplificado.

4.2.2.2. Análisis de sensibilidad de malla

En primer lugar, tanto para el caso simplificado como el de la muestra completa, se decide realizar un mayor refinamiento de malla en la interfase donde ambos cuerpos, de distinto material, están interactuando.

En la siguiente figura 4.5, se muestra el mallado de la mitad del cuerpo del caso simplificado, donde es posible notar que, los elementos que se ubican en la interfase tienen un menor tamaño versus los elementos de la silicona, ubicados al exterior del cuerpo, o bien con respecto al interior de la esfera de agua:

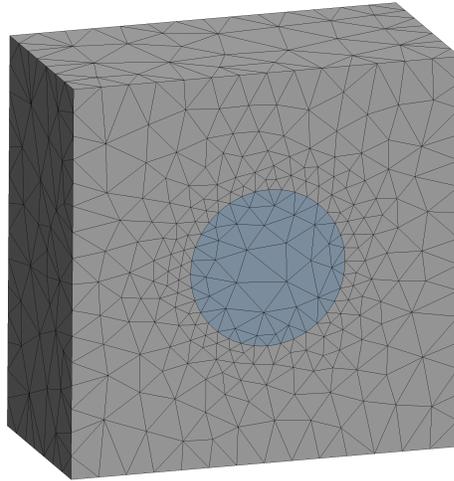


Figura 4.5: Mallado sobre el cuerpo del caso simplificado

Por una parte, en el análisis de sensibilidad de malla, se definió que la interfase corresponde a la zona de mayor interés debido a la interacción entre cuerpos distintos, y que por ende, se necesitaría un refinamiento de malla para dicha región. Para esto, se realiza una variación respecto al tamaño del elemento en la interfase desde 1 [mm] hasta 0,2 [mm], con un paso de 10%. En la siguiente figura, 4.6 se muestran los casos extremos de los refinamientos mencionados, a través de una vista frontal del caso simplificado:

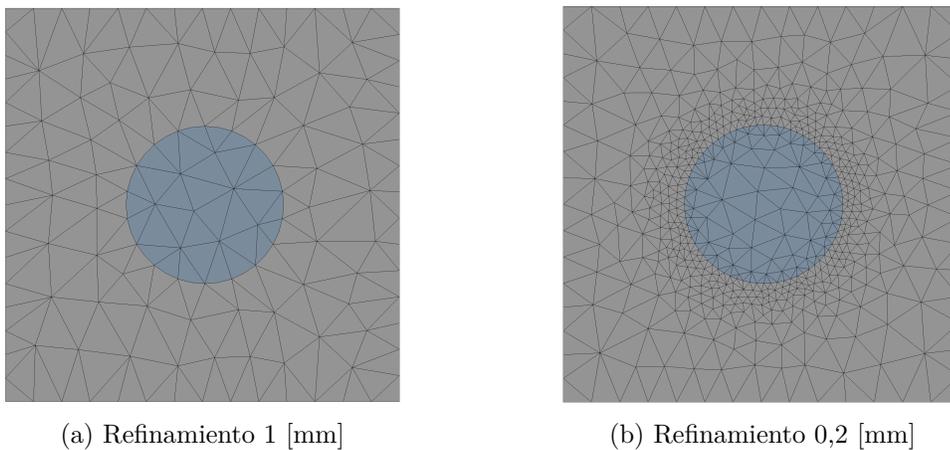


Figura 4.6: Casos límites para el refinamiento aplicado sobre la interfase del caso simplificado.

Por otra parte, los elementos ubicados al interior de la esfera se dejaron con un tamaño constante e igual a 1 [mm], mientras que, los elementos de la silicona se dejaron con el tamaño por defecto que sugiere Ansys, debido a que no es una zona que requiera un mayor análisis, por ende, no es necesario realizar un refinamiento de malla en dichos espacios.

Dado que, este trabajo corresponde a un problema de análisis dinámico, para determinar el tamaño de los elementos adecuados, se considerará el error entre los resultados de las frecuencias naturales, asociadas a los primeros diez modos de vibración del sistema, numéricas y teóricas (considerando esta última como el caso límite de mayor refinamiento), teniendo en cuenta como variable independiente el tamaño de los elementos ubicados en la interfase.

El criterio para escoger el tamaño del elemento apropiado en la interfase del caso simplificado, el cual se replicará en la muestra real del metamaterial para cada una de las esferas, será admitiendo un error menor al 1 %.

Una vez definido el tamaño de los elementos ubicados en la interfase, se procede a replicar los resultados obtenidos desde el caso simplificado, a cada una de las esferas de agua presentes en el metamaterial modelado.

4.2.3. Metamaterial

A continuación se muestra el mallado de la mitad de la muestra del metamaterial que se modeló en Ansys, considerando la simetría del sistema y los resultados obtenidos desde el caso simplificado:

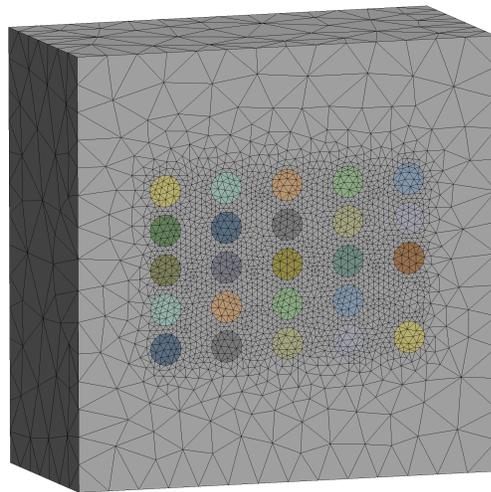


Figura 4.7: Mallado sobre la muestra del metamaterial.

Teniendo en cuenta el procedimiento del experimento realizado por el DFI, el cual se mostró de manera simplificada a través del esquema de la figura 3.13, en la siguiente figura, 4.8, se indican las zonas donde se mide la respuesta de entrada y salida del sistema, junto a la aplicación de la fuerza:

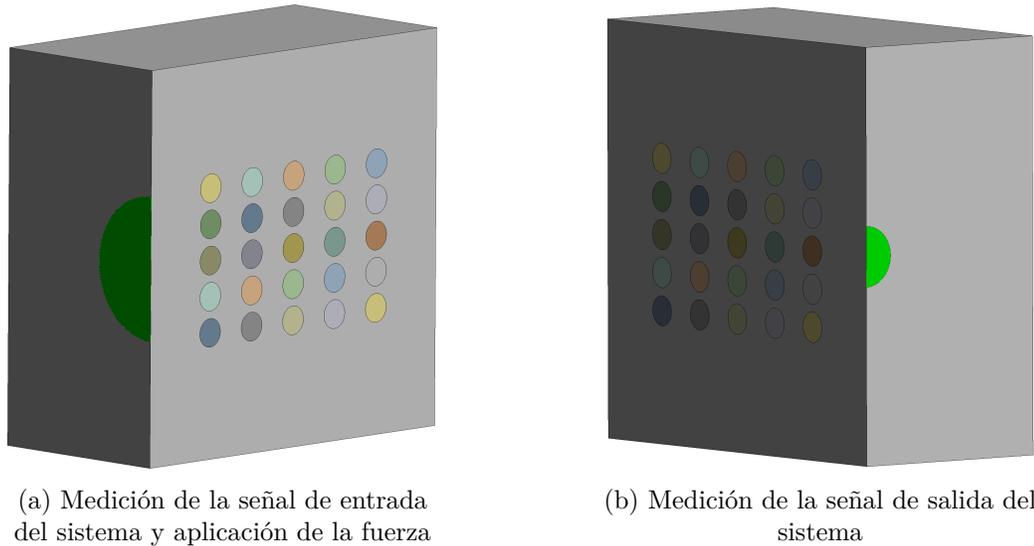


Figura 4.8: Zonas de medición de la respuesta del metamaterial y aplicación de la fuerza periódica.

Como es posible destacar desde esta última figura, la sección de medición de entrada corresponde a un semi círculo de diámetro igual a 20 [mm], definido así para simular el tamaño del shaker; mientras que, en la cara donde se mide la señal de salida, se considera un semi círculo de diámetro igual a 8 [mm] para simular el tamaño del sensor.

4.3. Evaluar rango de deformaciones del metamaterial vía simulación numérica, dentro del rango elástico.

4.3.1. Análisis estructural estático

Dada la compresión inicial que se aplica sobre la muestra, según lo mencionado en la sección 3.12, es necesario realizar en primer lugar un análisis estructural estático del metamaterial. A continuación se indican las consideraciones y condiciones de borde utilizadas en este estudio:

- Dada la simetría del problema, se trabajará sólo con una mitad del metamaterial.
- Los resultados obtenidos desde la evaluación y definición de las propiedades mecánicas de los componentes constituyentes del metamaterial se aplicarán sobre la muestra.
- Los resultados de la validación de la configuración numérica, que se realizó a partir del caso simplificado, se extrapolarán y aplicarán sobre la muestra en estudio.
- Para el análisis estático se considerarán compresiones discretas, con un paso de un 1 %, desde el 0 % hasta el 12 %, debido a que estos valores, aproximadamente, fueron los utilizados durante el experimento que realizó el DFI.
- En cuanto a las condiciones de borde, se fijará la base del sistema y la compresión se aplicará en la cara opuesta respectiva, tal cual como se hace en la práctica.

4.3.2. Análisis armónico

La geometría deformada resultante del análisis estático estructural, se exporta hacia el análisis armónico, donde se medirá la respuesta en frecuencia del metamaterial, con el fin de obtener la función de transferencia y evaluar numéricamente las bandas de transmisión.

Con respecto al análisis armónico, se considerarán los siguientes puntos y condiciones de borde:

- Dado que, ya se exporta el cuerpo deformado, basta con fijar ambas caras que antes se utilizaron como base fija y desde donde se impuso la compresión.
- Para medir la respuesta en frecuencia, se aplicará una fuerza cíclica igual a 1 [N] en la dirección perpendicular según la compresión.
- Se medirá la respuesta del metamaterial a partir de las caras laterales de la muestra como se presentó en la figura 4.8.
- Como es posible destacar desde esta última figura, la sección de medición de entrada corresponde a un semi círculo de diámetro igual a 20 [mm], para simular el tamaño del elemento mecánico vibratorio; mientras que la cara donde se mide la señal de salida, se considera un semi círculo de diámetro igual a 8 [mm] para simular el tamaño del sensor.
- Para resolver este análisis armónico se utiliza el método full, debido a que la solución obtenida es exacta para un rango de frecuencia determinado, según lo descrito en la sección 3.11.2.
- El espacio de frecuencia será lineal.
- El análisis numérico se realizará en el rango desde 0 a 2000 [Hz], sin embargo, la comparación entre los resultados experimentales sólo se hará hasta los 1400 [Hz], debido a que ese corresponde al rango útil del experimento realizado por el DFI.
- En cuanto al amortiguamiento del metamaterial, sólo se considerarán los efectos de la silicona.

Con respecto al amortiguamiento de la silicona, en la siguiente tabla se presentan los valores definidos para la razón de amortiguamiento y los coeficientes proporcionales de masa y rigidez:

Tabla 4.1: Coeficientes de amortiguamiento de la silicona.

PARÁMETRO	VALOR
ξ	0,1
α	1,255
β	2,121 E-5

Los valores de α y β se calcularon a partir de la relación definida en (3.17), cuyo rango de frecuencia considerado es entre 1 y 1500 [Hz], debido a que los resultados experimentales sólo se analizaron desde 0 a 1400 [Hz].

4.4. Validar y comparar resultados con los experimentales ya existentes

Dado que el experimento ya se realizó por parte del DFI, los resultados experimentales sólo se utilizarán para comparar con los resultados obtenidos vía simulación numérica para cada nivel de compresión.

Para ambos casos, experimental y numérico, es necesario calcular previamente la función de transferencia, FT, ya que a partir de estos resultados, se pueden evaluar las bandas de transmisión según el nivel de compresión y determinar las zonas de band gaps.

4.4.1. Análisis comparativo

Para comparar los resultados experimentales y numéricos, se realiza un análisis detallado respecto a la caracterización de los band gaps resultantes en cada caso. En particular, en este trabajo se evaluará el comportamiento de las bandas prohibidas, según su anchos de banda y frecuencia media respectivas. Además, se analizarán los mínimos locales y profundidad de cada band gap o valle resultante, para el caso experimental de alta compresión.

En las siguientes secciones se describe brevemente el procedimiento utilizado para el cálculo de cada uno de los criterios a comparar entre el caso experimental y numérico.

4.4.1.1. Ancho de banda

El procedimiento general que se utiliza en este trabajo, para definir el ancho de banda consiste en fijar un valor de función de transferencia y medir las intersecciones del band gap, con respecto a la recta constante de FT. En la siguiente figura, 4.9, se muestra gráficamente la manera en que se determina el ancho de banda en este trabajo:

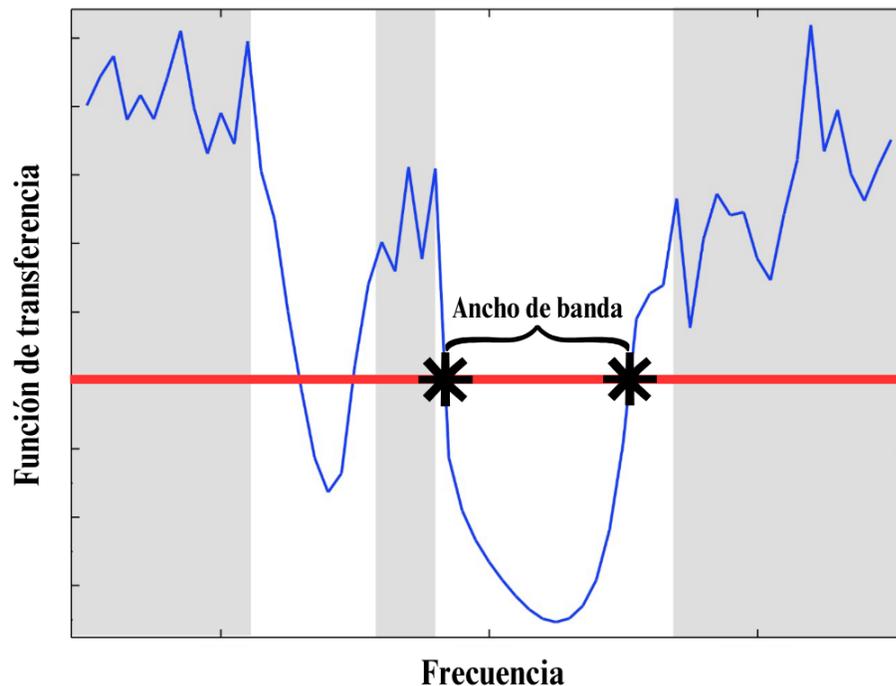


Figura 4.9: Medición del ancho de banda.

4.4.1.2. Frecuencia media

En este trabajo, la frecuencia media se calculará a partir del promedio de las frecuencias, mínima y máxima, que interceptan con el valor constante definido para la función de transferencia utilizado para medir el ancho de banda cuyo procedimiento se explicó en la sección anterior. En la siguiente figura, 4.10, la frecuencia mínima, media y máxima, son respectivamente F1, FM y F2.

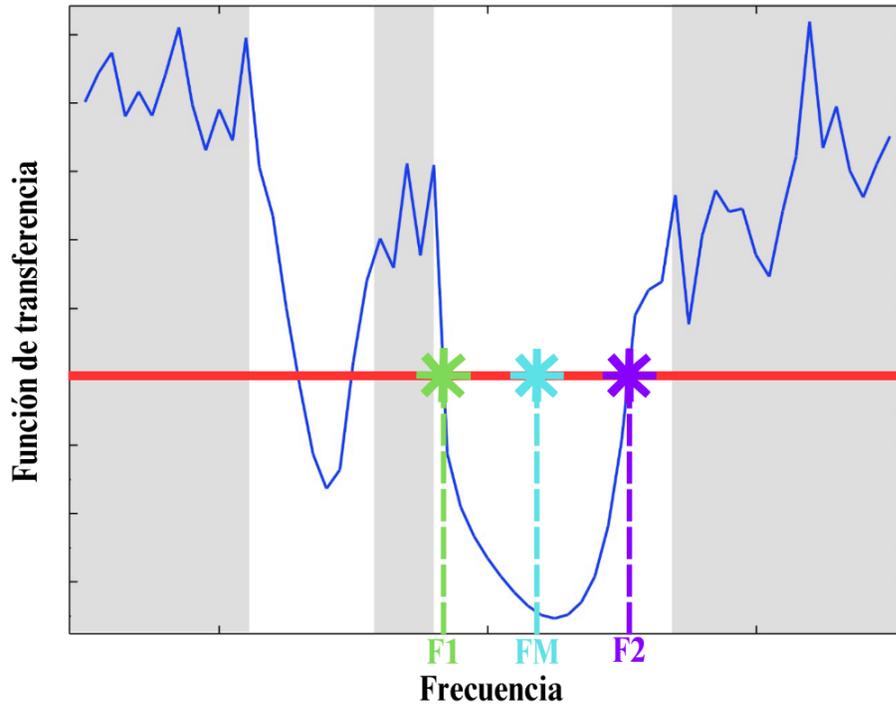


Figura 4.10: Medición de la frecuencia media, FM, del band gap.

4.4.1.3. Mínimo local

Para determinar el mínimo local asociado al band gap, según sea el caso experimental o numérico, se considerará el menor valor de transferencia asociado.

Para aquellos casos experimentales de alta compresión donde no exista una zona de band gap definida, dada por la intersección de dos puntos distintos de la banda de transmisión con respecto a la recta constante para la función de transferencia, se decide considerar el mínimo local del valle más cercano según la frecuencia media de los niveles de compresión vecinos.

4.4.1.4. Profundidad de band gap o valle

La profundidad de los band gaps se determinará como la diferencia entre el valor del máximo local, más cercano y de mayor frecuencia al mínimo local que se definió en la sección anterior. Para el caso experimental, donde la muestra se somete a los niveles de alta compresión, se considerará el valle que tenga su mínimo, respecto al valor en frecuencia, más cercano a las frecuencias medias vecinas.

En la siguiente figura, 4.11, se ilustra la medición de la profundidad del band gap o valle resultante, que se aplicará en cada uno de los casos analizados (experimental y numérico):

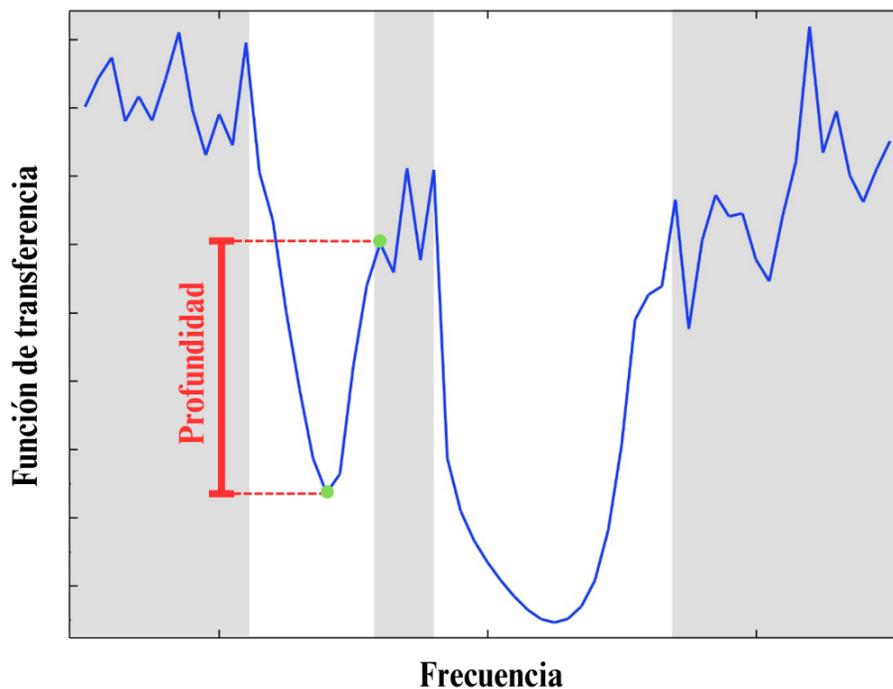


Figura 4.11: Medición de profundidad de band gap o valle resultante.

4.4.2. Análisis de sensibilidad

Para complementar el presente trabajo, se realiza un análisis de sensibilidad con respecto a los resultados numéricos obtenidos. Para ello, se trabajó con un nivel de compresión nula y se variaron los parámetros que presentaban mayor incertidumbre, correspondientes al módulo de Young de la silicona, E_s , y los coeficientes proporcionales de amortiguamiento de masa y rigidez, α y β respectivamente.

A continuación, se indican los parámetros que se estudiaron junto a la variación respectiva:

- **Módulo de Young de la silicona:**

Si bien el módulo de Young de la silicona se define a partir del ensayo de compresión, explicado en la sección 4.1.1, en la bibliografía revisada, [36] y [37], se encontraron dos resultados para esta propiedad mecánica de mayor magnitud, cuyos valores se indican en la siguiente tabla:

Tabla 4.2: Módulos de Young de la silicona obtenidos desde la bibliografía.

E	[kPa]
E_1	542
E_2	790

Para el desarrollo de cada análisis, se considerará fijo el valor del coeficiente de poisson, obtenido de manera experimental, y sólo se variará el módulo de Young y en consecuencia también variarán los valores del módulo de corte y compresibilidad según la relación (4.1).

- **Coefficientes proporcionales de amortiguamiento de masa y rigidez:**

Dado que los coeficientes de masa y rigidez se calcularon para un rango de frecuencias entre 1 y 1500 [Hz], debido al rango utilizado de manera experimental, se decidió variar estos valores entre un más/menos 10 % para visualizar el impacto de estos valores en los resultados obtenidos anteriormente.

Nuevamente, sólo se realizó la variación de cada uno de estos parámetros manteniendo todo lo demás constante, es decir aplicando el concepto de “*ceteris paribus*”.

Capítulo 5

Resultados y discusión

En primer lugar, en el siguiente capítulo se presentan los resultados obtenidos desde el ensayo de compresión para caracterizar el comportamiento de la silicona.

Seguidamente, se muestran los principales resultados experimentales obtenidos por el DFI, donde se mencionan los niveles de compresión que aplicaron sobre la muestra y tres curvas, asociadas a distintos niveles de compresión, 2,27 %, 7,96 % y 12,5 %, para definir a gran escala la diferencia, en cuanto a comportamiento, entre cada una.

Luego, se continua con los resultados obtenidos en este trabajo y en primer lugar se presentan aquellos asociados a la definición del tamaño de los elementos, seguido de los resultados para definir el módulo de corte del agua, G_a , en función del módulo de corte de la silicona, G_s , según la relación (4.3).

Seguidamente se realiza un análisis comparativo entre los resultados experimentales que obtuvo el DFI, y los resultados que se obtuvieron de manera numérica de la respuesta en frecuencia del metamaterial. En particular, en esta sección, se evalúa el comportamiento de los band gaps, según su anchos de banda, frecuencia media, mínimos locales y profundidad respectiva, para cada nivel de compresión.

Finalmente, se indican los análisis de sensibilidad realizados, junto a sus respectivos resultados, respecto al caso base de compresión nula donde se concluye que el comportamiento que se obtiene experimentalmente es debido a la no linealidad del sistema.

5.1. Propiedades mecánicas de la silicona

En la siguiente tabla, 5.1, se muestran los resultados obtenidos de cada ensayo de compresibilidad realizado para definir tanto el módulo de Young como el coeficiente de Poisson del elastómero:

Tabla 5.1: Resultados obtenidos desde ensayo de compresión.

ENSAYO	E [kPa]	COEF. DE POISSON
1	460	0,47
2	440	0,51

Luego, los valores para el módulo de Young, E_s , y coeficiente de Poisson, ν_s , finales de la silicona será el promedio de los valores obtenidos, respectivamente en ambos ensayos, indicados en la tabla 5.1. En la siguiente tabla, 5.2, se presentan las propiedades mecánicas definidas para la silicona, cuyo módulo de corte y de compresibilidad se obtienen a partir de la relación (4.1):

Tabla 5.2: Propiedades mecánicas de la silicona.

PROP. MECÁNICA	VALOR
E_s [kPa]	450
ν_s	0,49
G_s [kPa]	151
B_s [kPa]	7500

5.2. Resultados experimentales (DFI)

De acuerdo con lo mostrado en la figura 3.15, en la sección de antecedentes, resulta casi imposible visualizar el comportamiento de cada una de las bandas de transmisión. Es por ello que, a continuación, se analizará con más detalle las bandas asociadas a los niveles de compresión 2,27 %, 6,82 % y 12,5 %, presentados en la tabla 3.2:

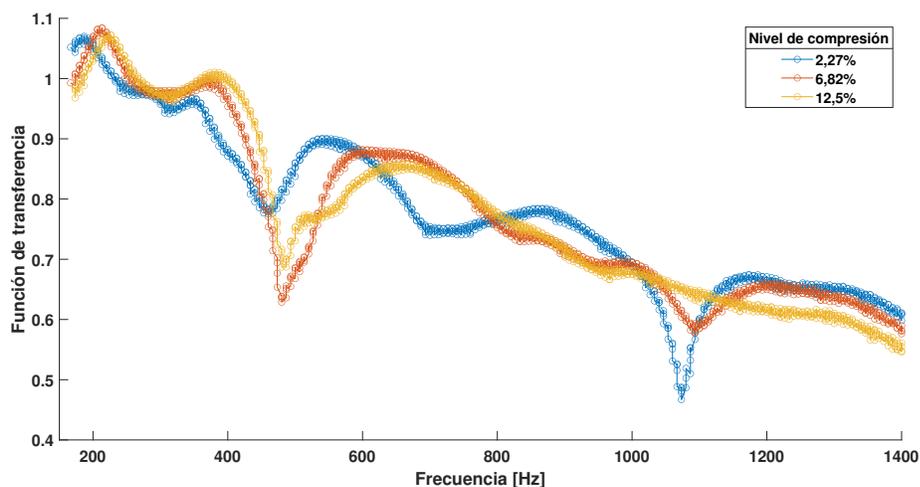


Figura 5.1: Bandas de transmisión obtenidas experimentalmente para 2,27 %, 6,82 % y 12,5 % de compresión.

A partir de la gráfica anterior, se destacan los siguientes puntos:

- Para los tres niveles de compresión igual a 2,27 %, 7,96 % y 12,5 %, realizados de manera experimental, se destaca una zona de band gap entre los 400 y 500 [Hz].
- Los niveles de compresión 2,27 %, 7,96 %, cuentan con una segunda zona de band gap entre los 1000 y 1200 [Hz].
- Experimentalmente, a medida que aumenta la compresión, las bandas de transmisión se desplazan a mayores frecuencias.

Para analizar más en detalle lo que ocurre en la segunda zona de band gap para el nivel de compresión igual a 12,5 %, que se realiza experimentalmente, a continuación se muestran los dos resultados que se obtuvieron en el experimento para dicha deformación:

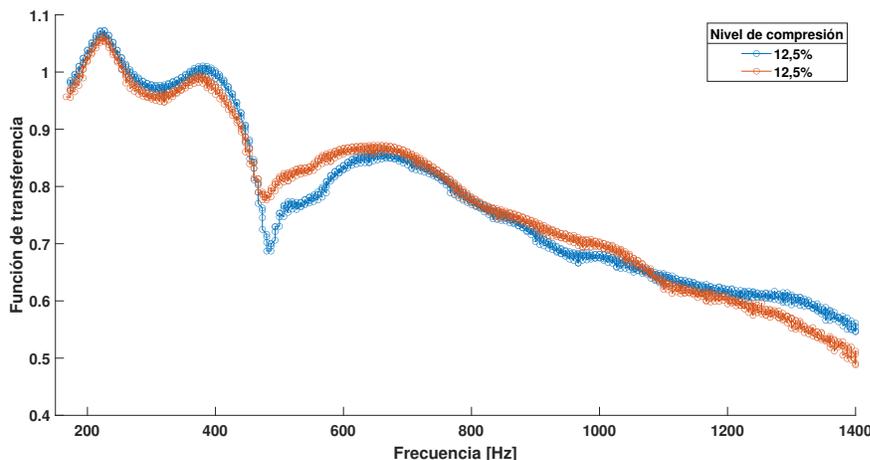


Figura 5.2: Bandas de transmisión obtenidas experimentalmente para el nivel de compresión igual a 12,5 %.

A partir de la gráfica anterior, se concluye que, al menos experimentalmente, no existe una segunda zona de band gap para el máximo nivel de compresión aplicado sobre la muestra según lo definido después de la gráfica 5.1. Además, se destaca que, en la primera zona de band gap, el mínimo local asociado a cada una de las curvas es distinto.

Por otra parte, como se puede apreciar en la figura 3.17, de la sección 3.12, y en la figura anterior 5.2, se puede concluir que, para un mismo nivel de compresión, no es posible obtener exactamente los mismos resultados debido a los errores sistemáticos que existen en los instrumentos de medición.

5.3. Resultados numéricos

5.3.1. Independencia de malla

Como se mencionó en la sección de metodología, 4.2.2.2, para el análisis de sensibilidad de malla respecto al caso simplificado, se consideró la variación de los tamaños de los elementos, ubicados en la interfase, entre 1,0 y 0,2 [mm], con un paso de 10 %, cuyos valores se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 5.3: Variación del tamaño de los elementos ubicados en la interfase.

CASO	TAMAÑO [mm]	CASO	TAMAÑO [mm]
n_1	1	n_6	0,5
n_2	0,9	n_7	0,4
n_3	0,8	n_8	0,3
n_4	0,7	n_9	0,2
n_5	0,6		

Para el análisis de malla se contempla la variación de las frecuencias naturales versus el tamaño de los elementos. A continuación, se presentan los resultados de las frecuencias naturales, asociadas a los primeros diez modos de vibración, según los tamaños de los elementos indicados en la tabla 5.3:

Tabla 5.4: Frecuencias naturales, [Hz], asociadas a los primeros diez modos, según el tamaño de los elementos ubicados en la interfase.

MODOS	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	n_7	n_8	n_9
1	195,3	195,3	195,2	195,2	195,1	195,2	194,9	195,0	195,1
2	643,6	643,4	643,3	643,4	643,2	643,1	642,8	642,9	642,9
3	739,1	738,7	738,7	738,6	738,3	737,9	737,7	737,7	737,6
4	839,1	838,9	839,0	838,9	838,6	838,5	838,4	838,3	838,3
5	862,2	861,9	860,9	862,4	862,1	861,7	861,5	861,5	861,4
6	879,9	873,5	866,4	847,7	839,9	820,6	815,3	809,0	804,4
7	880,6	880,5	880,3	880,1	879,9	879,8	879,3	879,3	879,4
8	986,1	985,8	985,3	984,9	983,9	982,3	979,6	972,9	961,1
9	1067,0	1066,8	1066,8	1066,8	1066,6	1066,5	1066,4	1066,4	1066,4
10	1122,4	1122,5	1122,4	1121,4	1122,2	1122,4	1121,9	1121,2	1120,6

En la siguiente tabla 5.5, se presenta el error de las frecuencias naturales, asociadas a los primeros diez modos de vibración del sistema, calculado según lo descrito en la sección de metodología, 4.2.2.2, y en la última fila se indica el error promedio de las frecuencias naturales según el tamaño de los elementos:

Tabla 5.5: Error de las frecuencias naturales respecto al caso teórico, para los primeros diez modos de vibración, según el tamaño de los elementos.

MODOS	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	n_7	n_8	n_9
1	0,14 %	0,10 %	0,05 %	0,08 %	0,04 %	0,05 %	0,07 %	0,02 %	0,00 %
2	0,11 %	0,07 %	0,06 %	0,07 %	0,05 %	0,03 %	0,01 %	0,00 %	0,00 %
3	0,20 %	0,15 %	0,15 %	0,12 %	0,09 %	0,04 %	0,01 %	0,01 %	0,00 %
4	0,10 %	0,08 %	0,09 %	0,07 %	0,03 %	0,02 %	0,01 %	0,00 %	0,00 %
5	0,08 %	0,05 %	0,07 %	0,11 %	0,08 %	0,04 %	0,01 %	0,00 %	0,00 %
6	9,38 %	8,58 %	7,70 %	5,38 %	4,40 %	2,01 %	1,35 %	0,56 %	0,00 %
7	0,14 %	0,13 %	0,11 %	0,08 %	0,06 %	0,04 %	0,01 %	0,01 %	0,00 %
8	2,60 %	2,57 %	2,52 %	2,47 %	2,37 %	2,20 %	1,93 %	1,23 %	0,00 %
9	0,06 %	0,04 %	0,04 %	0,04 %	0,02 %	0,01 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %
10	0,16 %	0,17 %	0,16 %	0,07 %	0,14 %	0,16 %	0,12 %	0,05 %	0,00 %
ERROR PROMEDIO	1,30 %	1,19 %	1,09 %	0,85 %	0,73 %	0,46 %	0,35 %	0,19 %	0,00 %

Luego, considerando un error menor al 1 %, se define que, el tamaño de los elementos adecuados es el n_4 , es decir, los elementos ubicados en la interfase tendrán un tamaño igual a 0,7 [mm].

5.3.2. Definición de módulo de corte del agua

Para determinar el valor del módulo de corte del agua, G_a , respecto al módulo de corte de la silicona, G_s , es necesario definir cierto factor proporcional, κ , según lo indicado en la relación 4.3, correspondiente a la variable independiente de este análisis.

A continuación, se presentan los valores de κ que se consideran para la definición de G_a :

Tabla 5.6: Variación del módulo de corte del agua respecto al módulo de corte de la silicona.

κ	G [Pa]	CASO	κ	G [Pa]	CASO
100 %	151006,7	G_1	2 %	3020,1	G_6
10 %	15100,7	G_2	1 %	1510,1	G_7
5 %	7550,3	G_3	0,43 %	647,2	G_8
3,33 %	5033,6	G_4	0,14 %	215,7	G_9
2,5 %	3775,2	G_5			

En la siguiente tabla, 5.7, se presentan los resultados del esfuerzo normal promedio y la deformación normal promedio respecto a la cara superior, donde se aplica la compresión, según la variación del módulo de corte del agua indicada en la tabla 5.6:

Tabla 5.7: Esfuerzo y deformación normal promedio sobre la cara superior de la muestra.

CASO G	ESFUERZO NORMAL PROMEDIO [MPa]	DEFORMACIÓN NORMAL PROMEDIO [mm/mm]
G_1	-4,9537E-02	-0,1111
G_2	-4,7585E-02	-0,1055
G_3	-4,7417E-02	-0,1050
G_4	-4,7359E-02	-0,1049
G_5	-4,7329E-02	-0,1048
G_6	-4,7311E-02	-0,1047
G_7	-4,7275E-02	-0,1046
G_8	-4,7254E-02	-0,1046
G_9	-4,7244E-02	-0,1045

Para definir el módulo de corte del agua, se considerará el error asociado entre los resultados numéricos, según cada caso del módulo de corte G_I definidos en la tabla 5.6, respecto al valor teórico, admitiendo una diferencia de error entre el caso del esfuerzo y deformación normal promedio, de hasta 0,1 % aproximadamente, según lo definido en la sección 4.1.2. En la siguiente tabla se presentan dichos resultados:

Tabla 5.8: Error entre el esfuerzo normal y deformación normal obtenidos numéricamente, respecto al caso teórico, y la diferencia respectiva entre ambos parámetros.

CASO G	ERROR ESF. NORMAL PROMEDIO [MPa]	ERROR DEF. NORMAL PROMEDIO [mm/mm]	DIFERENCIA DE ERRORES
G_1	4,85 %	6,24 %	1,38 %
G_2	0,72 %	0,93 %	0,21 %
G_3	0,37 %	0,47 %	0,10 %
G_4	0,24 %	0,31 %	0,06 %
G_5	0,18 %	0,23 %	0,05 %
G_6	0,14 %	0,18 %	0,04 %
G_7	0,07 %	0,08 %	0,01 %
G_8	0,02 %	0,03 %	0,01 %
G_9	0,00 %	0,00 %	0,00 %

Luego, considerando lo definido en la metodología en la sección 4.1.2, se determina que el módulo de corte del agua, G_a , será igual al módulo resultante del caso G_4 , es decir, se tiene que:

$$G_a = 5033,55 \text{ [Pa]} \quad (5.1)$$

Además, dicho valor concuerda con lo planteado en la sección 4.1.2, de la metodología, ya que este valor definido para el módulo de corte del agua corresponde a un 3,33 % del módulo de corte de la silicona, por ende resulta un valor lo suficientemente pequeño y útil para modelar el comportamiento, aproximado, del agua en este trabajo.

Luego, las propiedades mecánicas definidas para el agua son las que se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 5.9: Propiedades mecánicas del agua.

PROP. MECÁNICA	VALOR
E_a [kPa]	15,1
ν_a	0,5
G_a [kPa]	5,03
B_a [MPa]	2070

5.3.3. Bandas de transmisión

Para validar y comparar los resultados obtenidos de manera numérica, con los resultados experimentales, se debe calcular la función de transferencia para cada nivel de compresión.

A continuación, se presentan las bandas de transmisión, para cada nivel de compresión, considerando un rango de deformación entre un 0 % hasta un 12 %, con un paso de un 1 %, y un rango de frecuencias entre 0 [Hz] y 2000 [Hz]:

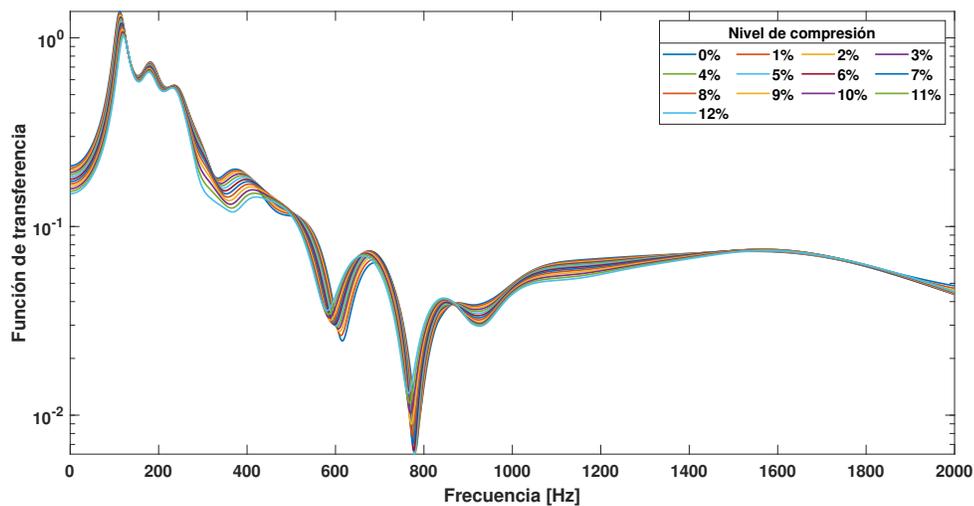


Figura 5.3: Bandas de transmisión obtenidas numéricamente.

Como se puede apreciar, a partir de la figura anterior, existen dos zonas de band gaps bien definidas; la primera está comprendida entre los 500 y 700 [Hz], mientras que, la segunda zona de bandas prohibidas está comprendida entre los 720 y 830 [Hz], aproximadamente. Cada zona se denominará “BG1” y “BG2”, respectivamente, y se presentan en la siguiente figura:

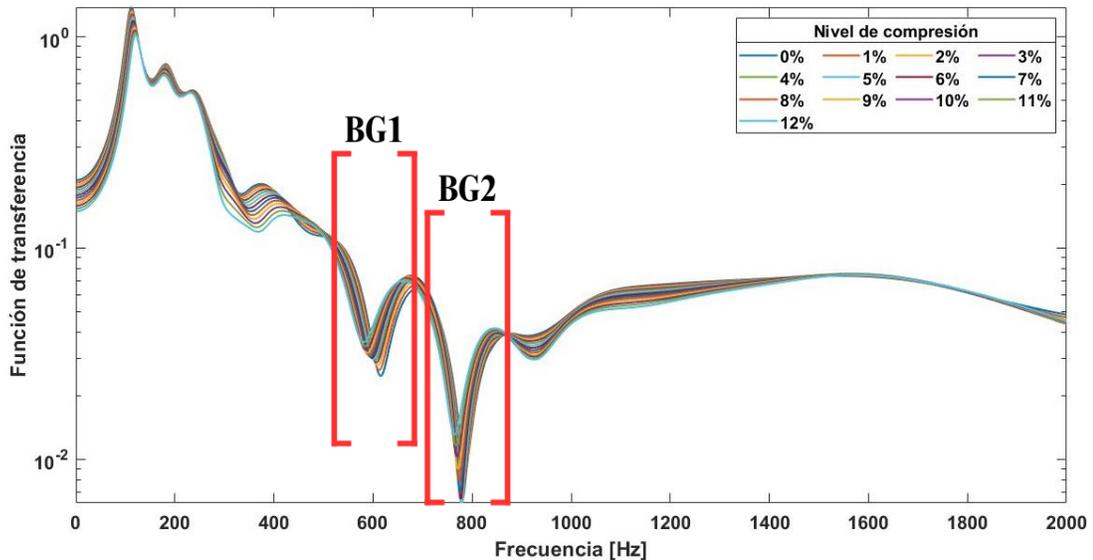


Figura 5.4: Zonas de band gaps del caso numérico.

5.4. Análisis comparativo

En esta sección se realiza un análisis comparativo y se discute, con mayor profundidad los band gaps o valles resultantes, para aquellos casos experimentales de alta compresión, presentes en cada una de las bandas de transmisión que se obtuvieron tanto de manera experimental como numérica.

Los parámetros que se analizarán, de cada band gap o valle, son: ancho de banda, frecuencia media, mínimo local y la profundidad respectiva, cuya metodología para calcular cada uno de estos factores se presentó en la sección 4.4.1.

5.4.1. Ancho de banda

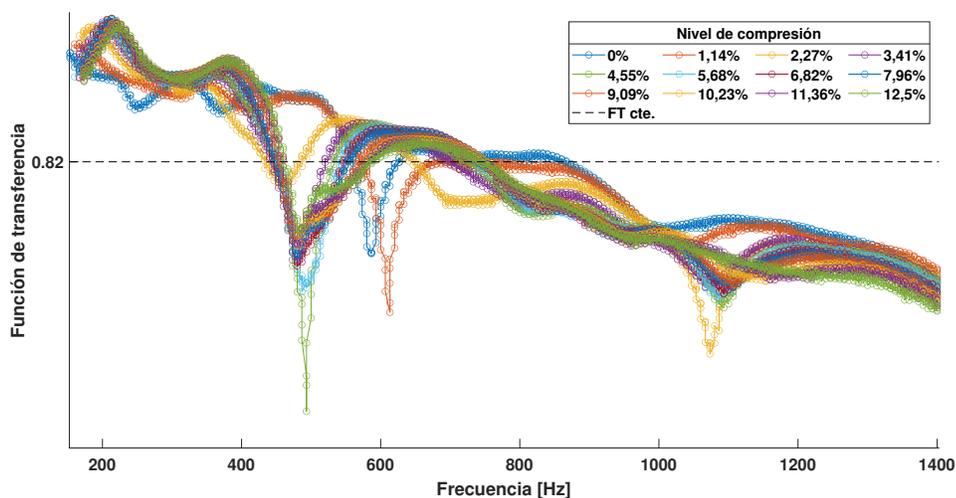
A partir de los resultados experimentales de las bandas de transmisión, las cuales se muestran en la figura 3.15, el orden de magnitud de los valores asociados a la función de transferencia, son del orden decimal. En cambio, los resultados que se obtienen de manera numérica, cuyas bandas se muestran en la figura 5.3, alcanzan valores de centésimas.

Teniendo en cuenta estos resultados, además de las zonas BG1 y BG2 definidas, para cada caso experimental y numérico, cuyas regiones se muestran en las figuras 3.16 y 5.4, en la siguiente tabla, 5.10, se definen los valores constantes para la función de transferencia que se utilizarán para medir el ancho de banda de los band gaps presentes en cada zona:

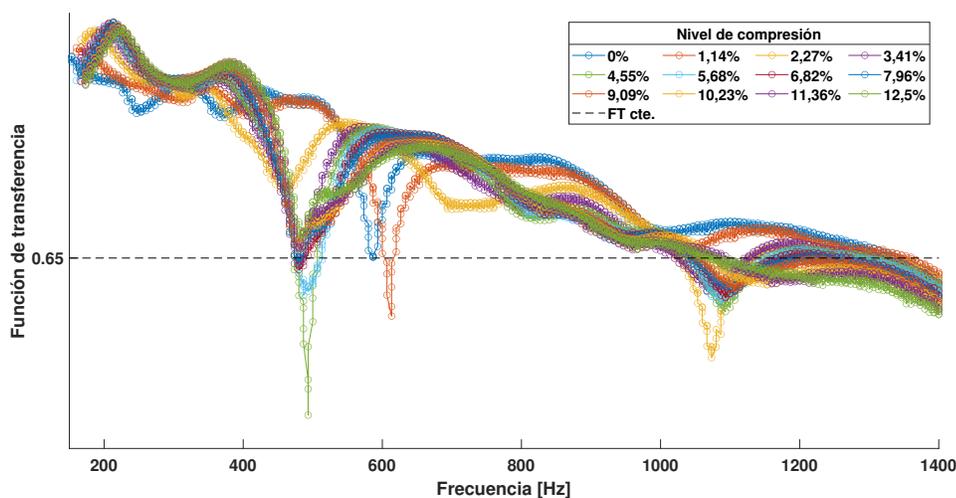
Tabla 5.10: Valores constantes de función de transferencia para definir el ancho de banda de los band gaps según el caso experimental y numérico

CASO EXPERIMENTAL		CASO NUMÉRICO	
BG1	BG2	BG1	BG2
0,82	0,65	0,05	0,02

A continuación se muestran dichos valores constantes para el caso experimental, según la gráfica de bandas de transmisión asociada:



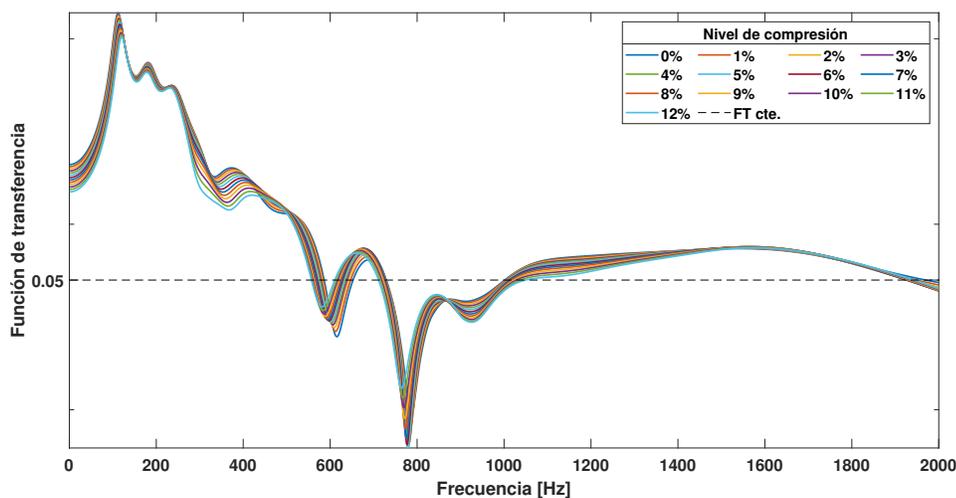
(a) Zona BG1



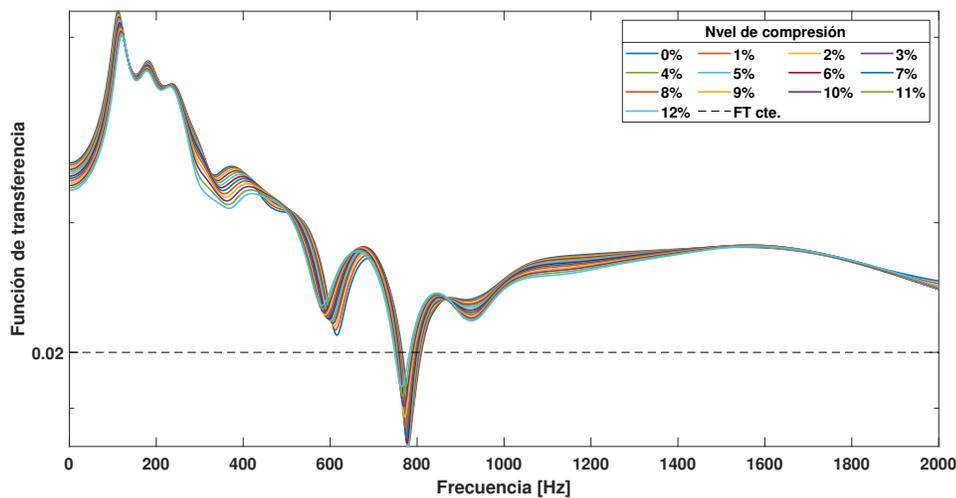
(b) Zona BG2

Figura 5.5: Valor constante de función de transferencia para medir el ancho de banda del caso experimental.

En la siguiente figura, se muestran los valores constantes utilizados para determinar el ancho de banda en el caso numérico:



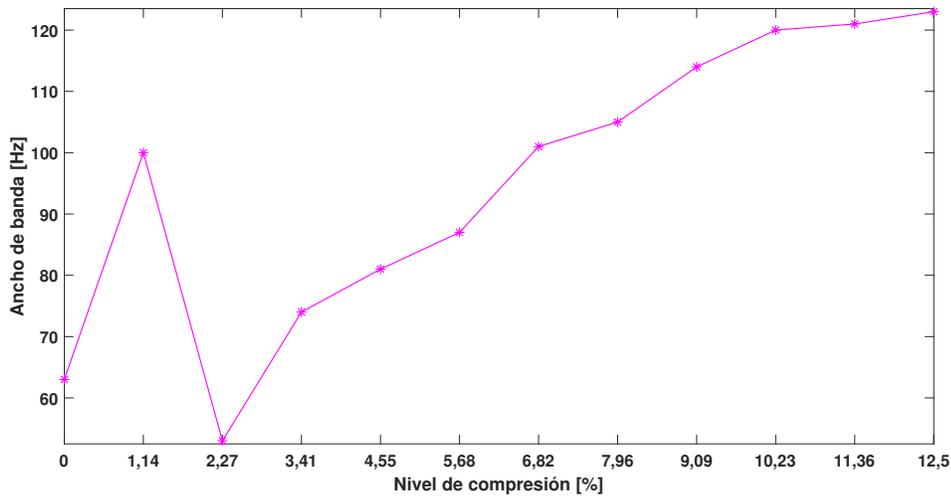
(a) Zona BG1



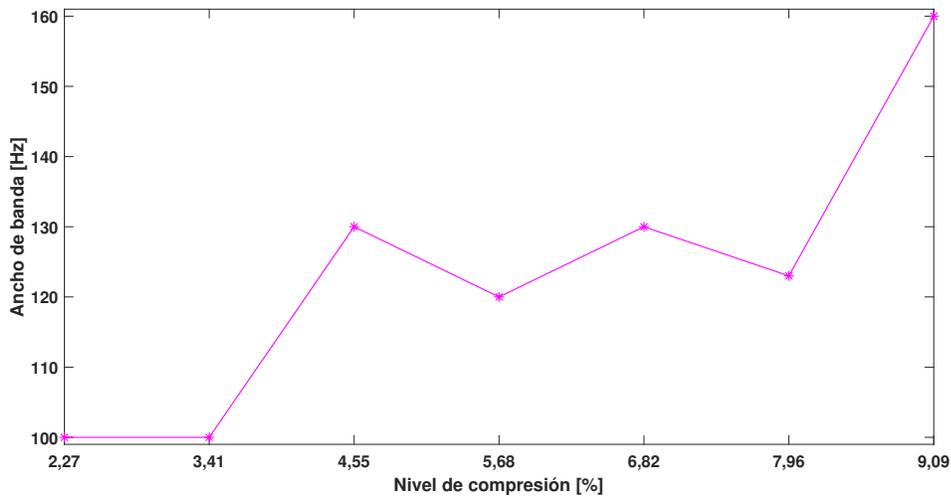
(b) Zona BG2

Figura 5.6: Valor constante de función de transferencia para medir el ancho de banda del caso numérico.

Luego, midiendo el ancho de banda según lo descrito en la sección 4.4.1.1 de metodología, y de acuerdo con lo mostrado en la figura 4.9, los resultados obtenidos con respecto al ancho de banda según el nivel de compresión, para cada zona, BG1 y BG2, del caso experimental se presentan en la siguiente figura, 5.7, cuya gráfica se construyó a partir de los datos indicados en las tablas A.1 y A.2, respectivamente, que se encuentran en anexo.



(a) Zona BG1



(b) Zona BG2

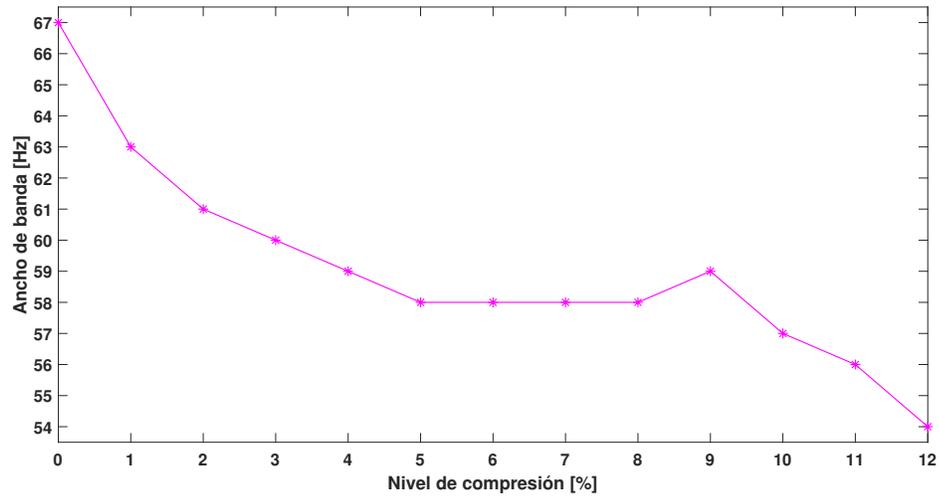
Figura 5.7: Variación del ancho de banda según el nivel de compresión para el caso experimental.

A partir de las gráficas anteriores, asociadas al caso experimental, se destaca que en la primera zona de band gap, el ancho de banda aumenta a medida que aumenta la compresión, y dicho comportamiento se define desde la compresión igual a 2,27 % hasta el máximo igual a 12,5 %.

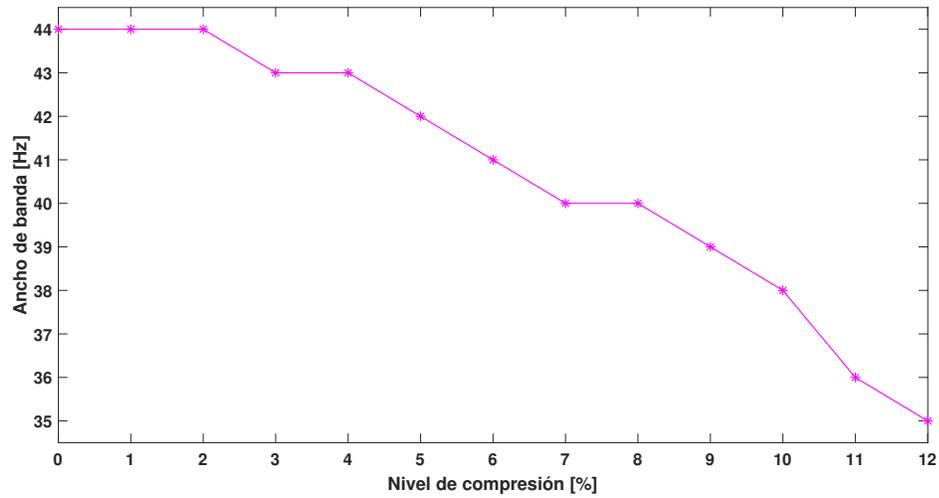
Por otra parte, con respecto a los resultados experimentales de la zona BG2, se destaca que el ancho de banda, según lo mostrado en la gráfica de la figura 5.7.b, es válido desde el nivel de compresión igual a 2,27 % hasta un 9,09 %, donde se destaca un comportamiento con tendencia creciente y en puntos específicos decrece.

Lo anterior se debe a que, para aquellos niveles de compresión que no fueron considerados, no existen dos intersecciones para medir el ancho de banda según lo definido al inicio de esta sección, en otras palabras, no es posible cuantificar el ancho de la banda prohibida de acuerdo con lo indicado en la sección 4.4.1.1 y lo presentado en la figura 4.9.

En la siguiente figura, 5.8, se muestran las gráficas de los resultados obtenidos con respecto al ancho de banda según el nivel de compresión para cada zona, BG1 y BG2, del caso numérico. Estas curvas se construyeron a partir de los datos indicados en las tablas A.3 y A.4, asociado a la zona BG1 y BG2 respectivamente, que se encuentran en anexo.



(a) Zona BG1



(b) Zona BG2

Figura 5.8: Variación del ancho de banda según el nivel de compresión para el caso numérico.

Con respecto al ancho de banda de los band gaps que se obtuvieron de manera numérica, en la zona BG1, se destaca que, a medida que aumenta la compresión, va disminuyendo el ancho de banda respectivo, a excepción de la compresión igual a 9% donde se observa un crecimiento del parámetro analizado.

Por otra parte, para el ancho de banda medido en aquellas bandas prohibidas de la zona BG2, cuyo comportamiento se muestra en la figura 5.8.b, se aprecia que, a mayores compresiones, el ancho de banda disminuye.

Finalmente, con respecto al análisis comparativo que se puede realizar entre los resultados experimentales y numéricos, se destaca que, el ancho de banda para el primer caso, en ambas zonas definidas como BG1 y BG2, crece según un aumento de la compresión; mientras que, para los resultados numéricos se obtiene un comportamiento decreciente del ancho de banda a medida que aumenta la compresión.

Si bien, entre los casos experimentales y numéricos no se cumple la misma tendencia de crecimiento en cuanto al comportamiento del ancho de bandas, sí se obtienen comportamientos similares para cada zona de band gap, BG1 y BG2, según sea el caso experimental o numérico.

5.4.2. Frecuencia media

El segundo parámetro relevante para el estudio de los band gaps corresponde a la frecuencia media, la cual en este trabajo se calcula a partir de la frecuencia promedio asociada al ancho de banda.

En la siguientes figuras, 5.9 y 5.10, se presentan los resultados obtenidos de frecuencia media según el nivel de compresión, para ambas zonas de band gaps definidas, BG1 y BG2, del caso experimental, cuyas gráficas se construyeron a partir de los datos indicados en las tablas A.5 y A.6 en la sección de anexo.

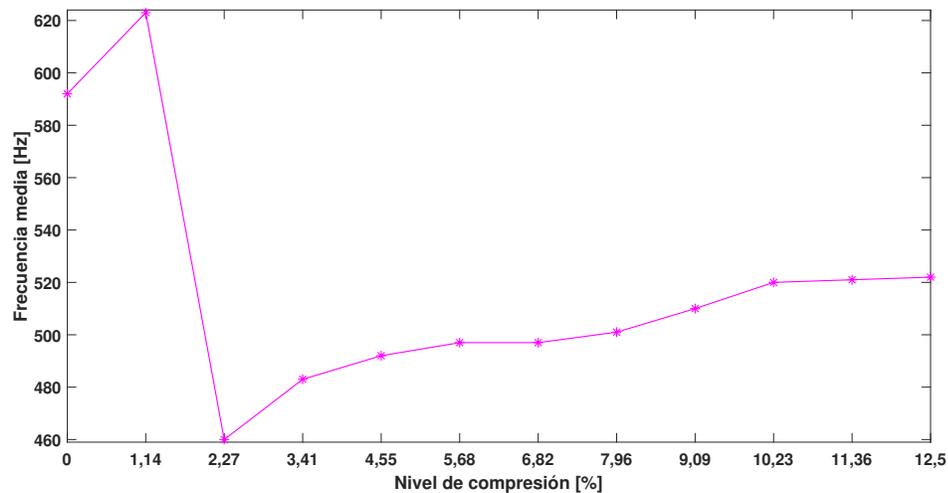


Figura 5.9: Variación de la frecuencia media según el nivel de compresión para el caso experimental en la zona BG1.

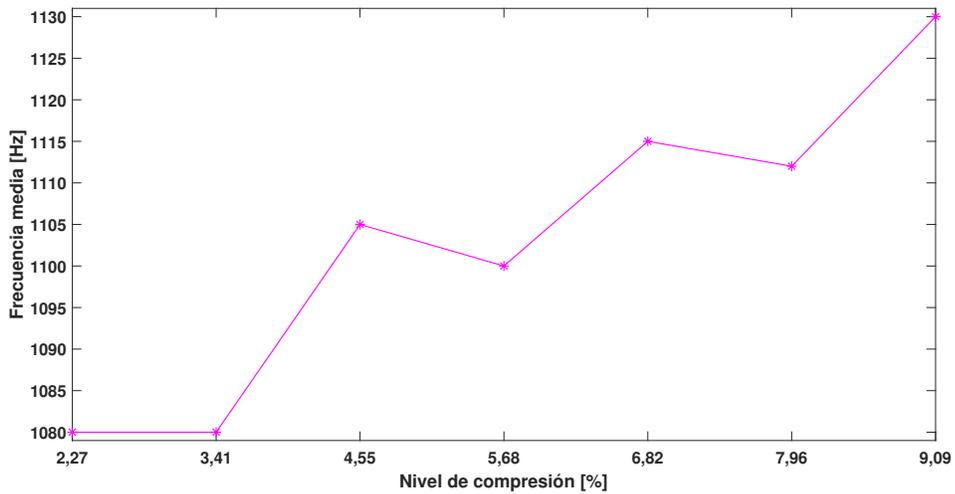


Figura 5.10: Variación de la frecuencia media según el nivel de compresión para el caso experimental en la zona BG2.

A partir de la figura 5.9, asociada a la primera zona de band gap del caso experimental, se destaca en general un crecimiento de la frecuencia media, conforme aumenta la compresión.

Los resultados obtenidos para la frecuencia media de la segunda zona de band gap, sólo son válidos para compresiones desde 2,27 % hasta 9,09 %, por la razón que se indicó en el análisis del ancho de banda del caso experimental en la zona BG2. Además, para este caso nuevamente se ve un crecimiento de la frecuencia media según un aumento del nivel de compresión.

En las siguientes figuras, 5.11 y 5.12, se muestran las curvas asociadas a los resultados indicados en las tablas A.7 y A.8 presentes en anexo, correspondientes a la variación de la frecuencia media según el nivel de compresión del caso numérico para la zona de band gaps BG1 y BG2.

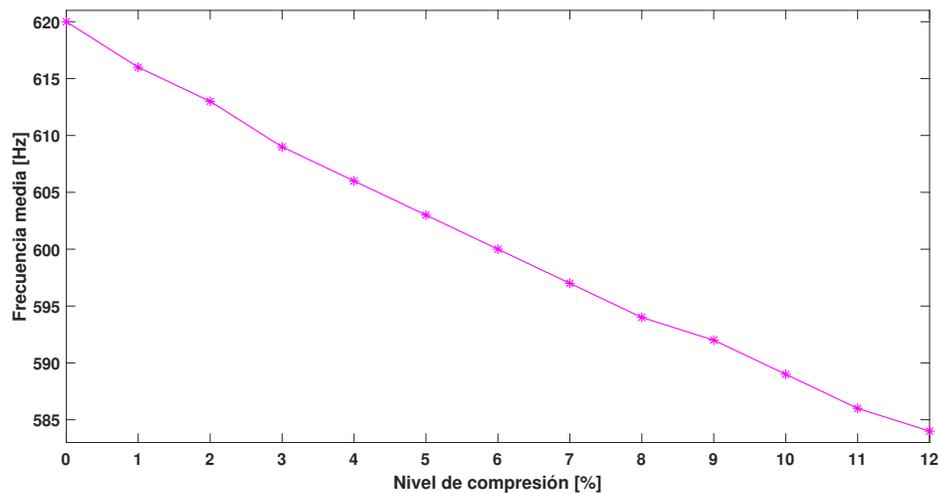


Figura 5.11: Variación de la frecuencia media según el nivel de compresión para el caso numérico en la zona BG1.

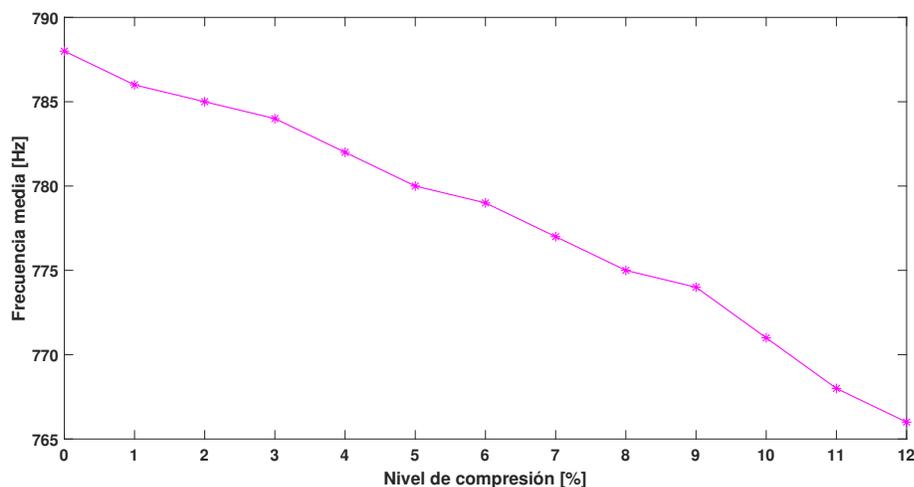


Figura 5.12: Variación de la frecuencia media según el nivel de compresión para el caso numérico en la zona BG2.

Para la zona BG1 del caso numérico, cuyos resultados se presentan en la figura 5.11, se destaca una disminución de la frecuencia media según el nivel de compresión de la muestra. Por otra parte, con respecto a la zona BG2 del caso numérico, nuevamente se tiene un decrecimiento de la frecuencia media a medida que aumenta la compresión.

Finalmente, en el caso experimental, la frecuencia media, en ambas zonas de band gaps, tiene una tendencia creciente a medida que el nivel de compresión aumenta; mientras que, para los resultados numéricos la frecuencia media decrece según un aumento del nivel de compresión.

5.4.3. Mínimo local

En las siguientes figuras, 5.13 y 5.14, se indica la frecuencia asociada al mínimo local versus el nivel de compresión, del caso experimental, según las zonas BG1 y BG2, cuyas curvas se construyeron a partir de los datos indicados en las tablas A.9 y A.10 en anexo.

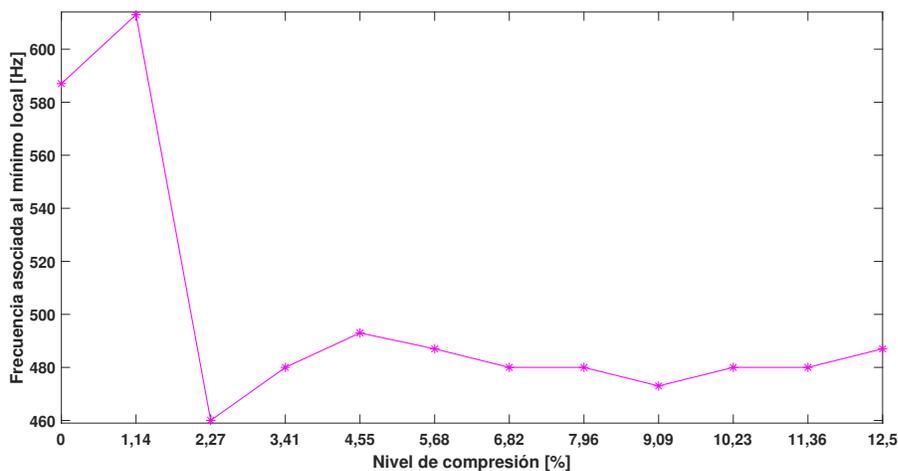


Figura 5.13: Variación de la frecuencia asociada al mínimo local según el nivel de compresión para el caso experimental en la zona BG1.

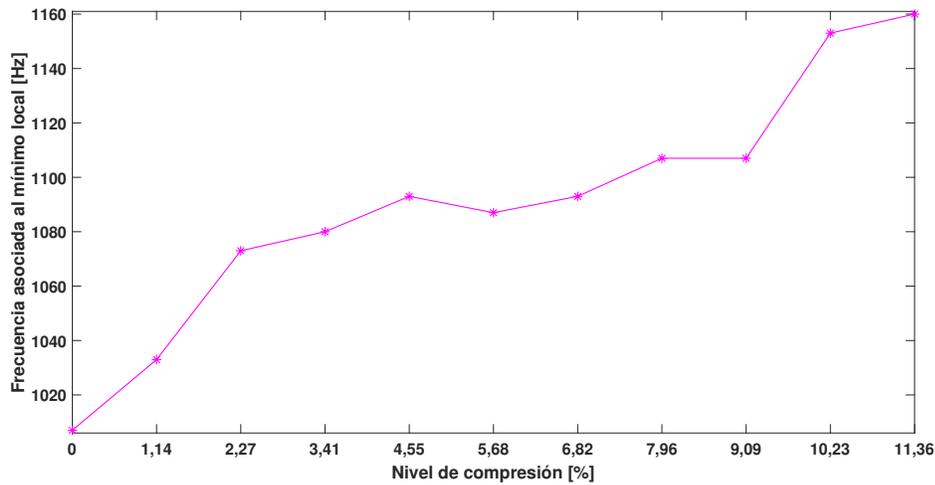


Figura 5.14: Variación de la frecuencia asociada al mínimo local según el nivel de compresión para el caso experimental en la zona BG2.

A partir de la figura 5.13, para la zona BG1, se destaca un comportamiento irregular entre crecimiento y disminución de los mínimos locales obtenidos, según el valor de la frecuencia. Sin embargo, entre los niveles de compresión entre un 4,55 % y 9,09 %, se aprecia un comportamiento general decreciente y desde este último nivel hasta el máximo que se obtuvo experimentalmente, es decir 12,5 %, se aprecia un comportamiento creciente.

Por otra parte, a partir de la figura 5.14, se destaca que, a medida que la compresión aumenta, la frecuencia asociada al mínimo local respectivo, aumenta, por ende, el band gap o valle se desplaza hacia mayores valores de frecuencia.

En las siguientes figuras, 5.15 y 5.16, se grafica la frecuencia asociada al mínimo local versus el nivel de compresión cuyas curvas se elaboraron a partir de los datos indicados en las tablas A.11 y A.12, presentes en anexo:

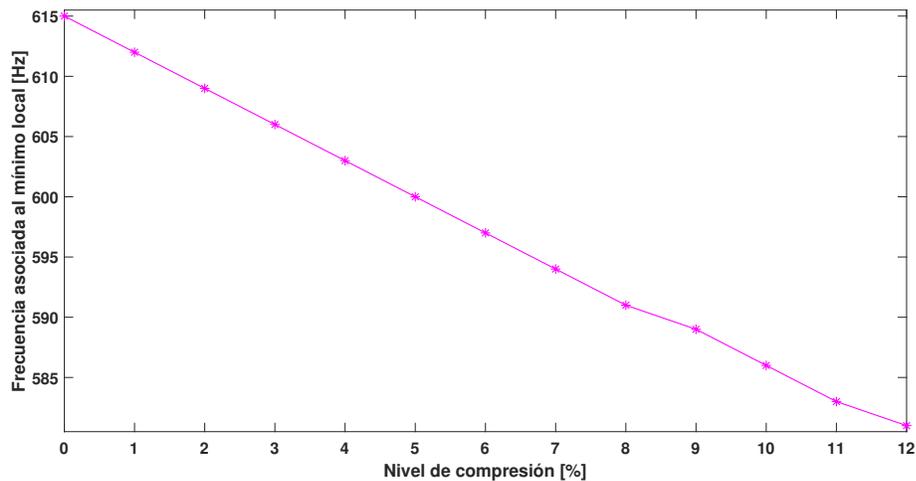


Figura 5.15: Variación de la frecuencia asociada al mínimo local según el nivel de compresión para el caso numérico en la zona BG1.

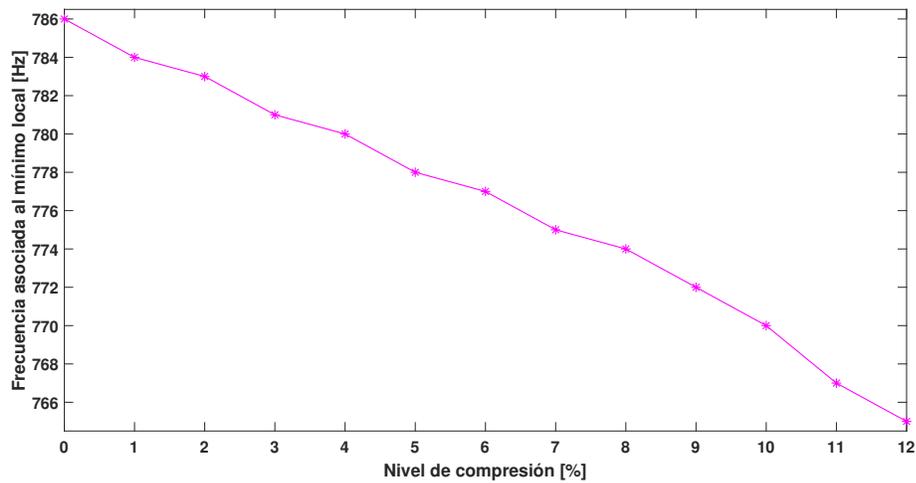


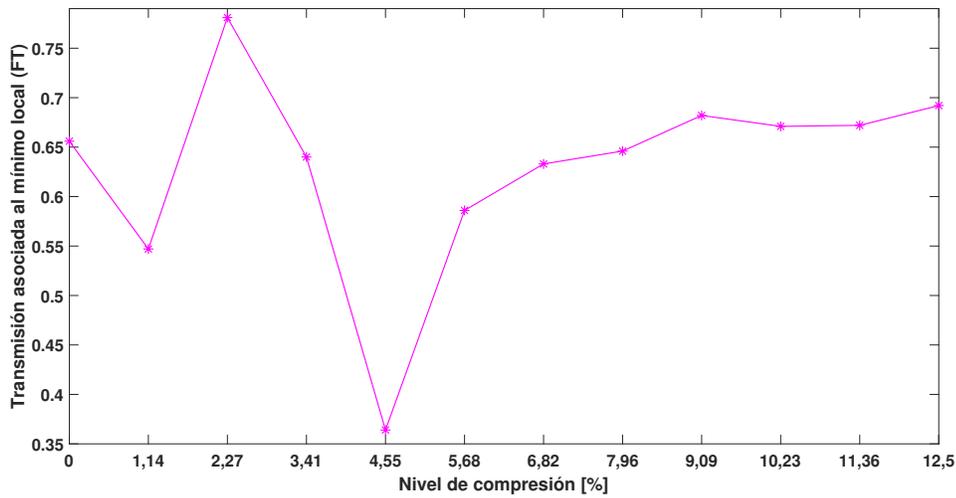
Figura 5.16: Variación de la frecuencia asociada al mínimo local según el nivel de compresión para el caso numérico en la zona BG2.

Con respecto a los resultados numéricos obtenidos para la zona BG1, de la figura 5.15, se tiene que la frecuencia disminuye conforme aumenta el nivel de compresión, por ende los band gap resultantes se desplazan hacia valores menores de frecuencia o de manera equivalente, se desplazan hacia la izquierda del gráfico mostrado en la figura 5.3.

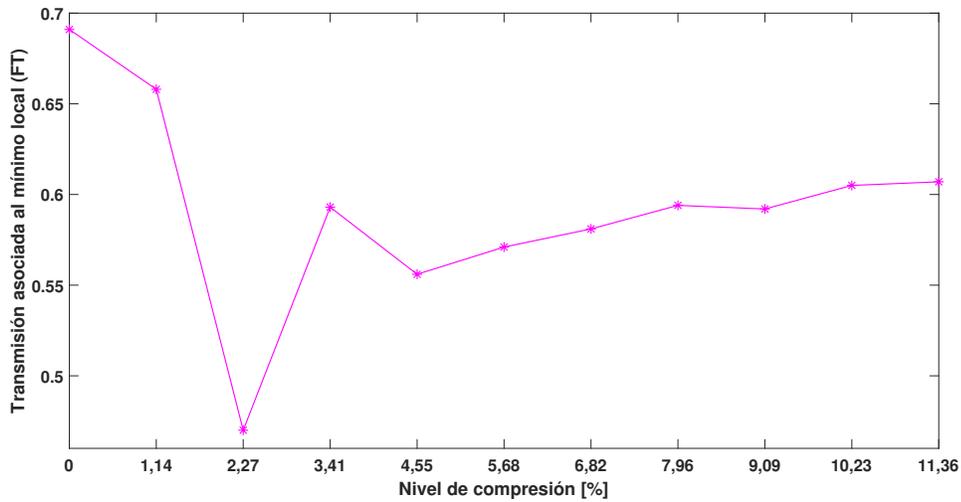
Por otra parte, con respecto a los resultados numéricos obtenidos para la segunda zona de band gap indicados en la figura 5.16, se tiene que, la frecuencia disminuye conforme aumenta el nivel de compresión, por ende los band gap resultantes se desplazan nuevamente hacia valores menores de frecuencia según lo mostrado en el gráfico de la figura 5.3.

Además de graficar la frecuencia asociada a cada mínimo local resultante, se decide graficar el comportamiento del valor de la función de transferencia, dada por la coordenada Y que se indica en cada una de las tablas presentes en la sección A.3 de anexo, asociada a cada mínimo local obtenido tanto de los band gaps como de los valles para aquellos casos experimentales donde no se cuenta con un band gap definido según lo establecido en este trabajo.

En la siguiente figura 5.17, se muestran las gráficas resultantes de la transmisión asociada a cada mínimo local versus el nivel de compresión, del caso experimental, para la zona BG1 y BG2 respectivamente, cuyas curvas se construyeron a partir de los datos indicados en las tablas A.9 y A.10 presentes en anexo.



(a) Zona BG1



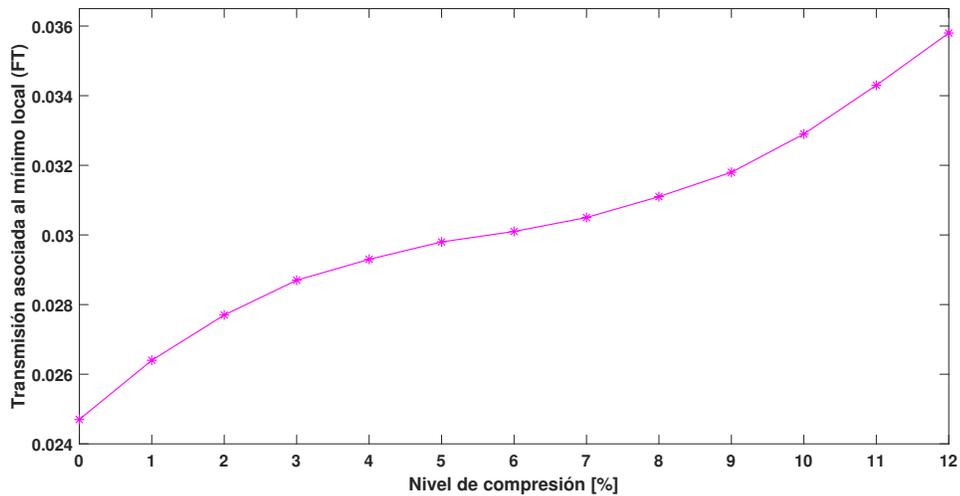
(b) Zona BG2

Figura 5.17: Variación de la función de transferencia según el nivel de compresión para el caso experimental.

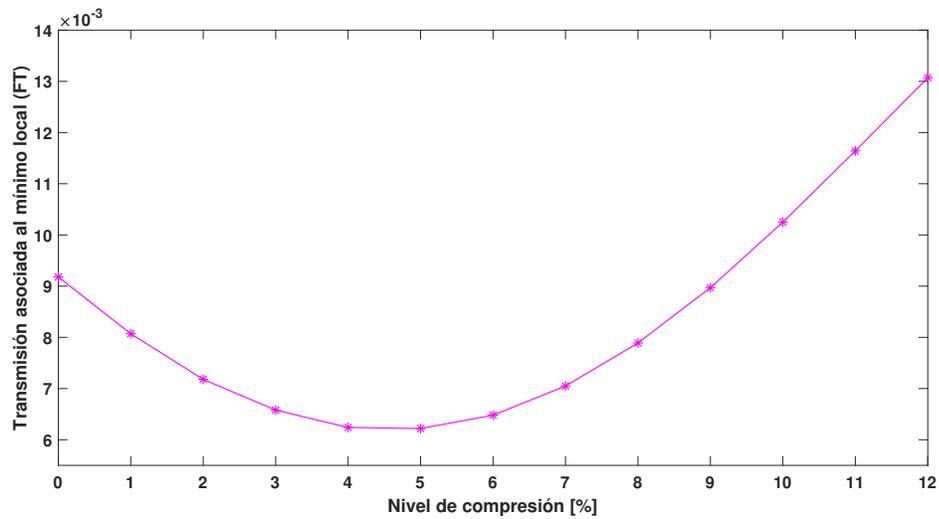
Respecto a la zona BG1, cuyo comportamiento se indica en la gráfica de la figura 5.17.a, se destaca un comportamiento de la función de transferencia al inicio irregular, lo cual se puede deber a problemas sistemáticos asociados. Sin embargo después del nivel de compresión igual a un 4,55 %, se presenta un comportamiento en general creciente con una leve inflexión.

Por otra parte, para la zona BG2, la curva asociada mostrada en la figura 5.17.b, tiene un gran mínimo global el cual se obtiene a bajos niveles de compresión, específicamente a un nivel igual a 2,27 %. Por otra parte, desde el nivel de compresión igual a 4,55 % hasta un 11,36 %, se presenta un comportamiento con tendencia creciente.

En la siguiente figura, 5.18, se muestran las gráficas de la transmisión asociada a cada mínimo local versus el nivel de compresión, del caso numérico para ambas zonas de band gaps, cuyas curvas se construyeron a partir los datos indicados en las tablas A.11 y A.12 en anexo.



(a) Zona BG1



(b) Zona BG2

Figura 5.18: Variación de la función de transferencia según el nivel de compresión para el caso numérico.

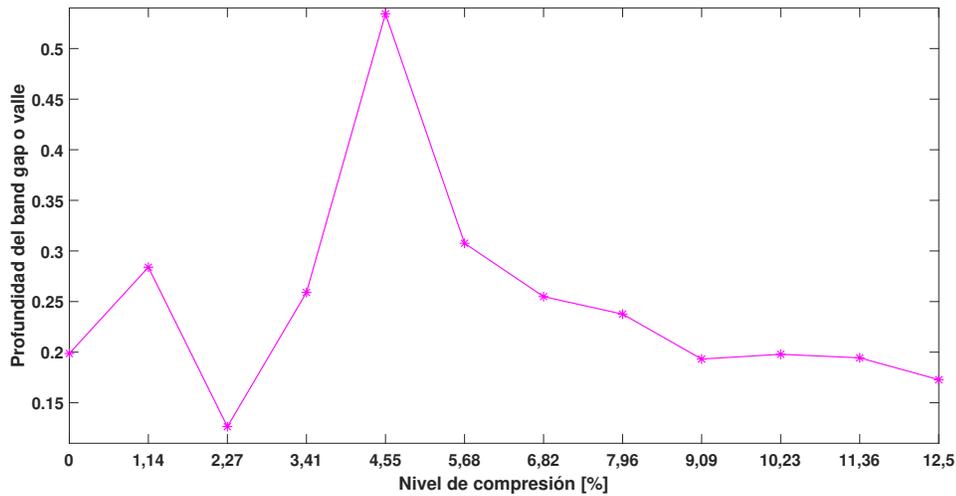
Con respecto a los resultados obtenidos para la primera zona de band gap, presentados en la figura 5.18.a, se destaca un crecimiento de los valores de la función de transferencia, a medida que aumenta el nivel de compresión.

Por otra parte, para la zona BG2, cuyos resultados se presentan en la figura 5.18.b, se destaca que la curva resultante tiene una forma convexa, con un mínimo global entre un 4% y 5% de compresión.

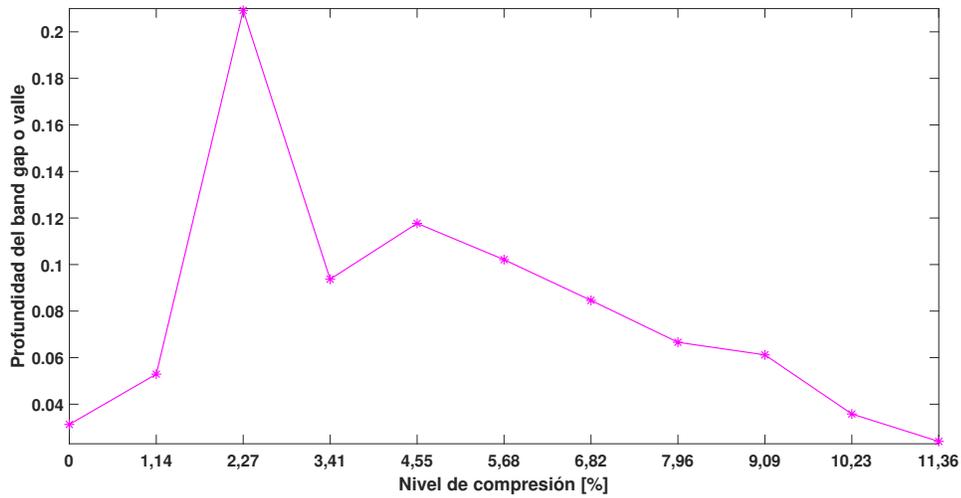
Finalmente, respecto a los valores de la función de transferencia, se destaca una semejanza en cuanto al comportamiento entre las zonas BG1 y BG2 según el caso experimental y numérico por separados, a excepción de lo mostrado en la última figura 5.18 asociado al caso numérico, ya que en la zona BG1, la transmisión aumenta según aumenta el nivel de compresión, mientras que, para la zona BG2 la transmisión decrece y luego crece.

5.4.4. Profundidad de band gap o valle

Para visualizar el comportamiento de la profundidad de los band gaps o valles resultantes, del caso experimental, en la siguiente figura, 5.19, se presentan las gráficas de la profundidad respectiva en función del nivel de compresión para cada zona de band gap, BG1 y BG2, definidas para el caso experimental, cuyas curvas se construyen a partir de los datos indicados en las tablas A.13 y A.14 presentadas en anexo.



(a) Zona BG1



(b) Zona BG2

Figura 5.19: Profundidad de los band gaps, o valles resultantes, según el nivel de compresión para el caso experimental.

Respecto a la zona BG1 del caso experimental, cuyo comportamiento se indica en la gráfica de la figura 5.19.a, se destaca un máximo global de la curva asociada a la profundidad del band gap, la cual se da a un nivel de compresión igual a 4,55 %. A partir de dicho valor, la profundidad del band gap, o valles resultantes, desciende, por ende la curva respectiva se hace cada vez menos profunda, tal cual se puede apreciar en la figura 3.15 de las bandas de transmisión del caso experimental.

Por otra parte, para la zona BG2, la curva resultante y mostrada en la figura 5.19.b, nuevamente tiene un máximo global a bajos niveles de compresión, específicamente a uno igual a 2,27 %, y desde ese valor hasta compresiones más altas, la profundidad de los band gaps o valles resultantes se hace cada vez menos profunda.

Cabe destacar que, para la segunda zona de band gap del caso experimental, para un nivel de compresión máximo igual a 12,5 %, no se alcanza a formar algún valle, cercano al valor de frecuencia media respecto a sus niveles de compresión vecinos, y es por ello que no es posible determinar la profundidad del valle resultante, asociada a dicho nivel máximo de compresión que se obtuvo de manera experimental.

En las siguientes figuras, 5.20 y 5.21, se presentan las gráficas asociadas a la profundidad de los band gaps que se obtuvieron en el caso numérico, tanto en la zona BG1 como los de la zona BG2, cuyas curvas se construyeron a partir de las tablas A.15 y A.16 presentadas en anexo.

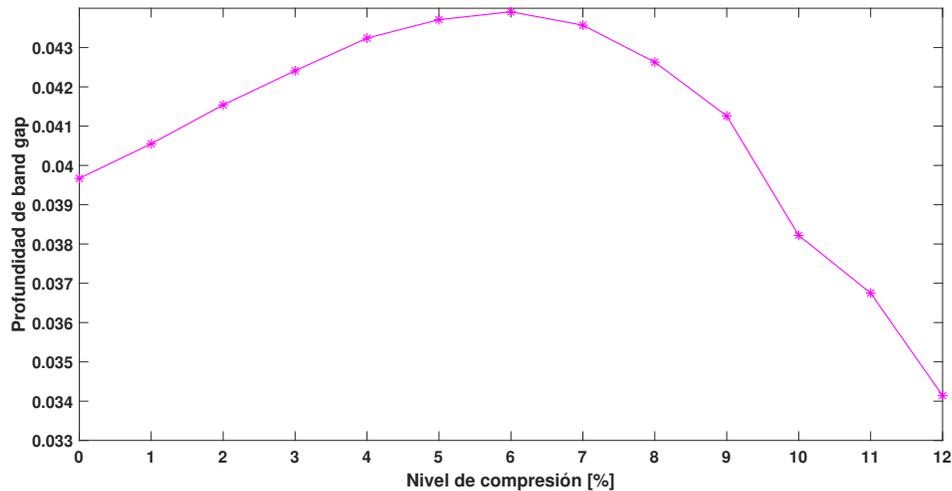


Figura 5.20: Profundidad del band gap según el nivel de compresión para el caso numérico en la zona BG1.

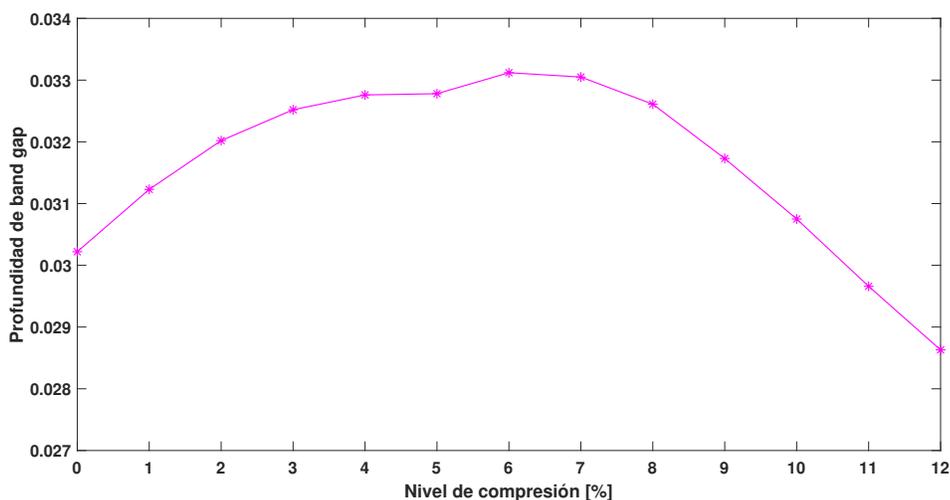


Figura 5.21: Profundidad del band gap según el nivel de compresión para el caso numérico en la zona BG2.

La profundidad resultante de los band gaps obtenidos de manera numérica, para la primera zona BG1, tiene un comportamiento cóncavo, donde sus valores máximos se alcanzan para una compresión igual a 6 %. Desde allí en adelante, la profundidad de las bandas prohibidas decrece según aumenta el nivel de compresión.

Por otra parte, con respecto a la zona BG2 presentada en la figura 5.21, del caso numérico, nuevamente se tiene un comportamiento en general cóncavo, donde nuevamente el band gap más profundo se alcanza para un nivel de compresión igual a 6 % y desde ese valor en adelante, la profundidad comienza a disminuir según un aumento de la compresión.

Con respecto al análisis comparativo entre los resultados obtenidos de manera experimental, con respecto a los numéricos, se obtiene que, ambos por separados tienen comportamientos similares entre cada una de las zonas analizadas, BG1 y BG2 según cada caso.

Finalmente, en esta ocasión, se puede generalizar el comportamiento cóncavo de los resultados obtenidos para las profundidades de los band gaps, o valles, tanto experimentales como numéricos, teniendo en cuenta que el caso experimental, debido a los errores sistemáticos inherentes de los instrumentos de medición, no permite obtener una concavidad perfecta pero sí se puede generalizar dicho comportamiento.

5.4.5. Análisis de sensibilidad

En las siguientes secciones se presentan los resultados obtenidos desde el análisis de sensibilidad realizado sobre el módulo de Young de la silicón, E_s y los coeficientes proporcionales de amortiguamientos de masa y rigidez, α y β respectivamente.

Para cada análisis se trabajará con el concepto de *ceteris paribus*, de tal manera que se variará sólo un término a la vez y todo lo demás se mantendrá constante, a excepción de las propiedades que dependen del módulo de Young de la silicón, según la relación (4.1).

5.4.5.1. Módulo de Young de la silicona

Para la obtención de los siguientes resultados, se consideró fijo el valor obtenido para el coeficiente de Poisson, y sólo variando el módulo de Young según lo definido en 4.2, donde E_1 y E_2 corresponden a un aumento del 16,97 % y 43,04 %, respectivamente, del caso base.

En la siguiente figura, 5.22, se muestran las bandas de transmisión obtenidas ante la variación del módulo de Young para un único nivel de compresión igual a 0 %, donde se grafican las curvas asociadas al caso base E_s y los otros dos casos de mayor módulo de Young, E_1 y E_2 , respectivamente:

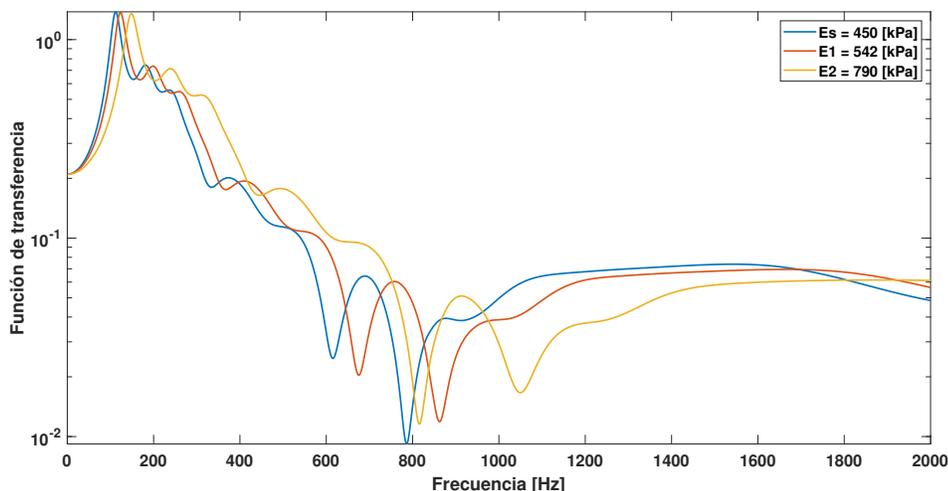


Figura 5.22: Bandas de transmisión obtenidas variando el módulo de Young de la silicona.

A partir de la gráfica anterior, se destaca que a medida que aumenta el módulo de Young de la silicona, es decir, a medida que el metamaterial se vuelve más rígido, las bandas de transmisión se desplazan a mayores frecuencias. Esto último, guarda relación con la no linealidad de la silicona, ya que su curva típica de esfuerzo versus deformación, para un ensayo compresión, tiene el siguiente comportamiento:

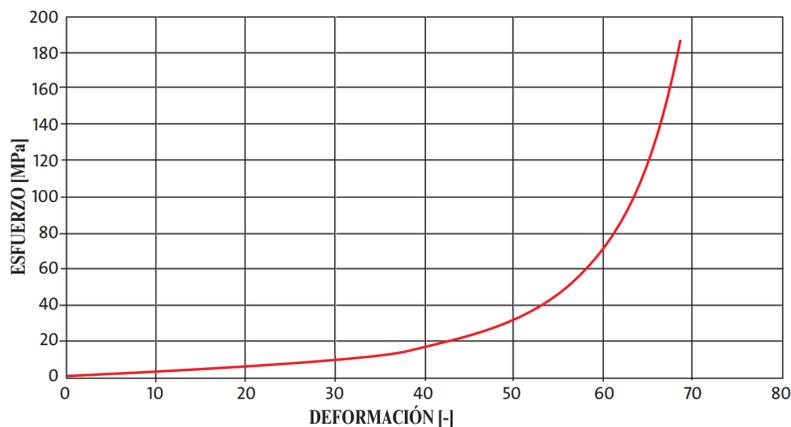


Figura 5.23: Curva de esfuerzo deformación típica de un elastómero. Elaboración propia a partir de [38].

De esta manera, se puede concluir que, a medida que aumenta el nivel de compresión, según lo indicado en la figura 5.1 y de acuerdo con este último análisis de sensibilidad asociado a la variación del módulo de Young, cuyos resultados se indicaron en la figura 5.22, el desplazamiento de las bandas de transmisión a mayores frecuencias, se debe a la no linealidad de la silicona.

Respecto a las zonas de band gaps, en primer lugar se destaca que en la primera zona de band gap, se alcanzan valores cada vez más pequeños de la función de transferencia a medida que aumenta el módulo de Young, es decir los mínimos locales presentes en la primera zona de band gaps, de cada uno de los casos, son más mínimos respecto a la cantidad transmitida, a medida que aumenta el módulo de Young.

Por otra parte, en la segunda zona de band gap, asociada a cada curva, se alcanzan valores más altos para la función de transferencia, según el aumento del módulo de Young de la silicona.

Otro resultado relevante es que, el desplazamiento del mínimo local en cuanto a frecuencia, asociado a cada band gap presente en la primera zona de bandas prohibidas, corresponde a un 8,89 % para el caso de E_1 y para el caso de E_2 se desplaza un 24,63 %, cada uno respecto al caso base E_s .

Por otra parte, el desplazamiento del mínimo local en cuanto a frecuencia, asociado a cada band gap presente en la segunda zona de bandas prohibidas, corresponde a un 8,81 % para el caso de E_1 y para el caso de E_2 se desplaza un 25,05 %, cada uno respecto al caso base E_s .

A partir de esto, se concluye que ante un aumento determinado del módulo de Young, los mínimos locales se desplazarán, en frecuencia, aproximadamente en la mitad de dicho aumento.

5.4.5.2. Coeficientes proporcionales de amortiguamiento

A continuación se muestran los resultados que se obtuvieron al variar en un más/menos 10 % el coeficiente proporcional de masa, α :

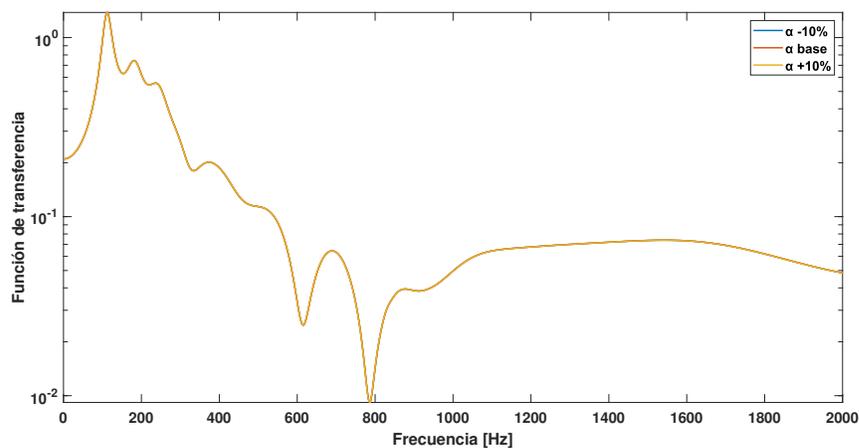


Figura 5.24: Bandas de transmisión obtenidas variando en un 10 % el coeficiente proporcional de masa.

Como se puede ver, la variación de un 10% de este parámetro no generó algún cambio significativo sobre los resultados obtenidos para el caso de la compresión nula, por ende, se concluye que el efecto de este parámetro no afectan los resultados que se obtuvieron previamente.

A continuación se presentan los resultados que se obtuvieron al variar en un más/menos 10% el coeficiente proporcional de rigidez, β :

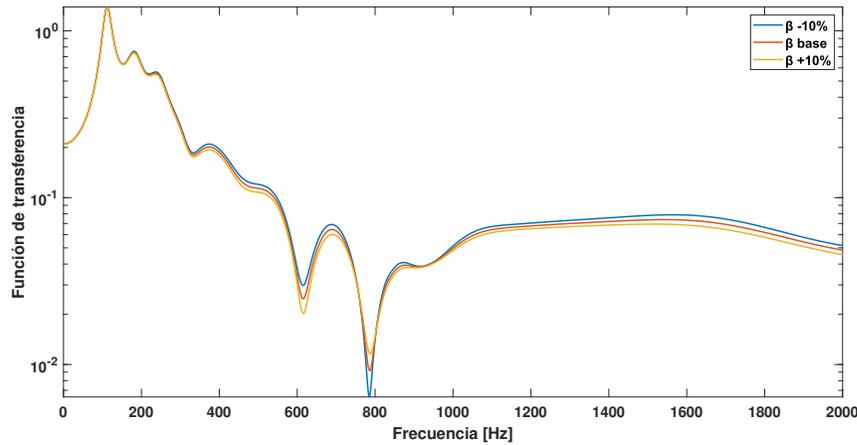


Figura 5.25: Bandas de transmisión obtenidas variando en un 10% el coeficiente proporcional de rigidez.

A partir de la gráfica anterior, es posible notar que, el efecto de beta a frecuencias menores a 300 [Hz] es casi insignificante, sin embargo a frecuencias mayores, genera un desplazamiento leve, en la dirección vertical, de las curvas.

Dicho efecto se aprecia aún más en las zonas de band gap donde se destaca que, para la primera zona, BG1, ante un aumento del 10% de β , el mínimo local es aún más bajo, en comparación al caso base; y por otra parte, ante una disminución del 10% de β , la cantidad transmitida es menor, es decir, el mínimo local resultante se obtiene a un valor de transferencia mayor.

A diferencia de aquello, en la segunda zona de band gap, BG2, el resultado es al revés, es decir ante una disminución de un 10% de beta, el mínimo local resultante se obtiene a valores más bajos de la función de transferencia, mientras que, ante un aumento en un 10% de beta, el mínimo local resultante se obtiene a valores mayores de la función de transferencia.

Dado que, se varió en un más/menos 10% este coeficiente proporcional de rigidez, era esperable que, la curva del caso base, en ambas zonas de band gap y en general para todo el resto de frecuencias, se mantuviese entre ambas curvas resultantes, lo que da cuenta de una consistencia entre la variación y los resultados obtenidos.

Capítulo 6

Conclusiones

En el presente trabajo de título se logró el objetivo general, correspondiente a evaluar numéricamente las bandas de transmisión en metamateriales mecánicos blandos sometidos a deformación y de esta manera, se logró comparar los resultados obtenidos experimentalmente por el Departamento de Física, DFI, de la Universidad de Chile, con los resultados numéricos obtenidos y presentados a lo largo de este trabajo.

Para obtener los resultados numéricos, se desarrolló una metodología con la cual, en primer lugar, se pudo evaluar y definir las propiedades mecánicas de los materiales constituyentes del metamaterial; y segundo lugar, permitió validar la configuración numérica que posteriormente se aplicaría sobre el metamaterial para obtener finalmente los resultados respecto al comportamiento de este.

La validación de la configuración numérica se hizo a partir de un caso simplificado del metamaterial, donde se simuló un cubo de silicona, escalable respecto a la muestra del metamaterial, con una única esfera de agua ubicada en el centro del cuerpo. Con esta simplificación, se obtuvo que el tamaño de los elementos ubicados en la interfase entre los materiales debía ser igual a 0,7 [mm], y además, con este modelo simplificado, se definió que el módulo de corte del agua debería ser igual a un 3,33% del módulo de corte de la silicona, es decir el módulo de corte del agua es igual a 5033,55 [Pa].

Este caso simplificado, se extrapoló para una de las muestras que se trabajó experimentalmente en el DFI, específicamente la muestra 2 cuyos parámetros geométricos y espaciales se definen en la tabla 3.1 de la sección de antecedentes, con el fin de evaluar el comportamiento del metamaterial sometido a distintos niveles de compresión, yendo desde un 0% hasta un 12% de deformación.

Dada la resolución lineal que ofrece el programa Ansys para el análisis armónico, cada uno de los materiales constituyentes del metamaterial, silicona y agua, se modelaron como materiales lineales elásticos isotrópicos, de tal manera que todas las no linealidades que pueden existir en el metamaterial del caso real, no se consideraron para esta primera aproximación y modelación del sistema.

A partir de un análisis global, los resultados obtenidos para las bandas de transmisión, tanto de manera experimental como numérica, cuentan con dos zonas de band gap definidas entre los 400 y 1200 [Hz]. Cada una de las zonas de band gap, BG1 y BG2, se ilustran en las figuras 3.16 y 5.4, para el caso experimental y numérico respectivamente.

Con respecto al análisis comparativo realizado entre el caso experimental y numérico, se destaca principalmente el comportamiento creciente o decreciente que se replica tanto para la zona BG1 como BG2, según sea el caso, es decir, para el caso experimental, tanto en la zona BG1 como BG2, el comportamiento de los parámetros analizados, siguen una misma tendencia. Esto mismo ocurre para el caso numérico, donde se obtuvo que en ambas zonas de band gaps, definidas como BG1 y BG2, el comportamiento de los parámetros analizados eran semejantes.

Ahora bien, si se realiza la comparación por zonas BG1 y BG2, entre caso experimental y numérico, se verá que el comportamiento de los parámetros analizados actúan de manera antagónica, es decir, para una misma zona, BG1 o BG2, e indicador a evaluar se obtiene que para el caso experimental la curva crece, mientras que, para el caso numérico, decrece, o viceversa. Esto se puede deber a que, en este trabajo se están modelando los materiales como si fuesen lineales elásticos isotrópicos, de tal manera que las no linealidades no se contemplan en este trabajo.

Para complementar este trabajo, y considerando la incertidumbre de algunos parámetros definidos, se realizó un análisis de sensibilidad para el caso de compresión nula, donde se varió el módulo de Young de la silicona y los coeficientes proporcionales de amortiguamiento.

Los resultados obtenidos indicaron que, el parámetro con mayor influencia corresponde al módulo de Young de la silicona del metamaterial, lo cual justifica que la definición de las propiedades mecánicas que caracterizan el comportamiento del metamaterial son decisivas y tienen un gran impacto en los resultados numéricos que se obtuvieron.

Además, a partir de este análisis de sensibilidad, respecto al módulo de Young, es posible justificar que el desplazamiento a mayores frecuencias de las bandas de transmisión, cuyos resultados se obtuvieron de manera experimental por parte del DFI, se debe principalmente a la no linealidad de la silicona, respaldado por su comportamiento no lineal indicado en la figura 5.23.

Por otra parte, a través de este análisis de sensibilidad realizado, se demostró que la variación del módulo de Young guarda estrecha relación con respecto la frecuencia asociada a cada uno de los mínimos locales obtenidos para cada band gap, ya que, ante un aumento determinado del módulo de Young, los band gaps se desplazan, en frecuencia, a la mitad de dicho aumento.

Finalmente se concluye que, si bien el modelo de elasticidad lineal utilizado para caracterizar los materiales constituyentes del metamaterial estudiado, no es el más apropiado debido a que no se consideran las no linealidades con las que cuenta la muestra, sí entrega resultados aproximados, debido a que se obtiene un comportamiento global similar entre los casos experimentales y numéricos.

6.1. Mejoras y trabajo futuro

Algunas de las mejoras y trabajos futuros propuestos son los siguientes:

- Teniendo en cuenta los resultados experimentales y la forma en que estos se obtienen, se sugiere utilizar equipos con mayor precisión para no perder algunas bandas prohibidas, por ejemplo a altos niveles de compresión.
- Además, con este cambio, se esperaría que los resultados obtenidos experimentalmente no tengan grandes diferencias entre sí, ya que de acuerdo con lo mostrado en la figura 3.17, los band gap cambian su profundidad, ancho de banda y desplazamiento para un mismo nivel de compresión, lo cual se debe tratar de minimizar, ya que en este trabajo, para el análisis comparativo realizado, sólo se consideraron los resultados obtenidos en el primer set experimental.
- Dada las muestras fabricadas en el DFI, estas no son completamente simétricas, por ende es de suma importancia tener presente por cuál de las caras se está realizando la medición de respuesta en frecuencia y ser consistente con ello, ya que, en el presente trabajo, sólo se midió la respuesta a lo largo de una única dirección.
- En cuanto a las mejoras que se pueden realizar con respecto al análisis numérico, se propone modelar los materiales constituyentes del metamaterial como materiales no lineales, sobre todo el de la silicona por las razones expuestas en este informe. Por ende, se debe extrapolar este trabajo a un software que sí permita medir la respuesta en frecuencia de sistemas que contengan no linealidades.
- Un trabajo futuro de alto valor agregado al presente estudio correspondería a realizar experimentalmente muestras fabricadas a partir de silicona, pero esta vez usando esferas de otro material que permita tener un control definido respecto a su geometría, para comparar los resultados experimentales y replicar el presente trabajo para el caso numérico. Con ello, se puede asegurar mayor precisión con respecto a la geometría de las esferas y perfeccionar el modelo.

Bibliografía

- [1] Bilotti, F. y Sevgi, L., “Metamaterials: Definitions, properties, applications, and FDTD-based modeling and simulation (Invited paper): Definition and Origin of Metamaterials,” *International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering*, vol. 22, no. 4, pp. 422–438, 2012, [doi:10.1002/mmce.20634](https://doi.org/10.1002/mmce.20634).
- [2] Quinteros, L., Meruane, V., y Cardoso, E. L., “Phononic band gap optimization in truss-like cellular structures using smooth P-norm approximations,” *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 64, no. 1, pp. 113–124, 2021, [doi:10.1007/s00158-021-02862-x](https://doi.org/10.1007/s00158-021-02862-x).
- [3] Blanc, F., Contreras, C., Espinoza, C., y Falcón, C., “Rapid manufacturing of tunable soft elastic metamaterials via droplet deposition in curing elastomeric layers,” *Todavía no publicado*, 2022.
- [4] Hevia, S., “Millennium Nucleus in Soft Smart Mechanical Metamaterials.”
- [5] Walser, R. M., “Electromagnetic metamaterials,” en *Complex Mediums II: Beyond Linear Isotropic Dielectrics*, vol. 4467, pp. 1–15, SPIE, 2001, [doi:10.1117/12.432921](https://doi.org/10.1117/12.432921).
- [6] “Acoustic metamaterials.” <https://www.cee.ed.tum.de/en/bm/research/fields-of-research/acoustic-metamaterials/>.
- [7] “Acoustic metamaterials.” <https://www.cee.ed.tum.de/en/bm/research/fields-of-research/acoustic-metamaterials/>.
- [8] Deymer, P., *Acoustic Metamaterials and Phononic Crystals*. 2013.
- [9] Vargas Parra, J. E., “Diseño generativo de metamateriales mecánicos blandos,” 2021.
- [10] Sueur, J., “Frequency, Quefrequency, and Phase in Practice,” en *Sound Analysis and Synthesis with R (Sueur, J., ed.), Use R!*, pp. 247–307, Cham: Springer International Publishing, 2018, [doi:10.1007/978-3-319-77647-7_10](https://doi.org/10.1007/978-3-319-77647-7_10).
- [11] “- Bizkaia.eus.” https://www.bizkaia.eus/es/tema-plantilla/-/educia/pl/-/herri_lanak/mer/glosario.asp%5Binterrogacion%5Dtem_codigo=&idioma=ca.
- [12] Accelerator, A., “Phonon: Most Up-to-Date Encyclopedia, News & Reviews.” <https://academic-accelerator.com/encyclopedia/phonon>.
- [13] Jaramillo Fernandez, J., *Tuning the Thermal Conductivity of Polycrystalline Films via Multiscale Structural Defects and Strain*. Tesis, École Centrale Paris, 2015.
- [14] Wang, P., Shim, J., y Bertoldi, K., “Effects of geometric and material nonlinearities on tunable band gaps and low-frequency directionality of phononic crystals,” *Physical Review B*, vol. 88, no. 1, p. 014304, 2013, [doi:10.1103/PhysRevB.88.014304](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.88.014304).
- [15] Jing-Fu, B., Ammar Khan, M., y Fei-Hong, B., “Phononic Crystal Resonators,” en

- Phonons in Low Dimensional Structures (N. Stavrou, V., ed.), IntechOpen, 2018, [doi:10.5772/intechopen.78584](https://doi.org/10.5772/intechopen.78584).
- [16] Li, X., Ning, S., Liu, Z., Yan, Z., Luo, C., y Zhuang, Z., “Designing phononic crystal with anticipated band gap through a deep learning based data-driven method,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 361, p. 112737, 2020, [doi:10.1016/j.cma.2019.112737](https://doi.org/10.1016/j.cma.2019.112737).
- [17] Lu, M.-H., Feng, L., y Chen, Y.-F., “Phononic crystals and acoustic metamaterials,” *Materials Today*, vol. 12, no. 12, pp. 34–42, 2009, [doi:10.1016/S1369-7021\(09\)70315-3](https://doi.org/10.1016/S1369-7021(09)70315-3).
- [18] Ramírez García, G., *Diseño de Guías de Onda Utilizando Cristales Fonónicos Para Aplicaciones de La Disipación Local de Energía Acústica*. Tesis, UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO, 2018.
- [19] Yi, G., Shin, Y. C., Yoon, H., Jo, S.-H., y Youn, B. D., “Topology optimization for phononic band gap maximization considering a target driving frequency,” *JMST Advances*, vol. 1, no. 1-2, pp. 153–159, 2019, [doi:10.1007/s42791-019-00019-y](https://doi.org/10.1007/s42791-019-00019-y).
- [20] Zhang, Z., Fan Li, Y., Meng, F., y Huang, X., “Topological design of phononic band gap crystals with sixfold symmetric hexagonal lattice,” *Computational Materials Science*, vol. 139, pp. 97–105, 2017, [doi:10.1016/j.commatsci.2017.07.037](https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2017.07.037).
- [21] Faiz, M. S. y Abd Aziz, N., “Monochannel Demultiplexer Phononic Crystal Slab Based on Hollow Pillars,” *Crystals*, vol. 12, no. 2, p. 165, 2022, [doi:10.3390/cryst12020165](https://doi.org/10.3390/cryst12020165).
- [22] Oñate, E., *Structural Analysis with the Finite Element Method. Lecture Notes on Numerical Methods in Engineering and Sciences*, Dordrecht: Springer Netherlands, 2009, [doi:10.1007/978-1-4020-8733-2](https://doi.org/10.1007/978-1-4020-8733-2).
- [23] “15.1. Static Analysis.” https://www.mm.bme.hu/~gyebro/files/ans_help_v182/ans_thry/thy_an
- [24] “Engineering at Alberta Courses » Classification of Material Mechanical Response.” <https://engcourses-uofa.ca/books/introduction-to-solid-mechanics/constitutive-laws/classification-of-material-mechanical-response/>.
- [25] “Is orthotropy sabotaging your 3D printing designs? - Make Parts Fast.” <https://www.makepartsfast.com/is-orthotropy-sabotaging-your-3d-printing-designs/>.
- [26] Katsikadelis, J. T., *Dynamic Analysis of Structures*. 2020.
- [27] Avitabile, P., “EXPERIMENTAL MODAL ANALYSIS,”.
- [28] “Amortiguamiento de materiales | Técnica de Excitación por Impulso.” <https://www.sonelastic.com/es/fundamentos/bases/amortiguamiento.html>.
- [29] Rao, S. S., *Mechanical Vibrations*. 2010.
- [30] “Rayleigh Damping - 2016 - SOLIDWORKS Help.” https://help.solidworks.com/2016/english/solidworks/cworks/c_rayleigh_damping.htm.
- [31] Nakalswamy, K. K., *Experimental and Numerical Analysis of Structures with Bolted Joints Subjected to Impact Load*. PhD thesis, University of Nevada, Las Vegas.
- [32] “Simulación Ansys: Ingeniería para lo que está por venir.” <https://www.esss.co/es/ansys-simulacion-computacional/>.
- [33] “Applied Mechanics of Solids (A.F. Bower) Chapter 3: Constitutive laws - 3.2 Linear Elasticity.” https://solidmechanics.org/text/Chapter3_2/Chapter3_2.htm.

- [34] Kaiser, M. J. y McAllister, E. W., “12 - Liquids—General,” en Pipeline Rules of Thumb Handbook (Ninth Edition) (Kaiser, M. J. y McAllister, E. W., eds.), pp. 461–490, Gulf Professional Publishing, 2023, [doi:10.1016/B978-0-12-822788-6.00014-1](https://doi.org/10.1016/B978-0-12-822788-6.00014-1).
- [35] “Shared topology in ANSYS.” https://help.spaceclaim.com/2015.0.0/en/Content/ANSYS_SharedT
- [36] Rosalia, L., Hallou, A., Cochrane, L., y Savin, T., “A magnetically actuated, optically sensed tensile testing method for mechanical characterization of soft biological tissues,” Science Advances, vol. 9, no. 2, p. eade2522, 2023, [doi:10.1126/sciadv.ade2522](https://doi.org/10.1126/sciadv.ade2522).
- [37] Villanueva, O. N. S., “Caracterización y análisis de transmisión de esfuerzos dentro de un particle raft,”.
- [38] Eberlein, R. y Kappeler, R., “Optimisation of nonlinear Material Parameter in uniaxial Compression Tests of Elastomer Specimen involving Friction,”.

Anexo

Anexo A. Análisis comparativo

En las siguientes secciones se presentan las tablas obtenidas para realizar el análisis comparativo entre los band gaps, o valles resultantes, entre el caso experimental y numérico. Las tablas que se presentarán son respecto a los parámetros analizados correspondientes al ancho de banda, frecuencia media, mínimo local y profundidad respectiva, cuyo análisis se realizó en la sección 5.4

A.1. Ancho de banda

Tabla A.1: Ancho de banda zona BG1, caso experimental.

FT	NC [%]	1° INTERSECCIÓN [HZ]	2° INTERSECCIÓN [HZ]	ANCHO [HZ]
0,82	0	560	623	63
	1,14	573	673	100
	2,27	433	486	53
	3,41	446	520	74
	4,55	451	532	81
	5,68	453	540	87
	6,82	446	547	101
	7,96	448	553	105
	9,09	453	567	114
	10,23	460	580	120
	11,36	460	581	121
	12,50	460	583	123

Tabla A.2: Ancho de banda zona BG2, caso experimental.

FT	NC [%]	1° INTERSECCIÓN [HZ]	2° INTERSECCIÓN [HZ]	ANCHO [HZ]
0,65	2,27	1030	1130	100
	3,41	1030	1130	100
	4,55	1040	1170	130
	5,68	1040	1160	120
	6,82	1050	1180	130
	7,96	1050	1173	123
	9,09	1050	1210	160

Tabla A.3: Ancho de banda zona BG1, caso numérico.

FT	NC [%]	1° INTERSECCIÓN [HZ]	2° INTERSECCIÓN [HZ]	ANCHO [HZ]
0,05	0%	586	653	67
	1	584	647	63
	2	582	643	61
	3	579	639	60
	4	576	635	59
	5	574	632	58
	6	571	629	58
	7	568	626	58
	8	565	623	58
	9	562	621	59
	10	560	617	57
	11	558	614	56
	12	557	611	54

Tabla A.4: Ancho de banda zona BG2, caso numérico.

FT	NC [%]	1° INTERSECCIÓN [HZ]	2° INTERSECCIÓN [HZ]	ANCHO [HZ]
0,02	0%	766	810	44
	1	764	808	44
	2	763	807	44
	3	762	805	43
	4	760	803	43
	5	759	801	42
	6	758	799	41
	7	757	797	40
	8	755	795	40
	9	754	793	39
	10	752	790	38
	11	750	786	36
	12	748	783	35

A.2. Frecuencia media

Tabla A.5: Frecuencia media para la zona BG1, según nivel de compresión, del caso experimental.

FT	NC [%]	FRECUENCIA MEDIA [HZ]
0,82	0,0	592
	1,14	623
	2,27	460
	3,41	483
	4,55	492
	5,68	497
	6,82	497
	7,96	501
	9,09	510
	10,23	520
	11,36	521
	12,50	522

Tabla A.6: Frecuencia media para la zona BG2, según nivel de compresión, del caso experimental.

FT	NC [%]	FRECUENCIA MEDIA [HZ]
0,65	2,27	100
	3,41	100
	4,55	130
	5,68	120
	6,82	130
	7,96	123
	9,09	160

Tabla A.7: Frecuencia media para la zona BG1, según nivel de compresión, del caso numérico.

FT	NC [%]	FREC. MEDIA [HZ]
	0	620
	1	616
	2	613
	3	609
	4	606
	5	603
0,05	6	600
	7	597
	8	594
	9	592
	10	589
	11	586
	12	584

Tabla A.8: Frecuencia media para la zona BG2, según nivel de compresión, del caso numérico.

FT	NC [%]	FREC. MEDIA [HZ]
	0	788
	1	786
	2	785
	3	784
	4	782
	5	780
0,02	6	779
	7	777
	8	775
	9	774
	10	771
	11	768
	12	766

A.3. Mínimo local

Tabla A.9: Coordenadas del mínimo local para la zona BG1, según nivel de compresión, del caso experimental.

NC [%]	X [HZ]	Y (FT)
0	587	0,656
1,14	613	0,547
2,27	460	0,781
3,41	480	0,640
4,55	493	0,364
5,68	487	0,586
6,82	480	0,633
7,96	480	0,646
9,09	473	0,682
10,23	480	0,671
11,36	480	0,672
12,50	487	0,692

Tabla A.10: Coordenadas del mínimo local para la zona BG2, según nivel de compresión, del caso experimental.

NC [%]	X [HZ]	Y (FT)
0	1007	0,691
1,14	1033	0,658
2,27	1073	0,470
3,41	1080	0,593
4,55	1093	0,556
5,68	1087	0,571
6,82	1093	0,581
7,96	1107	0,594
9,09	1107	0,592
10,23	1153	0,605
11,36	1160	0,607

Tabla A.11: Coordenadas del mínimo local para la zona BG1, según nivel de compresión, del caso numérico.

NC [%]	X [HZ]	Y (FT)
0	615	0,0247
1	612	0,0264
2	609	0,0277
3	606	0,0287
4	603	0,0293
5	600	0,0298
6	597	0,0301
7	594	0,0305
8	591	0,0311
9	589	0,0318
10	586	0,0329
11	583	0,0343
12	581	0,0358

Tabla A.12: Coordenadas del mínimo local para la zona BG2, según nivel de compresión, del caso numérico.

NC [%]	X [HZ]	Y (FT)
0	786	0,00918
1	784	0,00807
2	783	0,00718
3	781	0,00658
4	780	0,00624
5	778	0,00622
6	777	0,00648
7	775	0,00705
8	774	0,00789
9	772	0,00897
10	770	0,01025
11	767	0,01164
12	765	0,01307

A.4. Profundidad de band gap o valle

Tabla A.13: Profundidad de band gaps y valles según el valor de función de transferencia entre el mínimo y máximo local del caso experimental para la zona BG1.

NC [%]	FT (MÍN. LOCAL)	FT (MÁX. LOCAL)	PROFUNDIDAD
0	0,656	0,8551	0,1987
1,14	0,547	0,8313	0,2839
2,27	0,781	0,9071	0,1264
3,41	0,640	0,8985	0,259
4,55	0,364	0,8982	0,5342
5,68	0,586	0,8933	0,3076
6,82	0,633	0,8882	0,2549
7,96	0,646	0,8838	0,2376
9,09	0,682	0,8754	0,1932
10,23	0,671	0,8684	0,1979
11,36	0,672	0,8662	0,1944
12,50	0,692	0,8648	0,1728

Tabla A.14: Profundidad de band gaps y valles según el valor de función de transferencia entre el mínimo y máximo local del caso experimental para la zona BG2.

NC [%]	FT (MÍN. LOCAL)	FT (MÁX. LOCAL)	PROFUNDIDAD
0	0,691	0,7225	0,0313
1,14	0,658	0,711	0,0529
2,27	0,470	0,6795	0,2092
3,41	0,593	0,6863	0,0937
4,55	0,556	0,6734	0,1177
5,68	0,571	0,6727	0,1021
6,82	0,581	0,666	0,0846
7,96	0,594	0,6609	0,0666
9,09	0,592	0,6536	0,0612
10,23	0,605	0,6407	0,0358
11,36	0,607	0,6311	0,024

Tabla A.15: Profundidad de band gaps según el valor de función de transferencia entre el mínimo y máximo local del caso numérico para la zona BG1.

NC [%]	FT (MÍN. LOCAL)	FT (MÁX. LOCAL)	PROFUNDIDAD
0	0,06437	0,0247	0,03967
1	0,06695	0,0264	0,04055
2	0,06924	0,0277	0,04154
3	0,07111	0,0287	0,04241
4	0,07254	0,0293	0,04324
5	0,07351	0,0298	0,04371
6	0,07401	0,0301	0,04391
7	0,07407	0,0305	0,04357
8	0,07373	0,0311	0,04263
9	0,07306	0,0318	0,04126
10	0,07112	0,0329	0,03822
11	0,07105	0,0343	0,03675
12	0,06994	0,0358	0,03414

Tabla A.16: Profundidad de band gaps según el valor de función de transferencia entre el mínimo y máximo local del caso numérico para la zona BG2.

NC [%]	FT (MÍN. LOCAL)	FT (MÁX. LOCAL)	PROFUNDIDAD
0	0,0394	0,00918	0,03022
1	0,0393	0,00807	0,03123
2	0,0392	0,00718	0,03202
3	0,0391	0,00658	0,03252
4	0,039	0,00624	0,03276
5	0,0390	0,00622	0,03278
6	0,0396	0,00648	0,03312
7	0,0401	0,00705	0,03305
8	0,0405	0,00789	0,03261
9	0,0407	0,00897	0,03173
10	0,0410	0,01025	0,03075
11	0,0413	0,01164	0,02966
12	0,0417	0,01307	0,02863