



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

**IMPLEMENTACIÓN DEL MÉTODO DE ACTUADOR DE LÍNEA PARA LA SIMULACIÓN  
DE TURBINAS EÓLICAS USANDO NEK5000**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MECÁNICO

**JUAN FRANCISCO SALVO SILVA**

PROFESOR GUÍA:  
BENJAMÍN HERRMANN PRIESNITZ

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
MÓNICA ZAMORA ZAPATA  
ÁLVARO VALENCIA MUSALEM

SANTIAGO DE CHILE

2024

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR  
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MECÁNICO  
POR: JUAN FRANCISCO SALVO SILVA  
FECHA: 2024  
PROF. GUÍA: BENJAMÍN HERRMANN PRIESNITZ

## **IMPLEMENTACIÓN DEL MÉTODO DE ACTUADOR DE LÍNEA PARA LA SIMULACIÓN DE TURBINAS EÓLICAS USANDO NEK5000**

Debido a la baja densidad de potencia del viento, se requiere de parques eólicos completos con turbinas de gran escala para aprovechar lo más posible la energía del viento. En un parque eólico, las turbinas generan una estela turbulenta cuando el viento las atraviesa, por lo que alteran las condiciones de operación de otras turbinas que entran en contacto con esta estela, disminuyendo dramáticamente la potencia generada. Por lo anterior, existe la necesidad de estudiar la estructura de la estela, que es lo que motiva este trabajo.

El objetivo general del trabajo consiste en estudiar el comportamiento de la estela de una turbina eólica utilizando dinámica de fluidos computacional y el método de actuador de línea, bajo diferentes condiciones de operación. Por otra parte, los objetivos específicos son determinar una configuración de referencia a simular, implementar el método de actuador de línea, comparar lo obtenido en la implementación con datos reales de referencia de la misma configuración, y finalmente utilizar las simulaciones para analizar el comportamiento cualitativo de la estela.

Para llevar a cabo el trabajo se utilizaron como base experimentos sobre una turbina a escala en un túnel de viento realizados en la NTNU, tanto para la configuración a estudiar como para comparar los resultados obtenidos en primera instancia, mientras que la malla y los parámetros de operación se determinaron usando el desempeño de la turbina y el comportamiento general de la estela en paralelo, refinando según en el comportamiento de ambos.

Con el método implementado, se obtuvieron las curvas de desempeño de la turbina, se analizó la estela producida en 3 razones de velocidad de punta, asemejándose a los casos en los que la turbina está a punto de detenerse, en condiciones óptimas y a punto de salirse de control, y finalmente se comparó la implementación con el método de actuador de disco. Los resultados obtenidos permitieron formar las curvas de desempeño y analizar los perfiles de velocidad y estructuras de vorticidad formados en la estela, que son consistentes con lo esperado, pero presentan diferencias respecto al caso real, en donde se sobreestima el torque y el empuje por un error constante (específicamente 0.03 en el caso del torque), mientras que la estela producida está mejor definida para razones de velocidad bajas. Por otra parte, en la comparación con el método de actuador de disco, los resultados entre ambos métodos son muy similares incluso con la ausencia del centro del rotor y de rotación de la estela en uno de ellos. En general, los resultados obtenidos son prometedores, en especial para razones de velocidad bajas.

# Agradecimientos

En primer lugar, le doy las gracias a mi comisión evaluadora, a mi profesor guía Benjamín Herrmann por aceptarme como memorista, y a los profesores miembros de la comisión, Mónica Zamora y Álvaro Valencia, por ser parte de ésta, a pesar de no haber tenido la oportunidad de conocer personalmente a ninguno de los tres previo a este trabajo.

A mi buen amigo E. Luciano, por haberme prestado tu computador para la realización de parte de este trabajo. Sin tu ayuda, no hubiera sido posible completar este trabajo a tiempo.

A mis amigos y a mis compañeros de carrera que hicieron mi paso por la universidad más ameno incluso en los momentos más difíciles. Los ratos compartidos juntos son invaluable para mí.

Finalmente, a mis padres y a mi hermano, por su apoyo constante a lo largo de mi carrera y en mi vida en general. De no ser por ustedes, no hubiera llegado a donde estoy ahora.

A todos ustedes, gracias.

# Tabla de Contenido

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Motivación . . . . .	2
1.2. Objetivos y alcances . . . . .	4
1.2.1. Objetivo general . . . . .	4
1.2.2. Objetivos específicos . . . . .	4
1.2.3. Alcances . . . . .	4
<b>2. Antecedentes</b>	<b>5</b>
2.1. Modelación de la turbina . . . . .	5
2.2. Método de actuador de línea . . . . .	7
2.3. Nek5000 . . . . .	11
2.4. Modelo de turbulencia . . . . .	11
<b>3. Metodología</b>	<b>15</b>
3.1. Configuración a simular . . . . .	15
3.2. Condiciones iniciales y de borde . . . . .	16
3.3. Implementación del método de actuador de línea . . . . .	18
3.3.1. Geometría . . . . .	18
3.3.2. Consideraciones de elementos actuadores . . . . .	20
3.3.3. Refinación de la malla y selección de parámetros de operación . . . . .	20
3.4. Análisis de resultados . . . . .	21
3.4.1. Curvas de desempeño . . . . .	21
3.4.2. Análisis de la estela . . . . .	21
3.4.3. Comparación con actuador de disco . . . . .	21
<b>4. Resultados y discusión</b>	<b>23</b>
4.1. Determinación de parámetros y malla . . . . .	23
4.1.1. Malla en plano $x - z$ , regularización y elementos por pala . . . . .	23
4.1.2. Malla en $y$ . . . . .	27
4.1.3. Tiempo de disipación de turbulencia . . . . .	29
4.2. Curvas de desempeño . . . . .	31
4.3. Estela de la turbina . . . . .	32
4.4. Comparación con actuador de disco . . . . .	38

<b>5. Conclusiones y trabajo futuro</b>	<b>43</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>46</b>
<b>Anexos</b>	<b>48</b>
<b>Anexo A. Gráficos de potencia y empuje completos del análisis de sensibilidad.</b>	<b>48</b>
<b>Anexo B. Campos de la estela en tamaño completo</b>	<b>52</b>
<b>Anexo C. Código relevante para la construcción del caso</b>	<b>56</b>

# Índice de Tablas

3.1.	Dimensiones relevantes del dominio en función del radio del rotor. . . . .	16
3.2.	Condiciones de borde del dominio . . . . .	17
3.3.	Propiedades del dominio de comparación. . . . .	22

# Índice de Ilustraciones

1.1.	Capacidad global acumulada en GW para la energía eólica y costo nivelado de energía en EE.UU. en centavo/kWh, entre 1980 y 2016. [1] . . . . .	2
1.2.	Proyección de instalaciones anuales (en azul) y déficit estimado para alcanzar las metas del acuerdo de París (en gris). [2] . . . . .	3
2.1.	Métodos de actuadores usados en el estudio de la estela. . . . .	6
2.2.	Esquema del método de actuador de línea (Kleusberg et al., 2016 [7]) . . . . .	7
2.3.	Esquema de proyección de velocidad en componente tangencial. . . . .	7
3.1.	Configuración a simular . . . . .	15
3.2.	Parametrización de geometría de las palas del rotor. Datos de la geometría ("Datos" en los gráficos) de Krogstad y Lund, 2012 [19]. . . . .	18
3.3.	Coefficientes de sustentación y arrastre para perfil NREL S826 según el ángulo de ataque local. Datos experimentales ("Sust." y "Arrastre" en el gráfico) de Bartl et al, 2019 [20]. . . . .	18
3.4.	Ángulo de ataque a lo largo de la pala para distintos $\lambda$ . . . . .	19
4.1.	Análisis de sensibilidad de coeficientes de desempeño $C_P$ y $C_T$ respecto al tamaño de regularización $\varepsilon$ , $\lambda = 6$ , $n_{el} = 8$ , $Re_R = 10000$ , $t = 10$ . . . . .	23
4.2.	Patrón de oscilación de $C_P$ en el tiempo, $\lambda = 6$ , $n_{el} = 8$ , $t \in [8, 10]$ , $\Delta t_{muestreo} = 0.1$ . . . . .	24
4.3.	Patrón de oscilación de $C_P$ , $t \in [10, 11]$ , $\Delta t_{muestreo} = 0.005$ . El comportamiento de $C_T$ es prácticamente idéntico, por lo que se omite la inclusión de su respectivo gráfico. . . . .	25
4.4.	Análisis de sensibilidad de coeficientes de desempeño respecto al número de elementos por pala $n_{el}$ , $\lambda = 6$ , $\varepsilon = 0.12$ , $Re_R = 10000$ , $t = 10$ . . . . .	26
4.5.	Isosuperficie $\lambda_2 = -0.005$ para diferentes tamaños de elementos $\Delta el_y$ , con $\varepsilon = 0.2$ . . . . .	27
4.6.	Campos de vorticidad en la estela próxima a la turbina, $\Delta el_y = 0.25R$ . . . . .	28
4.7.	Perfiles de velocidad en $y$ en la zona de la estela para diferentes tamaños de elemento de malla en $y$ , $\lambda = 6$ , $t = 40$ , $z = 2R$ . . . . .	28
4.8.	Campo de magnitud de velocidad para cada malla, $\lambda = 6$ , $t = 40$ , $z = 2R$ . . . . .	29
4.9.	Espaciamiento definitivo entre elementos espectrales de la malla en la dirección $y$ , separada en zonas de interés: entrada en azul, vecindad de la turbina en rojo, estela próxima en naranja y estela lejana en verde. Las cruces verdes delimitan la zona que ocupa el rotor de la turbina. . . . .	29
4.10.	Comportamiento del perfil de velocidad respecto a $\tau$ en la entrada, $\lambda = 6$ , $t = 40$ . . . . .	30
4.11.	Comportamiento de la energía cinética turbulenta respecto a $\tau$ en la entrada, $\lambda = 6$ , $t = 40$ . . . . .	30

4.12.	Curvas de potencia y empuje obtenidas y errores respectivos. Datos experimentales ("túnel" en los gráficos) de Krogstad y Eriksen, 2013 [17]. . . . .	31
4.13.	Curva de torque y su respectivo error. . . . .	32
4.14.	Perfiles de velocidad comparados con el caso real a la altura de la turbina, $z = 2R, t = 40$ . Datos experimentales ("túnel" en los gráficos) digitalmente extraídos de Krogstad y Adamarola, 2011 [21]. . . . .	33
4.15.	Campo de magnitud de velocidad para cada $\lambda$ a la altura del rotor, $z = 2R, t = 40$ . .	34
4.16.	Promedio de fuerza aplicada a lo largo del radio del rotor para cada $\lambda, t = 40, n_{muestreo} = 500$ . . . . .	35
4.17.	Campo de magnitud de vorticidad para cada $\lambda$ a la altura del rotor, $z = 2R, t = 40$ . . .	36
4.18.	Isosuperficie $\lambda_2 = -0.01$ para cada $\lambda, t = 40$ . . . . .	38
4.19.	Espaciamiento de elementos espectrales en $y$ . La línea roja indica la posición del rotor. . . . .	38
4.20.	Distribución de elementos espectrales en el plano $x - z$ . EL círculo rojo indica la posición del rotor. . . . .	39
4.21.	Vista lateral del campo de magnitud de velocidad para ambos casos, $x = 5, t = 40$ . .	39
4.22.	Comparación de perfiles de velocidad en $y$ entre ambos métodos a distintas distancias detrás de la turbina, $t = 40$ . . . . .	40
4.23.	Campo vectorial $(u_x, u_z)$ , sobrepuesto al campo de velocidad en $y$ , para diferentes distancias aguas abajo de la turbina, $x \in [3R, 7R], z \in [0, 4R], t = 40$ . . . . .	41
A.1.	Coeficiente de potencia de análisis de sensibilidad de $\varepsilon$ . . . . .	49
A.2.	Coeficiente de empuje de análisis de sensibilidad de $\varepsilon$ . . . . .	50
A.3.	Coeficiente de potencia de análisis de sensibilidad de $n_{el}$ . . . . .	51
A.4.	Coeficiente de empuje de análisis de sensibilidad de $n_{el}$ . . . . .	51
A.5.	Patrón de oscilación de coeficiente de potencia, $\Delta t_{muestreo} = 0.005$ . . . . .	51
B.1.	Campo de magnitud de velocidad para cada t.s.r. a la altura del rotor, $z = 2R, t = 40$ . .	53
B.2.	Campo de magnitud de vorticidad para cada t.s.r. a la altura del rotor, $z = 2R, t = 40$ . .	54
B.3.	Isosuperficie $\lambda_2 = -0.01$ para cada t.s.r., $t = 40$ . . . . .	55



# Capítulo 1

## Introducción

Una turbina eólica genera electricidad recibiendo energía cinética del viento y moviendo el rotor, que finalmente es transformada en energía eléctrica a través de un generador conectado al rotor. Cuando el flujo de aire entra en contacto con la turbina de frente, se genera sustentación en las palas, que finalmente produce el movimiento. La potencia que almacena el flujo de aire atravesando la turbina se expresa como:

$$P_{max} = \frac{1}{2} \dot{m} U_{\infty}^2 = \frac{1}{2} \rho A U_{\infty}^3 \quad (1.1)$$

Donde  $\dot{m}$  es el flujo másico de aire,  $\rho$  corresponde a la densidad del aire,  $A$  al área que barre el rotor de la turbina y  $U_{\infty}$  la velocidad de entrada del aire (suponiendo una velocidad uniforme y paralela a la turbina). Esto no corresponde al máximo de potencia que se puede extraer, debido principalmente a que extraer toda esa potencia implicaría frenar completamente el flujo de aire. Aun así, este valor ilustra el comportamiento general de la potencia generada en base a esos parámetros, y permite obtener algunas conclusiones básicas cuando se trata de una sola turbina:

- La potencia es proporcional al cubo de la velocidad, por lo que altas velocidades son muy deseables para la producción de energía.
- La potencia es directamente proporcional al área de la revolución del rotor, por lo que la producción se beneficia del uso de turbinas de mayor diámetro.
- La potencia depende de la densidad, por lo que al tratarse de aire, la escala y la cantidad de las turbinas debe compensar esta baja densidad.

Todo lo anterior, y en especial el último punto, se traduce en que un gran número de turbinas de gran escala permiten aprovechar al máximo la energía del viento, tanto en paralelo para atrapar un mayor flujo de aire, como en serie para reducir la velocidad de este flujo lo más posible, como en el caso de los parques eólicos.

Ahora, cuando el flujo de aire atraviesa una turbina, el movimiento del rotor mezcla el aire e introduce turbulencia, generando una estela. Por lo tanto, en un parque eólico, la estela de una tur-

bina afectará el rendimiento del resto de las turbinas que le siguen, reduciendo significativamente la potencia producida por cada turbina subsiguiente, y por lo tanto afectando al parque completo.

La dinámica de la estela producida por una turbina eólica aún es un objeto de estudio, tanto individualmente como su interacción con un conjunto de turbinas, a través de simulaciones numéricas y experimentos en túneles de viento. Es por esto que se propone simular la estela de una turbina implementando el método de actuador de línea en el software de código abierto Nek5000, para luego poder analizar el comportamiento de la estela producida.

## 1.1. Motivación

La energía eólica es una de las fuentes de energía renovable más populares en el mundo, y su capacidad instalada ha crecido exponencialmente con los años, lo que permitió una disminución sostenida del costo de la energía producida, como se puede apreciar en la figura 1.1. Esta disminución en los costos permitió que la energía eólica no solo fuera atractiva por no tener emisiones, sino que además pueda competir con otros medios de generación.

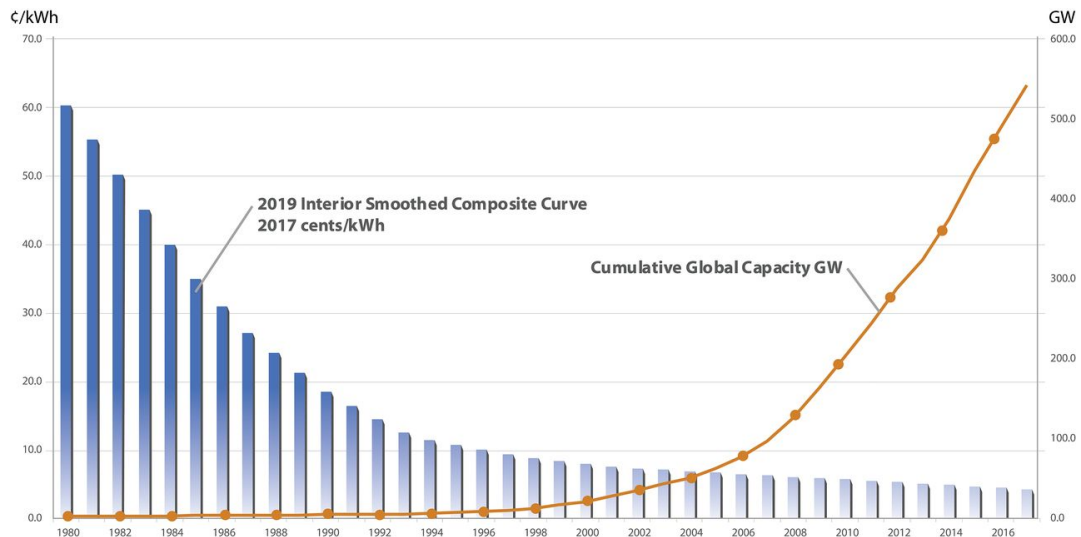


Figura 1.1: Capacidad global acumulada en GW para la energía eólica y costo nivelado de energía en EE.UU. en centavo/kWh, entre 1980 y 2016. [1]

En efecto, su rápido desarrollo abre la posibilidad de que, en un plazo realista, pueda satisfacer una fracción importante de la demanda energética del mundo y así contribuir a alcanzar la carbono-neutralidad. Pero estos avances en el costo, la capacidad de generación y la eficiencia de la energía eólica (y energías renovables en general) no solo son deseables, sino que son necesarios, en el marco del acuerdo de París para limitar el calentamiento global a 1.5°C y encaminarse a la carbono-neutralidad. Según el Consejo Global para la Energía Eólica (GWEC), la capacidad anual

instalada global de energía eólica necesita crecer cuatro veces más de aquí a 2030 para mantenerse en ruta de las metas del acuerdo de París. [2]

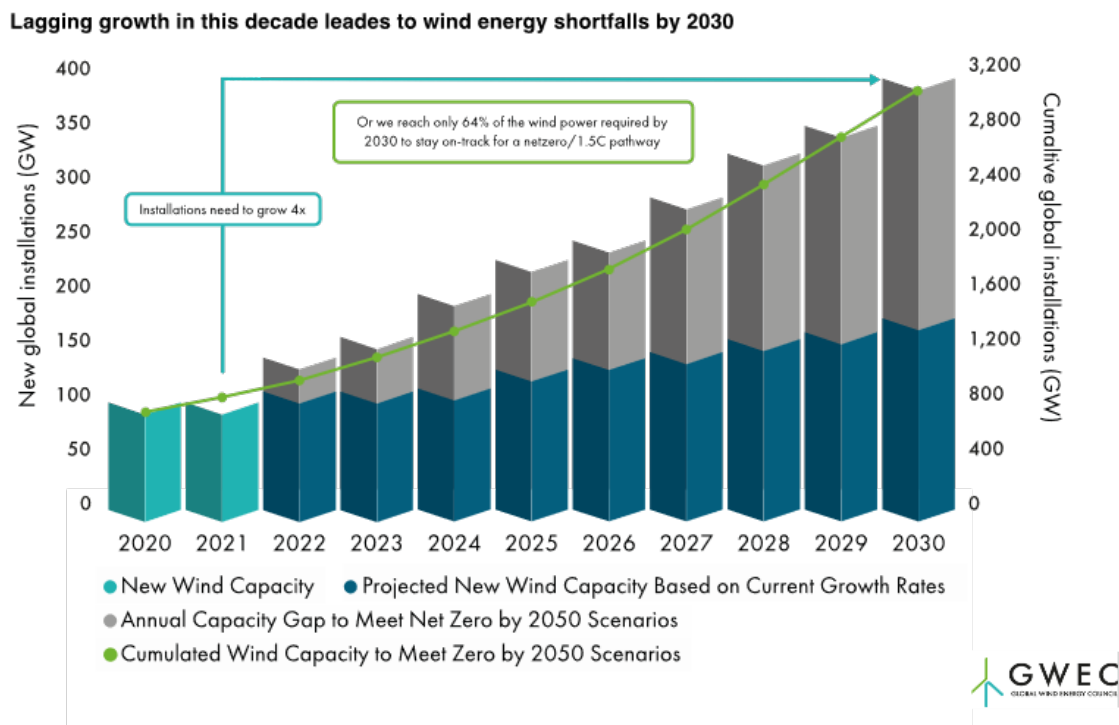


Figura 1.2: Proyección de instalaciones anuales (en azul) y déficit estimado para alcanzar las metas del acuerdo de París (en gris). [2]

Esta necesidad de innovar y de ampliar la capacidad y la eficiencia de producción inevitablemente implica entrar en una zona de incertidumbre científica e ingenieril. Un artículo de la revista Science [1] plantea 3 desafíos que se deben afrontar para que la energía eólica pueda suministrar más de un tercio de la demanda energética global en un plazo realista:

1. Dinámica de las plantas de energía eólica y del flujo de aire atmosférico.
2. Carga y manufactura de turbinas eólicas de mayor escala.
3. Integración de plantas de energía eólica en la red eléctrica.

El estudio de la estela de una turbina eólica se enmarca en este primer desafío, con el objetivo de ampliar el entendimiento de la estela generada por la turbina eólica, lo que contribuye a un mejor diseño e implementación de turbinas y parques eólicos, a través del análisis de la estructura de la estela y su interacción con otras turbinas. En este aspecto, la dinámica de fluidos computacional (o CFD por las siglas en inglés) constituye una herramienta fundamental, puesto que permite un estudio detallado de estas estructuras sin la complejidad asociada a la obtención de estos datos en un ambiente real. La motivación de este trabajo nace de esta necesidad de entender el comportamiento de la estela, y la capacidad de las simulaciones computacionales para resolver esta necesidad.

## **1.2. Objetivos y alcances**

### **1.2.1. Objetivo general**

- Estudiar el comportamiento de la estela de una turbina eólica en diferentes condiciones de operación a través de dinámica de fluidos computacional y del uso del método de actuador de línea.

### **1.2.2. Objetivos específicos**

- Determinar una configuración de referencia a simular.
- Implementar el método de actuador de línea en el solver de elemento espectral Nek5000.
- Determinar parámetros de operación del método de actuador de línea.
- Comparar implementación con datos reales de operación.
- Analizar comportamiento cualitativo de la estela para diferentes condiciones de operación de la turbina.

### **1.2.3. Alcances**

- Se implementará el método de actuador de línea modelando solamente las palas del rotor.
- Se simulará una turbina a escala en un túnel de viento, confinada por paredes sin roce y flujo de entrada uniforme, de tal forma de excluir el efecto de una capa límite.
- Se utilizará un número de Reynolds inferior al de condiciones de operación reales de una turbina.
- Se incluirán los efectos de turbulencia en la simulación a través de RANS.
- Los resultados obtenidos se compararán con el desempeño real de una turbina a escala en un túnel de viento de las mismas condiciones.
- Se seleccionarán los parámetros de operación del método de actuador de línea por separado y en base a su efecto sobre los coeficientes de potencia y empuje para una sola condición de operación.
- Se simularán diferentes condiciones de operación en base a la razón de velocidad de punta o t.s.r., manteniendo fija la condición de borde de entrada y variando la velocidad angular del rotor.

# Capítulo 2

## Antecedentes

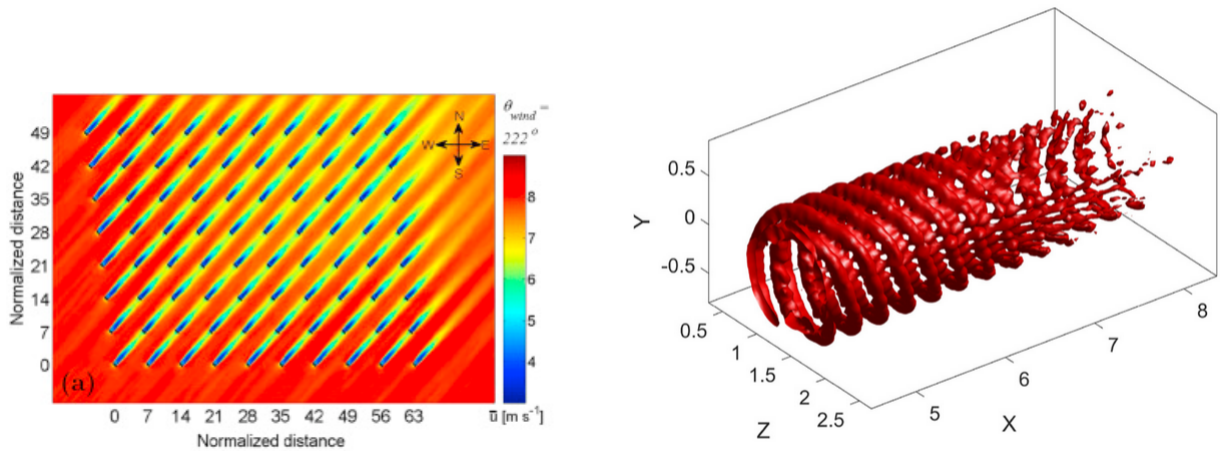
### 2.1. Modelación de la turbina

Existe una gran variedad de métodos para modelar el rotor de una turbina eólica, todos con distintas suposiciones, ventajas y alcances respecto a sus resultados, y cuyo objetivo es poder simular el comportamiento de una turbina, que van desde el cálculo manual a través de la simplificación del dominio hasta la resolución completa de la geometría del rotor. Por ejemplo, un método ampliamente utilizado para una primera estimación de la potencia y el empuje producidos consiste en el momentum de elemento de pala o BEM por sus siglas en inglés, que divide la zona del rotor en anillos concéntricos que determinan volúmenes de control coincidentes con las líneas de corriente, y al calcular el cambio de momentum sobre ellos y la carga aerodinámica sobre el perfil alar, permite estimar el empuje, el torque y el perfil de velocidades sobre el rotor en función del radio.

Este método se caracteriza por ser computacionalmente sencillo, puesto que las secciones anulares se suponen independientes entre sí, y como el cálculo es un conjunto de ecuaciones cerradas para los factores de inducción, ni siquiera se requiere de simular el flujo sobre el rotor para obtener información sobre la turbina. Por otra parte, al suponer simetría sobre el rotor, secciones independientes entre sí y velocidad uniforme en la estela, este método no ofrece información externa al rotor, y en particular, de la estela del rotor, sino que ofrece información sobre el promedio de la velocidad en el rotor.

Aplicar esta metodología con las ecuaciones de Navier-Stokes en simulaciones de dinámica de fluidos computacional en vez de conservación de momentum resulta en el método de actuador de disco, que similarmente al método BEM, modela el rotor como un disco, pero ahora el disco ejerce una fuerza sobre el flujo de aire distribuida en el área barrida por el rotor. Como se aprecia en la figura 2.1.a, esta representación simplificada del rotor permite simular más de una turbina al mismo tiempo manteniendo un costo computacional razonable, capturando el comportamiento promedio de las estelas. Sin embargo, la distribución de fuerzas sobre un disco no permite modelar las puntas

de las palas, por lo que el nivel de detalle que puede alcanzar este método es limitado.



(a) Simulación de un parque eólico con el método de actuador de disco (Wu y Porté-Agel, 2015 [3]).

(b) Modo POD de la estela generada con el método de actuador de línea (de Cillis et al., 2022 [4]).

Figura 2.1: Métodos de actuadores usados en el estudio de la estela.

Usando la idea de representar el rotor como fuerzas de cuerpo, la zona de aplicación puede refinarse más para modelar de mejor forma el rotor. En el modelo que se utiliza en este trabajo, el método actuador de línea, formulado originalmente por Sørensen y Shen [5], se modelan las palas del rotor como líneas, y la fuerza que ejercen se distribuye en puntos a lo largo de cada línea. Esta representación no sólo permite apreciar el efecto individual de cada pala sobre el aire, sino que la separación de cada pala permite introducir el efecto de la punta en el flujo (ver figura 2.1.b), lo que resulta en una simulación realista del comportamiento de la estela de la turbina y su estructura.

Otros métodos de modelación más sofisticados persiguen una representación más fiel del efecto del rotor sobre el aire a costa de mayores recursos computacionales, frecuentemente limitándose al análisis de una o dos turbinas como máximo. Entre ellos, se incluye distribuir la fuerza en la superficie de cada pala, o directamente incluir las palas como condiciones de borde en un cuerpo sólido. Si bien estos métodos ofrecen información mucho más detallada, los métodos de actuador de disco y de línea han sido ampliamente utilizados en simulaciones *large eddy* (LES) para analizar turbinas aisladas y arreglos de turbinas debido a su bajo costo computacional en comparación a simulaciones CFD con la geometría de la pala completamente resuelta [6]. En particular, el método de actuador de línea ha sido utilizado para estudiar el comportamiento de parques eólicos bajo diferentes contextos y condiciones de operación, entre ellos, alterando la velocidad de operación de la turbina, su orientación, la turbulencia del flujo de entrada de aire e incluyendo el efecto de la capa límite atmosférica.

## 2.2. Método de actuador de línea

Como se mencionó anteriormente, el método de actuador de línea representa las palas como líneas, y cada línea aplica una fuerza distribuida. Esto se logra discretizando cada pala, y la fuerza aplicada en cada elemento se calcula utilizando el perfil de la sección transversal de la pala en cada posición. La fuerza calculada en cada elemento luego se introduce en la simulación como una fuerza de cuerpo en cada elemento, lo que finalmente produce líneas de fuerza en el dominio. Para agregar el movimiento del rotor, simplemente se modifica la posición de las líneas en cada paso temporal con una velocidad angular fija.

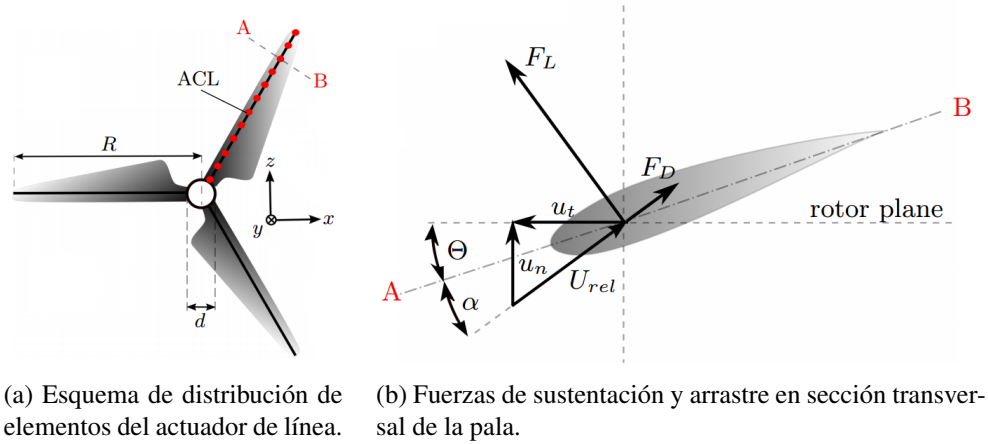


Figura 2.2: Esquema del método de actuador de línea (Kleusberg et al., 2016 [7])

Para calcular la carga en cada elemento dado el perfil alar de la sección transversal, se determina la velocidad relativa del aire respecto a la pala  $U_{rel}$ , según la figura 2.2.b.

$$U_{rel} = \sqrt{u_n^2 + u_t^2} \quad (2.1)$$

Donde  $u_n$  y  $u_t$  son las componentes de la velocidad relativa del aire normal y tangencial a la pala. Según el sistema de referencia de la figura 2.2.a,  $u_n$  corresponde a la componente en y de la velocidad en ese punto, pero el cálculo de  $u_t$  requiere de proyectar las componentes de la velocidad en la dirección tangente al rotor y sumar la velocidad tangencial del rotor en ese radio.

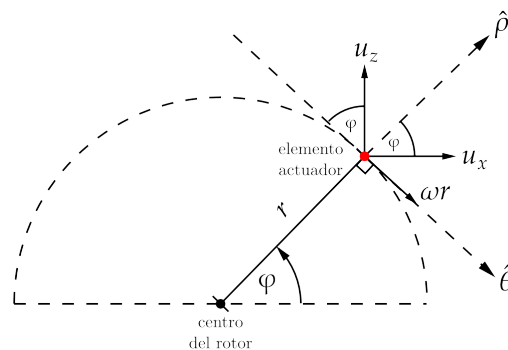


Figura 2.3: Esquema de proyección de velocidad en componente tangencial.

A partir del esquema de la figura 2.3, se tiene que la componente tangencial de la velocidad, que corresponde a la velocidad relativa proyectada sobre la dirección  $\hat{\theta}$ , se calcula como:

$$u_t = u_x \sin(\varphi) - u_z \cos(\varphi) + \omega r$$

En donde  $\varphi$  corresponde al ángulo que forma la pala en la que se encuentra el elemento con el eje horizontal,  $\omega$  la velocidad angular del rotor y  $r$  la distancia del elemento al centro del rotor. El sentido de  $\hat{\theta}$  se escoje deliberadamente de esta forma, tal que coincida con la contribución de la pala a la velocidad relativa.

Con la velocidad relativa se pueden calcular las fuerzas *por unidad de largo* de sustentación y arrastre del perfil alar como:

$$F_L = \frac{1}{2} \rho U_{rel}^2 c C_l \quad (2.2)$$

$$F_D = \frac{1}{2} \rho U_{rel}^2 c C_d \quad (2.3)$$

Donde  $c(r)$  es la cuerda del perfil, esto es, la distancia entre los extremos del perfil alar, y  $\Theta(r)$  es el ángulo de elevación del perfil, mientras que  $C_l$  y  $C_d$  son los coeficientes de sustentación y arrastre.  $c(r)$  y  $\Theta(r)$  corresponden a datos de la geometría del rotor, tabulados respecto al radio medido desde el rotor  $r$ , mientras que  $C_l(\alpha)$  y  $C_d(\alpha)$  se obtienen de experimentos sobre un perfil con la misma forma que la sección transversal de la pala, para distintos ángulos de ataque local  $\alpha$ :

$$\alpha = \phi - \Theta; \quad \phi = \arctan\left(\frac{u_n}{u_t}\right) \quad (2.4)$$

Donde  $\phi$  es el ángulo que forma la velocidad relativa con el plano del rotor.  $F_L$  y  $F_D$  pueden proyectarse en las direcciones normal y tangente al rotor, resultando en:

$$P_n = F_L \cos(\phi) + F_D \sin(\phi) \quad (2.5)$$

$$P_t = F_L \sin(\phi) - F_D \cos(\phi) \quad (2.6)$$

Y así, la fuerza que se aplica en cada elemento del actuador de línea se escribe como:

$$\vec{f}_{ACL} = P_t \hat{\theta} + P_n \hat{y} \quad (2.7)$$

Lo que se puede traducir a coordenadas cartesianas usando la proyección de  $\hat{\theta}$  sobre este sistema, que corresponde a la transformación inversa de la proyección utilizada con  $u_t$ . Por lo tanto, la fuerza aplicada en coordenadas cartesianas corresponde a:

$$\vec{f}_{ACL} = P_t \sin(\varphi) \hat{x} + P_n \hat{y} - P_t \cos(\varphi) \hat{z}$$

Esta estimación de la carga aerodinámica es válida para perfiles 2D, pero al utilizarse para



representar una pala en 3D, este cálculo deja de ser válido en la zona de la punta de la pala, en donde debe aplicarse una corrección. Esto se logra a través de la corrección de Prandtl, utilizada en el método BEM para corregir empíricamente los factores de inducción axial y tangencial  $a$  y  $a'$ , definidos como:

$$a = 1 - \frac{u_n}{U_\infty} \quad (2.8)$$

$$a' = \frac{v_\theta}{2\omega r} \quad (2.9)$$

Donde  $U_\infty$  es la velocidad del flujo de entrada, y  $v_\theta$  es la velocidad tangencial inducida en la estela. Estos coeficientes permiten reescribir las componentes de la velocidad relativa como:

$$u_n = U_\infty(1 - a) \quad (2.10)$$

$$u_t = \omega r(1 + a') \quad (2.11)$$

Ahora, como se trabaja directamente con el campo de velocidad, estos coeficientes se pueden determinar para la posición de cada elemento de línea en función de la velocidad en esos puntos, y luego de aplicar la corrección, se puede recalculer la velocidad relativa, y por lo tanto las fuerzas en cada elemento. Primero, se calcula el factor de corrección  $F$ :

$$F = \frac{2}{\pi} \cos^{-1}(e^{-f}); f = \frac{B R - r}{2 r \sin \phi} \quad (2.12)$$

Con  $B$  el número de palas,  $R$  el radio del rotor y  $r$  la distancia del elemento de pala al centro del rotor. Para aplicar el factor de corrección, los coeficientes de inducción se reescriben como:

$$a = \frac{1}{K_n + 1} \quad a' = \frac{1}{K_t - 1} \quad (2.13)$$

Lo anterior corresponde a una simplificación de las expresiones obtenidas para  $a$  y  $a'$  utilizando conservación de momentum, pero en este caso  $K_n$  y  $K_t$  se pueden calcular a partir de  $a$  y  $a'$ , y por lo tanto no es necesario escribirlos explícitamente. Los factores de inducción corregidos  $a_c$  y  $a'_c$  finalmente se calculan como:

$$a_c = \frac{1}{K_n F + 1} \quad a'_c = \frac{1}{K_t F - 1} \quad (2.14)$$

Lo que reescrito en función de  $a$  y  $a'$  corresponde a:

$$a_c = \frac{a}{(1 - a)F + a} \quad a'_c = \frac{a'}{(1 + a')F - a'} \quad (2.15)$$

Luego, se puede calcular la velocidad relativa corregida como:

$$u_n = U_\infty(1 - a_c) \quad u_t = \omega r(1 + a'_c) \quad (2.16)$$

Con estas velocidades corregidas se recalculan finalmente el ángulo de la velocidad relativa  $\phi$  según 2.4, los coeficientes de sustentación y arrastre  $C_l$  y  $C_d$ , y las fuerzas del elemento según 2.5 y 2.6.

Para evitar singularidades en la simulación al aplicar fuerzas puntuales, las fuerzas se distribuyen en puntos de la malla alrededor de cada elemento actuador con un kernel de regularización  $\eta_\varepsilon$ . Hay diferentes distribuciones aplicables para esto, pero una de las más simples y más ampliamente utilizadas es la distribución Gaussiana en 3D:

$$\eta_\varepsilon(d) = \frac{1}{\varepsilon^3 \pi^{3/2}} \exp \left[ - \left( \frac{d}{\varepsilon} \right)^2 \right] \quad (2.17)$$

Donde  $d = |\vec{p} - \vec{p}_{ACL,i}|$  corresponde a la distancia entre un punto  $\vec{p}$  de la malla y el  $i$ -ésimo punto del actuador de línea  $\vec{p}_{ACL,i}$  donde se aplica la fuerza, y  $\varepsilon$  es un parámetro que permite ajustar el tamaño de la distribución. Esta distribución reparte la aplicación de la fuerza en una esfera de radio  $\varepsilon$  en torno al punto de aplicación, pero concentrándola en el centro, efectivamente "suavizandola". Entonces, la fuerza aplicada a un punto cualquiera se escribe como:

$$\vec{f}(\vec{p}) = \sum_{i=1}^3 \int_0^R -\vec{f}_{ACL}(r\vec{e}_{ACL,i}) \eta_\varepsilon(|\vec{p} - r\vec{e}_{ACL,i}|) dr \quad (2.18)$$

Con  $\vec{e}_{ACL,i}$  la dirección de la  $i$ -ésima pala del rotor. Criterios para determinar un valor apropiado para el parámetro de regularización  $\varepsilon$  han sido propuestos en el pasado para mallas uniformes, y se ha determinado que un mayor  $\varepsilon$  distribuye la fuerza en un volumen mayor, reduciendo la carga aerodinámica sobre el rotor y aumentando artificialmente el coeficiente de potencia de la turbina, por lo que se sugiere que este parámetro sea lo más bajo posible, y donde el factor limitante es la discretización de la malla. En mallas uniformes, para  $\varepsilon < 2\Delta x$ , con  $\Delta x$  la resolución de la malla, se aprecian oscilaciones en los parámetros debido a la incapacidad de capturar los puntos de la malla correctamente [8].

Con el campo de fuerzas en todo el dominio, es posible calcular finalmente coeficientes de potencia y empuje ( $C_p$  y  $C_t$ ) para cuantificar el comportamiento de la carga sobre el rotor, así como el desempeño de la turbina. Primero, se determina el torque total ejercido en el rotor  $T_{y_{total}}$ , y el arrastre que genera  $F_{y_{total}}$  integrando el campo de fuerzas sobre todo el dominio:

$$T_{y_{total}} = \int_{Dom} (\vec{r} \times \vec{f})_y dV = \int_{Dom} (r_z f_x - r_x f_z) dx dy dz \quad (2.19)$$

$$F_{y_{total}} = \int_{Dom} f_y dx dy dz \quad (2.20)$$

Y con esto, se calculan  $C_p$  y  $C_t$  como:

$$C_p = \frac{2T_{y_{total}} \omega}{\pi R^2 U_\infty^3 \rho}; C_t = \frac{2F_{y_{total}}}{\pi R^2 U_\infty^2 \rho} \quad (2.21)$$

### 2.3. Nek5000

El método de actuador de línea requiere de un solver para aplicarse, el cual para esta ocasión corresponde a Nek5000 [9]. Este software de código abierto desarrollado en el Laboratorio Nacional de Argonne, es un solver de dinámica de fluidos computacional escrito en Fortran y que utiliza el método de elemento espectral, que es una combinación del método de elementos finitos y el método espectral. Este método divide el dominio computacional en elementos más pequeños como en el caso de elementos finitos, pero en vez de aplicar una aproximación lineal entre ellos para resolver el flujo, ajusta polinomios de Legendre en puntos de cuadratura dentro de cada elemento, para finalmente unir los elementos con continuidad  $C_0$ . Al combinar ambos métodos, se preserva la versatilidad de aplicación en geometrías complejas del método de elementos finitos, y la convergencia exponencial con el grado de los polinomios de ajuste del método espectral, pero el tipo de unión entre los elementos causa que el campo de derivadas de la velocidad sea discontinuo si la malla es demasiado gruesa.

El método de actuador de línea ha sido implementado con anterioridad a través del método de elemento espectral, con el objetivo de aprovechar las ventajas computacionales de ambos. Además de validar la implementación respecto a mediciones reales de la turbina Tjaræborg en Dinamarca [10], también se ha estudiado el comportamiento de las simulaciones al utilizar un sistema de referencia rotatorio situado en el rotor [11][7], así como la influencia de la capa límite atmosférica [12] y la inclusión de la torre y la góndola de la turbina, además de la estela de una segunda turbina aguas arriba [13].

### 2.4. Modelo de turbulencia

Para aplicaciones de CFD, la presencia de turbulencia dificulta resolver la ecuación de Navier-Stokes de forma directa en una simulación, debido a que se requiere de una malla lo suficientemente densa como para capturar el efecto de los vórtices producidos en todas las escalas. Si bien es posible, el costo computacional en el que se incurre es demasiado alto, por lo que dependiendo del contexto se vuelve necesaria una modificación para modelar la turbulencia.

Un acercamiento efectivo consiste en las simulaciones *large-eddy* (o LES por sus siglas en inglés), en donde se aplica un filtro a las ecuaciones de Navier-Stokes, de tal forma que solo se resuelven los remolinos más grandes, bajo la hipótesis de que estos son los que acarrearán más energía, y por lo tanto los que determinan la mayor parte del comportamiento del fluido. Por otra parte, este método sigue siendo computacionalmente exigente, por lo que es utilizado en casos en los que se requiere un alto grado de detalle.

Otro acercamiento, el cual se utilizará en este trabajo, consiste en resolver la ecuación de Navier-Stokes para la velocidad media. A este método se le conoce como Navier-Stokes promediado por Reynolds (o RANS por sus siglas en inglés), y si bien sus resultados ofrecen menor detalle que en el caso LES, RANS permite representar de forma práctica el efecto de la turbulencia a un costo computacional menor<sup>1</sup>.

La familia de modelos RANS separa la velocidad como  $u = U + u'$ , con  $U$  la componente media y  $u'$  la componente variable de media 0, para resolver las ecuaciones de Navier-Stokes para la velocidad media, que en el caso de flujo incompresible son:

$$\nabla \cdot U = 0 \quad (2.22)$$

$$\rho \left( \frac{\partial U}{\partial t} + U \cdot \nabla U \right) = -\nabla P + \nabla \cdot (2\mu S_{ij} - \rho T) + f \quad (2.23)$$

En donde  $U$  y  $P$  son la velocidad y presión medias,  $f$  son las fuerzas de cuerpo en el sistema,  $S = (\nabla U + (\nabla U)^T)/2$  corresponde al tensor de tasa de deformación media,  $\rho$  es la densidad,  $\mu$  es la viscosidad cinemática, y  $T$  es el tensor de esfuerzo de Reynolds, correspondiente a:

$$T_{ij} = -\overline{u'_i u'_j}$$

La media en este contexto puede entenderse de 3 formas distintas, lo cual depende de la aplicación:

- Promedio temporal: Este promedio se toma respecto a lo largo de un tiempo mucho mayor a la escala temporal en la que actúa la turbulencia. Esto se utiliza en casos en los que en promedio las propiedades del flujo no varían, como casos estacionarios.
- Promedio espacial: Corresponde a promediar a lo largo de todo el dominio. Este promedio es útil en casos donde la turbulencia es homogénea, esto es, que en promedio es uniforme en todas direcciones.

---

<sup>1</sup> El marco teórico de la familia de modelos RANS descrito en esta sección fue mayormente extraído de *Turbulence Modeling for CFD* (Wilcox, 2006) [14]

- Promedio de conjunto: Consiste en tomar el promedio de diferentes mediciones del mismo experimento, donde la única variación entre las mediciones se debe al efecto de la turbulencia. Este corresponde al caso más general, utilizado para flujos con una variación en el tiempo en una escala mayor, por ejemplo, flujos con propiedades que decaen en el tiempo.

Ahora, notar que la presencia de  $T$  en las ecuaciones agrega 6 variables al sistema que no dependen de la velocidad media, por lo que se necesita información adicional. La familia de modelos RANS utilizan la aproximación de Boussinesq para esto, introduciendo el concepto de viscosidad (cinética) turbulenta o *eddy viscosity*  $\mu_t$  a través de  $T$ :

$$-\overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij}$$

En donde  $\delta_{ij}$  corresponde al delta de Kronecker y  $k$  es la energía cinética turbulenta:

$$k = \frac{\overline{u_x'^2} + \overline{u_y'^2} + \overline{u_z'^2}}{2}$$

Con esto, las ecuaciones de RANS se reescriben como:

$$\nabla \cdot U = 0 \quad (2.24)$$

$$\rho \left( \frac{\partial U}{\partial t} + U \cdot \nabla U \right) = -\nabla P + \nabla \cdot ((\mu + \mu_t) 2S_{ij}) + f \quad (2.25)$$

Ahora, la forma en como se determina  $\mu_t$  depende del modelo específico de turbulencia, para lo cual se introducen ecuaciones adicionales para cerrar el sistema. Entre los modelos existentes se encuentran los modelos de una y dos ecuaciones, que introducen una o dos escalas de turbulencia y sus respectivas ecuaciones de transporte para determinar  $\mu_t$ . En este trabajo se utilizará un modelo de dos ecuaciones, el modelo  $k - \tau$  [15], en el que se utiliza la energía cinética turbulenta  $k$  como escala de velocidad, y el tiempo de disipación de turbulencia  $\tau$  como escala temporal, que se calcula a partir de la tasa de disipación de energía cinética turbulenta  $\varepsilon$  y la viscosidad cinemática:

$$\tau = \frac{k}{\varepsilon}; \quad \varepsilon = \mu \overline{\nabla u' : \nabla u'}$$

Con ":" denotando el producto punto matricial. Las ecuaciones de transporte para ambas variables corresponden a:

$$\rho \left( \frac{\partial k}{\partial t} + U \cdot \nabla k \right) = \nabla \cdot (\Gamma_k \nabla k) + P_k - \rho \beta^* \frac{k}{\tau} \quad (2.26)$$

$$\rho \left( \frac{\partial \tau}{\partial t} + U \cdot \nabla \tau \right) = \nabla \cdot (\Gamma_\omega \nabla \tau) - \alpha \frac{\tau}{k} P_k + \rho \beta - 2 \frac{\Gamma_\omega}{\tau} (\nabla \tau \cdot \nabla \tau) + C_{D_\tau} \quad (2.27)$$

En donde

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \quad (2.28)$$

$$\Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \quad (2.29)$$

$$\mu_t = \rho \alpha^* k \tau \quad (2.30)$$

$$P_k = \mu_t (S : S) \quad (2.31)$$

$$C_{D_\tau} = (\rho \sigma_d \tau) \min(\nabla k \cdot \nabla \tau, 0) \quad (2.32)$$

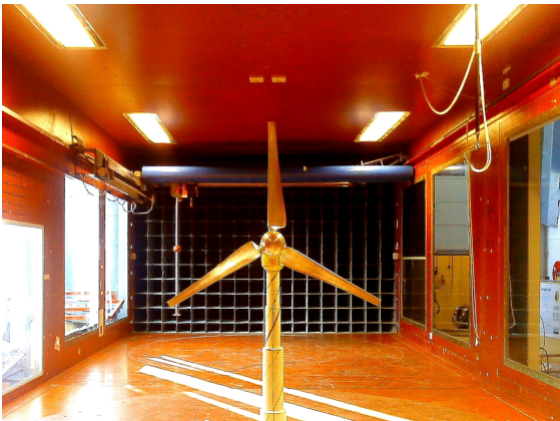
En donde los términos no especificados previamente corresponden a coeficientes de clausura del modelo. Se escoge este modelo según la recomendación de los desarrolladores del software debido a que es más estable numéricamente en las paredes en comparación a los otros modelos ya implementados. Si bien los casos a considerar en este trabajo no incluyen paredes con roce, el resto de los métodos disponibles corresponden a variaciones de este modelo y del modelo  $k - \omega$  [16], cuya principal diferencia radica en el tratamiento de las paredes, por lo que no se explora el efecto del modelo de turbulencia en este trabajo.

# Capítulo 3

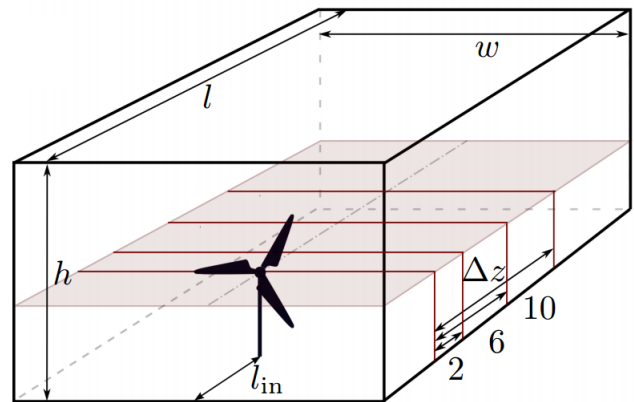
## Metodología

### 3.1. Configuración a simular

El escenario a simular corresponderá al montaje de los experimentos en túnel de viento realizados por Krogstad y Eriksen en la Universidad Noruega de Ciencia y Tecnología NTNU [17], en los llamados tests ciegos o *blind tests*, con el mismo perfil alar de las palas, NREL S826. Estos experimentos se realizaron con el objetivo de proveer suficiente información para validar simulaciones CFD de turbinas eólicas, con mediciones para velocidades entre 7 y 10 [m/s] y razones de velocidad de punta entre 1 y 12. Esta misma configuración también se utilizó en los trabajos de Kleusberg et al., en simulaciones DNS de actuador de línea con torre y góndola realizados en Nek5000 [13], de tal forma que estos trabajos también pueden usarse como comparación para los resultados.



(a) Montaje experimental de referencia [17].



(b) Esquema de dimensiones del dominio [13].

Figura 3.1: Configuración a simular

Las dimensiones del dominio corresponden a  $h = 4$ ,  $l = 25$ ,  $w = 6$ ,  $l_{in} = 7$  y  $h_r = 2$  (ver figura 3.1.b), adimensionalizando respecto al radio del rotor  $R = 0.45$  [m] donde  $h_r$  es la altura del rotor desde el suelo, y el sistema de referencia se sitúa en la esquina inferior izquierda a la entrada, con  $x$  apuntando hacia la derecha,  $y$  en la dirección del flujo y  $z$  hacia arriba. Un resumen de las

dimensiones relevantes se encuentran en la tabla 3.1. Para esta configuración, el aire resbala con las paredes y la velocidad de entrada es uniforme, de  $U_\infty = 10 [m/s]$ . Adicionalmente, el caso se adimensionaliza respecto al radio del rotor  $R$ , la velocidad de entrada  $U_\infty$  y la densidad  $\rho = 1.2 [kg/m^3]$ , por lo que las escalas de longitud y tiempo corresponden a  $l_{adim} = R = 0.45 m$  y  $t_{adim} = R/U_\infty = 0.045 s$  respectivamente.

Tabla 3.1: Dimensiones relevantes del dominio en función del radio del rotor.

Componente	Dimensión del dominio	Posición del centro del rotor
$x$	6R	3R
$y$	25R	7R
$z$	4R	2R

Para diferenciar entre diferentes condiciones de operación en la simulación se utilizará como referencia la razón de velocidad de punta o *tip-speed-ratio*  $\lambda$ , que es la razón entre la velocidad relativa en la punta de las palas del rotor y la velocidad de entrada:

$$\lambda = \frac{\omega R}{U_\infty}$$

En las simulaciones, manteniendo la misma velocidad en la entrada,  $\lambda$  determina directamente la velocidad angular del rotor y, en particular, las escalas de tiempo y longitud utilizadas para la adimensionalización permiten que la velocidad angular del rotor coincida con  $\lambda$ , puesto que:

$$\omega_{adim} = \omega t_{adim} = \frac{\omega R}{U_\infty} = \lambda$$

## 3.2. Condiciones iniciales y de borde

Para recrear el flujo en el túnel de viento, y como se mencionó en la sección anterior, las condiciones de borde a imitar corresponden a velocidad uniforme de  $U_\infty = 10 [m/s]$  en la entrada, paredes sin roce y con una apertura de salida, mientras que las condiciones iniciales se tomarán idénticas a la condición de entrada. Para esto, Nek5000 tiene rutinas implementadas para las condiciones de borde de velocidad fija para la entrada y gradiente de velocidad nulo para la salida, que para esta configuración funcionan satisfactoriamente. Por otra parte, la condición de simetría corresponde al equivalente de paredes sin roce, esto es, derivadas nulas de la velocidad en el plano de la pared y velocidad nula en la normal a la pared. Sin embargo, durante el análisis de sensibilidad la simulación no siempre converge con esta condición en las paredes, por lo que se optó por imponer la condición de borde de velocidad fija en las paredes superior e inferior, que son las más cercanas al rotor, durante el análisis de sensibilidad de la malla.

Adicionalmente, dado que se está utilizando un modelo RANS de dos ecuaciones, se requiere determinar la condición de borde en la entrada para las dos variables adicionales, la energía cinética



turbulenta  $k$  y el tiempo de disipación de turbulencia  $\tau$ , puesto que Nek5000 determina condiciones equivalentes para las paredes sin roce y la salida. Para  $k$ , se puede suponer turbulencia homogénea en la entrada y utilizar la intensidad de turbulencia  $I_t = u'/U_\infty$  para estimar la energía cinética turbulenta en la entrada  $k_{in}$  como:

$$\overline{u'_{x,y,z}} = I_t U_\infty \Rightarrow k_{in} = \frac{3(I_t U_\infty)^2}{2}$$

Para las simulaciones, se utilizó  $I_t = 5\%$ , que corresponde a la intensidad de turbulencia reportada en los *blind tests* aguas abajo de la turbina. Por otra parte, para  $\tau$ , opciones para determinar un valor apropiado en la entrada directamente se basan en parámetros como espesor de la capa límite o altura de rugosidad. Como este caso no tiene paredes con roce, se requiere de estimar  $\tau$  de otra forma. Para esto, se utilizará la definición presentada en los antecedentes de  $\tau$ , específicamente la ecuación 2.31 para la viscosidad turbulenta  $\mu_t$ , y bajo la suposición de que la viscosidad turbulenta en el flujo de entrada es similar a la viscosidad del fluido  $\mu$  [18], esto es:

$$\mu = \mu_t \text{ in} = \rho \alpha^* k_{in} \tau_{in} \Rightarrow \tau_{in} = \frac{\mu}{\rho \alpha^* k_{in}}$$

Con  $k_{in} = 3(I_t U_\infty)^2/2$  en la entrada según lo explicado anteriormente, y  $\alpha^* = 0.09$  según el modelo  $k - \tau$ . Finalmente, al adimensionalizar, se obtiene que las condiciones de borde en la entrada para  $k$  y  $\tau$  corresponden a:

$$k_{in \text{ adim}} = \frac{3I_t^2}{2} = 3.75 \cdot 10^{-3}; \tau_{in \text{ adim}} = \frac{2}{3\alpha^* Re_R I_t^2} = 5.93 \cdot 10^{-2}$$

Con todo lo anterior, en la tabla 3.2 se encuentra un resumen de las condiciones de borde del dominio.

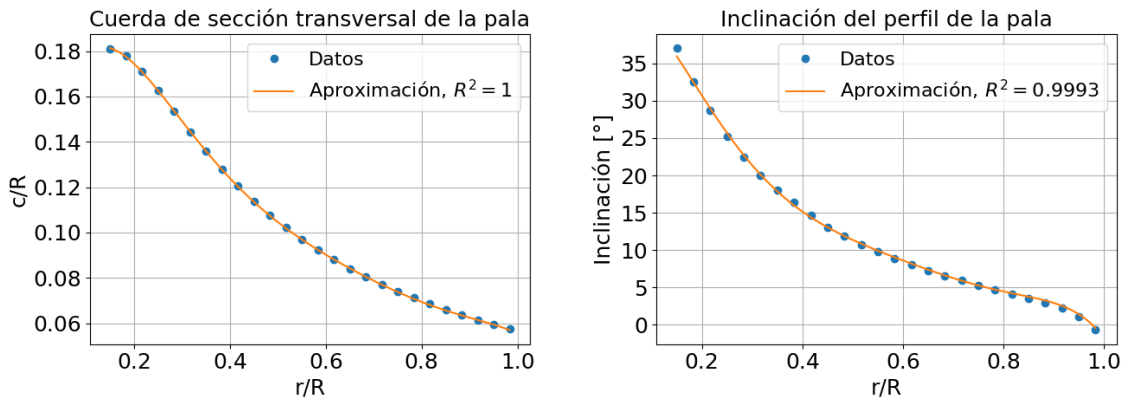
Tabla 3.2: Condiciones de borde del dominio

Superficie	Coordenadas	Condición de borde
Entrada	$y = 0$	$U_y/U_\infty = 1,$ $k_{in \text{ adim}} = 3.75 \cdot 10^{-3},$ $\tau_{in \text{ adim}} = 5.93 \cdot 10^{-2}$
Salida	$y = 25$	Abierta, $\nabla U = 0$
Paredes laterales	$x = 0, x = 6$	Simetría
Paredes sup. e inf.	$z = 0, z = 4$	Idéntico a la entrada en análisis de sensibilidad, simetría en resultados finales

### 3.3. Implementación del método de actuador de línea

#### 3.3.1. Geometría

La geometría de las palas del rotor utilizado en la simulación fueron reportadas en los blind tests, especificando el factor de forma de la sección transversal, el largo de la cuerda  $c(r)$  y el ángulo de elevación del perfil  $\Theta(r)$ . Estos datos se encuentran tabulados respecto al radio, como se puede apreciar en la figura 3.2, pero para efectos de simplicidad de implementación se prefirió aproximar estos datos con polinomios, puesto que en código esto se traduce sólo en evaluar.



(a) Largo de punta a punta (o cuerda) de sección transversal a lo largo de la pala.

(b) Ángulo de elevación del perfil a lo largo de la pala.

Figura 3.2: Parametrización de geometría de las palas del rotor. Datos de la geometría ("Datos" en los gráficos) de Krogstad y Lund, 2012 [19].

Respecto a los coeficientes de sustentación y arrastre, se utilizaron los resultados de Bartl et al., en donde se realizaron mediciones sobre el perfil NREL S826 (el mismo que se utiliza en los blind tests) para ángulos de ataque entre  $-15^\circ$  y  $30^\circ$ . Nuevamente, por facilidad de implementación, se prefirió ajustar estos datos a través de polinomios.

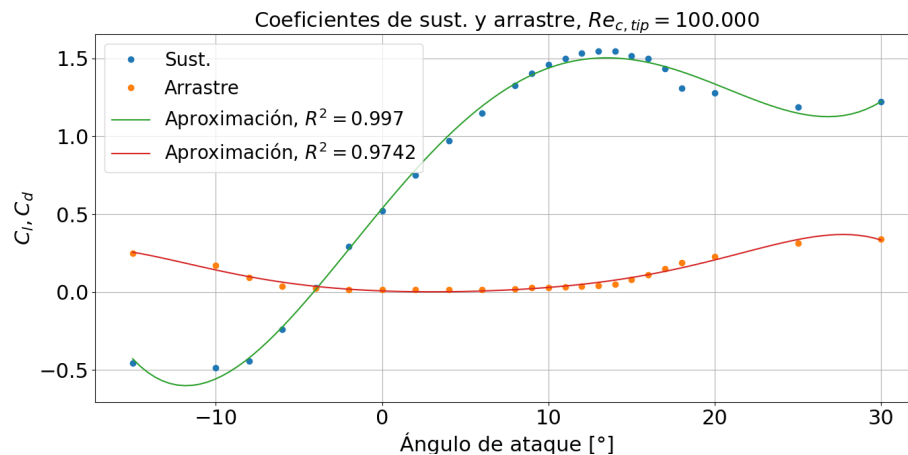


Figura 3.3: Coeficientes de sustentación y arrastre para perfil NREL S826 según el ángulo de ataque local. Datos experimentales ("Sust." y "Arrastre" en el gráfico) de Bartl et al, 2019 [20].

Sin embargo, este conjunto de datos impone una restricción sobre la simulación, puesto que el ángulo de ataque no puede escaparse del intervalo en el cual se midieron estos datos durante la simulación y, en particular, durante el primer paso temporal de la simulación, ya que no se estaría representando correctamente la fuerza que ejerce la turbina. Para analizar esa restricción, se evaluó el ángulo de ataque a lo largo de la pala para distintos *tip-speed ratio* con la velocidad sin aplicar fuerzas, esto es,  $U_\infty$  como componente normal y  $\omega r$  como componente tangencial.

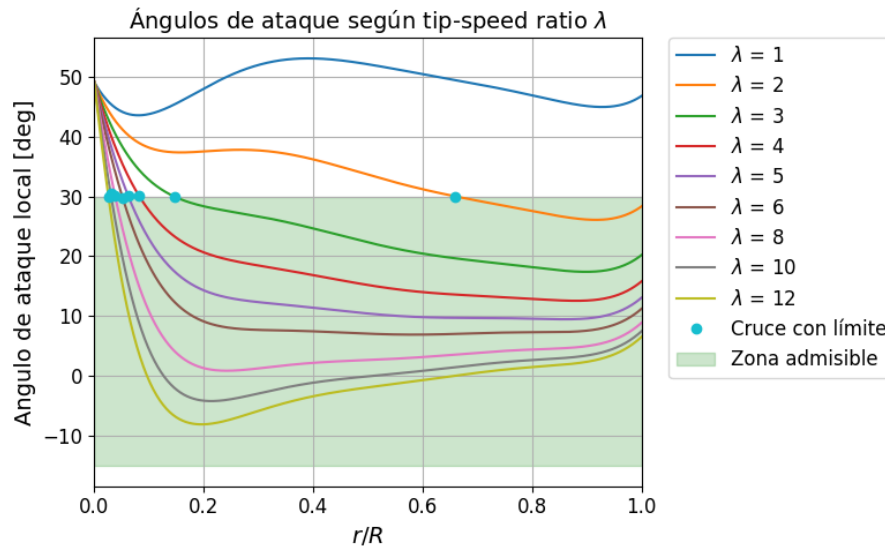


Figura 3.4: Ángulo de ataque a lo largo de la pala para distintos  $\lambda$

Como se puede apreciar en la figura 3.4, para  $\lambda = 2$  el ángulo de ataque se mantiene dentro del intervalo de mediciones solo en la zona de la punta de la pala, a partir de aproximadamente  $r/R = 0.66$ , mientras que para  $\lambda = 1$  el ángulo de ataque se sale del rango en toda posición. Por otra parte, para  $\lambda = 3$ , el ángulo de ataque se mantiene en el rango a partir de  $r/R = 0.15$ . Para  $\lambda > 3$  se observa que el radio a partir del cual los ángulos de ataque son válidos decrece a medida que  $\lambda$  aumenta. Con todo lo anterior, se tiene que la restricción se encuentra en el radio mínimo del rotor a partir del cual empieza la pala, en donde un radio mínimo mayor permite simular casos con  $\lambda$  menor, pero a costa de no representar completamente las palas del rotor en la simulación.

Con esa restricción en mente, se determina un radio mínimo de  $r_{min} = 0.0675$  o  $r_{min}/R = 0.15$ , que permite simular casos con  $\lambda$  mayor a 3. Ahora, el radio real del rotor a partir del cual comienza la pala no es 0 ya que la góndola en el centro del rotor ocupa parte de ese espacio, y en el caso de los *blind tests*, la geometría de la pala comienza en  $r = 0.055$  m o  $r/R = 0.12$ , por lo que esta elección de  $r_{min}$  permite representar el 97% de la pala, pero deja un vacío levemente mayor al tamaño de la góndola del rotor.

### 3.3.2. Consideraciones de elementos actuadores

Dado que el dominio no está construido en base a la posición angular del rotor para cada instante de tiempo, los elementos actuadores no necesariamente coincidirán con puntos del dominio. En la aplicación de la fuerza para un instante dado esto no es un problema gracias al uso de la regularización, pero para el cálculo de las fuerzas se requiere de medir la velocidad en los elementos actuadores. En este caso, se requiere de interpolar sobre el dominio para obtener estas velocidades.

Adicionalmente, como la posición de los elementos varía con el tiempo, el paso temporal de la simulación debe ser lo suficientemente pequeño como para que la fuerza aplicada en cada punto de la malla no varíe dramáticamente de un paso temporal al siguiente.

### 3.3.3. Refinación de la malla y selección de parámetros de operación

Para determinar la discretización de la malla y los parámetros de operación del método de actuador de línea se procedió en dos etapas en paralelo: por una parte, se determinó el número de elementos en la dirección del flujo y por inspección del campo de velocidad y vorticidad, mientras que para los elementos de la malla en el plano  $x - z$ , el parámetro de regularización  $\varepsilon$  y el número de elementos actuadores por pala  $n_{el}$ , se utilizó como referencia la fuerza que aplican los actuadores de línea sobre el dominio. Esta separación se realiza debido a que la distribución de la fuerza solo se ve afectada por la malla en el plano del rotor, y dado que la fuerza aplicada por los actuadores se determina para cada punto de la malla, esto permite evaluar los coeficientes de potencia y empuje  $C_P$  y  $C_T$  directamente y sin necesidad de alcanzar el estado estacionario en el dominio completo.

Para la refinación de la malla se utilizaron elementos espectrales de orden 7, esto es, elementos con 8 puntos en cada dirección. Adicionalmente, y a pesar de que ya se definió una condición para  $\tau$  en la sección anterior, de todas formas se realizó un breve análisis del efecto de  $\tau$  en el comportamiento de la estela una vez determinada la refinación de la malla en  $y$ .

En ambas etapas se utilizó un t.s.r. fijo,  $\lambda = 6$ , y el dominio se construyó de tal forma que el plano del rotor coincida con la interfaz entre dos planos de elementos espectrales de  $0.25R$  de separación. Esto se debe a que es deseable tener una alta densidad de puntos en la zona de aplicación de la fuerza, y los elementos de Nek5000 tienen una mayor concentración de puntos de la malla en torno a los bordes de los elementos espectrales. Adicionalmente, se utilizó un número de Reynolds basado en el radio de  $Re_R = 10000$ , principalmente para garantizar la convergencia con mallas gruesas en  $y$  para el análisis de sensibilidad de  $\varepsilon$  y  $n_{el}$ .

Respecto a los parámetros temporales de la simulación, se utilizó un paso temporal adaptativo,

manteniendo un número de Courant-Friedrichs-Levy menor a 0.2. Esta restricción mide las veces que una partícula del fluido recorre la distancia entre dos puntos de la malla, por lo que si el número de Courant es menor a 1, entonces las partículas del fluido no se "saltan" elementos, y por lo tanto se asegura que la solución sea numéricamente estable. Con esa condición, el paso temporal máximo permitido es de 0.003, que para este t.s.r. se traduce en una rotación máxima del rotor de aproximadamente  $1.5^\circ$ . Finalmente, para el horizonte de simulación, se simuló hasta  $t_{final} = 10$  para el refinamiento de malla en  $x - z$ , que es lo que le toma a las fuerzas alcanzar un valor estable, mientras que para el refinamiento en  $y$  se utilizó  $t_{final} = 40$ , que permite que la estela recorra la distancia hasta el final del dominio 2 veces.

## 3.4. Análisis de resultados

### 3.4.1. Curvas de desempeño

Como primer análisis, y a modo de verificar la correcta aplicación de las cargas, se compararon los coeficientes de potencia y empuje respecto a las mediciones obtenidas en los *blind tests* para  $\lambda$  entre 3 y 11 en incrementos de 1, con una discretización gruesa en  $y$  y utilizando un número de Reynolds de  $Re_R = 50000$ . Esta elección del Reynolds se debe a que tanto los coeficientes de desempeño como el comportamiento de la estela cerca de la turbina no cambian a partir de un Reynolds mínimo, lo que se observa tanto en los *blind test* [21] como en otras aplicaciones del método de actuador de disco [22] y de línea [23]. Además, se impuso que el paso temporal adaptativo sea de máximo 0.002, de tal forma que la rotación máxima del rotor sea de aproximadamente  $1.5^\circ$  para el caso con mayor velocidad angular del rotor,  $\lambda = 11$ . Al igual que el análisis de sensibilidad, se simuló hasta  $t_{final} = 10$ .

### 3.4.2. Análisis de la estela

Con la malla en  $y$  y los parámetros de operación determinados, se simuló la turbina para 3  $\lambda$  distintos, de tal forma de evaluar el comportamiento del flujo del viento en el caso óptimo, cuando la turbina está a punto de pararse y cuando está cerca de descontrolarse (6, 3 y 9 respectivamente). Estos resultados se compararon brevemente con los perfiles de velocidad de los *blind tests* [21] para verificar inicialmente la similitud con el caso real, y se analizaron los resultados obtenidos para determinar como  $\lambda$  afecta el comportamiento de la estela. Para esto, se compararon los campos de velocidad y vorticidad para visualizar tanto zonas de mayor/menor velocidad y de rotación del fluido. Al igual que durante la refinación en  $y$ , se simuló hasta  $t_{final} = 40$ .

### 3.4.3. Comparación con actuador de disco

Finalmente, se realizó una comparación en un caso común con el método de actuador de disco, implementado en el mismo software y con el mismo modelo de turbulencia, para medir directamente la diferencia en la estela que producen ambos métodos. Para visualizar las diferencias entre ambos, se procedió de la misma forma que en la sección anterior. La configuración a utilizar por otra parte será levemente distinta, puesto que se utilizó un dominio más amplio y con condiciones

diferentes en el piso y en el techo para asemejarse a un caso más cercano al real, pero la malla de este dominio se construyó en torno a la malla anterior, de tal forma de preservar el comportamiento observado hasta este punto. Se presenta un resumen de las características del dominio en la tabla 3.3.

Tabla 3.3: Propiedades del dominio de comparación.

Componente	Dimensión del dominio	Posición del centro del rotor
$x$	10R	5R
$y$	30R	9R
$z$	6R	2R

(a) Dimensiones relevantes del dominio de comparación con método de actuador de disco.

Superficie	Coordenadas	Condición de borde
Entrada	$y = 0$	$U_y/U_\infty = 1,$ $k_{in\ adim} = 3.75 \cdot 10^{-3},$ $\tau_{in\ adim} = 5.93 \cdot 10^{-2}$
Salida	$y = 30$	Abierta, $\nabla U = 0$
Paredes laterales	$x = 0, x = 10$	Simetría
Pared sup.	$z = 6$	Idéntico a la entrada
Pared inf.	$z = 0$	Pared sin resbalar, $U = 0$

(b) Condiciones de borde del dominio de comparación con el método de actuador de disco.

# Capítulo 4

## Resultados y discusión

### 4.1. Determinación de parámetros y malla

#### 4.1.1. Malla en plano $x - z$ , regularización y elementos por pala

Para el análisis respecto al radio de la regularización  $\varepsilon$  (ver figura 4.1), se utilizaron dos tipos de sección transversal: con el mismo número de elementos espectrales en ambas direcciones (6x6, 7x7, 8x8), en cuyo caso los elementos tienen la misma forma del dominio, y por otra parte mallas con razón de número de elementos por dirección similar a la relación de aspecto del dominio (9x6, 10x6, 12x8, 14x10), en donde los elementos son aproximadamente cuadrados, y se determinaron los coeficientes de desempeño hasta  $t_{final} = 10$ , esto es, después de que alcanzaran un valor estable. Se obtuvo que el coeficiente de empuje  $C_T$  es razonablemente cercano al caso real ( $C_T = 0.881$ ) a pesar de no incluir la góndola ni la torre de la turbina, mientras que el coeficiente de potencia  $C_P$  es significativamente mayor al experimental ( $C_P = 0.437$ ) en todos los casos.

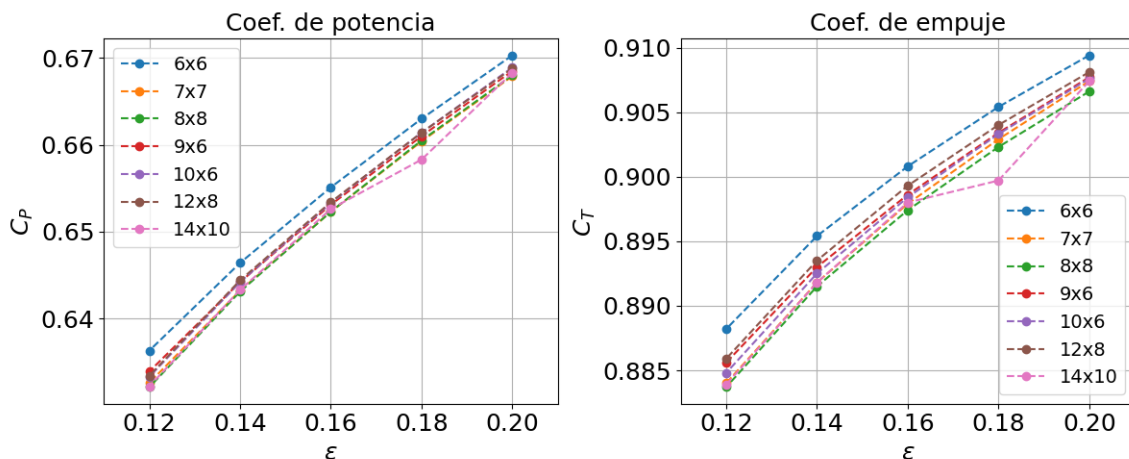


Figura 4.1: Análisis de sensibilidad de coeficientes de desempeño  $C_P$  y  $C_T$  respecto al tamaño de regularización  $\varepsilon$ ,  $\lambda = 6$ ,  $n_{el} = 8$ ,  $Re_R = 10000$ ,  $t = 10$

Para ambos coeficientes, independientemente de la malla, se observó que la reducción en el tamaño de la regularización implica una reducción en los coeficientes casi linealmente para todas

las mallas. Por otra parte, se puede apreciar que con el refinamiento de la malla los coeficientes también varían levemente, pero la variación no es consistente con el número de elementos de la malla, por lo que inicialmente se podría argumentar que una malla más densa no tiene efecto sobre la distribución de fuerza. Ahora, recordar que la disminución de  $\varepsilon$  implica que la fuerza ejercida en cada elemento de actuador en las palas se distribuye en una esfera más pequeña, concentrándose en el centro de cada elemento actuador. Sin embargo, si no cambia la malla, esto se traduce en que un menor número de puntos aplica fuerza sobre el dominio (disminuyendo la fuerza total aplicada), y en que sólo los puntos más cercanos a la posición exacta de los elementos actuadores aplican una fuerza mayor, lo que aumentaría la potencia y el empuje total de forma notoria cuando la solución comienza a diverger o cuando la malla es lo suficientemente fina como para capturar ese cambio. Con eso en mente, el análisis de sensibilidad respecto a  $\varepsilon$  debe entenderse como qué tan cercano al caso real puede llevarse el desempeño de la turbina ( $C_P$  y  $C_T$ ) para una malla dada antes de que diverja más que buscar el punto en el que deja de variar, dado que (al menos en las mallas utilizadas en este caso) esto no ocurre.

Respecto al comportamiento de la fuerza respecto al tiempo, es importante señalar que los valores de  $C_P$  y  $C_T$  mostrados en el gráfico anterior no corresponden al valor exacto que alcanzan en la simulación, sino que se obtuvieron evaluando una exponencial ajustada sobre cada caso en  $t = 10$ , puesto que existen oscilaciones en  $C_P$  y  $C_T$ . Estas oscilaciones son esperables, puesto que la alineación de las palas con los puntos del dominio varían con la rotación del rotor en el tiempo, y por lo tanto la fuerza y el torque totales que aplican los puntos de la malla oscilan levemente a medida que las palas atraviesan los elementos en la sección transversal. Los gráficos completos para cada caso se encuentran en el anexo A.

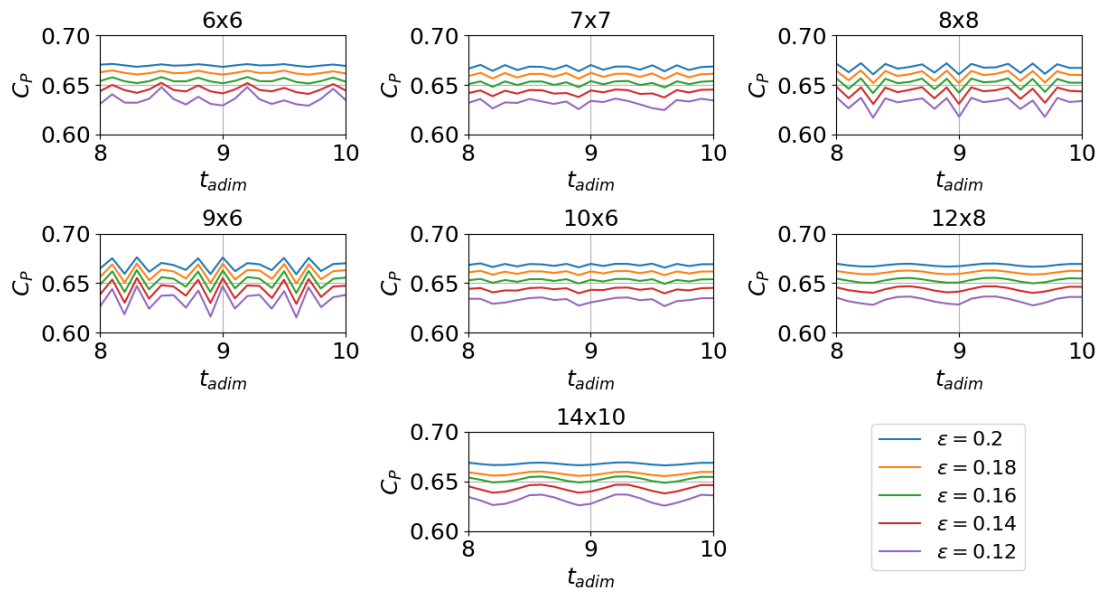


Figura 4.2: Patrón de oscilación de  $C_P$  en el tiempo,  $\lambda = 6$ ,  $n_{el} = 8$ ,  $t \in [8, 10]$ ,  $\Delta t_{muestreo} = 0.1$ .



Al ver el patrón de oscilación para cada caso en la figura 4.2, se aprecia una diferencia consistente entre las mallas, en donde una malla más densa presenta oscilaciones más suaves, y usar una regularización más pequeña las amplifica. Ahora, si bien se observa un comportamiento suave para las mallas de  $14 \times 10$  y  $12 \times 8$  elementos, el tiempo entre puntos de los gráficos anteriores es de solo  $\Delta t_{muestreo} = 0.1$ , por lo que una tasa de muestreo tan baja podría ocultar el comportamiento real de las oscilaciones incluso para las otras mallas. Dicho esto, se puede comprobar el comportamiento de  $C_P$  de forma más precisa al reducir  $\Delta t_{muestreo}$ , como se puede apreciar en la figura 4.3.

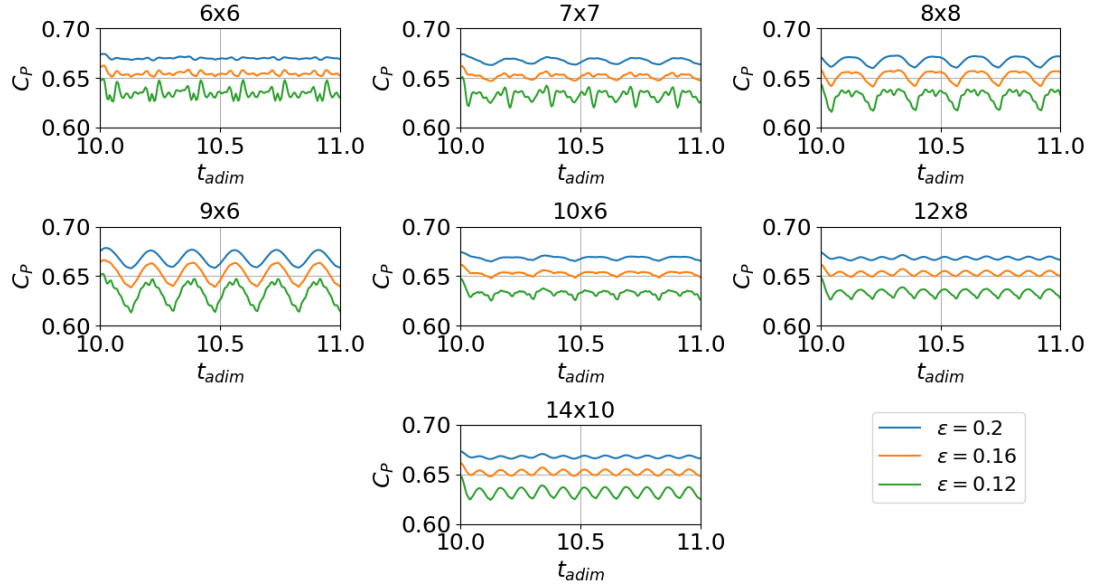


Figura 4.3: Patrón de oscilación de  $C_P$ ,  $t \in [10, 11]$ ,  $\Delta t_{muestreo} = 0.005$ . El comportamiento de  $C_T$  es prácticamente idéntico, por lo que se omite la inclusión de su respectivo gráfico.

Con una tasa de muestreo mayor, se puede observar que el patrón de oscilación es muy diferente al de la figura 4.2, donde las oscilaciones tienen una frecuencia mucho mayor. Aun así, sigue observándose el mismo comportamiento general: para  $\epsilon$  más bajo, el coeficiente de potencia promedio disminuye, pero las oscilaciones en torno a este promedio se amplifican, y una malla más densa es capaz de capturar estas oscilaciones de forma más suave. Adicionalmente, se observa que aumentando la refinación de la malla las oscilaciones se asemejan progresivamente al patrón de la malla de  $14 \times 10$ , indicando que deja de producirse un cambio significativo para mallas más densas con  $\epsilon = 0.12$ . De todas formas, es importante señalar que una malla incluso más densa suavizaría incluso más estas oscilaciones, y permitirían valores menores para  $\epsilon$  sin diverger.

Con todo lo anterior en mente, es preferible utilizar una malla en la que estas oscilaciones sean lo más suaves posibles, pero estando lo más cerca posible de los coeficientes reales para ese  $\lambda$ . Dado que reducir incluso más  $\epsilon$  introduciría mayor oscilación, y que aumentar el número de elementos en el plano del rotor incrementa aun más el costo computacional con el número de elementos en  $y$ , se determina que  $\epsilon = 0.12$  es suficiente.

Con  $\varepsilon$  determinado, el análisis para el número de elementos actuadores por pala  $n_{el}$  se realizó de forma análoga y con las mismas condiciones, pero sólo utilizando las mallas de 10x6, 12x8 y 14x10 elementos en el plano del rotor, puesto que en el punto anterior se apreció como estas mallas presentan oscilación más suaves. El objetivo de variar  $n_{el}$  es poder tener una discretización de la pala lo suficientemente fina como para describir correctamente la carga a lo largo de cada pala, de tal forma que la zona de aplicación de fuerza después de proyectar sobre el dominio se parezca lo más posible a una línea.

Como se puede apreciar en la figura 4.4,  $C_P$  disminuye a partir de  $n_{el} = 12$ , mientras que  $C_T$  aumenta, y en ambos casos la malla de 14x10 tiene los coeficientes más bajos. El salto repentino en  $C_P$ , a pesar de producirse a una escala tan pequeña, podría explicarse con que usar 8 puntos para discretizar la pala no es suficiente y no se forma una línea continua, lo que se corrige con  $n_{el} \geq 12$ . A partir de ese punto, un aumento en el número de puntos por pala solo ajusta marginalmente mejor la carga a lo largo de la pala.

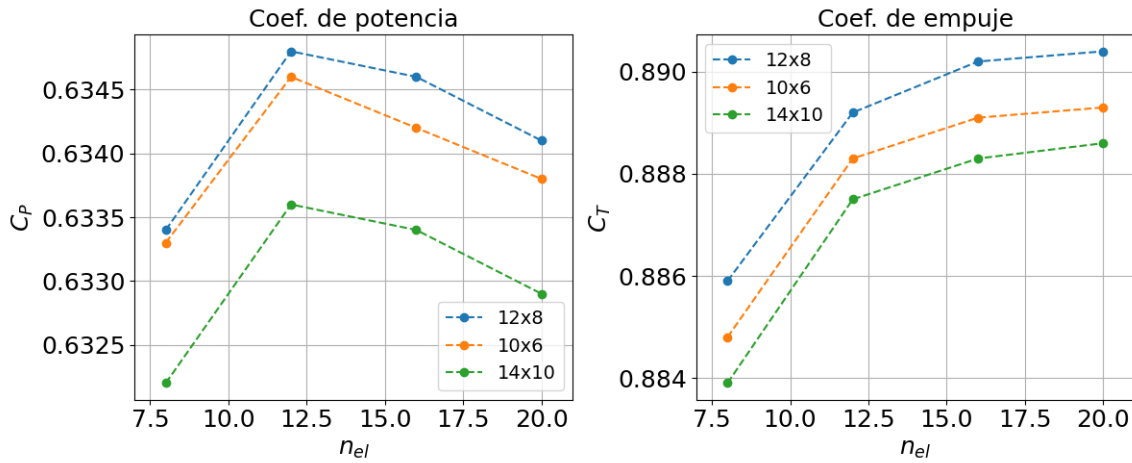


Figura 4.4: Análisis de sensibilidad de coeficientes de desempeño respecto al número de elementos por pala  $n_{el}$ ,  $\lambda = 6$ ,  $\varepsilon = 0.12$ ,  $Re_R = 10000$ ,  $t = 10$

Sin embargo, el cambio a medida que aumenta  $n_{el}$  es aproximadamente 10 veces menor a la variación con  $\varepsilon$  y, al mismo tiempo, aumentar  $n_{el}$  incrementa significativamente el tiempo de cómputo de la simulación. Adicionalmente, y a diferencia del análisis con  $\varepsilon$ , no se aprecia una variación notoria en el patrón de oscilación de  $C_P$  como para justificar un aumento en  $n_{el}$  incluso aumentando la tasa de muestreo, por lo que se estimó apropiado no continuar con valores mayores, así como utilizar la malla de 14x10 elementos. Nuevamente, los gráficos completos se encuentran en el anexo A.

### 4.1.2. Malla en $y$

Como se mencionó en la metodología, la refinación en  $y$  se realiza por inspección. Por lo tanto, para determinar el número de elementos y su posición en  $y$ , se distribuyeron de tal forma de eliminar irregularidades en el campo de velocidad, vorticidad y en el campo  $\lambda_2$  causadas por los bordes de los elementos. Dado que Nek5000 permite una distribución no uniforme de los elementos, y que una distribución completamente uniforme de elementos implicaría un costo computacional innecesario, la refinación de la malla se dividirá en la entrada, la zona de la turbina, la estela próxima a la turbina y la salida.

En primer lugar, para la entrada, se observa que un tamaño de elemento de malla mayor a  $R$  produce irregularidades en el campo de velocidad en la entrada que coinciden con los bordes de los elementos en  $y$ . Dado que no hay necesidad de aumentar la refinación más allá de generar un perfil de entrada consistente con la condición de borde, se determinó que un tamaño de elemento de  $R$  para  $y \in [0, 6R]$  es suficiente, esto es, 6 elementos.

Para la zona en torno a la turbina, esto es,  $y \in [6R, 9R]$ , se mencionó en la metodología que se debía mantener una alta densidad de puntos en la zona de la turbina, por lo que desde el análisis de sensibilidad de la sección anterior hasta este punto se utilizó un tamaño de  $0.25R$  para  $y \in [6.75R, 7.25R]$ , esto es, 2 elementos, delante y detrás de la turbina. Para la transición entre esta zona y la entrada se situaron 2 elementos en  $[6R, 6.5R]$  y  $[6.5R, 6.75R]$  respectivamente.

En la zona próxima a la turbina, en  $y \in [7.25R, 9R]$ , inicialmente se utilizó una separación variable de elementos que iba de  $0.25R$  a  $R$ , pero esta resolución no permite visualizar los vórtices producidos en las puntas de las palas en el campo  $\lambda_2$ , por lo que se procedió a variar el tamaño de los elementos en esta zona. En la figura 4.5 se puede apreciar el cambio al variar el tamaño de los elementos en  $y$ , y se observa que si  $\Delta el_y$  es mayor a  $0.25R$ , la malla es demasiado gruesa como para capturar diferencias en vorticidad, y los vórtices en las puntas de las palas se dispersan.

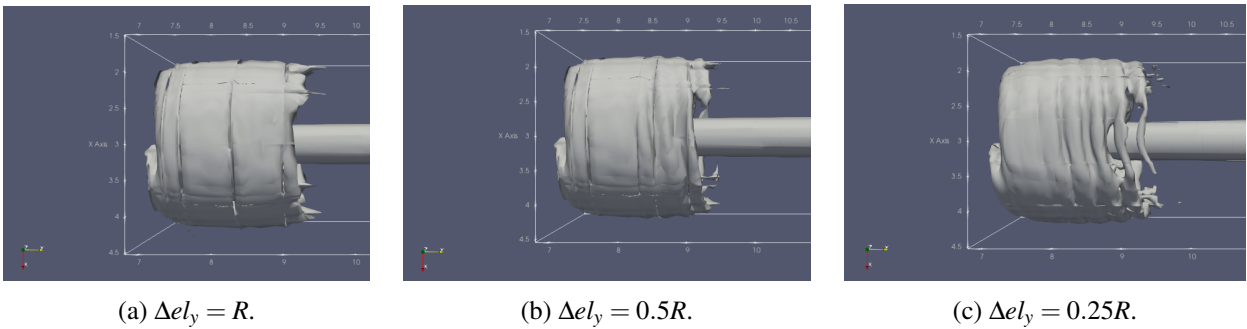


Figura 4.5: Isosuperficie  $\lambda_2 = -0.005$  para diferentes tamaños de elementos  $\Delta el_y$ , con  $\varepsilon = 0.2$

Ahora, esto solo asegura que la malla es apropiada para  $\lambda$  menor al utilizado en este caso, puesto que mayores velocidades angulares producen vórtices más frecuentes, y por lo tanto la misma malla dispersaría esos vórtices. Adicionalmente, a pesar de que las puntas son visibles en el campo  $\lambda_2$ , no es así en el campo de vorticidad, puesto que la zona en la que se distribuyen las fuerzas es demasiado grande, y por lo tanto los vórtices que se generan en la punta se sobreponen cerca de la turbina. Sin embargo, al variar el valor de  $\varepsilon$  manteniendo la malla de  $\Delta e_{l_y} = 0.25R$  se aprecian estos vórtices, como se puede ver en la figura 4.6, lo que indica que la malla es apropiadamente densa como para capturar este fenómeno. Con esto en mente, se mantiene ese espaciado entre elementos para  $y \in [7.25R, 12R]$ .

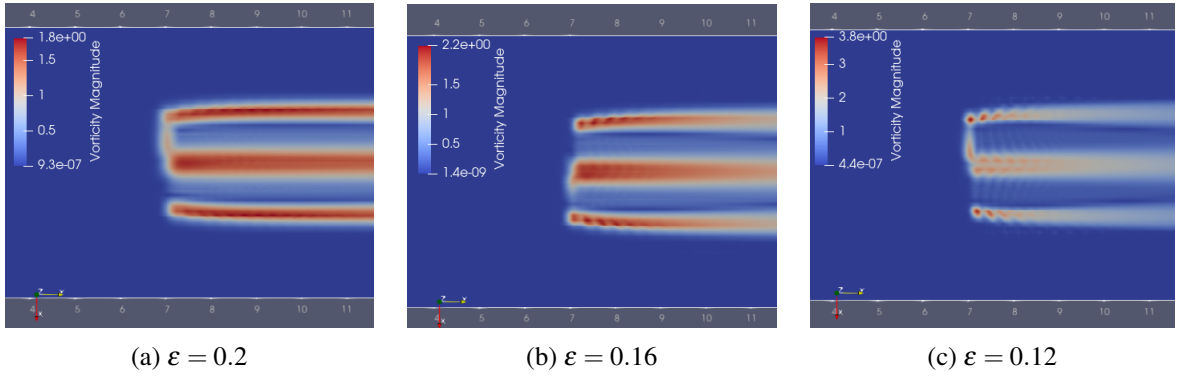


Figura 4.6: Campos de vorticidad en la estela próxima a la turbina,  $\Delta e_{l_y} = 0.25R$

Para el resto del dominio, esto es,  $y \in [12R, 25R]$ , no se puede utilizar el mismo criterio, ya que en esta zona la estela ya comienza a disiparse para este  $\lambda$ . Por lo tanto, en primera instancia se utilizó el perfil de velocidad para juzgar la calidad de la malla en  $y$ .

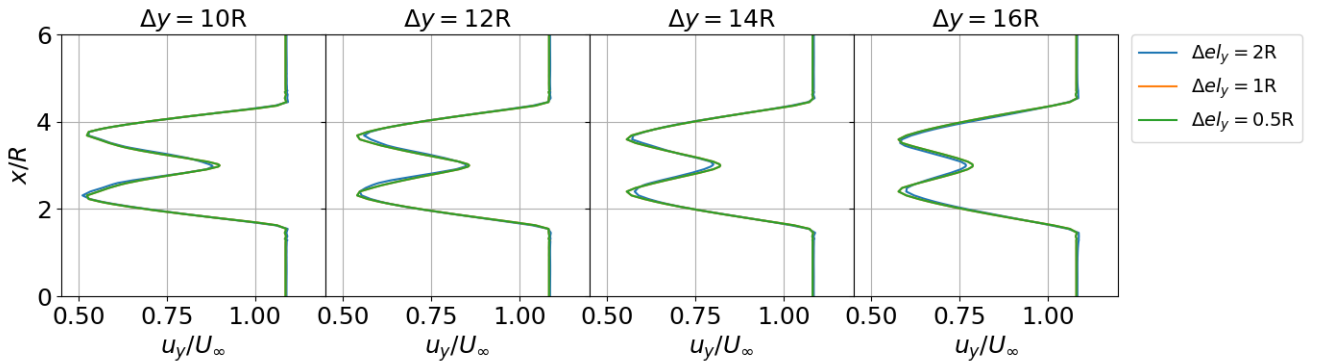


Figura 4.7: Perfiles de velocidad en  $y$  en la zona de la estela para diferentes tamaños de elemento de malla en  $y$ ,  $\lambda = 6$ ,  $t = 40$ ,  $z = 2R$ .

En la figura 4.7 se observa que hay una leve diferencia entre  $\Delta e_{l_y} = 2R$  y  $R$ , mientras que los perfiles son esencialmente idénticos para  $R$  y  $0.5R$ . Evaluado de esta forma, esto sugeriría que no hay una diferencia sustancial al utilizar distintos espaciados entre elementos en esta zona, y por lo tanto que no hay necesidad de refinar la malla. Sin embargo, al inspeccionar la estela

directamente para cada caso en la figura 4.8 se aprecia que la malla más gruesa ( $\Delta e l_y = 2R$ ) induce turbulencia en el centro de la estela, mientras que para las otras dos mallas se tienen resultados prácticamente idénticos.

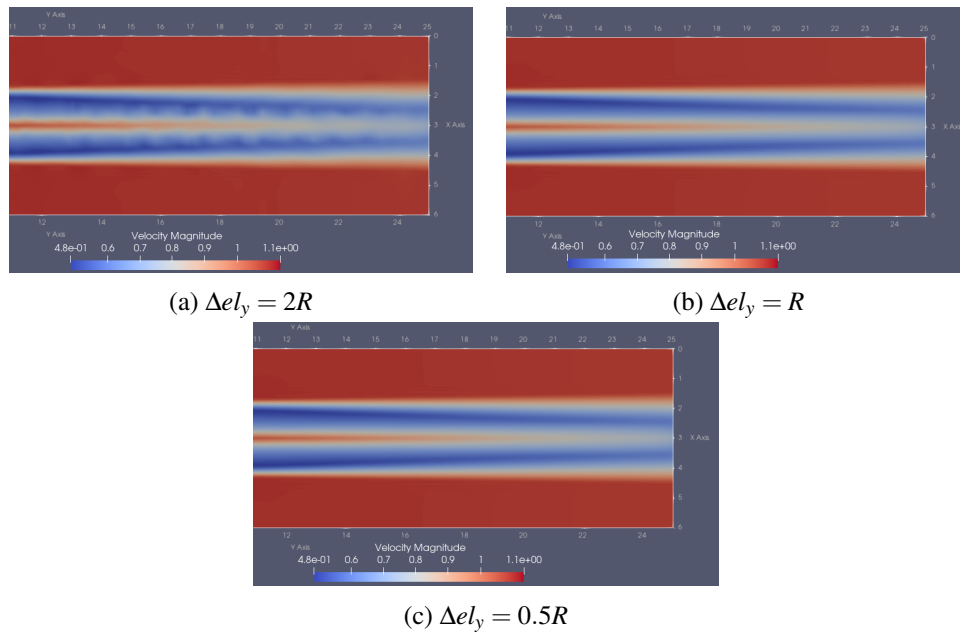


Figura 4.8: Campo de magnitud de velocidad para cada malla,  $\lambda = 6$ ,  $t = 40$ ,  $z = 2R$ .

Con lo anterior en mente, se optó por utilizar un espaciamiento en esa zona de  $\Delta e l_y = 0.5R$ . Con esto, la distribución de elementos espectrales en  $y$  está completamente determinada, la cual se puede apreciar en la figura 4.9. En total, esta distribución utiliza 55 elementos espectrales en la dirección del flujo.

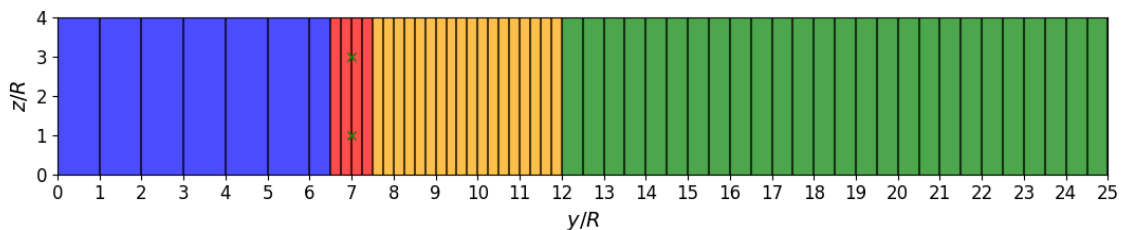


Figura 4.9: Espaciamiento definitivo entre elementos espectrales de la malla en la dirección  $y$ , separada en zonas de interés: entrada en azul, vecindad de la turbina en rojo, estela próxima en naranja y estela lejana en verde. Las cruces verdes delimitan la zona que ocupa el rotor de la turbina.

### 4.1.3. Tiempo de disipación de turbulencia

Dado que la condición de borde en la entrada para  $\tau$  se definió con ecuaciones del modelo RANS utilizado en vez de una propiedad inherente como en el caso de  $k$ , se simularon 3 casos distintos, variando únicamente la condición de entrada para  $\tau$ , principalmente para evaluar su efecto sobre la

estela. Con la malla definida, se aprecia que la estela es altamente sensible a la condición de borde en la entrada, de tal forma que para un menor valor de  $\tau$ , el vórtice que se genera en el centro del rotor debido a la ausencia de góndola persiste por una distancia mayor. Más específicamente, al tomar el perfil de velocidad a la altura del centro del rotor para distintas distancias por detrás de la turbina, se observa claramente en la figura 4.10 que la principal diferencia se produce a mayor distancia del rotor, y en donde la zona de mayor velocidad en el centro se disipa con un mayor  $\tau$ .

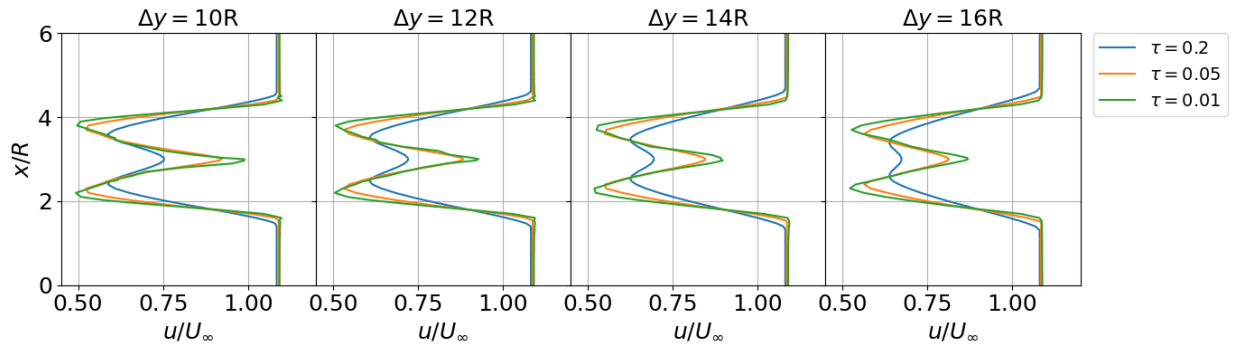


Figura 4.10: Comportamiento del perfil de velocidad respecto a  $\tau$  en la entrada,  $\lambda = 6$ ,  $t = 40$ .

Sin embargo, al medir la energía cinética turbulenta se aprecia exactamente lo contrario: las mayores diferencias se aprecian en la proximidad de la turbina, en donde hay una mayor acumulación de energía cinética turbulenta en el borde de la estela para  $\tau = 0.2$ , y a mayor distancia de la turbina los perfiles alcanzan máximos cercanos en la misma posición, pero un menor  $\tau$  distribuye la energía una zona más pequeña en torno a los bordes de la estela. Esto implicaría que para  $\tau$  menor en la entrada, prácticamente no hay desviaciones respecto a la velocidad media a  $2R$  detrás de la turbina y que prácticamente no se produce turbulencia en esa zona. Por otra parte, que los perfiles de  $k$  se parezcan al situarse a  $14R$  de la turbina significaría que la estela se desviaría de la velocidad media en una medida similar, y que el comportamiento de la estela es igualmente aleatorio e independiente de la condición de borde de entrada al situarse lo suficientemente lejos de la turbina.

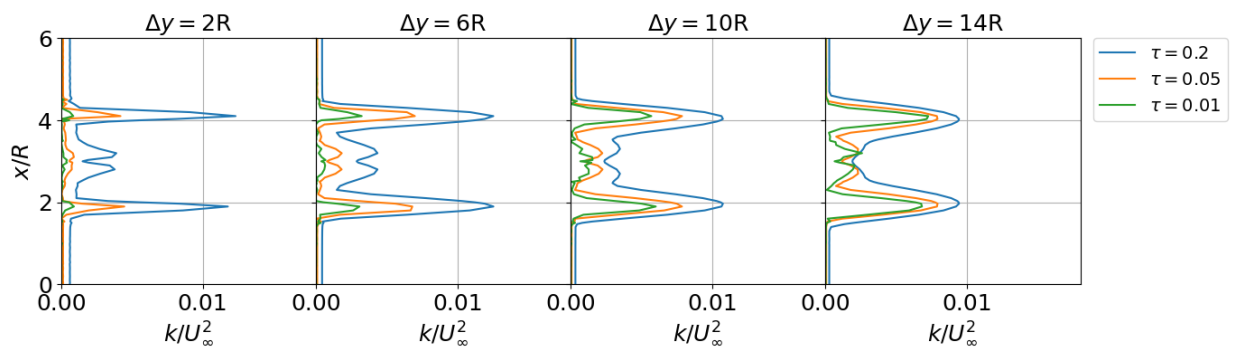


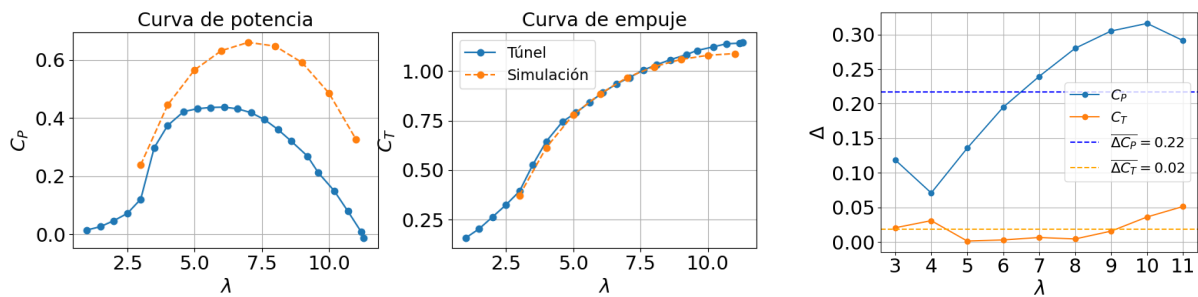
Figura 4.11: Comportamiento de la energía cinética turbulenta respecto a  $\tau$  en la entrada,  $\lambda = 6$ ,  $t = 40$ .

Con lo anterior, puede apreciarse que la condición de borde de  $\tau$  determina la difusividad del

flujo de forma mucho más agresiva que el número de Reynolds en otras aplicaciones del método de actuador de línea, por lo tanto, en un contexto distinto, un criterio más riguroso para la elección de  $\tau$  debe ser utilizado para la determinación de la condición de borde de entrada.

## 4.2. Curvas de desempeño

Con los parámetros de operación y la malla del plano del rotor definidos, se procedió a simular casos con  $\lambda$  entre 3 y 11 para generar las curvas de potencia y empuje. Como se puede apreciar en la figura 4.12.a, y al igual que en el análisis de sensibilidad, la simulación es capaz de replicar la curva de empuje sorprendentemente bien, y en especial para valores del  $\lambda$  entre 5 y 8, mientras que la curva de potencia tiene un error considerable que crece con  $\lambda$ , con los mejores resultados ocurriendo en  $\lambda$  bajos, particularmente para  $\lambda = 4$ , con un error de 19%.



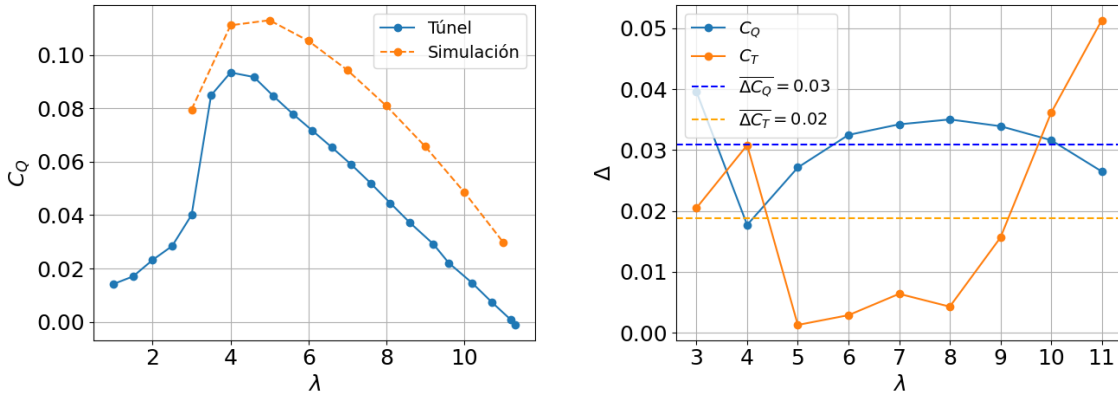
(a) Curvas de desempeño simulada y experimental,  $Re_R = 50000$ ,  $n_{el} = 20$ ,  $\varepsilon = 0.12$ ,  $t = 10$ . (b) Errores de las curvas obtenidas por simulación.

Figura 4.12: Curvas de potencia y empuje obtenidas y errores respectivos. Datos experimentales ("túnel" en los gráficos) de Krogstad y Eriksen, 2013 [17].

Dados los resultados obtenidos, es importante recordar que las simulaciones realizadas sólo modelan las palas del rotor, excluyendo la torre y la góndola de la turbina, por lo que la contribución de estas partes no debería verse reflejada en los resultados. Si bien estos componentes no contribuyen al torque sobre el rotor, ejercen una fuerza que se opone al flujo, y por lo tanto la exclusión de esta fuerza debería verse reflejada en el coeficiente de empuje como una diferencia constante. Dicho esto, los resultados obtenidos sobreestiman tanto la potencia producida como el empuje en las simulaciones realizadas. En primera instancia esta sobreestimación no es consistente entre la potencia y el empuje, puesto que el error muestra una dependencia con  $\lambda$  solamente con  $C_p$  (ver figura 4.12.b). Para verificar esto, se puede medir el coeficiente de torque  $C_Q$ , que no incluye a la velocidad angular en su cálculo:

$$C_Q = \frac{2T_{y_{total}}}{\pi R^3 U_\infty^2 \rho} = \frac{C_P}{\lambda}$$

Con esto, se calculó el coeficiente de torque a partir del coeficiente de potencia:



(a) Curva de torque obtenida y experimental,  $Re_R = 50000$ ,  $n_{el} = 20$ ,  $\varepsilon = 0.12$ ,  $t = 10$ .

(b) Errores de las curvas de potencia y torque.

Figura 4.13: Curva de torque y su respectivo error.

Al inspeccionar la curva de torque en la figura 4.13.a, se puede apreciar que ahora la diferencia entre las curvas experimental y simulada aparece más bien como un *offset*, reflejando que el error en el torque es relativamente insensible a  $\lambda$ . Lo anterior es confirmado al observar el error en  $C_Q$ , en donde se aprecia menor variación respecto al error medio que con  $C_T$ , indicando que el error de 0.03 en el torque es relativamente uniforme.

Con todo lo anterior, y considerando nuevamente la contribución de la góndola y la torre a la curva de empuje, se tiene que en todos los casos se sobreestimó el empuje y el torque con un error relativamente constante, que en el caso del torque es 0.03, por lo que el comportamiento de las curvas obtenidas es similar al del caso experimental, pero desplazado verticalmente: con velocidad de entrada constante, existe un peak de torque producido para  $\lambda$  intermedio (a pesar de que el peak se produce con  $\lambda = 5$  en la simulación en vez de 4), y el empuje crece con  $\lambda$ .

Por otra parte, la precisión de los resultados encontrados es relativamente consistente con otros intentos de replicar los resultados de los *blind tests*, en donde si bien se logra predecir correctamente  $C_P$ , se subestima  $C_T$  por un margen variable, en donde ocurre mayor discrepancia entre cada método con  $\lambda$  más altos [17]. Dicho esto, y dado el comportamiento de  $C_P$  y  $C_T$  respecto a  $\varepsilon$  en la sección anterior, una malla más fina permitiría utilizar una regularización aun más pequeña, lo que llevaría a reducir el *offset* de las curvas de desempeño.

### 4.3. Estela de la turbina

Después de comprobar el comportamiento de la potencia y el empuje, se procedió a simular la turbina para 3 condiciones de operación: cuando la turbina está a punto de pararse ( $\lambda = 3$ ), en el punto óptimo ( $\lambda = 6$ ) y cuando está por salirse de control ( $\lambda = 9$ ). Para no saturar esta sección, se incluyen imágenes de los campos obtenidos a una escala mayor en el anexo B.



Primero, estos resultados se comparan con lo obtenido en los *blind tests*, particularmente los perfiles de velocidad medidos para distancias fijas detrás de la turbina para cada caso, a modo de verificar la similitud con el caso real fuera de los coeficientes de rendimiento:

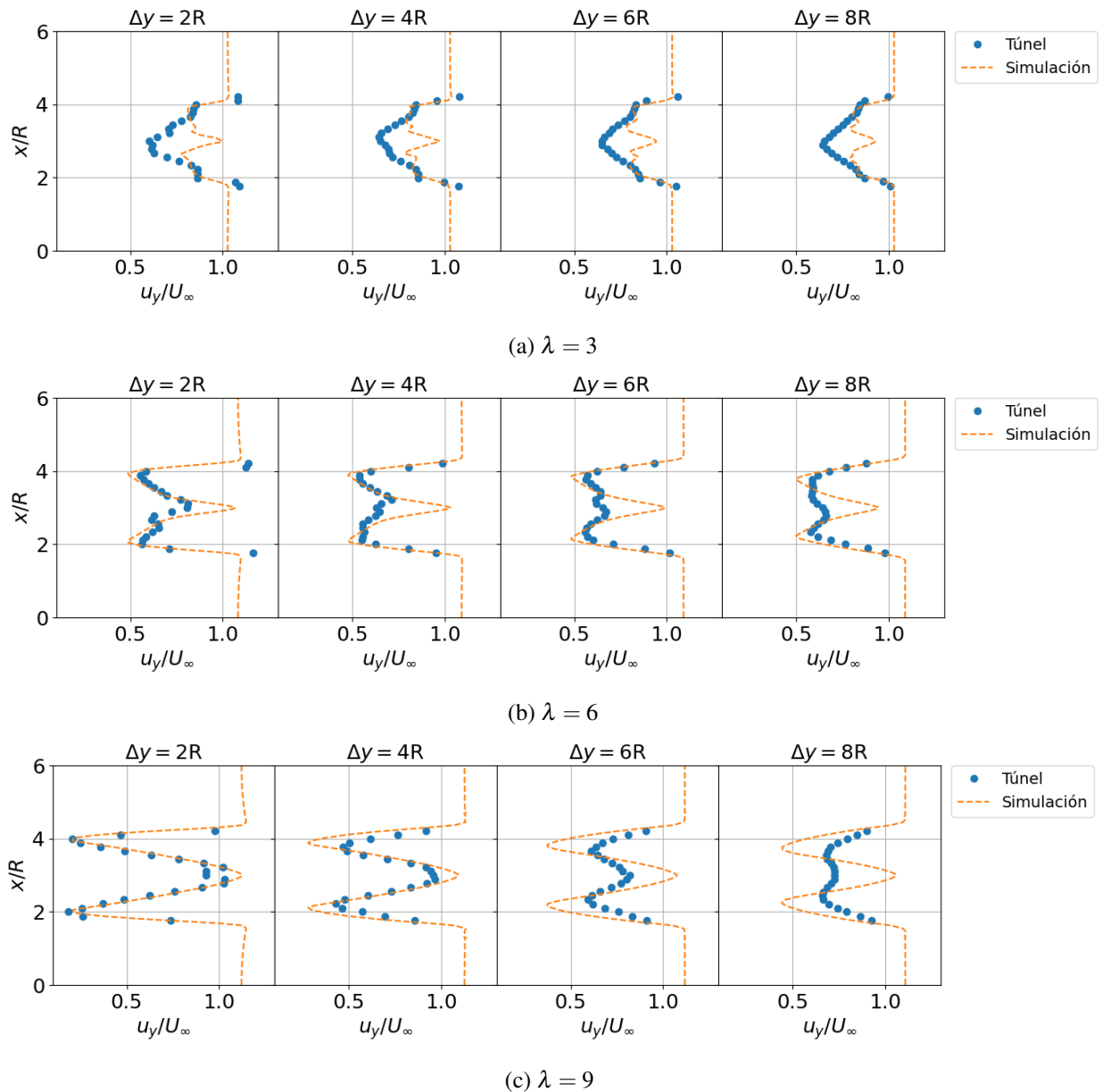


Figura 4.14: Perfiles de velocidad comparados con el caso real a la altura de la turbina,  $z = 2R$ ,  $t = 40$ . Datos experimentales ("túnel" en los gráficos) digitalmente extraídos de Krogstad y Adamarola, 2011 [21].

Como se puede observar en la figura 4.14, existe discrepancia en la forma de los perfiles en el centro de la turbina en todos los casos, principalmente debido a la ausencia de góndola en el rotor como se ha mencionado anteriormente. Sin embargo, fuera del centro los resultados obtenidos tienen algunas similitudes respecto a la medición real. Por ejemplo, para  $\lambda = 3$  y  $\lambda = 6$  se observa que la simulación es capaz de reproducir los bordes de la estela relativamente bien, en especial cerca de la turbina, a pesar de que para  $\lambda = 3$  la medición en la simulación es irregular. Además, para

$\lambda = 6$ , se observa que la simulación también predice correctamente la posición de los mínimos de velocidad en la estela.

De todas formas, el resultado más curioso se da para  $\lambda = 9$ , en donde el perfil es prácticamente idéntico en  $\Delta y = 2R$ , pero a medida que se evalúa la velocidad más lejos de la turbina, la estela en la simulación se dispersa mucho más lento que en el experimento del túnel de viento. Esta diferencia puede atribuirse nuevamente a la ausencia de góndola del rotor en el caso simulado, puesto que también sucede en el caso  $\lambda = 6$  que el déficit de velocidad en el centro de la estela no se manifiesta inmediatamente en los resultados experimentales. Sin embargo, lo anterior sugeriría que la estela de la góndola aparece más lejos de la turbina a medida que aumenta  $\lambda$ , lo cual no es un comportamiento que se observe directamente en las simulaciones a partir de los gráficos anteriores.

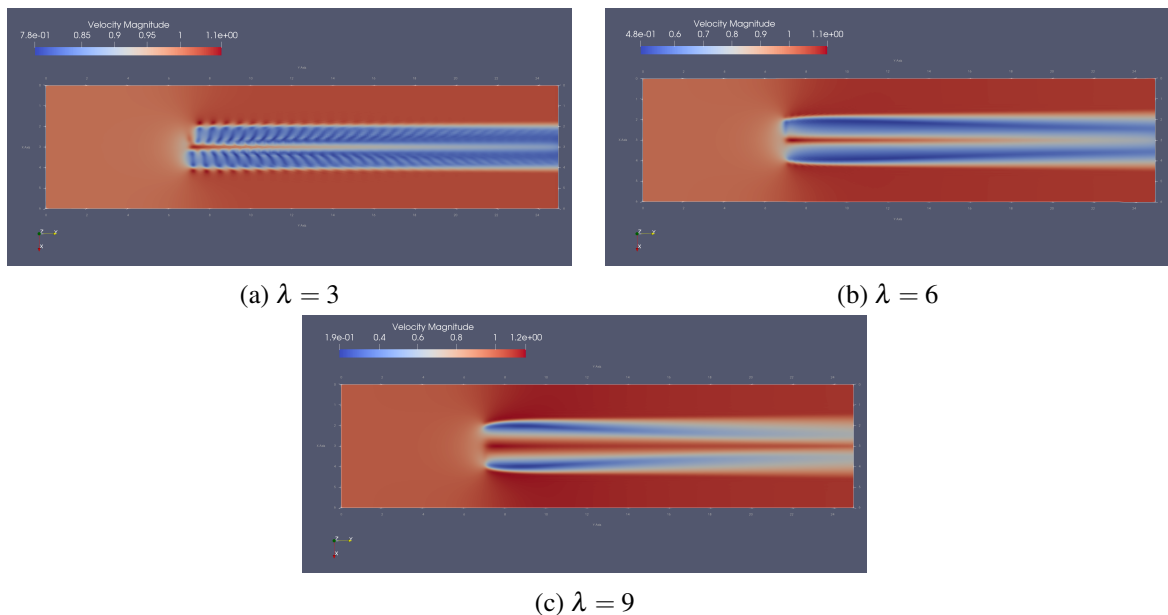


Figura 4.15: Campo de magnitud de velocidad para cada  $\lambda$  a la altura del rotor,  $z = 2R, t = 40$

Al observar los campos de velocidad de la figura 4.15, se aprecian patrones que explican algunas de las diferencias con los resultados experimentales: para  $\lambda = 3$ , se observa que la estela que genera cada pala está claramente definida detrás de la turbina, y a medida que la estela avanza en el dominio, el flujo de aire en torno a la turbina arrastra la estela, deformando las estelas generadas por las palas, hasta finalmente disiparlas completamente al final del dominio. Esto explica la forma irregular del perfil de velocidad cerca del centro, puesto que entre más lejos se está de la turbina, más pronunciada es la deformación de la estela.

Por otra parte, para  $\lambda = 6$ , las estelas de las palas se producen con más frecuencia e interfieren

entre sí casi instantáneamente, por lo que la zona de menor velocidad en la estela aparece como una zona continua. También se puede apreciar que en el centro del rotor la zona de mayor velocidad permanece en la estela por una distancia mayor antes de disiparse en comparación a  $\lambda = 3$ .

Finalmente, para  $\lambda = 9$ , se puede apreciar que la zona de menor velocidad se concentra principalmente en los bordes de la estela, por lo que la zona del centro del rotor logra alcanzar el final del dominio sin disiparse. Adicionalmente, la estela recupera velocidad mucho más rápido que en los casos anteriores, lo que se debe al centro de la estela arrastrando los bordes desde el interior.

Con lo anterior, es claro que la distancia a la cual se disipa el centro de la estela depende de  $\lambda$ , como si el movimiento de las palas aislara el centro del resto de la estela al girar más rápido. Sin embargo, lo anterior no explica por qué para  $\lambda = 9$  la zona lenta de la estela se concentra casi exclusivamente en la punta de las palas.

Para verificar si la distribución de fuerza causa esto, se calculó la fuerza aplicada en función del radio del rotor. Ahora, dado que el dominio no está construido con simetría cilíndrica respecto al eje del rotor, la medición en cada pala no es idéntica para el mismo radio por la desalineación entre las palas y los puntos del dominio, por lo que esta medición se realizó interpolando el campo de fuerzas para radios fijos, y luego se promedió la fuerza interpolada en las 3 palas. Si bien esto permite visualizar las fuerzas en función del radio, es importante recalcar que la desalineación del dominio con las palas le resta suavidad a estos gráficos.

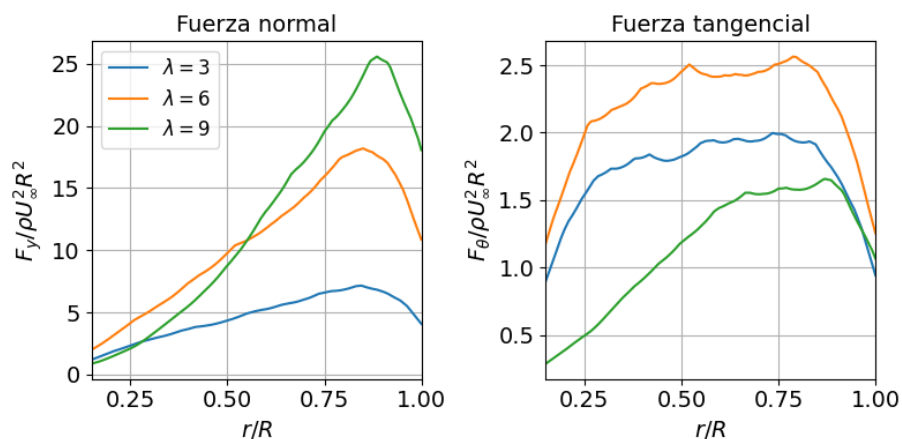


Figura 4.16: Promedio de fuerza aplicada a lo largo del radio del rotor para cada  $\lambda$ ,  $t = 40$ ,  $n_{muestreo} = 500$ .

Al graficar la fuerza normal y tangencial ejercida por las 3 palas, se puede observar que efectivamente para un  $\lambda$  mayor la fuerza normal no sólo aumenta, como sugeriría el comportamiento de  $C_T$ , sino que además tiene un máximo en la punta de la pala, y particularmente para  $\lambda = 9$  el

incremento en la fuerza normal sólo se da para la mitad externa de la pala, lo que explicaría por qué la zona lenta de la estela está casi exclusivamente en los bordes. Por otra parte, respecto a la fuerza tangencial, además de tener un comportamiento consistente con  $C_P$  respecto a  $\lambda$ , se observa además que para  $\lambda = 3$  y  $6$  la distribución de fuerza es relativamente pareja a lo largo de la pala, mientras que para  $\lambda = 9$  nuevamente se concentra sólo en la punta. Este comportamiento de la fuerza tangencial puede deberse al desempeño de la geometría de la pala (particularmente el ángulo de elevación) a mayor velocidad angular del rotor: si el rotor gira más rápido, la componente tangencial de la velocidad relativa crece, por lo que en las zonas con elevación en el perfil de la pala la fuerza tangencial deja de producirse uniformemente una vez que la turbina se sale de control.

En ambos gráficos, y en todos los casos, sucede que la fuerza aplicada disminuye bruscamente cerca de la pala, pero no alcanza 0. Por una parte, la disminución brusca se debe a la aplicación de la corrección empírica en la punta mencionada en los antecedentes, cuyo propósito es precisamente incluir el efecto de la punta para forzar a que la fuerza aplicada alcance 0 en la punta. Sin embargo, que no alcance 0 en los gráficos se debe al uso de la regularización, puesto que la proyección en torno a la pala se aplica en todas direcciones, por lo que la zona de aplicación de la fuerza se extiende levemente fuera de la pala.

Volviendo al análisis de la estela, y para ahondar un poco más en su comportamiento, se puede calcular el campo de vorticidad para cada caso, lo que permite identificar zonas de rotación en la estela.

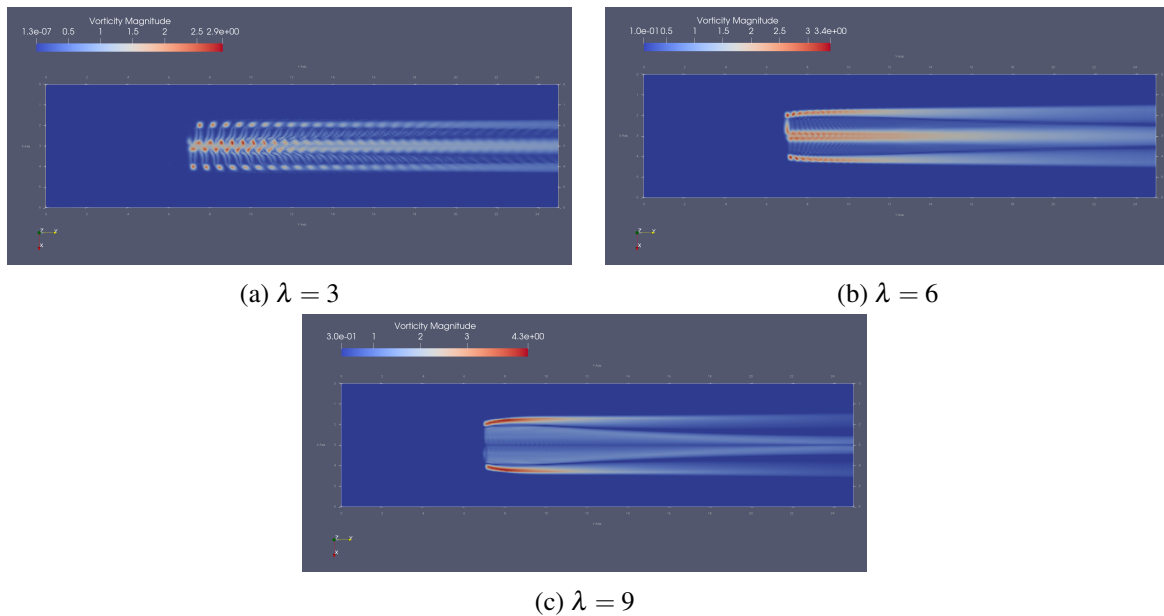


Figura 4.17: Campo de magnitud de vorticidad para cada  $\lambda$  a la altura del rotor,  $z = 2R$ ,  $t = 40$ .

De los campos de magnitud de vorticidad de la figura 4.17, ahora se puede apreciar con un mayor detalle qué ocurre en la estela. Primero, para  $\lambda = 3$ , además de distinguirse la estela producida por cada pala como líneas que unen el centro y el borde de la estela, también pueden apreciarse claramente los vórtices producidos por ambos extremos de las palas, y como el flujo que rodea la estela la deforma y desplaza el borde, y alrededor de  $y = 11R$  (o  $4R$  por detrás de la turbina) los vórtices de la punta interna y externa de las palas presentan un desfase, mientras que en  $y = 21R$  ya se disipan casi completamente.

Para  $\lambda = 6$  también se observan los vórtices de las puntas de las palas, pero ahora se disipan mucho más cerca de la turbina, alrededor de  $y = 11.5R$ . Y a diferencia del caso anterior, ahora se observa una muy leve expansión del borde de la estela, que ocurre a partir de la disipación de los vórtices de punta.

Y para  $\lambda = 9$ , al igual que en el campo de velocidad, se observa que los vórtices de las puntas empiezan muy cerca entre sí, por lo que se produce más bien una zona continua de mayor vorticidad, pero a diferencia de los casos anteriores, la zona del centro de la estela no presenta vorticidad. También se observa una expansión de los bordes de la estela, pero ahora el borde se expande solo hacia el interior de la estela, mientras que dentro de la estela hay una contracción, en donde la zona de vorticidad interna de la estela se desplaza hacia el centro. En general, se observa que la simulación es capaz de capturar la estructura de la turbina con mayor detalle a menor  $\lambda$ , lo que es coherente con lo obtenido en los coeficientes de desempeño, y que  $\lambda$  más bajo implica mayor separación entre los vórtices de punta, por lo que no se requiere de modelar la descomposición.

Por último, y principalmente para efectos de visualización, se pueden generar isocontornos del criterio  $\lambda_2$  para apreciar la descomposición de los vórtices de las puntas en la figura 4.18. A diferencia de otras implementaciones con más detalle, particularmente los trabajos de Kleusberg et al. en el mismo dominio [13], no se observa una distorsión en la forma de la estela que lleve a su descomposición, sino que más bien se ve como una disipación uniforme. Evidentemente esto tiene relación con la cantidad de puntos en el dominio, y que en este caso no son suficientes como para capturar ese nivel de detalle, pero también se debe tener en mente las limitaciones del modelo de turbulencia utilizado: dado que RANS solo captura el comportamiento promedio de la velocidad (entendido como el promedio entre múltiples instancias del mismo experimento), es imposible generar una transición así de detallada entre la estructura inicial de la estela y su descomposición.

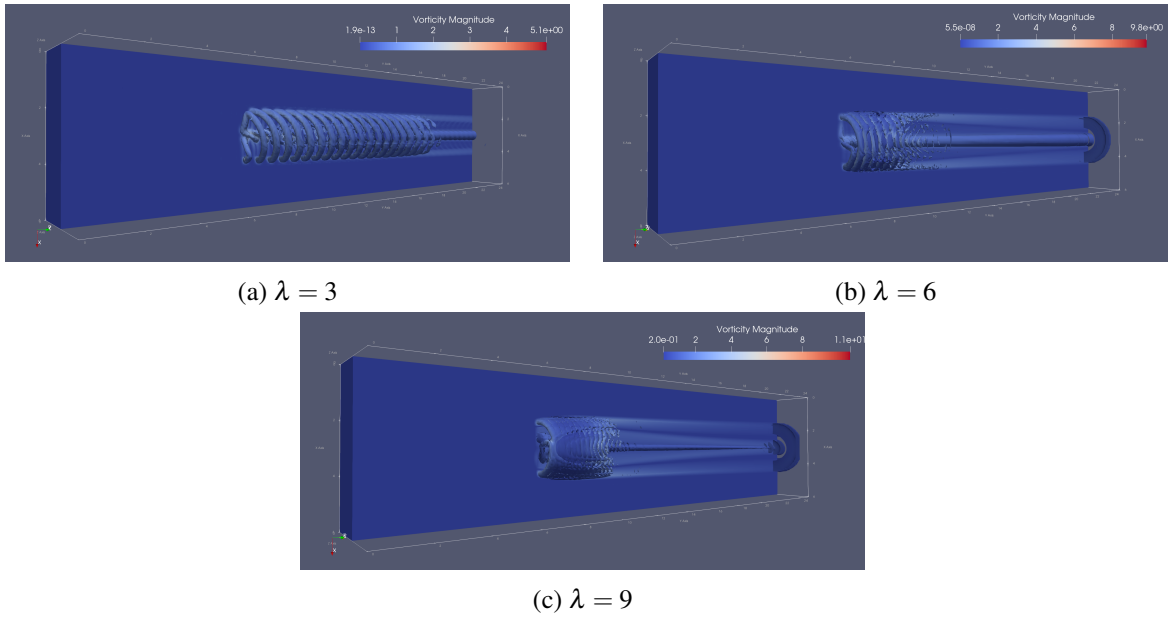


Figura 4.18: Isosuperficie  $\lambda_2 = -0.01$  para cada  $\lambda$ ,  $t = 40$ .

#### 4.4. Comparación con actuador de disco

Después de simular para diferentes  $\lambda$ , se simuló un último caso para comparar los resultados obtenidos con el método de actuador de disco, implementado en el mismo software, con el mismo modelo de turbulencia y en el mismo dominio con las mismas condiciones iniciales y de borde, especificados en la metodología. A partir de los resultados obtenidos de la curva de potencia, el mejor caso corresponde a  $\lambda = 4$ . Detalles sobre esta implementación se pueden encontrar en Fuentes, 2024 [24].

Para esta comparación se utilizó un dominio levemente más amplio con el propósito de asemejarse a condiciones de operación reales, y cuya malla fue construida en base a la malla utilizada en la sección anterior para evitar tener que realizar el proceso de refinación nuevamente. La distribución de elementos en la malla se encuentra en las figura 4.19 y 4.20, y se utilizaron  $18 \times 54 \times 12 = 11664$  elementos espectrales en total.

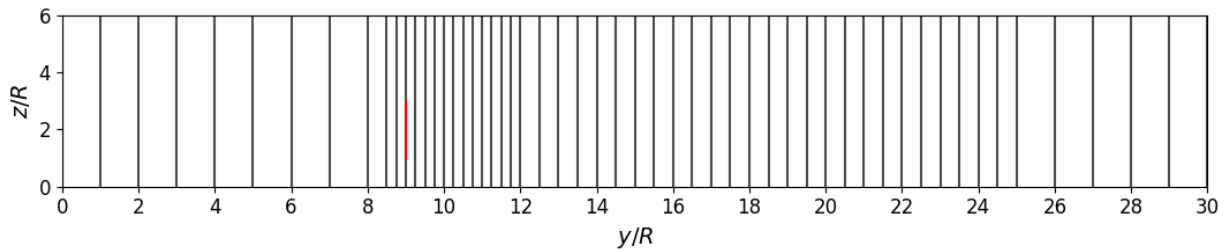


Figura 4.19: Espaciamiento de elementos espectrales en  $y$ . La línea roja indica la posición del rotor.

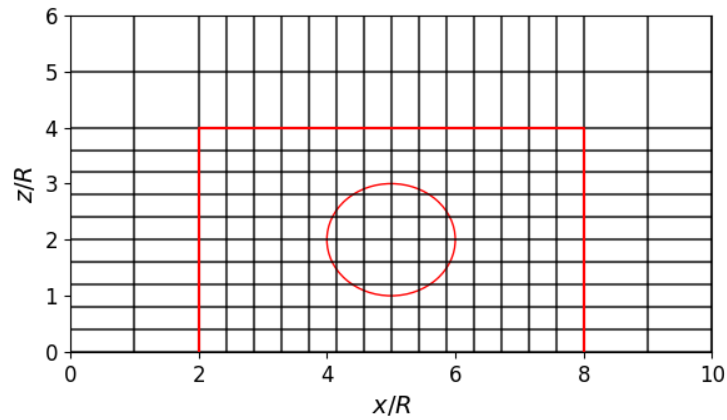
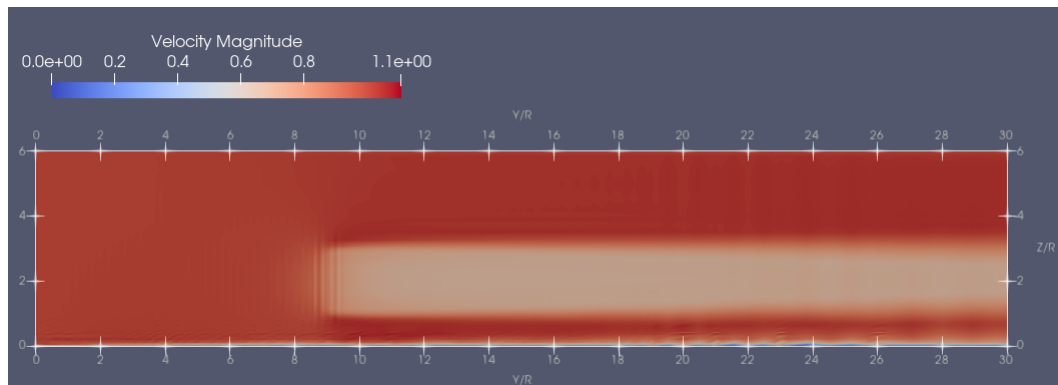
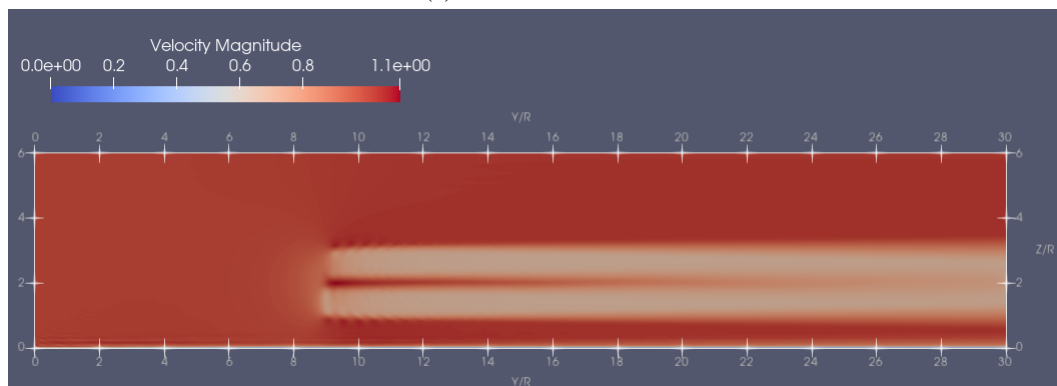


Figura 4.20: Distribución de elementos espectrales en el plano  $x - z$ . EL círculo rojo indica la posición del rotor.

Como comparación preliminar, y principalmente para identificar el comportamiento de la estela a grandes rasgos, en la figura 4.21 se muestran los campos de magnitud de velocidad obtenidos.



(a) Actuador de disco.



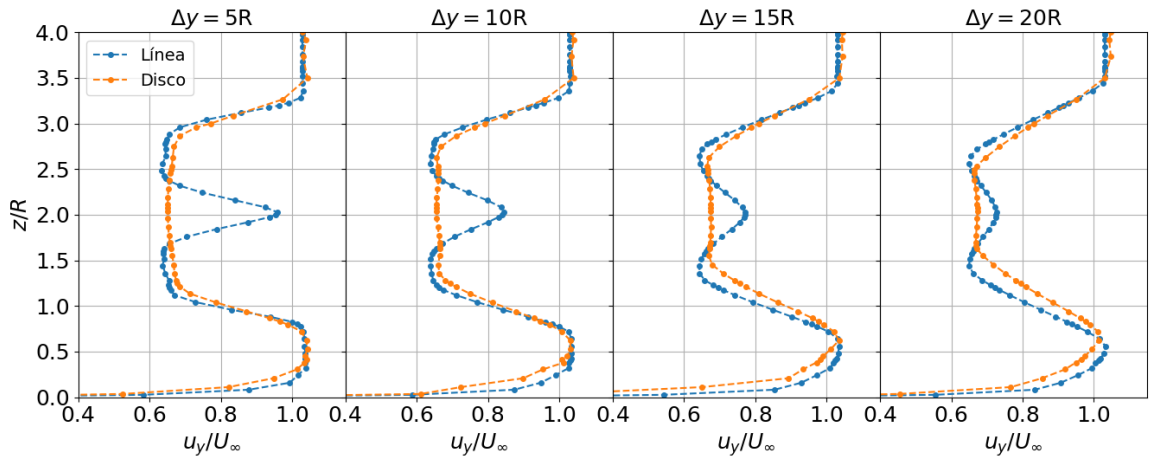
(b) Actuador de línea.

Figura 4.21: Vista lateral del campo de magnitud de velocidad para ambos casos,  $x = 5$ ,  $t = 40$ .

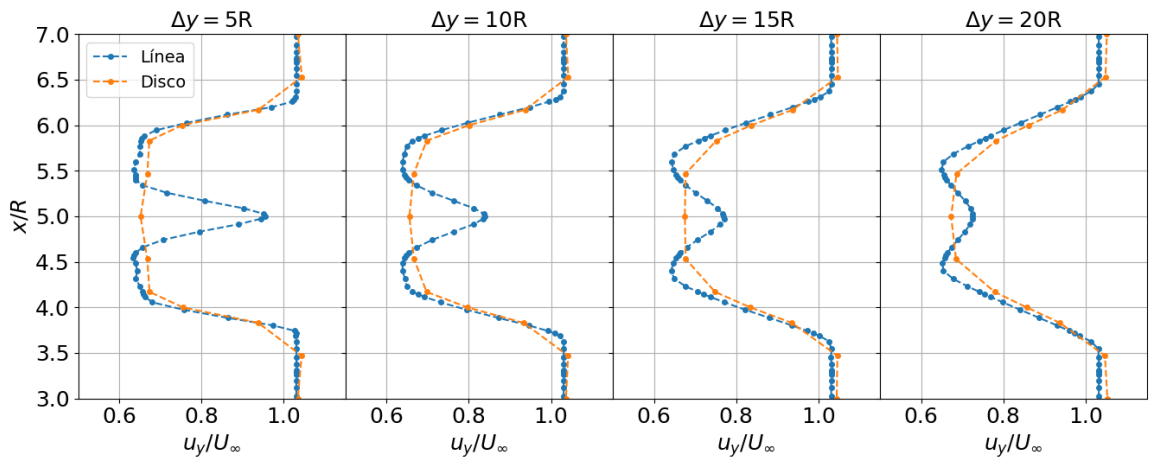
Al comparar ambos casos inspeccionando sus campos de velocidad, se puede observar que las principales diferencias respecto al actuador de disco corresponden a la zona de mayor velocidad en el centro del rotor y la distinción de las estelas generadas por las palas cerca de la turbina (aunque

en este caso la escala utilizada no permite apreciarlos con la misma claridad que en la sección anterior), que en el caso del actuador de disco no se manifiestan por la forma de la zona de la aplicación de fuerza, esto es, un disco en vez de líneas en movimiento. Sin embargo, ambos métodos generan una estela de dimensiones similares, la cual empieza a recuperarse levemente hacia el final del dominio.

Para comparar las dimensiones de la estela de forma más precisa, se compara el perfil de velocidad en  $y$  a distintas distancias, a través de cortes que pasan por el centro del rotor, y generando perspectivas tanto lateralmente como por encima, en la figura 4.22.



(a) Perfil lateral,  $x = 5$ ,  $z \in [0, 4R]$ .



(b) Perfil por encima,  $z = 2$ ,  $x \in [3R, 7R]$ .

Figura 4.22: Comparación de perfiles de velocidad en  $y$  entre ambos métodos a distintas distancias detrás de la turbina,  $t = 40$ .



En los gráficos, puede apreciarse que si bien el déficit en la estela con actuador de línea es levemente mayor, ambas estelas efectivamente presentan una forma similar (excluyendo el centro) hasta  $\Delta y = 10R$ , pero a partir de ese punto los bordes de la estela empiezan a disiparse un poco más cerca de la turbina en el caso del actuador de disco. Además, los mínimos de velocidad del caso con actuador de línea se mantienen cercanos al caso con actuador de disco en todas las distancias incluso cuando el primero no modela el centro del rotor. Esto sugiere que al situarse suficientemente lejos de la turbina ambas estelas serán idénticas, por lo que la estela se vuelve independiente de la geometría de los actuadores utilizada para describir el rotor, o por lo menos a este nivel de detalle.

Por otra parte, en el perfil lateral se observa que esa disipación es levemente dispereja, puesto que en el borde más cercano al suelo la velocidad es levemente mayor a la misma distancia del centro, mientras que en el caso con actuador de línea el perfil se mantiene simétrico. Si bien esto puede atribuirse a que el flujo no resbala con el piso en este dominio, que este fenómeno no ocurra en el caso con actuador de línea puede deberse a la rotación de la estela, y en ese caso el efecto del piso se aplica en todo el borde de la estela a medida que rota. Para verificar esto, se graficaron las componentes  $x$  y  $z$  de la velocidad como campo vectorial sobre el campo de velocidad en  $y$  en la figura 4.23.

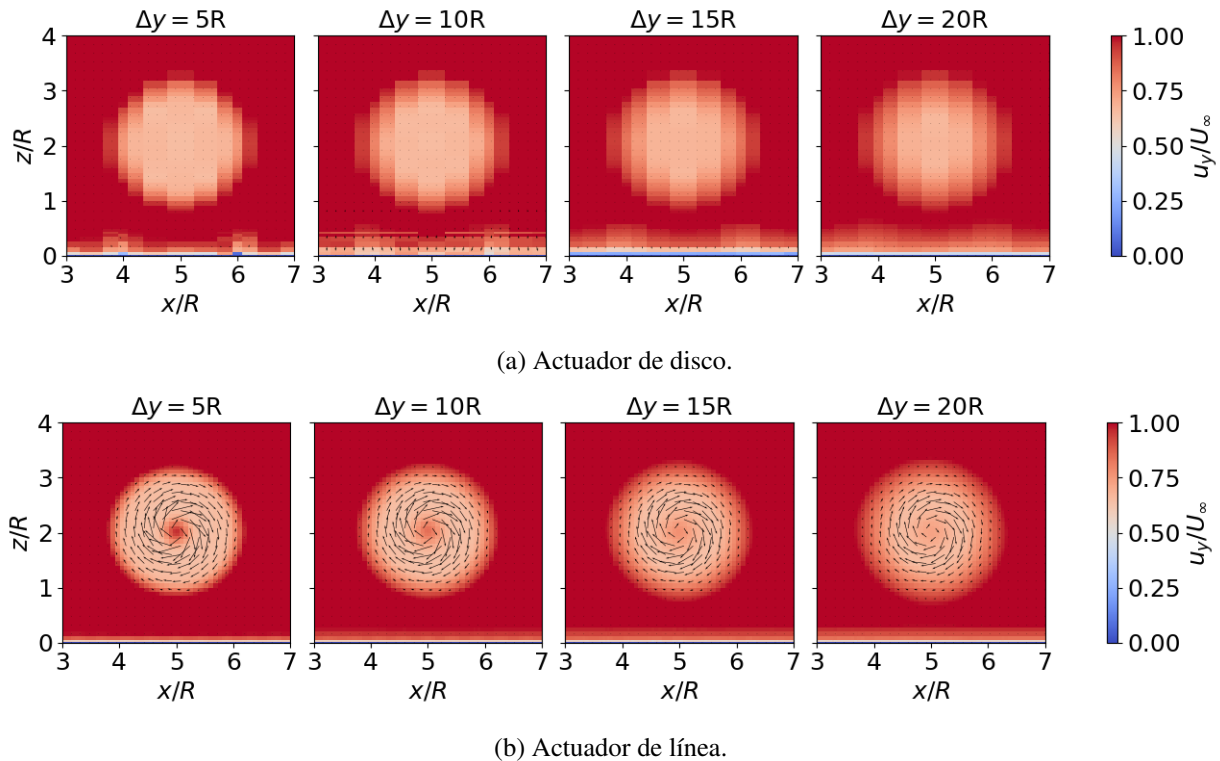


Figura 4.23: Campo vectorial  $(u_x, u_z)$ , sobrepuesto al campo de velocidad en  $y$ , para diferentes distancias aguas abajo de la turbina,  $x \in [3R, 7R]$ ,  $z \in [0, 4R]$ ,  $t = 40$ .

Con el campo de velocidad en el plano  $x - z$ , es evidente que en el caso con actuador de disco no hay rotación en la zona de la estela, más aun, no se aprecia un efecto de la estela en el movimiento

del aire en el plano  $x - z$ , mientras que en el caso con actuador de línea se induce rotación en la zona de la estela en el sentido del reloj, lo que confirma que efectivamente el efecto del piso no rompe la simetría de la estela del caso con actuador de línea por la rotación.

# Capítulo 5

## Conclusiones y trabajo futuro

El trabajo realizado en este documento tiene como propósito estudiar la estela generada por una turbina eólica, a través de la implementación del método de actuador de línea. Los resultados y conclusiones de su implementación se resumen a continuación.

Primero, se realizó un análisis de sensibilidad de la potencia y el empuje, respecto tanto de la sección transversal de la malla como de los parámetros del método implementado, esto es, el parámetro de regularización  $\varepsilon$ , que determina el volumen en el cual se proyecta la fuerza aplicada por cada elemento actuador de las palas, y el número de elementos actuadores por pala  $n_{el}$ . Se obtuvo que entre la malla y ambos parámetros,  $\varepsilon$  tiene un efecto directo sobre la fuerza total aplicada, dado que tanto la potencia como el empuje disminuye de forma aproximadamente lineal con  $\varepsilon$  y aumenta la amplitud de la oscilación de ambos en el tiempo, mientras que una malla más densa suaviza dicho patrón de oscilación. Lo anterior se debe a que al proyectar la fuerza sobre un menor volumen sin cambiar la malla, sólo los puntos más cercanos a la posición exacta de los elementos actuadores aplican una fuerza mayor, mientras que en el resto la fuerza aplicada es menor, lo que además de disminuir la fuerza total causa un comportamiento errático si la malla no es lo suficientemente densa como para proyectar la regularización sobre el dominio mientras las palas se mueven. Por otra parte, un aumento en  $n_{el}$  reduce levemente la potencia extraída y aumenta levemente el arrastre, a una escala 10 veces menor a lo observado con  $\varepsilon$ , pero incrementando notablemente el costo computacional de la simulación.

Paralelamente se refinó la malla en la dirección del flujo de tal forma de corregir irregularidades causadas por los bordes de los elementos espectrales, así como también se comprobó brevemente la sensibilidad de la estela a la condición de borde en la entrada para  $\tau$ , dada la forma en como se definió esta condición. En esto último, se observó que la estela es muy sensible a esa condición de borde, y que en un contexto distinto se requiere de una formulación más rigurosa.

Con los parámetros de operación determinados, se obtuvieron las curvas de desempeño para diferentes razones de velocidad de punta, y se compararon con resultados de experimentos en un túnel de viento. Los resultados obtenidos muestran que se sobreestiman el empuje y el torque, considerando que si bien el empuje medido coincide con el caso real, solo se modelan las palas, por lo que el empuje real debiera ser menor. Sin embargo, el error obtenido se asemeja a un *offset*, por lo que el comportamiento general de la fuerza total es similar al real. Particularmente, en el caso del torque corresponde a 0.03, pero en el caso del empuje los datos reales contemplan la contribución del resto de la estructura de la turbina, por lo que no puede calcularse directamente.

Posteriormente se procedió a simular la estela para 3 casos distintos: cuando la turbina está a punto de detenerse ( $\lambda = 3$ ), en las condiciones de diseño ( $\lambda = 6$ ) y cuando está a punto de salirse de control ( $\lambda = 9$ ). A partir de los 3 casos se observa un perfil de velocidad similar a los casos reales inmediatamente detrás de la turbina, pero a mayor  $\lambda$  la estela presenta menor disipación que en el caso real cerca de la turbina. También se observa en el campo de magnitud de velocidad que la estela de cada pala está mejor definida a menor  $\lambda$ , principalmente porque una menor velocidad angular separa esas estelas, y el centro de la estela permanece por una distancia mayor con mayor  $\lambda$ , que en el caso de  $\lambda = 9$ , se mantiene casi intacto. Esto último se debe a que la fuerza aplicada por las palas se concentra en la mitad exterior, mayormente porque la elevación del perfil de las palas, diseñada para producir la mayor fuerza tangencial posible, deja de ser efectiva a mayor velocidad angular, por lo que la fuerza deja de producirse uniformemente, y no se perturba el centro de la estela. Esto también causa que la estela se recupere mucho más rápido que en los otros dos casos debido a que el centro de la estela acelera el resto. Además, se observa que la forma de los vórtices en el centro y en la punta de las palas está claramente definida para  $\lambda = 3$  y 6, pero con  $\lambda = 9$  no se observa rotación en el centro de la estela, lo que es consistente con lo observado en el campo de velocidad y la fuerza de las palas.

Finalmente, se compara la estela producida con el método de actuador de disco, implementado en las mismas condiciones, en un dominio más amplio y con condiciones de borde diferentes en el piso y techo. Los resultados obtenidos muestran un comportamiento sorprendentemente similar en la componente en  $y$  de la velocidad e incluso considerando la ausencia del centro del rotor en el caso del actuador de línea, puesto que entre más lejos de la turbina, el perfil de velocidad del caso con actuador de línea se acerca al del actuador de disco. Por otra parte, se aprecia que el piso afecta a ambas estelas de forma diferente, en donde el perfil del actuador de disco rompe su simetría muy levemente debido a que no genera rotación, y por lo tanto la zona inferior de la estela acelera levemente, mientras que en el caso con actuador de línea el efecto del piso se distribuye por el contorno de la estela.

Con todo lo anterior, a través de la implementación del método de actuador de línea, los resulta-

dos obtenidos permitieron visualizar y analizar patrones de velocidad y vorticidad en la estela. Sin embargo, los resultados obtenidos presentan algunas diferencias respecto al caso real, particularmente en la potencia extraída y en el perfil de velocidad a la altura del rotor, que son más evidentes para valores altos de  $\lambda$ . De todas formas, para  $\lambda$  bajos los resultados son razonablemente similares al caso real, y las simulaciones ofrecen información considerablemente más detallada de la estructura de la estela en esos casos.

Finalmente, respecto al trabajo futuro, hay dos aspectos en los que se puede elaborar sobre este trabajo: por una parte, sería interesante ver qué nivel de detalle se puede alcanzar con esta implementación a través de mejores recursos computacionales, lo que permitiría corregir los errores de los resultados al usar un mejor nivel de detalle (particularmente, menores valores del parámetro de regularización  $\varepsilon$  con mallas más finas), así como también utilizar otras condiciones diferentes a solo cambios en la velocidad angular, entre ellos, la adición de la torre y la góndola de la turbina, presencia de capa límite, inclinación de la turbina o incluso más turbinas. Por otro lado, también sería interesante un análisis más riguroso del efecto de los parámetros de operación sobre la estela, y en especial para la condición de borde en la entrada para  $\tau$ , ya que se observó que el comportamiento de la estela varía dramáticamente con este parámetro.

# Bibliografía

- [1] Veers, P. *et al.*, “Grand challenges in the science of wind energy,” *Science*, vol. 366, no. 6464, p. eaau2027, 2019, [doi:10.1126/science.aau2027](https://doi.org/10.1126/science.aau2027).
- [2] Lee, J. y Zhao, F., “Global wind energy report 2022,” rep. tec., Global Wind Energy Council, 2022.
- [3] Wu, Y.-T. y Porté-Agel, F., “Modeling turbine wakes and power losses within a wind farm using les: An application to the horns rev offshore wind farm,” *Renewable Energy*, vol. 75, pp. 945–955, 2015, [doi:https://doi.org/10.1016/j.renene.2014.06.019](https://doi.org/10.1016/j.renene.2014.06.019).
- [4] De Cillis, G., Cherubini, S., Semeraro, O., Leonardi, S., y De Palma, P., “Stability and optimal forcing analysis of a wind turbine wake: Comparison with pod,” *Renewable Energy*, vol. 181, pp. 765–785, 2022, [doi:https://doi.org/10.1016/j.renene.2021.09.025](https://doi.org/10.1016/j.renene.2021.09.025).
- [5] Sorensen, J. N. y Shen, W. Z., “Numerical Modeling of Wind Turbine Wakes ,” *Journal of Fluids Engineering*, vol. 124, no. 2, pp. 393–399, 2002, [doi:10.1115/1.1471361](https://doi.org/10.1115/1.1471361).
- [6] Breton, S.-P., Sumner, J., Sørensen, J. N., Hansen, K. S., Sarmast, S., y Ivanell, S., “A survey of modelling methods for high-fidelity wind farm simulations using large eddy simulation,” *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 375, no. 2091, p. 20160097, 2017, [doi:10.1098/rsta.2016.0097](https://doi.org/10.1098/rsta.2016.0097).
- [7] Kleusberg, E., Sarmast, S., Schlatter, P., Ivanell, S., y Henningson, D. S., “Actuator line simulations of a joukowsky and tjæreborg rotor using spectral element and finite volume methods,” *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 753, p. 082011, 2016, [doi:10.1088/1742-6596/753/8/082011](https://doi.org/10.1088/1742-6596/753/8/082011).
- [8] Martínez-Tossas, L. A., Churchfield, M. J., y Leonardi, S., “Large eddy simulations of the flow past wind turbines: actuator line and disk modeling,” *Wind Energy*, vol. 18, no. 6, pp. 1047–1060, 2015, [doi:https://doi.org/10.1002/we.1747](https://doi.org/10.1002/we.1747).
- [9] Fischer, P. F., Lottes, J. W., y Kerkemeier, S. G., “Nek5000 v20.0-dev,” 2020, <https://nek5000.mcs.anl.gov>.
- [10] Peet, Y., Fischer, P., Conzelmann, G., y Kotamarthi, V., *Actuator Line Aerodynamics Model with Spectral Elements*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2013, [doi:10.2514/6.2013-1210](https://doi.org/10.2514/6.2013-1210).
- [11] Jin, W., “Numerical simulation of wind turbine wakes based on actuator line method in nek5000,” Master’s thesis, KTH Mechanics, 2013.

- [12] Chatterjee, T. y Peet, Y., Actuator Line Wind Turbine Simulations in Atmospheric Turbulent Flows using Spectral Element Method. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2015, [doi:10.2514/6.2015-0727](https://doi.org/10.2514/6.2015-0727).
- [13] Kleusberg, E., Mikkelsen, R. F., Schlatter, P., Ivanell, S., y Henningson, D. S., “High-order numerical simulations of wind turbine wakes,” *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 854, p. 012025, 2017, [doi:10.1088/1742-6596/854/1/012025](https://doi.org/10.1088/1742-6596/854/1/012025).
- [14] Wilcox, D., Turbulence Modeling for CFD. No. v. 1 en Turbulence Modeling for CFD, DCW Industries, 2006, <https://books.google.cl/books?id=tFNNPgAACAAJ>.
- [15] Speziale, C. G., Abid, R., y Anderson, E. C., “Critical evaluation of two-equation models for near-wall turbulence,” *AIAA Journal*, vol. 30, no. 2, pp. 324–331, 1992, [doi:10.2514/3.10922](https://doi.org/10.2514/3.10922).
- [16] Wilcox, D. C., “Formulation of the k-w turbulence model revisited,” *AIAA Journal*, vol. 46, no. 11, pp. 2823–2838, 2008, [doi:10.2514/1.36541](https://doi.org/10.2514/1.36541).
- [17] Krogstad, P. y Eriksen, P. E., ““blind test” calculations of the performance and wake development for a model wind turbine,” *Renewable Energy*, vol. 50, pp. 325–333, 2013, [doi:https://doi.org/10.1016/j.renene.2012.06.044](https://doi.org/10.1016/j.renene.2012.06.044).
- [18] Greenshields, C. y Weller, H., “Notes on computational fluid dynamics: General principles, 7.3 inlet turbulence,” 2022, <https://doc.cfd.direct/notes/cfd-general-principles/inlet-turbulence#x197-2430003>.
- [19] Krogstad, P. y Lund, J., “An experimental and numerical study of the performance of a model turbine,” *Wind Energy*, vol. 15, no. 3, pp. 443–457, 2012, [doi:https://doi.org/10.1002/we.482](https://doi.org/10.1002/we.482).
- [20] Bartl, J., Sagmo, K. F., Bracchi, T., y Sætran, L., “Performance of the nrel s826 airfoil at low to moderate reynolds numbers—a reference experiment for cfd models,” *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, vol. 75, pp. 180–192, 2019, [doi:https://doi.org/10.1016/j.euromechflu.2018.10.002](https://doi.org/10.1016/j.euromechflu.2018.10.002).
- [21] Krogstad, P. y Adaramola, M. S., “Performance and near wake measurements of a model horizontal axis wind turbine,” *Wind Energy*, vol. 15, no. 5, pp. 743–756, 2012, [doi:https://doi.org/10.1002/we.502](https://doi.org/10.1002/we.502).
- [22] Sørensen, J. N., Shen, W. Z., y Munduate, X., “Analysis of wake states by a full-field actuator disc model,” *Wind Energy*, vol. 1, no. 2, pp. 73–88, 1998, [doi:https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1099-1824\(199812\)1:2<73::AID-WE12>3.0.CO;2-L](https://doi.org/10.1002/(SICI)1099-1824(199812)1:2<73::AID-WE12>3.0.CO;2-L).
- [23] Troldborg, N., Actuator Line Modeling of Wind Turbine Wakes. PhD thesis, Technical University of Denmark, 2009.
- [24] Fuentes, J. P., “Implementación del método de actuador de disco para la simulación de un parque eólico en nek5000.” Memoria de pregrado, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile, 2024.

## **Anexo A**

**Gráficos de potencia y empuje completos del análisis de sensibilidad.**



Evolución de coeficiente de potencia por malla,  $\lambda = 6, n_{el}=8, t_{adim} \leq 10$

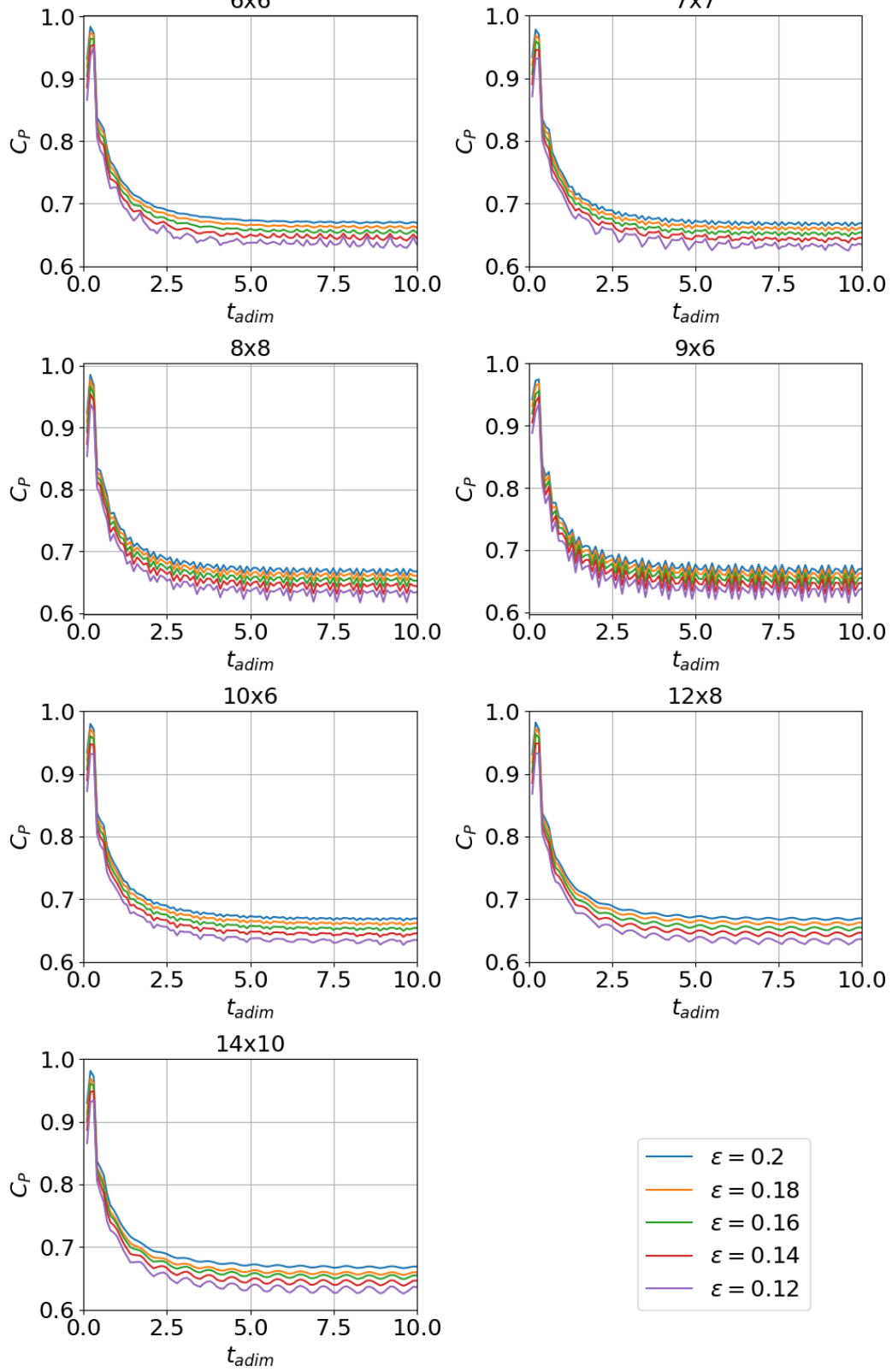


Figura A.1: Coeficiente de potencia de análisis de sensibilidad de  $\epsilon$ .

Evolución de coeficiente de empuje por malla,  $\lambda = 6$ ,  $n_{el}=8$ ,  $t_{adim} \leq 10$

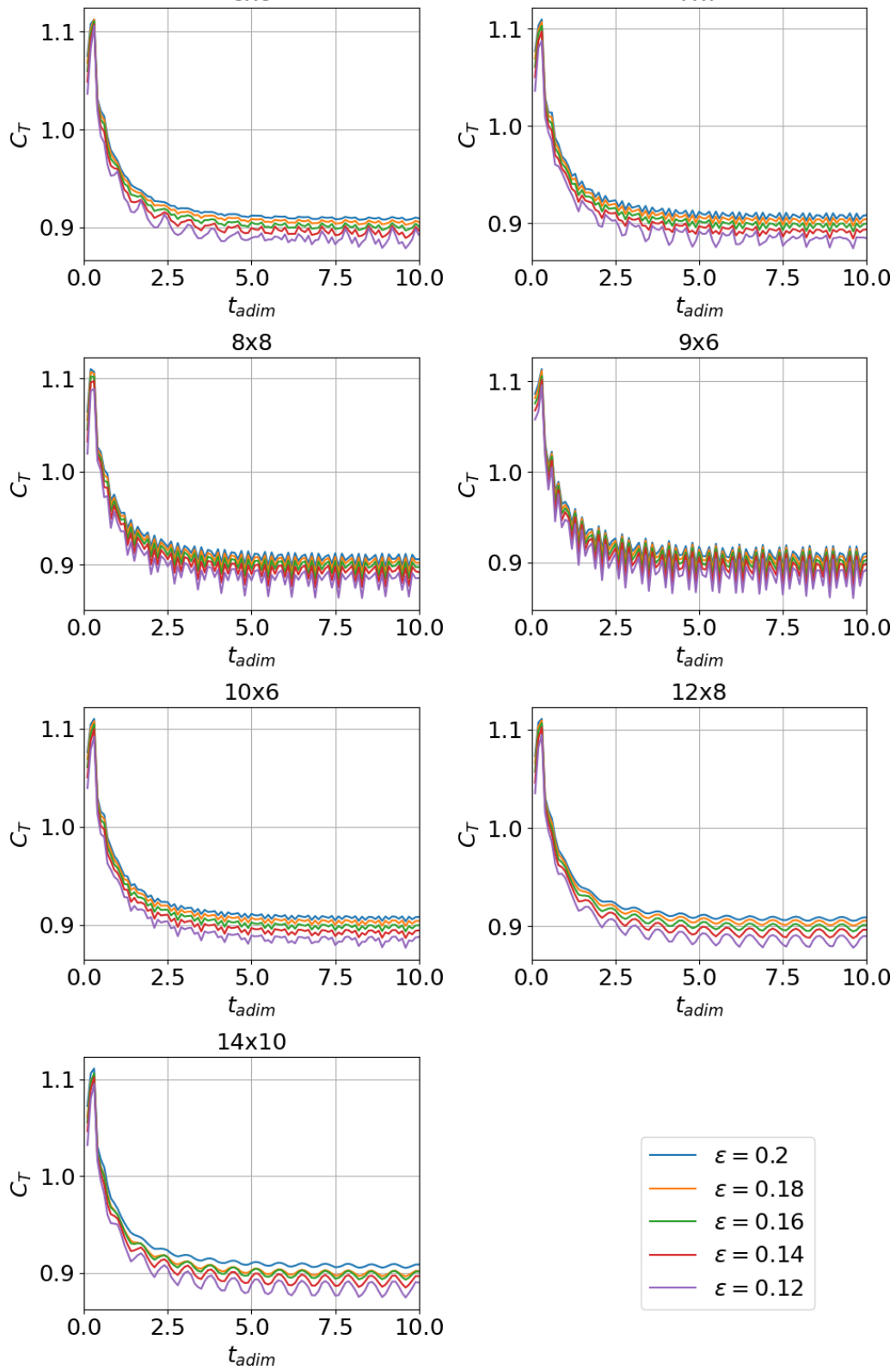


Figura A.2: Coeficiente de empuje de análisis de sensibilidad de  $\epsilon$ .

Evolución de coeficiente de potencia por malla,  $\lambda = 6$ ,  $\varepsilon = 0.12$ ,  $t_{adim} \leq 10$

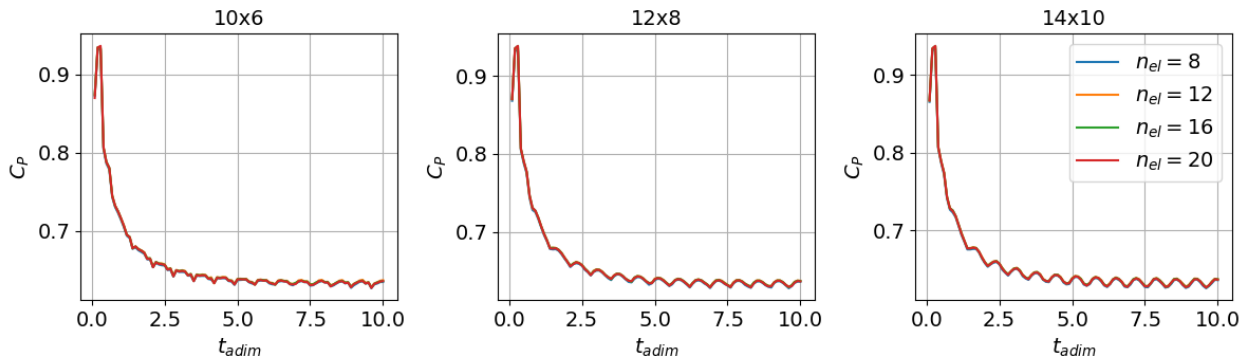


Figura A.3: Coeficiente de potencia de análisis de sensibilidad de  $n_{el}$

Evolución de coeficiente de empuje por malla,  $\lambda = 6$ ,  $\varepsilon = 0.12$ ,  $t_{adim} \leq 10$

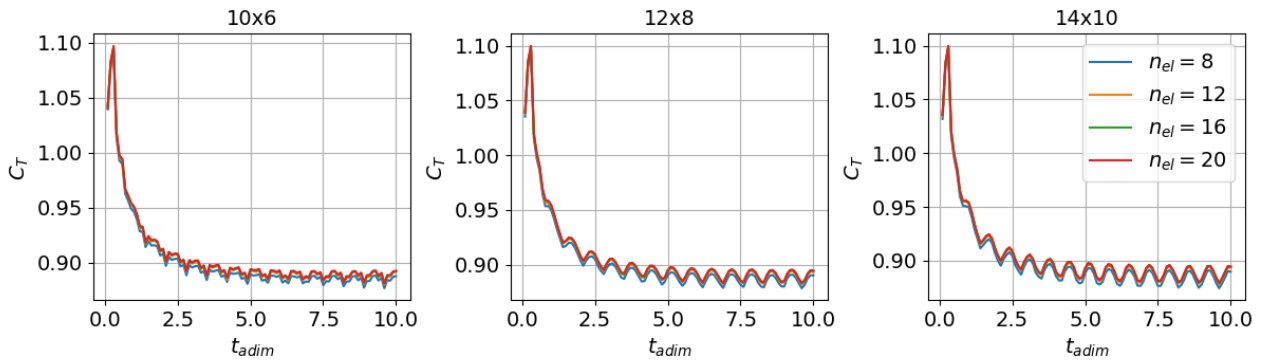


Figura A.4: Coeficiente de empuje de análisis de sensibilidad de  $n_{el}$ .

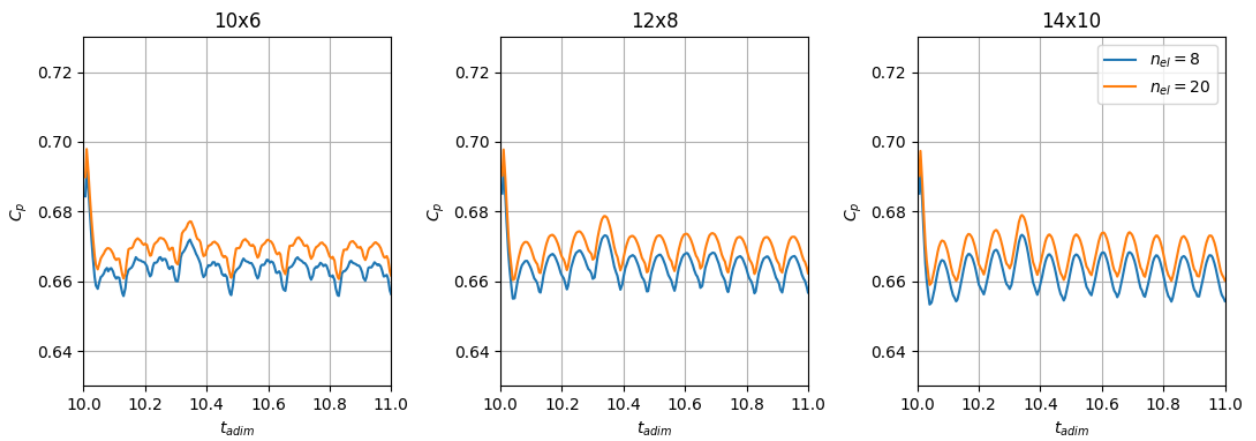


Figura A.5: Patrón de oscilación de coeficiente de potencia,  $\Delta t_{muestreo} = 0.005$ .

## **Anexo B**

### **Campos de la estela en tamaño completo**

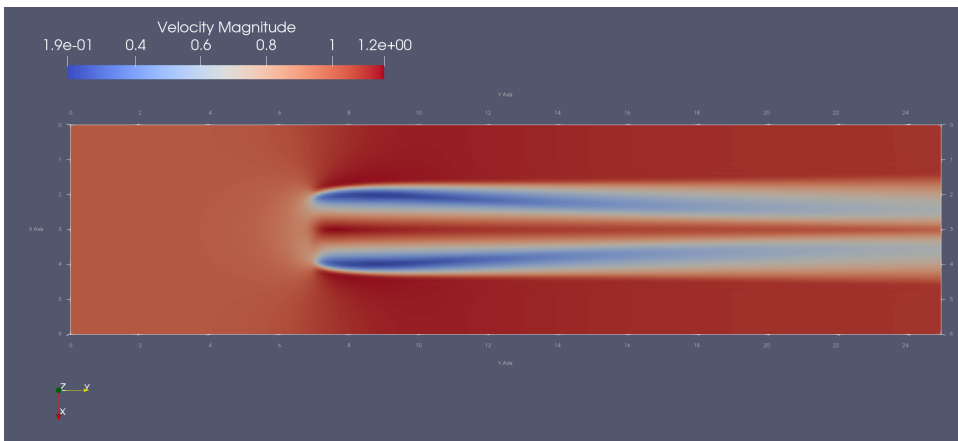
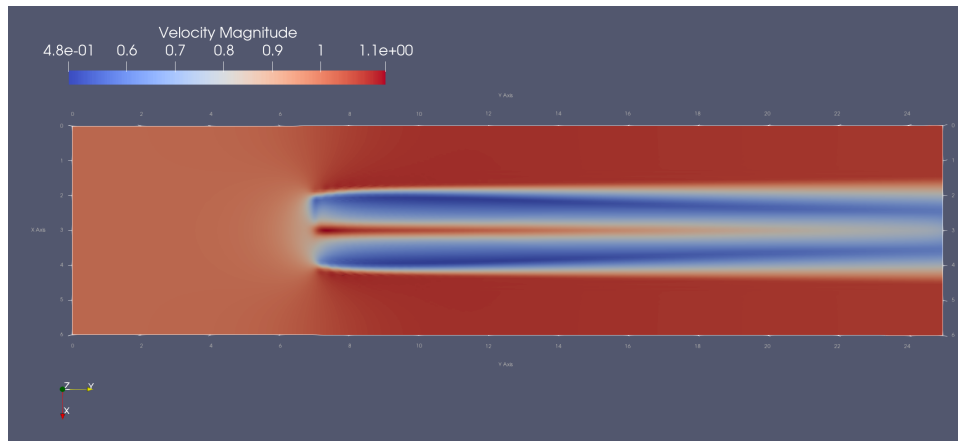
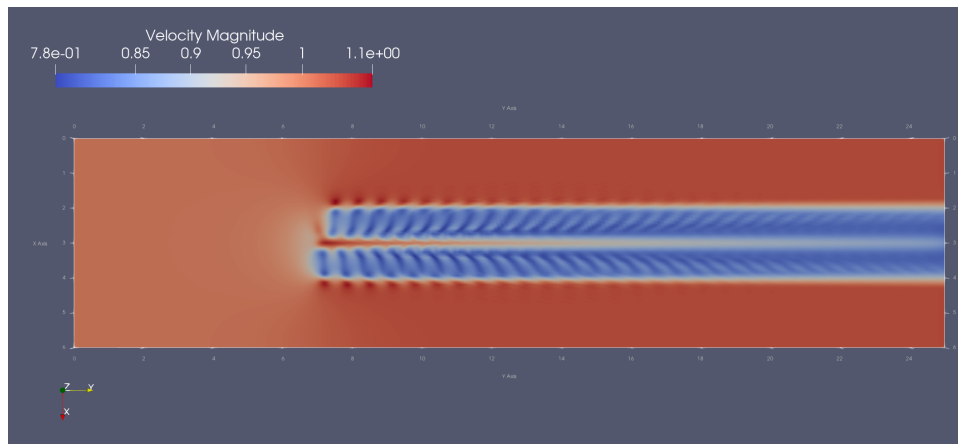
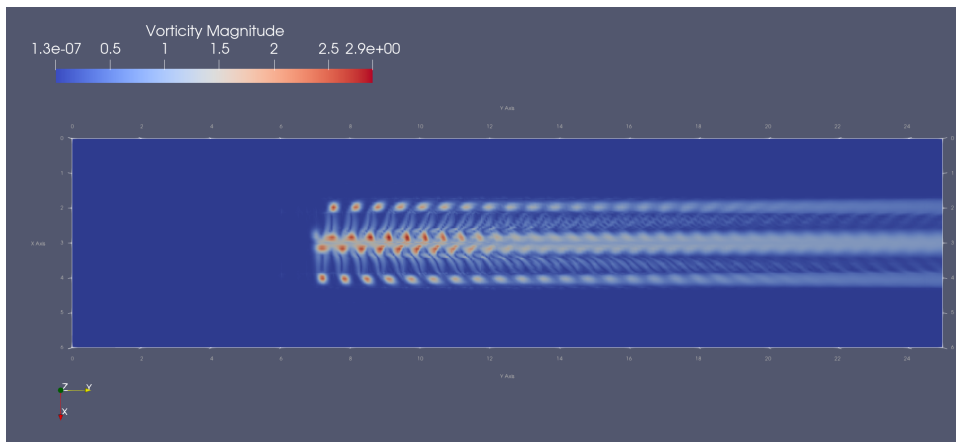
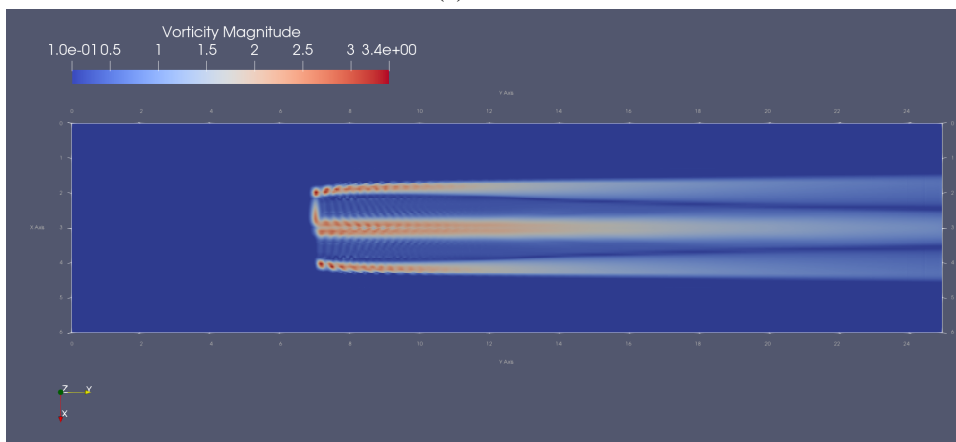


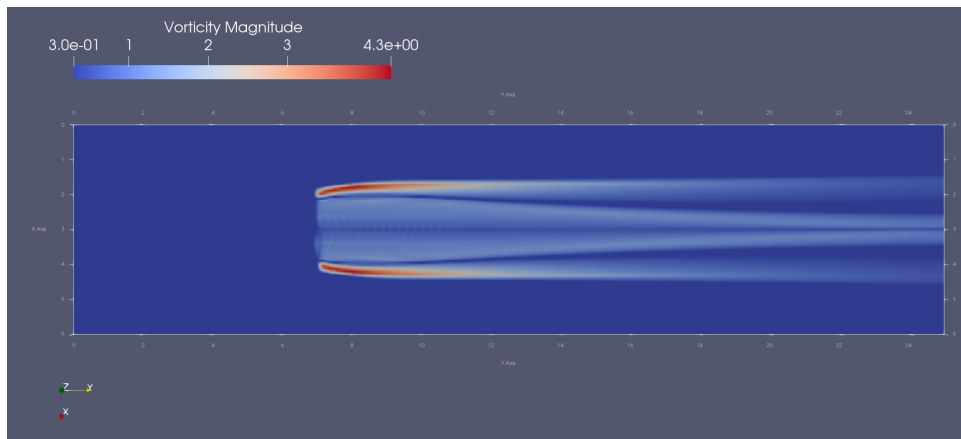
Figura B.1: Campo de magnitud de velocidad para cada t.s.r. a la altura del rotor,  $z = 2R, t = 40$ .



(a)  $\lambda = 3$

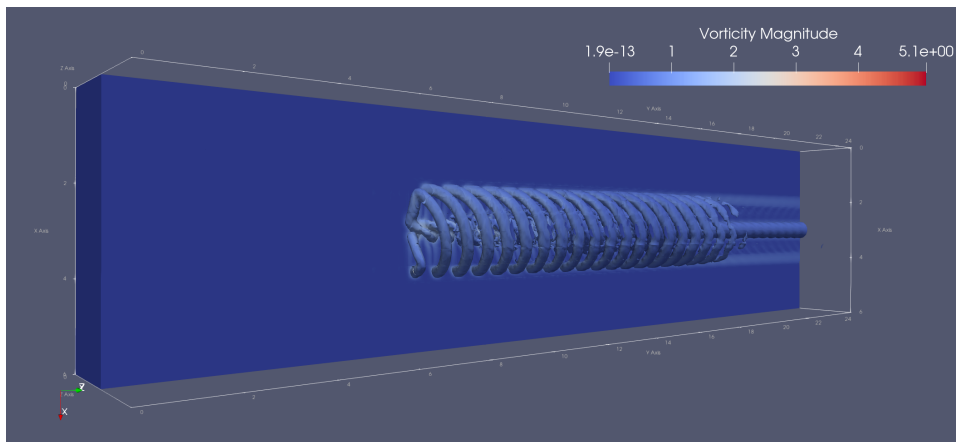


(b)  $\lambda = 6$

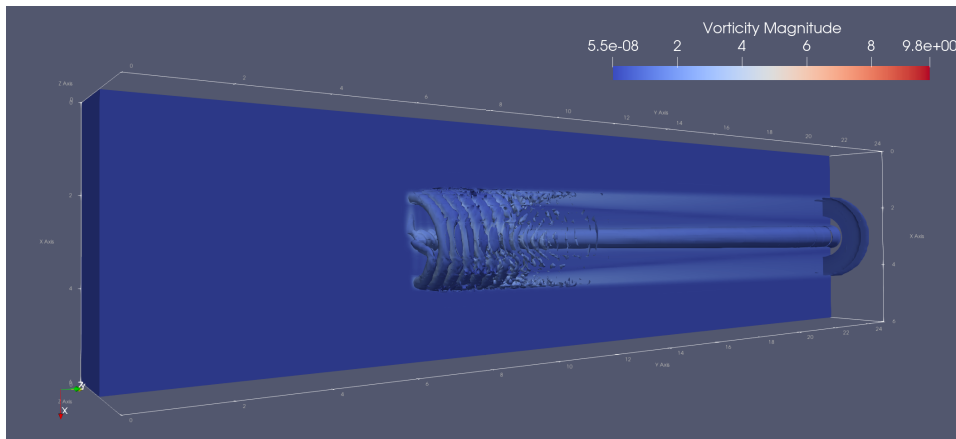


(c)  $\lambda = 9$

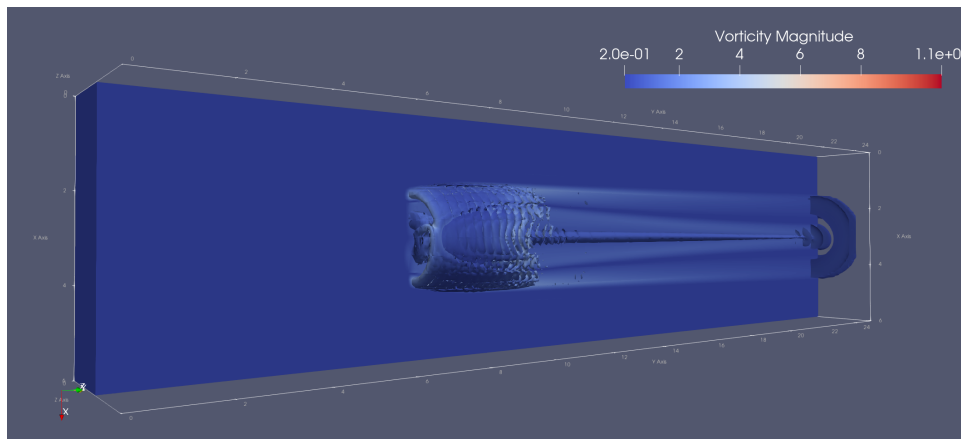
Figura B.2: Campo de magnitud de vorticidad para cada t.s.r. a la altura del rotor,  $z = 2R, t = 40$ .



(a)  $\lambda = 3$



(b)  $\lambda = 6$



(c)  $\lambda = 9$

Figura B.3: Isosuperfície  $\lambda_2 = -0.01$  para cada t.s.r.,  $t = 40$ .

# Anexo C

## Código relevante para la construcción del caso

Las simulaciones de Nek5000 realizadas se generaron a partir de 4 archivos que definen el caso: `.box`, que es utilizado para generar la malla, `.par`, que fija parámetros de operación, `SIZE`, que fija parámetros del software, y `.usr`, que permite implementar configuraciones adicionales definidas por el usuario. El archivo `SIZE` (a excepción del número máximo de elementos) y la mayor parte del archivo `.usr` son idénticos a los del caso `RANSchannel` del repositorio de Nek5000 debido a la implementación del modelo de turbulencia. El resto del código se muestra a continuación, de tal forma de ofrecer una base para replicar los resultados de este informe.

En el archivo `.box` se especifican las posiciones del borde de los elementos espectrales por componente para generar un dominio rectangular, así como el tipo de condiciones de borde:

Código C.1: Archivo base para la malla utilizada en la sección 4.3. El número de elementos espectrales de esta malla es de  $14 \times 55 \times 10 = 7700$  elementos.

```
1 -3          spatial dimension
2 1          number of fields
3 #
4 #  comments: caja estandar
5 #
6 # =====
7 #
8 #
9 Box
10 -14 55 -10          Nelx, Nely, Nelz
11 0.0 6.0 1.0          x0 x1 ratio
12 0.0 1.0 2.0 3.0 4.0 5.0 6.0 6.5 6.75 7.0 7.25 7.5 7.75 8.0 8.25 8.5 8.75 9.0 9.25 9.5 9.75 10.0
13 10.25 10.5 10.75 11.0 11.25 11.5 11.75 12.0 12.5 13.0 13.5 14.0 14.5 15.0 15.5 16.0 16.5 17.0
14 17.5 18.0 18.5 19.0 19.5 20.0 20.5 21.0 21.5 22.0 22.5 23.0 23.5 24.0 24.5 25.0
15 0.0 4.0 1.0          z0 z1 ratio
```



```
15 SYM,SYM,v ,O ,SYM,SYM  
↪ , cbz0, cbz1)
```

Velocity BC's: (cbx0, cbx1, cby0, cby1

En el archivo .par se especifican los parámetros (en su mayoría temporales) de la simulación:

Código C.2: Archivo de parámetros usados en las simulaciones de la sección 4.3.

```
1 #  
2 # nek parameter file  
3 #  
4 [GENERAL]  
5 stopAt = endTime  
6 endTime = 40.0  
7 variableDT = yes  
8 initialDT = 1e-4  
9 dt = 2e-3  
10 targetCFL = 0.2  
11 writeControl = runTime  
12 writeInterval = 0.5  
13  
14 userParam01 = 6.0 # tsr  
15 userParam02 = 0.15 # r/R minimo  
16 userParam03 = 0.12 # epsilon distribucion  
17 userParam04 = 0.05 # intensidad turbulenta  
18 userParam05 = 0.06 # tau en la entrada  
19  
20 [PROBLEMTYPE]  
21 variableProperties = yes  
22 stressFormulation = yes  
23  
24 [MESH]  
25 numberOfBCFields = 1  
26  
27 [PRESSURE]  
28 residualTol = 1e-5  
29 residualProj = yes  
30  
31 [VELOCITY]  
32 residualTol = 1e-8  
33 density = 1.0  
34 viscosity = -50000 # reynolds  
35  
36 [SCALAR01] #energia cinetica turbulenta  
37 residualTol = 1e-8  
38 density = 1.0  
39 diffusivity = -50000
```

```

40
41 [SCALAR02] #tau
42 residualTol = 1e-8
43 density = 1.0
44 diffusivity = -50000
45
46 [SCALAR03] #lambda2
47 solver = none
48
49 [SCALAR04] #ffx
50 solver = none
51
52 [SCALAR05] #ffx
53 solver = none
54
55 [SCALAR06] #ffz
56 solver = none
57
58 [SCALAR07] #matriz de masa
59 solver = none

```

Finalmente, para la construcción de las palas de la turbina se utilizó principalmente la subrutina `userf` en el archivo `.usr`, que calcula la aceleración en cada punto del dominio en cada timestep y la incluye en las ecuaciones de Navier-Stokes. Esto permite representar las palas como zonas de aplicación de fuerza, de acuerdo al método de actuador de línea.

Código C.3: Subrutina de cálculo de aceleración.

```

1
2  subroutine userf(ix,iy,iz,eg) ! set acceleration term
3  implicit none
4  include 'SIZE'
5  include 'TOTAL'
6  include 'NEKUSE'
7  integer e, ix, iy, iz, eg
8
9  real p_or(3), pt0(3), ptf(3), ang_pos, r_m, r_min, dr, r_R,
10 $ reg(3), u_t(3), u_n(3), u_rel_2, C_l, C_d, ang_tot, F_l, F_d,
11 $ F_x, F_y, F_z, ep_ker, eta, u_tan, chord, tsr, C_l2, C_d2,
12 $ u_rel2_2, u_t_c, u_n_c
13  real f_pts1(3,n_pts_f), f_pts2(3,n_pts_f), f_pts3(3,n_pts_f),
14 $ f_ptst(3,3*n_pts_f), uvwt(3,3*n_pts_f)
15  integer last_tstep, i, j, k
16  save uvwt, last_tstep
17

```

```

18 e = gllal(eg)
19
20 ! importacion de parametros de la simulacion: t.s.r., radio minimo y parametro de
↪ regularizacion
21 ! el numero de elementos por pala esta definido en este archivo a traves de #define
↪ n_pts_f 20
22
23 r_m = 1.0
24 tsr = uparam(1)
25 r_min = uparam(2)
26 ep_ker = uparam(3)
27 ang_pos = tsr*time !posicion angular del rotor
28
29 dr = (r_m - r_min)/n_pts_f !espaciamiento entre los puntos actuadores de las palas
30
31 ! posicion del centro del rotor en el dominio
32 p_or(1) = 3.0 ! en x
33 p_or(2) = 7.0 ! en y
34 p_or(3) = 2.0 ! en z
35
36 ! construccion de arreglos para almacenar velocidad muestreada en cada punto de las
↪ palas
37 do j=1,3
38
39     ! coordenadas de los puntos inicial (pt0) y final (ptf) de la pala j
40     ! notar que los puntos inicial y final de la pala no estan en los extremos de cada
↪ linea, sino que estan a dr/2 de las puntas, para compensar la proyección de la fuerza
↪ en esos puntos y no aplicarla excesivamente más lejos de la distancia real que cubren
↪ las palas
41     pt0(1) = p_or(1) + (r_min + dr/2)*cos(ang_pos +
42 $     (j - 1)*2.0*pi/3.0)
43     pt0(2) = p_or(2)
44     pt0(3) = p_or(3) + (r_min + dr/2)*sin(ang_pos +
45 $     (j - 1)*2.0*pi/3.0)
46     ptf(1) = p_or(1) + (r_m - dr/2)*cos(ang_pos +
47 $     (j - 1)*2.0*pi/3.0)
48     ptf(2) = p_or(2)
49     ptf(3) = p_or(3) + (r_m - dr/2)*sin(ang_pos +
50 $     (j - 1)*2.0*pi/3.0)
51
52     ! construcción de las lineas que representan cada pala
53     if (j.eq.1) then
54         call discr_line(f_pts1, pt0, ptf, n_pts_f)
55     elseif (j.eq.2) then
56         call discr_line(f_pts2, pt0, ptf, n_pts_f)

```

```

57     elseif (j.eq.3) then
58         call discr_line(f_pts3, pt0, ptf, n_pts_f)
59     endif
60 enddo
61
62 !guardar todo en un solo arreglo para invocar la funcion de interpolacion una sola vez
63 ↪ por timestep
64 do k=1,n_pts_f
65     f_ptst(1,k) = f_pts1(1,k)
66     f_ptst(2,k) = f_pts1(2,k)
67     f_ptst(3,k) = f_pts1(3,k)
68     f_ptst(1,k + n_pts_f) = f_pts2(1,k)
69     f_ptst(2,k + n_pts_f) = f_pts2(2,k)
70     f_ptst(3,k + n_pts_f) = f_pts2(3,k)
71     f_ptst(1,k + 2*n_pts_f) = f_pts3(1,k)
72     f_ptst(2,k + 2*n_pts_f) = f_pts3(2,k)
73     f_ptst(3,k + 2*n_pts_f) = f_pts3(3,k)
74 enddo
75
76 ! inicialización de fuerza aplicada en el punto (x,y,z) en el dominio
77 ffx = 0.0
78 ffy = 0.0
79 ffz = 0.0
80
81 if (istep.eq.1) then ! 1er timestep: inicializacion del contador de timestep para no invocar
82 ↪ la interpolacion en cada punto del dominio
83     last_tstep = 1
84     return
85
86 elseif (istep.ne.last_tstep) then ! detectar cambio de timestep -> muestrear velocidad
87     last_tstep = istep
88     ! extraer velocidades por pala
89     ! uvw_k(i,j) = velocidad en componente i en posicion radial j en pala k
90     call interp_v(uvwt, f_ptst, 3*n_pts_f)
91 endif
92
93 !litar sobre el radio de las palas
94 do i=1,n_pts_f
95
96     r_R = r_min + dr/2 + (i - 1)*dr ! posicion radial actual
97
98     do k=1,3 !litar sobre cada pala para una posicion radial dada
99         ! calcular la regularizacion para el punto de la malla (x,y,z) respecto al
100 ↪ elemento actuador actual
101         reg(k) = eta(f_ptst(1,i + (k - 1)*n_pts_f),f_ptst(2,
102 $         i + (k - 1)*n_pts_f),f_ptst(3,i + (k - 1)*n_pts_f),

```

```

99     $      x,y,z,ep_ker)
100
101     ! determinar velocidad relativa normal y tangencial
102     u_t(k) = u_tan(uvwt(1,i + (k - 1)*n_pts_f),
103     $      uvwt(3,i + (k - 1)*n_pts_f), ang_pos + (k - 1)*2.0*
104     $      pi/3.0, tsr, r_R) ! velocidad tangencial
105     u_n(k) = uvwt(2,i + (k - 1)*n_pts_f) ! velocidad normal
106
107
108     ! aplicar correccion en la punta a velocidades
109     call correction(u_n_c, u_t_c, 3.0, r_R, u_n(k), u_t(k)
110     $      , tsr, 1.0)
111     u_rel_2 = u_t_c**2 + u_n_c**2
112
113     ! calcular drag y lift
114     call f_adim_1_d(C_l, C_d, ang_tot, r_R, u_n_c, u_t_c)
115
116     ! calcular fuerzas en el sistema de referencia de cada pala
117     F_l = 0.5*u_rel_2*C_l*chord(r_R)*dr ! lift
118     F_d = 0.5*u_rel_2*C_d*chord(r_R)*dr ! drag
119
120     ! traducir a coordenadas cartesianas
121     call f_tot_cart(F_x, F_y, F_z, F_l, F_d, ang_pos +
122     $      (k - 1)*2.0*pi/3.0, ang_tot)
123
124     ! aplicar la fuerza proyectada sobre la zona de aplicacion
125     ffx = ffx - F_x*reg(k)
126     ffy = ffy - F_y*reg(k)
127     ffz = ffz - F_z*reg(k)
128     enddo
129     enddo
130
131     ! almacenar campo de fuerza
132     t(ix,iy,iz,e,5) = ffx
133     t(ix,iy,iz,e,6) = ffy
134     t(ix,iy,iz,e,7) = ffz
135     t(ix,iy,iz,e,8) = bm1(ix,iy,iz,e) ! almacenar la matriz de masa
136
137     return
138     end

```

Dentro de la subrutina userf se utilizan funciones y subrutinas auxiliares para simplificar levemente la estructura del código anterior, que se agregan en el mismo archivo .usr.

Código C.4: Subrutinas auxiliares.

```

1 #define INTP_NMAX 1000
2 #define LPART INTP_NMAX /* max number of particles per MPI rank */
3 #define n_pts_f 20
4
5 !Funcion para calcular la cuerda de la pala en funcion del radio
6 !a partir de ajuste polinomial
7 !La cuerda esta adimensionalizada respecto al radio, chord=c/R,
8 !y la funcion recibe la razon entre la posicion y el radio de la turbina, r/R
9
10     real function chord(r_R)
11     real r_R
12     chord = -4.2058*r_R**6 + 16.013*r_R**5 - 24.539*r_R**4 +
13 $ 19.139*r_R**3 - 7.7219*r_R**2 + 1.257*r_R + 0.1132
14     return
15     end
16
17 !-----
18 !Funcion para calcular la elevación del perfil de la pala (en radianes) en
19 !funcion del radio, a partir de ajuste polinomial
20 !La funcion recibe la razon entre la posicion y el radio de la turbina, r/R
21
22     real function twist(r_R)
23     real r_R
24     twist = -32.21*r_R**6 + 107.08*r_R**5 - 139.91*r_R**4 +
25 $ 89.206*r_R**3 - 26.762*r_R**2 + 1.8513*r_R + 0.7138
26     return
27     end
28
29 !-----
30 !Funciones que generan los coeficientes de sustentacion y arrastre, lift y
31 !drag, en funcion del angulo de ataque en la pala ang, calculado a partir de
32 !un ajuste polinomial de datos experimentales para Re_c_tip = 100k
33 !Las funciones reciben el angulo de ataque en radianes
34
35     real function drag(ang)
36     real ang
37     drag = -96.429*ang**6 + 50.125*ang**5 + 6.015*ang**4 -
38 $ 4.6921*ang**3 + 2.4809*ang**2 - 0.2247*ang + 0.0075
39     return
40     end
41
42     real function lift(ang)
43     real ang
44     lift = 81.024*ang**4 - 53.731*ang**3 - 5.6177*ang**2 +

```

```

45     $ 7.3521*ang + 0.5365
46     return
47     end
48     !-----
49     !Subrutina para calcular las fuerzas de arrastre y sustentacion al elemento del
50     !actuador de linea, ambas adimensionalizadas
51
52     !INPUT:
53     ! -r_R: posicion adimensional del elemento respecto a la pala
54     ! -u_n: velocidad normal del flujo en la posicion
55     ! -u_t: velocidad tangencial relativa del fluido en la posicion,  $u_t = u_t + w * R$ 
56
57     !OUTPUT:
58     ! -C_l: fuerza de sustentacion adimensionalizada
59     ! -C_d: fuerza de arrastre adimensionalizada
60     ! -ang_tot: angulo de entrada de la velocidad relativa
61
62     subroutine f_adim_l_d(C_l, C_d, ang_tot, r_R, u_n, u_t)
63     real C_l, C_d, r_R, u_t, u_n, lift, drag, twist
64
65     ! calcular angulo de ataque y vel rel
66     ang_tot = atan2(u_n,u_t)
67     ang_tw = twist(r_R)
68     attack = ang_tot - ang_tw
69
70     ! calcular coeficientes
71     C_d = drag(attack)
72     C_l = lift(attack)
73     return
74     end
75     !-----
76     !subrutina para aplicar la correccion por el efecto de la punta de la pala,
77     !calculando la velocidad relativa de nuevo
78
79     !INPUT:
80     ! -B: numero de palas del rotor
81     ! -r_R: posicion relativa del elemento respecto a la pala
82     ! -u_n: componente normal de la velocidad
83     ! -u_t: componente tangencial de la velocidad
84     ! -w: velocidad angular del rotor
85     ! -u_inf: velocidad de entrada del fluido
86
87     !OUTPUT:
88     ! -u_t_c: velocidad tangencial corregida
89     ! -u_n_c: velocidad normal corregida

```

```

90
91  subroutine correction(u_n_c, u_t_c, B, r_R, u_n, u_t, w,
92  $ u_inf)
93  real u_n_c, u_t_c, B, ang_tot, w, u_inf,
94  $ r_R, c, f, Ff, a_n, a_t, a_n_c, a_t_c
95
96  ! calculo angulo entrada
97  ang_tot = atan2(u_n,u_t)
98
99  ! calculo parametro de correccion
100  c = chord(r_R)
101  pi = 4.0*atan(1.0)
102  f = (B/2)*(1.0 - r_R)/(r_R*sin(ang_tot))
103  Ff = 2.0/pi*acos(exp(-f))
104
105  ! calculo coefs induccion sin corregir
106  a_n = 1.0 - u_n/u_inf
107  a_t = u_t/(w*r_R) - 1.0
108
109  ! coefs de induccion corregidos
110  a_n_c = a_n/((1 - a_n)*Ff + a_n)
111  a_t_c = a_t/((1 + a_t)*Ff - a_t)
112
113  ! velocidad corregida
114  u_n_c = u_inf*(1.0 - a_n_c)
115  u_t_c = w*r_R*(1.0 + a_t_c)
116
117  return
118  end
119  !-----
120  !Funcion para calcular la componente tangencial de la velocidad relativa, suponiendo que:
121  !- el eje y va en la direccion del flujo de entrada
122  !- el eje x va hacia la derecha y el eje z hacia arriba, visto desde el frente de la turbina
123  !- el sentido positivo de giro del rotor es antihorario
124
125  !INPUT:
126  ! -ux: velocidad en el eje x
127  ! -uz: velocidad en el eje z
128  ! -ang_pos: posicion angular de la pala medida respecto al eje x
129  ! -w: velocidad angular del rotor
130  ! -r: posicion del elemento a lo largo de la pala
131
132  !OUTPUT:
133  ! -u_t: velocidad tangencial relativa
134

```



```

135  real function u_tan(u_x, u_z, ang_pos, w, r)
136  real u_x, u_z, ang_pos, w, r
137  v_t = u_x*sin(ang_pos) - u_z*cos(ang_pos) ! proyeccion sobre la tangente a la pala
138  u_tan = v_t + w*r ! el sentido positivo de v_t se asume en contra del movimiento del
    ↪ rotor
139  return
140  end
141  !-----
142
143  !Subrutina para traducir las fuerzas de sustentacion y arrastre a
144  !coordenadas cartesianas, suponiendo que:
145  !- el eje y va en la direccion del flujo de entrada
146  !- el eje x va hacia la derecha y el eje z hacia arriba, visto desde el frente de la turbina
147
148  !INPUT:
149  !-F_l/F_d: fuerza de sustentacion/arrastre
150  !-ang_pos: posicion angular de la pala medida desde el eje x, en radianes
151  !-ang_tot: angulo de entrada de la velocidad relativa, en radianes
152
153  !OUTPUT:
154  !F_x/F_y/F_z: proyeccion de la fuerza total en el eje x/y/z
155
156  subroutine f_tot_cart(F_x, F_y, F_z, F_l, F_d, ang_pos, ang_tot)
157  real F_x, F_y, F_z, F_l, F_d, ang_pos, ang_tot
158  F_t = F_d*cos(ang_tot) - F_l*sin(ang_tot) ! proyeccion tangencial
159  F_y = F_d*sin(ang_tot) + F_l*cos(ang_tot)
160  ! proyeccion de la componente tangencial sobre los otros ejes cartesianos
161  F_x = F_t*sin(ang_pos)
162  F_z = -F_t*cos(ang_pos)
163  return
164  end
165  !-----
166
167  !Subrutina para generar un arreglo de n puntos de una linea que parte de
168  !p0=(x0,y0,z0) y termina en pf=(xf,yf,zf)
169
170  !INPUT:
171  !-p0/pf: puntos de inicio y termino
172  !-n: cantidad de puntos del arreglo
173
174  !OUTPUT:
175  !-line: arreglo de 3xn de coordenadas de los puntos
176
177  subroutine discr_line(line,p0,pf,n_pts)
178  integer n_pts, i

```

```

179  real line(3,n_pts), p0(3), pf(3), largo(3)
180
181  if(n_pts.eq.0) then
182      return
183  elseif(n_pts.eq.1) then
184      line(1,1) = p0(1)
185      line(2,1) = p0(2)
186      line(3,1) = p0(3)
187      return
188  endif
189
190  largo(1) = pf(1) - p0(1)
191  largo(2) = pf(2) - p0(2)
192  largo(3) = pf(3) - p0(3)
193
194  do i=1,n_pts
195      line(1,i) = p0(1) + largo(1)*(i - 1)/(n_pts - 1)
196      line(2,i) = p0(2) + largo(2)*(i - 1)/(n_pts - 1)
197      line(3,i) = p0(3) + largo(3)*(i - 1)/(n_pts - 1)
198  enddo
199  return
200  end
201
202  !-----
203
204  !funcion para generar el kernel de regularizacion de aplicacion de una fuerza
205  !INPUT:
206  !-p_ap: punto de aplicacion de la fuerza
207  !-p_ref: punto en el que se calcula la regularizacion
208  !-ep_ker: parametro de regularizacion
209
210  !OUTPUT:
211  !-eta: regularizacion
212  real function eta(x_ap, y_ap, z_ap, x_ref, y_ref, z_ref, ep_ker)
213  real x_ap, y_ap, z_ap, x_ref, y_ref, z_ref, ep_ker
214
215  pi = 4.*atan(1.)
216
217  !distancia al punto de referencia
218  dist_ap_2 = (x_ref - x_ap)**2 + (y_ref - y_ap)**2 +
219  $ (z_ref - z_ap)**2
220
221  !calculo de la regularizacion
222  eta = 1.0/(ep_ker**3*pi**(1.5))*exp(-(dist_ap_2/ep_ker**2))
223  return

```

```

224     end
225
226     !-----
227
228     !Subrutina para evaluar el campo de velocidad en el listado de puntos xyz
229     !Esta rutina fue extraida textualmente del caso de ejemplo hemi del repositorio de Nek5000
230
231     subroutine interp_v(uvw,xyz,n)
232     c
233     c     evaluate velocity for list of points xyz
234     c
235     include 'SIZE'
236     include 'TOTAL'
237
238     real uvw(ldim,n),xyz(ldim,n)
239
240     real  rwk(INTP_NMAX,ldim+1) ! r, s, t, dist2
241     integer iwk(INTP_NMAX,3)    ! code, proc, el
242     save  rwk, iwk
243
244     integer intp_h
245     save  intp_h
246
247     common /rwk_intp/
248     $     fwrk(lx1*ly1*lz1*nelt,ldim),
249     $     fpts(ldim*INTP_NMAX),
250     $     pts(ldim*INTP_NMAX)
251
252     integer icalld,e
253     save  icalld
254     data  icalld /0/
255
256     nxyz = nx1*ny1*nz1
257     ntot = nxyz*nelt
258
259     if (n.gt.INTP_NMAX) call exitti ('n > INTP_NMAX in interp_v!$',n)
260
261     if (nelgt.ne.nelgv) call exitti
262     $ ('nelgt.ne.nelgv not yet supported in interp_v!$',nelgv)
263
264     do i=1,n      ! ? not moving -> save?
265         pts(i)    = xyz(1,i)
266         pts(i + n) = xyz(2,i)
267         if (if3d) pts(i + n*2) = xyz(3,i)
268     enddo

```

```

269
270  if (icalld.eq.0) then
271      icalld = 1
272      call interp_setup(intp_h,0.0,0,nelt)
273  endif
274
275  ! pack working array
276  call opcopy(fwrk(1,1),fwrk(1,2),fwrk(1,3),vx,vy,vz)
277
278  ! interpolate
279  call interp_nfld(fpts,fwrk,ndim,pts(1),pts(1+n),pts(2*n+1),
280  $              n,iwk,rwk,INTP_NMAX,.true.,intp_h)
281
282  do i=1,n
283      uvw(1,i) = fpts(i)
284      uvw(2,i) = fpts(i + n)
285      if(if3d) uvw(3,i) = fpts(i + n*2)
286  enddo
287
288  c   call interp_free(intp_h)
289
290  return
291  end

```

El resto del archivo `.usr` contiene la configuración requerida para las condiciones iniciales y de borde, geometría del dominio y modelo de turbulencia. Como se mencionó anteriormente, el código del resto del archivo es idéntico al caso de ejemplo `RANSchannel` del repositorio de `Nek5000`, a excepción de las condiciones iniciales y de borde, junto con la aplicación de una función adicional para calcular el campo  $\lambda_2$ :

Código C.5: Subrutinas para condiciones iniciales y de borde.

```

1  subroutine userbc(ix,iy,iz,iside,eg) ! set up boundary conditions
2      implicit none
3      include 'SIZE'
4      include 'TOTAL'
5      include 'NEKUSE'
6  c
7      integer ix,iy,iz,iside,e,eg
8      character*3 cb1
9
10     common /rans_usr/ ifld_tke, ifld_tau, m_id
11     integer ifld_tke,ifld_tau, m_id
12     real It, tau_0
13

```

```

14 e = gllel(eg)
15 cb1 = cbc(iside,e,1) !velocity boundary condition
16
17 ux = 0.0
18 uy = 1.0
19 uz = 0.0
20 It = uparam(4)
21 tau_0 = uparam(5)
22
23 if(ifield.eq.ifld_tke) then
24     temp = 1.5*It**2
25 else if(ifield.eq.ifld_tau) then
26     temp = tau_0
27 end if
28
29 return
30 end
31 !-----
32 subroutine useric (ix,iy,iz,eg)
33 implicit none
34 include 'SIZE'
35 include 'TOTAL'
36 include 'NEKUSE'
37
38 integer ix,iy,iz,e,eg
39
40 common /rans_usr/ ifld_tke, ifld_tau, m_id
41 integer ifld_tke,ifld_tau, m_id
42 real It, tau_0
43
44 e = gllel(eg)
45
46 ux = 0.0
47 uy = 1.0
48 uz = 0.0
49 It = uparam(4)
50 tau_0 = uparam(5)
51
52 if(ifield.eq.ifld_tke) then
53     temp = 1.5*It**2
54 else if(ifield.eq.ifld_tau) then
55     temp = tau_0
56 end if
57
58 return

```

```

59     end
60 !-----
61     subroutine userchk()
62     implicit none
63     include 'SIZE'
64     include 'TOTAL'
65
66     call lambda2(t(1,1,1,1,4)) !calcular campo lambda_2
67
68     return
69     end

```

Adicionalmente, para el postprocesamiento de los datos, se utilizó *Paraview* para la visualización de los campos de velocidad y *Python* para la elaboración de gráficos. Si bien la elaboración de estos gráficos usa la librería *matplotlib* de forma convencional, se estimó conveniente incluir el código utilizado para la determinación de los coeficientes de potencia y empuje de la turbina.

Código C.6: Script para calcular y exportar los coeficientes de potencia y empuje.

```

1  import numpy as np
2  import matplotlib.pyplot as plt
3  import xarray as xr
4  import pymech as pm
5
6  timesteps_full = 100 #numero de frames (archivos .f generados por Nek5000)
7
8  # t.s.r. utilizado en la simulacion
9  tsr = 6.0
10 # posicion del centro de la turbina
11 x_or = 3.0
12 y_or = 7.0
13 z_or = 2.0
14
15 folder = '7x7 n=8 e=0.16/' #direccion de la carpeta que contiene los frames
16 name = 'rans' # nombre base de los frames, normalmente tienen el formato nombre0.f[
    ↪ numero del frame en 5 digitos]
17
18 # arreglos que almacenaran los coeficientes en cada instante de tiempo
19 ct_arr = None
20 cp_arr = None
21
22 # abrir primer frame para inicializar los arreglos
23 # se excluyen variables que no son de interes en drop_variables
24 # las variables en el campo corresponden a:
25 # ux, uy, uz, pressure: componentes de velocidad en x, y, z y presion

```

```

26 # xmesh, ymesh, zmesh: posicion en x, y y z de los puntos de la malla
27 # s01, s02: variables del modelo RANS, k y tau respectivamente
28 # s03: campo lambda_2, utilizado para visualización de vórtices a través de isocontornos
29 # s04, s05, s06: componentes en x, y y z del campo de fuerzas
30 # s07: matriz de masa
31 # cada variable tiene coordenadas en x, y y z y tiempo
32
33
34 with pm.dataset.open_dataset(folder+name+'0.f00001', drop_variables=['ux','uy','uz','s01',
    ↪ s02','s03','pressure']) as ds:
35     # quitar bordes duplicados
36     ds = ds.drop_duplicates(dim=['x','y','z'])
37
38     # extraer datos de interes
39     ffx = ds.s04
40     ffy = ds.s05
41     ffz = ds.s06
42
43     x_mesh = ds.xmesh
44     y_mesh = ds.ymesh
45     z_mesh = ds.zmesh
46
47     masa = ds.s07
48
49     # calcular torque respecto al centro del rotor
50     # se utiliza el producto cruz para calcular directamente el torque con las coordenadas
    ↪ separadas
51     tx = ((y_mesh - y_or)*ffz - (z_mesh - z_or)*ffx)*masa
52     ty = ((z_mesh - z_or)*ffx - (x_mesh - x_or)*ffz)*masa
53     tz = ((x_mesh - x_or)*ffz - (y_mesh - y_or)*ffx)*masa
54
55     # calculo del empuje de la turbina
56     drag = ffy*masa
57
58     # calculo de los coeficientes de potencia y arrastre respectivamente
59     # se integra sobre todo el dominio
60     c_p = ty.sum(['x','y','z'])*2*tsr/np.pi
61     c_t = drag.sum(['x','y','z'])*2/np.pi
62
63     # guardar coeficientes en primer paso temporal
64     ct_arr = c_t
65     cp_arr = c_p
66
67 for i in range(1,timesteps_full):
68     # construir el nombre del siguiente frame

```

```

69 id_base = '00000'
70 id_step = str(i+1)
71 len_step = len(id_step)
72 len_base = len(id_base)
73 id_num = id_base[:len_base - len_step] + id_step
74 id_file = folder + name + '0.f' + id_num
75 # leer el siguiente frame y repetir los calculos para el siguiente timestep
76 with pm.dataset.open_dataset(id_file, drop_variables=['ux','uy','uz','s01','s02','s03','
↳ pressure']) as ds:
77     # quitar bordes duplicados
78     ds = ds.drop_duplicates(dim=['x','y','z'])
79
80     # extraer datos de interes
81     ffx = ds.s04
82     ffy = ds.s05
83     ffz = ds.s06
84
85     x_mesh = ds.xmesh
86     y_mesh = ds.ymesh
87     z_mesh = ds.zmesh
88
89     masa = ds.s07
90
91     tx = ((y_mesh - y_or)*ffz - (z_mesh - z_or)*ffx)*masa
92     ty = ((z_mesh - z_or)*ffx - (x_mesh - x_or)*ffz)*masa
93     tz = ((x_mesh - x_or)*ffz - (y_mesh - y_or)*ffx)*masa
94
95     drag = ffy*masa
96
97     c_p = ty.sum(['x','y','z'])*2*tsr/np.pi
98     c_t = drag.sum(['x','y','z'])*2/np.pi
99
100     # agregar este timestep al arreglo
101     cp_arr = xr.concat([cp_arr, c_p], dim='time')
102     ct_arr = xr.concat([ct_arr, c_t], dim='time')
103
104     print('archivo n°'+str(i+1) + ' listo')
105
106 # exportacion de los coeficientes como archivo .nc
107 # se requiere instalar la libreria netCDF4 para abrir estos archivos, y se abren utilizando el
↳ comando xr.open_dataarray(direccion del archivo)
108 cp_arr.to_netcdf(folder + 'c_p.nc')
109 ct_arr.to_netcdf(folder + 'c_t.nc')

```